

(0-1-1)

$$\lambda_{\max} = 2 \text{ мкм}, \quad \lambda'_{\max} = 1 \text{ мкм}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = ?$$

$$\lambda_{\max} T_1 = B, \quad \lambda'_{\max} T_2 = B. \quad \leftarrow \text{з-н Вина}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{6 T_2^4}{6 T_1^4} = \left( \frac{\lambda_{\max}}{\lambda'_{\max}} \right)^4 = 2^4 = \underline{\underline{16}} \quad \leftarrow \text{з-н Стеф.-Б.}$$

0-1-2

$$T = 1,3 \cdot 10^7 \text{ K} \quad P - ?$$

$$I = \frac{cS}{4}, \text{ где } S = \frac{4}{c} \sigma T^4 - \text{плотность энергии}$$

Учитывая равноправность всех направлений:

$$P = \frac{S}{3} = \frac{4}{3} \frac{\sigma T^4}{c} = \frac{4}{3} \frac{5,67 \cdot 10^{-5} \cdot 1,3^4 \cdot 10^{28}}{3 \cdot 10^{10}} = 7,2 \cdot 10^{13} \frac{\text{дж}}{\text{см}^2}$$

1.26\*

Дано:

$$L_c = 0,01 \text{ рад}$$

$$T_3 = 300 \text{ K}$$

$$T_c = ?$$

$$\frac{R_c}{L} = \tan \frac{\alpha_c}{2} = \frac{\alpha_c}{2} \quad \begin{array}{c} \text{3} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{C} \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow 2R_c \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{C} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{3} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{S} \\ \downarrow \end{array}$$

Запишем баланс  
энергий:

$$\Omega = \frac{S}{L^2} = \frac{\pi R_3^2}{L^2}$$

$$\cancel{4\pi} R_c^2 \cdot \cancel{\sigma} T_c^4 \cdot \frac{\Omega}{4\pi} = \cancel{4\pi} R_3^2 \cdot \cancel{\sigma} T_3^4$$

$$R_c^2 T_c^4 \cdot \frac{\pi R_3^2}{L^2 4\pi} = R_3^2 T_3^4$$

$$T_c^4 = \frac{T_3^4 R_c^2 4 \cdot 4}{R_c^2 \alpha_c^2} = \frac{2^4 T_3^4}{\alpha_c^2} \quad \hookrightarrow \quad T_c = \frac{2 T_3}{\sqrt{\alpha_c}} = \underline{\underline{6000 \text{ K}}}$$

1.30\*

Дано:

$$W \approx 10^{13} \text{ Вт}$$

$$\overline{W}_c \approx 10^{17} \text{ Вт}$$

$\Delta T$  - ?

$W_{\max}$  - ? ( $\Delta T = 1 \text{ К}$ )

$$\overline{W}_c = S \sigma T_0^4 \quad - \text{из баланса энергии}$$

$$T_0 = 300 \text{ К}$$

(это без учета  $W$ )

$$\begin{aligned} \overline{W}_c + W &= S \sigma (T_0 + \Delta T)^4 = S \sigma T_0^4 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)^4 \\ &\approx S \sigma T_0^4 \left(1 + 4 \frac{\Delta T}{T_0}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{\overline{W}_c + W}{\overline{W}_c} = 1 + \frac{W}{\overline{W}_c} = 1 + 4 \frac{\Delta T}{T_0}$$

Откуда  $\frac{W}{\overline{W}_c} = 4 \frac{\Delta T}{T_0} \rightarrow \Delta T = \frac{T_0}{4} \frac{W}{\overline{W}_c} = \frac{300}{4} \frac{10^{13}}{10^{17}}$

$$\Delta T = 7 \cdot 10^{-3} \text{ К}$$

$$W_{\max} = \overline{W}_c \frac{4 \Delta T_{\max}}{T_0} = 10^{17} \frac{4 \cdot 1}{300} = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Вт.}$$



1.38\*

Дано:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,05\%$$

$$T = 1500 \text{ K}$$

$$\lambda = 500 \text{ нм}$$

$$R = R(T)$$

$$\frac{\Delta E}{E} = ?$$

$$j = 6 T^4$$

Вся энергия излучается.

$$N = \frac{V^2}{R} \propto T^4$$

$$V^2 \propto R T^4$$

Рассмотрим случай  $R = \text{const}$ :

$$V^2 \propto T^4$$

$$2V \Delta V \propto 4T^3 \Delta T$$

$$2 \frac{\Delta V}{V} = 4 \frac{\Delta T}{T} \quad \hookrightarrow \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{V}$$

Если же  $R = R(T) = R_0 + \alpha(T - T_0)$ , то

$$V^2 \propto RT^4 \propto T^5$$

$$2V\Delta V \propto 5T^4\Delta T$$

$$2 \frac{\Delta V}{V} = 5 \frac{\Delta T}{T} \quad \hookrightarrow \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{5} \frac{\Delta V}{V}$$

Далее occorre рассмотреть:

$$\hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} = 2,5 \text{ эВ}$$

$$kT = \frac{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 1500}{1,6 \cdot 10^{-12}} = 0,13 \text{ эВ} < \hbar\omega$$

$$g(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1)} \approx \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \propto e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}$$

$$\ln g \propto -\frac{\hbar\omega}{kT}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\hbar\omega}{kT^2} \Delta T = \frac{\hbar\omega}{kT} \frac{\Delta T}{T}$$

$R = \text{const}$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\hbar\omega}{kT} \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{V} = \frac{2,5}{0,13} \frac{1 \cdot 0,05}{2} = 0,48 = \frac{\Delta E}{E}$$

$R = R(T)$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\hbar\omega}{kT} \frac{2}{5} \frac{\Delta V}{V} = 0,38 = \frac{\Delta E}{E}$$



1.44\*

Дано:

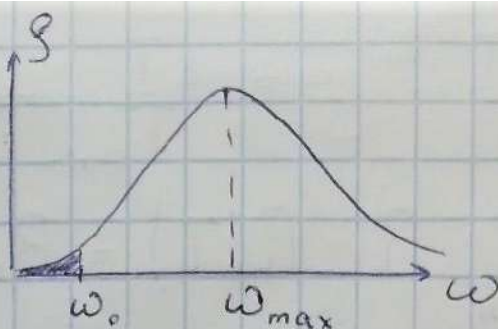
$$A=1 (\omega \leq \omega_0)$$

$$A=0 (\omega > \omega_0)$$

$$T^* = 300 \text{ K}$$

$$\Theta = \hbar \omega_0 / k_B = 300 \text{ K}$$

$T = ?$



$$S = \int_0^{\omega_0} \frac{k_B T \omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega = \frac{k_B T \omega_0^3}{3\pi^2 c^3} = \frac{k_B T k_B^3 \Theta^3}{3\pi^2 c^3 \hbar^3}$$

В случае тепловой равновесия полагается все:

$$S = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \frac{4j}{c} = \frac{4}{c} \sigma T^{*4}$$

$$\frac{k_B^4 T \Theta^3}{3\pi^2 c^3 \hbar^3} = \frac{4}{c} \sigma T^{*4}$$

$$T = \frac{12 \sigma \pi^2 c^2 \hbar^3}{k^4 \Theta^3} T^{*4} = \frac{12 \pi^2 c^2 \hbar^3}{k^4 \Theta^3} T^{*4} \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2} = \frac{1}{5} \frac{\pi^4 T^{*4}}{\Theta^3}$$

$$T = \frac{300 \cdot \pi^4}{5} = \underline{\underline{5845 \text{ K}}}$$

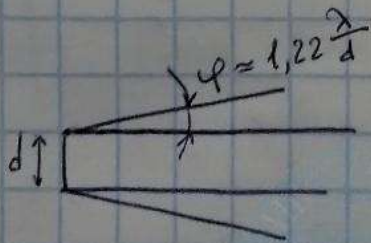
1.50\*

Дано:

$$B_{\text{из}}(\omega) = B_{\text{т}}(\omega)$$

$$\varepsilon = 1 \text{ Дж}$$

$T = ?$



$$j_n = \frac{4 \varepsilon \Delta \omega}{\pi d^2 \cdot 2\pi} = \frac{2 \varepsilon \Delta \omega}{\pi^2 d^2}$$

$$j_n = \frac{\varepsilon}{S \tau}, \text{ где } S = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\text{а } \tau = \frac{2\pi}{\Delta \omega} \text{ (соотн. неопр.)}$$

Для телесного угла, в кот. происх. излучение:

$$\Delta \Omega = 2\pi(1 - \cos \varphi) = 2\pi \frac{\varphi^2}{2} = \pi \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2$$



Амплитуда:  $B_n = \frac{j_n}{\Delta \Omega \cos \varphi \Delta \omega} \approx \frac{j_n}{\Delta \Omega \Delta \omega} = \frac{2 \varepsilon \Delta \omega d^2}{\pi^2 d^2 \Delta \omega \pi \lambda^2} =$   
 $= \frac{2 \varepsilon}{\pi^3 \lambda^2}$

$\begin{cases} j = \pi B \\ j = \frac{c \vartheta}{4} \end{cases} \rightarrow B = \frac{c \vartheta}{4 \pi} = \frac{c}{4 \pi} \frac{k T}{\pi^2 c^3} \omega^2 = \frac{k T}{4 \pi^3 c^2} \omega^2 = \frac{k T}{\pi \lambda^2}$

У т.к.  $B = B_n \hookrightarrow \frac{2 \varepsilon}{\pi^3 \lambda^2} = \frac{k T}{\pi \lambda^2} \rightarrow T = \frac{2 \varepsilon}{\pi^2 k} \approx \underline{\underline{1,45 \cdot 10^{22} \text{ K}}}$

(T1)

Дано:

$$t = 15^{\circ}\text{C}$$

$$L = 0,05$$

$$a) \lambda_{01} < 20000 \text{ \AA}$$

$$b) \lambda_{02} > 20000 \text{ \AA}$$

$$\Delta t - ?$$

$$\text{З-н Вина: } \lambda_{\text{max}} T = 0,2898$$

$$\lambda_{\text{max}}^{\text{солн.}} = \frac{0,2898}{T_c} = \frac{0,2898}{6000} \approx 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_{\text{max}}^{\text{зем.}} = \frac{0,2898}{T_3} = 10^{-5} \text{ м}$$

Уменьшение для солнечного излучения:

$$0,95 \cdot \sigma T^4 \cdot S = \sigma T_a^4 \cdot S$$

$$T_a = T \cdot \sqrt[4]{0,95}$$

Для земного излучения:  $\sigma T^4 = 0,95 \sigma T_s^4$

$$T_s = T \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{0,95}}$$

$$\text{Ответ: } a) \Delta T = -3,67 \text{ K} = -3,67^{\circ}\text{C}$$

$$b) \Delta T = 3,67 \text{ K} = 3,67^{\circ}\text{C}$$