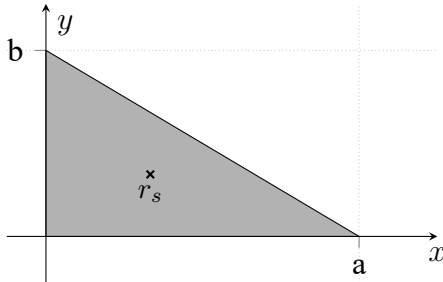


75. Schwerpunkt

a)



$$\vec{r}_s = \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \end{pmatrix}$$

$$dA = l(y) * dy$$

$$l(y) = a(1 - \frac{y}{b})$$

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^b l(y) * y dy = \frac{2}{ab} \int_0^b a(1 - \frac{y}{b})y dy$$

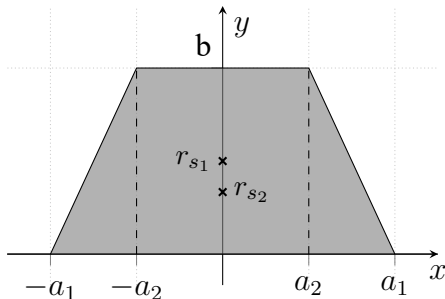
$$y_s = \frac{1}{3} b$$

Für x_s wird das Koordinatensystem gedreht \Rightarrow Formeln werden wiederverwendet

$$x_s = \frac{1}{3} a \sigma \Sigma \zeta$$

$$\vec{r}_s = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

b)



$$x_s = 0 \quad (\text{Symmetrie})$$

$$l(y) = \frac{a_2 - a_1}{b} y + a_1$$

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^b l(y) * y dy = \frac{1}{A} \int_0^b \frac{a_2 - a_1}{b} y + a_1 * y dy$$

$$y_s = \frac{1}{3} b \frac{a_1 + 2a_2}{a_1 + a_2}$$

$$\vec{r}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} b \frac{a_1 + 2a_2}{a_1 + a_2} \end{pmatrix}$$

Für $a_1 = a_2$

$$\vec{r}_{s1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} b \frac{a_1 + 2a_1}{a_1 + a_1} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_{s1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} b \end{pmatrix}$$

Für $a_2 = 0$

$$\vec{r}_{s2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} b \frac{a_1 + 2*0}{a_1 + 0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_{s2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} b \end{pmatrix}$$

76. Anheben eines Seils

a)

$$F(y) = \frac{mgy}{l}$$

b)

$$W = \int_0^l F(y) dy = \frac{mg}{l} \int_0^l y dy$$

$$W = \underline{\underline{\frac{mgl}{2}}}$$

c) $m = \rho r^2 \pi l$ $x_s = 0$ (Mittelpunkt vom Seil)

$$y_s = \frac{1}{m} \int_0^l \rho r^2 \pi * y dy = \frac{\rho r^2 \pi}{m} \int_0^l y dy$$

$$y_s = \frac{\rho r^2 \pi}{m} * \frac{l^2}{2} = \frac{l}{2}$$

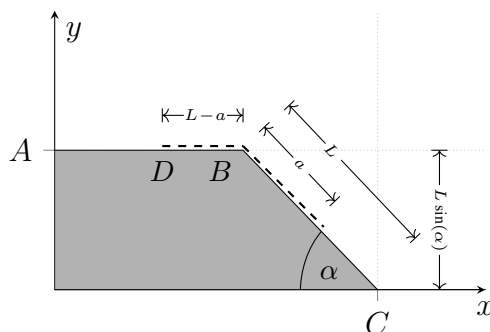
$$\vec{r}_s = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{l}{2} \end{pmatrix}}}$$

$$E_{pot} = g \int_0^l \rho r^2 \pi * y dy = g * \rho r^2 \pi \int_0^l y dy$$

$$E_{pot} = \frac{\rho r^2 \pi g l^2}{2} = \underline{\underline{\frac{mgl}{2}}}$$

d) W stellt die Energieumwandlung/übertragung dar. Im Fall des Seils, welches zu Beginn 0 und am ende E_{pot} Energie besitzt, wird mittels Arbeit $E_{pot} - 0 = E_{pot}$ zugeführt. Demnach gilt $W = E_{pot}$

77. Kette auf schiefer Ebene


 $t_0 = \text{start}; \quad t_1 = \text{wenn } a = L$

$$E_{pot}(t_0) = g \left(m \frac{L-a}{L} \right) L \sin(\alpha) + g \left(m \frac{a}{L} \right) \left(L - \frac{a}{2} \right) \sin(\alpha)$$

$$= gm \sin(\alpha) \left(L - \frac{a^2}{2L} \right)$$

$$E_{ges}(t_0) = E_{pot}(t_0)$$

$$E_{pot}(t_1) = mg \frac{L \sin(\alpha)}{2}$$

$$E_{kin}(t_1) = E_{ges}(t_0) - E_{pot}(t_1)$$

$$\frac{mv^2}{2} = gm \sin(\alpha) \left(L - \frac{a^2}{2L} \right) - mg \frac{L \sin(\alpha)}{2}$$

$$v = \underline{\underline{\sqrt{g \sin(\alpha) \left(L - \frac{a^2}{L} \right)}}}$$