

FP1 Versuch 13: Röntgenstrahlung

Eric Endres

Das Ziel dieses Praktikums besteht darin, ein tieferes Verständnis für die physikalischen Mechanismen bei der Erzeugung und Anwendung von Röntgenstrahlung zu entwickeln. Im Rahmen des Versuchs werden außerdem die Eigenschaften der Strahlung, wie Reflexion und Transmission in Materie, untersucht. Die praktische Auseinandersetzung mit diesen Aspekten soll ein grundlegendes Verständnis über die Wechselwirkungen von Röntgenstrahlung mit Materie vermittelt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Versuchsdurchführung	8
2.1	Zählrohrcharakteristik (5.4.00-10)	8
2.2	Charakteristischer Röntgenstrahlung (5.4.04-01)	8
2.3	Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums (5.4.09.-01)	8
2.4	Absorptionsgesetz für Röntgenstrahlung (5.4.11-01)	9
3	Benotungskriterien	10

1 Einführung

Allgemeines zur Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung ist hochenergetische elektromagnetische Strahlung, die entsteht, wenn Elektronen mit hoher Geschwindigkeit (>10 keV) auf eine Metallanode (W, Cu, Mo) treffen. Die Beschleunigung der aus der Glühkathode emittierten Elektronen erreicht man durch das Anlegen einer hohen Beschleunigungsspannung. Am Aufprallort auf der Anode wird Röntgenstrahlung erzeugt, die in einen breiten Kegel abgestrahlt wird.

Bremsstrahlung

Bremsstrahlung entsteht wenn die kinetische Energie der Elektronen durch inelastische Streuung im Anodenmaterial in Photonenenergie umgewandelt wird. In der Röntgenröhre streut ein typisches Elektron viele Male, ehe die kinetische Energie soweit verbraucht ist, dass es im Gitter absorbiert wird.

Untersucht man die Röntgenstrahlung mit Hilfe der *Bragg-Reflexion*, so stellt man fest, dass sie kontinuierlich über einen bestimmten Wellenlängenbereich verteilt ist, und dass das Spektrum im Bereich der kleineren Wellenlängen abgeschnitten ist. Dies lässt sich folgendermaßen erklären: Unmittelbar vor dem Aufprall auf die Anode besitzen die beschleunigten Elektronen die kinetische Energie

$$E_{kin} = eU \quad (1)$$

Diese Energie wird in thermische Energie Q und eines oder mehrere Röntgenquanten umgewandelt. Für jeden Streuvorgang muss der Energieerhaltungssatz gelten, so dass ein beschleunigtes Elektron maximal seine gesamte kinetische Energie in einem einmaligen Bremsvorgang abgeben kann. Für diesen Fall gilt die Beziehung:

$$eU = h\nu_{max} \quad (2)$$

Zur Frequenz ν_{max} gehört dann die kleinste Wellenlänge $\lambda_{min} = c/\nu_{max}$, welche die kurzwellige Grenze im Röntgenspektrum darstellt. Zusammenfassend gilt

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU} \quad (3)$$

Diesen Zusammenhang kann man bei bekannter Beschleunigungsspannung zur Bestimmung der Planck'schen Konstante nutzen:

$$h = \frac{\lambda_{min}eU}{c}. \quad (4)$$

Charakteristische Röntgenstrahlung

Zusätzlich zum kontinuierlichen Bremsstrahlungsspektrum erhält man scharfe Linien, deren Wellenlängen vom verwendeten Anodenmaterial abhängen. Man spricht daher von der für das Material *charakteristischen Röntgenstrahlung*.

Die Linien gehören zu elektronischen Übergängen des Anodenmaterials im Röntgenbereich. Bei einer Kupferanode z.B. sind die inneren Elektronenschalen (man bezeichnet sie als K-, L- und M-Schale) der Cu-Atome voll besetzt. Ein weiteres Elektron (das Leitungselektron) befindet

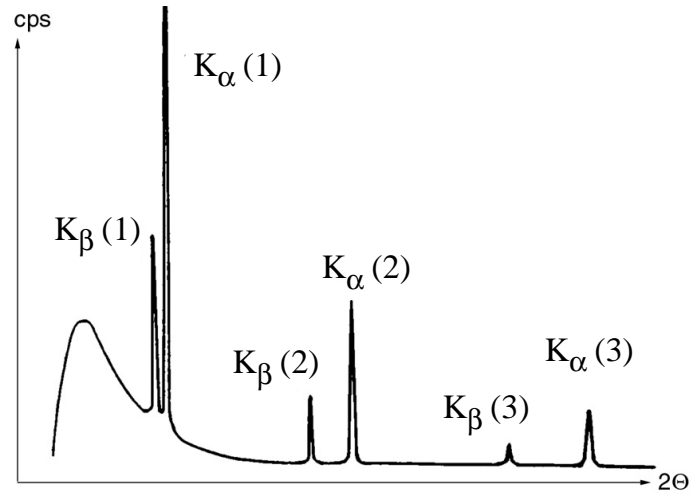


Abbildung 1: Röntgenspektrum bei Reflexion am NaCl-Kristall

sich auf der N-Schale. Wegen der hohen Frequenzen der Röntgenstrahlung können die charakteristischen Linien nur durch Übergänge mit großer Energiedifferenz auf kernnahe Energiestufen entstehen. Da diese aber voll besetzt sind, muss zunächst ein Elektron aus einer tiefliegenden Schale (z.B. K) entfernt werden. Dies kann durch ein sehr schnelles Elektron geschehen, das die Beschleunigungsspannung U_B durchlaufen hat. Die somit entstandene Lücke kann dann durch ein Elektron, welches aus einer höheren Schale (L,M,N) kommt, aufgefüllt werden. Dabei wird ein Röntgenquant der Energie

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu \quad (5)$$

emittiert, wobei E_2 die Energie der oberen und E_1 die Energie der unteren Schale ist (kleine Beiträge wie Feinstrukturaufspaltung sind hier vernachlässigt). Je nach Fall spricht man von K_α (L→K), K_β (M→K) oder K_γ (N→K) Strahlung (siehe Abbildung 2).

Bragg-Streuung an Kristallen

Gitterkonstante von Kristallen

Die im Experiment zur Verfügung stehenden Kristalle sind allesamt salzartige Ionenkristalle. Die Berechnung der Gitterkonstante d wird daher hier für einen kubischen Kristall wie z.B. NaCl berechnet.

Für die Bestimmung der Gitterkonstante d kann folgende Vereinfachung gemacht werden: wir modellieren den Kristall so, als wäre er aus identischen Atomen mit der mittleren Masse

$$m^* = \frac{m_{Na} + m_{Cl}}{2} = \frac{m_{NaCl}}{2} \quad (6)$$

aufgebaut. Für die Gesamtmasse und Dichte des Kristalls macht das keinen Unterschied und genau diese Größen werden wir verwenden, um d zu bestimmen.

Die Einheitszelle eines kubischen Kristalls, deren Volumen d^3 beträgt, ist demnach ein Würfel mit der Kantenlänge d , an dessen acht Ecken je ein Atom der Masse m^* sitzt. Im unendlich ausgedehnten Kristallgitter ist jedes Atom jedoch gemeinsamer Eckpunkt für acht aneinander grenzende Würfel, trägt also zur Masse jedes Würfels nur mit $1/8$ seiner Masse bei. Kurz: Jeder

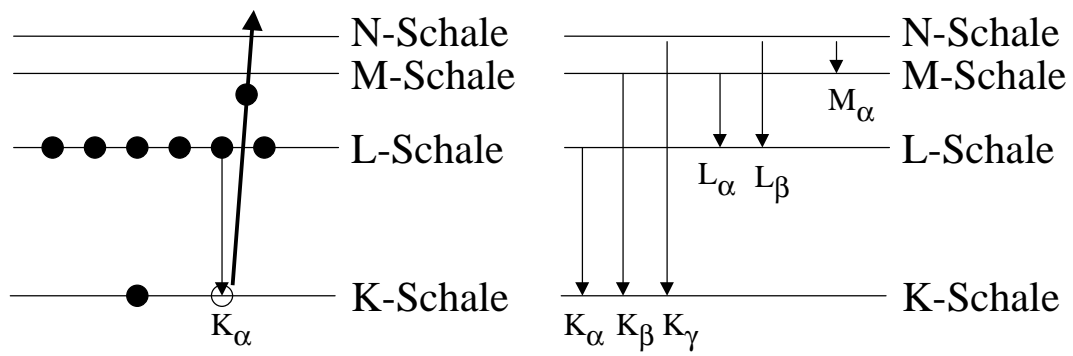


Abbildung 2: Schematische Erklärung der charakteristischen Röntgenstrahlung mit Hilfe des Schalenmodells

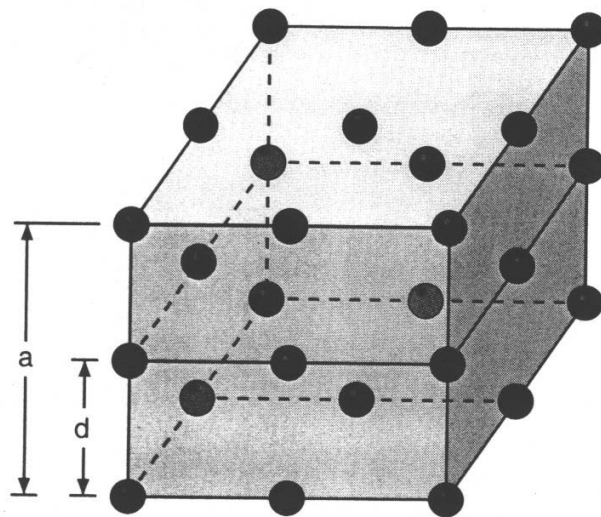


Abbildung 3: Kristallstruktur eines kubischen Kristalles mit Gitterkonstante d

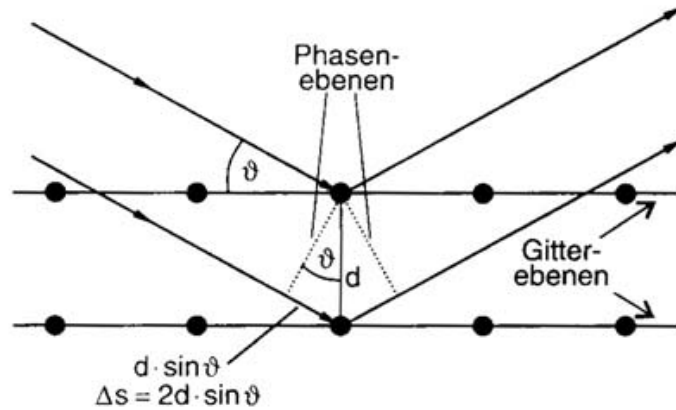


Abbildung 4: Bragg-Reflexion: Eine ebene Welle fällt unter dem Winkel ϑ zur Gitterebene auf den Kristall ein.

Würfel enthält genau eine Atommasse m^* . Damit ist die Massendichte

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m^*}{d^3} = \frac{m_{NaCl}}{2d^3} \quad (7)$$

und

$$d = \sqrt[3]{\frac{m_{NaCl}}{2\rho}} \quad (8)$$

Also reicht die Bestimmung der Dichte und die Kenntnis der Molekülmasse des Salzes aus, um die Gitterkonstante zu bestimmen. Für einen NaCl-Kristall erhält man aus der obigen Gleichung $d = 2,822 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Reflexion der Röntgenstrahlung von einem regulären Gitter

Da die Röntgenstrahlung eine Wellenlänge besitzt, die vergleichbar mit dem Abstand der Atome in einem Festkörpergitter ist, erwartet man Interferenzeffekte bei der Beugung und Reflexion von Röntgenstrahlung an Festkörpern. Fällt die Röntgenstrahlung als ebene Welle unter dem Winkel ϑ zu einer Netzebene ein (siehe Abbildung 4), so erwartet man nur für bestimmte Gangunterschiede zwischen den verschiedenen Netzebenen konstruktive Interferenz.

Die Interferenz ist konstruktiv, wenn der Gangunterschied von Netzebene zu Netzebene ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ der einfallenden Röntgenstrahlung ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn der Winkel ϑ die Beziehung

$$2d \sin \vartheta = k\lambda \quad (9)$$

erfüllt, wobei k den Ordnungsgrad des Maximums angibt ($k=1,2,3,\dots$). Diese von Sir Lawrence Bragg gefundene Formel kann in zweierlei Weise benutzt werden:

- **Bestimmung der Wellenlänge der Röntgenstrahlung:** Wenn die Netzebenenabstände des Kristalls bekannt sind (z.B. durch Herleitung der Gitterkonstante aus der Einheitszelle des Kristalls) kann mit einem einfachen Reflexionsversuch die Wellenlänge der Röntgenstrahlung bestimmt werden.

· **Bestimmung der Gitterkonstante eines Kristalls:** Umgekehrt können bei bekannter Wellenlänge der Röntgenstrahlung die Netzebenenabstände eines beliebigen Kristalls, und daraus seine Struktur bestimmt werden.

Absorptionsgesetz für Röntgenstrahlung

Durchdringen Röntgenstrahlen der Intensität I_0 Materie der Dicke d , dann beträgt die Intensität I der durchgehenden Strahlung:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu(Z,\lambda)d} \quad (10)$$

Wobei der Absorptionskoeffizient μ [cm^{-1}] von der Wellenlänge λ (Energie) der Röntgenstrahlung und von der Ordnungszahl Z des Absorbers abhängt. Aus diesem Zusammenhang lässt sich der Absorptionskoeffizient μ also direkt bestimmen.

Um das Absorptionsverhalten verschiedener Materialien direkt miteinander vergleichen zu können, ist es vorteilhaft, die sog. Halbwertsdicke $d_{1/2}$ zu verwenden. Absorber dieser Dicke halbieren die Intensität der Primärstrahlung.

Da die Absorption der Masse des Absorbers proportional ist, wird anstelle des linearen Absorptionskoeffizienten μ auch der sog. Massenabsorptionskoeffizient μ/ρ (Dichte ρ [gcm^{-3}]) verwendet. Für die Absorption sind folgende Prozesse verantwortlich:

- Photoeffekt
- Streuung (Compton-Effekt)
- Paarerzeugung

Zur Paarerzeugung ist jedoch eine Schwellenenergie erforderlich, die der zweifachen Ruheenergie eines Elektrons entspricht ($2E_0 = 2m_0c^2 = 1.02 \text{ MeV}$) ist. Somit setzt sich hier der Absorptionskoeffizienten nur aus zwei Anteilen zusammen.

$$\mu = \tau_{\text{Photoeffekt}} + \sigma_{\text{Streuung}} \quad (11)$$

Für den hier zur Verfügung stehenden Energiebereich der Strahlung gilt außerdem $\tau > \sigma$. Die Abhängigkeit des Massenabsorptionskoeffizienten von der Primärstrahlenergie und der Ordnungszahl Z des Absorbers wird mit hinreichender Genauigkeit durch folgende (empirische) Beziehung beschrieben:

$$\frac{\tau}{\rho} \propto \frac{\mu}{\rho} = k (\lambda^3 \cdot Z^3) \quad (12)$$

Der numerische Wert der Konstante k in 12 gilt nur für den Wellenlängenbereich $\lambda < \lambda_K$, wobei λ_K die mit der Energie des K-Niveaus korrespondierende Wellenlänge ist. Für den Bereich $\lambda > \lambda_K$ gilt ein anderer k -Wert. Gemäß 12 nimmt die Absorption sowohl mit der Wellenlänge als auch mit der Ordnungszahl des absorbierenden Elements drastisch zu. Von der Röntgenröhre geht polychromatische Strahlung aus. Um daraus für die Absorptionsexperimente monochromatische Primärstrahlung zu machen, benutzt man einen Einkristall. Treffen nämlich auf dessen Netzebenen Röntgenstrahlen, so werden diese nur bei Erfüllung der Bragg-Bedingung reflektiert.

Testfragen zur Vorbereitung

- Wie funktioniert ein Geiger-Müller Zählrohr?
- Welcher Wellenlängenbereich wird als Röntgenstrahlung bezeichnet?
- Wie kommt das kontinuierliche Spektrum der Röntgenstrahlung zustande?
- Welche Vorgänge in den Anodenatomen führen zu einer Emission der charakteristischer Röntgenstrahlung?
- Wie werden im Versuch die Wellenlängen aus dem kontinuierliche Spektrum selektiert?
- Von welchen Eigenschaften eines Stoffes hängt sein Transmissionsvermögen ab?

2 Versuchsdurchführung

In der Folge werden einzelne Versuche aufgelistet die während des Praktikums durchgeführt werden. Den Aufbau und die Durchführung der Praktikumsversuche wird Ihnen vor Ort mittels der Bedingungsanleitung beschrieben.

2.1 Zählrohrcharakteristik (5.4.00-10)

Prinzip

Das Zählrohr nutzt die ionisierende Wirkung von hochenergetischer Strahlung aus, um die Intensität der Strahlung zu messen. Die Charakteristik eines Zählrohrs beschreibt seinen Arbeitsbereich, also den Spannungsbereich, in dem es zuverlässig die eingehenden Teilchen zählt

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Zählrohrcharakteristik des verwendeten Zählrohrs (Totzeit)

2.2 Charakteristischer Röntgenstrahlung (5.4.04-01)

Prinzip

Das Röntgenspektrum einer Röntgenröhre mit Wolframanode wird mit Hilfe eines LiF-Einkristalls als Analysator nach der Wellenlänge selektiert und mit einem Geiger-Müller-Zählrohr registriert.

Aufgaben

1. Analysieren Sie die Intensität der Röntgenstrahlung mit Hilfe eines LiF-Einkristalls als Funktion des Bragg-Winkels.
2. Bestimmen Sie die charakteristische Wellenlänge

2.3 Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums (5.4.09.-01)

Prinzip

Im Versuch wird die Grenzwellenlänge des Bremsspektrums der Wolframanode bestimmt, die mit zunehmender Anodenspannung abnimmt. Aus dem kurzwelligen Einsatz des Bremsspektrums lässt sich das Duane-Huntsche Verschiebungsgesetz verifizieren und das Plancksche Wirkungsquantum bestimmen.

Aufgaben

1. Registrieren Sie das Röntgenspektrum mit verschiedenen Werten der Anodenspannung U_A als Funktion des Bragg-Winkels ϑ mit Hilfe des LiF-Einkristalls als Analysator.
2. Ermitteln Sie den kurzwelligen Einsatz (λ_{min}) der jeweiligen Bremsspektren.
3. Tragen Sie die Funktionen $\lambda_{min} = f(1/U_A)$ und $\sin \vartheta_{min} = f(1/U_A)$ grafisch auf. Berechnen Sie das Plancksche Wirkungsquantum.

2.4 Absorptionsgesetz für Röntgenstrahlung (5.4.11-01)

Prinzip

Die von einer Röntgenröhre emittierte polychromatische Röntgenstrahlung wird mit Hilfe eines Einkristall nach ihrer Energie gefiltert. Die dann von dem Kristall ausgehende monochromatische Strahlung wird als Primärstrahlung benutzt, um das Absorptionsverhalten verschiedener Metallfolien mit unterschiedlichen Dicken zu untersuchen.

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Schwächung der Röntgenstrahlung durch Aluminium- und Zinkfolien verschiedener Dicke für zwei verschiedene Wellenlängen der Primärstrahlung.
2. Ermitteln Sie den Massenabsorptionskoeffizienten μ/ρ für Aluminium-, Zink- und Zinnabsorber mit konstanter Dicke als Funktion der Wellenlänge der Primärstrahlung. Die Gültigkeit von $\mu/\rho = f(\lambda^3)$ ist graphisch zu bestätigen.
3. Bestimmen Sie die Absorptionskoeffizienten μ von Kupfer und Nickel als Funktion der Wellenlänge der Primärstrahlung. Aus der graphischen Darstellung sind die Energien der entsprechen K-Schalen zu ermitteln. Die Gültigkeit von $\mu/\rho = f(\lambda^3)$ ist zu bestätigen.

3 Benotungskriterien

Die Bewertung des Röntgenstrahlungsversuchs setzt sich aus drei Teilen zusammen: Vorbereitung, Durchführung und das Protokoll.

Vorbereitung

Vor jedem Experiment wird die Vorbereitung der Gruppenmitglieder überprüft. Dies geschieht durch eine mündliche Besprechung des Inhaltes vom Skript und die aufgeführten Fragen. Bis zu 2 Punkte können hierfür vergeben werden.

Durchführung

Die Leistung während des Versuchs wird individuell für jedes Gruppenmitglied bewertet und kann bis zu 2 Punkte erreichen. Da die Durchführung als vergleichsweise einfach gilt, liegt der Fokus auf der Organisation der Messung. Hierbei wird darauf geachtet, wie die Messwerte ausgewählt werden, welche als relevant oder interessant betrachtet werden und wie die Einstellungen abgeschätzt werden.

Protokoll

Das Hauptaugenmerk bei der Bewertung liegt auf der Auswertung und Diskussion der gesammelten Daten. Es wird besonders darauf geachtet, welche Herangehensweise gewählt wurde, um aus dem Datensatz den physikalisch interessanten Wert zu gewinnen. Jede verwendete Gleichung sollte im Theorieteil des Protokolls beschrieben worden sein.