

# Gaußsche Strahlen und optische Resonatoren

## Fortgeschrittenenpraktikum I

Ziel des Versuchs ist das Experimentieren mit Gaußschen Strahlen und optischen Resonatoren. Im ersten Teil des Versuchs, untersuchen die Studenten die grundlegenden Eigenschaften eines Laserstrahls, sowie den Einfluss optischer Elemente, wie z.B. Linsen, auf den Strahldurchmesser. Dabei sollen grundlegende Eigenschaften der Strahlen untersucht werden, wie z.B. der Einfluß von Linsen auf den Strahldurchmesser. Im zweiten Teil des Versuchs wird die Ausbildung von Moden in einem Resonator sowie deren räumlichen und spektralen Eigenschaften untersucht.

Das vorliegende Skriptum enthält Vorbereitungsfragen am Ende der jeweiligen Theorieabschnitte, welche die Studenten bei der Vorbereitung auf die Vorbesprechung des Experiment unterstützen sollen und dann auch überprüft werden. Am Ende des Skriptums sind die experimentellen Aufgaben, sowie die dazugehörige Datenanalyse, zusammengefasst. Für einen reibungslosen Ablauf des Versuchs, müssen auch diese Hauptpunkte der experimentellen Durchführung in Abschnitt 7 verstanden worden sein.

### 1. Sicherheitshinweis

Der verwendete Laser fällt in die Laserschutzklasse 2 (bzw. 3b, je nach Versuchsaufbau!) und kann daher potentiell gefährlich für das Augenlicht sein. Bitte nie direkt oder indirekt in den Laser schauen. Reflektierende Gegenstände an der Kleidung oder am Körper (Uhren, Ringe, ...) vor dem Versuch entfernen. Der Laserstrahl sollte niemals nach oben gerichtet werden und immer auf den Bereich des Tisches beschränkt sein. Gegebenenfalls sind daher Strahlblockaden aufzustellen. Beim Bücken dem Tisch immer den Rücken zukehren und niemals reflektierende Objekte (Spiegel, Inbusschlüssel, etc.) in den offenen Strahlengang einführen. Zusätzlich sind Laserschutzbrillen verfügbar.

### 2. Verwendete Geräte

Vor dem Versuch sollte die Funktionsweise folgender Geräte verstanden werden:

- HeNe Laser,  $\lambda = 633 \text{ nm}$  (Polytec PL606), optischer Isolator (Gsänger DLI-1-650)
- Waistmeter (Thorlabs WM-100)
- Spiegel, Linsen, Verschiebetische
- Resonatorspiegel: plan-konkaves Substrat, die verspiegelte konkave Seite hat einen Krümmungsradius  $r = 150 \text{ mm}$ , und eine Reflektivität von  $\approx 98\%$ .
- Piezo, Hochspannungsverstärker, Funktionsgenerator
- CCD Kamera, Photodiode, Oszilloskop (Tektronix TDS2004B)

### 3. Einführung

Laser sind aus unserer Alltags- und Forschungswelt nicht mehr wegzudenken. Daher ist in vielen Bereichen der klassischen Optik, aber auch in der Quantenoptik ein Verständnis der Ausbreitung von Laserlicht von fundamentaler Bedeutung. Gaußsche Strahlen spielen hierbei eine große Rolle, da viele Laser auf genau einer Gaußschen Mode, der sogenannten  $\text{TEM}_{00}$  Mode (Transversal Elektromagnetisch), Licht emittieren. Die Gaußschen Moden beschreiben wie sich das transversale Strahlprofil und die Phasenfronten entlang der Ausbreitungsrichtung  $z$  des Strahls verändern (siehe Abb. 1).

### 4. Gaußsche Strahlen

Die Gaußsche Moden ergeben sich als eine der möglichen Lösungen der Helmholtz-Gleichung, die sich in der paraxialen Näherung aus den Maxwell-Gleichungen ableiten lässt [1, 2]. Da die Gauß-Moden eine Orthonormalbasis darstellen, lässt sich prinzipiell jedes Lichtfeld das der Helmholtz-Gleichung genügt durch eine geeignete Überlagerung von Gaußschen Moden  $U_{(m,n)}(x, y, z)$  beschreiben. Hierbei geben  $x, y, z$  den Ort der komplexen elektrischen Feldstärke  $U$  an und  $(m, n)$  sind die transversalen Modenindizes. Die Grund- oder auch  $\text{TEM}_{00}$  Mode lautet wie folgt:

$$U_{(0,0)}(x, y, z) = A_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \times \exp\left(-ikz - ik\frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + i\phi(z)\right). \quad (1)$$

Die damit verbundene relative Intensitätsverteilung, gemessen in der transversalen Ebene (z.B. auf einem Schirm oder einer Kamera),

$$I(x, y, z) \sim |U(x, y, z)|^2 = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right),$$

folgt einer Gaußverteilung in der  $x-y$ -Ebene, mit einer Varianz  $w^2(z)$ . Der Parameter  $w(z)$  bezeichnet also die Breite der Intensitätsverteilung des Laserstrahls und wird deshalb als Strahlradius oder Strahlbreite bezeichnet. Im Speziellen bezeichnet der Strahlradius den Radius  $r^2 = x^2 + y^2$ , zentriert um die optische Achse, bei dem sich die Intensität um einen Faktor  $1/e^2$  reduziert hat. Der Strahlradius  $w(z)$  ändert sich entlang der optischen Achse gemäß

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad \text{mit} \quad (2)$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda},$$

wobei die Größe  $w_0$  die Strahltaile angibt, also den minimalen Radius den der Gaußsche Strahl im Fokus annimmt. An der Stelle  $z = z_R$  ist der Strahlradius auf das  $\sqrt{2}$ -fache seines Werts im Fokus angewachsen, wobei  $z_R$  als Rayleigh-Länge bezeichnet wird. Die Bestimmung des Krümmungsradius des Gaußschen Strahls aus dieser Rayleigh-Länge definiert zwei Regime in der Beschreibung des Lichtfeldes: für  $|z| \ll z_R$  spricht man vom Nahfeld, für  $|z| \gg z_R$  vom Fernfeld. Im Nahfeld sind die Wellenfronten näherungsweise flach (Krümmung  $R(z) \approx \infty$ ), während sie sich im Fernfeld der Krümmung einer Kugelwelle annähern ( $R(z) \approx z$ ). Allgemein ist die Krümmung der Wellenfronten gegeben durch:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right].$$

Im Fernfeld nähert sich  $w(z)$  einer Geraden

$$w(z) \simeq w_0 \frac{z}{z_R} = \theta z$$

an, wobei  $\theta$  den Divergenzwinkel des Strahls angibt:

$$\theta \simeq \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

In Gl. (1) ergibt sich neben der trivialen Phasenentwicklung  $ikz$  eine zusätzlich Phase  $\phi(z)$ , die auch als Gouy-Phase bezeichnet wird:

$$\phi(z) = \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right).$$

#### 4.1. Wissensfragen

- Wo kommen Gaußsche Strahlen vor?
- Was ist eine optische Mode?
- Welche Näherung wurde bei der Herleitung der Helmholtz-Gleichung gemacht und was bedeutet sie? Welche optischen Effekte „verliert“ man dadurch?
- Wie hängt  $w(z)$  von  $w_0$  ab? Wie hängt der Divergenzwinkel von  $w_0$  ab? Was haben der Divergenzwinkel und  $w_0$  mit Beugung zu tun?

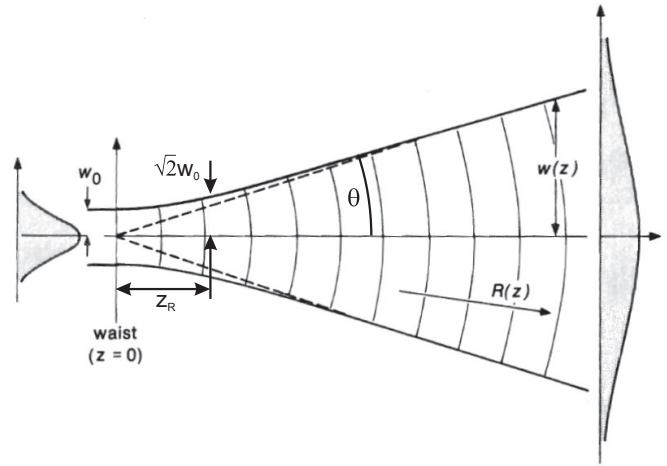


Abbildung 1: Ausbreitung eines Gauß-Strahls. Grafik entnommen aus [1].

- Wieviele Parameter benötigt man zur Beschreibung von Gaußschen Strahlen? Nennen Sie einige Beispiele.
- Wie ist der Zusammenhang zwischen der Maximalintensität  $I_0$  und der Leistung in einem Gaußschen Strahl?
- Diskutiert die Bedeutung der Terme in der Phasenentwicklung eines Gaußschen Strahls.
- Was versteht man unter einem „kollimierten“ Strahl?

## 5. Linsen und Gaußsche Strahlen

Die Formung eines Strahls mit Hilfe von Linsen gehört zu den wichtigsten Aufgaben in der Optik und soll daher in diesem Versuch untersucht werden. Die Entwicklung des transversalen Strahlprofils eines Gaußschen Strahls beim Durchgang durch ein beliebiges optisches System, z.B. eine Linse, kann sehr elegant mit Hilfe des  $ABCD$  Matrixformalismus berechnet werden [1]. Dazu werden die charakteristischen Parameter  $w(z)$  und  $R(z)$  eines Gaußschen Strahls zu einer komplexwertigen Größe  $q(z)$  zusammengefasst:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w(z)^2}.$$

Man kann nun zeigen, dass sich ein Strahl beschrieben durch  $q_1$  beim Durchgang durch ein optisches System mittels

$$\frac{1}{q_2} = \frac{C + D/q_1}{A + B/q_1}$$

in einen Strahl mit dem komplexen Strahlparameter  $q_2$  entwickelt, wobei  $A, B, C, D$  die Einträge einer  $2 \times 2$  Matrix bezeichnen, welche das optische System definiert. Im  $ABCD$  Formalismus ist die Transformation des Strahls durch jedes beliebige optische Element vollkommen durch eine  $2 \times 2$  Matrix charakterisiert (siehe Beispiele in Tab. 1), was in

Tabelle 1:  $ABCD$  Matrizen für einige ausgewählte optische Elemente.

Optisches Element	$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ Matrix
Freie Propagation der Distanz $d$	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Linse mit Brennweite $f$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
Spiegel mit Krümmungsradius $r$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r} & 1 \end{pmatrix}$

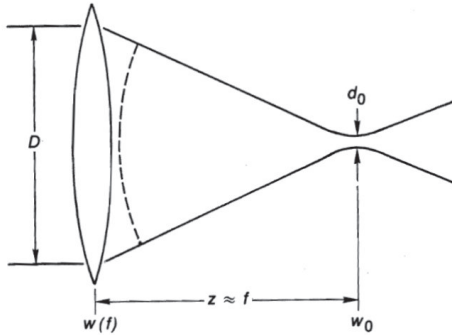


Abbildung 2: Fokussierung ein Gauß-Strahls mit einer Linse. Grafik entnommen aus [1].

Folge auch die Beschreibung jedes komplizierteren, zusammengesetzten optischen Systems durch einfache Matrixmultiplikation der einzelnen Elemente ermöglicht. Dabei ist auf die Reihenfolge bei der Multiplikation (von rechts nach links), also in der Reihenfolge in welcher der Strahl die Elemente durchläuft, zu achten.

Wenden wir den Formalismus für ein einfaches Beispiel eines kollimierten Strahls ( $R_1 = \infty$ ) mit Strahlradius  $w_1$  an, welcher auf eine Linse mit Brennweite  $f$  trifft, so ergibt sich unter Annahme angebrachter Näherungen ein Fokus mit Strahltaile  $w_2$  (siehe Abb. 2 und Gl. (2)):

$$w_2 \approx \frac{\lambda f}{\pi w_1}. \quad (3)$$

### 5.1. Wissensfragen

- Wohin verschiebt sich der Fokus wenn der auf die Linse einfallende Strahl nicht kollimiert sondern leicht divergent ist?
- Wie kann man mit zwei Linsen die Größe eines kollimierten Strahls ändern? In welchem Abstand müssen die Linsen stehen? In welchem Verhältnis stehen die Durchmesser der Strahlen zu den Brennweiten der Linsen?
- Verwende den  $ABCD$  Formalismus um Gl. (3) nachzuvollziehen. Nimm einen kollimierten Eingangsstrahl an und berechne die Transformation, die dieser durch

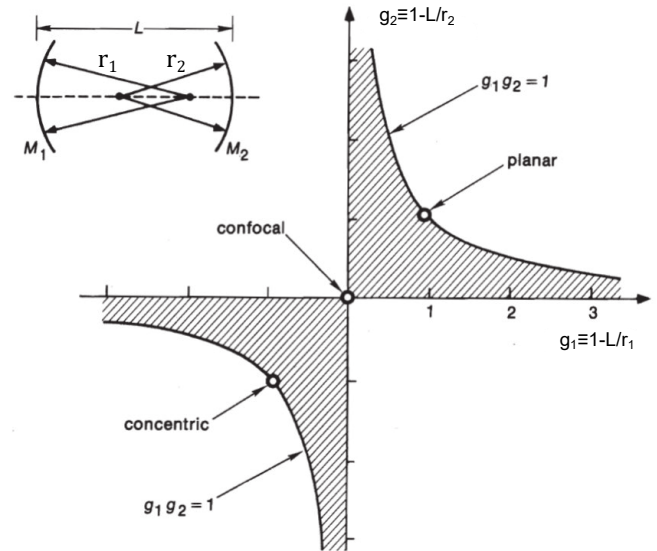


Abbildung 3: Stabilitätsdiagramm eines optischen Resonators. Grafik modifiziert aus [1].

eine Linse mit Brennweite  $f$  und einer freie Propagation der Länge  $d = f$  erfährt (siehe Abb. 2). Welche Näherungen wurden verwendet?

- Im Experiment werden wir den Strahlradius mit einem Waistmeter (Thorlabs WM-100) messen. Wie funktioniert dieses Messgerät und wie sieht das Signal der Photodiode im Waistmeter aus. Wie kann man daraus den Strahlradius bestimmen?

## 6. Optische Resonatoren

Optische Resonatoren sind aus der modernen Optik nicht mehr weg zu denken. Sie bilden essentielle Bestandteile von Lasern, in welchen sie für optisches Feedback und Modenselektion sorgen, und finden breite Anwendung in der Spektroskopie, wo sie als optische Spektrumanalysatoren, Filter und stabile Referenzen dienen.

### 6.1. Stabilität und spektrale Eigenschaften

Optische Resonatoren bestehen aus mindestens zwei Spiegeln, wobei üblicherweise mindestens einer davon eine Krümmung besitzt. Es existieren zwei große Kategorien von Resonatoren, welche sich dadurch unterscheiden, wie das elektromagnetische Feld von den Spiegeln eingeschlossen wird: Stehwellenresonatoren und Ringresonatoren. Dieser Versuch beschäftigt sich mit Stehwellenresonatoren, in welchen das eingekoppelte Lichtfeld zwischen den Spiegeln hin und her reflektiert wird, wobei nur ausgewählte Moden des Feldes, Resonatormoden genannt, konstruktiv interferieren und stehende Wellen bilden. Nur diese Moden bleiben im Resonator erhalten und können wieder mit Hilfe von Gaußschen Moden beschrieben werden. Nicht alle Kombinationen aus Spiegelkrümmungen  $r_{1,2}$  und Abständen  $d$  ermöglichen die Ausbildung stabiler Resonator-

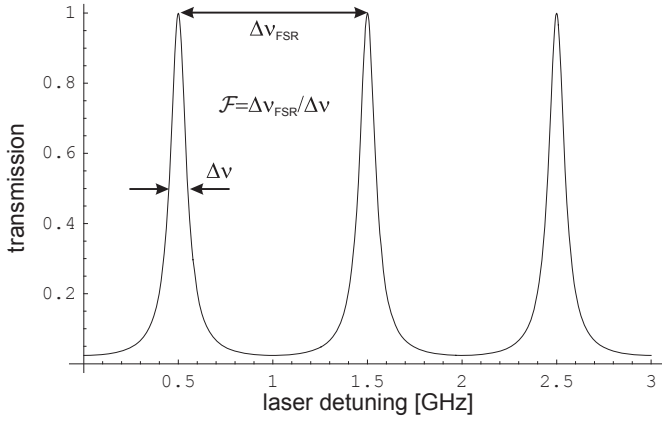


Abbildung 4: Transmission eines optischen Resonators in Abhängigkeit der einfallenden Laserfrequenz.  $\mathcal{F}$  bezeichnet die Finesse des Resonators.  $\Delta\nu_{\text{FSR}}$  ist der freie Spektralbereich und  $\Delta\nu$  die Halbwertsbreite der Modenresonanzen.

moden. Die Stabilität des Resonators ist auf einen limitierten Bereich von möglichen Werten dieser Parameter beschränkt. Mit Hilfe der  $ABCD$  Matrizen kann die Stabilitätsbedingung für eine stationäre Mode hergeleitet werden [1, 2]:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad \text{mit} \quad g_{1,2} = \left(1 - \frac{d}{r_{1,2}}\right) \quad (4)$$

Der gesamte Stabilitätsbereich ist in Abb. 3 dargestellt. Das Transmissionsspektrum einer  $\text{TEM}_{00}$  Mode durch den optischen Resonator in Abhängigkeit der Frequenz des eingestrahnten Lichts, bzw. des Spiegelabstandes  $L$ , ist in Abb. 4 zusammen mit einigen charakteristischen Parametern dargestellt. Verschiedene  $\text{TEM}_{00}$  Moden entsprechen hier aufeinanderfolgenden lorentzförmigen Transmissionsspitzen, separiert durch den freien Spektralbereich  $\Delta\nu_{\text{FSR}} = c/(2L)$  und mit einer Halbwertsbreite (FWHM, engl. *Full Width Half Max*)  $\Delta\nu$ , der sogenannten Bandbreite. Das Verhältnis

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{\text{FSR}}}{\Delta\nu}$$

ist die Finesse des Resonators und beschreibt die *Schärfe* der Modenresonanzen. Dieser Parameter ist vollständig durch die Resonatorverluste bestimmt und eine hohe Finesse ist wesentlich für die Verwendung eines Resonators zur spektralen Analyse, bei der breite Resonanzen die Unterscheidung zweier benachbarter Spitzen verhindern können.

## 6.2. Modenanpassung

Die Mode des auf einen Resonator einfallenden Laserlichts wird spektral und räumlich auf die resonatorinternen Moden projiziert (zerlegt). Dies stellt eine wesentliche Eigenschaft von optischen Resonatoren zur Spektralanalyse dar. Für einen optimalen räumlichen Überlapp der Laser- mit

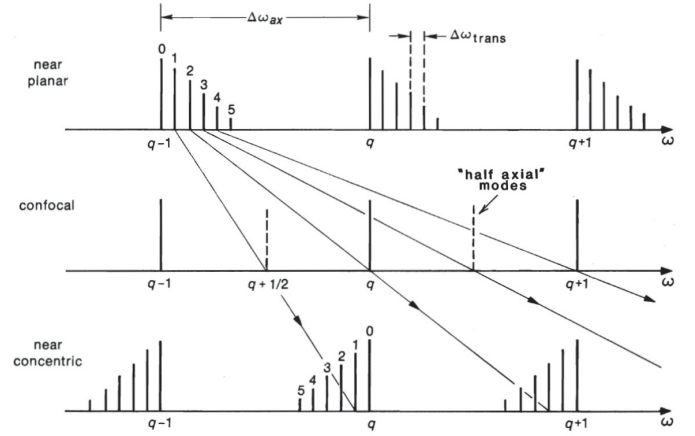


Abbildung 5: Resonanzfrequenzen von Moden höherer Ordnung in optischen Resonatoren in verschiedenen Konfigurationen. Grafik entnommen aus [1].

der Resonatormode muß eine Modenanpassung des Laserlichts vorgenommen werden. Dazu genügt es mit Hilfe von Linsen die Strahltaile des Laserstrahls mit der Strahltaile der Resonatormode in Größe und Position zu überlappen. Die Strahltaile der Resonatormode eines symmetrischen Resonators ( $r_1 = r_2 = r$ ) kann aus

$$2z_R = \sqrt{L(2r - L)} \quad (5)$$

bestimmt werden.

## 6.3. Moden höherer Ordnung

Bei Modenfehlanspassung werden neben der  $\text{TEM}_{00}$  Mode auch Moden höherer Ordnung ( $\text{TEM}_{mn}$  mit  $m, n > 1$ ) im Resonator angeregt. Die Feldverteilung dieser Moden ergibt sich aus der Multiplikation der Grundmode  $U_{(0,0)}(x, y, z)$  mit den sogenannten Hermite Polynomen:

$$U_{(m,n)} \sim U_{(0,0)} H_m \left( \frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right) H_n \left( \frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right),$$

welche nun auch Hermite-Gaußsche Moden genannt werden. Diese Moden erfahren eine zusätzliche Phasenverschiebung bei jedem Umlauf im Resonator. Dies ändert die optische Resonanzbedingung vom einfachsten Fall  $\nu_q = q \frac{c}{2L}$ , wobei nun  $q = 1, 2, 3, \dots$  die Modenzahl bezeichnet, zu folgendem Ausdruck:

$$\frac{\nu_{q,m,n}}{\Delta\nu_{\text{FSR}}} = (q+1) + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \arccos \left( 1 - \frac{L}{r} \right). \quad (6)$$

Diese Resonanzfrequenzen sind in Abb. 5 für verschiedene Resonatorkonfigurationen dargestellt.

## 6.4. Wissensfragen

- Wie lautet die optische Resonanzbedingung für die  $\text{TEM}_{00}$  Mode in einem Resonator?

- Wie kann es sein, dass bei vernachlässigbaren Verlusten nahezu 100% des einfallenden Lichts durch einen Resonator transmittiert werden kann, wo das Licht doch durch zwei Spiegel mit Reflektivität  $\approx 98\%$  muß?
- Was passiert mit dem hin und her reflektierten Lichtfeld im Falle eines instabilen Resonators?
- Welche Besonderheit tritt im Spektrum eines konfokalen Resonators auf?
- Was bedeuten die Zahlen  $(m, n)$  bei Moden höherer Ordnung anschaulich?
- Wodurch wird die Orientierung der Intensitätsminima bei Moden höherer Ordnung festgelegt?

## 7. Experimentelle Aufgabenstellung

### 7.1. Strahlprofilmessung

1. Bestimmt das Strahlprofil des aus dem Laser austretenden Gaußsche Strahls vollständig. Dazu wird in ausgewählten Abständen vom Laser der Strahldurchmesser mit Hilfe des Waistmeters gemessen und anschließend wird das Strahlprofil durch einen Fit der experimentellen Daten bestimmt.

**Achtung:** Dieser Schritt ist wesentlich um im Weiteren die Lasermode an die Resonatormode anzupassen. Bereitet dafür im voraus eine funktionierende Fit-Routine vor, welche es erlaubt die Strahlparameter sofort zu bestimmen (siehe 3).

Der Messkopf des Waistmeters besteht aus einer Photodiode, die durch eine rotierende Klinge periodisch abgedeckt wird. Es ist darauf zu achten, dass der Laserstrahl senkrecht auf die Photodiode fällt (warum?). Eine Elektronik berechnet aus dem Photodiodensignal den Strahldurchmesser  $2w$ .

2. Stellt an einer beliebigen Stelle im Strahl eine Linse mit kurzer Brennweite ( $f = 30 \dots 100$  mm) in den Strahl und nimmt das Strahlprofil nach der Linse auf. Welche Schrittweite ist in welchem Bereich sinnvoll?
3. **Vorbereitung:** Schreibt im Vorfeld zur Versuchsdurchführung ein einfaches Programm in eurer bevorzugten Programmiersprache oder Datenanalysesoftware um den Prozess im Labor zu beschleunigen. Das gewünschte Ergebnis ist ein kurzes Skript in welches ihr nur die gemessenen Strahldurchmesser eintragen müsst um sofort einen Plot und einen Fit an die Daten zu generieren, aus dem die Strahltaile und der Divergenzwinkel extrahiert werden können. In Appendix A befindet sich ein Beispiel, anhand dessen ihr eure Fit-Routine überprüfen könnt.

### 7.2. Modenanpassung

1. **Vorbereitung:** Berechnet die Strahltaile für den verwendeten Resonator in der konfokalen Konfiguration

mit Spiegeln mit Krümmungsradien  $r = 150$  mm und Reflektivitäten  $\sim 98\%$ .

2. Passt die Mode des HeNe Laser mit Hilfe einer Auswahl an Linsen ( $f = 75$  mm,  $100$  mm und  $200$  mm) auf die Resonatormode an (ohne Resonatorspiegel!). Verwendet die vorbereiteten Werte der Laserstrahltaile und der Resonatorlaile um zu bestimmen welche, und wie viele, Linsen dazu notwendig sind. Für diesen Schritt empfehlen wir die Online-Toolbox *light-machinery*.

Platziert die Linsen an die berechneten Positionen und überprüft das Ergebnis mit dem Waistmeter. Diese Messung dient nur zur Überprüfung und muss nicht aufgezeichnet werden. Beachtet: die Position des Fokus verschiebt sich mit den Linsenpositionen und muß daher jedes Mal neu gefunden werden!

### 7.3. Untersuchung der Resonatormoden

1. Baut die beiden Spiegel um den gemessenen Fokus herum auf um den experimentellen Aufbau zu vervollständigen (siehe Abb. 6). Der Strahl sollte die Spiegel mittig treffen. Schließt nun den Funktionsgenerator an den Hochspannungsverstärker und diesen an den Piezo an (Kontrolle durch Betreuer!) um die Länge des Resonators periodisch zu verändern und Resonanzen mit dem einfallenden Licht zu ermöglichen. Schließt den Resonator durch Überlappen der Reflexe der Spiegel. Beginnt damit, den Rückreflex des zweiten Spiegels mit dem einfallenden Strahl auf dem ersten Spiegel zu überlappen. Danach muß der Reflex des ersten Spiegels mit dem einfallenden Strahl auf dem zweiten Spiegel zum Überlapp gebracht werden. Zu diesem Zeitpunkt sollte bereits ein Modenmuster auf den Spiegeln bzw. auf einem Stück Papier nach dem Resonator zu beobachten sein. Das Muster sollte durch Spiegeljustage so klein wie möglich gemacht werden.

Fokussiert nun das Licht nach dem Resonator auf eine Photodiode und beobachtet deren Signal zusammen mit dem Dreieckssignal des Funktionsgenerators auf einem Oszilloskop. Maximiert die Transmission der TEM<sub>00</sub> Mode (Photodiodensignal) durch Justage des Resonators bzw. der beiden Spiegel vor dem Resonator (nur Feinjustage!). Wie groß ist das Signal der nächstgrößeren Mode?

2. Durch leichte Dejustage des eingekoppelten Strahls sollten Moden höherer Ordnung zu beobachten sein. Nehmt verschiedene Moden mit der CCD Kamera auf.
3. Stellt nun wieder die Photodiode nach dem Resonator auf. Speichert vollständige Modenbilder (mindestens ein voller freier Spektralbereich auf einer Flanke des Funktionsgenerators) für einen selbst ausgewählten oder vom Betreuer vorgegebenen weiteren Spiegelabstand. Dabei soll die Modenanpassung bewusst nicht verändert werden und es wird daher eine Modenfehlanspassung in Kauf genommen.

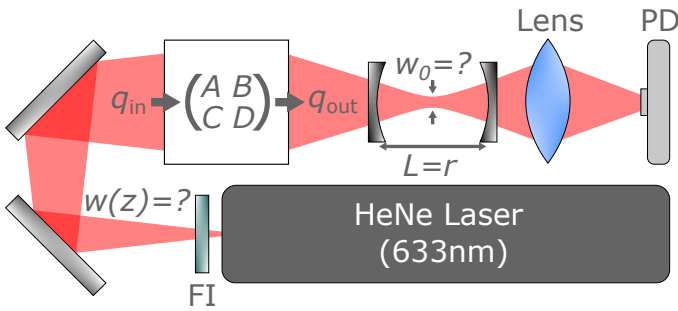


Abbildung 6: Schaubild des experimentellen Aufbaus, bestehend aus einem HeNe Laser mit der Wellenlänge  $\lambda \approx 633 \text{ nm}$  und einem konfokalen Resonator mit Spiegelabstand und Krümmungsradius  $L = r$ . Ein zunächst unbestimmtes optisches System, beschrieben durch eine  $ABCD$  Matrix, passt den Laserstrahl  $w(z)$  an die Resonatormode mit Strahltaile  $w_0$  an. Ein Faraday-Isolator (FI) verhindert ein Rückkoppeln von Reflektionen am Resonator in den Laser. Das transmittierte Signal des Resonators wird auf eine Photodiode (PD) fokussiert und mit einem Oszilloskop aufgezeichnet.

4. (Optional) Vergrößert weiter den Spiegelabstand in Schritten und optimiert für jeden Spiegelabstand die Transmission der  $\text{TEM}_{00}$  Mode (höchste Mode in Transmission). Beobachtet den zunehmenden Verlust an Stabilität beim Annähern an die Stabilitätsgrenze  $L = 2r$ .

## 8. Auswertung

### 8.1. Strahlprofilmessung

**Bzgl. 1.** Bestimmt die Strahlparameter ohne und mit Linse durch eine Anpassung von Gl. (2) an die experimentellen Daten.

**Bzgl. 2.** Vergleicht die experimentell ermittelte Strahltaile nach der Linse mit der theoretischen Vorhersage in Gl. (3) (optional auch mit den  $ABCD$  Matrizen). Ist Gl. (3) eine gute Näherung der experimentellen Ergebnisse? Warum (nicht)?

### 8.2. Modenanpassung

**Bzgl. 2.** Simuliert die Modenanpassung mit Hilfe der Online-Toolbox *lightmachinery* und vergleicht die experimentellen Linsenpositionen mit den simulierten.

### 8.3. Untersuchung der Resonatormoden

**Bzgl. 2.** Vergleicht die mit der CCD Kamera aufgenommenen Moden mit den theoretisch erwarteten in einer

direkten Gegenüberstellung in einem Schaubild. Versucht Projektionen entlang zwei Achsen aus den aufgenommenen Bildern zu extrahieren um die Intensitätsverteilung genauer zu bestimmen. Diese Profile können dann potentiell durch Hermite-Gauß Funktionen angepasst werden oder qualitativ ausgewertet werden.

**Bzgl. 3.** Passt die aufgenommenen Transmissionsspitzen durch Lorentzfunktionen an. Bestimmt den Frequenzabstand der  $\text{TEM}_{00}$  Mode (stärkste Mode) zur  $\text{TEM}_{01}$  bzw.  $\text{TEM}_{10}$  Mode (zweitstärkste Mode) mit Hilfe der aufgenommenen Modenspektren über eine Kalibrierung des bekannten freien Spektralbereichs  $\nu_0 = \frac{c}{2d}$  und vergleicht das Ergebnis mit Formel (6) in einem Schaubild.

## Literatur

- [1] Anthony E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [2] Bahaa E A Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of photonics; 2nd ed.* Wiley, New York, NY, 2007.

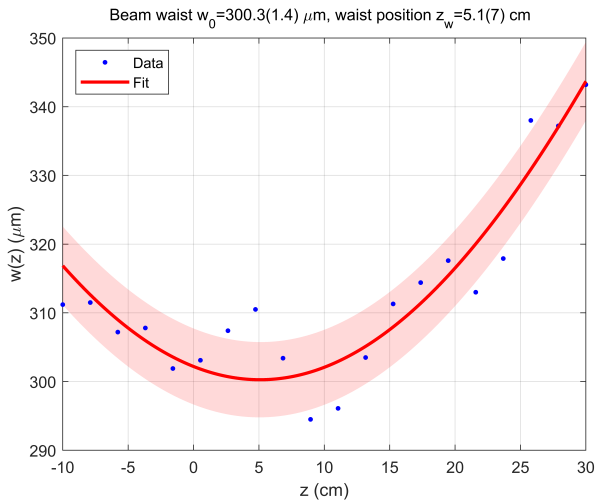


Abbildung 7: Fit Beispiel eines Gaußschen Strahlprofils, erzeugt mit den Daten aus Tab. 2. Die Anmerkung ober der Grafik gibt die Strahltaile und ihre Position entlang der optischen Achse, sowie die dazugehörigen Fehler, an. Das rot-schattierte Band stellt das, mit den Fit-Fehlern verbundene, Konfidenzintervall dar.

### A. Fit-Beispiel

In Abb. 7 ist ein Beispiel einer Anpassung experimenteller Daten dargestellt, welche ihr versuchen könnt zu replizieren um die Fit-Routine zu testen die für die Verwendung während der Versuchsdurchführung vorbereitet werden sollte. Dazu findet ihr in Tab. 2 die gleichen Strahlradius-Daten die in Abb. 7 verwendet wurden.

Tabelle 2: Beispiel Strahlradien.

$z$ (cm)	$w(z)$ ( $\mu\text{m}$ )
-10,00	311,2
-7,89	311,5
-5,78	307,2
-3,68	307,8
-1,57	301,9
0,53	303,1
2,63	307,4
4,74	310,5
6,84	303,4
8,95	294,5
11,05	296,1
13,16	303,5
15,26	311,3
17,37	314,4
19,47	317,6
21,58	313,0
23,68	317,9
25,79	338,0
27,89	337,2
30,00	343,2