

## Coulombterm des Tröpfchenmodells

$$\text{a) } E = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{A^{-1/3}}{R_0} = a_C Z^2 A^{-1/3}; \quad a_C \approx 0.714 \text{ MeV}; \quad R_0 = 1.3(1) \text{ fm}$$

$$\tilde{a}_C = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 R_0} = 0.106(8) \text{ pJ} = \underline{\underline{0.66(5) \text{ MeV}}}$$

Der hier bestimmte Wert für  $\tilde{a}_C$  stimmt im Rahmen der Unsicherheit mit dem experimentell ermittelten von  $a_C$  überein.

## Fermigasmodell + Weiße Zwerge

a) Der Fermi Impuls eines Kerns ist der Impuls, des energiereichsten Nukleons, welches im Fermigasmodell das höchste erlaubte Energieniveau besetzt.

$$\text{b) } V_x = \frac{4}{3} \pi R^3; \quad V_p = \frac{4}{3} \pi p_F^3$$

$$n = 2 \frac{V_x V_p}{h^3} = \frac{4R^3 p_F^3}{9\pi h^3}$$

$$\text{c) } N = \frac{A}{2}; \quad R = R_0 A^{1/3}; \quad R_0 = 1.3 \text{ fm}$$

$$\frac{A}{2} = \frac{4R_0^3 A^3 p_F^3}{9\pi h^3}$$

$$\Rightarrow p_F = \frac{\hbar}{2R_0} \sqrt[3]{9\pi} \approx 1.24 \times 10^{-19} \text{ Ns} = \underline{\underline{231.21 \text{ MeV}/c}}$$

d)

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m_N} = \frac{\hbar^2}{8m_N R_0^2} (9\pi)^{2/3} = \underline{\underline{28.49 \text{ MeV}}}$$

$$\text{e) } E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m_N}; \quad \rho(\mathbf{p}) = \rho_0 = \frac{3}{4\pi p_F^3}$$

$$\begin{aligned} \langle E_{\text{kin}} \rangle &= \int_{\mathbb{R}^3} \rho_0 \frac{p^2}{2m_N} d\mathbf{p} = \frac{\rho_0}{2m_N} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{p_F} p^4 \sin(\theta) dp d\theta d\varphi = \frac{2\pi\rho_0 p_F^5}{5m_N} = \frac{3p_F^2}{10m_N} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{5} E_F}} \end{aligned}$$

$$\text{f) } n = \frac{V p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m_n} = \frac{1}{2m_n} \left( \hbar \sqrt[3]{\frac{3n\pi^2}{V}} \right)^2 = \underline{\underline{\frac{\hbar^2}{2m_n} \left( \frac{3\pi^2 n}{V} \right)^{2/3}}}$$

$$\text{g) } E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( \frac{9\pi Z}{4R^3} \right)^{2/3}; \quad E_G = -\frac{3}{5} G \frac{M}{R^2}; \quad E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_G$$

$$\frac{\partial E_{\text{ges}}}{\partial R} = \frac{3 \left( 4GM^2 m_e - 3\hbar^2 R Z \left( \frac{12\pi^2 Z r}{R^6} \right)^{1/3} \right)}{20m_e R^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{3\hbar^2 \sqrt[3]{3\pi^2 Z^5}}{2 \sqrt[3]{2GM^2 m_e}} \propto M^{-2}$$

$$\text{h) } M_S = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}; \quad Z \approx \frac{A}{2} \Rightarrow Z = \frac{M_S}{m_e + m_p + m_n}$$

$$R = \frac{3\hbar^2 \sqrt[3]{3\pi^2 Z^5}}{2 \sqrt[3]{2GM_S^2 m_e}} = \underline{\underline{7.15 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$\rho_S = \frac{M_S}{V} = \frac{3M_S}{4\pi R^3} = \underline{\underline{1.3 \times 10^9 \text{ kg/m}^3}}$$

$$\rho_E = 5515 \text{ kg/m}^3 \approx 10^{-5} \rho_S$$

## Schalenmodell

a)

$$\Delta E = [E_B(^{16}\text{O}) - E_B(^{17}\text{O})] - [E_B(^{15}\text{O}) - E_B(^{16}\text{O})] = \underline{\underline{11.52 \text{ MeV}}}$$

- b) Protonen liegen aufgrund des Coulomb Potentials weniger tief bzw. die Energieniveaus stimmen weder in Höhe noch in Abstand mit denen von Neutronen überein. Deshalb kommt es zu einer Diskrepanz in der Energie, wenn man ein Neutron durch ein Proton ersetzt (was zur Entstehung neuer Teilchen führen kann,

