

RF-Spektroskopie an einem Resonator / **Pound-Drever-Stabilisierung eines Lasers**

Betreuer Ferdinand Schmidt-Kaler, Raum 4/08, Tel. 6398 // Handy: 0650 9807186

Einleitung

Seit ihrer Erfindung vor 30 Jahren sind **Laser** zum wichtigsten Instrument der optischen **Spektroskopie** geworden. Um jedoch einen Laser für die Spektroskopie verwenden zu können, muß seine Wellenlänge (bzw. Frequenz) kontrollierbar, d.h. sowohl einstellbar als auch stabil sein. Die Anforderung an die Frequenzstabilität hängt von der speziellen spektroskopischen Anwendung ab und kann von $\Delta\lambda/\lambda$ (bzw. $\Delta\nu/\nu$) $\approx 10^{-3}$ bis 10^{-14} variieren.

Eine **Frequenzstabilisierung** bedarf immer einer **Referenz**, d.h. eines Systems, welches bei einer hinreichend genau bekannten Frequenz ein Signal liefert. Dafür kommen **Resonanzen** jeglicher Art in Frage, also insbesondere atomare Resonanzen (Übergänge) oder Durchlaßkurven schmalbandiger Filter. Zur Stabilisierung in einem Regelkreis muß das gesuchte Signal, das **Fehlersignal** S_F , in der Umgebung der Sollfrequenz zur Abweichung der Istfrequenz vom Sollwert proportional sein: $S_F \sim f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}$.

Die Erzeugung des Fehlersignals geschieht wiederum mit spektroskopischen Techniken. In diesem Versuch geht es um eine spezielle Methode, die **RF-Spektroskopie** oder **Frequenzmodulations-Spektroskopie**, die sowohl zur Untersuchung von atomaren Übergängen als auch zur Frequenzkontrolle und -stabilisierung eines Lasers (**Pound-Drever-Verfahren**) eingesetzt werden kann. Dabei ist der Laser ein **HeliumNeon Laser** ($\lambda = 633 \text{ nm}$), die untersuchte Resonanz ist die Transmissionskurve eines **optischen Resonators** mit hoher Finesse.

Das **Ziel des Versuches** ist das Erzeugen eines Fehlersignals zur Stabilisierung der Resonanzfrequenz eines optischen Resonators auf diejenige des einfallenden Laserlichts. Die Länge des Resonators, dh der Spiegelabstand, wird so gehalten, daß die einfallende Welle genau die Resonanzbedingung erfüllen kann. Die Anwendung dieses Verfahrens ist in der opt. Messtechnik sehr häufig und reicht von Anwendungen in der Spektroskopie, Frequenzverdopplung bis hin zur Messung von Gravitationswellen. Das für die Stabilisierung benötigte Fehlersignal sagt aus, ob der Abstand der Spiegel momentan zu groß oder zu klein ist, dh in welche Richtung man nachstellen muß um die Resonanzbedingung zu erfüllen. Dann muß dieses Signal auf ein Stellglied gegeben werden, welches den Spiegelabstand dann nachstellt. Damit ist Regelschleife geschlossen (vergleiche dazu den Versuch von Hanns Christoph Nägerl F3).

Elemente des Versuchs

Optischer Isolator: Seine Funktion beruht auf dem **Faraday-Effekt**, der magnetfeld-induzierten Doppelbrechung in einem Kristall. Herkömmliche Doppelbrechung beruht darauf, daß sich in gewissen Kristallen unterschiedliche Polarisierungen unterschiedlich schnell ausbreiten. Dies kann zur Drehung der Polarisationsrichtung eines Lichtstrahls verwendet werden. Allerdings wird die Polarisation eines in umgekehrter Richtung laufenden Strahls auch in die umgekehrte Richtung gedreht. Bei der magnetfeld-induzierten Doppelbrechung ist die Polarisationsdrehung nur von der Richtung des Magnetfelds abhängig und kann deshalb für entgegengesetzt laufende Lichtstrahlen dieselbe Drehrichtung besitzen. Dies wird in einer Anordnung *Polarisator unter 0° - Faradaykristall für 45° Drehung - Polarisator unter 45°* zur optischen Isolation ausgenutzt. Während die Polarisation eines in der einen Richtung laufenden Lichtstrahls gerade so gedreht wird, daß er den zweiten Polarisator passiert, kann ein umgekehrt laufender Lichtstrahl den zweiten Polarisator nicht passieren.

Eine **Photodiode** erzeugt einen Photostrom, der proportional zum **Betragsquadrat** des elektrischen Feldes des auftreffenden Lichts ist. Die Photodiode ist eine Stromquelle, mit einer Effizienz für die Wellenlänge im roten von etwa 0.5 mA/mW . Eine Spannung ergibt sich zB über einen Messwiderstand. Photodioden haben eine Kapazität von einigen pF, je nach Fläche und Bautyp, und die schnellste detektierbare Frequenz ist durch RC gegeben.

Ein **Fabry-Perot-Interferometer** (FPI) besitzt viele Longitudinal- und Transversalmoden (Resonanzen). Jede solche Mode entspricht einer möglichen Stehwelle zwischen den Spiegeln und ist durch ihre Frequenz (die sich mit dem Spiegelabstand ändert) und ihre geometrische Form charakterisiert. Unterschiedliche Transversalmoden besitzen unterschiedliche Frequenzen. Im konfokalen Resonator entarten jedoch jeweils alle Transversalmoden mit geradem transversalen Modenindex und auch die mit ungeradem Modenindex. Das FPI läßt immer dann einen Teil des einfallenden Lichts durch, wenn (i) die transversale Feldverteilung des einfallenden Lichts eine Projektion auf eine der

Transversalmoden besitzt und (ii) die einfallende Lichtfrequenz mit der Eigenfrequenz dieser Transversalmode übereinstimmt.

Die Eigenschaften eines FPI sind damit durch seine Länge L gegeben, man berechnet den Freien Spektralbereich (FSB), $\text{FSB} = c/(2L)$. Der Krümmungsradius der Spiegel bestimmt die Stabilität des Resonators, die Geometrie des Lichtfelds im Resonator und die Resonanzfrequenzen der transversalen Moden. Die Reflektivität R , Transmission T und Verluste V der Spiegel bestimmen die Finesse (F), und die Linienbreite $\delta\nu = \text{FSB} / F$. Aus Energieerhaltungsgründen gilt: $R+T+V=1$. Auf Resonanz kann maximal (bei optimaler Modenanpassung, dh wenn die transversale Feldverteilung des einfallenden Lichts zu der der Resonatormode passt) ein Anteil von $T^2/(1-R)^2$ des einfallenden Lichts transmittiert werden. Die Finesse F hängt nur von R ab: $F=\pi \sqrt{R}/(1-R)$. (Siegman S. 415ff)

Erzeugung des Fehlersignals: Das Laserlicht wird durch Variation der Spannung am EOM mit einer Modulationsfrequenz von Ω **frequenzmoduliert**. Die Modulation wird im Signal von PD1 hinter dem FPI, d.h. im Spektrum des Laserlichts, sichtbar, indem zusätzlich zur bereits vorhandenen Spektralkomponente (dem sog. **Träger**) **Seitenbänder** bei $\pm \Omega$, $\pm 2\Omega$, etc erscheinen. In der Amplitude des Laserlichts, **bevor** es am FPI reflektiert wurde, ist die Frequenzmodulation jedoch nicht sichtbar! Das Signal von PD2, **nach** der Reflektion am FPI, zeigt ebenfalls die Seitenbänder. **Die verschiedenen Frequenzkomponenten werden jedoch, abhängig von der Verstimmung $f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}$ des Lasers gegen die Resonanzfrequenz des FPI, mit unterschiedlicher Phase und Amplitude am FPI reflektiert.** Darum ist in der Amplitude des reflektierten Lichts nun eine Modulation mit zu beobachten. Nach der **Demodulation** erhält man das **Fehlersignal**. Die Demodulation ist eine Filterung desjenigen Anteils des PD2-Signals, der mit Ω oszilliert (RF). Sie entspricht einer Multiplikation des Signals mit der Referenz (LO) bei Frequenz Ω und anschließender Integration über viele Perioden (Tiefpaß). Die Demodulationsphase, d.h. die Phase der Referenz, ist einstellbar. Die Berechnung des erwarteten Signals findet sich im Anhang. (Achtung: die Bezeichnungen dort sind Linienbreite des Resonators Γ , Verstimmung des Resonators gegen die Laserfrequenz Δ)

Arbeitsschritte:

- 1) Phasenmodulation von Laserlicht mit dem elektrooptischen Effekt
- 2) Einkoppeln in einen konfokalen optischen Resonator
- 3) Messung von Transmission und Reflektion
- 4) Pound Drever Hall Fehlersignal
- 5) Optional: Aufbau eines PI-Reglers

Jetzt im Einzelnen:

1) Phasenmodulation von Laserlicht mit dem elektrooptischen Effekt:

Theorie: Das Licht wird durch einen LiTaO_3 Kristall geschickt. Der Kristall mit rechteckigen Querschnitt ist an zwei Seitenflächen mit Elektroden beschichtet an die eine Wechselspannung angelegt wird, er arbeitet als Elektro Optischer Modulator (EOM). Bei geeigneter Wahl der Polarisationsrichtung zur optischen Achse des Kristalls ist der Brechungsindex n von der Spannung abhängig und die optische Länge des Kristalls ändert sich mit der Frequenz der angelegten Spannung (Phasenmodulation). Zusätzlich zu der ursprünglich einfallenden Frequenz tauchen Seitenbänder bei der Modulationsfrequenz auf deren Feldstärke mit Besselfunktionen $J_1(\delta)$ und $J_{-1}(\delta)$ beschrieben wird, wobei δ der Modulationsindex ist.

Literatur: Yariv (Anlage) und S. und Siegmann, Lasers and Resonators, Kap. 25, Seite 980;

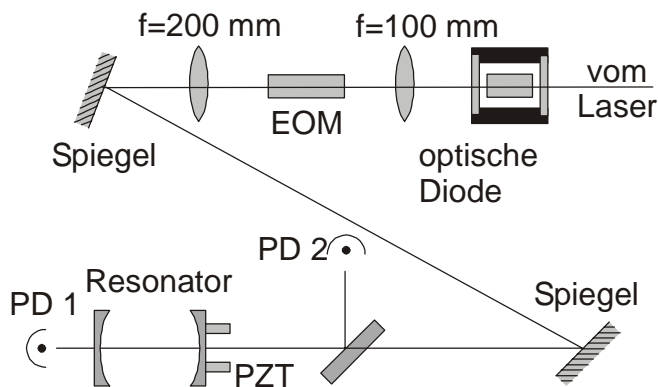
Praktische Aufgaben: "Durchfädeln" des Laserstrahls durch den Elektrooptischen Modulator (EOM) der sich in der Strahltrieb eines Teleskops mit den Linsen $f_1=100\text{mm}$ und $f_2=200\text{mm}$ befindet.

Anschließen der Wechselspannung an den Kristall: Als Frequenzquelle dient ein Funktionsgenerator. Wir überhöhen die Verstärkerleistung in einem LC-Schwingkreis mit der Resonanzfrequenz von ca. 20-30MHz (C: Kapazität des EOM und L: Induktivität der Drahtspule). Aufbau bzw Test des RF-Schwingkreises, Messung der Resonanzfrequenz, Messung der RF-Güte.

2) Einkoppeln in einen konfokalen optischen Resonator

Der Einkoppelspiegel und der Auskoppelspiegel haben gleiche Beschichtung und beide den Krümmungsradius von 150mm. Welche Länge muß man wählen um einen konfokalen Resonator zu erhalten? Was für Gründe gibt es für diese Wahl? Die zweite Linse des Teleskops wird so gestellt, daß die Strahltrieb etwa die richtige Größe hat.

Literatur: Siegmann, Lasers and Resonators, Kap. 19, Seite 744ff und die Anleitung zu Versuch 118.



Optischer Aufbau

3) Messung von Transmission und Reflektion

Aufbau: Eine Photodiode (PD1) wird in das transmittierte Licht gestellt und auf dem Oszilloskop beobachtet, einer der Resonatorspiegel wird mit einem Dreieckhochspannungssignal über seinen Piezo durchgestimmt. Optimieren der Einkopplung auf die Hauptmode. Wie messe ich die Linienbreite $\delta\nu$? Welche Linienbreite beobachtet man? Ein 50/50 Strahlteiler vor dem Resonatoreinkoppelspiegel wird eingebaut und ermöglicht die Beobachtung des reflektierten Lichtes. Wie hoch ist die Einkopplung in %? Warum nicht 100%? Wie hoch ist die maximale transmittierte Intensität? Was passiert mit dem „restlichen“ Licht?

Messung des Trägers und der Seitenbänder, wenn die Modulation angestellt ist. Bestimmung des Modulationsindex für verschiedene Stärken der Wechselspannung am Modulator. Dazu wird die relative Höhe der Seitenbänder im transmittierten Licht durch den Resonator, im Verhältnis zum Träger, für verschiedene Verstärkerleistungen gemessen. Dieses Verhältnis ist $(E_{\text{seitenband}}/E_{\text{träger}})^2$. Wir bestimmen den Modulationsindex.

Erzeugen der Seitenbänder mit und ohne RF-Schwingkreis und Bestimmung der RF-Überhöhung.

Auswertung: Auftragen des gemessenen Modulationsindex M gegen die Spannung am Modulator. Aus der Messung der Reflektion und der Linienbreite bestimmen wir die Verluste L der Spiegelschichten (Siegmann S 419).

4) Pound Dreyer Hall Fehlersignal

Es wird ein Modulationsindex kleiner 1 eingestellt. Das reflektierte Licht wird auf einer schnellen Photodiode (Bandbreite $\sim 100\text{MHz}$) und einem Spektrumanalysator beobachtet. Dann mischen wir das PD Signal (RF) auf einem Phasendetektor (ZRPD-1, LO: 6dBm) mit einem Lokaloszillator (LO), „mischen“ bedeutet dabei die Multiplikation der beiden Signale. Der Lokaloszillator wird vom Funktionsgeneratorausgang mit einem Leistungsteiler (ZSC-2-1W) abgeleitet. Das heruntergemischte Signal (PDH-Fehlersignal) am IF wird am Oszilloskop angeschaut. Wir verändern die Länge des Kabels zum LO und ändern damit die Phase des Fehlersignals. Wir verstimmen die Frequenz am Funktionsgenerator leicht und verstellen damit die Phase.

Auswertung: PDH-Signal für verschiedene Phasen des LO rechnen und mit Messungen vergleichen.

Optional 5) Aufbau eines Proportional Integral Reglers (PI-Regler)

Als Stellglied für die Resonatorlänge dient ein Piezo (PZT) Kristall, der sich mit der angelegten Spannung ausdehnt. Wir bauen aus einem Operationsverstärker einen PI-Regler und steuern seinem Ausgang den Hochspannungsverstärker an.

Aufgabe: Aufbau des Operationsverstärkerschaltung und Messung des Frequenzgangs

Auswertung: Frequenzgang aufzeichnen

An analyzer at the output, oriented perpendicular to the front polarizer, converts the phase modulation to amplitude modulation. The transmissivity of the whole structure is $T = \sin^2 \frac{1}{2} \Gamma$, where Γ is given by Eq. (8.1-16). If $\pi V_m \ll V_c$, the transmissivity T is given approximately by

$$T = T_0 (1 + \Delta \sin \omega_m t) \quad (8.1-17a)$$

where $T_0 = \frac{1}{2}$ and Δ is given by

$$\Delta = \Gamma_m = \frac{\pi V_m}{V_c} \quad (8.1-17b)$$

The quantity Δ is referred to as the modulation depth. An x -cut or z -cut cubic crystal plate would behave exactly the same as the y -cut plate because of the symmetry.

In the above two examples, we see that the modulation index (or modulation depth) is proportional to the applied voltage. The half-wave voltages are proportional to the wavelength of the light and are inversely proportional to the electro-optic coefficient. These voltages at visible-light wavelengths are of the order of several kilovolts. Increasing the plate thickness results in a longer interaction length—at the expense, however, of the electric field strength. There is consequently no net gain in the modulation due to an increase of the plate thickness in the longitudinal modulation. The need to use high voltages becomes very serious for infrared radiation because of the long wavelength of the light (e.g., 10.6 μm). Longitudinal modulators are used only when large acceptance area and wide field of view are required. It can be shown that the field of view of a longitudinal modulator made of z -cut LiNbO_3 crystals is almost 2π (see Problem 8.1).

8.1.2. Transverse Electro-optic Modulation

Figure 8.2 shows the geometry of a transverse electro-optic modulator. This structure can provide a long interaction length at a given field strength. The modulating field is transverse to the optical beam path. Limiting ourselves to the linear electro-optic effect, the refractive-index change induced by the electric field is proportional to the field E . The electrically induced phase change (or phase retardation) for light passing through the crystal plate is thus proportional to EL , which can be written as VL/d , with d the separation between the electrodes. We find that the phase change is proportional to the length L of the crystal. This advantage has been used to construct electro-optic modulators for laser beams with low driving voltages. The transverse electro-optic modulation is illustrated in the following examples.

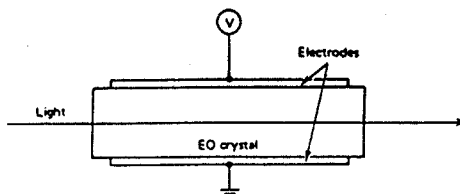


Figure 8.2. Geometry of a transverse electro-optic modulator.

LiTaO₃ Electro-Optic Modulator. Referring to Fig. 8.3, we consider a LiTaO_3 crystal rod with its input and output face perpendicular to the y axis. The side surfaces are perpendicular to the x and z axes, respectively. LiTaO_3 has a 3m point-group symmetry (as does LiNbO_3). Let the modulating electric field be applied in the z -direction, so that the principal refractive indices are given by Eq. (8.1-3). Since the light beam is propagating in the y direction, the birefringence seen by the light beam is

$$n_x - n_z = (n_x - n_z) - \frac{1}{2}(n_x^2 r_{33} - n_z^2 r_{13})E. \quad (8.1-18)$$

It consists of the natural birefringence $(n_x - n_z)$ plus an electrically induced birefringence term $\frac{1}{2}(n_x^2 r_{33} - n_z^2 r_{13})E$. The phase retardation for light passing through the crystal rod is thus given by

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x - n_z) L - \frac{\pi}{\lambda} (n_x^2 r_{33} - n_z^2 r_{13}) \frac{L}{d} V, \quad (8.1-19)$$

where V is the applied voltage and d is the separation between the electrodes.

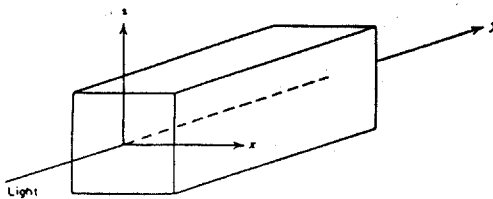


Figure 8.3. A LiTaO_3 electro-optic crystal rod.

If the light is linearly polarized along the z direction, the phase change induced by the applied electric field is

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{\lambda} n_z^2 r_{33} \frac{L}{d} V. \quad (8.1-20)$$

Because of the natural birefringence term, an amplitude modulator using LiTaO_3 requires a phase compensator which can be adjusted until the total phase retardation in the absence of the applied voltage is an odd integral multiple of $\frac{1}{2}\pi$. In addition, the input and output faces must be parallel, so that the beam undergoes the same phase retardation throughout the cross section of the beam. The half-wave voltage for this case is

$$V_c = \frac{d}{L} \cdot \frac{\lambda}{n_x^2 r_{33} - n_z^2 r_{13}}. \quad (8.1-21)$$

If the applied voltage is sinusoidal in time and is taken as Eq. (8.1-6), the phase retardation can be written

$$\Gamma = \Gamma_0 + \pi \frac{V_m}{V_c} \sin \omega_m t = \Gamma_0 + \Gamma_m \sin \omega_m t. \quad (8.1-22)$$

where Γ_0 is the total phase retardation in the absence of applied voltage. The modulation depth, if Γ_0 is an odd multiple of $\frac{1}{2}\pi$, is

$$\Delta = \Gamma_m = \pi \frac{V_m}{V_c}. \quad (8.1-23)$$

Notice from Eq. (8.1-21) that the half-wave voltage can be reduced by choosing a longer crystal rod which provides longer interaction region. Light-intensity modulators have been constructed using LiTaO_3 and LiNbO_3 with this geometry at modulation frequencies up to 4 GHz [1].

Electro-Optic Modulators Using Cubic Crystals. Cubic crystals are optically isotropic (no birefringence) and therefore offer a wide field of view in many optical systems. Here we consider the case of crystals of the $\bar{4}3m$ symmetry (zinc blende) group. Examples of this group are InAs , CuCl , GaAs , and CdTe . The last two are used for modulation in the infrared, since they remain transparent beyond 10 μm . These crystals are cubic and have axes of fourfold symmetry along the cube edges (i.e., $\langle 100 \rangle$, $\langle 010 \rangle$, $\langle 001 \rangle$).

gelverstärker, der durch Rückwirkung auf den Winkel des Gitters und den Strom durch die Laserdiode die Frequenz des emittierten Lichtes auf den zentralen Nulldurchgang des Fehlersignals stabilisiert.

Im Folgenden soll die genaue Form des Fehlersignals berechnet werden (vgl. BJORKLUND et al., 1983; SCHENZLE et al., 1982). Der EOM besteht im Wesentlichen aus einem Kristall (LiTaO_3), dessen Brechungsindex durch Anlegen einer Spannung verändert werden kann. Im Speziellen wird ein periodisches Signal der Frequenz Ω angelegt, sodass nach Durchgang durch den EOM das phasenmodulierte Licht durch

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \delta \sin \Omega t)} \quad (2.22)$$

beschrieben wird, dabei wird δ als Modulationsindex bezeichnet. Entwicklung in eine Fourierreihe (CHAMPENEY, 1973) liefert

$$E(t) = E_0 \sum_{n \in \mathbb{Z}} J_n(\delta) e^{i(\omega + n\Omega)t}, \quad (2.23)$$

d.h. dem Licht werden Seitenbänder im Abstand Ω vom Träger aufgeprägt. Die Amplitude des n -ten Seitenbandes wird durch den Wert der Bessel-Funktion $J_n(\delta)$ der Ordnung n bestimmt. Die Besselfunktionen $J_n(\delta)$ wachsen für kleines δ wie δ^n (BRONSTEIN et al., 1995), sodass es für geringen Modulationsindex $\delta \ll 1$ genügt, sich nur auf den Träger und die nächstliegenden Seitenbänder mit Frequenzen ω und $\omega \pm \Omega$ zu beschränken. Wegen $J_{-n}(\delta) = (-1)^n J_n(\delta)$ lässt sich das elektrische Feld somit durch

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} \left(-J_1(\delta) e^{-i\Omega t} + J_0(\delta) + J_1(\delta) e^{i\Omega t} \right) \quad (2.24)$$

beschreiben. Die Phasendifferenz zwischen dem linken und rechten Seitenband beträgt 180° , im Gegensatz zu amplitudenmoduliertem Licht, das durch

$$E(t) = E_0 (1 + m \cos \Omega t) e^{i\omega t} = E_0 e^{i\omega t} \left(\frac{m}{2} e^{-i\Omega t} + 1 + \frac{m}{2} e^{i\Omega t} \right) \quad (2.25)$$

beschrieben wird.

Die durch die Reflexion am Resonator bedingte Änderung von Amplitude und Phase von Träger und Seitenbänder wird in der Näherung hoher Reflektivität durch Gleichung (2.19) auf Seite 24 beschrieben. Hierbei ist zu beachten, dass die Verstimmung gegenüber der Resonanzfrequenz des optischen Resonators für das rechte Seitenband durch $\Delta + \Omega$, für das linke durch $\Delta - \Omega$ gegeben ist. Das gesamte reflektierte elektrische Feld ergibt sich also mit Gleichung (2.24) und (2.19) zu

$$E_r(t) = E_0 e^{i\omega t} \left(-t_{-1} J_1(\delta) e^{-i\Omega t} + t_0 J_0(\delta) + t_1 J_1(\delta) e^{i\Omega t} \right) \quad (2.26)$$

mit

$$t_0 = \frac{\Delta(\Delta + i\Gamma)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)} \quad \text{und} \quad t_{\pm 1} = \frac{(\Delta \pm \Omega)(\Delta \pm \Omega + i\Gamma)}{\Gamma^2 + (\Delta \pm \Omega)^2}$$

Von der Photodiode wird die Intensität proportional zu $|E_r|^2 = E_r^* E_r$ registriert. Für die anschließende phasensensitive Demodulation bei der Frequenz Ω ist nur der Anteil des Photodiodensignals bei Ω relevant. Man erhält dafür

$$\begin{aligned} |E_r|^2 &= E_0^2 e^{i\Omega t} J_0 J_1 (-\bar{t}_{-1} t_0 + \bar{t}_0 t_1) + \text{k.k.} \\ &= E_0^2 e^{i\Omega t} J_0 J_1 2 \frac{\Gamma \Delta \Omega (\Gamma(\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2) + i\Omega(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2))}{(\Gamma^2 + \Delta^2)(\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2)(\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2)} + \text{k.k.} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Die phasenempfindliche Demodulation am Mischer entspricht einer Multiplikation des Photodiodensignals mit $\sin(\Omega t + \varphi)$. Das sich dabei ebenfalls ergebende Mischprodukt bei einer Frequenz von 2Ω wird durch einen Tiefpass unterdrückt. Somit erhält man für den Gleichstromanteil des Fehlersignals

$$S(\Delta) = C J_0 J_1 2 \frac{\Gamma \Delta \Omega (\sin \varphi \Gamma(\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2) + \cos \varphi \Omega(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2))}{(\Gamma^2 + \Delta^2)(\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2)(\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2)}. \quad (2.28)$$

Die Proportionalitätskonstante C hängt von der Intensität des Lichtes und von der Effizienz von Photodiode und Mischer ab. Abbildung 2.6 auf der nächsten Seite zeigt ein Fehlersignal für typische Parameterwerte.

Als Regelpunkt dient der zentrale Nulldurchgang des Fehlersignals. Die Steigung in diesem Punkt ist in erster Näherung wegen

$$S(\Delta) = C J_0 J_1 2 \frac{1}{\Gamma \left(1 + \frac{\Gamma^2}{\Omega^2}\right)} \Delta + \mathcal{O}(\Delta^3) \simeq C J_0 J_1 2 \frac{1}{\Gamma} \Delta \quad (2.29)$$

im Wesentlichen nur von der Linienbreite des optischen Resonators abhängig, falls die Modulationsfrequenz Ω größer als die Linienbreite Γ ist. Über den sogenannten Fangbereich der Verstimmung von ca. $-\Omega$ bis $+\Omega$ zeigt das Fehlersignal zudem das richtige Vorzeichen für die Regelung. Im Gegensatz zur Flankenstabilisierung sind bei der Frequenzstabilisierung nach Pound-Drever-Hall Fangbereich und Steilheit des Fehlersignals unabhängig voneinander.

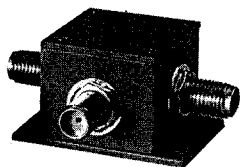
2.4.1. Dynamisches Verhalten

Wie bereits in Abschnitt 2.3.1 auf Seite 25 beschrieben, gilt Gleichung (2.28) für langsame Frequenzschwankungen, d.h. nur für den Fall, dass sich das interne Lichtfeld des

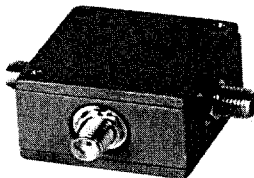
POWER SPLITTERS/COMBINERS

50 & 75Ω

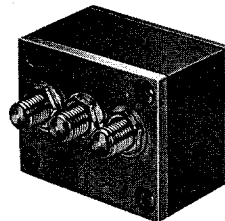
2 WAY-0° 2 kHz to 10 GHz



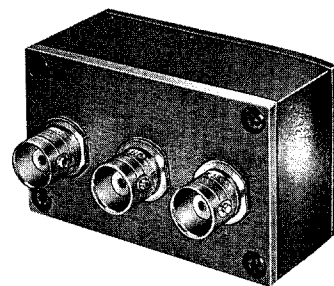
ZESC-2



ZFSC-2



ZMSC-2



ZSC-2

MODEL NO.	FREQ. RANGE MHz f_L - f_U	ISOLATION dB					INSERTION LOSS, dB Above 3dB						PHASE UNBALANCE Degrees			AMPLITUDE UNBALANCE dB			VSWR (:1)		CAPD DATA (see RF IF Designer hand- book) Page	CASE STYLE Note B	CON- NEX- TION	PRICE Qty. (1-9)	
		L	M°	U			L	M°	U			L	M°	U	L	M°	U	S	OUT						
		Typ. Min.	Typ. Min.	Typ. Min.			Typ. Max.	Typ. Max.	Typ. Max.			Max.	Max.	Max.	Max.	Max.	Max.	Typ.	Max.	Typ.					Max.
ZESC-2-11	10-2000	19	10	18	13	20	11	0.5	0.9	0.5	1.0	0.6	1.2	1	3	6	0.20	0.30	0.50			2-94	V37	ar	71.95
ZFSC-2-1	5-500	30	25	28	20	25	20	0.2	0.5	0.3	0.6	0.6	0.8	2	4	4	0.15	0.15	0.30			2-91	K18	ar	44.95
ZFSC-2-1-75	0.25-300	20	15	30	25	25	20	0.4	0.75	0.4	0.75	0.4	1.0	2	3	5	0.15	0.20	0.30			2-91	K18	ar	45.95
ZFSC-2-1W-75	5-600	44	26	45	30	31	20	0.22	0.6	0.27	0.7	0.46	0.9	1	2	3	0.20	0.30	0.40			2-138	K18	ar	50.95
ZFSC-2-1W	1-750	30	20	28	20	25	20	0.2	0.5	0.4	0.8	0.8	1.0	2	4	4	0.15	0.15	0.30			2-163	K18	ar	48.95
ZFSC-2-2	10-1000	30	20	25	20	23	18	0.2	0.5	0.5	1.0	0.9	1.2	2	4	4	0.15	0.15	0.30			2-163	K18	ar	51.95
		L1		U1				L1		U1				L1		U1	L1		U1						
ZFSC-2-9G	3500-9000	18	12	20	12			0.5	1.5	0.6	1.2			7	10		0.30	0.50				2-93	JJJ142	as	59.95
ZFSC-2-10G	2000-10000	15	9	20	12			0.5	1.5	0.6	1.6			7	12		0.60	0.50				2-93	JJJ142	as	69.95
		see																							
ZFSC-2-4	0.2-1000	20	15	25	20	23	18	0.2	0.8	0.5	1.0	0.9	1.2	2	4	4	0.15	0.15	0.30			2-164	K18	ar	55.95
ZFSC-2-5	10-1500	25	15	30	20	27	18	0.25	0.6	0.5	1.0	0.8	1.5	2	3	4	0.15	0.20	0.50			2-164	K18	ar	59.95
ZFSC-2-6*	0.002-60	27	20	30	20	27	20	0.3	0.6	0.3	0.6	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.20	0.30			2-165	K18	ar	49.95
ZFSC-2-6-75	0.004-60	30	20	35	20	25	20	0.5	0.8	0.4	0.8	0.7	1.0	1	2	3	0.15	0.20	0.30			2-165	K18	ar	51.95
		Data and																							
ZFSC-2-11	10-2000	14	10	16	14	20	15	1.2	1.5	1.2	1.5	1.0	2.2	1	2	4	0.20	0.30	0.50			2-94	K18	ar	64.95
ZFSC-2-2500	10-2500	16	11	17	14	17	14	0.5	0.8	0.6	1.4	0.8	1.5	1	4	8	0.20	0.30	0.40			2-94	K18	ar	74.95
		curves																							
ZMSC-2-1	0.1-400	20	15	25	20	25	20	0.2	0.5	0.4	0.75	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.20	0.30			2-32	M21	at	49.95
ZMSC-2-1W	1-650	25	20	35	20	25	20	0.3	0.5	0.5	0.8	0.7	1.0	2	3	4	0.15	0.20	0.30			2-32	M21	at	49.95
ZMSC-2-2*	0.002-60	27	20	30	20	27	20	0.3	0.6	0.3	0.6	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.25	0.30			2-33	M21	at	52.95
		Data and																							
ZSC-2-1	0.1-400	20	15	25	20	25	20	0.2	0.5	0.4	0.75	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.20	0.30			2-32	M22	at	47.95
ZSC-2-1W	1-650	25	20	35	25	25	20	0.3	0.5	0.5	0.8	0.7	1.0	2	3	4	0.15	0.20	0.30			2-32	M22	at	49.95
ZSC-2-2*	0.002-60	25	20	30	20	27	20	0.3	0.6	0.3	0.6	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.25	0.30			2-33	M22	at	52.95
ZSC-2-2-75**	0.002-60	25	20	30	20	27	20	0.3	0.6	0.3	0.6	0.6	1.0	2	3	4	0.15	0.25	0.30			2-96	M22	at	53.95
		Data and																							
ZSC-2-4	10-1000	25	20	35	20	25	20	0.2	0.5	0.5	0.8	0.7	1.3	2	4	6	0.15	0.20	0.30			2-33	M22	at	52.95
ZSC-2-375	55-85			35	25					0.3	0.5				1		0.10					2-166	M22	at	52.95
ZSC-2-1-75	0.25-300	20	15	30	20	20	15	0.4	0.75	0.4	0.75	0.4	1.0	2	3	5	0.15	0.20	0.30			2-166	M22	at	49.95

NOTES:

- * Isolation specified to 0.004 MHz
- ** Insertion loss and Isolation specified to -20°C from 0.002 MHz to 0.004 MHz
- ⊕ When only specification for M range given, specification applies to entire frequency range.
- ⊕ At low range frequency band (f_L to 10 f_L), linearly derate maximum input power by 13 dB.
- Denotes 75 Ohm model, for coax connector models 75 Ohm BNC connectors are standard.
- △ Available only with SMA connectors
- A. General Quality Control Procedures, Environmental Specifications, Hi-Rel and MIL description are given in section 0, see "Mini-Circuits Guarantees Quality" article.
- B. Connector types and case mounted options, case finishes are given in section 0, see "Case styles & Outline Drawings".
- C. Prices and specifications subject to change without notice.
- 1. Absolute maximum power, voltage and current ratings:
 - 1a. Matched power rating, models ZAPD, ZN2PD, ZC2PD 10 Watt ZAPD-900-5W, ZN2PD-20, 5W (as a splitter), other models 1 Watt
 - 1b. Internal load dissipation 0.125 Watt; ZAPD-900-5W, 1W max.; ZN2PD-20, 0.725W max.; ZN2PD-9G, ZAPD-2-22-75, 0.25W max.

coaxial connections

see case style outline drawing for pin locations

PORT	ar	as	at
SUM PORT	3	S	2
PORT 1	1	1	1
PORT 2	2	2	3
GND EXT.	—	—	—
CASE GND	—	—	—
NOT USED	—	—	—

Mini-Circuits®

P.O. Box 350166, Brooklyn, New York 11235-0003 (718) 934-4500 Fax (718) 332-4661

Distribution Centers NORTH AMERICA 800-654-7949 • 417-335-5935 • Fax 417-335-5945 • EUROPE 44-1252-835094 • Fax 44-1252-837010

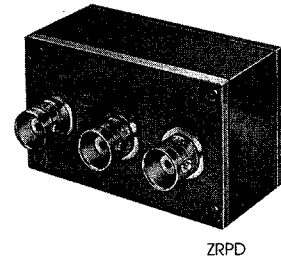
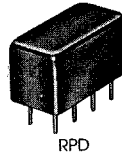
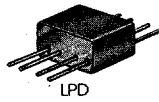
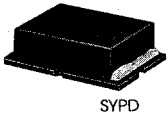
ISO 9001 CERTIFIED

PHASE DETECTORS

Surface Mount [□] Plug-In & Coaxial

HIGH OUTPUT 1000 mV DC output, 1 to 400 MHz

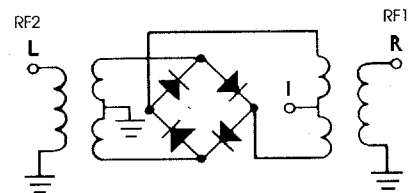
SURFACE MOUNT



MODEL NO.	FREQUENCY MHz		POWER IN RF1 RF2 (dBm)	SCALE FACTOR mV/degree	IMPEDANCE (ohms) OUTPUT LOAD	ISOLATION (dB) RF1-RF2 Min.	OUTPUT POLARITY RF1/RF2 in-phase	DC OUTPUT (mV) Note 2				FIGURE OF MERIT M Typ.	CAPD DATA (see RF/IF Designer hand-book) Page	CASE STYLE Note B	C connection	PRICE \$ Qty. (1-9)
	RF1 RF2	I						MAX. Typ.	Min.	OFFSET Typ.	Max.					
SYPD-1	1-100	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.2	1	143	12-5	TTT167	ec	14.95
SYPD-2	10-200	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.3	1	143	12-6	TTT167	ec	18.95
LPD-1	1-100	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.2	1	143	12-5	BB48	eb	26.45
MPD-1	1-100	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.2	1	143	12-5	A11	ea	21.45
MPD-2	10-200	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.3	1	143	12-6	A11	ea	24.95
MPD-21	50-400	DC-50	7	7	500	40*	neg.	800	500	0.5	1	120	12-5	A11	ea	26.95
RPD-1	1-100	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.2	1	143	12-5	A01	ea	18.45
RPD-2	5-150	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.3	1	143	12-6	A01	ea	20.95
ZRPD-1	1-100	DC-50	7	8	500	40	neg.	1000	700	0.2	1	143	12-5	M22	gg	57.95

NOTES:

- Non-hermetic
- * 30 dB from 200 to 400 MHz
- A. General Quality Control Procedures, Environmental Specifications, Hi-Rel and MIL description are given in General Information (Section 0).
- B. Connector types and case mounted options, case finishes are given in section 0, see "Case Styles & Outline Drawings".
- C. Prices and Specifications subject to change without notice.
- 1. Absolute maximum power, voltage and current rating:
 - 1a. RF Input power, 50mW
 - 1b. Peak IF current, 20mA
- 2. For LPD-1, MPD-1, RPD-1 & ZRPD-1 DC output decreases to 550 mV over 1-10 MHz as temperature decreases to -55°C



pin connections

see case style outline drawings for pin locations

PORT	ea	eb	ec	gg
RF REF (RF2)	8	8	2	1
RF IN (RF1)	1	5	1	3
DC OUT (I)	3,4	4	3	2
GND EXT.	2,5,6,7	1,2,3,6,7	4,5,6	—
CASE GND	2	1,2,3,6,7	—	—

NSN GUIDE

MCL NO.	NSN
MPD-1	6625-01-294-7152
MPD-21	5895-01-389-3572
RPD-1	5895-01-250-8525



Distribution Centers NORTH AMERICA 800-654-7949 • 417-335-5935 • Fax 417-335-5945 • EUROPE 44-1252-835094 • Fax 44-1252-837010

ISO 9001 CERTIFIED

Eine besonders wichtige Anwendung des Operationsverstärkers in der Analogrechentechnik ist der Integrator. Er bildet allgemein einen Ausdruck der Form

$$U_a(t) = K \int_0^t U_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + U_a(t=0).$$

12.4.1 Umkehrintegrator

Der Umkehrintegrator in Abb. 12.6 unterscheidet sich vom Umkehrverstärker dadurch, daß der Gegenkopplungswiderstand R_N durch einen Kondensator C ersetzt wird. Dann ergibt sich die Ausgangsspannung

$$U_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \left[\int_0^t I_c(\tilde{t}) d\tilde{t} + Q_0 \right].$$

Dabei ist Q_0 die Ladung, die sich zu Beginn der Integration ($t=0$) auf dem Kondensator befindet. Mit $I_c = -U_e/R$ folgt

$$U_a = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + U_{a0}.$$

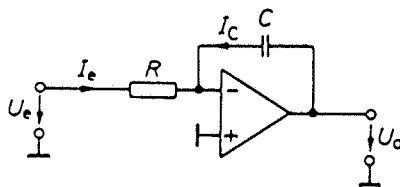


Abb. 12.6 Umkehrintegrator

Ausgangsspannung: $U_a = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + U_{a0}$

Die Konstante U_{a0} stellt die Anfangsbedingung dar: $U_{a0} = U_a(t=0) = Q_0/C$. Sie muß durch zusätzliche Maßnahmen auf einen definierten Wert gesetzt werden. Darauf werden wir im nächsten Abschnitt eingehen.

Nun wollen wir zwei Sonderfälle untersuchen: Ist die Eingangsspannung U_e zeitlich konstant, erhält man die Ausgangsspannung

$$U_a = -\frac{U_e}{RC} t + U_{a0};$$

sie steigt also linear mit der Zeit an. Deshalb ist die Schaltung zur Erzeugung von Dreieck- und Sägezahnspannungen sehr gut geeignet.

Ist U_e eine cosinusförmige Wechselspannung $u_e = \hat{U}_e \cos \omega t$, wird die Ausgangsspannung

$$U_a(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t \hat{U}_e \cos \omega \tilde{t} d\tilde{t} + U_{a0} = -\frac{\hat{U}_e}{\omega RC} \sin \omega t + U_{a0}.$$

Die Amplitude der Ausgangswechselspannung ist also umgekehrt proportional zur Kreisfrequenz ω . Trägt man den Amplitudenfrequenzgang doppelt-logarithmisch auf, ergibt sich eine Gerade mit der Steigung -6dB/Oktave . Diese Eigenschaft ist ein einfaches Kriterium dafür, ob sich eine Schaltung als Integrator verhält.

Das Verhalten im Frequenzbereich läßt sich auch direkt mit Hilfe der komplexen Rechnung ermitteln:

$$\underline{A} = \frac{U_a}{U_e} = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{j\omega RC}. \quad (12.8)$$

Für das Verhältnis der Amplituden folgt daraus

$$\frac{\hat{U}_a}{\hat{U}_e} = |\underline{A}| = \frac{1}{\omega RC},$$

wie oben gezeigt.

Bezüglich der Stabilität ist zu beachten, daß das Gegenkopplungsnetzwerk hier im Gegensatz zu den bisher behandelten Schaltungen eine Phasenverschiebung verursacht, d.h. der Rückkopplungsfaktor wird komplex:

$$\underline{k} = \left. \frac{V_N}{U_a} \right|_{U_e=0} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}. \quad (12.9)$$