

Практика 2. Формула включений-исключений.

DM 1. Пусть у нас есть граф G . Выразите количество гамильтоновых циклов в графе G , через C_X — количество циклов в графе $G \setminus X$ ($X \subseteq V(G)$).

DM 2. Используя предыдущую задачу придумайте алгоритм вычисляющий количество гамильтоновых путей такой, что он работает $2^n \text{poly}(n)$, где n — число вершин.

DM 3. Сколько существует вариантов выбрать две разные клетки так, что бы они не находились ни в одной строке, ни в одном столбце.

DM 4. Сколько всего чelyх чисел от 1 до 999 таких, что они не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7.

DM 5. Докажите двойственную к формуле включений-исключений формулу:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|.$$

DM 6. Докажите еще одну двойственную к формуле включений-исключений формулу (она вам поможет в первой задаче):

$$|A \cap B \cap C| = -|\bar{A}| - |\bar{B}| - |\bar{C}| + |\bar{A} \cap \bar{B}| + |\bar{B} \cap \bar{C}| + |\bar{C} \cap \bar{A}| - |\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}|.$$