

# ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К СЕМИНАРАМ (задачи группы 0)

## Семинар 1

1. Вычислить отношение сил электростатического отталкивания и гравитационного притяжения двух протонов.

Ответ:  $1,24 \cdot 10^{36}$ .

2. Используя формулу для напряжённости поля точечного диполя с дипольным моментом  $\vec{p}$ , найдите напряжённость поля на оси диполя ( $\alpha = 0$ ) и в перпендикулярном направлении ( $\alpha = \pi/2$ ).

Ответ:  $\vec{E}_1 = \frac{2\vec{p}}{r^3}$ ,  $\vec{E}_2 = -\frac{\vec{p}}{r^3}$ .

3. Найдите напряжённость поля равномерно заряженной тонкой пластины и равномерно заряженной сферы. Постройте графики  $E(r)$ .

4. Задача 1.20.

## Семинар 2

1. Незаряженный проводящий шар вносится в электрическое поле с известным распределением потенциала  $\varphi(\vec{r})$ . Каким будет потенциал шара?

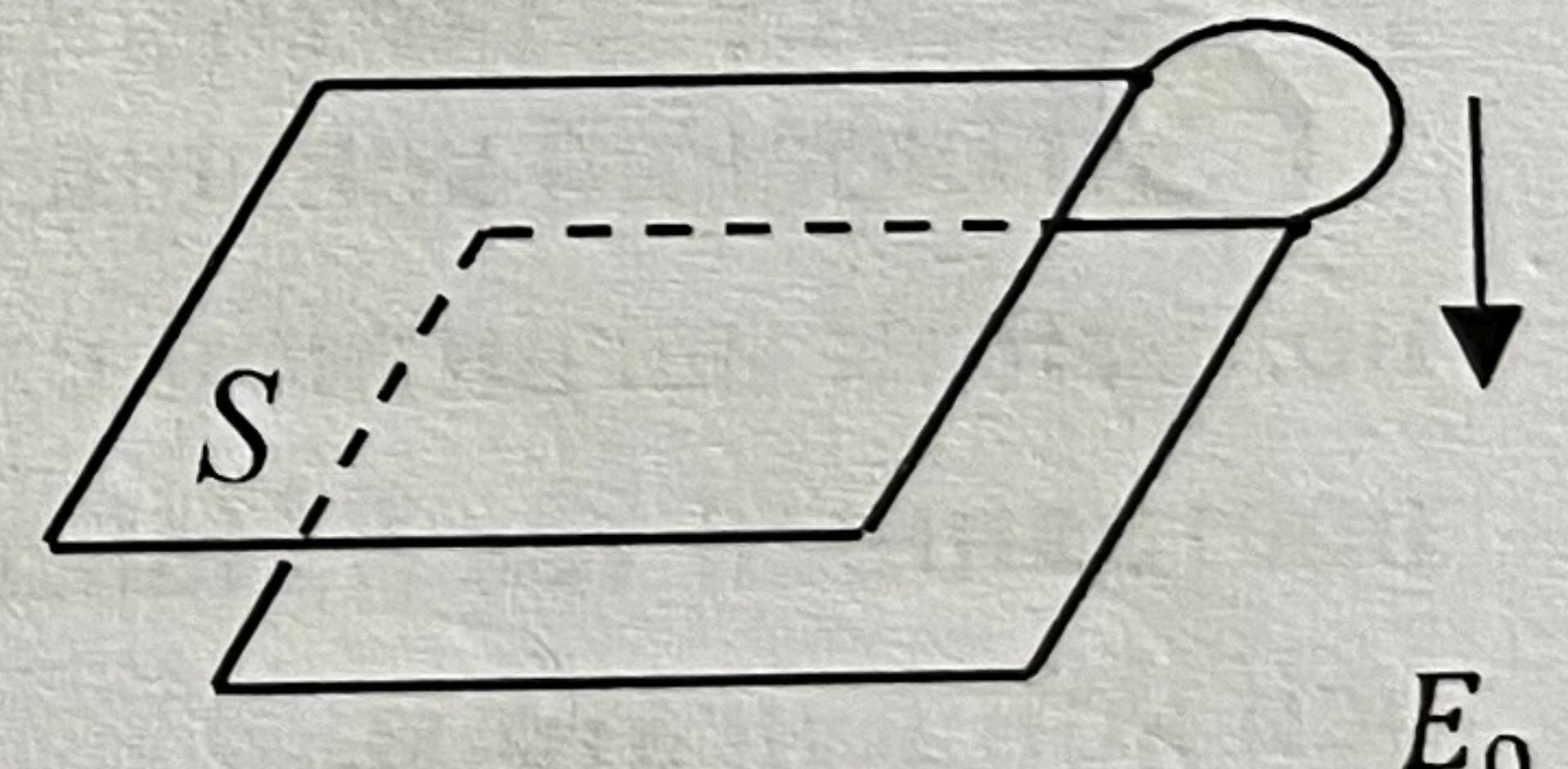
Ответ:  $\varphi(\vec{r}_0)$ , где  $\vec{r}_0$  — радиус-вектор центра шара.

2. В опытах Резерфорда золотая фольга бомбардировалась  $\alpha$ -частицами  ${}_{4}^{2}He$  с кинетической энергией  $W = 5$  МэВ. На какое минимальное расстояние может приблизиться  $\alpha$ -частица к ядру золота  ${}_{197}^{79}Au$ ? (заряд электрона  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  ед. СГС;  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-12}$  эрг).

Ответ:  $r_{min} = 2 \cdot 79 \cdot \frac{e^2}{W} \left(1 + \frac{4}{197}\right) = 4,6 \cdot 10^{-12}$  см.

3. Напряжённость электрического поля Земли  $E_0 = 130$  В/м, причём вектор  $\vec{E}_0 \uparrow\uparrow \vec{g}$ . Какой заряд приобретёт горизонтально расположенный короткозамкнутый плоский конденсатор с площадью пластин  $S = 1 \text{ м}^2$ ?

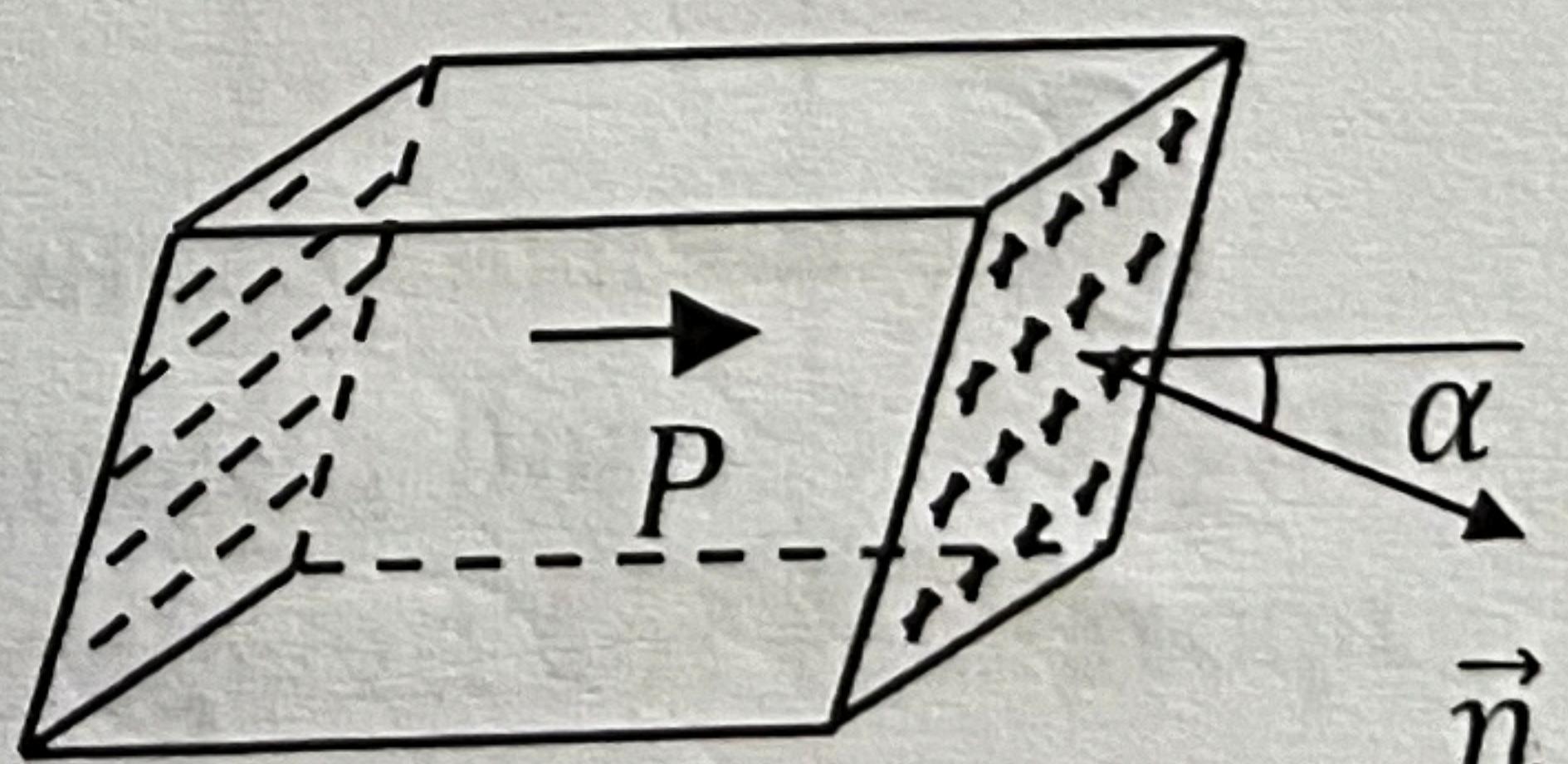
Ответ:  $Q = 3,4$  ед. СГСЭ.



## Семинар 3

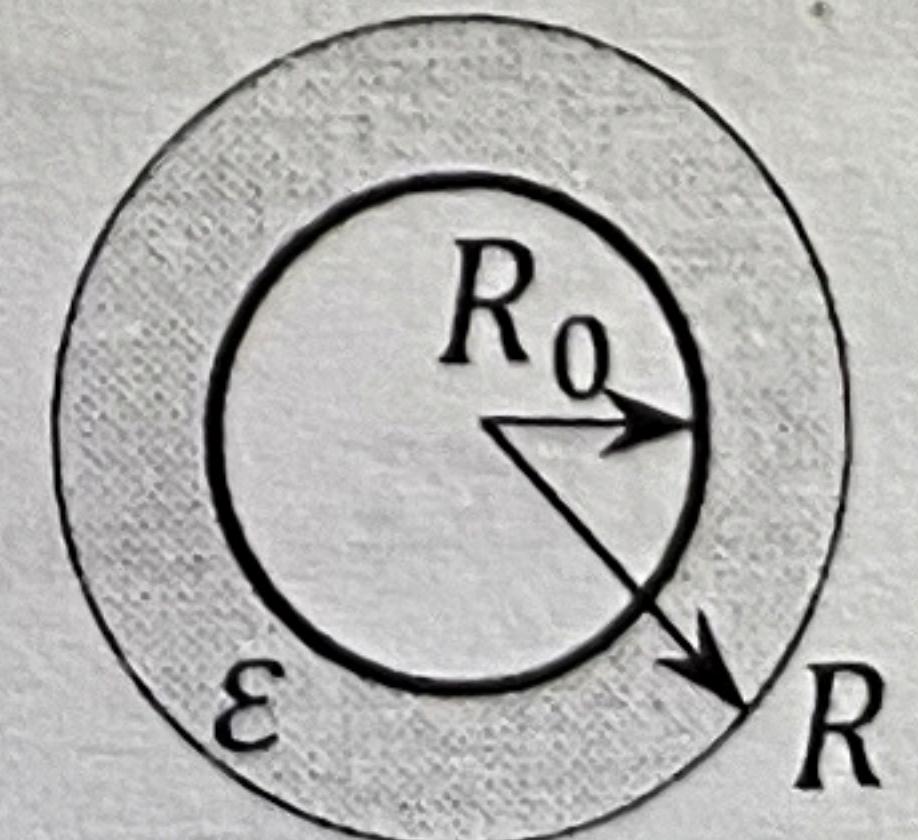
1. Найдите плотность поляризационных зарядов на торцах однородно поляризованного параллелепипеда.

Ответ:  $\sigma_{\text{пол}} = P \cos \alpha$ .



2. Задача 3.1. *Кир.*

3. Проводящий шар радиуса  $R_0$  несёт заряд  $q$  и окружён шаровым слоем диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ , вплотную прилегающим к поверхности шара. Внешний радиус равен  $R$ . Определить потенциал проводящего шара.



Ответ:  $\varphi = \frac{q}{R} \left( 1 + \frac{R - R_0}{\varepsilon R_0} \right)$ .

### Семинар 4

1. Поверхностная плотность заряда на пластинах плоского конденсатора, заполненного твёрдым диэлектриком с проницаемостью  $\varepsilon$ , равна  $\pm\sigma$ . Определите объёмную плотность электрической энергии  $w$  в конденсаторе, а также силу  $f$ , действующую на единицу площади обкладок.

Ответ:  $w = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon}$ ,  $f = 2\pi\sigma^2$ .

2. Задача 3.50.

3. Конденсатор ёмкостью  $C = 20$  см заполнен однородной слабопроводящей средой, имеющей малую проводимость  $\lambda = 10^{-6} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon = 2$ . Определить электрическое сопротивление между обкладками.

Ответ:  $R \approx 8 \text{ кОм}$ .

### Семинар 5

1. Определите индукцию магнитного поля в центре крайнего витка длинного соленоида с плотностью намотки  $n$  витков/см. По виткам соленоида проходит постоянный ток  $I$ .

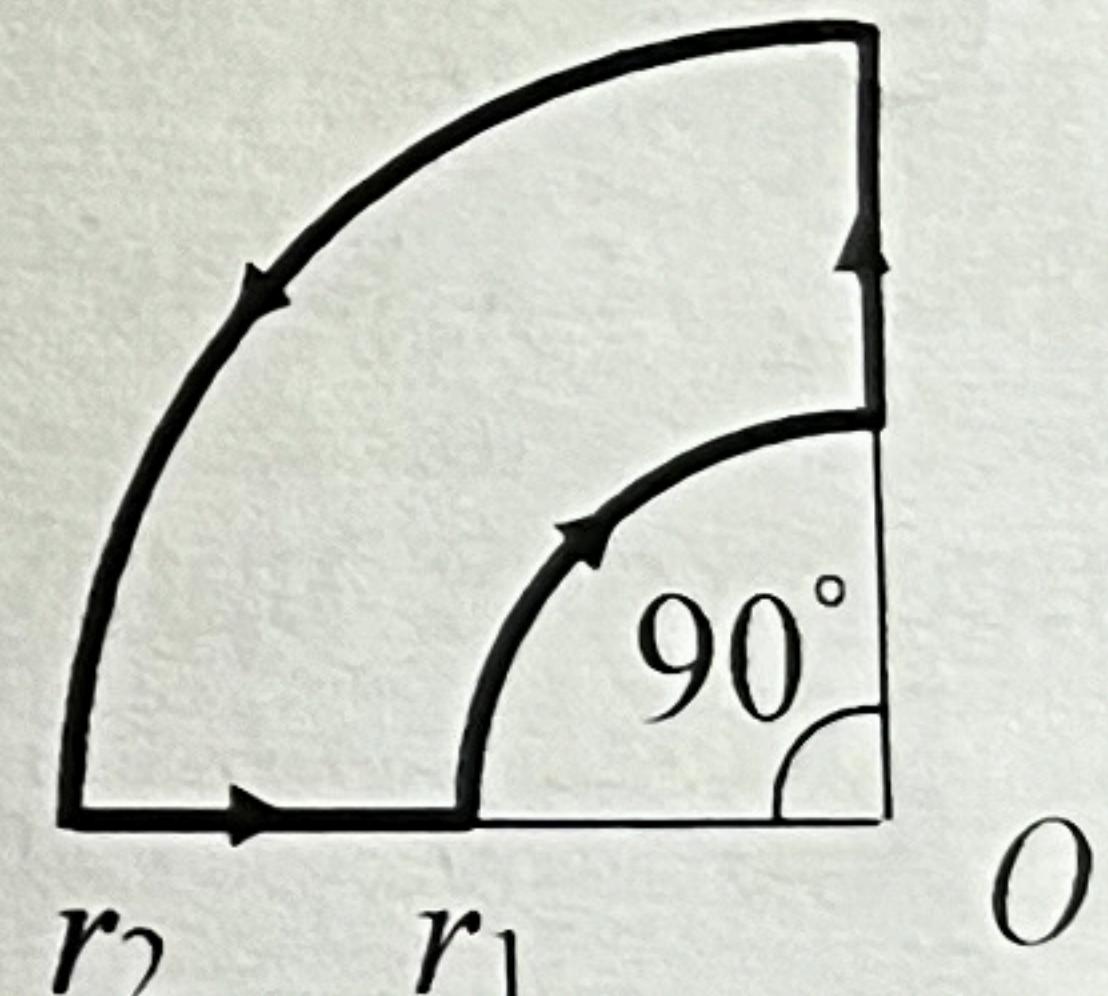
Ответ:  $B = \frac{2\pi n I}{c}$ .

2. Проводящий контур, по которому течёт постоянный ток  $I$ , состоит из отрезков дуг и радиусов (см. рис.). Определите индукцию магнитного поля в точке  $O$ .

Ответ:  $B = \frac{\pi I}{2c} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ .

3. Плоский конденсатор с обкладками в виде круглых дисков радиуса  $R$  заполнен немагнитной слабо проводящей средой. Через конденсатор протекает постоянный ток  $I$ . Найдите индукцию магнитного поля на расстоянии  $r \leq R$  от оси конденсатора.

Ответ:  $B = \frac{2I}{c} \cdot \frac{r}{R^2}$ .



### Семинар 6

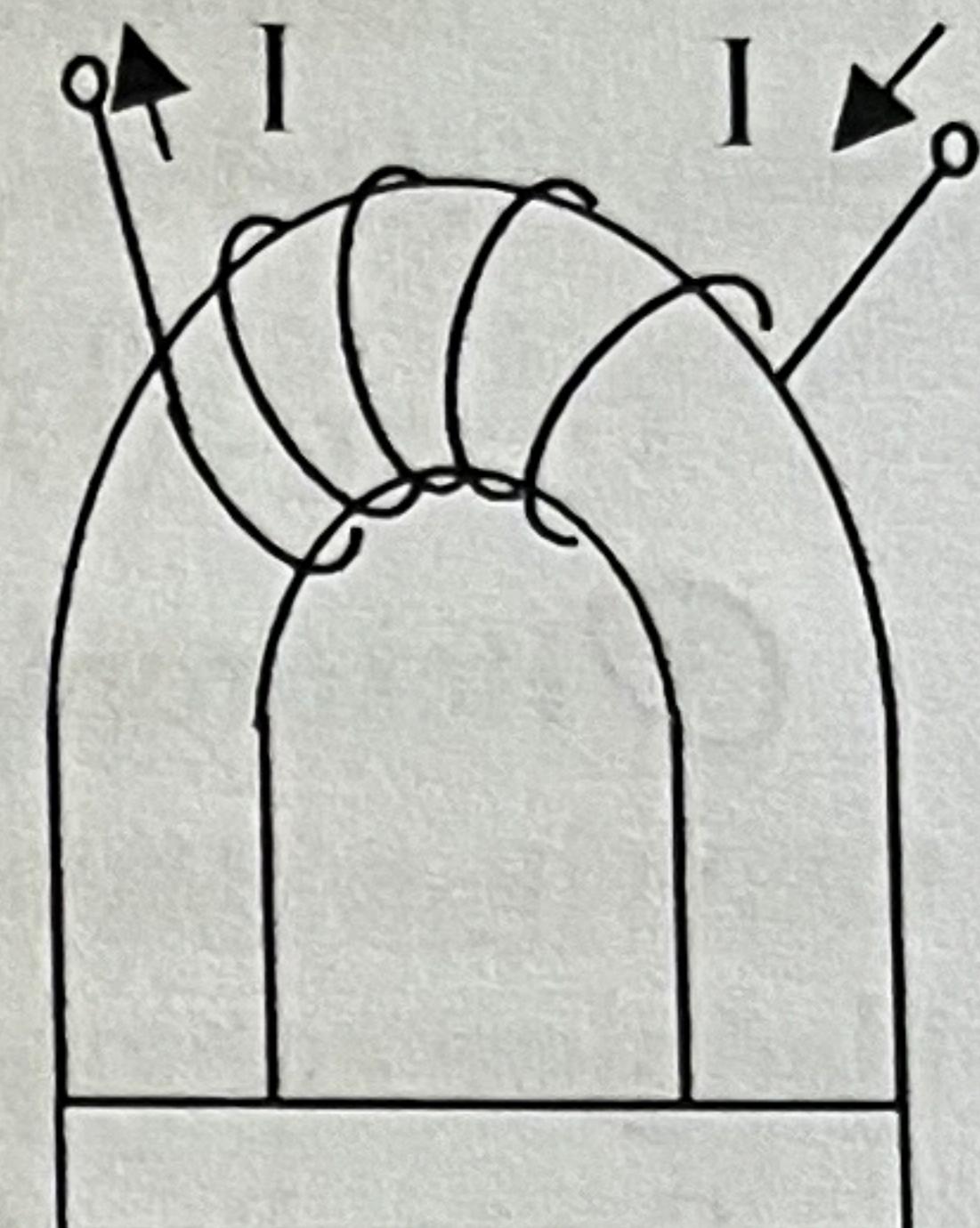
1. Длинный соленоид с плотностью намотки  $n$  витков/см заполнен диамагнитной средой с магнитной восприимчивостью  $\chi < 0$ . По виткам соленоида проходит ток  $I$ . Определите индукцию магнитного поля  $B_{\text{мол}}$ , создаваемую молекулярными токами. Как направлен  $\vec{B}_{\text{мол}}$  относительно вектора магнитной индукции  $\vec{B}_{\text{пров}}$ , создаваемой токами проводимости?

Ответ:  $B_{\text{мол}} = \frac{16\pi^2}{c} n \chi I$ ,  $\vec{B}_{\text{мол}} \uparrow\downarrow \vec{B}_{\text{пров}}$ .

**2.** Постоянный магнит длиной  $L$  с однородной намагниченностью  $I$  согнут в кольцо так, что между полюсами остался маленький зазор  $\ell \ll L$ . Определите магнитную индукцию в зазоре.

Ответ:  $B = 4\pi I \frac{L}{L+\ell} \approx 4\pi I$ .

**3.** Подкова электромагнита из мягкого железа с магнитной проницаемостью  $\mu_1 \gg 1$  и имеет сечение  $S_1$ . Подкова замкнута перемычкой, имеющей сечение  $S_2$  и выполненной из магнитного материала с проницаемостью  $\mu_2 \gg 1$ . Пренебрегая рассеянием магнитного потока, определите отношения магнитных индукций  $B_1/B_2$  и напряжённостей магнитного поля  $H_1/H_2$  в подкове и перемычке.



Ответ:  $\frac{B_1}{B_2} = \frac{S_2}{S_1}, \frac{H_1}{H_2} = \frac{\mu_2 S_2}{\mu_1 S_1}$ .

### Семинар 7

**1.** Тонкое кольцо радиуса  $r$ , имеющее электрическое сопротивление  $R$ , помещено в перпендикулярное ему однородное внешнее магнитное поле, убывающее по закону  $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$ . Пренебрегая самоиндукцией, найти ток в кольце  $I(t)$  и тепло  $Q$ , которое выделится в кольце за большое время.

Ответ:  $I(t) = \frac{\pi r^2}{cR\tau} B(t), \quad Q = \frac{I^2(0)}{2R} \tau$ .

**2.** Задача 7.1.

**3.** Определить давление магнитного поля на стенки длинного соленоида кругового сечения, в котором создано магнитное поле  $B = 10$  Тл. Какова при этом должна быть поверхностная плотность тока  $i$ ?

Ответ:  $P \approx 400$  атм,  $i = 80$  кА/см.

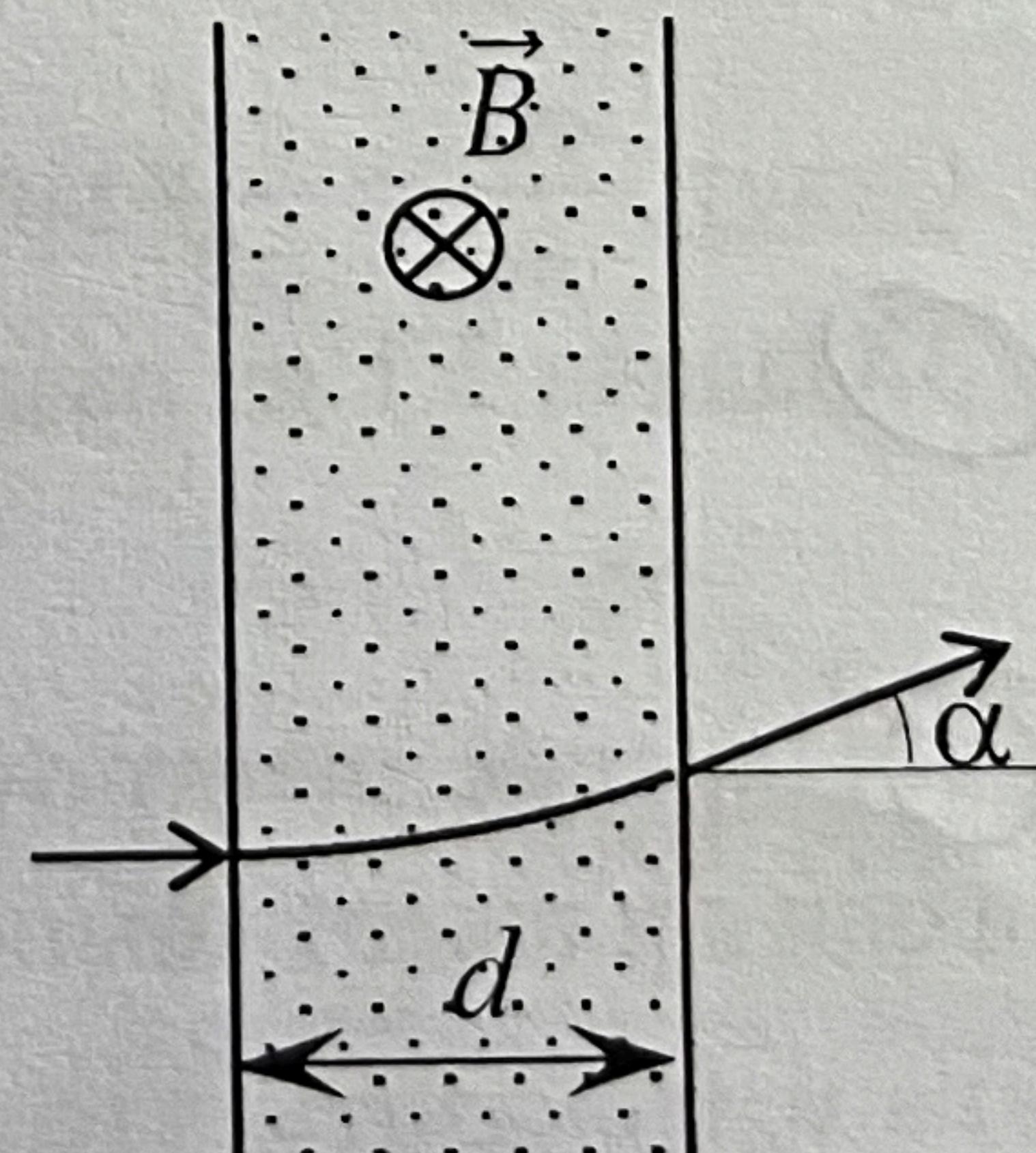
### Семинар 8

**1.** Задача 6.34.

**2.** Протон влетает в область поперечного магнитного поля  $B = 5$  Тл со скоростью  $v = 2,4 \cdot 10^{10}$  см/с. Толщина области, занятой полем,  $d = 50$  см (см. рис.). Найти угол отклонения протона  $\alpha$  от первоначального направления движения. Излучением пренебречь.

Ответ:  $\alpha \approx \arcsin \frac{3}{5} \approx 37^\circ$ .

**3.** Задача 8.9.

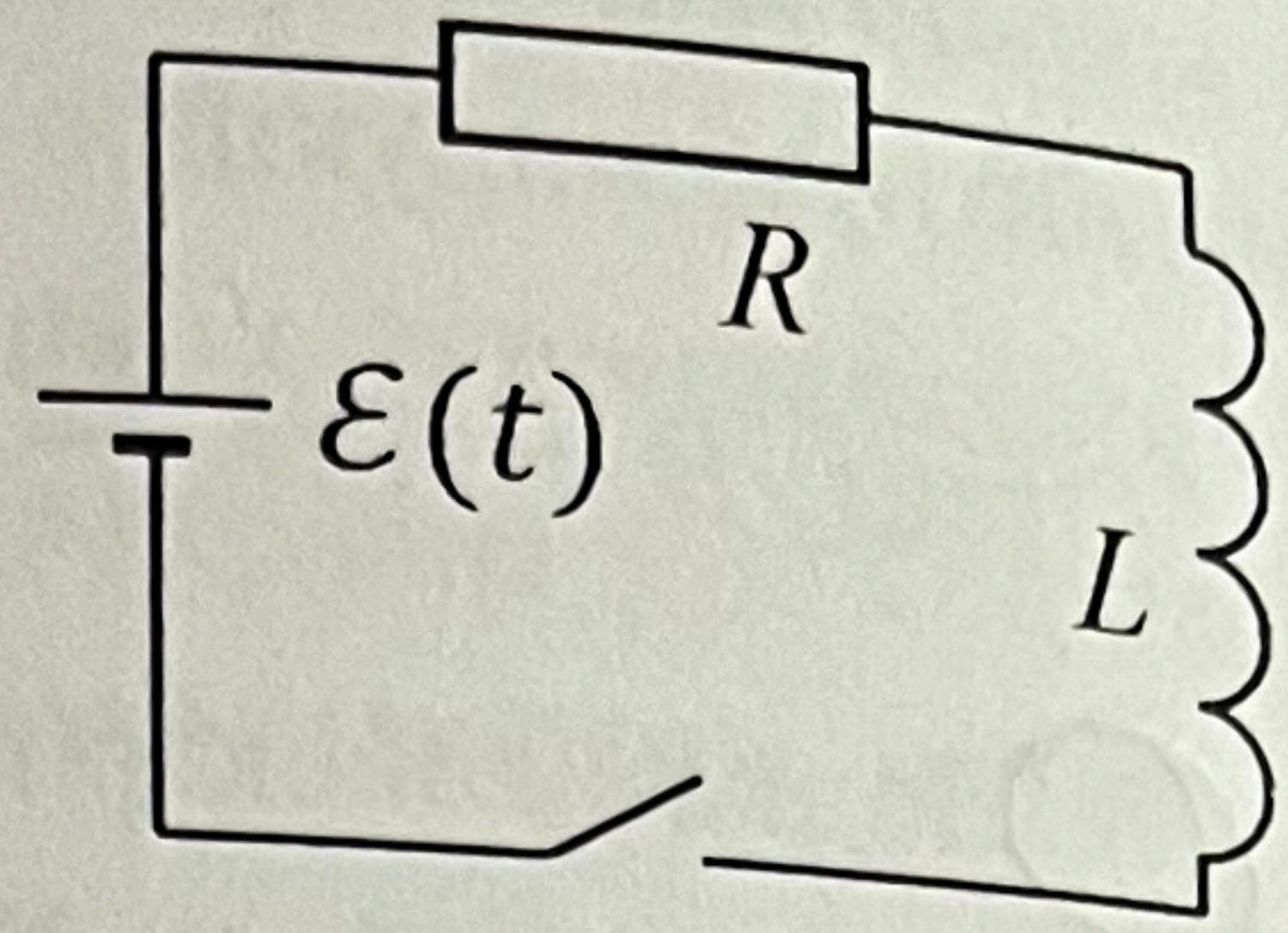


## Семинар 11

1. Задача 9.4.

2. Найти зависимость тока в цепи  $I(t)$  от времени в схеме на рис., если после замыкания ключа в момент  $t = 0$  напряжение источника меняется по закону  $\mathcal{E}(t) = At$ . Рассмотреть случай  $t \ll L/R$ .

Ответ:  $I(t) \approx \frac{At^2}{2L}$ .



3. Некоторый двухполюсник, имеющий импеданс  $Z = 3 + i\sqrt{3}$  [Ом], подключён к идеальному источнику переменной ЭДС с амплитудой  $\mathcal{E}_0 = 2$  В. Найдите среднюю мощность, потребляемую двухполюсником.

Ответ:  $P = 0,5$  Вт.

## Семинар 12

1. Задача 11.1.

2. Задача 11.3(а, б).

3. Спектр сигнала  $f(t)$  равен  $F(\omega)$ . Найти спектр сигнала

$$g(t) = f(t) \cdot \sin \omega_0 t.$$

Ответ:  $\frac{1}{2} (F(\omega + \omega_0) - F(\omega - \omega_0))$ .

## Семинар 13

1. Напряжение в плоском конденсаторе меняется по гармоническому закону  $U = U_0 \sin \omega t$ . Пластины имеют форму дисков радиуса  $R$ , расстояние между которыми  $h \ll R$ , между пластин — среда с проницаемостью  $\epsilon$ . Пренебрегая краевыми эффектами, найти магнитное поле на расстоянии  $r$  от оси конденсатора. Частоту считать малой:  $\omega \ll c/R$ .

Ответ:  $B \approx \frac{\omega r}{2c} \cdot \frac{\epsilon U_0}{h} \cos \omega t$ .

2. Используя выражение для вектора Пойнтинга, в условиях предыдущей задачи найти полный поток  $dW/dt$  электромагнитной энергии из конденсатора.

Ответ:  $\frac{dW}{dt} = \frac{CU_0^2}{2} \sin 2\omega t$ , где  $C = \frac{\epsilon \pi R^2}{h}$ .

3. Задача 2.1 из раздела «Оптика».

## Семинар 14

1. Плоская электромагнитная волна бежит в однородной среде в направлении оси  $z$  и имеет компоненты поля  $E_x(z, t)$  и  $B_y(z, t)$ . Фазовая скорость волны равна  $v$ . Показать, что в любой момент времени  $E_x = \frac{v}{c} B_y$ .

2. При какой длине кабеля его нельзя при расчётах заменить эквивалентным точечным сопротивлением, если частота в цепи  $\nu = 50$  Гц?

Ответ:  $\ell \gtrsim 6 \cdot 10^3$  км.

3. Найти минимальную частоту электромагнитных колебаний в объёмном прямоугольном резонаторе со сторонами  $1 \times 2 \times 3$  см, выполненном из идеального проводника.

Ответ: 9 ГГц.

### Семинар 15

1) Температура электронов в плазме тлеющего разряда  $T_e \sim 10^4$  К, концентрация  $n_e \sim 10^9$  см $^{-3}$ . При каком радиусе трубы разряд можно считать квазинейтральным?

Ответ:  $r \gg 0,2$  мм.

2) В условиях предыдущей задачи оцените кулоновскую энергию взаимодействия заряженных частиц в плазме (в расчёте на одну частицу). Можно ли считать такую плазму идеальным газом?

Ответ:  $w_{кул} \sim 10^{-4}$  эВ; да, можно.

3) Радиосигнал с частотой  $\nu = 4$  МГц посыпается вертикально вверх и отражается от ионосферы на некоторой высоте. Определить концентрацию электронов в точке отражения.

Ответ:  $n_e = 2 \cdot 10^5$  см $^{-3}$ .

4) Плазма имеет проводимость  $\sigma \sim 10^{14}$  с $^{-1}$ . Оценить коэффициент диффузии магнитного поля в плазме и глубину проникновения магнитного поля за время  $\tau = 1$  мкс.

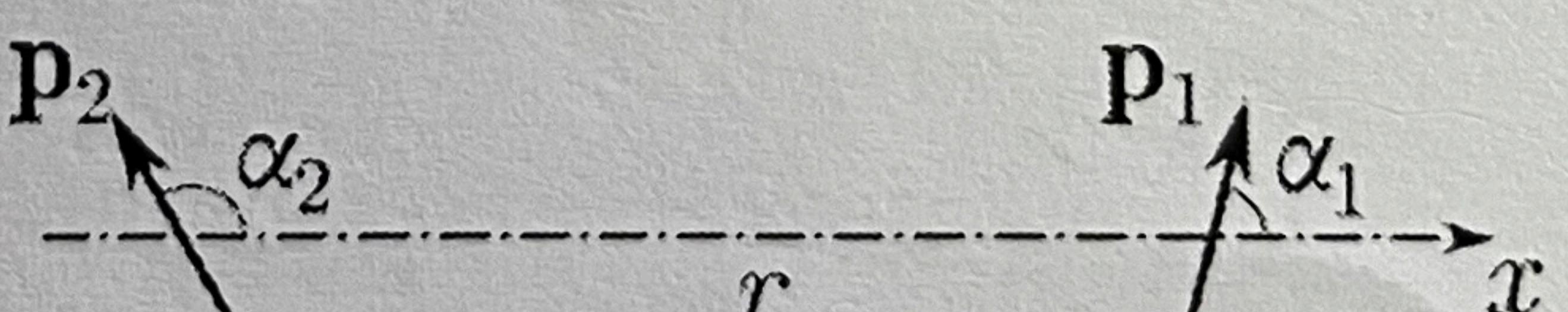
Ответ:  $D_M \approx 70$  м $^2$ /с,  $\delta \sim 1$  см.

### Текстовые задачи

Т1. На обкладках плоского конденсатора размещены заряды  $q$  и  $-q$ . Зазор между обкладками заполнен веществом, диэлектрическая проницаемость которого меняется по закону  $\epsilon = \frac{1}{1+x/h}$ , где  $x$  – расстояние до положительной пластины,  $h$  – расстояние между пластинами. Найдите распределение объёмной плотности поляризационного заряда  $\rho_{\text{пол}}$  в конденсаторе, а также его ёмкость  $C$ . Площадь пластин  $S$ .

Ответ:  $\rho_{\text{пол}} = -\frac{q}{Sh}$ ,  $C = \frac{S}{6\pi h}$ .

Т2. Молекула воды обладает постоянным электрическим дипольным моментом  $p = 1,84$  Д ( $1$  Д =  $10^{-18}$  ед. СГС — «дебай», внесистемная единица дипольного момента). Две молекулы воды находятся на расстоянии  $r = 35$  Å друг от друга так, что векторы их дипольных моментов  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  лежат в одной плоскости под углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  к линии, соединяющей их центры (ось  $x$ , см. рис.). Получите выражения для: 1) энергии взаимодействия молекул с произвольными величинами  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$ ; 2) проекции  $F_x$  силы их взаимодействия; 3) момента сил, действующий на молекулу. Для



случае  $\alpha_1 = \pi/2$ ,  $\alpha_2 = \pm\pi/2$ , рассчитайте величину и найдите направление вектора  $\mathbf{F}$  силы взаимодействия между молекулами и оцените величину ускорения, с которым будут двигаться молекулы при отсутствии других компенсирующих сил.

Ответ: для  $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$   $F_x = \frac{3p^2}{r^4} = + 6,77 \cdot 10^{-10}$  дин – отталкивание,  $a = \frac{F_x}{m} = 2,3 \cdot 10^{13} \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 2,3 \cdot 10^{10} g$ , где  $g$  – ускорение свободного падения.

**Т3.** (2016-6Б) В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны одинаковой частоты и амплитуды: одна вдоль оси  $x$ , а другая — вдоль оси  $y$ . Вектор  $\mathbf{E}$  обеих волн направлен по оси  $z$ . Найдите среднее по времени значение вектора плотности потока энергии  $\langle \mathbf{S} \rangle$  во всех точках пространства. Укажите плоскости, через которые средний поток энергии максимален.

**Т4.** Оценить относительное уменьшение амплитуды сигнала из-за скин-эффекта в телевизионном коаксиальном кабеле длиной  $L = 10$  м на частоте  $f = 1$  ГГц (приблизительно верхняя граница дециметрового диапазона). Считать, что потери обусловлены в основном токами в центральном проводнике диаметром  $D = 0,6$  мм, а потери в экране малы ввиду его большой площади. Проводимость меди  $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$  См/м, волновое сопротивление кабеля  $\rho = 75$  Ом.

Ответ:  $\Delta U/U \sim 0,4$ .