

207. Kupferblock in Styropor

$$a = 0.1 \text{ m}; \quad m = a^3 \rho; \quad l = \frac{1}{10} a; \quad T_0 = 293.15; \quad T_1 = 333.15 \text{ K}$$

$$\rho = 8930 \text{ kg/m}^3; \quad c = 385 \text{ J/kg K}; \quad \lambda = 0.027 \text{ W/m K};$$

a) Die Wärmeleitfähigkeit der Luft sagt in diesem Beispiel nicht aus, wie gut diese isoliert, da Luft bei Erwärmung zirkuliert und somit den "Wärmetransport" fördert.

b) $G = \lambda \frac{A}{l}$

$$G = -60\lambda a = \underline{\underline{-0.162 \text{ W/K}}}$$

c) $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = G\Delta T$

$$\dot{Q} = G(T_0 - T_1) = \underline{\underline{6.48 \text{ W}}}$$

d) $T_2 = 332.15 \text{ K}; \quad Q = mc\Delta T$

$$Q_1 = a^3 \rho c (T_2 - T_1)$$

$$t_1 = \frac{Q_1}{\dot{Q}} = \underline{\underline{530.6 \text{ s}}}$$

e) $\frac{dT}{dt} = r(T(t) - T_0); \quad r = -\frac{G}{cm}; \quad T(0) = T_1 = 333.15 \text{ K}$

$$\frac{dT}{dt} = r(T(t) - T_0)$$

$$\int \frac{1}{T(t) - T_0} dT = \int r dt$$

$$\ln(T(t) - T_0) + c_1 = rt + c_2$$

$$T(t) - T_0 = e^{rt+c_3}$$

$$\boxed{T(t) = C e^{rt} + T_0}$$

$$c_3 := c_2 - c_1$$

$$C := e^{c_3}$$

$$\begin{aligned}
 T(0) &= T_1 \\
 C e^{rt} + T_0 &= T_1 \\
 T(t) &= (T_1 - T_0)e^{rt} + T_0 \\
 C &= T_1 - T_0 \\
 \Rightarrow T(t) &= 40e^{-4.7 \cdot 10^{-5} t} + 20
 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned}
 21 &= T(t) \\
 21 &= (T_1 - T_0)e^{rt} + T_0 \\
 t &= \frac{\ln\left(\frac{21 - T_0}{T_1 - T_0}\right)}{r} = \underline{\underline{78287 \text{ s}}}
 \end{aligned}$$

209. Limonade mit Eis

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 0.24 \text{ kg}; \quad T_1 = 306.15 \text{ K}; \quad m_2 = 0.025 \text{ kg}; \quad T_2 = 273.15 \text{ K} \\
 L &= 3.33 \cdot 10^5 \text{ J/kg}; \quad c = 4190 \text{ J/kg K}
 \end{aligned}$$

$$a) \quad Q = cm\Delta T; \quad Q = Lm; \quad \Delta T = T_{\text{Ende}} - T_{\text{Start}}$$

$$Q_s = -2Lm_2 \quad (\text{Schmelzwärme})$$

$$T_s = \frac{Q_s}{cm_1} + T_1 \quad (\text{Temp nach Schmelze})$$

$$Q_1 = cm_1(T - T_s)$$

$$Q_2 = -cm_2(T - T_2)$$

$$Q_1 + 2Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{m_1 T_s - 2m_2 T_2}{m_1 - 2m_2} = \underline{\underline{286.76 \text{ K}}} \quad (= 13.61 \text{ }^\circ\text{C})$$

b)

$$Q_s = -6Lm_2 = -4.995 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (\text{Schmelzwärme})$$

$$Q = cm_1(T_1 - T_2) = 3.079 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (\text{bis zum Gefrieren})$$

\Rightarrow im Wasser ist nicht genügend Energie gespeichert, um die Eiswürfel zu schmelzen;
es bleibt ein Wasser-Eis Gemisch bei 273.15 K (= 0 °C) über

212. Luft

$$V = 3 * 4 * 5 \text{ m}; \quad T = 300 \text{ K}; \quad p = 1 \text{ atm}; \quad k_B = 1.38 * 10^{-23} \text{ J/K}$$

a) $pV = nk_B T$

$$n = \frac{pV}{k_B T} = \underline{\underline{1.47 * 10^{27}}}$$

b)

$$\rho_n = \frac{n}{V} = \frac{p}{k_B T} = \underline{\underline{2.45 * 10^{19} \text{ cm}^{-3}}}$$

c) $u = 1.66 * 10^{-27} \text{ kg}; \quad A_{\text{O}_2} = 32; \quad A_{\text{N}_2} = 28$

$$m_{\text{O}_2} = 0.2n * 32u$$

$$m_{\text{N}_2} = 0.8n * 28u$$

$$m = m_{\text{O}_2} + m_{\text{N}_2} = 28.8nu = \underline{\underline{70.19 \text{ kg}}}$$

d) $\Delta p = \rho_m g h; \quad \rho_m = \frac{m}{V}; \quad h = 3 \text{ m}$

$$\Delta p = \frac{\rho_m g h}{V} = \underline{\underline{34.43 \text{ Pa}}}$$

$$\frac{\Delta p}{h} = \frac{\rho_m g}{V} = \underline{\underline{11.48 \text{ Pa/m}}}$$