

### Задача 8.2

Дано:

$$dn/d\lambda = 956 \text{ см}^{-1}$$

$$\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$$

$$\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$$

$$b_{\text{min}} = ?$$

Для призмы с основанием  $b$ :

$$R = b \frac{dn}{d\lambda}$$

Также 
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} + \frac{\lambda_2}{\Delta\lambda} \right) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{2}$$

Откуда 
$$b = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot \frac{1}{dn/d\lambda} = 1 \text{ см}$$

Задача 1°

Дано:

$$d = 10 \text{ нм}$$

$$\lambda_1 = 5890 \text{ Å}$$

$$\lambda_2 = 5896 \text{ Å}$$

$$m = 2$$

$$\delta\varphi = ?$$

Условие на max для дифф. решетки

$$d \sin \varphi = m \lambda$$

Дифференцируем:

$$d \cdot \cos \varphi \cdot \delta\varphi = m \delta\lambda$$

Т.к. углы  $\varphi$  малы, то  $\cos \varphi \approx 1$ .

$$\delta\varphi = \frac{m \delta\lambda}{d} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

Задача 2°

$$D = 10^3 d$$

$R_1 - ?$

$R_2 - ?$

Ширина прозр. штрихов равна  $\frac{d}{2} = b$

Для дифр решетки условие макс. есть

$d \sin \theta = m \lambda$ . Но он не осуществляется, если он приходится на максимум  $b \sin \theta = n \lambda$  так как:

$$I_\theta = I_0 \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} \right)^2}{\left( \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} \right)} \right)^2 \left( \frac{\sin \left( N \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\sin \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$

В нашем случае  $b = \frac{d}{2}$ , т.е. при  $m = n \frac{d}{b} = 2n$ ,  $n = 1, 2, 3$

максимум идет - интенсивность равна 0.  $I|_{m=2} = 0$

Значит  $R_2 = 0$

Для  $R_1$  все хорошо и для дифр решетки  $R = mN = m \frac{D}{d}$

Откуда  $R_1 = 10^3$



Задача 8.39

$$D = 0,1 \text{ см}$$

$$\delta\lambda = 5 \text{ нм}$$

$$\lambda = 500 \text{ нм}$$

$$L_{\min} = ?$$

Условий размер источника  $\psi = \frac{D}{L}$

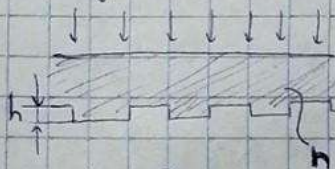
$$\delta\lambda_{\text{кор}} = \frac{\lambda}{N} \geq N d$$

$$\text{Из того, что } R \leq m_{\max} N = \frac{d \cdot 1}{\lambda} \cdot N \rightarrow N \geq \frac{\lambda R}{d}$$

$$\text{Значит } \psi \leq \frac{\lambda}{Nd} \leq \frac{1}{R}$$

$$\text{Подставляя } \psi: \frac{D}{L} \leq \frac{1}{R} \rightarrow L \geq R \cdot D = D \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 0,1 \text{ см} = 100 \text{ см}$$

Задача 8.19



$h - ?$

$I_0 - ?$

Рассчитаем возникающую разность хода, считая все углы малыми.



$$e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \varphi \frac{d}{2}} = e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda m}{d} \frac{d}{2}} = e^{i \pi m}$$

$d \sin \varphi = m \lambda$

Максимум образуется разность хода суммарная (на  $1^{st}$  min) будет  $\frac{\lambda}{2} + h(n-1) = m \lambda$ , откуда  $h = \frac{\lambda(m - 1/2)}{n-1}$ ,  $m = 1, 2, \dots$

Нулевой максимуму соотв.  $\theta = 0$

П.к.  $\theta = \frac{d}{2}$  и сдвиг фаз  $\frac{\lambda}{2}$ , то первого нулевого max не будет (как в 2°, но со сдвигом фаз  $\frac{\lambda}{2}$ )

# Задача 8.61

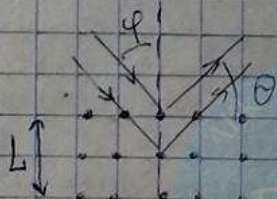
Дано:

$$\lambda = 2,8 \text{ \AA}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$L = 0,56 \text{ нм}$$

$$\delta\theta = ?$$



Условие максимумов, т.е. прихода всех отраж. лучей в фазе

$$2d \sin \theta = m \lambda$$

$$2d \cos \theta \delta\theta = m \delta\lambda$$

Откуда 
$$\delta\theta = \frac{\delta\lambda \cdot m}{2d \cos \theta} = \frac{\delta\lambda \cdot m}{2 \frac{L}{N} \cos \theta} = \frac{\lambda_R \text{ нм}}{2L \cos \theta} = \frac{\lambda}{2L \cos \theta} =$$

$$= \frac{\lambda}{2L \sin \varphi} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$



Задача 8.78

Дано

$$\beta = 99\%$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$\lambda = 0,63 \text{ мкм}$$

$$\delta\nu, \Delta\nu - ?$$

Поглощаем потери за 1 радиан:

$$\frac{W(1-\beta) \cdot 2}{\frac{2L}{\lambda} \cdot 2\pi} = \Delta W_{\text{пад}} - \text{т.к. 2 раза отраж}$$

за время  $\frac{2L}{c}$ , и  $T = \frac{\lambda}{c}$

$$Q = \frac{W}{\Delta W_{\text{пад}}} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\beta)}$$

Ширина резонансн. кривой

$$\delta\nu = \frac{\nu}{Q} = \frac{c}{\lambda Q} \quad (\text{т.к. } Q = \frac{\nu}{\delta\nu})$$

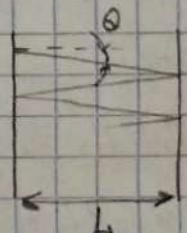
для соседних максимумов:

$$2L \cos \theta = m\lambda$$

$$2L \cos \theta = (m-1)(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$\text{Откуда } \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m-1} \hookrightarrow \Delta\lambda \approx \frac{\lambda}{m}, \text{ т.к. } m \gg 1. \quad m\lambda = 2L$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{\lambda_1\lambda_2} (\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{c \lambda}{\lambda^2 m} = \frac{c}{2L}$$



$$\text{Ответ: } Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\beta)} = 10^9, \quad \delta\nu = \frac{c}{\lambda Q} = 0,5 \text{ МГц}, \quad \Delta\nu = \frac{c}{2L} = 150 \text{ МГц}$$

Задача 8.37

Дано:

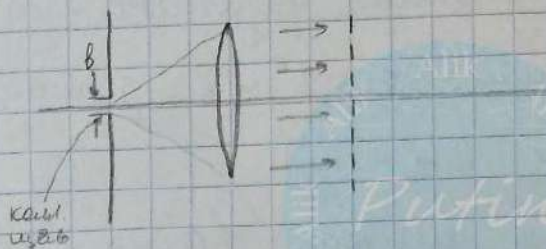
$$f = 20 \text{ см}$$

$$N = 1000$$

$$d = 0,001 \text{ см}$$

$$\lambda = 5000 \text{ Å}$$

$b = ?$



Условий размер ширины

$$\psi = b/f$$

Тогда

$$g_{\text{кор}} = \frac{\lambda}{\psi} = \frac{\lambda}{b/f} = \frac{\lambda f}{b}$$

$$g_{\text{кор}} = L = N \cdot d = \frac{\lambda f}{b}$$

Откуда  $b \leq \frac{\lambda f}{Nd} = 10^{-3} \text{ см}$



Задача 8.47.

Дано:

$$\lambda = 1,06 \text{ мкм}$$

$$\tau = 1 \text{ нс}$$

$$n = 1500 \text{ см}^{-1}$$

$$m = 2$$

$$L = ?$$

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$\Delta = L \sin \theta = L \frac{m \lambda}{d}$$

$$\tau = \frac{\Delta}{c} = L \frac{m \lambda}{d c} \rightarrow L = \frac{c \tau d}{\lambda m} = 95 \text{ см}$$

Если  $\Delta t > \tau$ , то <sup>из спектра</sup> ~~интенсивности~~ будет наблюдаться групповая скорость

Задача Т5

Дано:

$$\lambda = 6563 \text{ \AA}$$

$$\delta\lambda \approx 0,16 \text{ \AA}$$

$$g = 0,9$$

$$L = ? \quad \Delta\lambda = ?$$

$$\theta_1 = ? \quad \frac{d\theta}{d\lambda} = ?$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi L \sqrt{g}}{\lambda(1-g)} \quad \hookrightarrow \quad L = \frac{\lambda^2(1-g)}{2\pi \sqrt{g} \delta\lambda} = 0,045 \text{ см}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nL} = 4,8 \text{ \AA}$$

$$2L(1 - \cos\theta) = 1 \cdot \lambda \quad \hookrightarrow \quad \theta_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{L}} = 0,0382 = 2,2^\circ$$

$$2L \frac{\theta^2}{2} = \lambda \quad 2L\theta d\theta = d\lambda$$

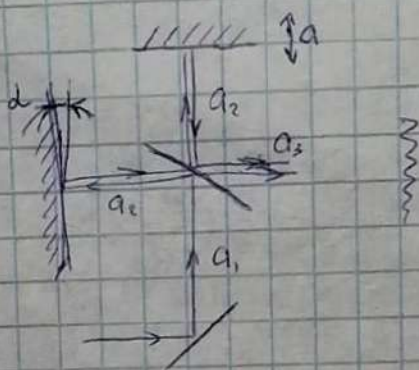
$$\text{Откуда} \quad \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{2L\theta} = 290 \text{ см}^{-1} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}^{-1}$$

Задача Т6

Дано:

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$$

$a_{\min} = ?$



Соответственно набер. разность хода

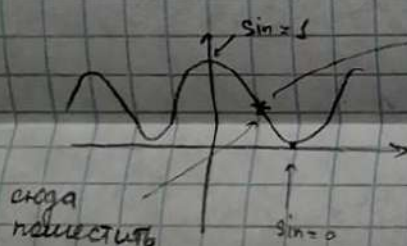
$$e^{i(\frac{2\pi}{\lambda} x \cdot d + \frac{2\pi}{\lambda} z)} + e^{i(\frac{2\pi}{\lambda} z + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2a \cos \Omega t)}$$

где  $z = a_1 + 2a_2 + a_3$ , а  $\Omega$  - частота колебаний.

получим, что это  $\sim \cos(\frac{\pi}{\lambda} x d - 2a \cos \Omega t + \frac{\pi}{\lambda})$

$I \sim 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x d - 2a \cos \Omega t)$  - т.к.  $I \sim \cos^2$  и по формул. 2-го ун-та

$I \sim 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} x d \cdot 1 + \sin \frac{2\pi}{\lambda} x d \cdot \frac{2\pi}{\lambda} 2a \cos \Omega t$



$\frac{2\pi}{\lambda} 2a \cdot \frac{1}{2} = 10^{-10}$

$a \approx 10^{-10} \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{6} \approx 10^{-15} \text{ см} \approx 10^{-15} \text{ см}$

опечатка в ответе