

### Домашнее задание 3. Частичные порядки и графы.

**DM 1.** (1 балл) В ящике 10 белых и 20 черных носков. Сколько минимум нужно вынуть носков, чтобы гарантировать, что вам удастся вынуть хотябы два одного цвета.

**DM 2.** (1 балл) Найдите такое минимальное  $k$ , что если мы выберем  $k$  различных чисел из чисел от 1 до 20, то обязательно найдется пара дающая в сумме 21.

**DM 3.** (1 балл) Пусть  $\{A_i\}, i \in [k]$  — набор из  $k$  подмножеств множества  $[n]$ . Известно, что пересечение любых двух подмножеств из этого набора непусто. Докажите, что  $k \leq 2^{n-1}$ . Приведите пример, на котором в этом неравенстве достигается равенство.

**DM 4.** (1 балл) Даны несколько различных натуральных чисел. Докажите, что если среди любых  $n$  из них можно выбрать два так, что одно делится на другое, то все числа можно покрасить в  $n - 1$  цвет так, чтобы из любых двух чисел одного цвета одно делилось на другое.

**DM 5.** (1 балл) Докажите, что любая последовательность из  $n^2 + 1$  различных целых чисел содержит либо убывающую, либо возрастающую подпоследовательность из не менее чем  $n + 1$  числа.

**DM 6.** (2 балла) Пусть на прямой задана произвольная система отрезков. Обозначим через  $M$  наименьшее количество точек на прямой таких, что каждый из отрезков системы содержит одну из этих точек; через  $m$  — наибольшее количество попарно непересекающихся отрезков, которые можно выбрать из данной системы. Докажите, что  $M = m$ .