Задача 1°

Выр-ть $I$ в среде с $n$ через $E_0$ для плоской электро магнитн. волны.

Для плоской волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$$

$$\vec{B} = \vec{H} = n\vec{E}$$

Интенсивность света есть $I = \overline{\left|[\vec{E}\,\vec{H}]\right|} =$

$$= \overline{nE_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0)} = nE_0^2 \cdot \frac{1}{2}$$

Ответ: $I = \frac{nE_0^2}{2}$

Задача 11.7

Если за одним поляроидом поставить другой с плоскостью пропускания, повернутой на 90° относительно плоскости пропускания другого, то свет за вторым отсутствует.

Поэтому если плоскости пропускания поляроидов на фарах и ветровом стекле повернуты $\boxed{\text{на } 45^\circ \text{ от вертикали}}$, то встречный свет (плоскость) будет составлять 90° и проходить не будет, а свет от своих фар, отраженный от предмет. будет виден.

## Задача 2.3

При нормальном падении $\varphi = \psi = 0$

$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \frac{(\varphi - \psi)^2}{(\varphi + \psi)^2} \quad \text{и т.к.} \quad \frac{\varphi}{\psi} = n, \quad \text{то } R = R_{\parallel} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

при малых углах $tg\,\alpha \approx \alpha$

при малых углах $\sin\alpha \approx \alpha$

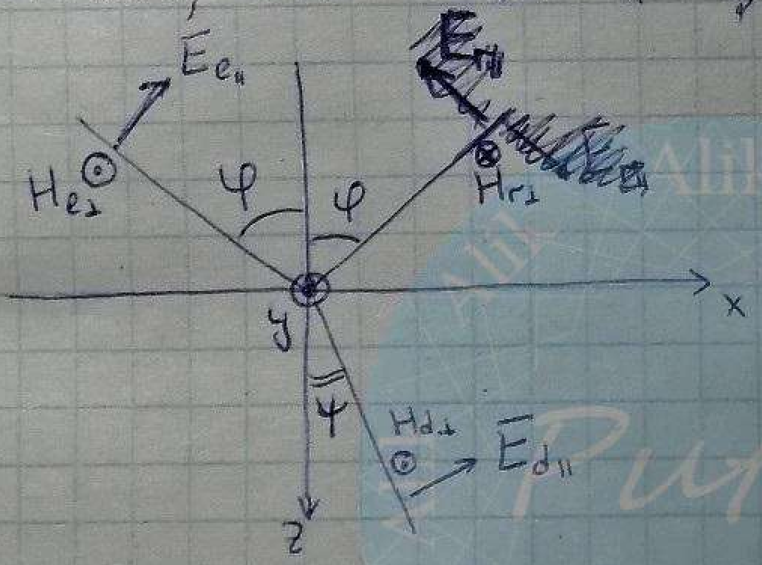
$n_c$ света $= 1$

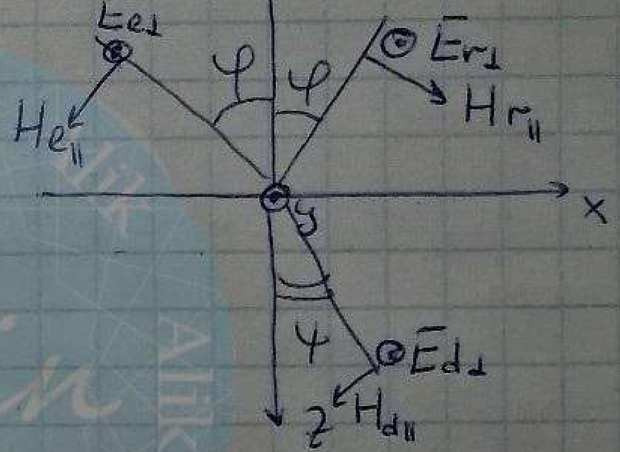
Т.к. $\tau + R = 1$, то $\tau = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \frac{4n}{(n+1)^2}$

Ответ: $\tau = \frac{4n}{(n+1)^2} = 96\%$

## Задача 2.5

Знаем, что $\sqrt{\varepsilon}\, E_{\parallel} = \sqrt{\mu}\, H_{\perp}$, $\sqrt{\varepsilon}\, E_{\perp} = \sqrt{\mu}\, H_{\parallel}$




Запишем проекции:

$E_{ex} = E_{e\parallel}\cos\varphi \qquad E_{ey} = E_{e\perp} \qquad E_{ez} = -E_{e\parallel}\sin\varphi$

$H_{ex} = -H_{e\parallel}\cos\varphi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\perp}\cos\varphi$

$H_{ey} = H_{e\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\parallel}$

$H_{ez} = H_{e\parallel}\sin\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\perp}\sin\varphi$

$$E_{rx} = -E_{r\parallel}\cos\varphi, \quad E_{ry} = E_{r\perp}, \quad E_{rz} = -E_{r\parallel}\sin\varphi$$

$$H_{rx} = H_{r\parallel}\cos\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{r\perp}\cos\varphi$$

$$H_{ry} = H_{r\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{r\parallel}$$

$$H_{rz} = H_{r\parallel}\sin\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{r\perp}\sin\varphi$$

$$E_{dx} = E_{d\parallel}\cos\psi, \quad E_{dy} = E_{d\perp}, \quad E_{dz} = -E_{d\parallel}\sin\psi$$

$$H_{dx} = -H_{d\parallel}\cos\psi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\,E_{d\perp}\cos\psi$$

$$H_{dy} = H_{d\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\,E_{d\parallel}$$

$$H_{dz} = H_{d\parallel}\sin\psi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\,E_{d\perp}\sin\psi$$

Запишем граничные условия:

$$E_{ex} + E_{rx} = E_{dx} \qquad E_{ey} + E_{ry} = E_{dy}$$

$$H_{ex} + H_{rx} = H_{dx} \qquad H_{ey} + H_{ry} = H_{dy}$$

$$\varepsilon_1 E_{ez} + \varepsilon_1 E_{rz} = \varepsilon_2 E_{dz} \qquad \mu_1 H_{ez} + \mu_1 H_{rz} = \mu_2 H_{dz}$$

Получим:

(1) $E_{e\parallel}\cos\varphi - E_{r\parallel}\cos\varphi = E_{d\parallel}\cos\psi$

(2) $\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\right) E_{e\parallel} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{r\parallel} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\,E_{d\parallel}$

(3) $E_{e\perp} + E_{r\perp} = E_{d\perp}$

(4) $-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{e\perp}\cos\varphi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\,E_{r\perp}\cos\varphi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\,E_{d\perp}\cos\psi$

(5) $\varepsilon_1 E_{e\parallel}\sin\varphi + \varepsilon_1 E_{r\parallel}\sin\varphi = \varepsilon_2 E_{d\parallel}\sin\psi$

$\mu_1 H_{e\parallel}\sin\varphi - \mu_1 H_{r\parallel}\sin\varphi = \mu_2 H_{d\parallel}\sin\psi$

И в последнее подставив связь E и H:

$$\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_{e\perp}\sin\varphi - \sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_{r\perp}\sin\varphi = \sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,E_{d\perp}\sin\psi$$

Соотв-но введя $n = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}}$, получим:

домножив (1) на $\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}$, (2) на $\cos\varphi$ и сложив:

$$t_\parallel = \frac{E_{d\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{2\cos\varphi}{\cos\psi + n\cos\varphi}$$

домножив (2) на $\cos\psi$ и подставив туда $E_{d\parallel}$ из (1):

$$r_\parallel = \frac{E_{r\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{n\cos\varphi - \cos\psi}{\cos\psi + n\cos\varphi}$$

подставив $E_{d\perp}$ из (3) в (4):

$$r_\perp = \frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{\cos\varphi - n\cos\psi}{\cos\varphi + n\cos\psi}$$

подставив $E_{r\perp}$ из (3) в (4):

$$t_\perp = \frac{E_{d\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{2\cos\varphi}{\cos\varphi + n\cos\psi}$$

получили ф-лы Френеля, где $n = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}}$

Задача 2.23

$\varepsilon = \mu$. тогда $n = 1$. и т.к. $r = \dfrac{n-1}{n+1}$, то

$r = 0$.

Ответ: $r_{\parallel} = r_{\perp} = \dfrac{n-1}{n+1} = 0$

Задача 2.26

При полном внутреннем отражении волновой вектор $k_{dz} = \frac{\omega}{c}\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\varphi}$ $\frac{\omega n_2}{c}$ становится мнимым. Соотв-но т.к. $k_{dz} = k_d \cdot \cos\psi$ $\hookrightarrow$ $\cos\psi = i\,\frac{n_1}{n_2}\sqrt{\sin^2\varphi - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$

Для волны, поляриз $\perp$ плоскости падения из формул Френеля $\left(R_\perp = \frac{\cos\varphi + i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{\cos\varphi - i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}\right)$, где $n = \frac{n_2}{n_1}$

получим $\cos\varphi + i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = A e^{i\delta_\perp/2}$

$$\cos\varphi - i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = A e^{-\frac{i\delta_\perp}{2}}$$

Тоесть $R_\perp = e^{i\delta_\perp}$, где $\delta_\perp$ - скачок фазы при полном отражении.

$\cos\varphi = A\cos(\delta_\perp/2)$ $\quad \sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = A\sin\left(\frac{\delta_\perp}{2}\right)$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_\perp}{2} = \sqrt{\sin^2\varphi - n^2}\Big/\cos\varphi$$

Аналогично $\operatorname{tg}\frac{\delta_\parallel}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{n^2\cos\varphi}$

В падающей волне нет разности фаз между $\perp$ и $\parallel$ $\hookrightarrow$ после отраж. $\delta = \delta_\parallel - \delta_\perp$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{\sin^2\varphi}$$

$\left(\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}\right)$

Найдём максимальный сдвиг с помощью производной:

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = f(x) \qquad x = \sin^2\varphi$$

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(1 - \frac{n^2}{x}\right)}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(1-\frac{n^2}{x}\right)}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\left(1-\frac{n^2}{2}\right) + \left(\frac{1}{x}-1\right)\cdot\left(-\frac{n^2}{x^2}\right)\right)$$

$$\frac{df}{dx} = 0 \hookrightarrow \quad x = \frac{2n^2}{1+n^2} \rightarrow \cos^2\varphi_m = 1 - \underbrace{\sin^2\varphi}_{=x} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = \frac{\sqrt{\frac{2n^2}{1+n^2} - n^2}}{\frac{2n^2}{1+n^2}} \cdot \sqrt{\frac{1-n^2}{1+n^2}} = \frac{\sqrt{2n^2 - n^2 - n^4}\cdot\sqrt{1-n^2}}{2n^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{(n^2-n^4)(1-n^2)}}{2n^2} = \frac{\sqrt{(1-n^2)^2}}{2n} = \frac{1-n^2}{2n}$$

Ответ: $\varphi = \arcsin\sqrt{\frac{2n^2}{1+n^2}}$, $\delta = 2\operatorname{arctg}\frac{1-n^2}{2n}$

где $n = \frac{n_2}{n_1} < 1$.

Задача 2.29

Чтобы получить поляризацию по правому кругу, необходимо, чтобы разность фаз на выходе была $\frac{3\pi}{2}$. То есть пройдя через призму, набирается разность хода $2\cdot\frac{3\pi}{4} = \delta 2$ (у нас 2 отраж)

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = \operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}$$

Показатель преломления должен удовлетворять условию:

$$\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} = \frac{1-n^2}{2n}$$ (из прошлой задачи, т.к. надо найти $n_{min}$ → берём $\max\delta$)

$$n^2 + 2n\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} - 1 = 0$$

$$n = \frac{-2\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} \pm \sqrt{4\operatorname{tg}^2\frac{3\pi}{8} + 4}}{2} = -\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} \pm \frac{1}{\cos\frac{3\pi}{8}}$$

$$n = -\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8} + \frac{1}{\cos\frac{3\pi}{8}} = \frac{1-\sin\frac{3\pi}{8}}{\cos\frac{3\pi}{8}}$$

Ответ: $n = \dfrac{1-\sin\frac{3\pi}{8}}{\cos\frac{3\pi}{8}}$ ~~5,03~~

но т.к. $n$ - обратное, то $\frac{1}{n}$ - искомое

$$\frac{1}{n} \approx 5{,}03$$

Задача 2.42

Дано:
$W = 500\ МВт$
$S_л = 1\ см^2$
$f = 5\ см$
$\lambda = 6943\ Å$

$E_0 - ?$
$P_0 - ?$

В несфокусированном пучке напряженность оценим:

$$W = \frac{c}{4\pi}\overline{EH}S = \frac{c}{4\pi}\overline{E^2}S$$

$$E_0 = \sqrt{\overline{E^2}} = \sqrt{\frac{4\pi W}{cS}} \approx 4{,}3 \cdot 10^5 \frac{В}{см}$$

$$P_0 = \frac{W}{cS} = 0{,}16\ атм.$$

Для сфокусированного пучка

Будем считать, что весь свет концентрируется в пределах центрального (дифракционного) пятна с радиусом $R = 0{,}61 f\lambda/r$

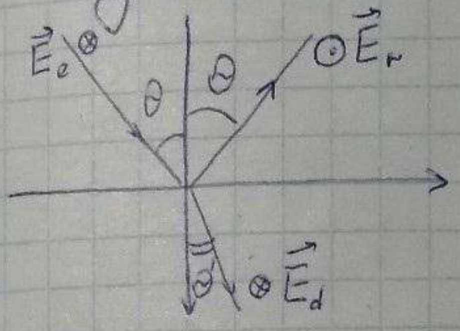
соотв-но $S_п = \pi\left(0{,}61 f \frac{\lambda}{r}\right)^2 = (0{,}61 \cdot \pi f \lambda)^2 / S_л$

$S_п$ подставим в предыдущие формулы

$E_0 \approx 6{,}4 \cdot 10^8 \frac{В}{см}$

$P_0 \approx 3{,}6 \cdot 10^5\ атм.$

Задача 2.1




Энергия волны, падающей на единицу площади пов-сти раздела в единицу времени, есть проекция вектора Пойнтинга на нормаль к границе раздела.

$S_e = S_r + S_d$ ← надо док-ть

1) $E \perp$ плоск. падения:

$$E_r = \frac{\sin(\theta' - \theta)}{\sin(\theta' + \theta)} E_e \qquad E_d = \frac{2\sin\theta' \cos\theta}{\sin(\theta' + \theta)} E_e$$

Искомое рав-во можно записать как

$$E_e^2 n_1 \cos\theta = E_r^2 n_1 \cos\theta + E_d^2 n_2 \cos\theta'$$

$$n_1 \cos\theta = \frac{\sin^2(\theta' - \theta)}{\sin^2(\theta' + \theta)} n_1 \cos\theta + \frac{4\sin^2\theta' \cos^2\theta}{\sin^2(\theta' + \theta)} n_2 \cos\theta'$$

$$n_1\left(\sin^2(\theta' + \theta) - \sin^2(\theta' - \theta)\right) = 4\sin^2\theta' \cos\theta\, n_2 \cos\theta'$$

$$n_1 (\sin(\theta' + \theta) - \sin(\theta' - \theta))(\sin(\theta' + \theta) + \sin(\theta' - \theta)) =$$
$$= 4\sin^2\theta' \cos\theta\, n_2 \cos\theta'$$

$$n_1\, \cancel{2} \sin\theta \cancel{\cos\theta'} \cdot \cancel{2} \cdot \sin\theta' \cancel{\cos\theta} = \cancel{4} \sin^2\theta' \cancel{\cos\theta}\, n_2 \cdot \cancel{\cos\theta'}$$

$$n_1 \cdot \sin\theta = \sin\theta' \cdot n_2$$

получим закон преломления →

$\longrightarrow$ исходное рав-во верно.

2) $E \parallel$ плоскости падения:

$$E_r = \frac{tg(\theta-\theta')}{tg(\theta+\theta')} E_e$$

$$E_d = \frac{2\sin\theta'\cos\theta}{\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta')} E_e$$

Из рав-ва, что и в прошлом случае:

$$n_1\cos\theta = \frac{tg^2(\theta-\theta')}{tg^2(\theta+\theta')} n_1\cos\theta + \frac{4\sin^2\theta'\cos^2\theta\, n_2\cos\theta'}{\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta')}$$

$$n_1\left(1-\frac{tg^2(\theta-\theta')}{tg^2(\theta+\theta')}\right) = \frac{4\sin^2\theta'\cos\theta\, n_2\cos\theta'}{\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta')}$$

$$n_1\left(\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta') - \sin^2(\theta-\theta')\cos^2(\theta+\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta\cos\theta' n_2\sin^2\theta'$$

$$n_1\left(\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta') - \sin(\theta-\theta')\cos(\theta+\theta')\right)\cdot$$
$$\cdot\left(\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta') + \sin(\theta-\theta')\cos(\theta+\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta\cos\theta' n_2\sin^2\theta'$$

$$n_1\left(\frac{1}{2}(\sin2\theta+\sin2\theta') - \frac{1}{2}(\sin2\theta-\sin2\theta')\right)\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{1}{2}(\sin2\theta+\sin2\theta') + \frac{1}{2}(\sin2\theta-\sin2\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta' n_2\cos\theta\sin^2\theta'$$

$$n_1\cdot\frac{1}{4}2\sin2\theta'\cdot2\sin2\theta = 4\cos\theta' n_2\cos\theta\sin^2\theta'$$

$$n_1 \cdot \cancel{2}\sin\theta' \cancel{\cos\theta'} \sin\theta \cancel{\cos\theta} \cdot \cancel{2} = 4 \cancel{\cos\theta'} n_2 \cancel{\cos\theta} \sin^2\theta'$$

$$n_1 \cdot \sin\theta = n_2 \sin\theta'$$

Получили закон преломления.

Значит исходное рав-во верно.

Задача 2.20

Дано:

$n = 1{,}5$

$\alpha = 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

степень поляриз. - ?

Вводят интенсивность соотв. $E_\perp$ и $E_\parallel$:

$$I_\perp = \overline{E_\perp^2} \qquad I_\parallel = \overline{E_\parallel^2}$$

Тогда степень поляризации $\Delta = \dfrac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel}$

На нижнюю грань пластинки падает луч:

$$T_\parallel = \frac{E'}{E} = \frac{2\sin\psi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\psi)\cos(\varphi-\psi)}$$

Из верхней выходит ("):

$$T_\parallel = \frac{E''}{E'} = \frac{2\sin\varphi\cos\psi}{\sin(\psi+\varphi)\cos(\psi-\varphi)}$$

Тогда $$\frac{E''}{E} = \frac{4\sin\psi\sin\varphi\cos\psi\cos\varphi}{\sin^2(\varphi+\psi)\cos^2(\varphi-\psi)}$$

Т.к. падает естественный свет, то

$$\Delta = \left(\frac{T_\perp^2 - T_\parallel^2}{T_\perp^2 + T_\parallel^2}\right)$$

$$T_{\parallel}^2 = \left(\frac{E''}{E}\right)^2$$

Для $T_\perp$ получим:

$$T_\perp = \frac{2\sin\psi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\psi)}$$

Аналогично для выходящего:

$$T_\perp^2 = \left(\frac{4\sin\psi\sin\varphi\cos\psi\cos\varphi}{\sin^2(\varphi+\psi)}\right)^2.$$

Тогда $$\Delta = \frac{\cos^4(\psi-\varphi)-1}{\cos^4(\psi-\varphi)+1}$$

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{n_2}{n_1} = 1,5$$

$\varphi = 20^\circ$: $\psi = 13^\circ$ $\Delta = -0,015$

$\varphi = 45^\circ$: $\psi = 28^\circ$ $\Delta = -0,089$

$\varphi = 60^\circ$: $\psi = 35,3^\circ$ $\cancel{\psi = 35^\circ}$ $\Delta = -0,189$

$\varphi = 80^\circ$: $\psi = 41^\circ$ $\Delta = -0,465$.

Задача 2.27

Чтобы получить $\delta = \frac{\pi}{2}$, надо, чтобы

$$tg\frac{\delta}{2} = tg\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{1-n^2}{2n}$$ - из задачи 2.26

$$n^2+2n-1=0 \longrightarrow n = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \pm\sqrt{2}-1$$

$n = \sqrt{2}-1 = 0{,}414.$

Показатель преломления ~~о~~ оптически более плотной среды относительно менее плотной будет $n' = \frac{1}{n} = 2{,}41$. - min значение

Ответ: $n \approx 2{,}41$.

## Задача 2.45

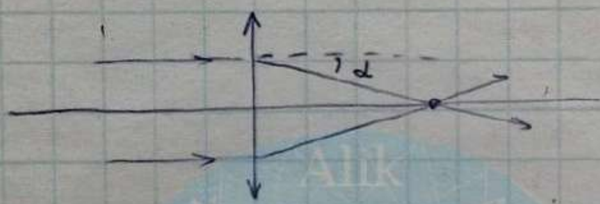
**Дано:**

$F = 10$ см

$R = 2$ см

$J = 10$ кВт/см$^2$

$f$ - ?




объемн. плотн. эн. $\quad [u] = \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$

$[J] = \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ $\quad J = u \cdot c$

скорость света

$p = u$

$p = \frac{J}{c}$

Рассмотрим $dS$ линзы, $dS = 2\pi r\, dr$

по Ф-ле Тейл. $= 1 - 1 + \frac{\alpha^2}{2}$

$$df = p\, dS \cdot (1 - \cos\alpha) = \frac{J}{c} 2\pi r\, dr (1 - \cos\alpha) =$$

$$= \frac{J}{c} r\, dr\, 2\pi \frac{\alpha^2}{2}$$

Т.к. $tg\,\alpha \sim \alpha$ и $tg\,\alpha = \frac{r}{F}$, то $\alpha^2 = \frac{r^2}{F^2}$.

$$df = \frac{\pi J}{c} r\,dr \frac{r^2}{F^2} = \frac{\pi J}{c} \frac{r^3}{F^2} dr$$

$$f = \frac{\pi J}{c} \frac{R^4}{4F^2}$$

Ответ: $f = \frac{\pi J R^4}{c\,4F^2} \approx 4{,}2 \cdot 10^{-6}$ Н.