Задача 7.5.

$h = 1$ км

$l = 2$ см

Минимально разрешимое расст. $l_{min} \approx 1{,}22 \frac{\lambda}{D} h$.

Скажем $D = 1$ см, $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см

Тогда $l_{min} \approx 7{,}3$ см – min расст. между точками, которые орёл может различить.

Ответ: нет

Задача 1.

Интенсивность излучения в направл. падающей волны вычисляется как

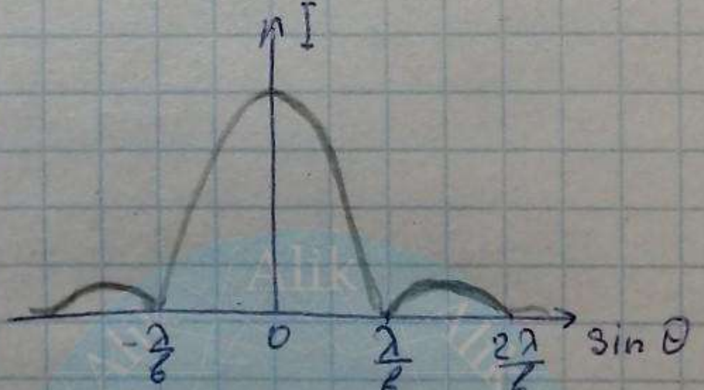
$$I_m = I_0\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z}\right)^2 \sim R^4$$

Освещённость прямо пропорц. потоку, кот. прямо пропорционален интенсивности и обратно площади, но т.к. смотрим освещ. в центре то $dS = const \hookrightarrow E \sim I_m \sim R^4 \sim D^4$

Ответ: увеличится в 16 раз.

Задача 2°

$$\frac{b = 10\lambda}{I_1/I_0 - ?}$$



Первый дифр. max нах-ся на $\frac{3\lambda}{2b}$, т.е. $\sin\theta = \frac{3\lambda}{2b}$:

$$I_1 = I_0\left(\frac{\sin\frac{kb\sin\theta}{2}}{\frac{kb\sin\theta}{2}}\right)^2 = I_0\left(\frac{\sin\frac{3b\cdot k\lambda}{2\cdot 2b}}{\frac{kb3\lambda}{4b}}\right)^2 \overset{k=\frac{2\pi}{\lambda}}{=} I_0\left(\frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = I_0\cdot\frac{4}{9\pi^2}$$

Ответ: $I_1/I_0 = \frac{4}{9\pi^2} \approx 0{,}045$

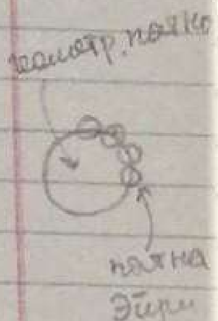
Задача 7.16

$L = 10$ см

$\lambda = 5000$ Å

D - ?

Пятно складывается из геометр. изобр. и дифф. Фраунг.



$$D_п = D + 2 \cdot 1{,}22 \frac{\lambda}{D} L$$

Чтобы найти минимум, посчитаем произв.:

$$\frac{dD_п}{dD} = 1 - 2{,}44 \frac{\lambda L}{D^2} = 0 \quad \hookrightarrow \quad D = \sqrt{2{,}44 \lambda L}$$

Ответ: $D = \sqrt{2{,}44\, \lambda L} \approx 0{,}35$ мм.

Задача 7.48

$D = 5$ м

$\delta_{чувств.} = 0{,}01$

$r - ?$

$1{,}22 \dfrac{\lambda}{D} L = r_0$ – видимый размер пятна

В телескопе площ. пятна

$$S_0 = \pi r_0^2 = \pi \left(1{,}22 \frac{\lambda L}{D}\right)^2$$

Тогда $0{,}99 = \dfrac{S_0 - \pi r^2}{S_0} = 1 - \dfrac{\pi r^2 D^2}{\pi \left(1{,}22 \lambda L\right)^2} \hookrightarrow \dfrac{r^2 D^2}{1{,}49 \lambda^2 L^2} = 0{,}01$

Откуда $r \approx \frac{\lambda L}{D}\sqrt{0,015} \approx 488\,см$ $\left(\begin{matrix} L \sim 4 \cdot 10^5\,км \\ \lambda \sim 5000\,Å \end{matrix}\right)$

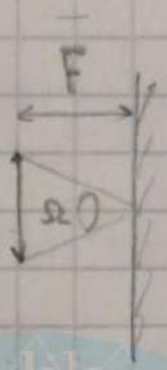
Ответ: $r \approx 4,9\,м$

Задача 7.54

$\alpha = 10 = \dfrac{E_{неба}}{E_{зв}}$

$\beta = 10$

$\dfrac{D'_2}{D_1} - ?$



$E_{неба} \propto \Omega \propto D^2$

Т.к. звезда - точечн. объект, то на фотопл. она будет в виде пятна Эйри.

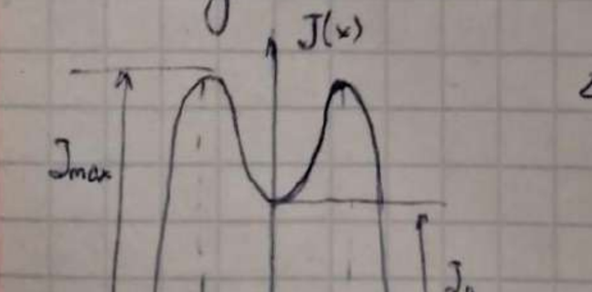
$$E_{зв} \propto \frac{\Phi}{S_{пятна}} \propto \frac{D^2}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{D}F\right)^2} \propto D^4$$

$$S_{пятна} = \frac{\pi d^2_{дифр}}{4} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{D}F\right)^2$$

$$\alpha = \frac{E_{н.}}{E_{зв}} = \frac{k^{=const}}{D_1^2} \qquad \beta = \frac{E_{зв}}{E_{н}} = \frac{D'^2_2}{k}$$

$$\frac{D'^2_2}{D_1^2} = \alpha\beta \hookrightarrow \frac{D'_2}{D_1} = \sqrt{\alpha\beta} = 10$$

Задача 7.83



$$\Delta X = 1{,}22\,\frac{\lambda z}{D}$$

$$J_0 = 0{,}8\,J_{max}$$

$\dfrac{J(0)}{J(x_0)}$ - ? если

а) на когер.

б) если разн. фаз $\pi/2$

В случае когда источники некогерентны

$$|E_1 + E_2|^2 = |E_1^2| + |E_2|^2 = 0,8$$

Если они когерентны, то:

$$|E_1 + E_2|^2 = \underset{E^2}{E_1^2} + \underset{E^2}{E_2^2} + 2\,\underset{E^2}{E_1 \cdot E_2} = 0,8 + 0,8 = 1,6$$ (интенсивн. один $E_1 = E_2$)

В месте пересечения источников будет интерференционная картина.

Если источн. излучают с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$, то $E_1 \cdot E_2 = 0$ и $|E_1 + E_2|^2 = 0,8$.

Ответ: при синфазном $\frac{J(0)}{J(x_0)} = 1,6$.

при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\frac{J(0)}{J_m} = 0,8$

Задача 7.10

$H = 5$ км

$l = 2,5$ см

$n = 500$ штр/мм

$v = 360$ км/ч

f - ? D - ?

τ - ?

Угол, разрешаемый по дифракции. $\theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ $\to l = 1,22 \frac{\lambda H}{D}$

Угол разр. на плёнке $\theta_2 = \frac{1}{nf}$ $\to l = \frac{H}{nf}$

Чтобы увидеть $l = 2,5$ см, необх. чтобы $D \geq 1,22 \frac{\lambda H}{l} = 10$ см

$f \geq \frac{H}{nl} = 40$ см

Размытия картины не будет, если относ. смещения объекта в системе, связ. с самолётом, к высоте полёта будет < отношения зерна плёнки к фокусному расст. фотоап.:

$$\frac{v\tau}{H} < \frac{1/n}{f} \hookrightarrow \tau < \frac{H}{vnf} \approx 0{,}25 \cdot 10^{-3} c$$

Задача 7.53

$N = 10$ Вт

$\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц

$D = 50$ см

$d = 5$ мм

$n = 60$ квант/с

$L - ?$

Будем считать, что мощность равномерно распр-ся по пятну.

Чтобы увидеть свет лазера, необх., чтобы мощность света, попад. в глаз, была больше той, которую видит глаз.

Размер пятна

$$\frac{d_n}{L} \approx \psi = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \qquad d_n = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} L$$

$$L = d_n \frac{D}{1{,}22} \frac{\nu}{c}$$

Считая, что мощн. равном. распр.:

$$N \cdot \frac{d^2}{d_n^2} \geq n h \nu \hookrightarrow d_n^2 \leq d^2 \frac{N}{n h \nu}$$

$$d_n \le d\sqrt{\frac{N}{nh\nu}} \quad \hookrightarrow \quad L \le \frac{d\,D}{1{,}22\lambda}\sqrt{\frac{N}{nh\nu}} =$$

$$= \frac{D\,d}{1{,}22c}\sqrt{\frac{N\nu}{nh}}$$

Ответ: $L \le 2{,}6\cdot 10^{11}$ м

Задача 7.59

$a = 0{,}9$

$n = 1{,}6$

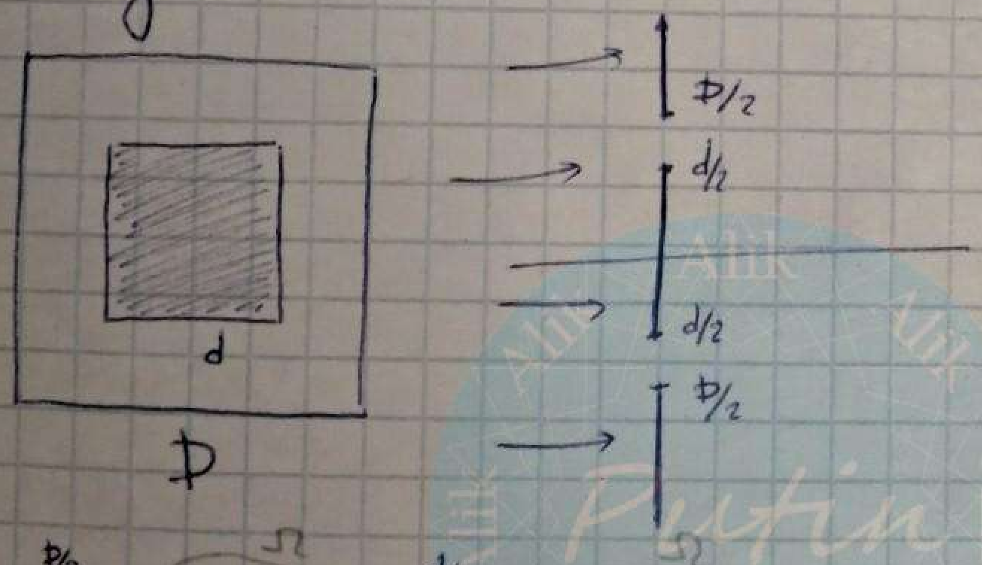
$\lambda = 5500\ \text{Å}$

$\delta_1, \delta_2 - ?$

$$\delta_1 = \frac{0{,}5\lambda}{a} = 0{,}3 \text{ мкм}$$

$$\delta_2 = \frac{0{,}5\lambda}{na} = 0{,}19 \text{ мкм}$$

Задача 7.33



$$\int_{-D/2}^{D/2} e^{\overbrace{ikx\sin\varphi}^{\Omega}} dx - \int_{-d/2}^{d/2} e^{\overbrace{ikx\sin\varphi}^{\Omega}} dx = \frac{1}{i\Omega}\left[e^{i\Omega \frac{D}{2}} - e^{-i\Omega\frac{D}{2}} - \right.$$

$$\left. - \left(e^{i\Omega\frac{d}{2}} - e^{-i\Omega\frac{d}{2}}\right)\right] = \frac{2\sin\Omega\frac{D}{2}}{\Omega} - \frac{2\sin\Omega\frac{d}{2}}{\Omega} =$$

$$= \frac{4}{\Omega}\cos\frac{D+d}{4}\Omega \cdot \sin\frac{D-d}{4}\Omega =$$

$$= (D-d)\,\frac{\sin\Omega\frac{D-d}{4}}{\Omega\frac{D-d}{4}}\,\cos\Omega\frac{D+d}{4}$$

$$I \propto (D-d)^2\,\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\,\cos^2\Omega\frac{D+d}{4}$$

1й min $\quad \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\,\frac{D+d}{4}=\frac{\pi}{2}$

$$\downarrow$$

$$\sin\varphi=\frac{\lambda}{D+d}$$

В отсутствие экрана $\sin\varphi_0=\frac{\lambda}{D}$

Когда есть экран и нет экр.:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0}=\frac{D}{D+d}\longrightarrow\left.\frac{\varphi}{\varphi_0}\right|_{max}=\lim_{d\to D}\frac{D}{D+d}=\frac{1}{2}$$