Задача 1°

$b = 1$ мм

$\lambda = 500$ нм

L - ?

Дифракция Френеля наблюдается в случае, если по отношению к точке наблюдения в отверстии ~~набл ся~~ укладывается число зон $n \sim 1$.

Т.к. пучок параллельный, то

$$r_n = \sqrt{n \lambda L} = \frac{b}{2}$$

Откуда $L = \dfrac{b^2}{4\lambda} = 0{,}5 \sim 1$ м.

Задача 2°

L, λ

$R \uparrow, R_0 \approx 0$

$R_{I=0} - ?$

Когда будет открыто 2 зоны Френеля, тогда интенсивн. в центре экрана обратится в 0.

(т.к. $I = 4I_0 \sin^2\left(\frac{\pi R^2}{2\lambda L}\right)$, $\underbrace{\pi R^2}_{S}$ - площ. отверстия, $\underbrace{\pi \lambda L}_{S_1}$ - площ. одной зоны Френеля,

откуда $I = 4I_0 \sin^2\left(\frac{\pi S}{2S_1}\right)$)

Если открыто чётное число зон

$S = 2nS_1$, $n = 1, 2, ..$, то $I = 0$.

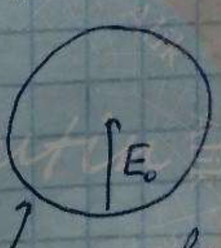
А т.к. падает свет, тоесть параллельный пучок, то $R = \sqrt{n\lambda L}$

$R_{I=0} = \sqrt{2\lambda L}$

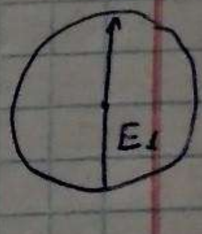
Задача 6.1

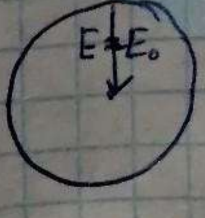
$I_{n=1}$ – ?

I_0

т.к. закрыта первая зона, то мы из 

открыты все зоны

убираем 

И получим 

тогда $I = I_0$

Задача 6.15

$D = 40$ мм

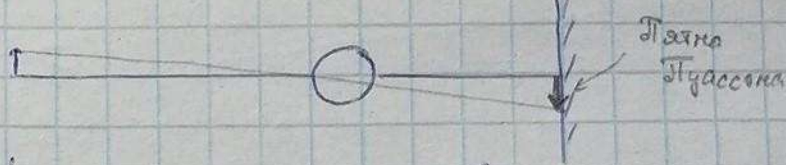
$a = 12$ м

$b = 18$ м

$y = 7$ мм

y' – ?

$h \sim 0{,}1$ мм



$$\frac{y'}{b} = \frac{y}{a} \hookrightarrow y' = \frac{b}{a} y = 10{,}5 \text{ мм}$$ – из геометр.

Если царапины превысят ширину зоны Френеля, то изобр. будет испорчено.

Значит $h < r_{m+1} - r_m$

$$r_{m+1} = \frac{D}{2} = \sqrt{(m+1)\frac{ab}{a+b}\lambda} \hookrightarrow m = \frac{D^2}{4}\frac{a+b}{ab\lambda} - 1$$

$$r_{m+1} - r_m = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D^2}{4}\frac{a+b}{ab\lambda} - 1\right)\frac{ab}{a+b}\lambda} = \frac{D}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{ab\lambda 4}{(a+b)D^2}}\right) =$$

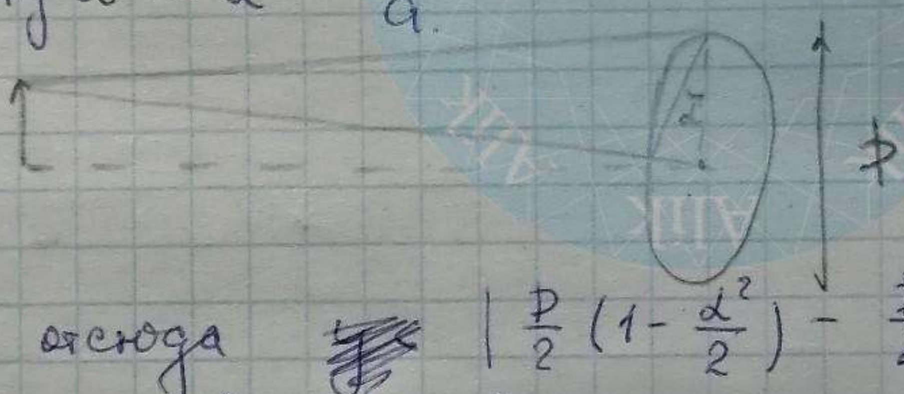
$$= \frac{D}{2}\cdot\left(1 - 1 + \frac{ab\lambda\cdot 2}{(a+b)D^2}\right) = \frac{ab\lambda}{(a+b)D}$$

В нашем случае $h < \dfrac{ab\lambda}{(a+b)D} \approx 0{,}1$ мм $(\lambda \approx 500$ нм$)$

Если попытаться заменить шар диском, то он будет казаться эллипсом и необх., чтобы разность малой полуоси эллипса и большой ($\frac{D}{2}$) была меньше $r_{m+1} - r_m$.

Малая полуось эллипса $\frac{D}{2}\cos\alpha = \frac{D}{2}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$

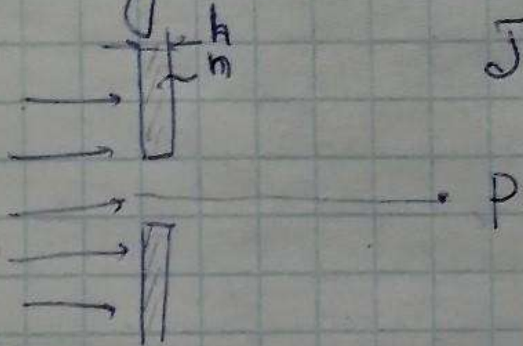
$tg\,\alpha \sim \alpha \sim \frac{y}{a}$



отсюда $\left|\frac{D}{2}\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right) - \frac{D}{2}\right| < \frac{ab\lambda}{(a+b)D}$

$$\frac{D}{2}\frac{y^2}{2a^2} < \frac{ab\lambda}{(a+b)D} \to y < \frac{2a}{D}\sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}} \approx 1\text{ м}$$

Задача 6.20



$J(P)_{max}$ – ? J_0, λ.

h – ?

разн. хода

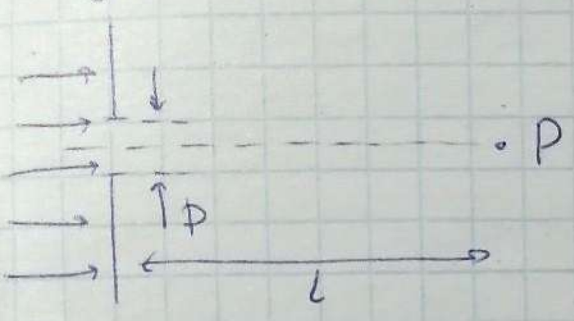
$$kh(n-1) = \pi + 2\pi m$$

$$h = \frac{\pi(1+2m)}{\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)} = \lambda \frac{2m+1}{2(n-1)}$$

$$E_{max} = 2E_0 + E_0 = 3E_0$$

$$J_{max} = 9J_0$$

Задача 6.59



$D = 0{,}5$ см

$l = 50$ см

$\lambda = 500$ нм

$D_л = 1$ дптр

$J_2 / J_1 = ?$

1) Без линзы

т.к. падает || пучок, то $r = \frac{D}{2} = \sqrt{m \lambda l} \hookrightarrow m = 25$

$J_1 \approx 4 J_0$ (т.к. $A_1 = 2 A_0$)

2) С линзой

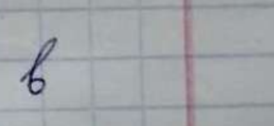
$f = \frac{1}{D} = 1$ м.

Можем считать, что светит источник в фокусе линзы:

$r = \frac{D}{2} = \sqrt{m' \lambda \frac{ab}{a+b}}$, где $a = -f$, $b = l$

откуда $m' = 12{,}5$.

т.к. линза сохраняет длину цепочки векторов, которая была равна πA_0 – длина полуокр. она равна $\pi \frac{A'}{2}$, т. к. картина зон будет



т.е. $\pi A_0 = \frac{\pi}{2} A' \hookrightarrow A' = 2A_0$.

$J_2 \equiv J' = (\sqrt{2} A')^2 = 2(2A_0)^2 = 8A_0^2 = 8J_0$

Ответ: $\frac{J_2}{J_1} = 2$

Задача 643

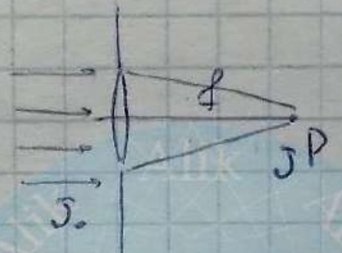
$f = 50$ см

$D = 5$ см

$\lambda = 630$ нм

I/I_0 - ?

b - ?



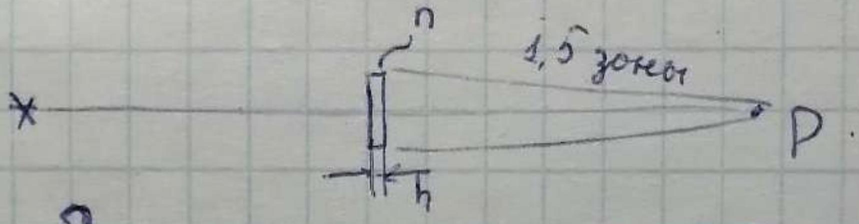
$$R^2 = m b \lambda = m f \lambda \hookrightarrow m = 1984$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2 = \left(\frac{\pi R^2}{f\lambda}\right)^2 \approx 10^7 - 10^8$$

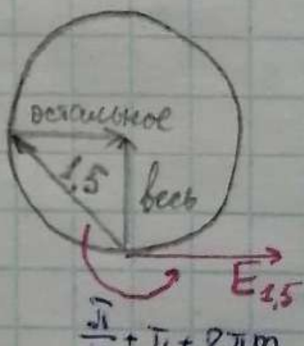
$$A \simeq \pi A_0 m = A_0 \pi \frac{R^2}{f\lambda}$$

по зак. сохр. эн. $\rightarrow \pi \frac{D^2}{4} I_0 = \pi \overset{b}{\overset{\shortparallel}{\rho}}{}^2 I \hookrightarrow \rho = \sqrt{\frac{I_0}{I}}\,\frac{D}{2} = \frac{D}{2}\,\frac{F\lambda}{\pi R^2} = 10^{-3}$ см

Задача 6.16



$h - ?$
$J = J_{max}$



$\frac{\pi}{4} + \pi + 2\pi m$
$m = 0, 1, \ldots$

Задержка зависит от h и вектор в зав. сти от h будет поворачиваться

фаза

$$\frac{5\pi}{4} + 2\pi m = (n-1) h k$$

$$h = \frac{\left(\frac{5}{4} + 2m\right)\pi}{(n-1)\, 2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{2} \frac{\left(\frac{5}{4} + 2m\right)}{n-1}.$$

$m = 0, 1, \ldots$

Интенсивн. будет

$$J = (E_0 + \sqrt{2} E_0)^2 = J_0 (1 + \sqrt{2})^2$$

Ответ: $h = \frac{\lambda}{2} \frac{\left(\frac{3}{4} + 2m\right)}{n-1}.$

Задача 6.31

$D = 2,5$ дптр	
$r = 1,1$ мм	
$\lambda = 550$ нм	
J_1/J_2 - ?	

В случае отсутствия линзы для || пучка имеем $r^2 = m\lambda\frac{1}{D}$.

$$m = \frac{r^2 D}{\lambda} = 5,5.$$

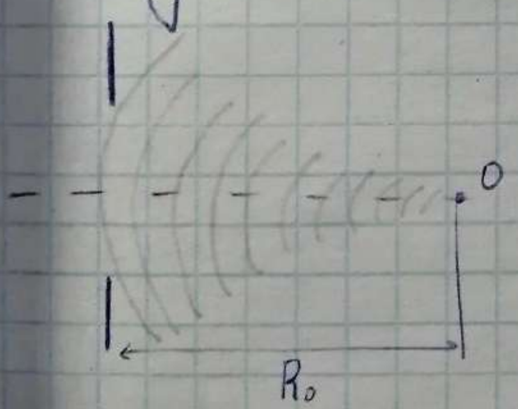
Значит $A_2 = A_0\sqrt{2} \hookrightarrow J_2 = 2J_0$

В случае линзы $A_1 = m\pi A_0$, т.к. волны в силу таутохронизма приходят в фазе. Тогда

$$J_1 = m^2\pi^2 A_0^2.$$

Откуда $\frac{J_1}{J_2} = \frac{m^2\pi^2 A_0^2}{2A_0^2} = \frac{m^2\pi^2}{2} \approx 150$

Задача 6.50



$r_{отв} = \sqrt{3 R_0 \lambda}$

$J(P) - ?$

$z > R_0$ при каких z $J = J_{min}$

$I(P) = (3\pi A_0)^2 = 9\pi^2 J_0$ – т.к. волны в фазе

Для расх. пучка $r_m^2 = m \frac{ab}{a+b} \lambda$ ↪ $\frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Для сх-ся пучка $\frac{m\lambda}{r_m^2} = -\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Для нашего случая

$r_m^2 = m \frac{ab}{a-b} \lambda \overset{\text{по усл}}{=} 3 R_0 \lambda$ $\quad a = R_0,\ b = z$

$$m = 3R_0 \frac{a-b}{ab} = \frac{R_0 - z}{R_0 z} 3R_0$$

При $z > R_0$ min I будет в чётных зонах.

И т.к. волновой фронт расходящийся, то номера зон будут отрицательными.

$$m = -2 = \frac{3R_0 - 3z}{z} \hookrightarrow -2z = 3R_0 - 3z$$

$$z = 3R_0$$

$$m = -4 = \frac{3R_0 - 3z}{z} \hookrightarrow z = -3R_0$$ – не годится, т.к. с другой стор.

Остаётся единств. решение $\underline{\underline{3R_0}}$

Задача 6.64

$\lambda = 3$ мм

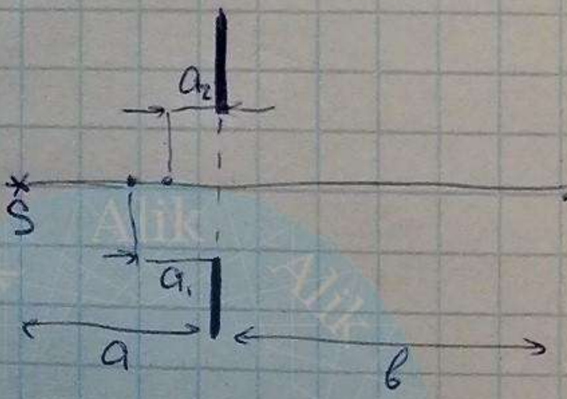
$D = 30$ см

$a = b = 150$ см

$J_0 = A_0^2$

J, J_1, J_2 - ?

a, $a_1 = \frac{a}{3}$, $a_2 = \frac{a}{5}$.



$$m_0 = \frac{2R^2}{\lambda b} = \frac{2 \cdot 15^2}{0,3 \cdot 150} = 10 \text{ зон}$$

Открыто $m' = \frac{10}{2} = 5$ зон $\quad A_1' = \frac{bA_0}{b+b} = \frac{A_0}{2}$

$$I = (\underbrace{2A_1'}_{A_0} m')^2 = 25 J_0$$

② S на расст. $\frac{a}{3} - a_1$

$$R^2 = m_2 \frac{b/3 \, b}{b/3 + b} \lambda \quad \hookrightarrow \quad m_2 = \frac{4R^2}{\lambda b} = 20$$

На каждой открытой по 2 новых зоны.

$I_2 = 0$. (чётн. число зон)

③ $a_2 = \dfrac{a}{5}$

$$R^2 = m_3 \frac{\frac{b}{5} b}{\frac{b}{5} + b} \lambda = \frac{m_3 b \lambda}{6} \hookrightarrow m_3 = \frac{6R^2}{b\lambda} = 30 \text{ зон}$$

На каждой открытой по 3 новых зоны, а т.к. 2 соседние сокращ., то по 1 новой зоне.

$$m' = \frac{m_0}{2} = 5. \qquad A_3' = \frac{b A_0}{b + \frac{b}{5}} = \frac{5}{6} A_0$$

$$I_3 = (2 A_3' \cdot m')^2 = 70\, I_0$$