51. Schiefe Ebene

a) $M = 90 \text{ kg}; \quad g = 9.81 \text{ m/s}; \quad \alpha = 35°$

$F_G = \underline{\underline{Mg}} = 883 \text{ N}$

$F_{\|} = F_G * \sin(\alpha) = \underline{\underline{506 \text{ N}}}$

$F_{\perp} = F_G * \cos(\alpha) = \underline{\underline{723 \text{ N}}}$

b) $\mu_K = 0.105$

$F_{ges} = F_{\|} - F_{\perp} * \mu_K = \underline{\underline{430 \text{ N}}}$

c)

$v(t) = \underline{\underline{\frac{F_{ges}}{M} t = \frac{430 \text{ N}}{90 \text{ kg}} t}}$

$v(3) = \frac{430 \text{ N}}{90 \text{ kg}} * 3 \text{ s} = \underline{\underline{14.\dot{3} \text{ m/s}}}$

d) $F_{Luft} = \frac{1}{2}\rho A c_w v^2; \quad \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3; \quad c_w \approx 0.78; \quad A_{Aufrecht} \approx 1 \text{ m}^2$

$F_{ges} = F_{Luft}$

$430 = \frac{1}{2} * 1.293 * 1 * 0.78 v^2$

$v_{max} = \sqrt{\frac{860}{1.293*0.78}}$

$v_{max} = \underline{\underline{29.2 \text{ m/s}}}$

v_{max} ist am Zeitpunkt, wo die Summe der Kräfte in Fahrtrichtung gleich null ist (also keine Beschleunigung stattfindet), weil wenn der Schifahrer noch Beschleunigt haben wir v_{max} entweder noch nicht erreicht (Beschleunigung ist positiv) oder schon verpasst (Beschleunigung ist negativ).

$A_{Hocke} \approx \frac{1}{3} A_{Aufrecht}$

$v_{max} = \sqrt{\frac{860*3}{1.293*0.78}}$

$v_{max} = \underline{\underline{50.6 \text{ m/s}}}$

e)

$v(t) = 50.6 \text{ m/s}$

$t = \underline{\underline{10.6 \text{ s}}}$

60. Absturz eines Fadenpendels

$K = E_{Kin} = \frac{mv^2}{2}; \quad P = E_{Pot} = mgh; \quad F_Z = F_{Zentripetal} = \frac{mv^2}{L}$

a)

$$\begin{aligned} E_{ges} &= mgL \\ K_0 &= E_{ges} \\ \frac{mv_0^2}{2} &= mgL \\ v_0 &\leq \underline{\underline{\sqrt{2gL}}} \end{aligned}$$

b) Bedingung: $F_Z = F_G$

$$\begin{aligned} \frac{mv_1^2}{L} &= mg \\ v_1 &= \sqrt{gL} \\ E_{ges} &= P + K_1 = 2mgL + \frac{mgL}{2} \\ K_0 &= E_{ges} = 2mgL + \frac{mgL}{2} \\ v_0 &\geq \underline{\underline{\sqrt{5gL}}} \end{aligned}$$

c) Bedingung wie in b)

$$\begin{aligned} F_Z &= F_G * \cos(\varphi) \\ \frac{mv_1^2}{L} &= mg\cos(\varphi) \\ v_1(\varphi) &= \underline{\underline{\sqrt{gL\cos(\varphi)}}} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} K_0 &= K_1 + P \\ v_0(\varphi) &= \sqrt{v_1^2(\varphi) + 2gL\,(1 + \cos(\varphi))} \\ v_0(\varphi) &= \sqrt{gL\cos(\varphi) + 2gL + 2gL\cos(\varphi)} \\ v_0(\varphi) &= \underline{\underline{\sqrt{2gL + 3gL\cos(\varphi)}}} \end{aligned}$$

e)

$$\vec{r}(t) = \underline{\underline{L \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix} + \sqrt{gL\cos(\varphi)} \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} t + \frac{g}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} t^2}}$$

f) $\vec{s} = \frac{\vec{r}}{L}; \quad \tau = t\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow t = \tau\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\vec{r}(t) = L\begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \sqrt{gL\cos(\varphi)}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix}t + \frac{g}{2}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}t^2$$

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{gL\cos(\varphi)}\,t}{L}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\frac{g}{2}t^2}{L}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$\vec{s}(\tau) = \begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{gL\cos(\varphi)}\,\tau\sqrt{\frac{L}{g}}}{L}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{g\left(\tau\sqrt{\frac{L}{g}}\right)^2}{2L}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$\vec{s}(\tau) = \begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\tau\sqrt{gL\cos(\varphi)\frac{L}{g}}}{L}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\tau^2}{2}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$\vec{s}(\tau) = \begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\tau\sqrt{L^2\cos(\varphi)}}{L}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\tau^2}{2}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$\vec{s}(\tau) = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-\sin(\varphi)\\ \cos(\varphi)\end{pmatrix} + \tau\sqrt{\cos(\varphi)}\begin{pmatrix}\cos(\varphi)\\ \sin(\varphi)\end{pmatrix} + \frac{\tau^2}{2}\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}}}$$

g)