Задача 1°.

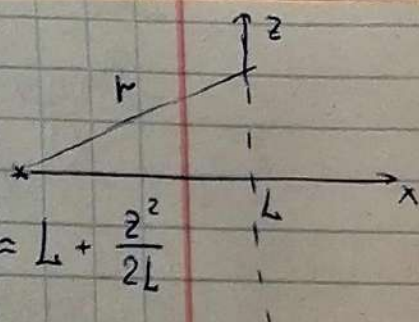λ, $x = L$

$\hat{E} - ?$ $I - ?$

$\hat{E} \equiv f(r) = \dfrac{a_0}{r}\, e^{ikr}$

$r = \sqrt{L^2 + z^2} = L\sqrt{1 + \dfrac{z^2}{L^2}} \approx L + \dfrac{z^2}{2L}$

$f(x = L) = \dfrac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}}\, e^{ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)}$

$I = \dfrac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}}\, e^{ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)} \cdot \dfrac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}}\, e^{-ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)} = \dfrac{a_0^2\, 4L^2}{\left(2L^2 + z^2\right)^2}$

Задача 2°

$L, \lambda, 2\lambda.$

Ф-ция пропускания по интенсивности: $\beta = 2a_0^2\left(1 + \cos\dfrac{k R^2}{2 R_0}\right) =$

$$= 2a_0^2\left(1 + \frac{1}{2}e^{i\frac{k R^2}{2 R_0}} + \frac{1}{2}e^{-i\frac{k R^2}{2 R_0}}\right)$$

При восстановл. с длиной волны λ, будем получ. мнимое и действит. изобр. на расст. $\dfrac{R^2}{2 R_0}$ от голограммы.

Если 2λ, то мнимм. и дейст. изобр. нах-ся на $\dfrac{R^2}{2 R_1}$ от гологр. Для создания того же изобр. фазы должны совп.

$$\frac{k_0 R^2}{2 R_0} = \frac{k_1 R^2}{2 R_1} \longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{R^2}{2 R_0} = \frac{2\pi}{2\lambda \cdot 2 R_1}R^2 \longrightarrow R_1 = \frac{R_0}{2}$$

Ответ: в 2 раза ближе

Задача 3°

Если предмет не точечный $\overset{A\quad B}{\bullet\!\!-\!\!\rightarrow}$

то линии изобр. будет $\overset{A'\quad B'}{\bullet\!\!-\!\!\rightarrow}$,

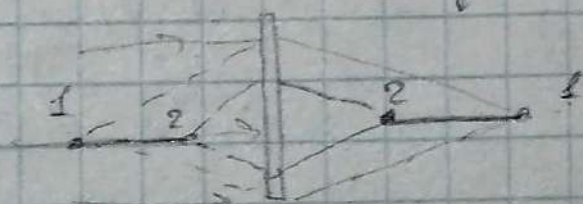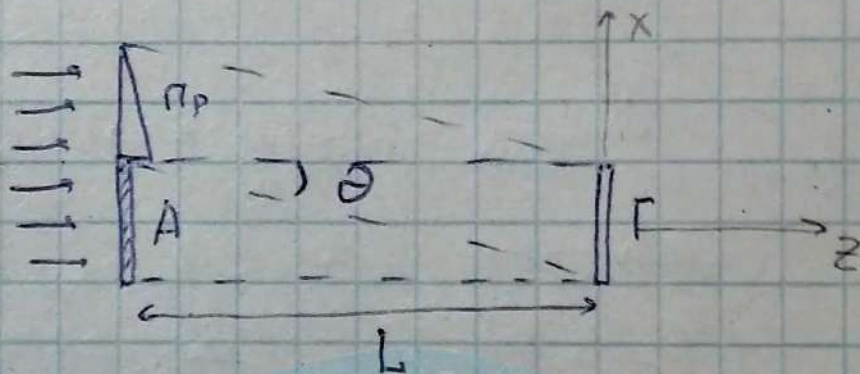а действит. $\overset{B''\qquad A''}{\bullet\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\bullet}$ - другая перспектива.

Восст. : действит.

9.32

$$E_1 = E_0 e^{ikz}$$

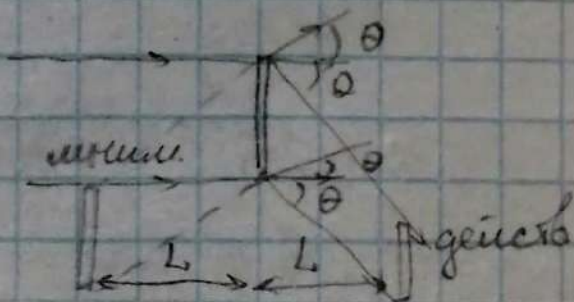$$E_2 = E_0 e^{i(kz\cos\theta - kx\sin\theta)} = E_0 e^{i(kz - kx\theta)}$$

В пл-сти $z=0$: $E_1 + E_2 = E_0 + E_0 e^{-ikx\theta}$

$$I(x) = E_0^2 (1 + e^{-ikx\theta})(1 + e^{ikx\theta}) = E_0^2 \, 2(1 + \cos kx\theta) =$$

$$= E_0^2 (2 + e^{ikx\theta} + e^{-ikx\theta})$$

$$\tau(x) \sim I(x)$$

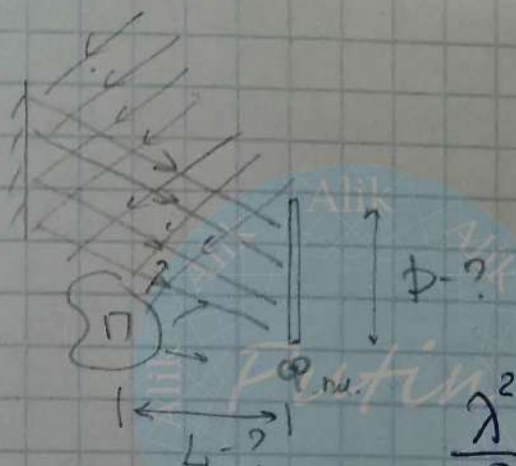$$\tau(x) \sim 2 + e^{ikx\sin\theta} + e^{-ikx\sin\theta}$$

$L = 50$ см

$6 = 0,01$ мм

$\lambda = 0,5$ мкм

$\Delta\lambda - ?$

$D - ?$

$6 \simeq \dfrac{\lambda}{D} L$

$D = \dfrac{\lambda L}{6} = 2,5$ см

$\dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \geqslant \Delta_{max} = \sqrt{L^2 + \dfrac{D^2}{4}} - L =$

$= L\sqrt{1 + \dfrac{D^2}{4L^2}} - L \simeq L\left(1 + \dfrac{D^2}{8L^2}\right) - L =$

$= \dfrac{D^2}{8L}$

$\Delta\lambda \leqslant \dfrac{\lambda^2 \cdot 8L}{D^2} = \dfrac{8 6^2}{L} = 1,6$ нм

9.45
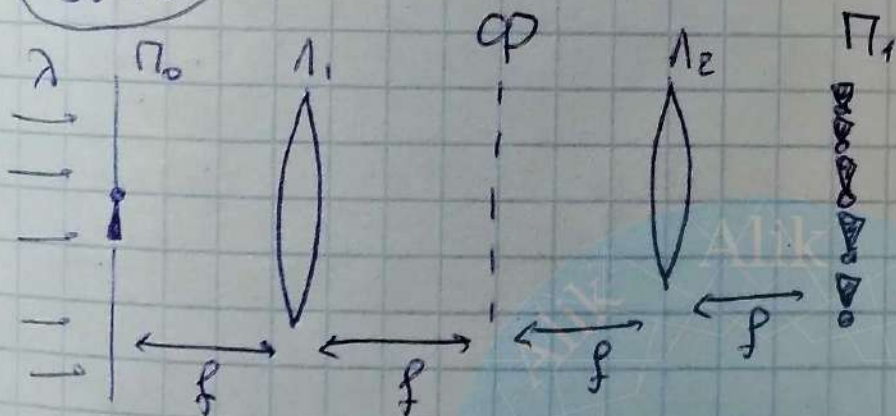
$l = 5$ мм

$\lambda = 500$ нм

$f = 50$ см

$d - ?$

$b - ?$

$N - ?$

$\delta = 0.01$ мм

Напр. на максимумы:

$$\sin \theta_m = \frac{m\lambda}{d} \longrightarrow \text{в } \Pi_1 \text{ расст. между}$$

max $\dfrac{\lambda}{d} \cdot f$.

В системе размеры изобр. равны разм. объекта.

Чтобы они не накладывались: $\dfrac{\lambda}{d} f \geqslant l$ откуда

$d \leqslant \dfrac{\lambda f}{l} = 5 \cdot 10^{-3}$ см

$N \gtrsim \dfrac{L}{b} = 50$ — число щелей решётки

Если надо набл. $m = 10$ изобр., значит должно быть 10 главн. дифр. max.

$m \approx 2\,\dfrac{\lambda}{b} : \dfrac{\lambda}{d} \quad\longrightarrow\quad b \approx \dfrac{2\,d}{m} = 5\cdot 2 \cdot 10^{-4}\,см = 10^{-3}\,см$

Ответ: $d = 5 \cdot 10^{-3}\,см,\quad b = 10^{-3}\,см,\quad N \approx 50$

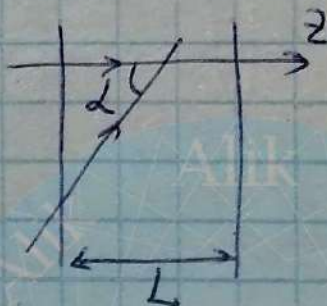## Задача 9.52

$L = 50$ мкм

$\lambda = 0,5$ мкм

$\alpha = 60°$

$\dfrac{\Delta \lambda}{\lambda} - ?$

$$I(x,z) = \left(e^{ikz} + e^{i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(e^{-ikz} + e^{-i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}\right) =$$

$$= 2\left(1 + \cos\left(k(x\sin\alpha - z(1-\cos\alpha))\right)\right)$$

При $z=0$: $\quad k\Delta x \sin\alpha = 2\pi \quad \hookrightarrow \quad \Delta x = \dfrac{\lambda}{\sin\alpha}$

При $x=0$: $\quad k\Delta z(1-\cos\alpha) = 2\pi \quad \rightarrow \quad \Delta z = \dfrac{\lambda}{1-\cos\alpha}$

Число слоёв, кот. пройдёт луч света, падающий на пластинку нормально:
$$N = \frac{L}{\Delta z} = \frac{L(1-\cos\alpha)}{\lambda}$$

Усл-ие Брэгга-Вульфа:
$$2d\sin\frac{\alpha}{2} = \lambda_1 \qquad d = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$$

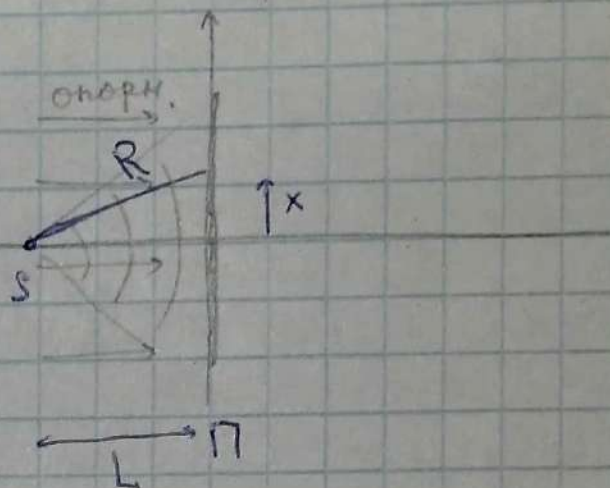d - расст. между соседн. плоск. интерф. карт.

Откуда $\lambda = \lambda_1$.

$$N = m \longrightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N = \frac{L(1-\cos\alpha)}{\lambda}.$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{L(1-\cos\alpha)} = 0,02$$
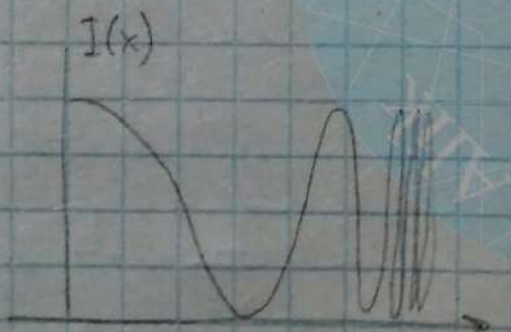
$$\boxed{9.33}$$

$$L, a_{min}, n, \theta$$
$$\theta - ? \quad \tau - ?$$

$$f(x) = 1 + \frac{a}{R} e^{ikR} \underset{a \approx R}{\simeq} 1 + e^{ikR} = 1 + e^{ikL} \cdot e^{ik\frac{x^2}{2L}}$$

$$R = \sqrt{L^2 + x^2} = L\sqrt{1 + \frac{x^2}{L^2}} \approx L\left(1 + \frac{x^2}{2L^2}\right) = L + \frac{x^2}{2L}$$

$$\tau(x) \equiv I(x) = |f(x)|^2 = \left(1 + e^{ikR}\right)\left(1 + e^{-ikR}\right) =$$

$$= 2(1 + \cos kR) = 2\left(1 + \cos\left(\underset{2\pi}{kL} + \frac{kx^2}{2L}\right)\right)$$

$$\text{экстр.} \quad \frac{kx^2}{2L} = m\pi \longrightarrow x_m^2 = m\lambda L$$

$$\underset{L_{min}}{\underbrace{2x}} \underset{1/n}{\underbrace{dx}} = \lambda L \, dm^{=1}$$

$$\boxed{L_{min} = n\lambda L}$$

$$\theta \approx \frac{2\lambda}{2L_{min}} = \frac{1}{n}$$
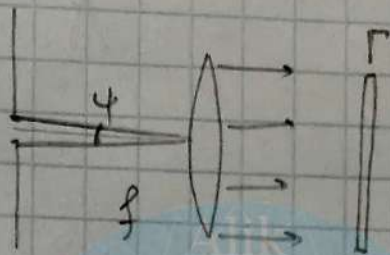
$$\tau(x) \sim 1 + \cos\frac{kx^2}{2L}$$

$\lambda = 630\text{ нм}$

$L = 1\text{ см}$

$\Psi = 10^{-4}$

$b_{min} - ?$

$\Delta\lambda - ?$

$b \geqslant \dfrac{\lambda}{D} L \longrightarrow b_{min} = \dfrac{\lambda}{D} L$

$g_{ког} \simeq \dfrac{\lambda}{\Psi} = D$

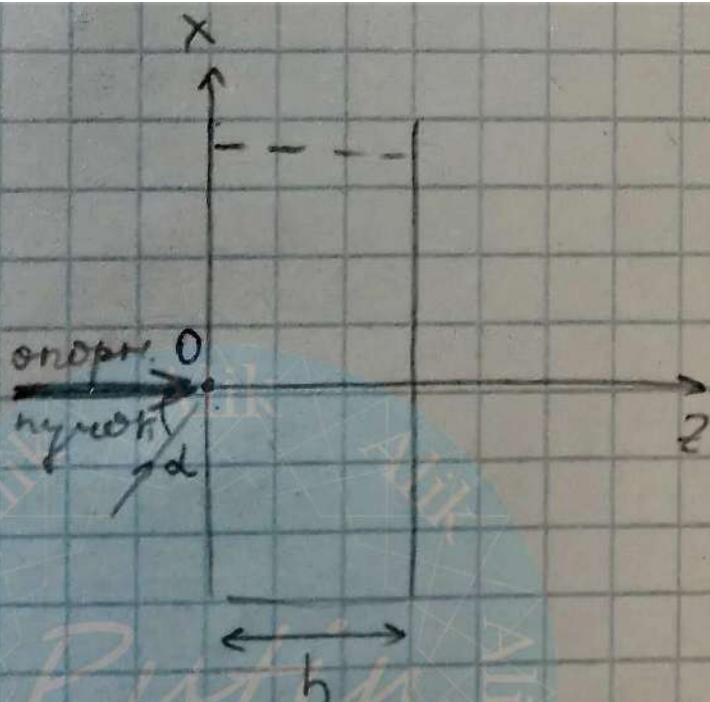$b_{min} = \dfrac{\lambda L}{\lambda} \Psi = \Psi L = 10^{-2}\text{ см}$
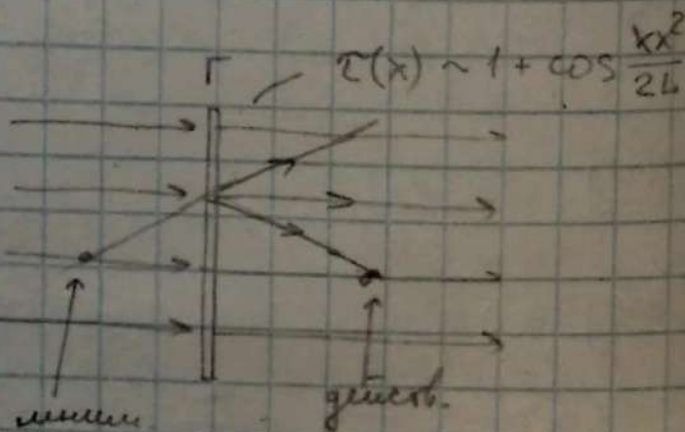
$\dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \geqslant \dfrac{D^2}{8L} \longrightarrow \Delta\lambda \leqslant \dfrac{\lambda^2}{D^2} 8L = \Psi^2 8L = 8 \cdot 10^{-6}\text{ см}$

9.40

$h = 5$мкм

$\alpha = 60°$

$n = 1$

опорн. 0

пучок

α

h

$$I(x,z) = \left| e^{ikz} + e^{ik(x\sin\alpha + z\cos\alpha)} \right|^2 =$$

$$= 2\left(1 + \cos\left(kx\sin\alpha - kz(1-\cos\alpha)\right)\right)$$

При $z = 0$

$$I(x) = 2(1 + \cos kx\sin\alpha)$$

$$k \Lambda_x \sin\alpha = 2\pi \longrightarrow \Lambda_x = \frac{\lambda}{\sin\alpha}$$

При $x = 0$:

$$\bar{I}(z) = 2(1 + \cos kz(1 - \cos\alpha)) \longrightarrow \Lambda_z = \frac{\lambda}{1 - \cos\alpha}$$

$$tg\beta = \frac{\Lambda_x}{\Lambda_z} = \frac{\lambda(1 - \cos\alpha)}{\sin\alpha \cdot \lambda} = tg\frac{\alpha}{2}$$
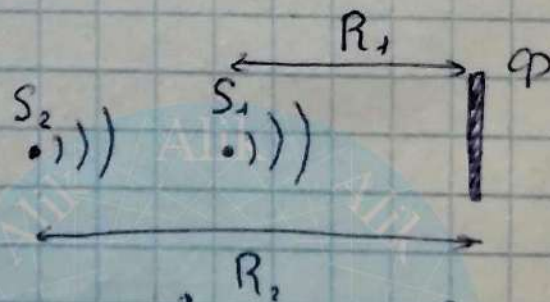
$\beta = \frac{\alpha}{2}$ - полож. плоскост. наиб. потемн.

$$N = \frac{h}{\Lambda_z} = \frac{5 \text{мкм}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{м}} = 5 \text{слоёв} \quad /\!/$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin\alpha} = 5{,}8 \cdot 10^{-5} \text{см} - \text{между слоями.}$$

9.78

$R_1 = 60$ см

$R_2 = 90$ см

$$f(x) = e^{ikR_1} + e^{ikR_2} = e^{ik\frac{z^2}{2R_1}} + e^{ik\frac{z^2}{2R_2}}$$

$$I(x) = 2\left(1 + \cos\left[\frac{kz^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right]\right) = 2\left(1 + \cos\frac{kz^2}{2}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 180 \text{ см}$$