

Aufgabe 6

A) Sei V die Menge aller Vögel. Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf V in Hinblick auf Symmetrie, Reflexivität und Transitivität:

a) $R_1 = \{(A, B) \mid A \text{ balzt vor } B\}$

Reflexivität: R_1 ist nicht reflexiv, weil A zu einem gewissen Zeitpunkt balzt und nicht auch noch davor balzen kann

Symmetrie: R_1 ist nicht symmetrisch, weil wenn A zeitlich vor B balzt kann B nicht bevor A balzen

Transitivität: R_1 ist transitiv, weil wenn A vor B und B vor C balzt dann balzt A zeitlich auch vor C

b) $R_2 = \{(A, B) \mid A \text{ baut ein Nest mit } B\}$

Reflexivität: R_2 ist nicht reflexiv, weil A sich nicht aufteilen kann, um mit einer Kopie von sich selbst das Nest zu bauen

Symmetrie: R_2 ist symmetrisch, weil A und B gemeinsam das Nest bauen, also sowohl A mit B , als auch B mit A das Nest baut

Transitivität: wenn B nur an einem Nest baut, dann ist R_2 transitiv, weil A , B und C alle gemeinsam am gleichen Nest bauen

c) $R_3 = \{(A, B) \mid B \text{ ist aus einem Ei geschlüpft, das } A \text{ gelegt hat}\}$

Reflexivität: R_3 ist nicht reflexiv, weil ein Vogel nicht aus einem Ei schlüpfen kann, das er selbst gelegt hat

Symmetrie: R_3 ist nicht symmetrisch, weil A nur dann vom Ei von B schlüpfen kann, wenn dieser schon existiert hat und aus dem Ei eines anderen Vogels geschlüpft ist

Transitivität: R_3 ist nicht transitiv, weil A aus dem Ei von B geschlüpft ist und nicht dem von C

d) $R_4 = \{(A, B) \mid \exists C \in V: (C, A) \in R_3 \wedge (C, B) \in R_3\}$

Reflexivität: R_4 ist nicht reflexiv, weil C nicht zwei Eier legen kann aus dem der gleiche Vogel A schlüpft

Symmetrie: R_4 ist symmetrisch, weil der Vogel C sowohl die Vögel A und B, als auch B und A auf die Welt bringt

Transitivität: R_4 ist transitiv, weil wenn A,B und B,C vom gleichen Vogel gelegt wurden teilen alle 3 die gleichen Eltern und A und C sind auch vom gleichen Vogel gelegt worden

B) Geben Sie für jede der drei Eigenschaften reflexiv, symmetrisch, transitiv eine Relation auf einer selbst gewählten Menge an, die diese Eigenschaft hat, die anderen beiden jedoch nicht

a) nur reflexiv: M sei die Menge aller Menschen:

$$R = \{(A, B) \in M \times M \mid A \text{ füttert } B\}$$

b) nur symmetrisch: $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \mid x_1 + y_1 = x_2 + y_2\}$

c) nur transitiv: $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x < y\}$