

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К СЕМИНАРАМ (задачи группы 0)

Семинар 1

1. Вычислить отношение сил электростатического отталкивания и гравитационного притяжения двух протонов.

Ответ: $1,24 \cdot 10^{36}$.

2. Используя формулу для напряжённости поля точечного диполя с дипольным моментом \vec{p} , найдите напряжённость поля на оси диполя ($\alpha = 0$) и в перпендикулярном направлении ($\alpha = \pi/2$).

Ответ: $\vec{E}_1 = \frac{2\vec{p}}{r^3}$, $\vec{E}_2 = -\frac{\vec{p}}{r^3}$.

3. Найдите напряжённость поля равномерно заряженной тонкой пластины и равномерно заряженной сферы. Постройте графики $E(r)$.

4. Задача 1.20.

Семинар 2

1. Незаряженный проводящий шар вносится в электрическое поле с известным распределением потенциала $\varphi(\vec{r})$. Каким будет потенциал шара?

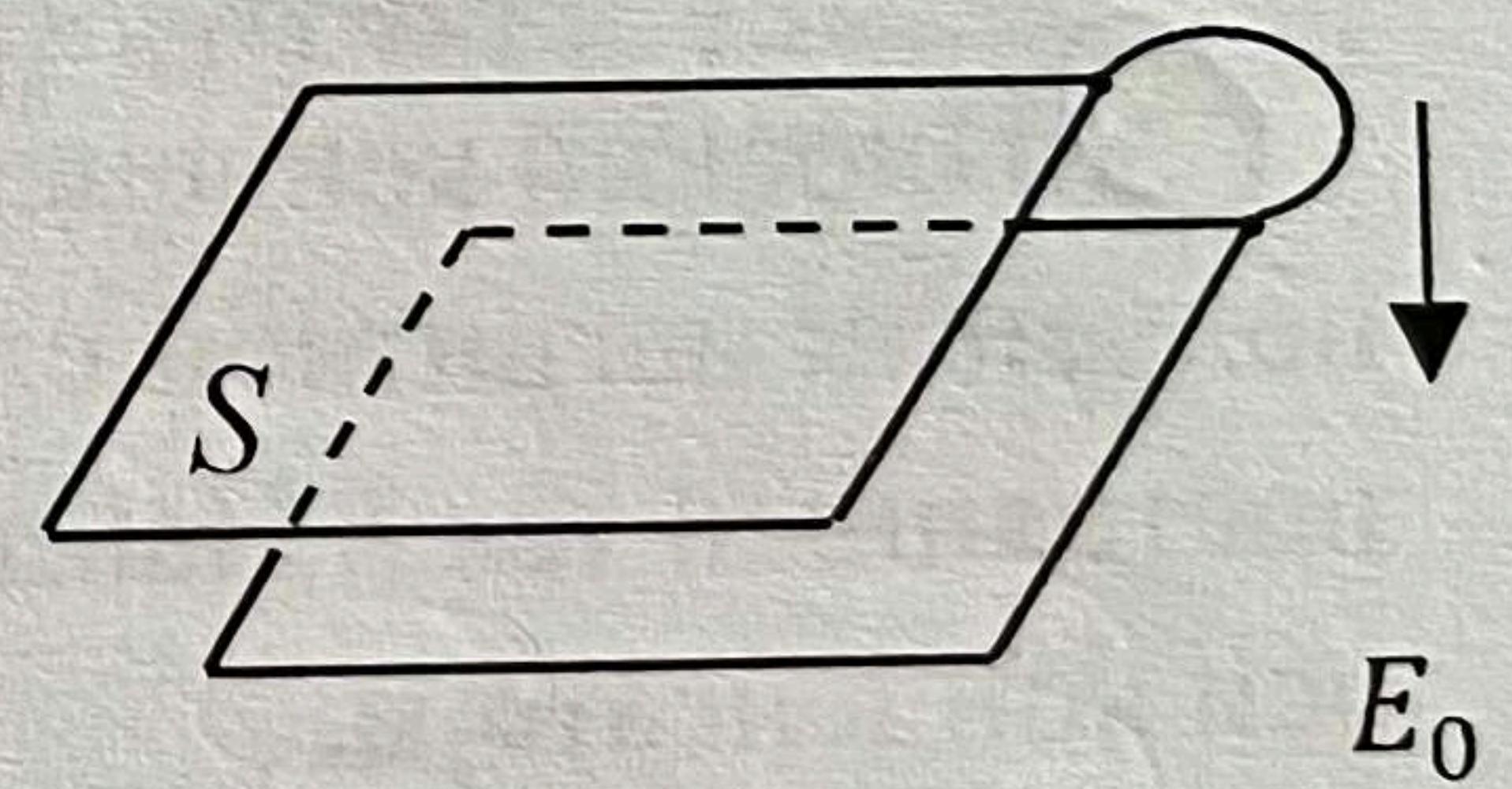
Ответ: $\varphi(\vec{r}_0)$, где \vec{r}_0 — радиус-вектор центра шара.

2. В опытах Резерфорда золотая фольга бомбардировалась α -частицами ${}_{4}^{2}He$ с кинетической энергией $W = 5$ МэВ. На какое минимальное расстояние может приблизиться α -частица к ядру золота ${}_{197}^{79}Au$? (заряд электрона $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ед. СГС; $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг).

Ответ: $r_{min} = 2 \cdot 79 \cdot \frac{e^2}{W} \left(1 + \frac{4}{197}\right) = 4,6 \cdot 10^{-12}$ см.

3. Напряжённость электрического поля Земли $E_0 = 130$ В/м, причём вектор $\vec{E}_0 \uparrow\uparrow \vec{g}$. Какой заряд приобретёт горизонтально расположенный короткозамкнутый плоский конденсатор с площадью пластин $S = 1$ м²?

Ответ: $Q = 3,4$ ед. СГСЭ.



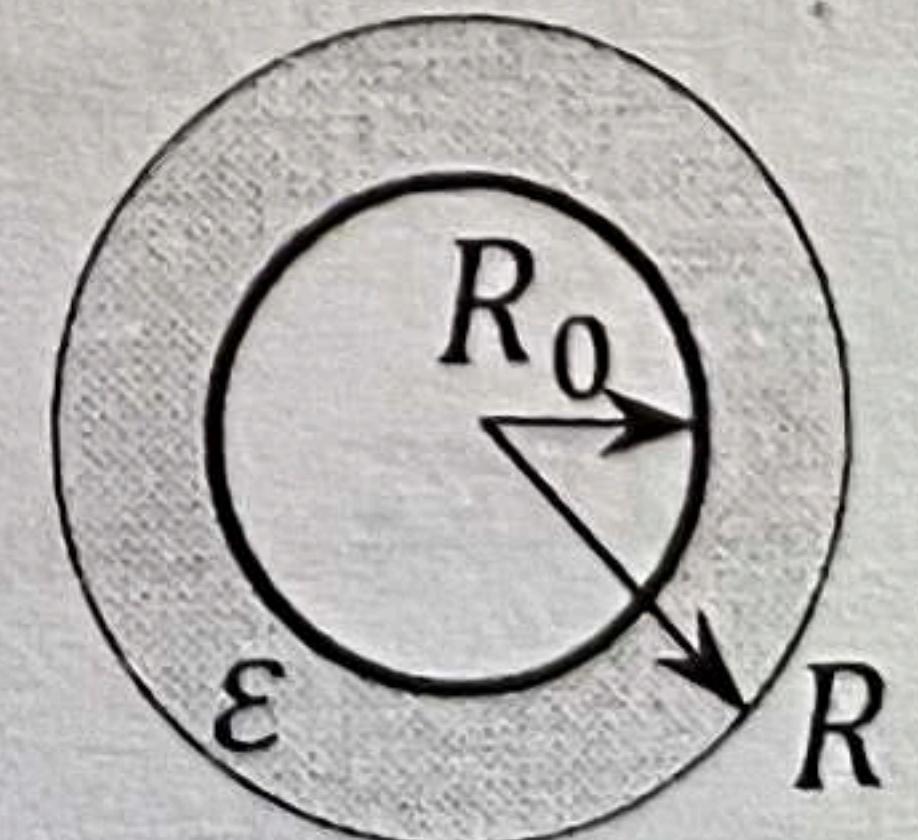
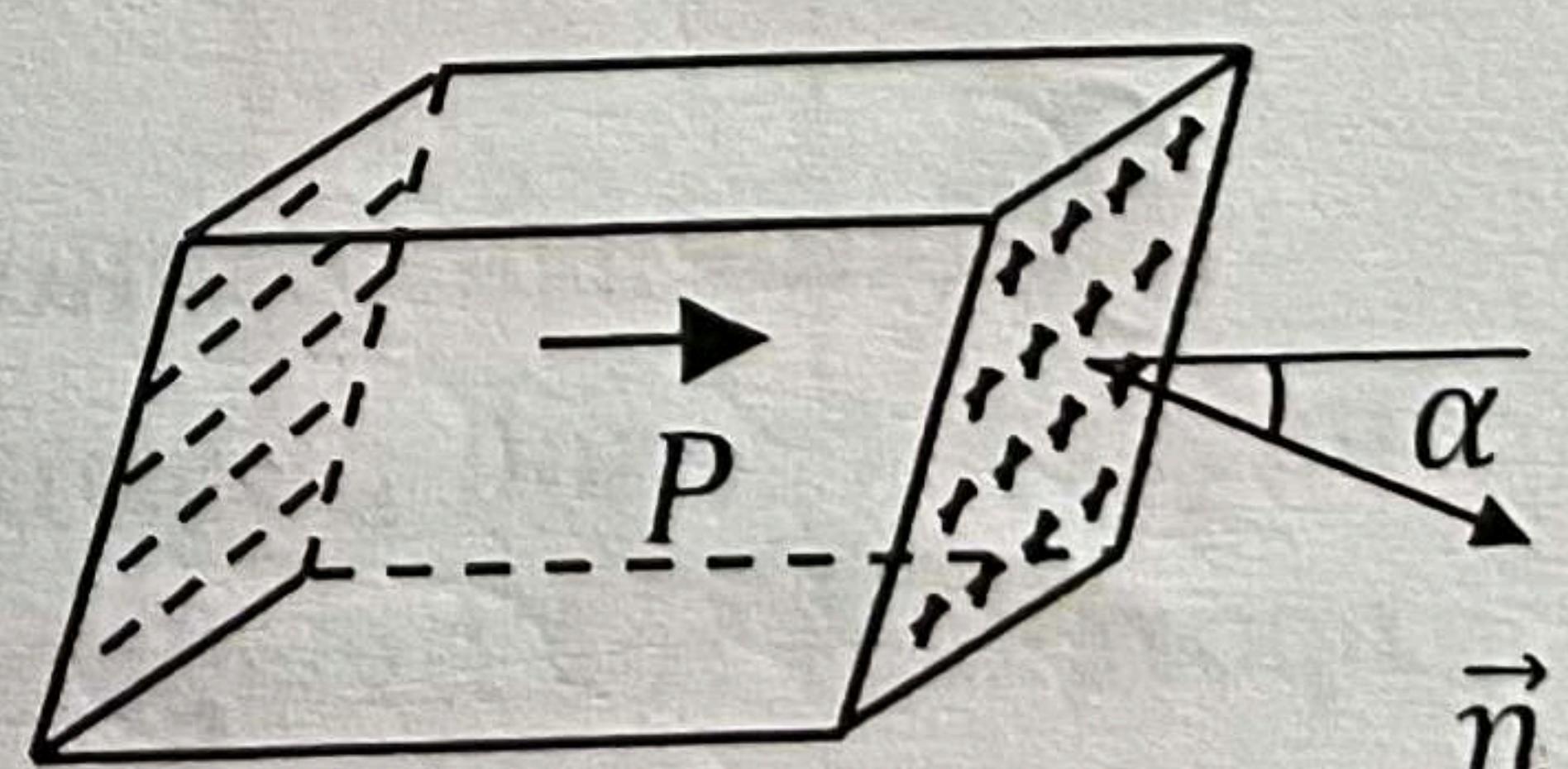
Семинар 3

1. Найдите плотность поляризационных зарядов на торцах однородно поляризованного параллелепипеда.

Ответ: $\sigma_{\text{пол}} = P \cos \alpha$.

2. Задача 3.1. *Кир.*

3. Проводящий шар радиуса R_0 несёт заряд q и окружён шаровым слоем диэлектрика с проницаемостью ϵ , вплотную прилегающим к поверхности шара. Внешний радиус равен R . Определить потенциал проводящего шара.



Ответ: $\varphi = \frac{q}{R} \left(1 + \frac{R - R_0}{\varepsilon R_0} \right)$.

Семинар 4

1. Поверхностная плотность заряда на пластинах плоского конденсатора, заполненного твёрдым диэлектриком с проницаемостью ε , равна $\pm\sigma$. Определите объёмную плотность электрической энергии w в конденсаторе, а также силу f , действующую на единицу площади обкладок.

Ответ: $w = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon}$, $f = 2\pi\sigma^2$.

2. Задача 3.50.

3. Конденсатор ёмкостью $C = 20$ см заполнен однородной слабопроводящей средой, имеющей малую проводимость $\lambda = 10^{-6}$ Ом $^{-1} \cdot$ см $^{-1}$ и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 2$. Определить электрическое сопротивление между обкладками.

Ответ: $R \approx 8$ кОм.

Семинар 5

1. Определите индукцию магнитного поля в центре крайнего витка длинного соленоида с плотностью намотки n витков/см. По виткам соленоида проходит постоянный ток I .

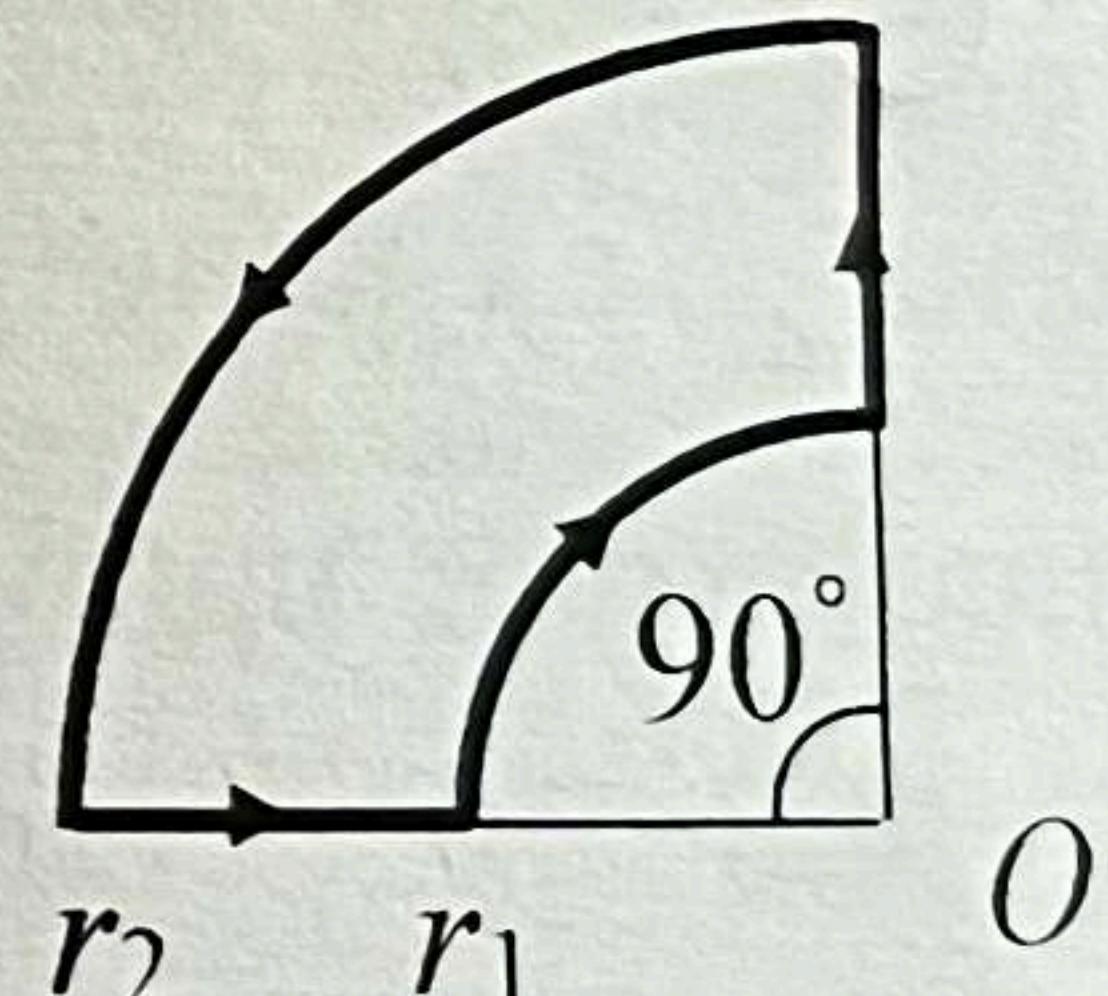
Ответ: $B = \frac{2\pi n I}{c}$.

2. Проводящий контур, по которому течёт постоянный ток I , состоит из отрезков дуг и радиусов (см. рис.). Определите индукцию магнитного поля в точке O .

Ответ: $B = \frac{\pi I}{2c} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$.

3. Плоский конденсатор с обкладками в виде круглых дисков радиуса R заполнен немагнитной слабо проводящей средой. Через конденсатор протекает постоянный ток I . Найдите индукцию магнитного поля на расстоянии $r \leq R$ от оси конденсатора.

Ответ: $B = \frac{2I}{c} \cdot \frac{r}{R^2}$.



Семинар 6

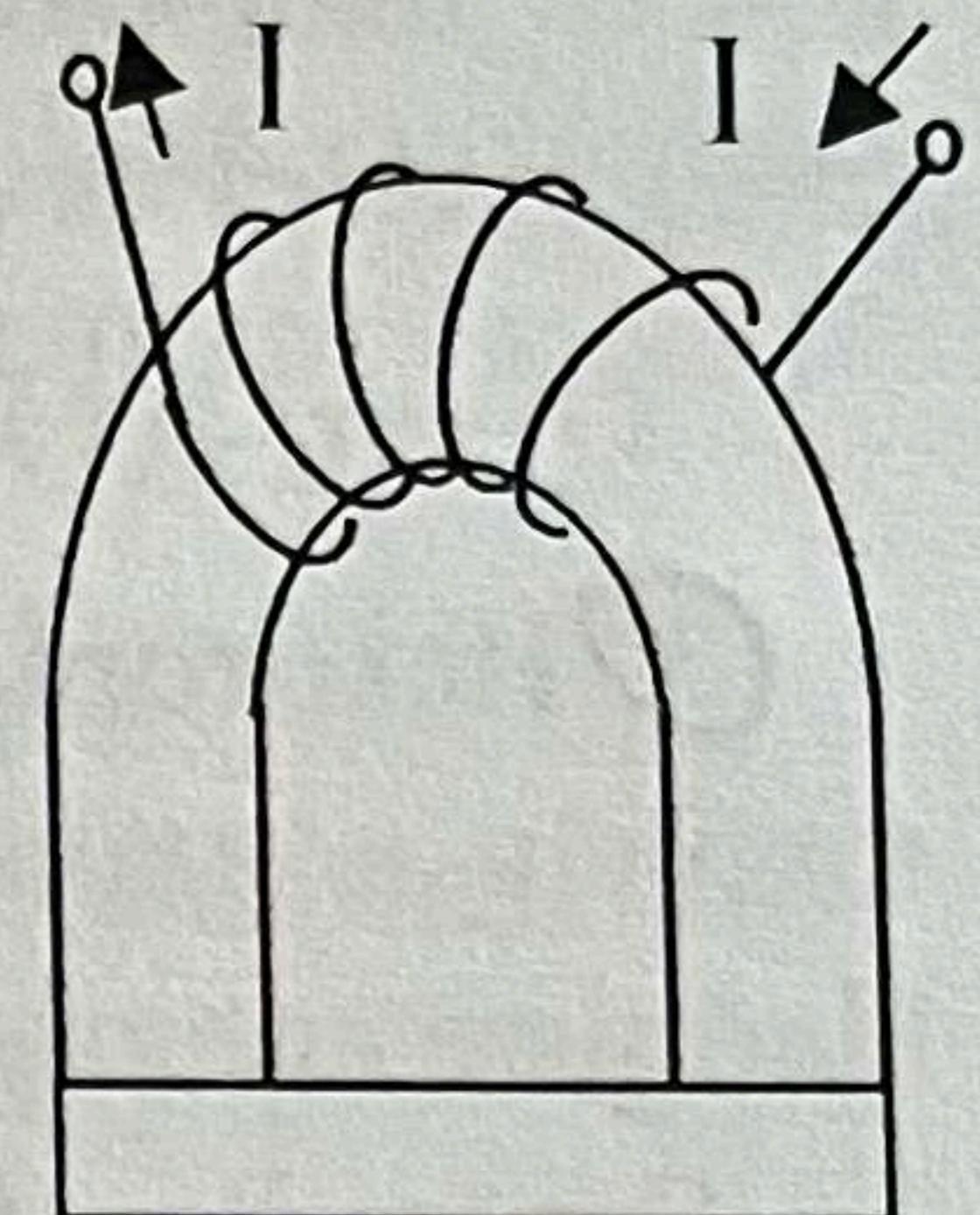
1. Длинный соленоид с плотностью намотки n витков/см заполнен диамагнитной средой с магнитной восприимчивостью $\chi < 0$. По виткам соленоида проходит ток I . Определите индукцию магнитного поля $B_{\text{мол}}$, создаваемую молекулярными токами. Как направлен $\vec{B}_{\text{мол}}$ относительно вектора магнитной индукции $\vec{B}_{\text{пров}}$, создаваемой токами проводимости?

Ответ: $B_{\text{мол}} = \frac{16\pi^2}{c} n \chi I$, $\vec{B}_{\text{мол}} \uparrow\downarrow \vec{B}_{\text{пров}}$.

2. Постоянный магнит длиной L с однородной намагниченностью I согнут в кольцо так, что между полюсами остался маленький зазор $\ell \ll L$. Определите магнитную индукцию в зазоре.

Ответ: $B = 4\pi I \frac{L}{L+\ell} \approx 4\pi I$.

3. Подкова электромагнита из мягкого железа с магнитной проницаемостью $\mu_1 \gg 1$ и имеет сечение S_1 . Подкова замкнута перемычкой, имеющей сечение S_2 и выполненной из магнитного материала с проницаемостью $\mu_2 \gg 1$. Пренебрегая рассеянием магнитного потока, определите отношения магнитных индукций B_1/B_2 и напряжённостей магнитного поля H_1/H_2 в подкове и перемычке.



Ответ: $\frac{B_1}{B_2} = \frac{S_2}{S_1}, \frac{H_1}{H_2} = \frac{\mu_2 S_2}{\mu_1 S_1}$.

Семинар 7

1. Тонкое кольцо радиуса r , имеющее электрическое сопротивление R , помещено в перпендикулярное ему однородное внешнее магнитное поле, убывающее по закону $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$. Пренебрегая самоиндукцией, найти ток в кольце $I(t)$ и тепло Q , которое выделится в кольце за большое время.

Ответ: $I(t) = \frac{\pi r^2}{cR\tau} B(t), \quad Q = \frac{I^2(0)}{2R} \tau$.

2. Задача 7.1.

3. Определить давление магнитного поля на стенки длинного соленоида кругового сечения, в котором создано магнитное поле $B = 10$ Тл. Какова при этом должна быть поверхностная плотность тока i ?

Ответ: $P \approx 400$ атм, $i = 80$ кА/см.

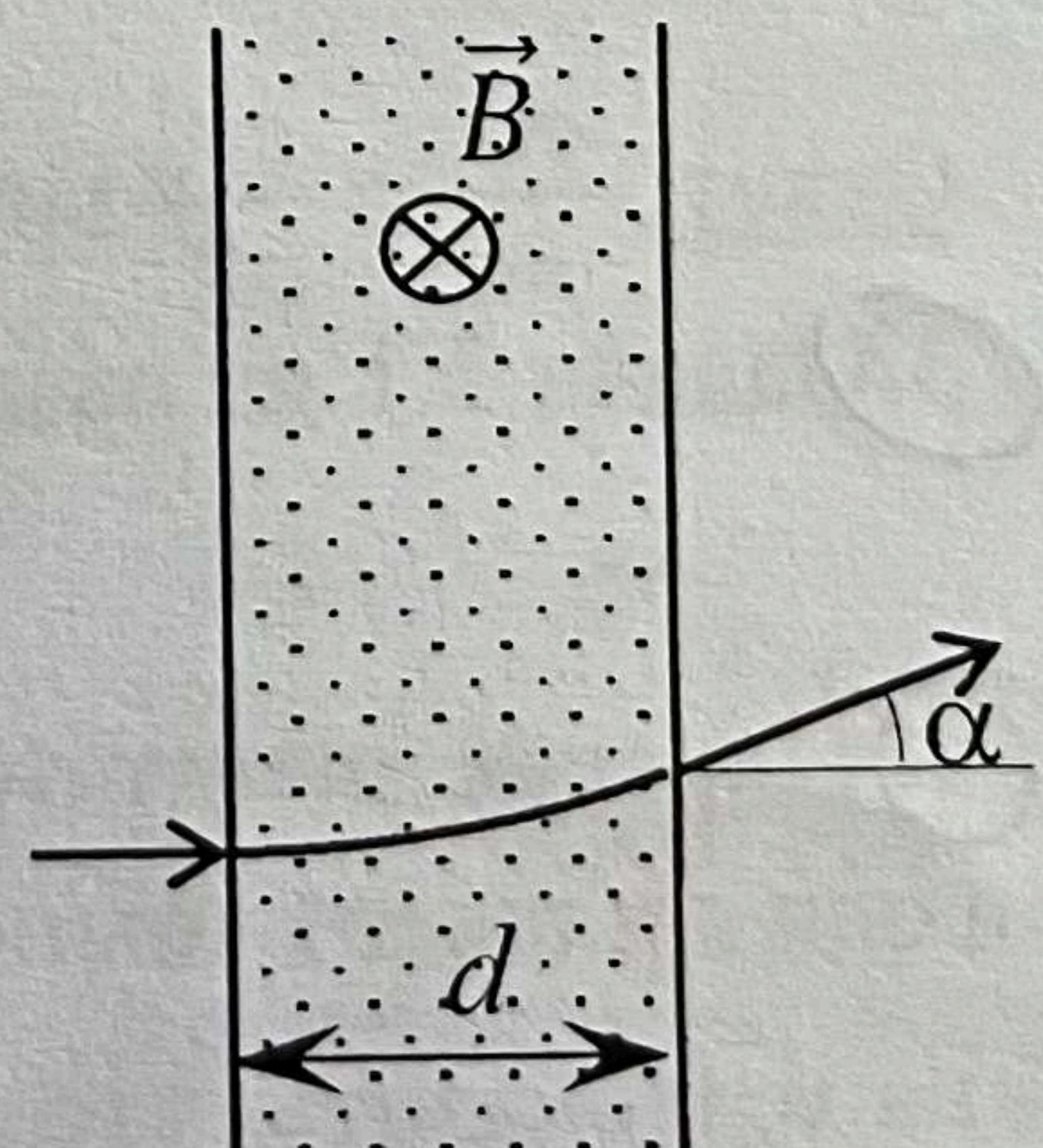
Семинар 8

1. Задача 6.34.

2. Протон влетает в область поперечного магнитного поля $B = 5$ Тл со скоростью $v = 2,4 \cdot 10^{10}$ см/с. Толщина области, занятой полем, $d = 50$ см (см. рис.). Найти угол отклонения протона α от первоначального направления движения. Излучением пренебречь.

Ответ: $\alpha \approx \arcsin \frac{3}{5} \approx 37^\circ$.

3. Задача 8.9.

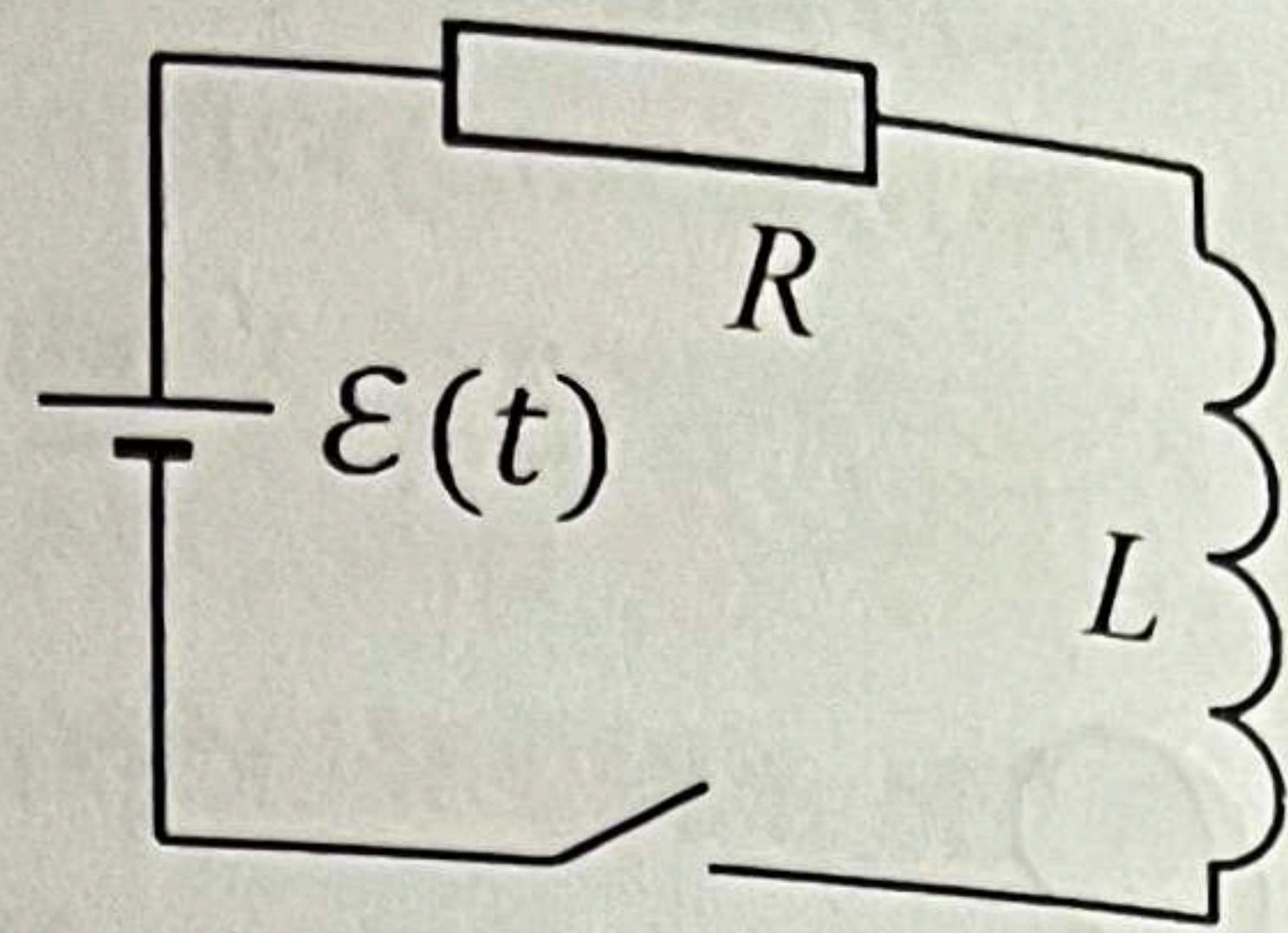


Семинар 11

1. Задача 9.4.

2. Найти зависимость тока в цепи $I(t)$ от времени в схеме на рис., если после замыкания ключа в момент $t = 0$ напряжение источника меняется по закону $\mathcal{E}(t) = At$. Рассмотреть случай $t \ll L/R$.

Ответ: $I(t) \approx \frac{At^2}{2L}$.



3. Некоторый двухполюсник, имеющий импеданс $Z = 3 + i\sqrt{3}$ [Ом], подключён к идеальному источнику переменной ЭДС с амплитудой $\mathcal{E}_0 = 2$ В. Найдите среднюю мощность, потребляемую двухполюсником.

Ответ: $P = 0,5$ Вт.

Семинар 12

1. Задача 11.1.

2. Задача 11.3(а, б).

3. Спектр сигнала $f(t)$ равен $F(\omega)$. Найти спектр сигнала

$$g(t) = f(t) \cdot \sin \omega_0 t.$$

Ответ: $\frac{1}{2} (F(\omega + \omega_0) - F(\omega - \omega_0))$.

Семинар 13

1. Напряжение в плоском конденсаторе меняется по гармоническому закону $U = U_0 \sin \omega t$. Пластины имеют форму дисков радиуса R , расстояние между которыми $h \ll R$, между пластин — среда с проницаемостью ϵ . Пренебрегая краевыми эффектами, найти магнитное поле на расстоянии r от оси конденсатора. Частоту считать малой: $\omega \ll c/R$.

Ответ: $B \approx \frac{\omega r}{2c} \cdot \frac{\epsilon U_0}{h} \cos \omega t$.

2. Используя выражение для вектора Пойнтинга, в условиях предыдущей задачи найти полный поток dW/dt электромагнитной энергии из конденсатора.

Ответ: $\frac{dW}{dt} = \frac{CU_0^2}{2} \sin 2\omega t$, где $C = \frac{\epsilon \pi R^2}{h}$.

3. Задача 2.1 из раздела «Оптика».

Семинар 14

1. Плоская электромагнитная волна бежит в однородной среде в направлении оси z и имеет компоненты поля $E_x(z, t)$ и $B_y(z, t)$. Фазовая скорость волны равна v . Показать, что в любой момент времени $E_x = \frac{v}{c} B_y$.

2. При какой длине кабеля его нельзя при расчётах заменить эквивалентным точечным сопротивлением, если частота в цепи $\nu = 50$ Гц?

Ответ: $\ell \gtrsim 6 \cdot 10^3$ км.

3. Найти минимальную частоту электромагнитных колебаний в объёмном прямоугольном резонаторе со сторонами $1 \times 2 \times 3$ см, выполненном из идеального проводника.

Ответ: 9 ГГц.

Семинар 15

1) Температура электронов в плазме тлеющего разряда $T_e \sim 10^4$ К, концентрация $n_e \sim 10^9$ см $^{-3}$. При каком радиусе трубы разряд можно считать квазинейтральным?

Ответ: $r \gg 0,2$ мм.

2) В условиях предыдущей задачи оцените кулоновскую энергию взаимодействия заряженных частиц в плазме (в расчёте на одну частицу). Можно ли считать такую плазму идеальным газом?

Ответ: $w_{кул} \sim 10^{-4}$ эВ; да, можно.

3) Радиосигнал с частотой $\nu = 4$ МГц посыпается вертикально вверх и отражается от ионосферы на некоторой высоте. Определить концентрацию электронов в точке отражения.

Ответ: $n_e = 2 \cdot 10^5$ см $^{-3}$.

4) Плазма имеет проводимость $\sigma \sim 10^{14}$ с $^{-1}$. Оценить коэффициент диффузии магнитного поля в плазме и глубину проникновения магнитного поля за время $\tau = 1$ мкс.

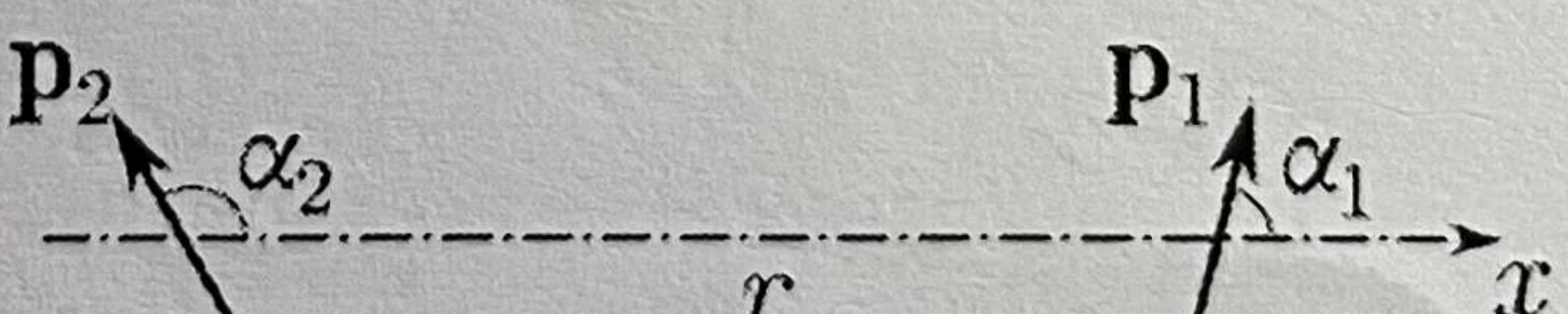
Ответ: $D_M \approx 70$ м 2 /с, $\delta \sim 1$ см.

Текстовые задачи

1) На обкладках плоского конденсатора размещены заряды q и $-q$. Зазор между обкладками заполнен веществом, диэлектрическая проницаемость которого меняется по закону $\epsilon = \frac{1}{1+x/h}$, где x – расстояние до положительной пластины, h – расстояние между пластинами. Найдите распределение объёмной плотности поляризационного заряда $\rho_{\text{пол}}$ в конденсаторе, а также его ёмкость C . Площадь пластин S .

Ответ: $\rho_{\text{пол}} = -\frac{q}{Sh}$, $C = \frac{S}{6\pi h}$.

2) Молекула воды обладает постоянным электрическим дипольным моментом $p = 1,84$ Д (1 Д $= 10^{-18}$ ед. СГС – «дебай», внесистемная единица дипольного момента). Две молекулы воды находятся на расстоянии $r = 35$ Å друг от друга так, что векторы их дипольных моментов \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 лежат в одной плоскости под углами α_1 и α_2 к линии, соединяющей их центры (ось x , см. рис.). Получите выражения для: 1) энергии взаимодействия молекул с произвольными величинами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 ; 2) проекции F_x силы их взаимодействия; 3) момента сил, действующий на молекулу. Для



случая $\alpha_1 = \pi/2$, $\alpha_2 = \pm\pi/2$, рассчитайте величину и найдите направление вектора \mathbf{F} силы взаимодействия между молекулами и оцените величину ускорения, с которым будут двигаться молекулы при отсутствии других компенсирующих сил.

Ответ: для $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$ $F_x = \frac{3p^2}{r^4} = + 6,77 \cdot 10^{-10}$ дин – отталкивание, $a = \frac{F_x}{m} = 2,3 \cdot 10^{13} \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 2,3 \cdot 10^{10} g$, где g – ускорение свободного падения.

Т3. (2016-6Б) В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны одинаковой частоты и амплитуды: одна вдоль оси x , а другая — вдоль оси y . Вектор \mathbf{E} обеих волн направлен по оси z . Найдите среднее по времени значение вектора плотности потока энергии $\langle \mathbf{S} \rangle$ во всех точках пространства. Укажите плоскости, через которые средний поток энергии максимален.

Т4. Оценить относительное уменьшение амплитуды сигнала из-за скин-эффекта в телевизионном коаксиальном кабеле длиной $L = 10$ м на частоте $f = 1$ ГГц (приблизительно верхняя граница дециметрового диапазона). Считать, что потери обусловлены в основном токами в центральном проводнике диаметром $D = 0,6$ мм, а потери в экране малы ввиду его большой площади. Проводимость меди $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$ См/м, волновое сопротивление кабеля $\rho = 75$ Ом.

Ответ: $\Delta U/U \sim 0,4$.