

Домашнее задание 6. Теория графов.

DM 1. (1 балл) Пусть A есть матрица смежности графа G . Докажите, что элемент $a_{i,j}^k$ k -й степени матрицы A определяет количество маршрутов длины k из вершины i в вершину j .

DM 2. (1 балл) Докажите или опровергните следующее утверждение: объединение двух различных маршрутов, соединяющих две вершины, содержит простой цикл.

DM 3. (1 балл) Рассмотрим квадратную сетку, состоящую из $5 \cdot 5 = 25$ вершин, соединенных между собой сорока ребрами. Можно ли покрыть эту сетку пятью ломаными длины 8? А восемью ломаными длины 5?

DM 4. (1 балл) Докажите, что в графе, изображенном на рис. 1, гамильтонова цикла не существует (Гамильтонов цикл - это цикл проходящий по всем вершинам ровно по одному разу).

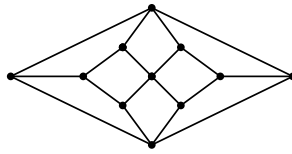


Рис. 1:

DM 5. (1 балл) Рассмотрим простой регулярный граф G , степень каждой вершины которого равна четырем. Докажите, что ребра этого графа всегда можно покрасить в два цвета (красный и синий) так, чтобы любая вершина была инцидентна ровно двум синим и ровно двум красным ребрам.