Задача 0-3-1

$$\lambda_к = \frac{h}{mc} = \lambda_{дБ} = \frac{h}{p} \hookrightarrow p = mc$$

$$T = E - mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2 = mc^2\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2c^2}} - mc^2 =$$

$$= mc^2(\sqrt{2} - 1) = 212 \text{ кэВ}$$

Ответ: $\underline{\underline{T = 212 \text{ кэВ}.}}$

Задача 0-3-2

$x = A\sin\omega t$ $\quad p = m\omega A\cos\omega t$

$E = \frac{p^2_{max}}{2m} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$ $\quad \Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ $\quad \overline{\Delta x^2}\,\overline{\Delta p^2} \geq \hbar^2$

$\frac{A^2}{2} \cdot \frac{m^2\omega^2 A^2}{2} \geq \hbar^2 \hookrightarrow \frac{A^2 m\omega}{2} \geq \hbar \hookrightarrow E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \geq \hbar\omega$

2.10

Дано:

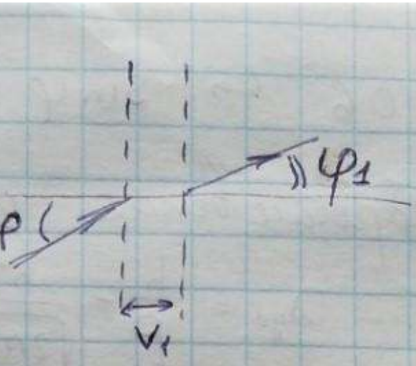
$T = 100$ эВ

$\varphi = 30^\circ$

$V_1 = 36$ В

$n - ?$

$V_2 - ?$



Полная энергия сохр-ся:

$\mathcal{E} = T + U = const \Rightarrow T = T_1 + eV_1$

где T и T_1 - кинетич. энергия до и после барьера.

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_\perp^2 + p_\parallel^2}{2m}$$

$p_\parallel = const \hookrightarrow p\sin\varphi = p_1 \sin\varphi_1$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{h/p}{h/p_1} = \frac{p_1}{p} = \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_1} = \sqrt{\frac{T - eV_1}{T}} = \sqrt{1 + \frac{|e|V_1}{T}} = \underline{1{,}17}$$

Для полного отражения $\bar{e}$ надо, чтобы $\sin\varphi_1 = 1$.

т.е. $\sin\varphi_1 = \dfrac{\sin\varphi}{\sqrt{1 + \frac{|e|V_2}{T}}} = 1 \hookrightarrow \dfrac{1}{4} = 1 + \dfrac{|e|V_2}{T}$

$$V_2 = -\frac{3}{4}\frac{T}{|e|} = \underline{-75\text{ В}}$$

2.15

Дано:

$\mathcal{E} = 1$ эВ

$d = 2{,}32$ Å

$\Delta\varphi = 0{,}1°$

D - ? $\Delta\mathcal{E}$ - ?

условие Брэгга - Вульфа порядок $m = 1$ соответствует углу $\sin\varphi = \frac{\lambda}{2d}$

Длина волны, соотв. энергии нейтрона $\mathcal{E} = 1$ эВ, равна 0,287 Å

Значит $\frac{\lambda}{2d} \approx 0,06 \hookrightarrow \sin\varphi \approx \varphi \approx 0,06$.

$\frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ Дебройлевская длина волны

$$\lambda_{дб} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m\mathcal{E}_\varphi}} \propto \mathcal{E}_\varphi^{-1/2}$$

Поэтому $\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\Delta\mathcal{E}_\varphi}{\mathcal{E}_\varphi}\right|$

Откуда $\Delta\mathcal{E}_\varphi = 2\mathcal{E}_\varphi\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2\mathcal{E}_\varphi\frac{\Delta\varphi}{\varphi} \approx 0,58$ эВ

Толщину кристалла D оценим из того, что разрешающая сп-сть системы $R = mN \geqslant \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

т.е. при $m=1$ и числе интерф. пучков, равном числу слоёв $N = \frac{D}{d}$

$$\frac{D}{d} \geqslant \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\lambda}{2d\Delta\varphi}$$

Откуда $D \geqslant \frac{\lambda}{2\Delta\varphi} \approx \underline{\underline{82\ \text{Å}}}$

2.26

Дано:

$l \sim 10^{-13}$ см

$l_2 \sim 10^{-17}$ см

$T_e - ?$

$(T_p - ?)$

$\Delta p \Delta x \sim \hbar \qquad pl \sim \hbar \hookrightarrow p \sim \frac{\hbar}{l}$

Для релятивист. частиц:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

$$T = E - mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 =$$

$$= mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{p^2c^2}{m^2c^4}} - 1\right) = mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{\hbar^2c^2}{l^2m^2c^4}} - 1\right) =$$

$$= mc^2\left(\sqrt{1+\frac{\Lambda_e^2}{\ell^2}}-1\right)$$

Для нерелятив. част.:

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\ell^2}\frac{mc^2}{mc^2} = \frac{\Lambda_e^2}{\ell^2}\frac{mc^2}{2}$$

Электрон:

$$T_{e_1} > 0{,}511\left(\sqrt{1+\left(\frac{2{,}4\cdot 10^{-10}}{10^{-13}}\right)^2}-1\right) = 1230 \text{ МэВ}$$

$$10^{-17} \text{ см} \longrightarrow T_{e_2} > 12\cdot 10^6 \text{ МэВ} = 12 \text{ ТэВ}$$

Протон:

$$T_{p_1} > 618 \text{ МэВ}$$

$$T_{p_2} > 123\cdot 10^3 \text{ МэВ}$$

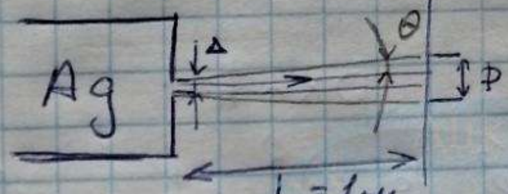
2.30

Дано:

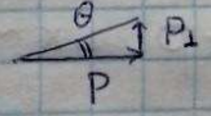
$t^\circ = 1200^\circ C$

$L = 1$ м

$d - ?$



$$D = \Delta + 2L\theta$$



$$D = \Delta + 2L\frac{p_\perp}{p}$$

$$\Delta p = p_\perp \rightarrow p_\perp \cdot \Delta \sim \hbar$$

Откуда $D = \Delta + L\dfrac{2\hbar}{p\Delta}$

$$\frac{dD}{d\Delta} = 0 = 1 - \frac{2L\hbar}{p\Delta^2}$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{2L\hbar}{p}}$$

$$p \simeq \sqrt{3mkT}$$

$$\Delta \simeq \sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} \longrightarrow D_{min} = d = \sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} + L\frac{2\hbar}{p\sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}}} = 2\sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} \simeq$$

$= 3$ мкм

Через зоны Френеля:

$r_1 = \sqrt{L\lambda}$

Для оценки считаем, что пятно имеет размер щели:

$$d = 2r_1 = 2\sqrt{L\lambda}$$

где $\lambda = \lambda_{д.Б.} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{h}{\sqrt{kTm}}$

$$d = 2\sqrt{\frac{Lh}{\sqrt{kTm}}} \simeq 3\text{ мкм}$$

The same answer.

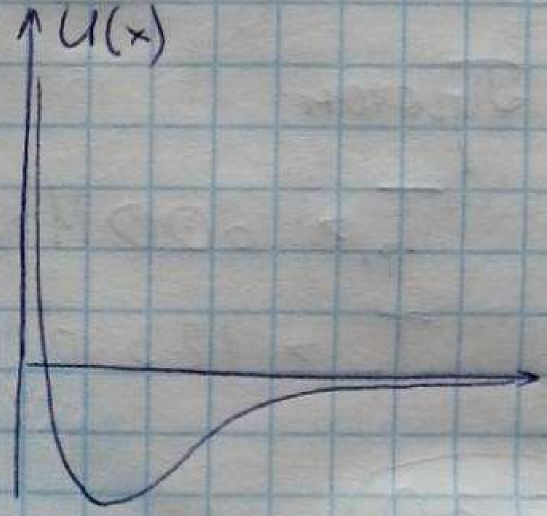
2.38

$$U(x) = -\frac{e^2}{4x}\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}$$

$\varepsilon = 1{,}057$

$\bar{x}$ – ?

$\mathcal{E}_{св}$?



$\Delta p \sim p$, $\Delta x \sim x$ $\quad px \sim \hbar$

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4x}\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1} = \frac{\hbar^2}{2mx^2} - \frac{Q}{x}$$

Q

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0 = -\frac{\hbar^2}{mx^3} + \frac{Q}{x^2} \longrightarrow x_{min} = 4\,\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1}\,r_Б = 76\,Å$$

$$\mathcal{E}_{min} = -\frac{me^4}{32\hbar^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\right)^2 = -6{,}5\cdot10^{-4}\ эВ.$$

(2.44)

Дано: m, τ; F_{max} – ?

Под действием силы част. дв-ся с ускорением a, и за τ пролетает

$$l = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{F\tau^2}{2m}$$

При измерении вносится неопред-сть $\langle \Delta x_0^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$. Возникает разброс в значении импульса $\langle \Delta p_x^2 \rangle$, который найдём:

$$\langle \Delta x_0^2 \rangle \langle \Delta p_x^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} \hookrightarrow \langle \Delta p_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4\langle \Delta x_0^2 \rangle}$$

Через τ приводит к $\langle \Delta x_\tau^2 \rangle = \frac{\langle \Delta p_x^2 \rangle \tau^2}{m^2} \geq \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 \langle \Delta x_0^2 \rangle}$

Складывая обе дисперсии в силу статистич. нез-сти:

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle \Delta x_0^2 \rangle + \langle \Delta x_\tau^2 \rangle \geq \langle \Delta x_0^2 \rangle + \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 \langle \Delta x_0^2 \rangle}$$

$$\langle \Delta x_0^2 \rangle_{min} = \frac{\hbar\tau}{2m} \hookrightarrow \langle \Delta x^2 \rangle_{min} = \frac{\hbar\tau}{m}$$

Силу можно зарег., если $l >$ неопред. пути

$$\frac{F\tau^2}{2m} \geq \sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} \longrightarrow F_{min} = \frac{2m}{\tau^2}\sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} = \sqrt{\frac{4m\hbar}{\tau^3}}$$