

Einfache statistische Analyse von Finanzinstrumenten

Alexander Hofstätter (alex@hofstaetter.io)

03.04.2018

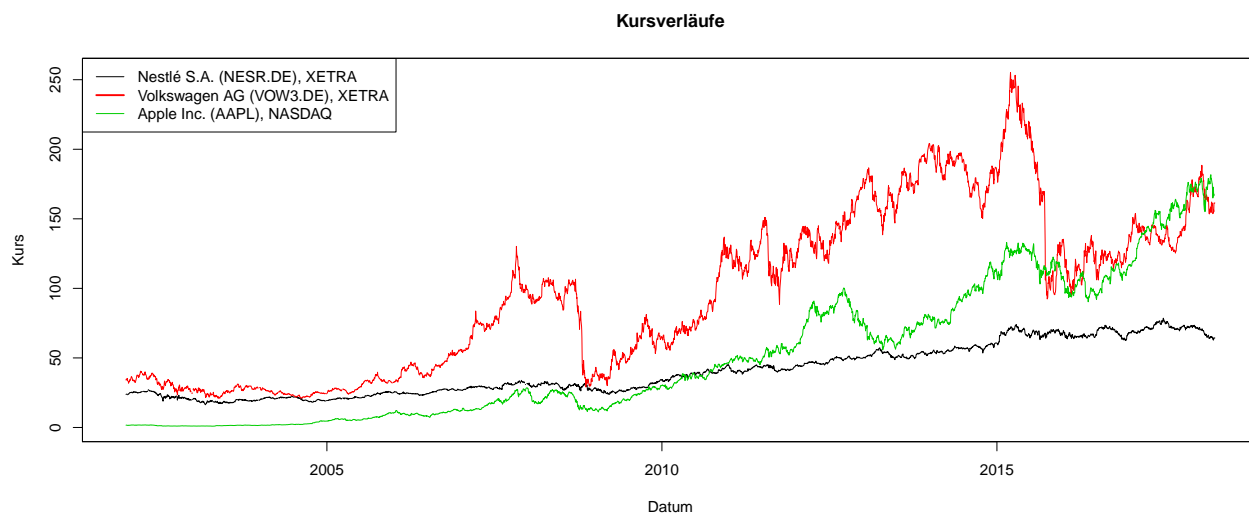
Nachfolgend soll ein Portfolio mit 3 Finanzinstrumenten gebildet werden und deren Kurse anhand relevanter statistischer Kennzahlen verglichen. Weiters sollen Empfehlungen und Investitionsentscheidungen abgeleitet werden.

Folgende Instrumente wurden dabei gewählt und analysiert. Die Daten wurden über die R-Schnittstelle von Yahoo Finance bezogen.

Symbol	Bezeichnung
NESR.DE	Nestlé S.A. (XETRA)
VOW3.DE	Volkswagen AG (XETRA)
AAPL	Apple Inc. (NASDAQ)

Kurse

Nachfolgend sind die Kurse der ausgewählten Titel im Zeitverlauf seit 2002-01-01 grafisch dargestellt.

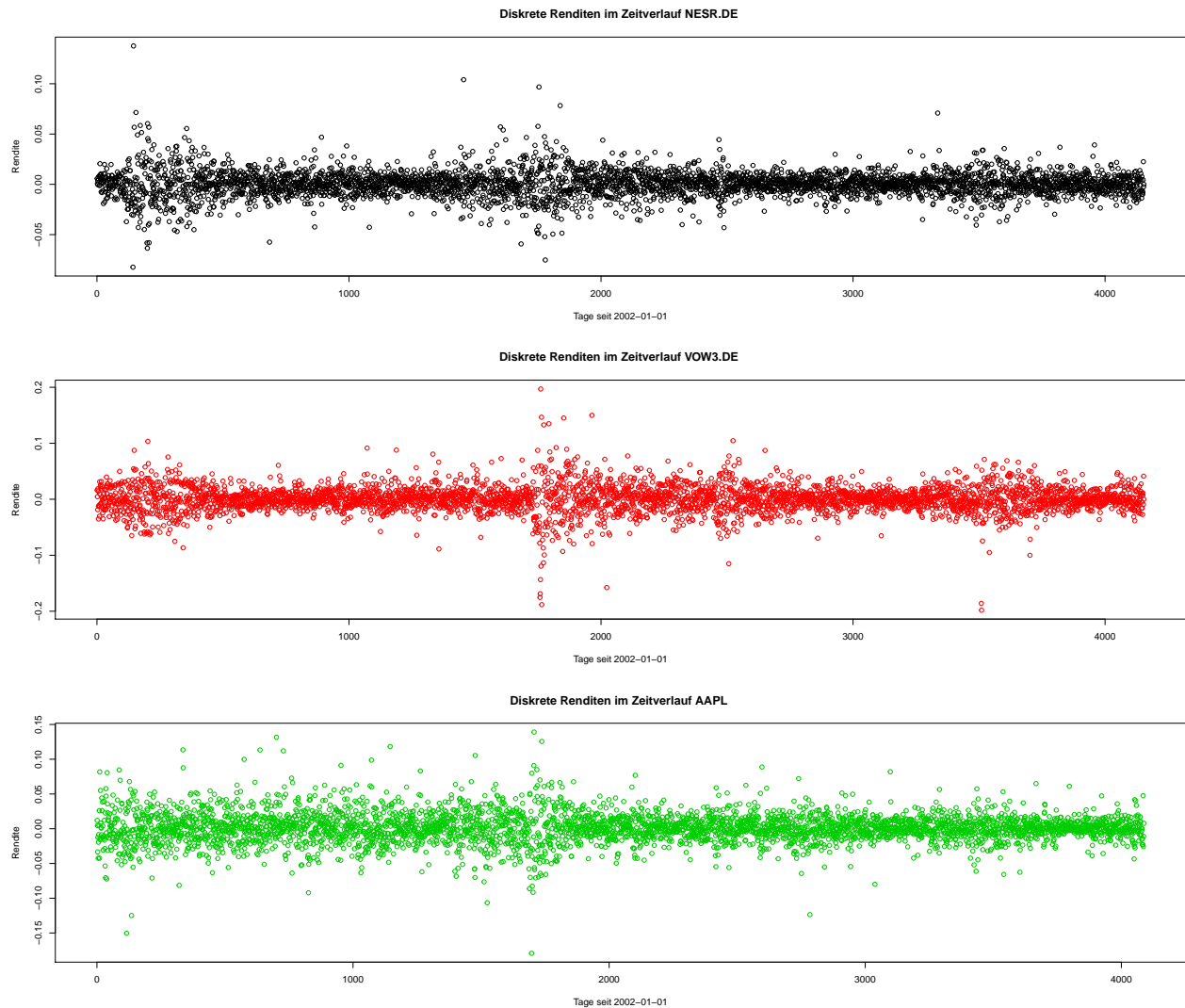


Renditen

Die hier verwendete diskrete Rendite basiert auf Basis der relativen Wertänderungen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten ($t-1$ und t).

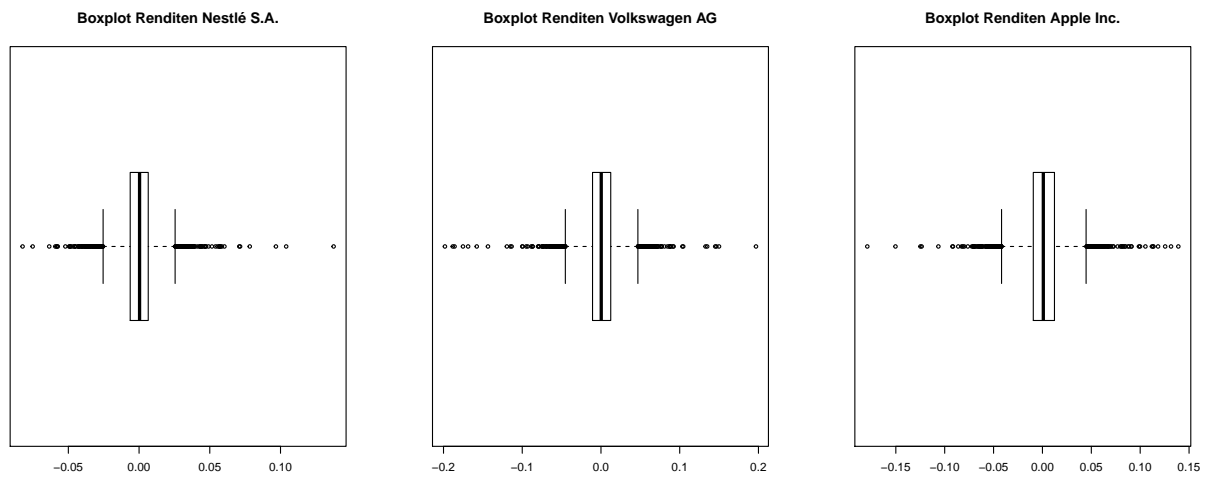
$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$$

Diese Berechnung entspricht einer diskreten Verzinsung des Kapitals, Zinsen werden dem Kapital in bestimmten zeitlichen Abständen zugeschrieben.

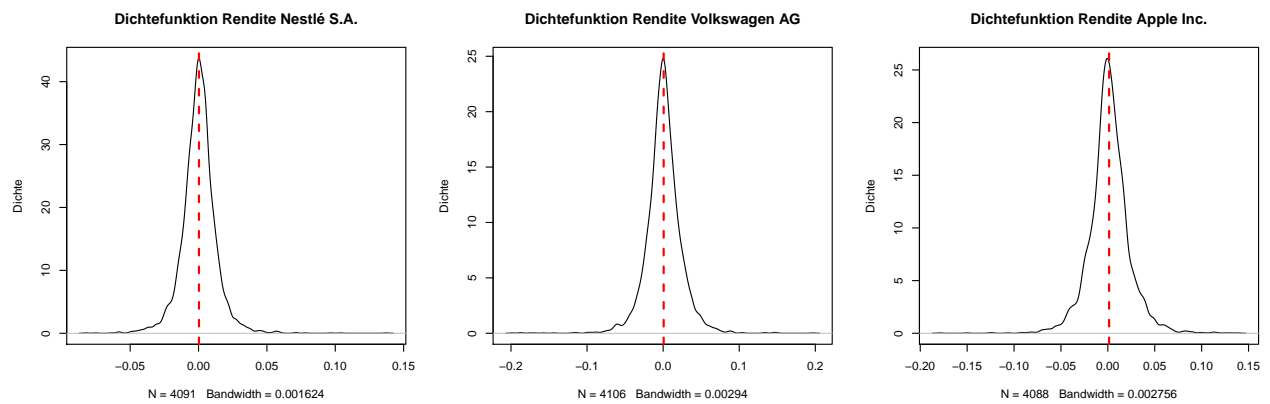


Empirische Eigenschaften von Renditen

Boxplots



Dichteverteilung



Nestlé S.A. (NESR.DE)

Quantile

Nestlé S.A. weist ein arithmetisches Mittel von 0.0003192, eine Varianz von 0.000167 und eine Standardabweichung von 0.0129215 auf.

Der Median (0.0003515) und die empirischen Quantile liegen wie folgt.

```
>           0%           25%           50%           75%           100%
> -0.0823529412 -0.0062758454  0.0003515016  0.0064843417  0.1375661376
```

Seit Beginn der Beobachtungen (2002-01-01) betrug daher der maximale Verlust zwischen zwei Handelstagen -8.2353% und der maximale Gewinn 13.7566%.

```
>           5%           95%
> -0.01953817  0.01979564
```

Betrachtet man die statistisch interessanten 5% und 95% Quantile, so kann man daraus schließen, dass man an den schlechtesten 5% der betrachteten Tage mindestens -1.9538% Verlust und an den besten 5% der Tage mindestens 1.9796% Gewinn gemacht hätte.

Schiefe

Mithilfe der Quantile kann man auf den Schiefekoeffizient schließen. Die Schiefe beschreibt als Indikator bzw. Maßzahl die Symmetrie eines Histogramms. Dieser beträgt für *Nestlé S.A.*: $SK = -0.0387539$. Die Verteilung ist daher linksschief, woraus sich ableiten lässt, dass der Anteil negativer Renditen überwiegt und die Renditeverteilung mehr negative als positive Ausreißer hat.

Wölbung

Ein weiteres Maß für die Beurteilung der Form eines Histogramm ist die Wölbung (oder Kurtosis). Der Wölbungskoeffizient (WK) einer Normalverteilung beträgt 1.34. Die Verteilung hat längere Enden als eine Normalverteilung wenn $WK < 1.34$ (leptokurtisch; oder auch Hochgipfeligkeit), die Werte finden sich daher eher an den Ausläufen und weniger um den Mittelwert herum. Sei hingegen $WK > 1.34$, so hat die Verteilung kürzere Enden als eine Normalverteilung (platykurtisch; oder auch Flachgipfeligkeit).

Der Wölbungskoeffizient der *Nestlé S.A.* Aktie beträgt $WK = 0.9875183$.

Volkswagen AG (VOW3.DE)

Quantile

Volkswagen AG weist ein arithmetisches Mittel von 0.0006576, eine Varianz von 0.0005648 und eine Standardabweichung von 0.023765 auf.

Der Median (0.0003388) und die empirischen Quantile liegen wie folgt.

>	0%	25%	50%	75%	100%
>	-0.1981845506	-0.0107121619	0.0003388032	0.0123997450	0.1968861334

Seit Beginn der Beobachtungen (2002-01-01) betrug daher der maximale Verlust zwischen zwei Handelstagen -19.8185% und der maximale Gewinn 19.6886%.

>	5%	95%
>	-0.03430899	0.03684184

Betrachtet man die statistisch interessanten 5% und 95% Quantile, so kann man daraus schließen, dass man an den schlechtesten 5% der betrachteten Tage mindestens -3.4309% Verlust und an den besten 5% der Tage mindestens 3.6842% Gewinn gemacht hätte. Im Vergleich mit der *Nestlé S.A.* Aktie kann hier bereits eine größere Volatilität festgestellt werden. Der Varianzvergleich bestätigt diese Feststellung. Dies hat zur Folge dass der maximal erreichbare Gewinn, aber auch der maximal erzielbare Verlust höher sind. Im relativen Vergleich ist diese Aktie also eher in einem Portfolio eines risikoneutralen Investors zu finden.

Schiefe

Der Schiefekoeffizient beträgt für *Volkswagen AG*: $SK = 0.0436994$. Die Verteilung ist somit rechtsschief. Daraus lässt sich ableiten, dass der Anteil positiver Renditen überwiegt und die Renditeverteilung mehr positive als negative Ausreißer enthält. Es ist davon auszugehen, dass eine rechtsschiefe Verteilung einem Investor eher zusagen wird als eine linksschiefe (überwiegend negative Verteilung).

Wölbung

Der Wölbungskoeffizient der *Volkswagen AG* Aktie beträgt $WK = 0.9725169$, somit ist die Verteilung leptokurtisch und hat längere Enden als eine Glockenkurve.

Apple Inc. (AAPL)

Quantile

Die *Apple Inc.* Aktie weist ein arithmetisches Mittel von 0.0013692, eine Varianz von 0.0004805 und eine Standardabweichung von 0.0219198 auf.

Der Median (0.0008906) und die empirischen Quantile liegen wie folgt.

```
>           0%           25%           50%           75%           100%
> -0.1791952511 -0.0093547957  0.0008906081  0.0122983067  0.1390496531
```

Seit Beginn der Beobachtungen (2002-01-01) betrug daher der maximale Verlust zwischen zwei Handelstagen -17.9195% und der maximale Gewinn 13.905%.

```
>           5%           95%
> -0.03233719  0.03686409
```

Betrachtet man die statistisch interessanten 5% und 95% Quantile, so kann man daraus schließen, dass man an den schlechtesten 5% der betrachteten Tage mindestens -3.2337% Verlust und an den besten 5% der Tage mindestens 3.6864% Gewinn gemacht hätte.

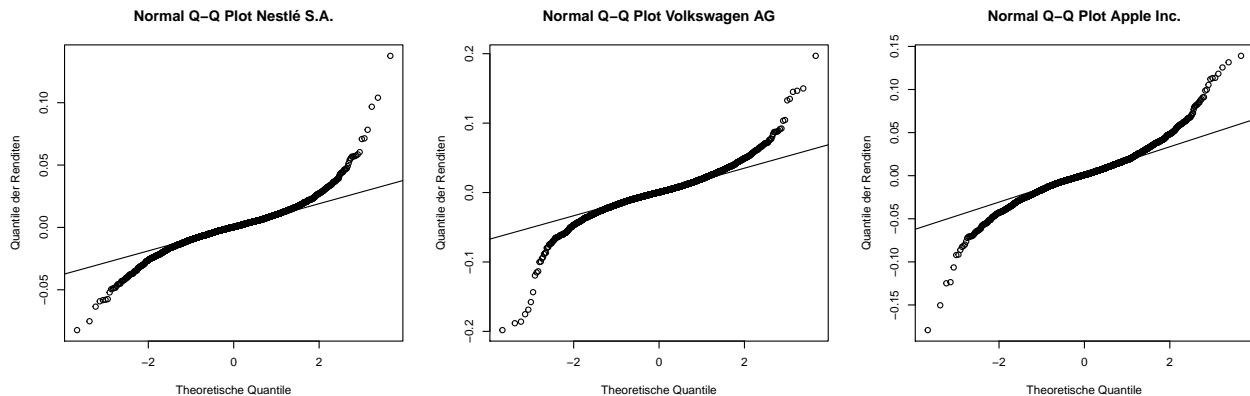
Schiefe

Der Schiefekoeffizient beträgt für *Apple Inc.*: $SK = 0.053678$. Die Verteilung ist somit rechtsschief. Daraus lässt sich ableiten, der Anteil positiver Renditen überwiegt.

Wölbung

Der Wölbungskoeffizient der *Apple Inc.* Aktie beträgt $WK = 0.9878335$, somit ist auch diese Verteilung leptokurtisch.

Normalverteilung



Jarque Bera Test

Eine Überprüfung der Normalverteilung der Residuen kann u.a. mit dem Jarque Bera Test durchgeführt werden. Dieser Test untersucht sowohl Wölbung als auch Schiefe und beruht auf der Nullhypothese der Normalverteilung. Die Teststatistik JB ist χ^2 -verteilt mit zwei Freiheitsgraden.

```
>  
> Jarque Bera Test  
>  
> data: Nestle  
> X-squared = 11417, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

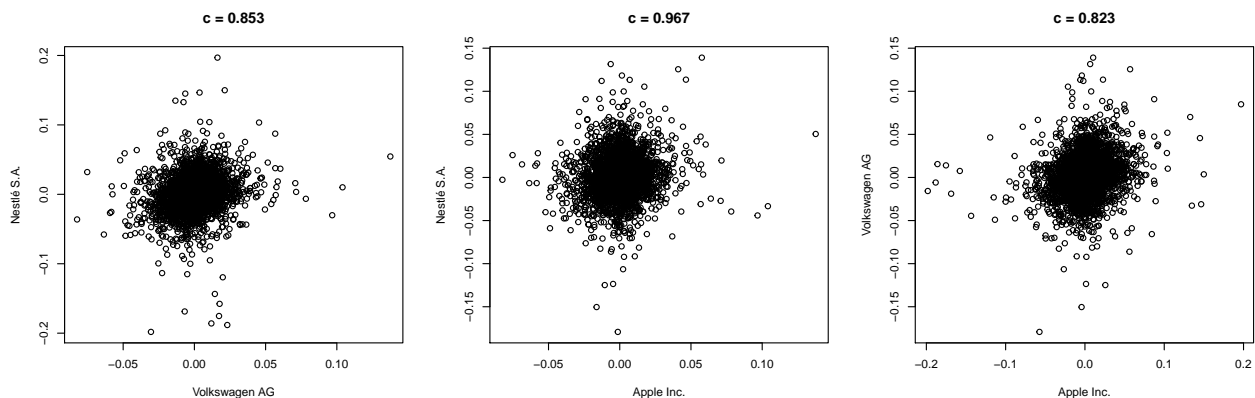
Repräsentativ für die Renditen aller untersuchten Aktien wurde ein JB Test am Beispiel der Nestlé S.A. (NESR.DE) Aktie durchgeführt.

Die Werte der Teststatistiken aller anderen Renditendaten sind ebenfalls signifikant (Für Volkswagen AG: $\chi^2 = 13494$; für Apple Inc.: $\chi^2 = 4459$). Die p-Werte sind daher alle nahezu 0. Daraus folgt, dass die Null-Hypothese der Normalverteilung für alle untersuchten Verteilungen der Renditen verworfen wird.

Aus vorhergehenden Grafiken, statistischen Werten sowie dem Jarque Bera Test lässt sich also mit Sicherheit schließen, dass die untersuchten Renditen nicht normalverteilt sind.

Korrelation

Zuletzt kann noch betrachtet werden, wie stark die verschiedenen Kurse im Zeitverlauf voneinander abhängig sind, bzw. sich gegenseitig beeinflussen oder von den selben Faktoren beeinflusst werden. Nachfolgend ist auch der Korrelationskoeffizient (c) angegeben.



Da die Korrelationskoeffizienten alle nahe bei 1 sind ist ein starker Zusammenhang gegeben.

Conclusio

Abhängig von der Risikoaversität des Investors können unterschiedliche Ansätze zur Zusammenstellung eines Portfolios gewählt werden. Der maximale Gewinn (19.6886%) zwischen 2 Handelstagen hätte mit der Aktie *Volkswagen AG* erzielt werden können, allerdings auch der maximale Verlust (-19.8185%).

Ein risikoaverser Investor würde vermutlich eine weniger volatile Aktie bevorzugen. Die geringste Volatilität (minimalste Varianz) unter den untersuchten Titeln weist die *Nestlé S.A.* auf.

Ein Investor hätte mit der *Nestlé S.A.* maximal -8.2353% Verlust und am besten Tag 13.7566% Gewinn verbuchen können. Weiters ist zu erkennen, dass jene Aktie mit der geringsten Varianz, auch jene mit der geringsten Volatilität ist.

In der Portfoliotheorie betrachtet man es eher als ineffizient wenn mehrere Titel im Portfolio einen stark positiven Zusammenhang haben, da aufgrund der Abhängigkeit, keine Risikostreuung vorgenommen wird.

	Nestlé S.A.	Volkswagen AG	Apple Inc.
μ	0.0003192	0.0006576	0.0013692
σ^2	0.000167	0.0005648	0.0004805
SK	-0.0387539	0.0436994	0.053678
WK	0.9875183	0.9725169	0.9878335

Source: github.com/alexanderhofstaetter/R-simple-statistic-portfolio-analysis.