Kernspaltung - "Little Boy"

a) ²³⁶U ist zwar ein recht stabiler Kern, bei der Spaltung von ²³⁵U entsteht aber ²³⁶U* als Zwischenprodukt. Dessen Kern befindet sich in einem angeregten Zustand, der dann zur Spaltung führt.

b)

$$Q = c^2(M_{\rm U} - M_{\rm Ba} - M_{\rm Kr} - 3M_{\rm n}) = \underline{166.7 \text{ MeV}}$$

Es wird pro Reaktion ein Neutron benötigt, und 3 davon erzeugt. Ist die Absorption von Neutronen in der Umgebung gering genug, führt das zu einer laufenden Kettenreaktion.

c)
$$m = 0.8 \text{ kg}$$
; $E_{\text{TNT}} = 4.184 \text{ MJ} = 2.61 \cdot 10^{19} \text{ MeV}$
$$E_{\text{U}} = \frac{m}{M_{\text{U}}} Q = 3.40 \cdot 10^{24} \text{ MeV}$$

$$\frac{E}{E_{\text{TNT}}} = 1.3 \cdot 10^{7}$$

d)

$$\Delta E_{\text{TNT}} = Q \frac{E_{\text{TNT}}}{E_{\text{U}}} = \underline{12.79 \text{ eV}}$$

e)

$$\Delta M = \frac{E_{\rm U}}{c^2} = \underline{\frac{3.65 \cdot 10^{23} \text{ u}}{c}} = 0.60 \text{ g}$$

Kernfusion und der Gamov-Faktor

a)
$$\langle E_{\rm p} \rangle = \frac{3}{2} k_{\rm B} T; \quad \mu = \frac{m_{\rm p} m_{\rm p}}{m_{\rm p} + m_{\rm p}} = \frac{m_{\rm p}}{2}$$

$$E_{\rm G} = 2\mu c^2 (\alpha \pi Z_{\rm p}^2) = m_{\rm p} c^2 (\alpha \pi)^2 = \underline{0.49 \text{ MeV}}$$

Sonne

Antares

$$\langle E_{\rm p} \rangle = 1.55 \text{ keV}$$

$$G(E) = \sqrt{\frac{E_{\rm G}}{\langle E_{\rm p} \rangle}} = \underline{17.83}$$

$$T = e^{-G(E)} = 1.80 \cdot 10^{-8}$$

$$\langle E_{\rm p} \rangle = 21.97 \text{ keV}$$

$$G(E) = \sqrt{\frac{E_{\rm G}}{\langle E_{\rm p} \rangle}} = \underline{4.74}$$

$$T = e^{-G(E)} = \underline{1.80 \cdot 10^{-8}}$$
 $T = e^{-G(E)} = \underline{8.76 \cdot 10^{-3}}$

b)
$$R(E) \propto e^{-\frac{E}{k_{\rm B}T}} e^{-G(E)}$$

$$\frac{\partial R}{\partial E} = \left(\frac{E_{\rm G}}{2E^2G(E)} - \frac{1}{k_{\rm B}T}\right) e^{-\frac{E}{k_{\rm B}T}} e^{-G(E)} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \frac{E_{\rm G}}{2E_0^2G(E_0)} = \frac{1}{k_{\rm B}T} \quad \Leftrightarrow \quad E_0^2\sqrt{\frac{E_{\rm G}}{E_0}} = \frac{E_{\rm G}k_{\rm B}T}{2} \quad \Leftrightarrow \quad E_0 = \sqrt[3]{\frac{E_{\rm G}k_{\rm B}^2T^2}{4}}$$

$$E_0^{\text{Sonne}} = \underline{5.09 \text{ keV}}$$

$$E_0^{\text{Antares}} = \underline{29.80 \text{ keV}}$$

Energiebilanz der Sonne

$$4_{1}^{1}H \longrightarrow {}_{2}^{4}He + 2e^{+} + 2v_{e} + 2\gamma$$

a)

$$\Delta E = 4M_{\rm H} - M_{\rm He} = \underline{26.73 \text{ MeV}}$$

Die Energie wird in Form von Neutrinos, elektromagentischer Strahlung und Sekundärstrahlung nach Elektron-Positron Annihilation freigesetzt.

b)
$$E_0 = 1.361 \text{ kW/m}^2$$
; $A_{\text{Erde}} = r^2 \pi$; $P_{\text{Erde}} = A E_0$

$$P_{\text{ges}} = P_{\text{Erde}} \frac{4d^2\pi}{A} = E_0 4d^2\pi = \underline{3.83 \cdot 10^{26} \text{ W}}$$

c)

$$E_{\rm ges} = \frac{M_{\rm Sonne}}{4M_{\rm H}} \Delta E$$

$$t = \frac{E_{\text{ges}}}{5P_{\text{ges}}} = \underline{6.65 \cdot 10^{17} \text{ s}} \approx 10^{10} \text{ a}$$