

# Röntgenstrahlung

Alexander Helbok\*, Jakob Höck<sup>†</sup>, Max Koppelstätter<sup>‡</sup>

1. Mai 2024

## Abstract

Dieser Versuch beschäftigt sich mit den Eigenschaften von Röntgenstrahlen und Röntgenbeugung. Dabei wird die Anzahl an Röntgenquanten mithilfe eines Geiger-Müller-Zählers in verschiedenen Konfigurationen gemessen. Mithilfe eines Kristalls können die Röntgenquanten in ihre Wellenlänge aufgespaltet werden, um ein Spektrum zu erstellen. Damit kann in den verschiedenen Versuchsteilen die charakteristische Wellenlänge sowie das Plancksche Wirkungsquantum ermittelt werden. Zuletzt wird die Absorption von Röntgenstrahlung in verschiedenen Medien in Abhängigkeit der Dicke untersucht.

---

\*alexander.helbok@student.uibk.ac.at

<sup>†</sup>jakob.hoeck@student.uibk.ac.at

<sup>‡</sup>max.koppelstaetter@student.uibk.ac.at

# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
1.1	Bremsstrahlung und charakteristische Röntgenstrahlung . . . . .	1
1.2	Bragg-Reflexion . . . . .	2
1.3	Absorption in Medien . . . . .	3
1.4	Absorptionskante . . . . .	3
1.5	Funktionsweise Geiger-Müller-Zählrohr . . . . .	3
1.6	Poisson-Statistik . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1	Zählrohrcharakteristik . . . . .	5
2.2	Charakteristische Röntgenstrahlung . . . . .	6
2.3	Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums . . . . .	6
2.4	Absorptionsgesetz für Röntgenstrahlung . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Appendix</b>	<b>14</b>

## 0 Einleitung

Röntgenstrahlung findet Anwendungen in zahlreichen unterschiedlichen Bereichen. Nicht nur in der medizinischen Bildgebung, auch in Materialwissenschaften oder auch bei Sicherheitskontrollen an Flughäfen werden Röntgenstrahlung angewandt. In der Physik finden Effekte der Röntgenstrahlung konkreter Anwendung in der Spektroskopie in der Astrophysik. Diese zahlreichen Anwendungsmöglichkeiten motivieren, sich mit Röntgenstrahlen experimentell genauer auseinanderzusetzen. Im ersten Versuchsteil wird die Zählrohrcharakteristik eines Geiger-Müller-Zählers analysiert, indem die Spannung des Plateaubereichs ermittelt wird. Danach erfolgt eine Selektion der Wellenlängen mithilfe eines LiF-Kristalls, um ein Spektrum aufzunehmen und damit die charakteristische Wellenlänge zu ermitteln. Im dritten Versuchsteil wird das Plancksche Wirkungsquantum bestimmt, indem ein Röntgenspektrum für verschiedene Anodenspannungen aufgenommen wird. Im letzten Teil des Versuchs folgt eine Analyse der Absorption von Röntgenstrahlen in unterschiedlichen Medien. Dabei werden die Massenabsorptionskoeffizienten von Aluminium, Zink und Zinn bestimmt, sowie die Absorptionskoeffizienten von Kupfer und Nickel. Anhand dieser letzten Messung kann auch die Energie der K-Schalen der Atome berechnet werden. Nach einer Erklärung der für die Auswertung nötigen Theorie folgt eine Beschreibung des Versuchsaufbaus und der Durchführung. Daraufhin werden die Resultate präsentiert und interpretiert.

## 1 Theorie

Dieses Kapitel erklärt die notwendige Theorie zum Versuch. Dabei wird am Anfang mit den wichtigen Effekten der Röntgenstrahlung begonnen, danach folgen Reflexion und Absorption an bzw. in Medien, sowie eine Erklärung der Funktionsweise eines Geiger-Müller-Zählrohrs. Kurz wird auch die Poisson-Statistik erklärt, die für die Fehleranalyse relevant ist. [1]

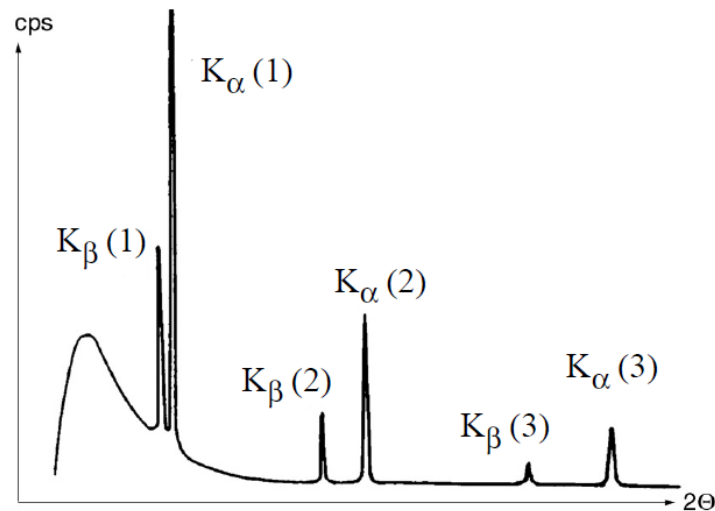
### 1.1 Bremsstrahlung und charakteristische Röntgenstrahlung

Bremsstrahlung nennt man den Effekt, wenn die kinetische Energie eines Elektrons in die Energie eines Photons umgewandelt wird. Dabei entsteht ein kontinuierliches Spektrum, das jedoch unterhalb einer minimalen Wellenlänge  $\lambda_{\min}$  verschwindet, da die Maximalenergie der Elektronen durch die angelegte Anodenspannung  $U_A$  festgelegt ist. Die maximale Energie des beschleunigten Elektrons beträgt  $E = e \cdot U_A$ , damit erhält man die minimale Wellenlänge

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_A}. \quad (1)$$

Im Gegensatz zum kontinuierlichen Spektrum der Bremsstrahlung, wird bei der charakteristischen Röntgenstrahlung ein Spektrum mit scharfen Peaks emittiert. Die Wellenlängen der Peaks hängen dabei vom Material der Anode ab. Die Energieemission entsteht dabei durch elektronische Übergänge in den Atomen der Anode. Ein hochenergetisches Elektron mit passender Wellenlänge kann dabei ein Elektron der inneren Schalen eines Anodenatoms lösen. Ein Elektron höherer Schale ersetzt das fehlende Elektron. Dabei wird, unter Vernachlässigung von Quanteneffekten wie der Feinstrukturaufspaltung, ein Photon der Energie der Differenz der beiden Schalen emittiert, also

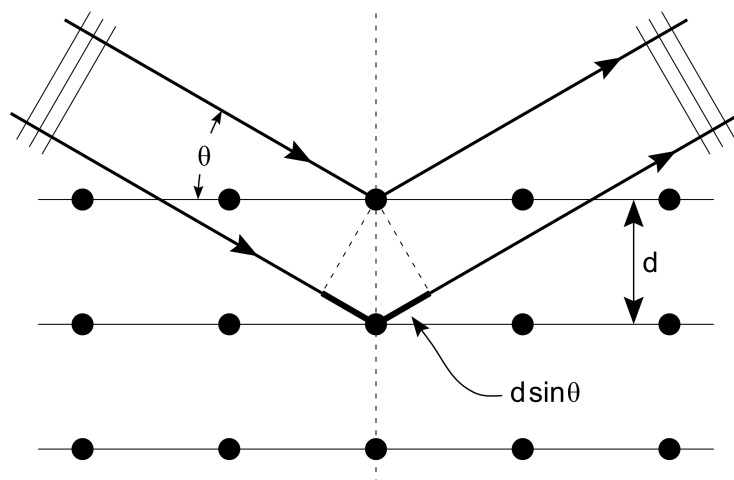
mit Energie  $\Delta E = h\nu$ . Die Schalen folgen der aufsteigenden Benennung K, L, M, N, ... In Abbildung 1 ist beispielhaft ein Röntgenspektrum für Reflexionen an einem NaCl-Kristall gezeigt. In der Nomenklatur der Peaks gibt dabei der Großbuchstabe die Zielschale des Elektrons an, der griechische Buchstabe die ursprüngliche, aus welcher das Elektron war, bevor es die Lücke füllte. Ein  $K_\alpha$ -Übergang bedeutet also, dass ein Elektron aus der K-Schale gelöst wurde, und von einem aus der L-Schale ersetzt wird.



**Abbildung 1:** Schematisches Röntgenspektrum für Reflexionen an einem NaCl-Kristall mit Beschriftung der Peaks der charakteristischen Röntgenstrahlung. Abbildung entnommen aus [1].

## 1.2 Bragg-Reflexion

Wenn Licht auf eine Kristallstruktur fällt, werden die Wellen teilweise an den verschiedenen Gitterebenen reflektiert. Um konstruktive Interferenz zu erhalten, muss der Gangunterschied zwischen den verschiedenen reflektierten Lichtwellen ein ganzzahliges Vielfaches ihrer Wellenlänge  $\lambda$  sein. Dies wird auch als Bragg-Bedingung bezeichnet und ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Graphische Darstellung der Bragg-Reflexion mit eingezeichnetem Einfallswinkel  $\theta$  und Reflexion an zwei Ebenen des Kristalls. Insbesondere hervorgehoben ist der Phasenunterschied zwischen den Brechungen an beiden Ebenen. Abbildung entnommen aus [2].

Formal besagt die Bragg-Bedingung, dass

$$n\lambda = 2d \sin(\theta), \quad (2)$$

wobei  $d$  der Gitterebenenabstand,  $n$  eine ganze Zahl und  $\theta$  der Winkel ist, unter dem das Licht auf den Kristall fällt.

### 1.3 Absorption in Medien

Beim Durchqueren von Materie nimmt die Intensität von Röntgenstrahlen mit der Dicke  $d$  exponentiell ab, und hängt vom Absorptionskoeffizienten  $\mu$  ab. Dieser Faktor ist eine Funktion der Wellenlänge der eintreffenden Welle und der Ordnungszahl der Absorberatome. Für die Intensität  $I$  in Abhängigkeit der Dicke des Materials ergibt sich also

$$I(d) = I_0 \exp(-\mu(\lambda, Z)d), \quad (3)$$

wobei  $I_0$  die Intensität bevor dem Eintreten ins Material angibt. Gründe für diese Absorptionen sind Photoeffekt, Compton-Streuung und Paarerzeugung. Paarerzeugung benötigt höhere Energien, als in diesem Versuch verwendet werden, daher sind hier nur Photoeffekt und Compton-Streuung relevant. Der gesamte Absorptionskoeffizient wird als Summe der einzelnen Bestandteile gebildet als

$$\mu = \tau_{\text{Photoeffekt}} + \sigma_{\text{Streuung}}. \quad (4)$$

Als Nächstes wird der Massenabsorptionskoeffizient als  $\mu/\rho$  definiert, wobei  $\rho$  die Dichte des Absorbermaterials beschreibt. Für diesen Koeffizienten ergibt sich die Proportionalität

$$\frac{\tau}{\rho} \sim \frac{\mu}{\rho} = k \cdot (\lambda^3 Z^3) \quad (5)$$

aus dem Grund, dass für die betrachteten Energien der Photoeffekt dominiert. Dabei ist zu beachten, dass der Faktor  $k$  nicht für alle Wellenlängen konstant ist. Er hat für Wellenlängen  $\lambda < \lambda_K$  einen anderen Wert als für  $\lambda > \lambda_K$ , wobei  $\lambda_K$  das Energieniveau der K-Schale ist.

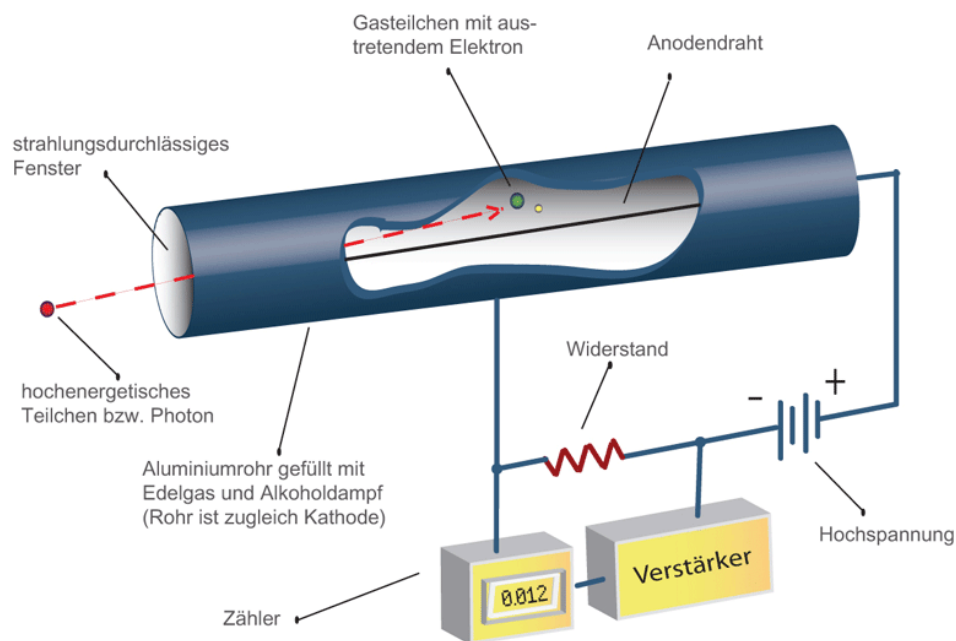
### 1.4 Absorptionskante

Absorptionskanten sind sprunghafte Anstiege der Absorption beim Anstieg der Frequenz (direkt proportional zur Energie). Sie rühren aus der Tatsache her, dass Atome Röntgenphotonen erst dann absorbieren können, wenn deren Wellenlänge kleiner ist als die, welche benötigt wird, um ein Elektron in eine höhere Schale zu heben. Nach dem Passieren dieser Frequenz ändert sich auch der Absorptionskoeffizient  $\mu$ , da nun die Möglichkeit besteht, andere Elektronen anzuregen (vgl. [3]).

### 1.5 Funktionsweise Geiger-Müller-Zählrohr

Zur Messung der Anzahl an eintreffenden Röntgenquanten wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Dieser besteht aus einem Zählendraht, der sich in einem Zählrohrmantel befindet. Diese beiden sind mit einer Spannung verbunden, weshalb im Rohr ein elektrisches Feld erzeugt wird.

Eintreffende ionisierende Strahlung erzeugt im Füllgas des Rohrs Elektron-Ion-Paare. Während die Ionen sich langsam Richtung Mantel bewegen, werden die Elektronen stark zum Draht beschleunigt. Dabei erzeugen die Elektronen auch neue Elektron-Ion-Paare, die zu einer Kaskade führen, die am Draht eintrifft. Treffen sie am Draht auf, entsteht ein Spannungspuls, der vom Zähler registriert wird. Ist die eingestellte Spannung zu gering, können viele eintreffende Elektronen nicht detektiert werden, weil sie keine Lawine auslösen können. Auf einer gewissen Spanne an Spannungen, genannt Plateau, können im Rahmen der Unsicherheit alle Elektronen registriert werden. Bei zu hohen Spannungen können Gasatome auch ohne ionisierendem Elektron ionisieren und eine Kaskade auslösen [4]. In Abbildung 3 ist der schematische Aufbau eines Geiger-Müller-Zählers gezeigt.



© Mineralium.com

**Abbildung 3:** Schematischer Aufbau eines Geigerzählers. Dargestellt sind Anodendraht und das Kathodenrohr. Zudem sind die Anschlüsse von Spannung und Widerstand sowie der Zähler, der die Spannungspulse aufzeichnet, dargestellt. Abbildung entnommen aus [5].

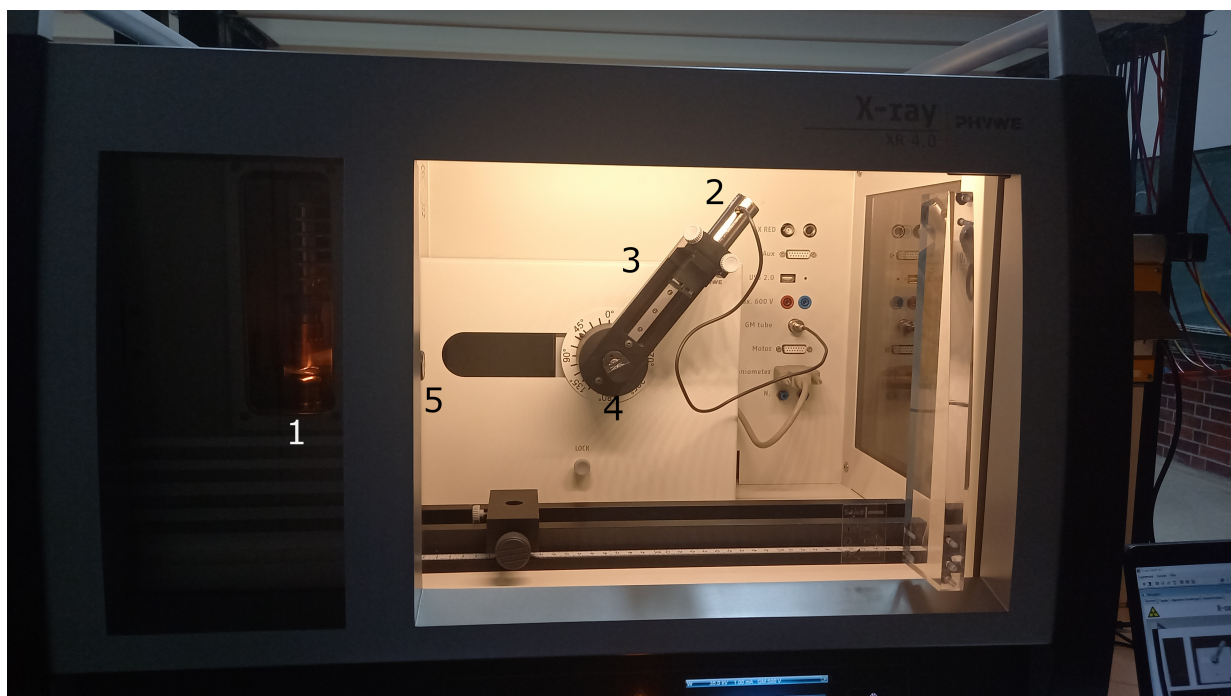
## 1.6 Poisson-Statistik

Die Poisson-Verteilung ist eine diskrete Verteilung, die für Experimente mit abzählbarem Ergebnis verwendet wird. Dabei kann die Verteilung durch einen Erwartungswert charakterisiert werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit gewisse Ereigniszahlen auftreten. Ein besonderes Charakteristikum der Poisson-Verteilung ist die Unsicherheit der Werte. Diese beträgt genau die Wurzel der gemessenen Anzahl, der Fehler einer Größe  $N$ ,  $\delta N$ , beträgt also

$$\delta N = \sqrt{N}.$$

## 2 Durchführung

Im Anschluss an die Installation des Zählrohrs wurde der Messaufbau mit dem Computer verbunden und das zugehörige Bedienungsprogramm gestartet. Der Aufbau ist in Abbildung 4 dargestellt. Zu erkennen ist auf der linken Seite der Draht, der durch Erhitzen durch Anlegen einer Anodenspannung und eines Stromflusses dazu gebracht wird, Elektronen zu emittieren. Durch die Blende kommen die Röntgenquanten in den rechten Raum des Geräts. Hier ist der schwenkbare Arm mit Winkelskala erkenntlich. Der Winkel wird relativ zur Horizontalen gemessen. Am Ende des Arms wird ein Geiger-Müller-Zählrohr befestigt, das mithilfe eines Kabels mit dem GM-Anschluss verbunden wird. Außerhalb des Geräts wird dieser Kabelanschluss mit dem Computer zur Datennahme verbunden. Am Gelenk des Schwenkarms befindet sich ein Steckplatz, auf dem ein Kristall zur Aufspaltung der Röntgenquanten in ihre Wellenlängen angebracht werden kann.



**Abbildung 4:** Versuchsaufbau: 1) Anode für Elektronenemission 2) Geiger-Müller-Zählrohr 3) Schwenkbarer Arm mit Winkeleinstellung 4) Kristall 5) Blende.

### 2.1 Zählrohrcharakteristik

Zur Charakterisierung des Zählrohrs wurde zunächst eine manuelle Sondierung durchgeführt, um die ungefähren Positionen der einzelnen Bereiche zu bestimmen. Dazu wurde der Winkel des Zählrohrs auf  $5,5^\circ$  eingestellt, um eine Sättigung bei maximaler Zählrohrspannung von 500 V zu vermeiden. Als Beschleunigungsspannung im Strahlungsemitter wurde 35 kV bei einem Emissionsstrom von 1 mA gewählt. Die Zählrohrspannung wurde dabei auf 500 V gesetzt. Nach der Aussonderung wurde eine Schrittweite von 10 zwischen 300 V und 310 V, von 1 V zwischen 310 V und 320 V, von 5 V zwischen 320 V und 350 V und von 25 V zwischen 350 V und 500 V gewählt. Der Grund hierfür ist, dass wir im am höchsten aufgelösten Bereich das charakteristische Ereignis untersuchen können und außerhalb dieses Bereichs ein konstanter Wert erwartet wird. Zu jedem Schritt der Zählrohrspannung werden drei angezeigte Ereigniszahlen notiert. Da die Anzahl an

Ereignissen auch bei konstanten Einstellungen zeitlich fluktuiert, werden für statistische Zwecke drei Werte pro Einstellung gemittelt.

## 2.2 Charakteristische Röntgenstrahlung

Zunächst wurde der Kristall an der gewünschten Stelle eingebaut. Hierbei wurde ein LiF-Kristall (Lithiumfluorid) mit einer Gitterkonstante  $d = 201$  pm gewählt. Dieser Kristall wurde gewählt, da er die kleinste zur Verfügung stehende Gitterkonstante aufwies, was eine feinere Auflösung der Wellenlängen ermöglichte. Die Winkelpositionierungsmöglichkeit des Versuchsaufbaus war auf den Wert  $0,1^\circ$  beschränkt. Um eine automatisierte Messung vorzunehmen, wurde das Winkelverhältnis der Schwankung des Zählrohrs zur Schwankung des Kristalls auf 2 gesetzt. Das bedeutet, dass der eingestellte Winkel des Zählrohrs immer doppelt so groß ist wie der des Kristalls. Der Emissionsstrom wurde mit  $I_{\text{Em}} = 1$  mA bei einer Beschleunigungsspannung von  $U_{\text{Besch}} = 35$  kV bestimmt. Das Spektrum wurde zwischen  $5,5^\circ$  und  $35,5^\circ$  in Schritten von  $0,1^\circ$  aufgetragen. Die Messung erfolgte an jedem Punkt für zwei Sekunden. Da auch Ereignisse berücksichtigt werden müssen, die nicht zuerst am Kristall gebeugt werden, wurde der gleiche Bereich unter den bekannten Parametern ebenfalls ohne den Kristall gemessen.

## 2.3 Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

Im Rahmen der Untersuchung war die kleinste emittierte Wellenlänge  $\lambda_{\text{min}}$  zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde zunächst der Anfangswinkel abgeschätzt, indem der Winkel manuell angepasst wurde, bis ein klarer Anstieg der Zählereignisse erkennbar war. Da bei steigender Spannung eine Verschiebung hin zu einer größeren Wellenlänge erwartet wird, wurde für jede Spannung extra sondiert. Die Messung wurde abgebrochen, sobald auf dem Bildschirm ein klarer Anstieg der Zählereignisse ersichtlich war. Es wurde darauf geachtet, dass eine hinreichende Anzahl an Messpunkten im Plateau vor dem Anstieg vorliegt, um eine Charakterisierung zu ermöglichen. Die Messung wurde für Beschleunigungsspannungen zwischen 15 V und 30 V in 2.5 V Schritten durchgeführt. Der Emissionsstrom lag dabei bei 1 mA.

## 2.4 Absorptionsgesetz für Röntgenstrahlung

In diesem Teilversuch wird die Absorption von Röntgenstrahlen in Materie untersucht. Dafür wird die Zählrate bei Aluminium- und Zinkplatten unterschiedlicher Dicke gemessen. Diese Messungen werden für jeweils zwei Primär-Wellenlängen durchgeführt. Verwendet werden Aluminium-Folien mit den Dicken 0.02 mm, 0.04 mm, 0.06 mm, 0.08 mm und 0.1 mm. Bei den Zinkfolien betragen die Dicken 0.025 mm, 0.05 mm, 0.75 mm und 0.1 mm. Die unterschiedlichen Wellenlängen werden durch Verändern des Winkels des GMZ realisiert, hierbei wurden die Winkel  $10,5^\circ$  und  $15^\circ$  verwendet.

Im zweiten Teil sollen die Massenabsorptionskoeffizienten für Aluminium-, Zink- und Zinnfolien konstanter Dicke in Abhängigkeit der Wellenlänge der Primärstrahlung bestimmt werden. Dabei wird eine der genannten Platten im schwenkbaren Arm platziert, und dann ein ganzes Spektrum aufgenommen. Dabei wird für Aluminium (Foliendicke 0.06 mm) der Winkel von  $10^\circ$  bis  $35^\circ$  in Schritten von  $0,5^\circ$  gemessen. Für Zinn (Foliendicke 0.025 mm) von  $10^\circ$  bis  $26,3^\circ$  in Schritten  $0,1^\circ$  und für Zink (Foliendicke 0.05 mm) von  $15^\circ$  bis  $22,8^\circ$  in Schritten  $0,1^\circ$ . Dabei wurden der

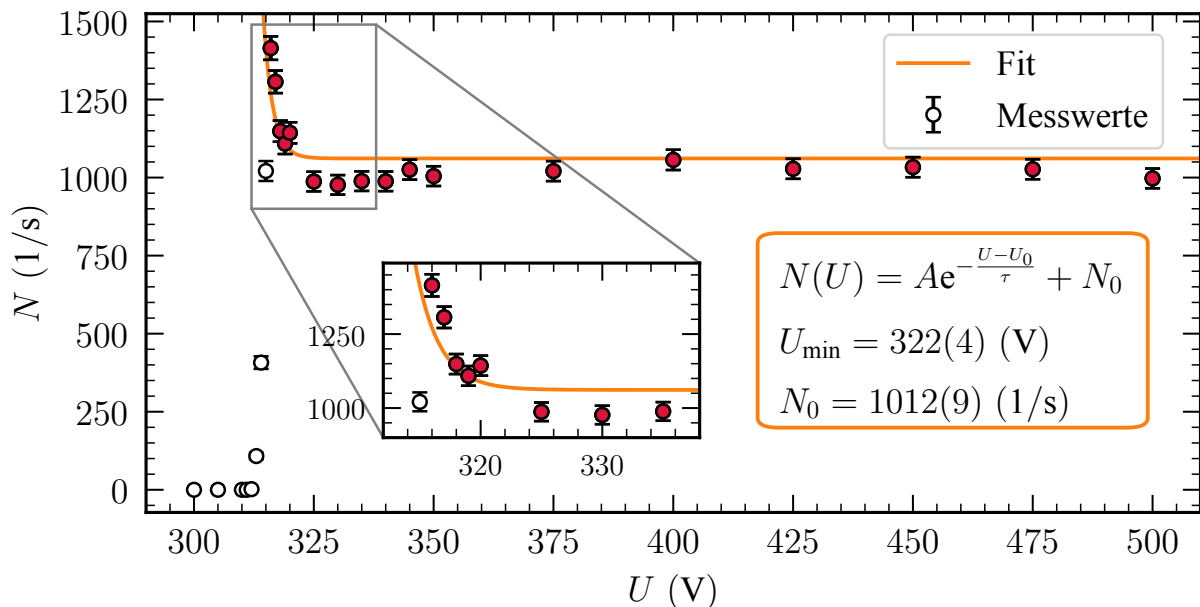


Anfangswinkel so gewählt, dass der zu betrachtende Bereich aufgenommen wurde, danach wurde die Messung abgebrochen. Aufgrunddessen wirken die Winkel des Abbruchs unerwartet bzw. unregelmäßig. Die Reduktion der Auflösung begründen wir mit der qualitativen Untersuchung des Verhaltens. Selbes Verfahren wird danach auch für Kupferfolie, für Winkel von  $5,5^\circ$  bis  $30,3^\circ$ , in Schritten von  $0,1^\circ$ , und Nickelfolien, für Winkel von  $10^\circ$  bis  $26,3^\circ$  in Schritten von  $0,1^\circ$  angewandt, um deren Absorptionskoeffizienten zu ermitteln. Diese beiden Folien waren 0.025 mm dick.

### 3 Ergebnisse

Im gesamten Versuch wurde die Strahlungsintensität in Abhängigkeit von diversen Parametern untersucht. Die Intensität lässt sich dabei über ein Geiger-Müller Zählrohr (GMZ) ermitteln, welches Ionisierungsereignisse  $N$  misst. Diese folgen der Poisson Statistik, weshalb der Fehler auf  $\delta N = \sqrt{N}$  gesetzt wurde. Diverse Parameter des GMZ und der Röntgenquelle können über eine Software eingestellt werden und werden als Fehlerfrei angenommen.

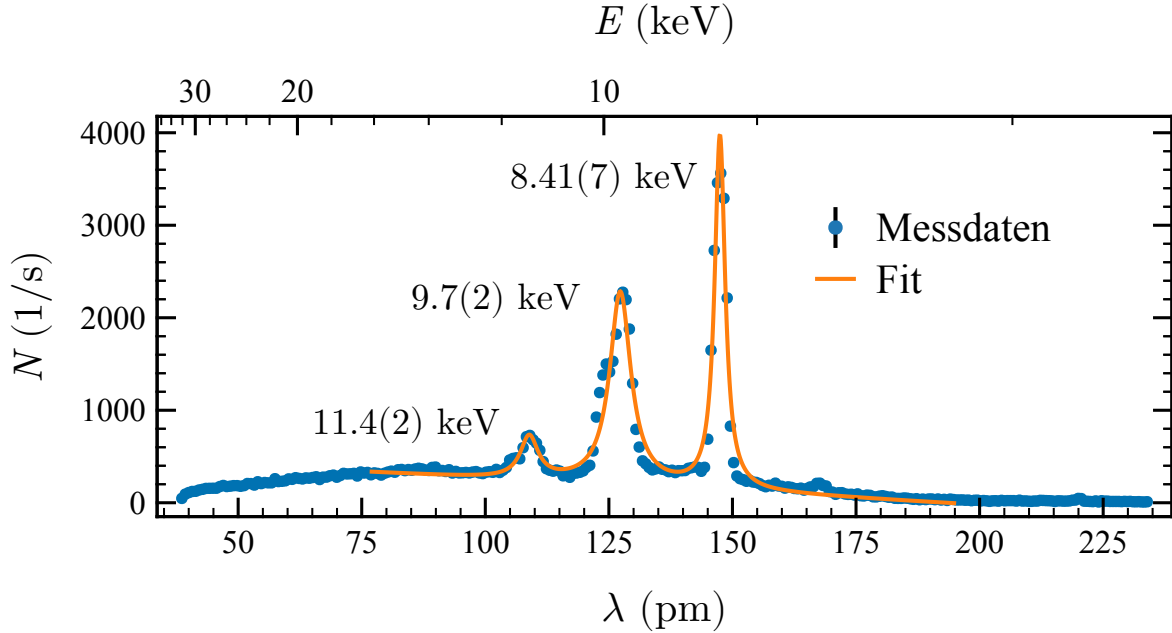
Bevor wir mit dem GMZ das Absorptionsverhalten diverser Materialien untersuchen, wollen wir dieses noch charakterisieren. Dafür wurde das Zählrohr auf  $5,5^\circ$  geneigt, um eine Sättigung durch direktes Einstrahlen zu verhindern, und die Spannung von 300 V bis 500 V erhöht. Dabei wurden die Schritte so gewählt, dass Bereiche mit einer großen Änderung von  $N$  besser aufgelöst sind. Für jede Spannung wurden drei Werte händisch notiert, über die wir dann mitteln. Der Poisson Fehler wird dann nach der Mittlung angewendet. In Abbildung 5 sind die gemessenen Zählraten  $N$  auf die Zählrohrspannung  $U$  aufgetragen. Zusätzlich wurde eine Exponentialfunktion an die rot markierten Datenpunkte gefittet, da diese optisch passt und sich Werte, wie Betriebsspannung, leicht ermitteln lassen.



**Abbildung 5:** Die gemessene Zählrate  $N$  ist auf die Wellenlänge  $\lambda$  aufgetragen. Die Daten sind mit poissonischem  $1\sigma$  Unsicherheit angegeben. An rot markierte Datenpunkte wurde eine Exponentialfunktion angepasst, um die Betriebsspannung zu bestimmen. Die ermittelten Werte sind in der Ecke rechts unten zu sehen.

In Abbildung 5 lässt sich die Zählrohrcharakteristik des GMZ gut erkennen. Zählereignisse finden zunächst aufgrund zu geringer Spannung nicht statt, nehmen dann schnell zu und pendeln sich dann zu einem konstanten Wert ein. Die untere Grenze des Plateaubereichs wurde da gesetzt, wo die angepasste Exponentialfunktion nur mehr 1% über dem konstanten Offset  $N_0$  liegt ( $U_{\min} = U_0 + \tau \log(A/0.01N_0) = 322(4)$  V). Der Überschuss der Zählereignisse vor dem Plateau wird wahrscheinlich durch Mehrfachzählung eines Ionisierungsereignisses verursacht.

Jetzt wo der Arbeitsbereich des GMZ bekannt ist, wird dieser für die restlichen Messungen auf 500 V gesetzt. Das kontinuierliche Röntgenspektrum lässt sich durch Einführen eines LiF Kristalls mit Gitterebenenabstand  $d = 201$  pm ausmessen. Dabei wird der Winkel zwischen Kristallebene (an welcher Reflexion stattfindet) und GMZ von  $5,5^\circ$  bis  $35^\circ$  in  $0,1^\circ$  Schritten verändert. Dabei wird das kontinuierliche Spektrum für festen Winkel dank der Bragg Reflexion nach einzelnen Wellenlängen gefiltert (siehe Abbildung 2). In Abbildung 6 ist das gemessene Spektrum auf die Wellenlänge, sowie Energie aufgetragen.



**Abbildung 6:** Die gemessene Zählrate  $N$  ist auf die Wellenlänge  $\lambda$  aufgetragen. Die Energie der Photonen lässt sich aus der Wellenlänge bestimmen und ist als zweite x-Achse an der oberen Kante zu sehen. Die Daten sind mit poissonischem  $1\sigma$  Unsicherheit angegeben, wobei diese zu klein ist um ausgemacht werden zu können. An die Daten wurde in orange eine Kombination aus drei Lorentz und einer linearen Funktion angepasst. Aus dem Fit lässt sich die Position der Peaks bestimmen, was links neben dem jeweiligen Peak vorgemerkt ist.

Man kann in Abbildung 6 einen kontinuierlichen Hintergrund mit drei prominenten Peaks erkennen. Letztere stammen von K Übergängen in der Anode. Um die Energie der atomaren Übergänge zu bestimmen, wurde eine Multilorentz Funktion an die Daten angepasst und ist in orange zu sehen. Diese besteht aus der Summe von drei unabhängigen Lorentz Funktionen, auf welche ein konstanter Hintergrund addiert wurde. Aus dem Fit lassen sich Übergangsenergien zu

$$E_1 = 8.41(7) \text{ keV} \quad E_2 = 9.7(2) \text{ keV} \quad E_3 = 11.4(2) \text{ keV}$$

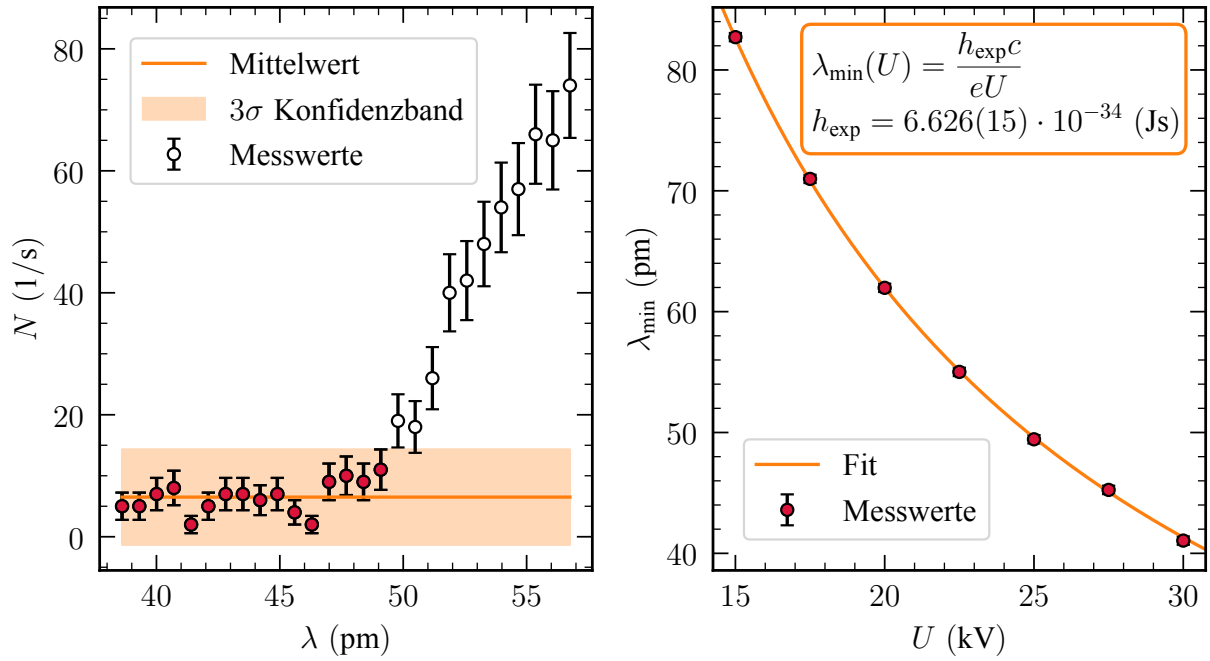
bestimmen, wobei als Fehler die Halbwertsbreite der Lorentz-Funktionen gewählt wurde. Die

Literaturwerte für die Energie der Peaks betragen [6]

$$E_{L_{\alpha 1}} = 8.39 \text{ keV} \quad E_{L_{\beta 1}} = 9.67 \text{ keV} \quad E_{L_{\gamma 1}} = 11.28(2) \text{ keV} \quad E_{L_{\gamma 2}} = 11.6 \text{ keV}$$

Dabei ist  $E_1$  dem Literaturwert  $E_{L_{\alpha 1}}$ ,  $E_2$  dem Literaturwert  $E_{L_{\beta 1}}$  und  $E_3$  den Literaturwerten  $E_{L_{\gamma 1}}$  und  $E_{L_{\gamma 2}}$  zuzuordnen. Für die letzten beiden ist die Auflösung der Messung leider nicht groß genug, um einen sinnvollen Fit zu erstellen, gleiches gilt für den  $L_L$  Übergang. Zu erkennen sind diese jedoch klar in Abbildung 6.

Die Maximalenergie (und somit minimale Wellenlänge) der Röntgenphotonen hängt nur von der Beschleunigungsspannung  $U$  und der Elementarladung  $e$  ab. Misst man nun  $\lambda_{\min}$  für mehrere Werte von  $U$ , kann man über einen passenden Fit den Wert einer Naturkonstante aus Gleichung 1.1 ermitteln. Dafür wurde die Spannung von 15 kV bis 30 kV in 2.5 kV Schritten erhöht. Für jede Spannung wurde  $\lambda_{\min}$  folgendermaßen berechnet: das Spektrum wurde in Schritten von  $0,1^\circ$  aufgenommen, wobei das Messintervall vorab manuell abgeschätzt wurde. Aus den ersten 10 Datenpunkten wurde der Mittelwert und die Standardabweichung der vorhandenen Hintergrundstrahlung abgeschätzt. Das Röntgensignal wurde als registriert angesehen, sobald der erste Datenpunkt mehr als  $3\sigma$  vom Mittelwert abweicht, da die Wahrscheinlichkeit, dass dies durch Zufall eintritt klein genug ist (0.3%).  $\lambda_{\min}$  liegt dann in der Mitte zwischen dem ersten Datenpunkt des Röntgensignals und dem davor, mit der halben Breite des Intervalls als Unsicherheit. Dieser Prozess ist in Abbildung 7 links dargestellt, während rechts die ermittelten  $\lambda_{\min}$  auf die Beschleunigungsspannung  $U$  aufgetragen ist. Zudem ist in orange eine Funktion gefittet.



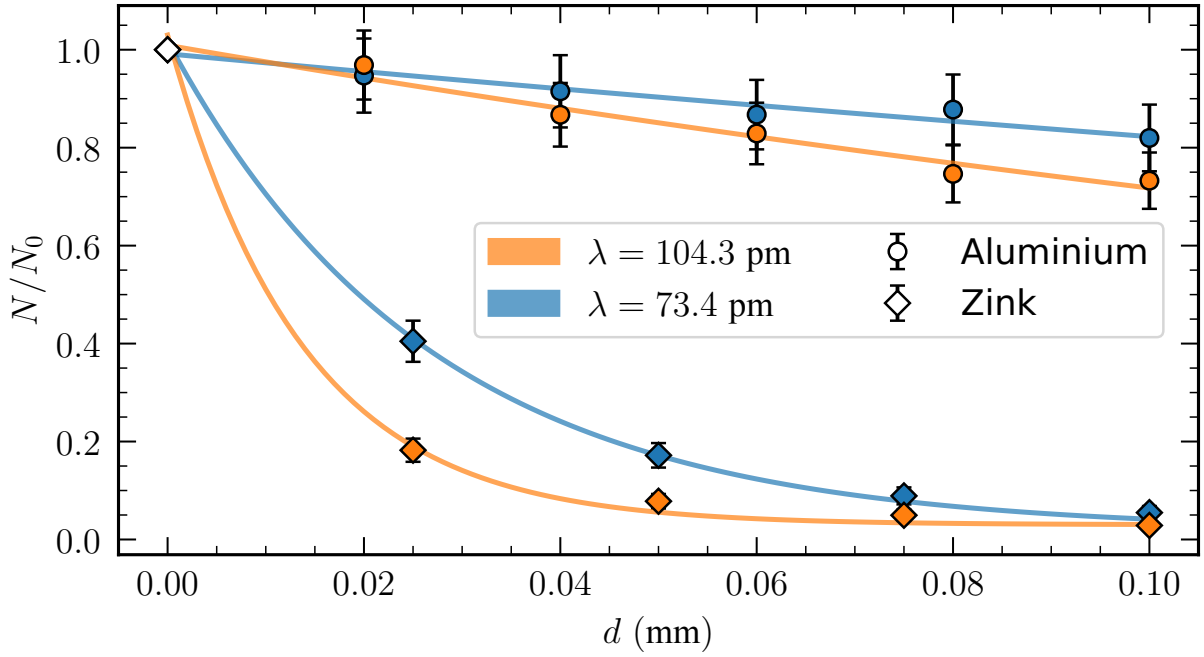
**Abbildung 7:** Links ist exemplarisch die Bestimmung von  $\lambda_{\min}$  dargestellt. Dabei wurde der Mittelwert der Daten im konstanten Bereich (Datenpunkte sind rot markiert) berechnet und mit einem  $3\sigma$  Fehlerband bestückt.  $\lambda_{\min}$  liegt dann in der Mitte zwischen dem ersten Wert, welcher mehr als  $3\sigma$  vom Mittelwert abweicht, und dem davor. Rechts ist  $\lambda_{\min}$  auf die gesetzte Beschleunigungsspannung  $U$  aufgetragen. In orange wurde eine Funktion an alle Datenpunkte angepasst, aus welcher sich die Planck Konstante ermitteln lässt. Die  $1\sigma$  Fehler sind nicht sichtbar, da sie zu klein sind.

Im rechten Plot in Abbildung 7 sieht man, dass die ermittelten  $\lambda_{\min}$  gut zur Theorie passen. Die Fehler von  $\lambda_{\min}$  wurden sogar etwas zu groß abgeschätzt, was sich im reduzierten Chi-Quadrat  $\chi_{\nu} \approx 0.2$  widerspiegelt (sollte bei 1 liegen). Vergleicht man den gefitteten Wert der Planck Konstante mit dem Codata Referenzwert [7]

$$h_{\text{exp}} = 6.626(15) \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{und} \quad h_{\text{lit}} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js},$$

dann treffen wir dieses im Rahmen unserer Unsicherheit.

Weiters können wir noch den Einfluss von diversen Materialien auf die Intensität der Röntgenstrahlung untersuchen. Dafür wurde Zink und Aluminium in unterschiedlichen Dicken vor den GMZ eingeführt und die Zählrate gemessen. In Abbildung 8 sind die Daten dargestellt, wobei der Datenpunkt bei  $d = 0$  mm verwendet wurde, um die restlichen Messwerte zu normalisieren und untereinander vergleichbarer zu machen. Der erste Datenpunkt hat dann per Definition keine Unsicherheit mehr; diese fließt in die Unsicherheit der restlichen Werte ein. Die Messungen wurden bei  $\lambda = 73.4$  pm (blau in Abbildung 8) und  $\lambda = 104.3$  pm (orange) durchgeführt. Zusätzlich wurden Exponentialfunktionen der Form  $N(d)/N_0 = \exp(-\mu d) + c$  angepasst, mit dem Absorptionskoeffizienten  $\mu$  und der Hintergrundstrahlung  $c$  als freie Parameter.



**Abbildung 8:** Die Zählrate mit Absorber wurde mit der Rate ohne Absorber normalisiert  $N/N_0$  und auf die Dicke  $d$  des Absorbers aufgetragen. Der Datenpunkt bei  $d = 0$  mm ist somit der Referenzwert für alle Messungen und wird ohne Fehler angegeben. Zwischen den zwei untersuchten Materialien kann man anhand der marker der Datenpunkte unterscheiden, während Messungen verschiedener Wellenlängen farblich auseinanderzuhalten sind. Zudem wurden Exponentialfunktionen der Form  $N/N_0(d) = \exp(-\mu d) + c$  angepasst und als durchgezogene Linie in der Graphik dargestellt.

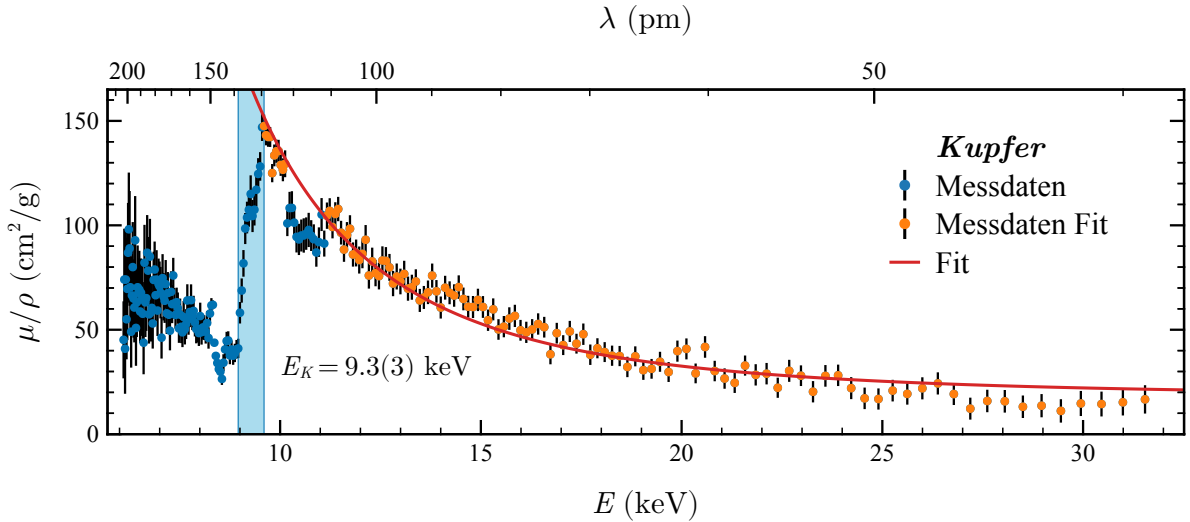
In Abbildung 8 kann man gut erkennen, dass Zink der bessere Absorber ist und, dass die Absorption offensichtlich von der Wellenlänge (bzw. Energie) der Photonen abhängt. Teilt man den Absorptionskoeffizienten durch die Dichte des Materials, erhält man den Massenabsorptionskoeffizienten  $\mu/\rho$ , welcher in NIST Datenbanken [8] für diverse Energien zu finden ist. Um die Literaturwerte auf unsere Energien anzupassen, wurde linear interpoliert.

**Tabelle 1:** Die ermittelten Massenabsorptionskoeffizienten  $\mu/\rho$  für Aluminium und Zink bei zwei unterschiedlichen Energien werden Literaturwerten aus [8] gegenübergestellt.

$E$ in keV	Aluminium		Zink	
	exp	lit	exp	lit
16.89	1,8(8)	6,25	53(6)	64,5
11.89	13(3)	19,3	103(10)	175,6

In Tabelle 1 werden die experimentell bestimmten Massenabsorptionskoeffizienten mit theoretischen verglichen und man erkennt, dass keine der Werte miteinander konsistent sind. Wir liegen etliche Standardabweichungen von den Literaturwerten entfernt und können nur die steigende Tendenz bei höherer Energie korrekt wiedergeben. Das könnte an Verunreinigungen der Proben liegen.

Zuletzt wird noch das Verhalten des Massenabsorptionskoeffizienten bei konstanter Dicke und unterschiedlichen Energien untersucht. Dafür wurde die Zählrate bei diversen Winkeln aufgenommen, woraus sich aus dem früheren Spektrum ohne Absorber und Gleichung (3) der Absorptionskoeffizient für jeden Datenpunkt berechnen lässt. Gemäß Gleichung (5) sollte  $\mu/\rho \propto \lambda^3 \propto 1/E^3$ , falls der Photoeffekt der dominierende Streumechanismus ist. Haben die Photonen die Ionisierungsenergie eines Elektrons, dann ändert sich  $\mu$  sprunghaft, was als Absorptionskante bekannt ist. Im Falle von Kupfer und Nickel liegt eine Absorptionskante innerhalb des beobachteten Energieintervalls vor. Um die Ionisierungsenergie zu ermitteln wurde der sprunghafte Bereich isoliert (über die Änderung zwischen benachbarten Datenpunkten).  $E_K$  wurde dann auf die Mitte des Intervalls gesetzt, mit halber Breite als Unsicherheit. Ab der Absorptionskante lässt sich das charakteristische  $1/E^3$  Verhalten beobachten, was durch einen Fit der Form  $\mu(E)/\rho = k(Zhc/E)^3 + a$ , mit Lichtgeschwindigkeit  $c$ , Kernladungszahl  $Z$ , konstantem Offset  $a$ , Proportionalitätskonstante  $k$ . In Abbildung 9 ist die Auswertung exemplarisch für Kupfer dargestellt.



**Abbildung 9:** Der Massenabsorptionskoeffizient  $\mu/\rho$  ist für Kupfer auf die Energie (unten) sowie Wellenlänge (oben) aufgetragen. Ab einer bestimmten Energie  $E_K$  ändert sich das Verhalten sprunghaft. Danach lässt sich eine  $1/E^3$  Abhängigkeit beobachten, was durch eine Fitfunktion in Rot angedeutet wird. Substrukturen wurden aus dem Fit ausgenommen.

Eine Messung mit Nickelabsorber wurde ident durchgeführt (Daten im Anhang) und wir kommen auf

$$E_{\text{Cu, exp}} = 9.3(3) \text{ keV}$$

$$E_{\text{Cu, lit}} = 8.98 \text{ keV}$$

$$E_{\text{Ni, exp}} = 8.38(13) \text{ keV}$$

$$E_{\text{Ni, lit}} = 8.33 \text{ keV}.$$

Die Literaturwerte wurden aus [8] entnommen. Aluminium, Zinn und Zink als Absorbermaterialien wurden auch getestet, die Messintervalle sind hier aus Zeitgründen nicht mehr konsistent durchgeführt worden und unterscheiden sich sowohl in Länge als auch in Auflösung. Für Zinnober lässt sich das  $1/E^3$  Verhalten gut durch einen Fit bestätigen, selbiges gilt für Aluminium, wobei die Auflösung hier schlechter ist und Substrukturen nicht mehr zu sehen sind. Bei Zink hingegen

ist das Messintervall zu kurz, sodass kein sinnvoller Fit durchgeführt werden konnte.

## 4 Schlussfolgerung

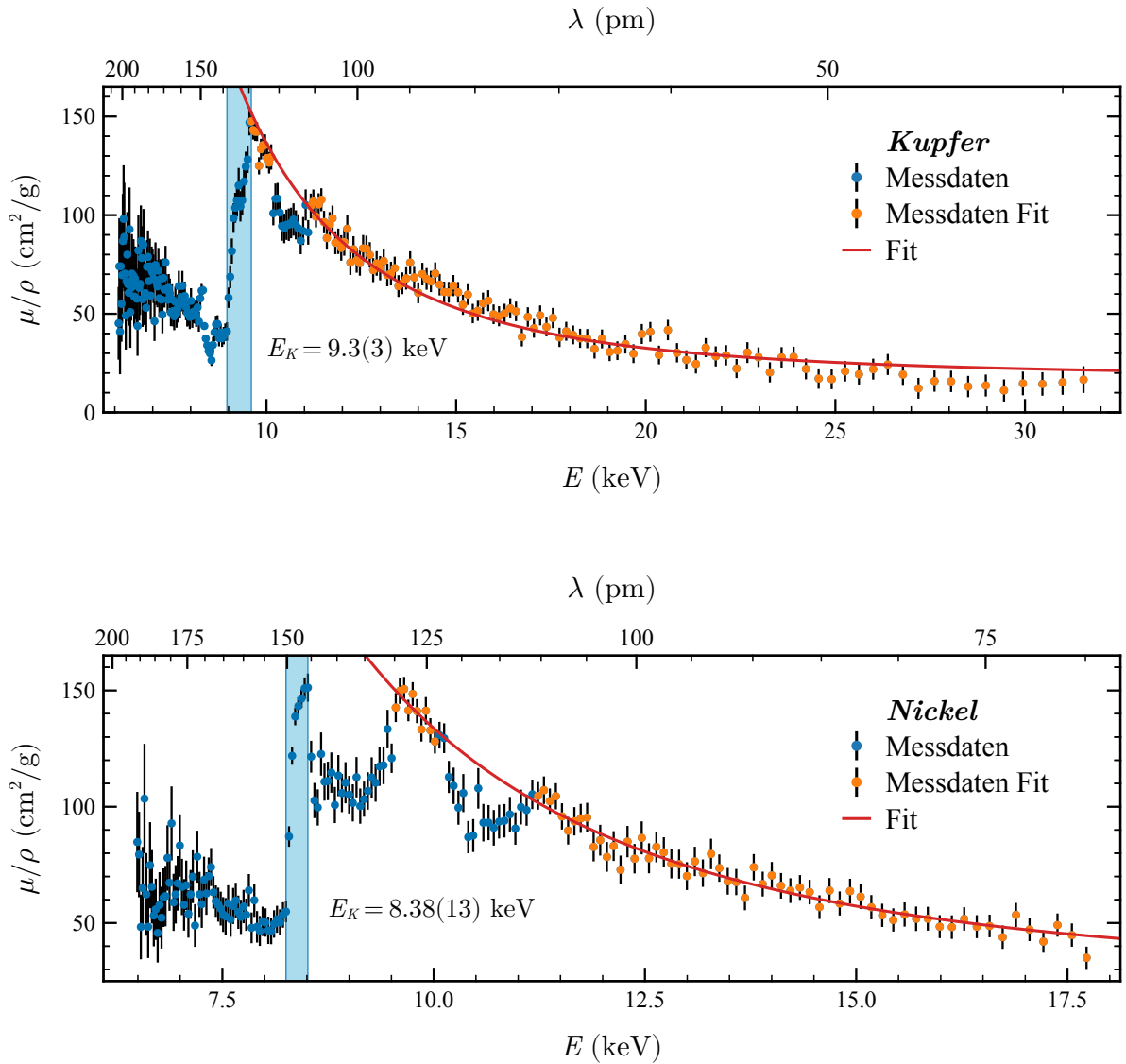
Die Bestimmung der Zählrohrcharakteristik ergab eine Spannung von  $U_{\min}=322(4)$  V. Darüber bleibt die Zählrate bis 500 V annähernd konstant, was dem erwarteten Verhalten entspricht. Das Spektrum der Wolframanode ergibt drei klar erkennbare Peaks, diese befinden sich im Rahmen der Unsicherheit an der gleichen Stelle wie die Literaturwerte. Bei zwei kleinen Peaks kann zwar wegen der zu geringen Auflösung die Position nicht mithilfe eines Fits bestimmt werden, es sind jedoch alle Peaks wie in der Literatur vorhanden.

Die Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums bestätigt die Messung, da der Literaturwert innerhalb der Unsicherheit unseres Messergebnisses liegt. Ein noch präziseres Ergebnis könnte durch eine höhere Anzahl an Datenpunkten realisiert werden, da hier mit nur sieben Datenpunkten etwas wenig vorliegen. Vor allem könnte die Unsicherheit des Ergebnisses so minimiert werden.

Bei den Messungen mit unterschiedlich dicken Absorberfolien zeigen sich in den bestimmten Massenabsorptionskoeffizienten gravierende Abweichungen von den Literaturwerten. In möglicher Grund wären Verunreinigen und kleine Beschädigungen der sehr sensitiven Folien.

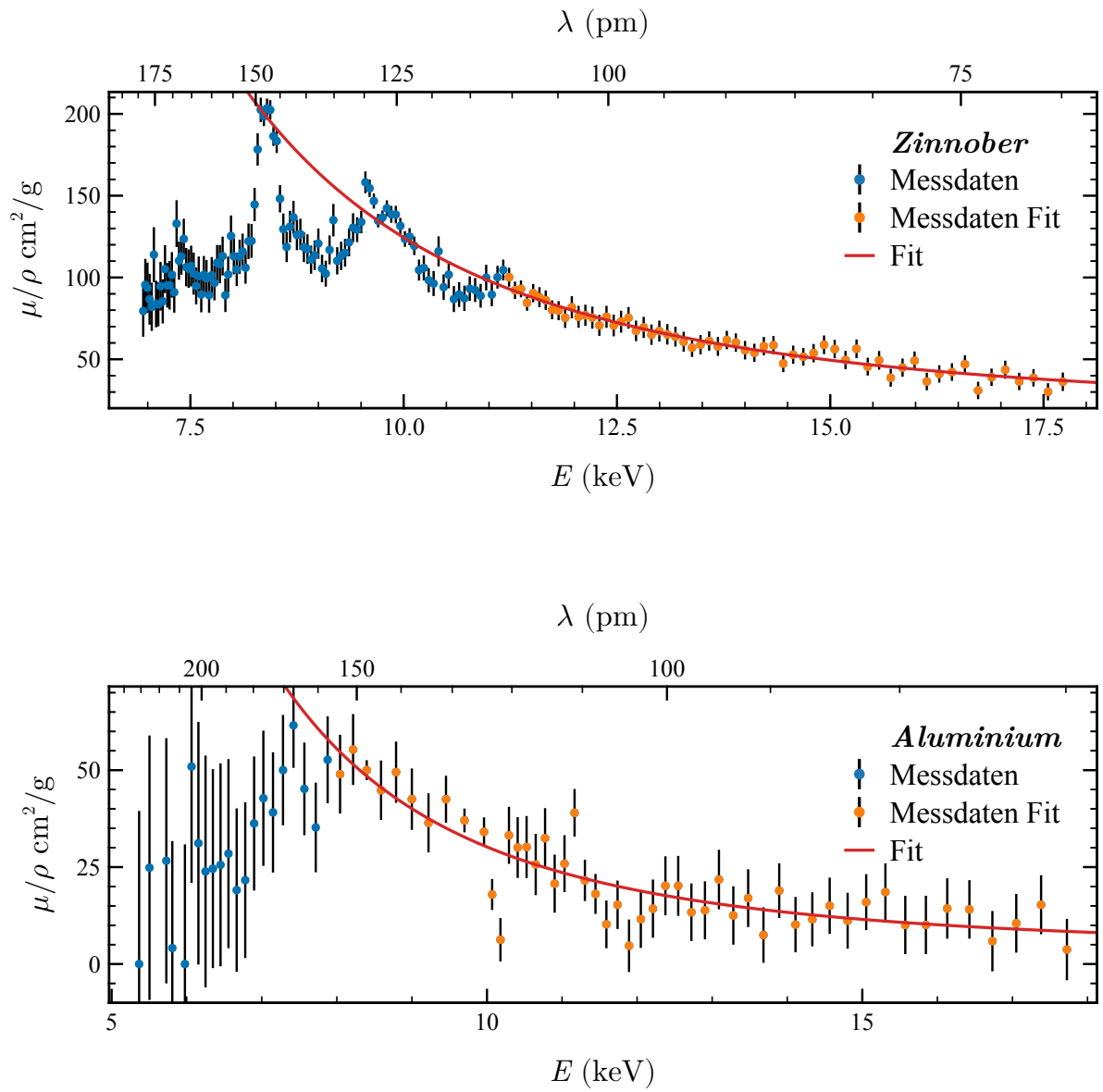
Aus den letzten Messungen mit Kupfer und Nickel wird zudem das Energieniveau der K-Schale des jeweiligen Elements bestimmt. Für Nickel stimmen Literatur- und Messwert im Rahmen der Unsicherheit überein, bei Kupfer zeigt sich eine sehr geringe Abweichung, die möglicherweise auch auf Verunreinigungen der Folie zurückzuführen ist.

## 5 Appendix

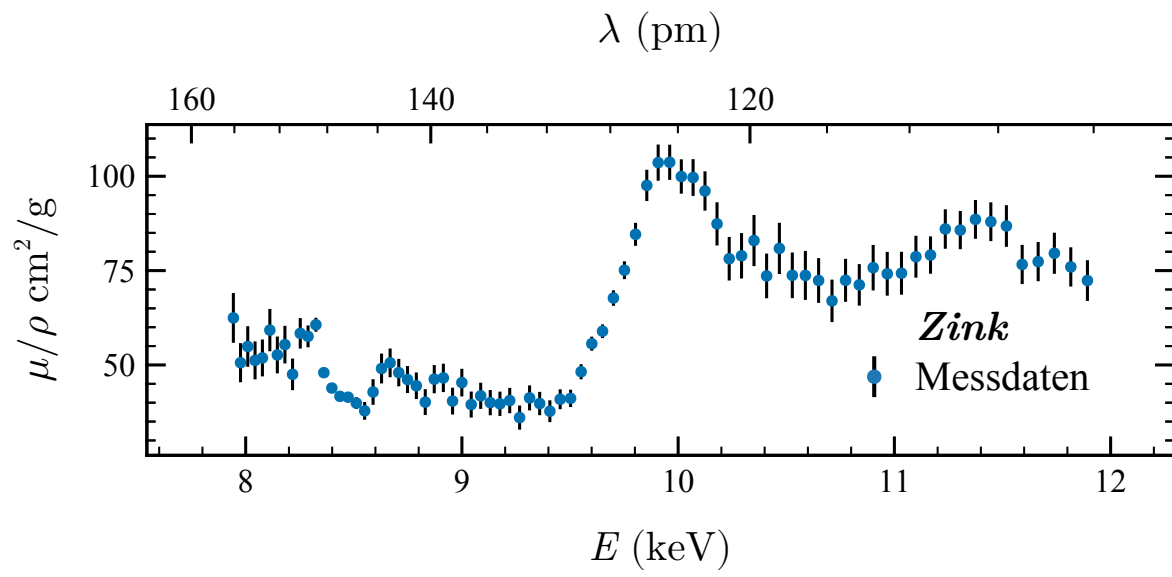


**Abbildung 10:** Der Massenabsorptionskoeffizient  $\mu/\rho$  ist für Kupfer (oben) und Nickel (unten) auf die Energie sowie Wellenlänge aufgetragen. Ab einer bestimmten Energie  $E_{ion}$  ändert sich das Verhalten sprunghaft. Danach lässt sich eine  $1/E^3$  Abhängigkeit beobachten, was durch eine Fitfunktion in Rot angedeutet wird. Substrukturen wurden aus dem Fit ausgenommen.





**Abbildung 11:** Der Massenabsorptionskoeffizient  $\mu/\rho$  ist für Zinnober (oben) und Aluminium (unten) auf die Energie sowie Wellenlänge aufgetragen. Gegen höhere Energien lässt sich eine  $1/E^3$  Abhängigkeit beobachten, was durch eine Fitfunktion in Rot angedeutet wird. Substrukturen wurden aus dem Fit ausgenommen.



**Abbildung 12:** Der Massenabsorptionskoeffizient  $\mu/\rho$  ist für Zink auf die Energie sowie Wellenlänge aufgetragen.

## Literatur

- [1] Eric Endres. *FP1 Versuch 13: Röntgenstrahlung*. Universität Innsbruck, Innsbruck, AT: Institut für Experimentalphysik.
- [2] Wikipedia contributors. *Bragg's law* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bragg%27s\\_law&oldid=1212831935](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bragg%27s_law&oldid=1212831935). [Online; accessed 15-March-2024]. 2024.
- [3] Wikipedia. *Absorptionskante* — *Wikipedia, die freie Enzyklopädie*. [Online; Stand 25. April 2024]. 2024. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Absorptionskante&oldid=243023186>.
- [4] LEIFIphysik. *GEIGER-MÜLLER-Zählrohr*. Online; Abgerufen am 25. 04. 2024. URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaet-einfuehrung/grundwissen/geiger-mueller-zaehlrohr>.
- [5] *Was ist ein Geigerzähler*. Online; Abgerufen am 25. 04. 2024. URL: <https://www.radrate.com/geigerzaehler/>.
- [6] I. XRF Research. *XRF Spectrum Tungsten*. Online; Abgerufen am 29. 04. 2024. URL: <https://www.xrfresearch.com/xrf-spectrum-tungsten/>.
- [7] E. Tiesinga u. a. „CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2018“. In: *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 50.3 (2021), S. 033105.
- [8] J. H. Hubbell und S. M. Seltzer. „Tables of x-ray mass attenuation coefficients and mass energy-absorption coefficients 1 keV to 20 meV for elements  $z = 1$  to 92 and 48 additional substances of dosimetric interest“. In: (Mai 1995). Online; Abgerufen am 29. 04. 2024. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html>.

**Erklärung**

Hiermit versichern wir, dass der vorliegende Bericht selbständig verfasst wurde und alle notwendigen Quellen und Referenzen angegeben sind.

Alexander Helbok

Alexander Helbok

1. Mai 2024

Date

Jakob Höck

Jakob Hugo Höck

1. Mai 2024

Date

Max Koppelstätter

Max Koppelstätter

1. Mai 2024

Date