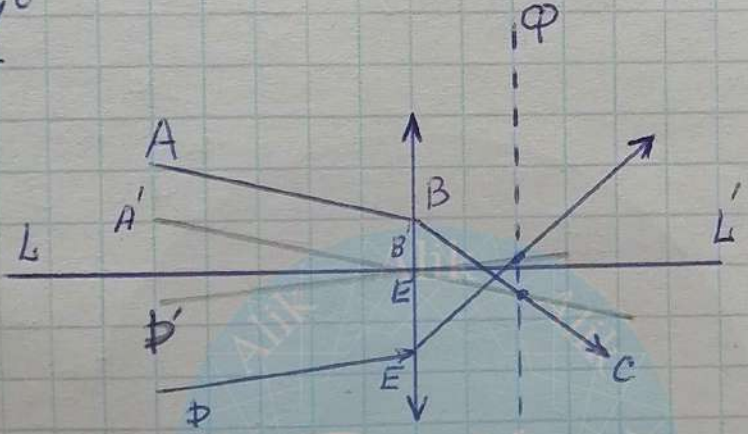
Задача 1.4

Дано:	Решение:
$R_1 = 25$ мм	$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$
$R_2 = 40$ мм	$\frac{1}{f} = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{40}\right) = 0,0325$ мм$^{-1}$
$n = 1,5$	$f = 30,77$ мм
f - ?	

Ответ: $f = 30,77$ мм.

Задача 1°

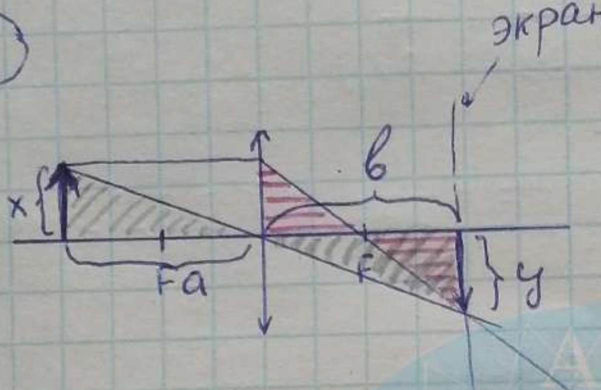


Параллельным переносом построим A'B', прох. через главн. оптич. ось – он не искажается. Получим фокальную плоскость Ф. Также построим Д'E' и найдём его пересеч. с Ф. В эту же точку и придёт луч ДE.

Задача 2°

Рассмотрим 2 случая:

I



Из геометрических сообр. (подобия треугольников)

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

Из других тр-ков:

$$\frac{F}{b-F} = \frac{x}{y}$$

Получим:

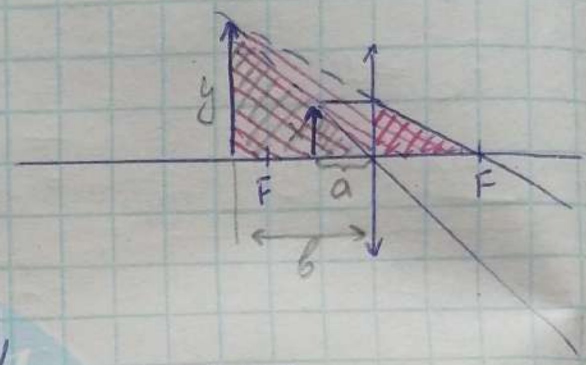
$$\frac{a}{b} = \frac{F}{b-F}$$

$$ab - aF = bF$$

$$\frac{ab}{a+b} = F$$

//

II



Аналогично:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

И из розовых Δ:

$$\frac{F}{F+b} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{F}{F+b}$$

$$ab + aF = bF$$

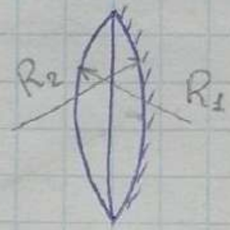
$$\frac{ab}{b-a} = F$$

//

Задача 1.29

Дано:
R_1, R_2, n

$f - ?$



Для такой линзы „без зеркала" справедливо $\frac{1}{f_л} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

Луч попадает в линзу, проходит ее, отражается от зеркала, и снова проходит через линзу. Воспользуемся сложением оптических сил, учитывая, что для зеркала $\frac{1}{f_з} = \frac{2}{R_2}$

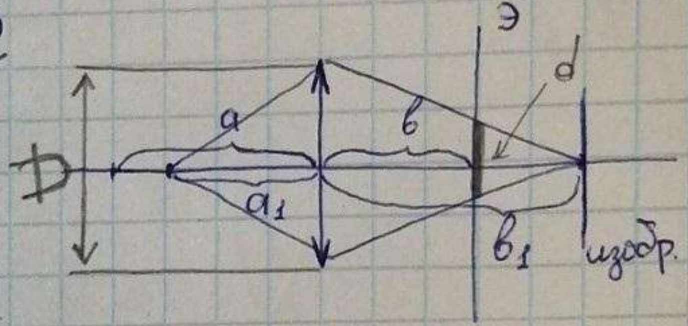
Тогда $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_л} \cdot 2 + \frac{1}{f_з} = 2(n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{2}{R_2} =$

$$= \frac{2(n-1)(R_2 + R_1) + 2R_1}{R_1 R_2} = \frac{2(n-1)R_2 + 2nR_1}{R_1 R_2}$$

$$f = \frac{R_1 \cdot R_2}{2(n-1)R_2 + 2nR_1}$$

//

Задача 1.22



Дано:

$a = 5$ м

$f = 0{,}2$ м

$a_1 = 4{,}5$ м

$d = 0{,}1$ мм

$D - ?$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \longrightarrow b = \frac{af}{a-f}$$

также получим $b_1 = \dfrac{a_1 f}{a_1 - f}$

Из подобия треугольников

$$\frac{D}{d} = \frac{b_1}{b_1 - b}$$

$$b_1 - b = \frac{a_1 f}{a_1 - f} - \frac{af}{a-f} = \frac{\cancel{a_1 a f} - a_1 f^2 - \cancel{a a_1 f} + a f^2}{(a_1 - f)(a - f)} =$$

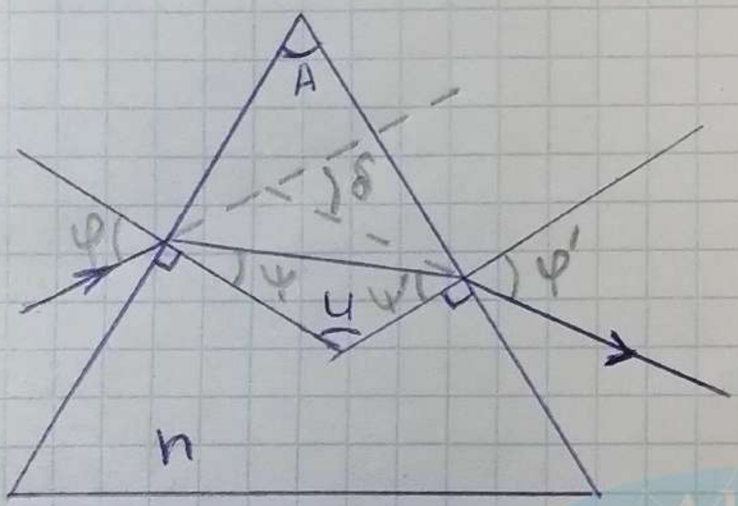
$$= \frac{f^2(a - a_1)}{(a_1 - f)(a - f)}$$

$$D = \frac{b_1 d}{b_1 - b} = \frac{a_1 \cancel{f}}{\cancel{a_1 - f}} \cdot d \cdot \frac{\cancel{(a_1 - f)}(a - f)}{f^2 (a - a_1)} = \frac{a_1 d (a - f)}{f (a - a_1)} =$$

≈ 2 см

Ответ: $D \approx 2$ см

Задача 1.9



Из геометрии

$\delta = \varphi - \psi + \varphi' - \psi' =$

$= \varphi + \varphi' - (\psi + \psi')$

Т.к. 2 прямых угла в четырехуг-ке, то $\angle A + \angle U = 180^\circ$.

Из треугольника $\psi + \psi' + \angle U = 180^\circ$.

Приравнивая, получим $\psi + \psi' = \angle A$. Тогда

$\delta = \varphi + \varphi' - \angle A$.

Для минимального угла отклонения

$\frac{d\delta}{d\varphi} = 1 + \frac{d\varphi'}{d\varphi} = 0$, откуда $|\varphi'| = |\varphi|$

то есть δ минимально, когда, когда входящий и выходящий лучи <u>симметричны.</u>

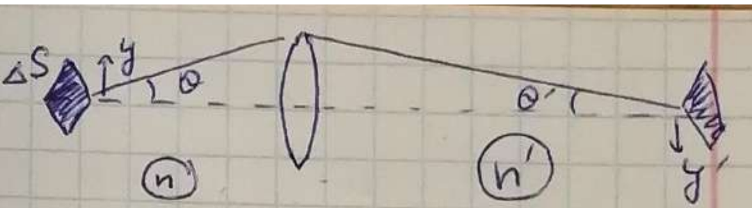
$\delta = 2\varphi - \angle A \hookrightarrow \varphi = \frac{\delta + \angle A}{2}$

и также $\varphi - \psi = \frac{\delta}{2}$ (т.к. ψ и ψ' также равны для δ_{min})

$$n = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\sin((\angle A + \delta)/2)}{\sin(\varphi - \frac{\delta}{2})} = \frac{\sin\left(\frac{\angle A + \delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\angle A}{2}\right)} \quad //$$

Ответ: $n = \dfrac{\sin\left(\frac{\angle A + \delta}{2}\right)}{\sin(\angle A/2)}$

Задача 1.56



1) непосредственно:

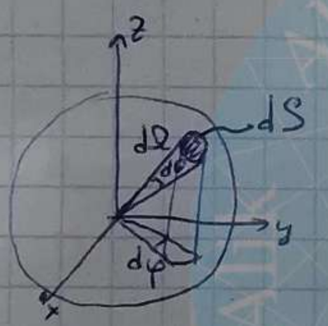
Пусть яркость предмета B. тогда световой поток

$$d\Phi = B(\theta)\, d\Omega\, dS \cos\theta = 2\pi B(\theta)\, dS \sin\theta \cos\theta\, d\theta \approx$$

$$\approx 2\pi B(\theta)\, dS\, \theta\, d\theta$$ — в силу малости углов

Здесь использовано, что

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{(r\cdot d\theta)(r\cdot \sin\theta \cdot d\varphi)}{r^2} = \frac{r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi}{r^2} = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$



$$d\Omega = 2\pi \sin\theta\, d\theta$$

Аналогично рассматривая изображение как светящийся предмет:

$$d\Phi' = 2\pi B'(\theta')\, dS'\, \theta'\, d\theta'$$

Считая, что потери в оптич. системе малы $d\Phi' = d\Phi$.

$$2\pi B'(\theta')\, dS'\, \theta'\, d\theta' = 2\pi B(\theta)\, dS\, \theta\, d\theta$$

Согласно теореме Лагранжа-Гельмгольца

$$n y \theta = n' y' \theta' \xrightarrow[\text{в квадрат}]{\text{возведём}} n^2 y^2 \theta^2 = n'^2 y'^2 \theta'^2 \longrightarrow n^2 dS\, \theta\, d\theta = n'^2 dS'\, \theta'\, d\theta'$$

получим в итоге, что $B'(\theta') = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 B(\theta)$

То есть в случае если $n = n'$, то яркость предмета и изображения будут одинаковы (не зависят от диаметра линзы)

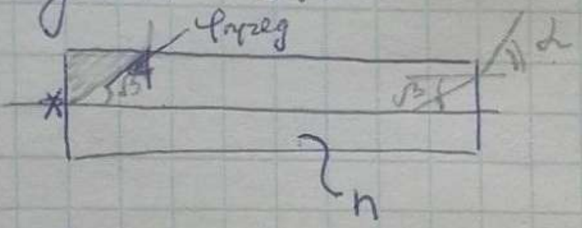
2) В случае экрана величина телесного угла, в котором распр-ся лучи после выхода из оптич. прибора, не играет роли. Имеют значение только площадь изображения и полный световой поток, концентрирующийся на этой площади.

Если $\Phi = const$, то $B \sim S^{-1} \sim d^{-2}$

тоесть обратна пропорциональна квадрату диаметра линзы.

<u>Ответ:</u> В первом случае яркость не зависит от диаметра линзы, а во втором обратно пропорц. квадрату диаметра.

Задача 1.15



$\max$ угол выхода луча из световода обозначим α, но тогда апертура будет равна 2α, поэтому найденный α удвоим.

Найти: 2α - ?

Для углов, больших β (закрашенная часть) - лучи уйдут из из световода.

$\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi_{пред}$

Для $\varphi_{пред}$ имеем $\sin\varphi_{пред} = \frac{1}{n}$

Для выходящего луча из световода:

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1}{n}$ $\quad \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{пред}\right)}{\sin\alpha} = \frac{1}{n}$

$\sin\alpha = n\cdot\cos\varphi_{пред} = n\cdot\sqrt{1-\sin^2\varphi_{пред}} =$

$= n\cdot\sqrt{1-\frac{1}{n^2}} = \sqrt{n^2-1}$

Но $\sin\alpha \le 1$, соответственно если $n \ge \sqrt{2}$,

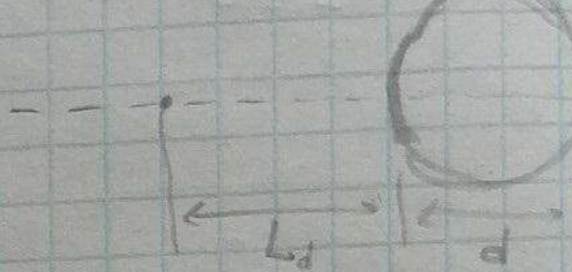
то $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

В итоге получим:

Ответ: $2\alpha = \begin{cases} 2\arcsin\sqrt{n^2-1} & \text{при } n<\sqrt{2} \\ \pi & \text{при } n\ge\sqrt{2} \end{cases}$

Задача Т1

а) близорукий человек



Без очков:

хрусталик - это линза, выпуклая с обеих сторон, соответственно используем ф-лу тонкой линзы:

$$\frac{1}{L_d}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F_{max}}$$

Когда наденем очки, то оптические силы сложатся и по условию $L_d=\infty \to \frac{1}{L_d}=0$:

$$\frac{1}{F_{max}}+D=\frac{1}{d}\qquad D=\frac{1}{d}-\frac{1}{F_{max}}=\frac{1}{d}-\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{L_d}\right)=$$

$$=-\frac{1}{L_d}$$

Ответ: $D=-\frac{1}{L_d}=-2$ дптр.

б) дальнозоркий человек

Аналогично $\frac{1}{L_b}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F_{min}}$

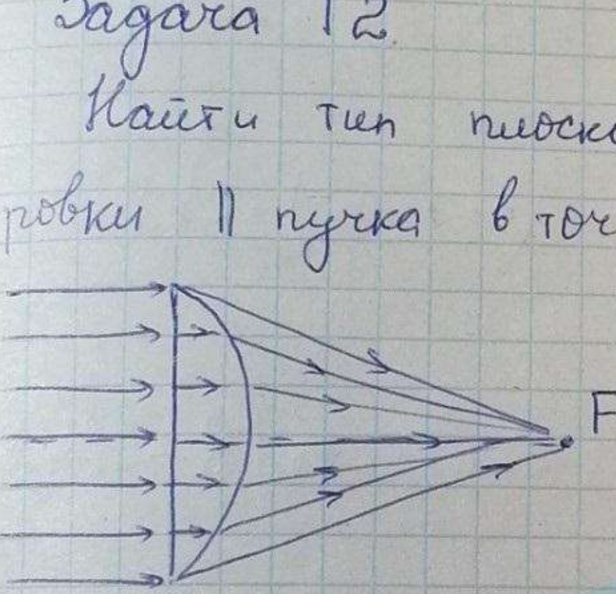
$$\frac{1}{F_{min}}+D=\frac{1}{d}+\frac{1}{L_0}$$

$$D=\frac{1}{d}+\frac{1}{L_0}-\frac{1}{F_{min}}=\frac{1}{d}+\frac{1}{L_0}-\left(\frac{1}{L_b}+\frac{1}{d}\right)=\frac{1}{L_0}-\frac{1}{L_b}$$

Ответ: $D=\frac{1}{L_0}-\frac{1}{L_b}=4-1=3$ дптр.

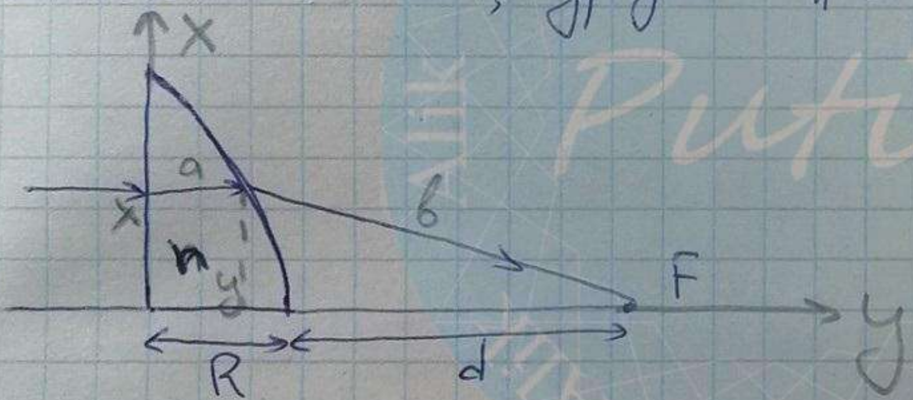
Задача Т2.

Найти тип плоско-выпукл. линзы для фокусировки $\parallel$ пучка в точку.



Принцип таутохронизма: все лучи одновременно придут в точку F.

Рассмотрим 2 луча: один по главной оптической оси, другой $\parallel$ ей:



$$nR + d = na + b$$

$$a = y, \quad b = \sqrt{(d+R-y)^2 + x^2}$$

$$nR + d = ny + \sqrt{(d+R-y)^2 + x^2}$$

$$(nR + d - ny)^2 = (d + R - y)^2 + x^2$$

$$n^2R^2 + \cancel{d^2} + n^2y^2 + 2nRd - 2n^2Ry - 2nyd =$$

$$= \cancel{d^2} + R^2 + y^2 + 2dR - 2dy - 2Ry + x^2$$

$$-x^2 + y^2(n^2-1) + y(2d + 2R - 2n^2R - 2nd) + 2ndR + n^2R^2 -$$

$$- R^2 - 2dR = 0$$

Коэффициенты при x^2, y^2, xy соотв-но равны -1, (n^2-1), 0, $\underline{\underline{n \neq 1}}$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & n^2-1 \end{vmatrix} = 1 - n^2 < 0$$

кривая гиперболического типа

Ответ: тип идеальной формы – гипербола

Задача 1.57

Дано:

$D = 75$ мм

1) $\gamma_1 = 20$

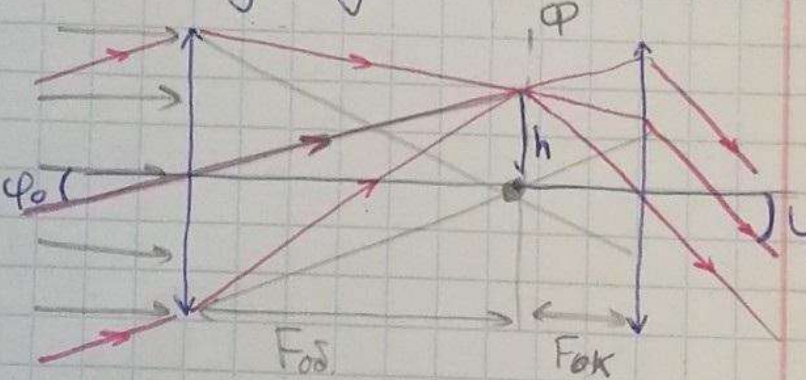
2) $\gamma_2 = 25$

3) $\gamma_3 = 50$

$d_{зр} = 3$ мм

$\eta = 1$ (невоор. гл.)

Ход лучей в телескопе:



$\varphi > \varphi_0$

Коэфф. увелич.

$$\gamma = \frac{tg\varphi}{tg\varphi_0} = \frac{h/F_{ок}}{h/F_{об}} = \frac{F_{об}}{F_{ок}} = \frac{D_{об}}{D_{ок}}$$

диаметр

1) $D_{ок_1} = \frac{D_{об}}{\gamma_1} = \frac{75}{20} = 3{,}75$ мм $> d_{зр} = 3$ мм

$\eta_1 = 1$

2) $D_{ок_2} = \frac{D_{об}}{\gamma_2} = \frac{75}{25} = 3$ мм $= d_{зр}$

$\eta_2 = 1$

3) $D_{ок_3} = \frac{D_{об}}{\gamma_3} = \frac{75}{50} = 1{,}5$ мм $< d_{зр}$

освещенность

$$\frac{E_3}{E_2} = \frac{1{,}5^2}{3^2} = 0{,}25$$

т.к. $E \sim S = \pi d^2/4$

$\eta_3 = 0{,}25$

Ответ: 1) 1, 2) 1, 3) 0,25.

Задача 1°

Выр-ть I в среде с n через E_0 для плоской электро магнитн. волны.

Для плоской волны

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$

$\vec{B} = \vec{H} = n\vec{E}$

Интенсивность света есть $I = \overline{|[\vec{E}\vec{H}]|} =$

$= \overline{n E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0)} = n E_0^2 \cdot \frac{1}{2}$

Ответ: $I = \frac{n E_0^2}{2}$

Задача 11.7

Если за одним поляроидом поставить другой с плоскостью пропускания, повернутой на 90° относительно плоскости пропускания другого, то свет за вторым отсутствует.

Поэтому если плоскости пропускания поляроидов на фарах и ветровом стекле повернуты на 45° от вертикали, то встречный свет (плоскость) будет составлять 90° и проходить не будет, а свет от своих фар, отражённый от предмет. будет виден.

Задача 2.3

При нормальном падении $\varphi = \psi = 0$

$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \frac{(\varphi - \psi)^2}{(\varphi + \psi)^2}$$ и т.к. $$\frac{\varphi}{\psi} = n,$$ то $$R = R_{\parallel} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

при малых углах $tg\,\alpha \approx \alpha$

при малых углах $\sin\alpha \approx \alpha$

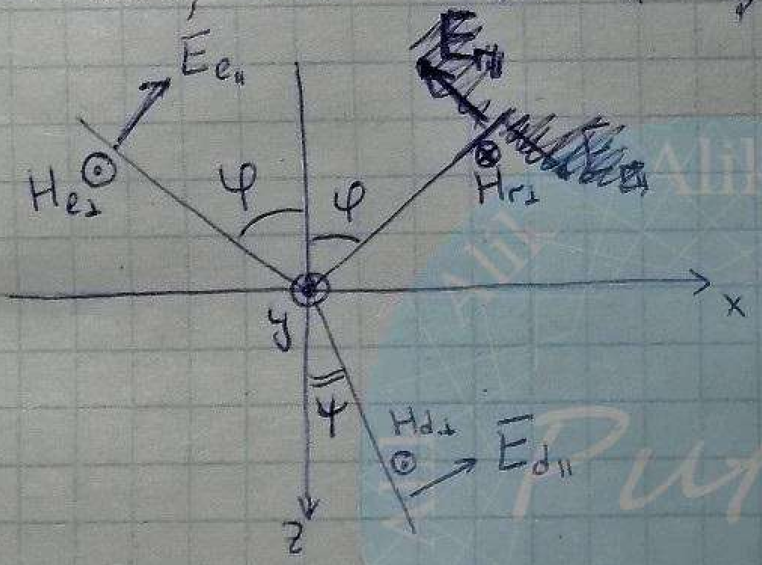
n_c света $= 1$

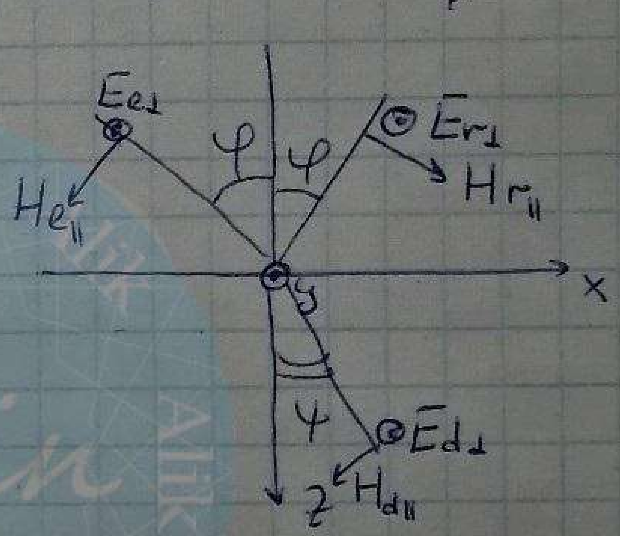
Т.к. $\tau + R = 1$, то $$\tau = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \frac{4n}{(n+1)^2}$$

Ответ: $\tau = \frac{4n}{(n+1)^2} = 96\%$

Задача 2.5 ~~[illegible]~~

Знаем, что $\sqrt{\varepsilon}\, E_{\parallel} = \sqrt{\mu}\, H_{\perp}$, $\sqrt{\varepsilon}\, E_{\perp} = \sqrt{\mu}\, H_{\parallel}$





Запишем проекции:

$E_{ex} = E_{e\parallel} \cos\varphi \qquad E_{ey} = E_{e\perp} \qquad E_{ez} = -E_{e\parallel} \sin\varphi$

$H_{ex} = -H_{e\parallel} \cos\varphi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\perp} \cos\varphi$

$H_{ey} = H_{e\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\parallel}$

$H_{ez} = H_{e\parallel} \sin\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\perp} \sin\varphi$

$$E_{rx} = -E_{r\parallel}\cos\varphi, \quad E_{ry} = E_{r\perp}, \quad E_{rz} = -E_{r\parallel}\sin\varphi$$

$$H_{rx} = H_{r\parallel}\cos\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{r\perp}\cos\varphi$$

$$H_{ry} = H_{r\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{r\parallel}$$

$$H_{rz} = H_{r\parallel}\sin\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{r\perp}\sin\varphi$$

$$E_{dx} = E_{d\parallel}\cos\psi, \quad E_{dy} = E_{d\perp}, \quad E_{dz} = -E_{d\parallel}\sin\psi$$

$$H_{dx} = -H_{d\parallel}\cos\psi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\, E_{d\perp}\cos\psi$$

$$H_{dy} = H_{d\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\, E_{d\parallel}$$

$$H_{dz} = H_{d\parallel}\sin\psi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\, E_{d\perp}\sin\psi$$

Запишем граничные условия:

$$E_{ex} + E_{rx} = E_{dx} \qquad E_{ey} + E_{ry} = E_{dy}$$

$$H_{ex} + H_{rx} = H_{dx} \qquad H_{ey} + H_{ry} = H_{dy}$$

$$\varepsilon_1 E_{ez} + \varepsilon_1 E_{rz} = \varepsilon_2 E_{dz} \qquad \mu_1 H_{ez} + \mu_1 H_{rz} = \mu_2 H_{dz}$$

Получим:

(1) $$E_{e\parallel}\cos\varphi - E_{r\parallel}\cos\varphi = E_{d\parallel}\cos\psi$$

(2) $$\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\right) E_{e\parallel} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{r\parallel} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\, E_{d\parallel}$$

(3) $$E_{e\perp} + E_{r\perp} = E_{d\perp}$$

(4) $$-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{e\perp}\cos\varphi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\, E_{r\perp}\cos\varphi = -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\, E_{d\perp}\cos\psi$$

(5) $$\varepsilon_1 E_{e\parallel}\sin\varphi + \varepsilon_1 E_{r\parallel}\sin\varphi = \varepsilon_2 E_{d\parallel}\sin\psi$$

$$\mu_1 H_{e\parallel}\sin\varphi - \mu_1 H_{r\parallel}\sin\varphi = \mu_2 H_{d\parallel}\sin\psi$$

И в последнее подставив связь E и H:

$$\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_{e\perp}\sin\varphi-\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,E_{r\perp}\sin\varphi=\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\,E_{d\perp}\sin\psi$$

Соотв-но введя $n=\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}}$, получим:

домножив (1) на $\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\mu_1}}$, (2) на $\cos\varphi$ и сложив:

$$t_{\parallel}=\frac{E_{d\parallel}}{E_{e\parallel}}=\frac{2\cos\varphi}{\cos\psi+n\cos\varphi}$$

домножив (2) на $\cos\psi$ и подставив туда $E_{d\parallel}$ из (1):

$$r_{\parallel}=\frac{E_{r\parallel}}{E_{e\parallel}}=\frac{n\cos\varphi-\cos\psi}{\cos\psi+n\cos\varphi}$$

подставив $E_{d\perp}$ из (3) в (4):

$$r_{\perp}=\frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}}=\frac{\cos\varphi-n\cos\psi}{\cos\varphi+n\cos\psi}$$

подставив $E_{r\perp}$ из (3) в (4):

$$t_{\perp}=\frac{E_{d\perp}}{E_{e\perp}}=\frac{2\cos\varphi}{\cos\varphi+n\cos\psi}$$

получим ф-лы Френеля, где $n=\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}}$

Задача 2.23

$\varepsilon = \mu$. тогда $n = 1$, и т.к. $r = \frac{n-1}{n+1}$, то

$r = 0$.

Ответ: $r_{\parallel} = r_{\perp} = \frac{n-1}{n+1} = 0$ //.

Задача 2.26

При полном внутреннем отражении волновой вектор $k_{d2} = \frac{\omega}{c}\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\varphi}$ $\frac{\omega n_2}{c}$

становится мнимым. Соотв-но т.к. $k_{d2} = k_1 \cdot$

$\cdot \cos\varphi \hookrightarrow \cos\psi = i\frac{n_1}{n_2}\sqrt{\sin^2\varphi - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$

Для волны, поляриз $\perp$ плоскости падения из формулы Френеля $\left(R_\perp = \frac{\cos\varphi + i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{\cos\varphi - i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}\right)$,

где $n = \frac{n_2}{n_1}$

получим $\cos\varphi + i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = Ae^{i\delta_\perp/2}$

$\cos\varphi - i\sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = Ae^{-\frac{i\delta_\perp}{2}}$

То есть $R_\perp = e^{i\delta_\perp}$, где $\delta_\perp$ - скачок фазы при полном отражении.

$\cos\varphi = A\cos(\delta_{\perp}/2)$ $\sqrt{\sin^2\varphi - n^2} = A\sin\left(\frac{\delta_\perp}{2}\right)$

$tg\frac{\delta_\perp}{2} = \sqrt{\sin^2\varphi - n^2}/\cos\varphi$

Аналогично $tg\frac{\delta_\parallel}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{n^2\cos\varphi}$

В падающей волне нет разности фаз между $\perp$ и $\parallel$ $\hookrightarrow$ после отраж. $\delta = \delta_\parallel - \delta_\perp$

$tg\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{\sin^2\varphi}$ $\left(tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}\right)$

Найдём максимальный сдвиг с помощью производной:

$$tg\frac{\delta}{2} = f(x) \qquad x = \sin^2\varphi$$

$$f(x) = \sqrt{\left(1/x - 1\right)\left(1 - \frac{n^2}{x}\right)}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(1-\frac{n^2}{x}\right)}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\left(1 - \frac{n^2}{2}\right) + \left(\frac{1}{x} - 1\right)\cdot\left(-\frac{n^2}{x^2}\right)\right)$$

$$\frac{df}{dx} = 0 \hookrightarrow \quad x = \frac{2n^2}{1+n^2} \longrightarrow \cos^2\varphi_m = 1 - \underbrace{\sin^2\varphi}_{x} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

$$tg\frac{\delta}{2} = \frac{\sqrt{\frac{2n^2}{1+n^2} - n^2}}{\frac{2n^2}{1+n^2}} \cdot \sqrt{\frac{1-n^2}{1+n^2}} = \frac{\sqrt{2n^2 - n^2 - n^4}\cdot\sqrt{1-n^2}}{2n^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{(n^2 - n^4)(1-n^2)}}{2n^2} = \frac{\sqrt{(1-n^2)^2}}{2n} = \frac{1-n^2}{2n}$$

Ответ: $\varphi = \arcsin\sqrt{\frac{2n^2}{1+n^2}}$, $\delta = 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{1-n^2}{2n}$

где $n = \frac{n_2}{n_1} < 1$.

Задача 2.29

Чтобы получить поляризацию по правому кругу, необходимо, чтобы разность фаз на выходе была $\frac{3\pi}{2}$. Тоесть пройдя через призму, набирается разность хода $2\cdot\frac{3\pi}{4} = \delta 2$ (у нас 2 отраж)

$$\text{tg}\frac{\delta}{2} = \text{tg}\frac{3\pi}{8}$$

Показатель преломления должен удовлетворять условию:

$$\text{tg}\frac{3\pi}{8} = \frac{1-n^2}{2n}$$ (из прошлой задачи, т.к. надо найти n_{min} → берём $\max\delta$)

$$n^2 + 2n\,\text{tg}\frac{3\pi}{8} - 1 = 0$$

$$n = \frac{-2\,\text{tg}\frac{3\pi}{8} \pm \sqrt{4\,\text{tg}^2\frac{3\pi}{8} + 4}}{2} = -\text{tg}\frac{3\pi}{8} \pm \frac{1}{\cos\frac{3\pi}{8}}$$

$$n = -\text{tg}\frac{3\pi}{8} + \frac{1}{\cos\frac{3\pi}{8}} = \frac{1-\sin\frac{3\pi}{8}}{\cos\frac{3\pi}{8}}$$

Ответ: $n = \frac{1-\sin\frac{3\pi}{8}}{\cos\frac{3\pi}{8}}$ ~~5,03~~

но т.к. n - обратное, то $\frac{1}{n}$ - искомое

$$\frac{1}{n} \approx 5{,}03$$

Задача 2.42

Дано:

$W = 500$ МВт

$S_л = 1$ см^2

$f = 5$ см

$\lambda = 6943$ Å

E_0 - ?

P_0 - ?

В несфокусированном пучке напряженность оценим:

$$W = \frac{c}{4\pi}\overline{EH}S = \frac{c}{4\pi}\overline{E^2}S$$

$$E_0 = \sqrt{\overline{E^2}} = \sqrt{\frac{4\pi W}{cS}} \approx 4{,}3 \cdot 10^5 \frac{В}{см}$$

$$P_0 = \frac{W}{cS} = 0{,}16 \text{ атм.}$$

Для сфокусированного пучка

Будем считать, что весь свет концентрируется в пределах центрального (дифракционного) пятна с радиусом $R = 0{,}61 f\lambda/r$

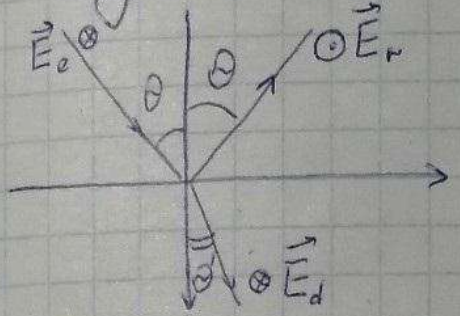
соотв-но $S_п = \pi\left(0{,}61 f\frac{\lambda}{r}\right)^2 = (0{,}61 \cdot \pi f\lambda)^2/S_л$

$S_п$ подставим в предыдущие формулы

$$E_0 \approx 6{,}4 \cdot 10^8 \frac{В}{см}$$

$$P_0 \approx 3{,}6 \cdot 10^5 \text{ атм.}$$

Задача 2.1



Энергия волны, падающей на единицу площади пов-сти раздела в единицу времени, есть проекция вектора Пойнтинга на нормаль к границе раздела.

$$S_e = S_r + S_d \leftarrow \text{надо док-ть}$$

1) $E \perp$ плоск. падения:

$$E_r = \frac{\sin(\theta' - \theta)}{\sin(\theta' + \theta)} E_e \qquad E_d = \frac{2\sin\theta' \cos\theta}{\sin(\theta' + \theta)} E_e$$

Искомое рав-во можно записать как

$$E_e^2 n_1 \cos\theta = E_r^2 n_1 \cos\theta + E_d^2 n_2 \cos\theta'$$

$$n_1 \cancel{\cos}\theta = \frac{\sin^2(\theta' - \theta)}{\sin^2(\theta' + \theta)} n_1 \cancel{\cos}\theta + \frac{4\sin^2\theta' \cos^{\cancel{2}}\theta}{\sin^2(\theta' + \theta)} n_2 \cos\theta'$$

$$n_1(\sin^2(\theta' + \theta) - \sin^2(\theta' - \theta)) = 4\sin^2\theta' \cos\theta\, n_2 \cos\theta'$$

$$n_1(\sin(\theta' + \theta) - \sin(\theta' - \theta))(\sin(\theta' + \theta) + \sin(\theta' - \theta)) =$$

$$= 4\sin^2\theta' \cos\theta\, n_2 \cos\theta'$$

$$n_1\, \cancel{2} \sin\theta\, \cancel{\cos}\theta' \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{\sin}\theta' \cancel{\cos}\theta = \cancel{4} \sin^2\theta' \cancel{\cos}\theta\, n_2 \cdot \cancel{\cos}\theta'$$

$$n_1 \cdot \sin\theta = \sin\theta' \cdot n_2$$

получим закон преломления →

$\longrightarrow$ исходное рав-во верно.

2) $E \parallel$ плоскости падения:

$$E_r = \frac{tg(\theta - \theta')}{tg(\theta + \theta')} E_e$$

$$E_d = \frac{2\sin\theta' \cos\theta}{\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta')} E_e$$

Из рав-ва, что и в прошлом случае:

$$n_1 \cos\theta = \frac{tg^2(\theta-\theta')}{tg^2(\theta+\theta')} n_1 \cos\theta + \frac{4\sin^2\theta' \cos^2\theta \, n_2 \cos\theta'}{\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta')}$$

$$n_1\left(1 - \frac{tg^2(\theta-\theta')}{tg^2(\theta+\theta')}\right) = \frac{4\sin^2\theta' \cos\theta \, n_2 \cos\theta'}{\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta')}$$

$$n_1\left(\sin^2(\theta+\theta')\cos^2(\theta-\theta') - \sin^2(\theta-\theta')\cos^2(\theta+\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta\cos\theta' \, n_2 \sin^2\theta'$$

$$n_1\left(\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta') - \sin(\theta-\theta')\cos(\theta+\theta')\right) \cdot$$
$$\cdot\left(\sin(\theta+\theta')\cos(\theta-\theta') + \sin(\theta-\theta')\cos(\theta+\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta\cos\theta' \, n_2 \sin^2\theta'$$

$$n_1\left(\frac{1}{2}(\sin 2\theta + \sin 2\theta') - \frac{1}{2}(\sin 2\theta - \sin 2\theta')\right) \cdot$$
$$\cdot\left(\frac{1}{2}(\sin 2\theta + \sin 2\theta') + \frac{1}{2}(\sin 2\theta - \sin 2\theta')\right) =$$
$$= 4\cos\theta' \, n_2 \cos\theta \sin^2\theta'$$

$$n_1 \cdot \frac{1}{4} 2\sin 2\theta' \cdot 2\sin 2\theta = 4\cos\theta' \, n_2 \cos\theta \sin^2\theta'$$

$$n_1 \cdot 2\sin\theta' \cancel{\cos\theta'} \sin\theta \cancel{\cos\theta} \cdot 2 = 4 \cancel{\cos\theta'} n_2 \cancel{\cos\theta} \sin^2\theta'$$

$$n_1 \cdot \sin\theta = n_2 \sin\theta'$$

Получили закон преломления.

Значит исходное рав-во верно.

Задача 2.20

Дано:

$n = 1{,}5$

$\alpha = 20°, 45°, 60°, 80°$

степень поляриз. - ?

Вводят интенсивность соотв. $E_\perp$ и $E_\parallel$:

$$I_\perp = \overline{E_\perp^2} \qquad I_\parallel = \overline{E_\parallel^2}$$

Тогда степень поляризации $\Delta = \dfrac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel}$

На нижнюю грань пластинки падает луч:

$$T_\parallel = \frac{E'}{E} = \frac{2\sin\psi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\psi)\cos(\varphi-\psi)}$$

Из верхней выходит ($''$):

$$T_\parallel = \frac{E''}{E'} = \frac{2\sin\varphi\cos\psi}{\sin(\psi+\varphi)\cos(\psi-\varphi)}$$

Тогда $\dfrac{E''}{E} = \dfrac{4\sin\psi\sin\varphi\cos\psi\cos\varphi}{\sin^2(\varphi+\psi)\cos^2(\varphi-\psi)}$

Т.к. падает естественный свет, то

$$\Delta = \left(\frac{T_\perp^2 - T_\parallel^2}{T_\perp^2 + T_\parallel^2}\right)$$

$$T_{\parallel}^2 = \left(\frac{E''}{E}\right)^2$$

Для $T_\perp$ получим:

$$T_\perp = \frac{2\sin\psi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\psi)}$$

Аналогично для выходящего:

$$T_\perp^2 = \left(\frac{4\sin\psi\sin\varphi\cos\psi\cos\varphi}{\sin^2(\varphi+\psi)}\right)^2.$$

Тогда $$\Delta = \frac{\cos^4(\psi-\varphi)-1}{\cos^4(\psi-\varphi)+1}$$

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{n_2}{n_1} = 1{,}5$$

$\varphi = 20^\circ$: $\psi = 13^\circ$ $\Delta = -0{,}015$

$\varphi = 45^\circ$: $\psi = 28^\circ$ $\Delta = -0{,}089$

$\varphi = 60^\circ$: $\psi = 35{,}3^\circ$ ~~$\psi = 35$~~ $\Delta = -0{,}189$

$\varphi = 80^\circ$: $\psi = 41^\circ$ $\Delta = -0{,}465$.

Задача 2.27

Чтобы получить $\delta = \frac{\pi}{2}$, надо, чтобы

$$tg\frac{\delta}{2} = tg\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{1-n^2}{2n}$$ - из задачи 2.26

$$n^2+2n-1=0 \longrightarrow n = \frac{-2\pm\sqrt{8}}{2} = \pm\sqrt{2}-1$$

$n = \sqrt{2}-1 = 0,414$.

Показатель преломления ~~оп~~ оптически более плотной среды относительно менее плотной будет $n' = \frac{1}{n} = 2,41$. - min значение

Ответ: $n \approx 2,41$.

Задача 2.45

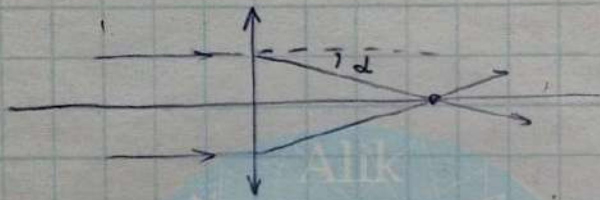
Дано:

$F = 10$ см

$R = 2$ см

$J = 10$ кВт/см²

f - ?



$[J] = \frac{эрг}{см^2 \cdot с}$

$J = u \cdot c$

объемн. плотн. эн.

скорость света

$[u] = \frac{эрг}{см^3}$

$p = u$

$p = \frac{J}{c}$

Рассмотрим dS линзы, $dS = 2\pi r\, dr$

по ф-ле Тейл.

$= 1 - 1 + \frac{\alpha^2}{2}$

$df = p\, dS \cdot (1 - \cos\alpha) = \frac{J}{c} 2\pi r\, dr\, (1 - \cos\alpha) =$

$= \frac{J}{c} r\, dr\, 2\pi \frac{\alpha^2}{2}$

Т.к. $tg\,\alpha \sim \alpha$ и $tg\,\alpha = \frac{r}{F}$, то $\alpha^2 = \frac{r^2}{F^2}$.

$$df = \frac{\pi J}{c}\, r\,dr\, \frac{r^2}{F^2} = \frac{\pi J}{c}\, \frac{r^3}{F^2}\, dr$$

$$f = \frac{\pi J}{c}\, \frac{R^4}{4F^2}$$

Ответ: $f = \frac{\pi J R^4}{c\,4F^2} \approx 4{,}2\cdot 10^{-6}$ Н.

Задача 10.2

$u = \frac{d\omega}{dk}$ выразить через υ и $\frac{d\upsilon}{d\lambda}$; υ и $\frac{dn}{d\lambda}$

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\upsilon \cdot k)}{dk} = \upsilon + k\frac{d\upsilon}{dk} \overset{k=\frac{2\pi}{\lambda}}{=} \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}$$

$$u = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda} \overset{\upsilon=\frac{c}{n}}{=} \upsilon - \lambda c\frac{d\,1/n}{d\lambda} = \upsilon + \frac{\lambda c}{n^2}\frac{dn}{d\lambda} =$$

$$= \upsilon\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

Задача 10.5

2) $v = a\sqrt{\lambda}$ $\qquad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = a\sqrt{\lambda} - \lambda \cdot a \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{v}{2}$

3) $v = \frac{a}{\sqrt{\lambda}}$ $\qquad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = \frac{a}{\sqrt{\lambda}} + \lambda \frac{a}{2\lambda\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2} v$

5) $v = \sqrt{c^2 + b^2\lambda^2}$ $\qquad u = \sqrt{c^2 + b^2\lambda^2} - \frac{\lambda\, b^2 \lambda \cdot 2}{2\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}} = \frac{c^2}{v}$

Задача 1°

Дано:

$N \sim 1{,}5 \cdot 10^6\ см^{-3}$

$\nu - ?$

для атмосферы

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

чтобы было отражение, надо, чтобы $n^2 < 0$, т.е. $\omega < \omega_p$.

$$\omega_p = 5{,}64 \cdot 10^4 \sqrt{N} = 69 \cdot 10^6$$

$$\nu < \frac{\omega}{2\pi} = 10 \cdot 10^6\ Гц = 10\ МГц$$

$$\lambda > \frac{2\pi c}{\omega} = 30\ м$$

Задача 108

$n^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$

α

$u - ?$

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} = \frac{\omega}{k}$$

$$ck = \omega\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}$$

Дифференцируем:

$$c\,dk = \frac{\omega\,d\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}$$

Т.к. $u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}{\omega} = \frac{c \cdot ck}{\omega} = \frac{c^2}{v}$

$u = \frac{c^2}{v} = cn = c\sin\alpha \leftarrow$ т.к. $n = \sin\alpha$ (полное внутр. отр.)

Ответ: $u = cn = c\sin\alpha$

Задача 10.43

$N(x) = \mu x$

ω

$\tau - ?$

Для критич. концентрации $n=0$:

$$\omega_p^2 = \omega^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$$

$$X = \frac{\omega^2 m}{4\pi e^2 \mu} \equiv L$$

Из прошлого номера

$$u = cn = c\sqrt{1 - \frac{4\pi e^2 \mu}{m\omega^2} x} = \frac{dx}{dt}$$

$$c\int_0^{\tau/2} dt = \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{4\pi e^2 \mu}{m\omega^2} x}}$$

$$\frac{c\tau}{2} = \frac{\sqrt{1-\frac{4\pi e^2\mu}{m\omega^2}x}\cdot 2}{-\frac{4\pi e^2\mu}{m\omega^2}}\Bigg|_0^L = \frac{2m\omega^2}{4\pi e^2\mu}$$

$$\tau = \frac{m\omega^2}{\pi e^2\mu c}$$

Задача 10.75.

$v = 1$ км/с

$f_0 = 30$ МГц

$|\Delta f| = 5$ Гц

$\frac{dN_e(h)}{dh} \cdot 1\text{км} \ll N_e(h)$

$(2\pi f_0)^2 \gg \omega_p^2$

$N_e - ?$

Т.к. источник движется по направлению к приёмнику, то длина волны уменьшается. Частота, которую регистрирует неподвижный приёмник

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v}{c/n}}$$ ← распростр. волн в среде

Т.к. волны (излучаемые источником) разных частот, то т.к. $n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ - будет различаться,

нижняя * наз

$$|\Delta f| = |f_2' - f_1'| = \left| \frac{3f_0}{1 - \frac{vn_2}{c}} - \frac{3f_0}{1 - \frac{vn_1}{c}} \right| \overset{v \ll c}{\approx} \left| 3f_0\left(1 + \frac{vn_2}{c}\right) - 3f_0\left(1 + \frac{vn_1}{c}\right) \right| = \left| 0 f_0 + f_0 \frac{v}{c}(3n_2 - 3n_1) \right| = f_0 \frac{v}{c} 3|n_2 - n_1|$$

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \hookrightarrow n \overset{\omega \gg \omega_p}{\approx} 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}$$

$$|\Delta f| = 3 f_0 \frac{v}{c} \cdot \left| \frac{\omega_p^2}{2\omega_2^2} - \frac{\omega_p^2}{2\omega_1^2} \right| = 3 f_0 \frac{v}{c} \frac{\cancel{4\pi} N e^2}{m \cdot 2 \cdot 4\pi^2} \left| \frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2} \right|$$

т.к. $f_2 = 3f_0$, $f_1 = f_0$, то:

$$|\Delta f| = \frac{3 f_0 v N e^2}{c m \cdot 2\pi} \left| \frac{1}{9f_0^2} - \frac{1}{f_0^2} \right| = \frac{3 \cancel{f_0} v N e^2}{2\pi c m} \frac{8}{9 f_0^{\cancel{2}}}$$

$$\Delta f = \frac{4 v N e^2}{3\pi c m f_0} \hookrightarrow N = \frac{3}{4} \pi \Delta f \frac{c}{v} m \frac{f_0}{e^2}$$

Ответ: $N = \frac{3}{4} \pi \Delta f \frac{c}{v} m \frac{f_0}{e^2} = 4,18 \cdot 10^5$ см$^{-3}$

Задача 10.77

$\tau = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ с

$\nu_0 = 10^{8}$ Гц

$\lambda_{кр} = 10$ см

$z - ?$

Разложим по Тейлору

$$k(\omega_0 + \Omega) = k(\omega_0) + \frac{dk}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_0} d\Omega + \frac{1}{2}\frac{d^2k}{d\omega^2}\Big|_{\omega=\omega_0} d\Omega^2 + \ldots$$

Условие того, что пакет не меняет форму, есть

частотный пакет

$$\frac{1}{2}\frac{d^2k}{d\omega^2}\Big|_{\omega=\omega_0} (\Delta\Omega)^2 \cdot z \ll \pi$$

↑

домножением на z получим фазу.

Для ионосферы

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \approx \frac{\omega}{c}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right)$$

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} + \frac{\omega_p^2}{2c\omega^2}\ ; \quad \frac{d^2k}{d\omega^2} = -\frac{\omega_p^2}{2c}\frac{2\omega}{\omega^4} = -\frac{\nu_p^2}{2\pi c \nu^3}$$

Получим, что $z \ll \dfrac{2\pi}{\left.\dfrac{d^2K}{d\omega^2}\right|_{\omega=\omega_0} \Delta\Omega^2}$, где $\Delta\Omega\,\tau \simeq 2\pi$

смотрим по модулю

соотнош. неопред.

$(\Delta\Omega)^2 = \left(\dfrac{2\pi}{\tau}\right)^2$, $\omega_p = \dfrac{2\pi c}{\lambda_{кр}} \hookrightarrow \nu_p = \dfrac{c}{\lambda_{кр}} = \dfrac{3\cdot 10^8}{10} = 30\,МГц. < \nu_0$

значит сигнал есть

$$z \ll \frac{(2\pi)^2 c\,\nu^3 \tau^2}{\nu_p^2 (2\pi)^2} = \frac{c\,\nu^3\tau^2}{\nu_p^2} \simeq 10\,км$$

Задача 10.21

$\nu_1 = 80 \cdot 10^6$ Гц

$\Delta t = 7$ с

$\nu_2 = 2000 \cdot 10^6$ Гц

$N \approx 0{,}05$ см$^{-3}$

$L - ?$

Для соответств. имп. имеем:

$u_1 t = u_2 t' = L \qquad t - t' = \Delta t$

$u_1 t = u_2 t - u_2 \Delta t \quad , \quad t = \dfrac{L}{u_1}$

$$\frac{-u_1 + u_2}{u_1 u_2} L = \Delta t$$

Зная, что $u = cn = c\sqrt{1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}} \overset{\text{по Тейлору}}{\approx} c\left(1 - \dfrac{4\pi N e^2}{2m\, 4\pi^2 \nu^2}\right) =$

$= c\left(1 - \dfrac{Ne^2}{2\pi m \nu^2}\right)$

$1 - \dfrac{Ne^2}{2\pi m \nu^2} \approx 1.$

$$\Delta t = L\left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2}\right) = L\,\frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} \approx L\,\frac{Ne^2\left(\frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2}\right)}{2\pi m c}$$

$$L = \frac{\Delta t\, 2\pi m c}{Ne^2}\,\frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{\nu_2^2 - \nu_1^2}$$

Ответ: $L = \dfrac{\Delta t\, c\, m\, 2\pi}{Ne^2}\,\dfrac{\nu_1^2 \nu_2^2}{\nu_2^2 - \nu_1^2} \simeq 7 \cdot 10^{20}$ см ≈ 700 св. лет

Задача 10.24

$\mathcal{E} = 5$ эВ

$A = 108$ г/моль

$\rho = 10{,}5$ г/см^3

z - своб. e - ?

Для критического n:

$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \geq 0$ имеем $\omega_p^2 = \omega^2$

$$\frac{4\pi N e^2}{m} = \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2}$$

$$N = \frac{m \pi c^2}{\lambda^2 e^2}$$

С другой стороны, $N_e = z \cdot N_{атомов}$

$$\frac{N_{атом}}{N_A} = \frac{M}{A} \xrightarrow[\text{на } V]{\text{делим}} \frac{N_{ат.}}{N_A} = \frac{\rho}{A} \hookrightarrow N_{ат} = \frac{\rho}{A} N_A$$

$$N_e = z \rho \frac{N_A}{A}$$

А для энергии $\mathcal{E} = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$

Подставим:

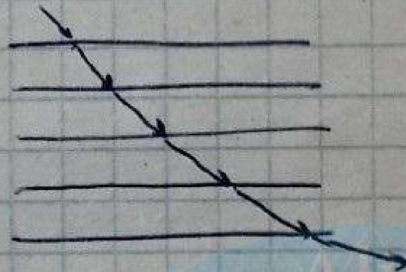
$$N = \frac{m\pi^2 c^2}{\lambda^2 e^2} = \frac{z \rho N_A}{A} \hookrightarrow z = \frac{m \pi c^2 A}{\lambda^2 e^2 \rho N_A} =$$

$$= \frac{m \pi A^2 \mathcal{E}^2}{h^2 e^2 \rho N_A} \approx 0{,}31 \approx \frac{1}{3}.$$

Задача 10.35

$n_0 = 1,0003$	
$\frac{S}{S_0}$ - ?	

Представим, что атмосфера состоит из плоскопараллельных слоёв со своими n:



$$n = \frac{v}{c}$$

Можем записать:

сост. силы вдоль $\vec{N}$

$$\frac{mv^2}{R} = F_{норм} = -\frac{\partial U}{\partial N}$$

Вдоль $\vec{N}$ запишем ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2} + U = const$

$$\frac{mv\,dv}{dN} + \frac{\partial U}{\partial N} = 0 \longrightarrow F_{норм} = mv\frac{dv}{dN}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{mv\,dv}{dN} \longrightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{v}\frac{dv}{dN} = \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial N}$$

Рефракция горизонт. луча:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{N}\frac{dn}{dh} \qquad h\text{ - высота}$$

$$n = \sqrt{1 + 4\pi\alpha N} = 1 + 2\pi\alpha N \qquad \left(n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1+4\pi\alpha N}\right)$$

поляризуемость

$$N(h) = \frac{P_0}{kT}e^{-\frac{mgh}{kT}} \approx \frac{P_0}{kT}\left(1 - \frac{mgh}{kT}\right)$$

при $h = 0$ $\quad n_0 - 1 = 2\pi\alpha\frac{P_0}{kT} \rightarrow n - 1 = (n_0 - 1)\left(1 - \frac{mgh}{kT}\right)$

$$\frac{\partial n}{\partial h} = -(n_0-1)\frac{mg}{kT}$$

$(n-1) \ll 1$, т.е. $n \approx 1$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n}\left[-(n_0-1)\frac{mg}{kT}\right] \longrightarrow R = -\frac{1}{n_0-1}\frac{kT}{mg}$$

$$R = -\frac{1}{3\cdot10^{-4}}\,\frac{8{,}3\cdot300}{0{,}029\cdot9{,}81} = -2{,}9\cdot10^{7}\,м = -2{,}9\cdot10^{4}\,км$$

При круговой рефракции $R = R_З$

$R \sim \frac{1}{n_0-1} \sim \frac{1}{P_0} \longrightarrow$ давл. и плотн.

$$\frac{R}{R_З} = \frac{29}{6{,}4} = 4{,}5 \text{ раза}$$

Задача Т3.

$\lambda = 500 \cdot 10^{-9}$ м

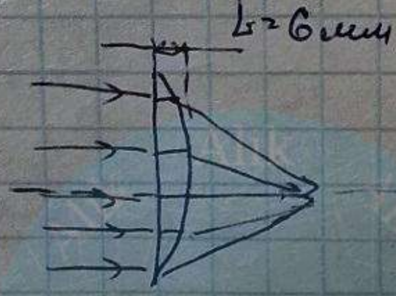
$\Delta t = 100 \cdot 10^{-15}$ с

$L = 6 \cdot 10^{-3}$ м

$n = 1{,}7$

$v_{гр} = 0{,}55c$

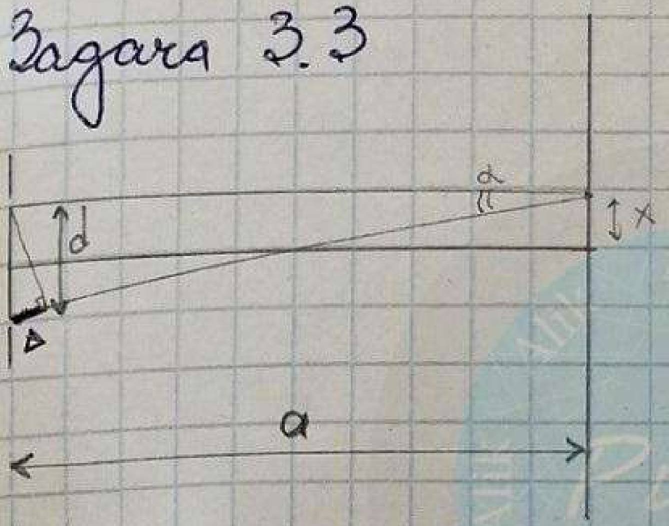
τ – ?



Лучи, проходящие через край линзы, "не замедляются", и сх-ся в фокусе. Те, кот. проходят через центр линзы, зам-ся больше всего, из-за чего происх. задержка импульса

$$\Delta t = \frac{L}{v_{гр}} - \frac{L}{v_{ф}} = L\left(\frac{1}{v_{гр}} - \frac{n}{c}\right) \approx 2{,}4 \text{ пс}$$

Задача 3.3



$$\alpha = \frac{d}{a} \ll 1$$

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos k\Delta\right) = $$

$$= 2I_0\left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda}\alpha x\right) = $$

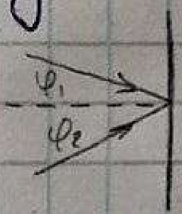
$$= 2I_0\left(1 + \cos \frac{2\pi d x}{\lambda a}\right)$$

Первый максимум будет при:

$k\Delta = 2\pi$, т.е. $\frac{2\pi d x}{\lambda a} = 2\pi \hookrightarrow \lambda = \frac{d x}{a}$

Ответ: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 1°

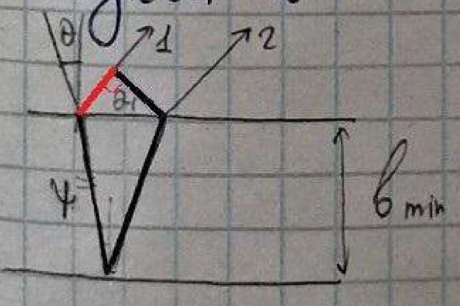


Ширина интерф. полос Λ опр-ся как $\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha}$, где α - угол схождения лучей.

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\varphi_1 + \varphi_2} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0{,}02} = 25 \cdot 10^{-6}$$

Ответ: $\Lambda = 25 \cdot 10^{-6}$.

Задача 2°



Разность путей для лучей 1 и 2 равна Δ:

(нарис.•) (нарис.•)

$$2 \cdot n \cdot \frac{b}{\cos\psi} - 2b \cdot tg\psi \sin\theta$$

Так же при отражении разность хода меняется на $\frac{\lambda}{2}$.

Итого $\Delta = 2 \cdot n \cdot \frac{b}{\cos\psi} - 2b \cdot tg\psi \sin\theta + \frac{\lambda}{2} =$

$$= 2b\left(n^2 - \sin^2\theta\right)^{1/2} + \frac{\lambda}{2}$$

Это оптич. разность хода. Для максимума она должна быть $m\lambda$, $m = 1, 2, 3, \ldots$

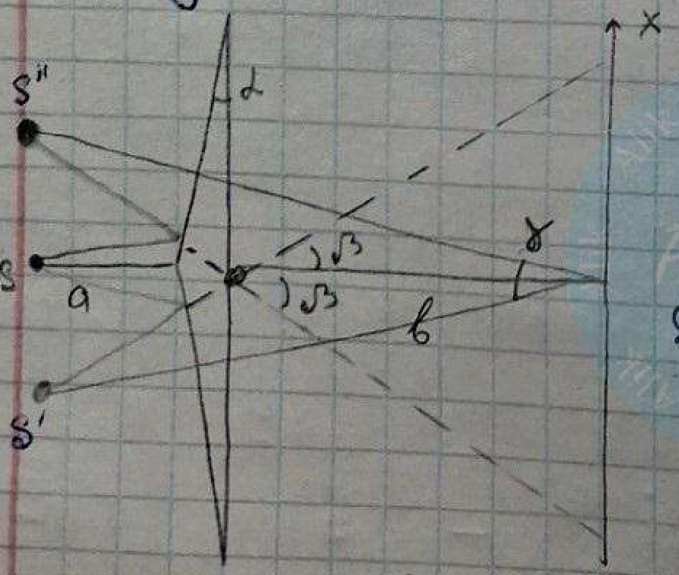
Отсюда $4b\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = (2m + 1)\lambda$

Для b_{min} должна быть λ_{min}

Для человеческого глаза $\lambda_{min} = 400$ нм — фиолетовый цвет.

Тогда $b_{min} = \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} = \frac{100 \text{ нм}}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$

Задача 3.5



x до m-той светл. полосы - ?

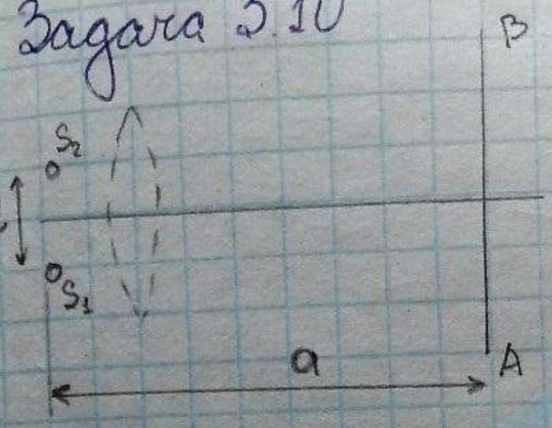
$$S'S'' = l = a \cdot 2 \cdot \beta = 2a(n-1)\alpha$$

$\sin\beta \approx \beta$ $\quad$ $\beta = (n-1)\alpha$

Для m-го max:

$$x_m = \frac{\lambda m}{\gamma} = \frac{\lambda m(a+b)}{l} = \frac{\lambda m(a+b)}{2a\alpha(n-1)}$$

Задача 3.10



$a = 2$ м

$f = 25$ см

$\frac{\Delta y'}{\Delta y}$ - ?

1) $2f$

2) S_1 и S_2 в фок. пл-сти

Без линзы ширина полосы $\Delta y = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{\lambda a}{l}$ ← угол сх-сти лучей

Если поставим линзу на расст. $2f$ от источников, то это равносильно переносу источников на $4f$ к экрану.

$$\frac{\Delta y'}{\Delta y} = \frac{(a-4f)}{a} = \frac{1}{2}$$

Если в фокальной плоскости, то будут интерферировать два пучка, у кот. угол схожд. лучей $2\alpha = \frac{l}{f}$. Тогда $\frac{\Delta y''}{\Delta y} = \frac{f}{a} = \frac{1}{8}$

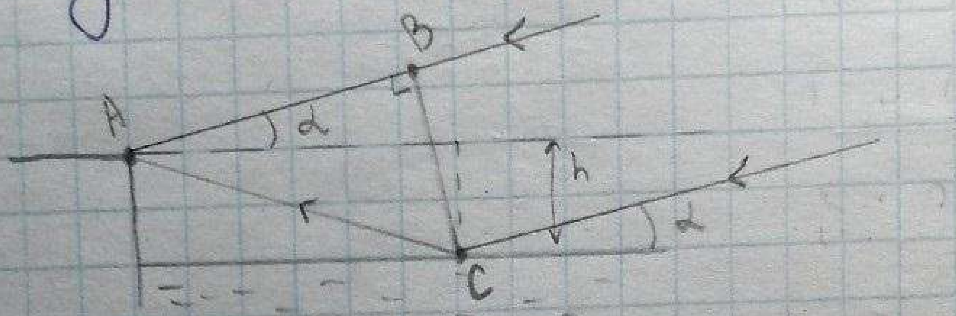
Ответ: $\frac{\Delta y'}{\Delta y} = \frac{1}{2}$, $\frac{\Delta y''}{\Delta y} = \frac{1}{8}$.

Задача 3.18.

$\lambda = 10$ см

$h = 1$ м

$\alpha - ?$



$\Delta = AC - AB$, $AC = \dfrac{h}{\sin\alpha}$

разн. хода

$AB = AC\cos 2\alpha = \dfrac{h\cos 2\alpha}{\sin\alpha}$

$$\Delta = \frac{h}{\alpha} - \frac{h}{\alpha}\left(1 - 2\alpha^2\right) = 2h\alpha$$

$\operatorname{tg}\varphi_Б = n \approx 9$ (т.к. радиоволны)

$\varphi_Б \approx 83{,}6^\circ$

При $\alpha \to 0$ $\left(\varphi \to \frac{\pi}{2}, \psi \to \frac{\pi}{2}\right)$

Из формул Френеля

(II) $E'_{1\parallel} = \dfrac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)^{>0}}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)_{<0}} E_1$ (⊥) $E'_{1\perp} = -\dfrac{\sin(\varphi - \psi)^{>0}}{\sin(\varphi + \psi)_{>0}} E_\perp$

$r_\parallel = -\alpha$ $r_\perp = -\beta$

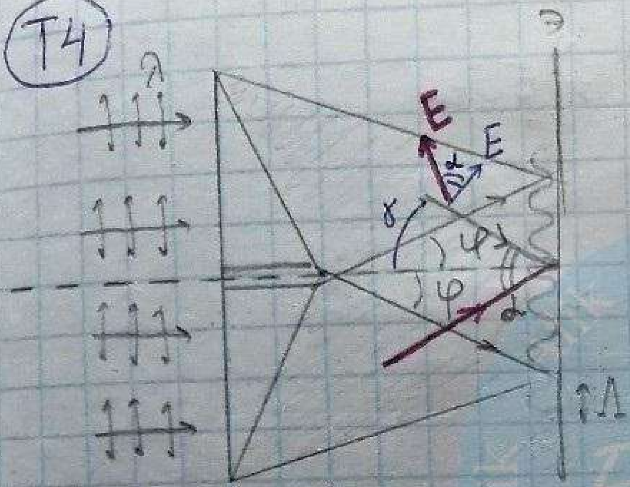
Будет набег $\lambda/2$

Условие максимума $\Delta = m\lambda - \dfrac{\lambda}{2}$, $m = 1, 2, \ldots$

$m = 1:$ $2h\alpha = \dfrac{\lambda}{2}$ $\hookrightarrow$ $\alpha_1 = \dfrac{\lambda}{4h} = \dfrac{0{,}1}{4} = 0{,}025$ $1{,}25^\circ$

$m = 2:$ $2h\alpha = \dfrac{3}{2}\lambda$ $\hookrightarrow$ $\alpha_2 = \dfrac{3\lambda}{4h} = \dfrac{0{,}3}{4} = 0{,}075$ $4{,}3^\circ$

T4



$V - ?$

$$I(x) = \overline{|E_1|}^2 + \overline{|E_2|}^2 + 2(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)$$

$$I_{min} = E_1^2 + E_2^2 - 2\,\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

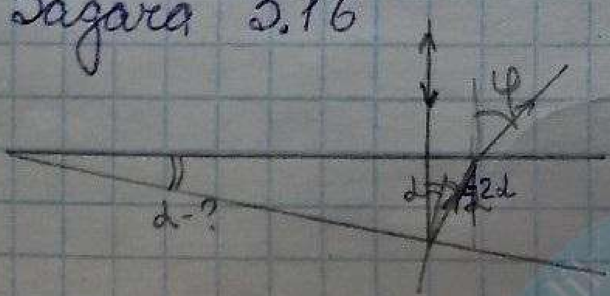
$$I_{max} = E_1^2 + E_2^2 + 2\,\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{4E_1E_2\cos\alpha}{(E_1^2 + E_2^2)2} \overset{E_1 = E_2}{=} \cos\alpha = \cos 2\gamma =$$

$$= 1 - 2\sin^2\gamma = 1 - 2\frac{\lambda^2}{4\Lambda^2} = 1 - \frac{\lambda^2}{2\Lambda^2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2 \,//$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\lambda}{2\sin\gamma} \hookrightarrow \sin\gamma = \frac{\lambda}{2\Lambda}$$

Задача 3.16



$\Delta x = 5$ мм (между тёмн)

$\lambda = 580$ нм

$n = 1,5$

α - ?

$$\frac{\sin\varphi}{\sin 2\alpha} = n$$

Угол схождения: $\varphi \hookrightarrow \sin\varphi = n \sin 2\alpha$

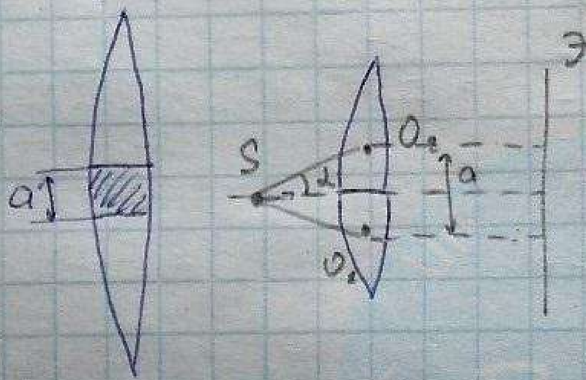
$$\varphi = n \cdot 2\alpha$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{2n\Lambda} = \frac{5,8 \cdot 10^{-5}\text{ см}}{2 \cdot 1,5 \cdot 0,5\text{ см}} = 3,87 \cdot 10^{-5}\text{ рад.}$$

или 8''

Задача 3.11



$f = 50$ см

$\lambda = 6000$ Å

$\Delta y = 0{,}5$ мм

$a - ?$

Т.к. Δy не меняется при перемещ. экрана, то интерферируют || пучки света.

Значит S лежит в фокальной плоскости.

Угол схождения $2\alpha = \frac{a}{f}$. Т.к. $\Lambda = \frac{\lambda}{2\alpha}$, то:

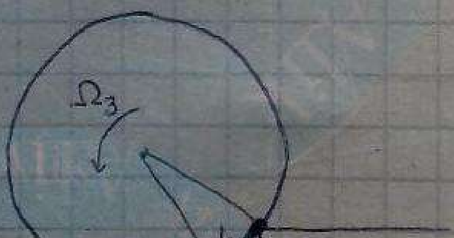
$$a = \frac{\lambda f}{\Delta y} = 0{,}6 \text{ мм.} //$$

Задача 3.20

$\lambda = 1$ см

$L = 200$ см

$U_0 - ?$



$\Delta r = L \sin\varphi \approx L\varphi$

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}L\varphi$$

Для первого сигнала:

$$a_1 = a_0 \cos\omega t$$

Второй $a_2 = a_0 \cos(\omega t + \Delta\alpha) = a_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}L\varphi\right)$

$$a = a_1 + a_2 = a_0 \cdot 2\cos\frac{\pi}{\lambda}L\varphi \cos\left(\omega t + \frac{\pi L\varphi}{\lambda}\right)$$

$\varphi = \Omega_3 t$

Получаем амплитуду $U_0 = a_0 \, 2 \cos \dfrac{\overbrace{\pi L \Omega_3}^{\Omega} t}{\lambda}$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\Omega_3} \frac{\lambda}{\pi L} = T_3 \frac{\lambda}{\pi L} = 2{,}29 \text{ мин.}$$

Амплитуда U_0 изм-ся с периодом 2,3 мин //

Задача 3.35

$\omega = \omega_0(1+at)$

$L = 1$ м

$\lambda_0 = 1$ мкм

$a = 0{,}1\ c^{-1}$

$\nu - ?$

$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{c}{\lambda}$

Значит для длин волн

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1+at}$$

Разность фаз $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}L =$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0}(1+at)L = \underbrace{\frac{2\pi L}{\lambda_0}}_{\text{постоян сдвиг}} + \frac{2\pi a L t}{\lambda_0} = \Delta\varphi^*$$

Также $\Delta\varphi^* = 2\pi\nu t$, где ν - частота измен. тока фотопр.

$$\nu = \frac{\Delta\varphi^*}{2\pi t} = \frac{2\pi a L t}{\lambda_0 2\pi t} = \frac{aL}{\lambda_0} = 10\text{ кГц}$$

Задача 1°

$\lambda = 500$ нм

$\Delta\lambda = 10$ нм

Δ_{max} - ?

m_{max} - ?

$$\Delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = 25 \text{ мкм}$$

$$m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot 2 = 100 \text{ полос - всего}$$

т.к. в 2 стороны

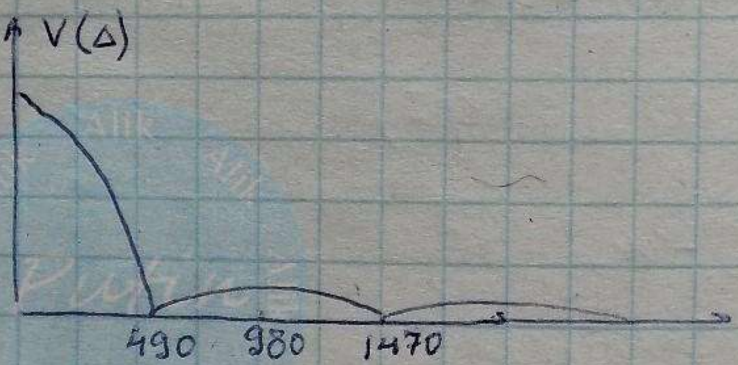
Задача 4.2

видн. min N° 490, 1470

видн. max N° 1, 980

$\lambda = 5893$ Å

$\Delta\lambda - ?$



$$m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \hookrightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{m_{max}} = \frac{1}{980}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{980} = 6,01 \text{ Å}$$

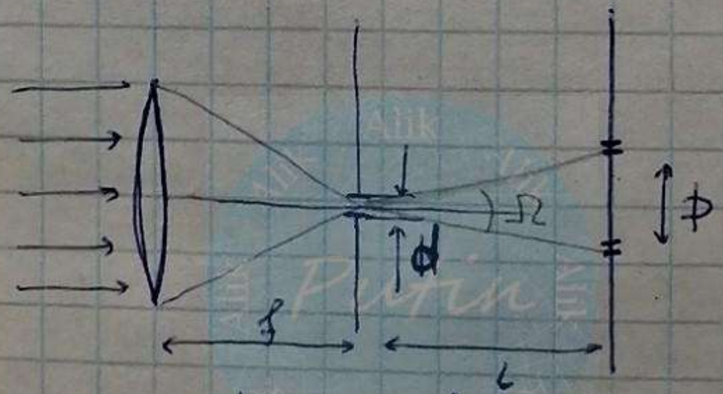
Задача 5.3

$f = 50$ мм

$D = 1$ мм

$\alpha \approx 0{,}01$ рад

L - ?



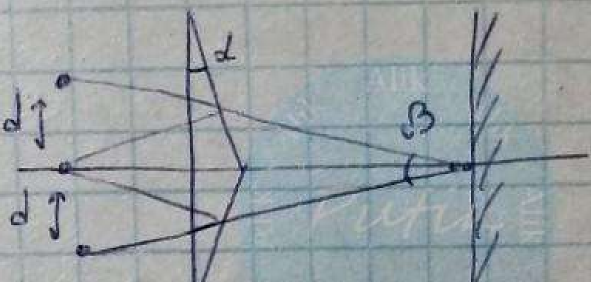
$$\psi = \frac{d}{L} = \frac{\alpha f}{L}$$

$$\rho_{ког} = D = \frac{\lambda}{\psi} = \frac{\lambda L}{\alpha f} \longrightarrow L \geq \frac{\alpha f D}{\lambda} = \frac{10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^{-5}} = 1 \text{ м}$$

Задача 2

α, n

$\beta - ?$



$$d = \alpha(n-1)\cdot l$$

$$\beta = \frac{2d}{2l} = \frac{d}{l} = \alpha(n-1)$$

Задача 4.10

$\alpha = 1'$	Пусть расст. до m-й светлой полосы есть x_m, а толщина кли-
$\lambda = 5461$ Å	на в этом месте h. Тогда
$\Delta\lambda = 0{,}1$ Å	
Δx - ?	$\alpha = \frac{h}{x_m} = m\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{1}{x_m}$
N - ?	целое число полуволн должно ук-ся
x, h - ?	(1 мин. = 0,00029 рад.)
$\delta\varphi$ - ?	Откуда $x_m = \frac{m\lambda}{2\alpha}$ и для расст. между соседними получ. $\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} = 0{,}94$ мм

Т.к. $N = m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 54610$, то $x_{max} = m_{max}\Delta x =$

$= 51{,}3$ м и тогда $h_{max} = 14{,}9$ см (из $\alpha = \frac{h}{x_m}$)

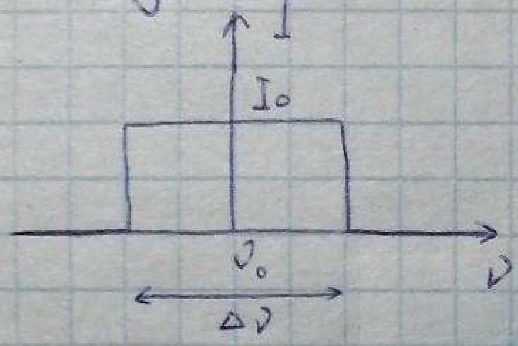
Т.к. при максим. h_{max} разность хода между нормально падающим и отраж. на $\delta\varphi$ должна быть $< \frac{\lambda}{2}$, то $2h_m(1-\cos\delta\varphi) = h_m(\delta\varphi)^2 < \frac{\lambda}{2}$

А т.к. $h_m = m_m \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$, то $\delta\varphi < \sqrt{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}} \approx 0{,}25'$

Ответ: $\Delta x = 0{,}94$ мм, $N \approx 54600$, $x = 51{,}3$ м,

$h \approx 14{,}9$ см, $\delta\varphi \approx 0{,}25'$

Задача 4.11



V - ?

$V(\Delta\nu)$ - ?

$$dJ = 2I_0\,d\nu\,(1+\cos \overset{\frac{2\pi\nu}{c}}{k}\Delta) = 2I_0\left(1+\cos\frac{2\pi\nu}{c}\Delta\right)d\nu$$

Проинтегрируем:

$$J = 2I_0\int\limits_{\nu_0-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0+\frac{\Delta\nu}{2}}\left(1+\cos\frac{2\pi\nu}{c}\Delta\right)d\nu = 2I_0\left(\Delta\nu + \frac{\sin\frac{2\pi\nu}{c}\Delta}{\frac{2\pi\Delta}{c}}\right)\Bigg|_{\nu_0-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0+\frac{\Delta\nu}{2}} =$$

$$= 2I_0\left(\Delta\nu + \frac{1}{\frac{\pi\Delta}{c}}\cdot\sin\frac{\Delta\pi}{c}\Delta\nu\cdot\cos\frac{2\pi}{c}\Delta\nu_0\right) =$$

$$= 2J_0\left(1+\frac{1}{\frac{\pi\Delta\Delta\nu}{c}}\sin\frac{\Delta\pi\Delta\nu}{c}\cos\frac{2\pi}{c}\Delta\nu_0\right)$$

$$V = \frac{J_{max}-J_{min}}{J_{max}+J_{min}} = \frac{\sin\frac{\Delta\pi\Delta\nu}{c}}{\frac{\pi\Delta\nu}{c}\Delta}$$

Задача 5.14

$b = 0{,}025$ см

$\Delta\lambda$ - ?

Ω - ?

$\lambda = 500$ нм

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 12 \hookrightarrow \Delta\lambda = \frac{500}{12} = 41{,}7\text{ нм}$$

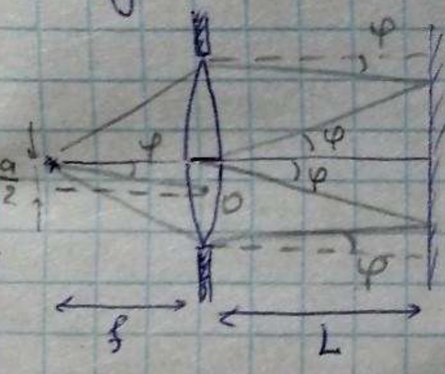
Найдем из рисунка видность

$$V = \frac{3{,}3 - 0{,}7}{3{,}3 + 0{,}7} = \frac{2{,}6}{4} = 0{,}65$$

Зная, что $V = \dfrac{\sin \frac{\pi\Omega}{\lambda/b}}{\frac{\pi\Omega}{\lambda/b}} = \dfrac{\sin x}{x} = 0{,}65$

$$x \approx \frac{\pi}{2}, \text{ т.е. } \frac{\pi\Omega}{\lambda/b} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \Omega = \frac{\lambda}{b \cdot 2} = 10^{-3}\text{ рад}$$

Задача 5.20



$D = 2{,}5$ см

$f = 50$ см

$a = 0{,}5$ см

$\lambda = 500$ нм

L - ? Λ - ? N - ? $\Delta\lambda$ - ? b - ?

$$\varphi = \frac{a/2}{f}$$

Расст. между полосами $\frac{\lambda}{2\varphi} = \Lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ см

Из геометрии понятно, что $\frac{(D-a)/2}{L} = 2\varphi$ схожд. лучей

Откуда $L = \frac{D-a}{4\varphi} = 1$ м

Для числа полос $\frac{D-a}{2\Lambda} = 200 = N$

Тогда для порядка интерференции

$$m_{max} = \frac{N}{2} = 100$$

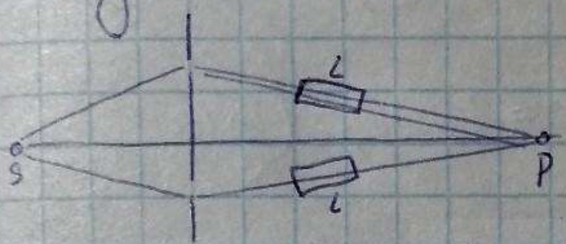
И значит допустимая немонохр-сть:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{max}} = 5 \text{ нм.}$$

Допустимый угловой размер удалённого источника должен быть меньше углового расст. между полосами, т.е. $\psi < \frac{\Delta y}{L} = \frac{2\lambda}{D-a}$

Значит размер $b < \psi f = \frac{f\,2\lambda}{D-a} = 2{,}5\cdot 10^{-3}$ см

Задача 4.9



$$I \propto 1 + V(\Delta)\cos\frac{\omega}{c}\Delta$$

где $V(\Delta) = \left|\dfrac{\sin\frac{\Delta\omega}{2c}\Delta}{\frac{\Delta\omega}{2c}\Delta}\right|$

$\Delta p_1 = 10^{-3}$ мм рт. ст.

$\dfrac{\Delta\omega}{\omega} = 10^{-5}$

$\Delta p - ?$

Разность хода есть $\Delta = l \cdot \Delta n$,

где $\Delta n \propto \Delta p$, т.е. $\Delta n = \alpha \Delta p$,

тогда $\Delta = l \cdot \alpha \cdot \Delta p = \underset{const}{a} \cdot \Delta p$

Первый минимум: $\dfrac{\omega}{c}\Delta_1 = \pi \hookrightarrow \dfrac{\omega}{c} a \Delta p_1 = \pi$.

Второй минимум: $V = 0 \hookrightarrow \dfrac{\Delta\omega}{2c}\Delta_2 = \pi$

Приравняем: $\dfrac{\Delta\omega}{2\cancel{c}}\cancel{a}\Delta p = \dfrac{\omega}{\cancel{c}}\cancel{a}\Delta p_1$

$$\Delta p = \Delta p_1 \, 2 \, \frac{\omega}{\Delta\omega} = 200 \text{ мм рт. ст.}$$

Задача 5.13

$h = 0,2$ мм

$n = 1,41$

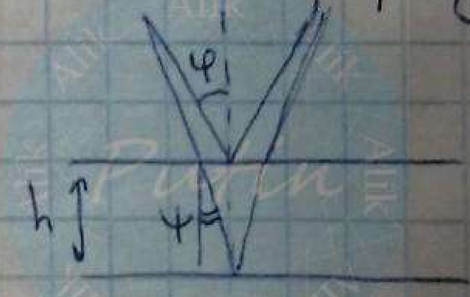
$\varphi \in [0, 90]$

m_{max}, m_{min} - ?

$\Delta\lambda$ - ? b - ?

$\lambda = 560$ нм

Рассчитаем разность хода:



$$\Delta = n \frac{2h}{\cos\psi} - 2h \, tg\psi \, \sin\varphi$$

$$\Delta = 2h\left(n^2 - \sin^2\varphi\right)^{1/2} = \lambda m + \frac{\lambda}{2}$$

Тогда $m = \frac{2h}{\lambda}(n^2 - \sin^2\varphi)^{1/2} - \frac{1}{2}$

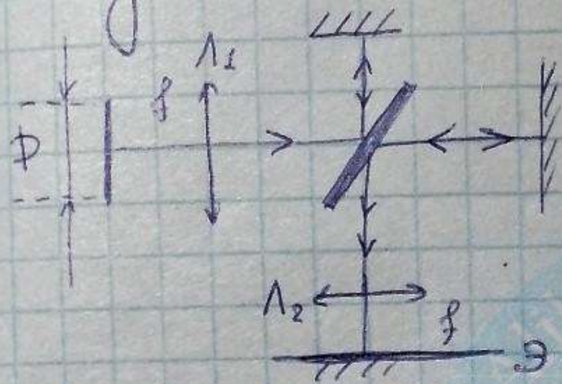
Для $m_{max} = \frac{2hn}{\lambda} - \frac{1}{2} \approx 1000$ (для $\varphi = 0°$)

Для $m_{min} = \frac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2 - 1} - \frac{1}{2} \approx 710$

Допустимая $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{max}} = 0,56$ нм

Т.к. зрит. труба установл. на ∞, поэтому источник может быть $\forall$ размера.

Задача 5.23 (новый зад)



$\lambda = 5461$ Å

$f = 1$ м

$l = 1$ см

$D - ?$

Наблюдается интерф. картина из двух светлых колец.

В центре - максимум интенсивности.

Тогда найдём угол для второго светлого кольца: $\Delta = 2l\,(1-\cos\theta_2) = 2\lambda$

Т.к. θ_2 мал, то $2l \cdot \frac{\theta_2^2}{2} = 2\lambda \hookrightarrow \theta_2 = \sqrt{\frac{2\lambda}{l}} = 1{,}045 \cdot 10^{-2}$

$D = 2\,\theta_2\, f = 2{,}1$ см

Ответ: $D \approx 2{,}1$ см

Задача 5.30

$d = 6$ мм

$\lambda = 0,6$ мкм

$\Delta f = 1,5$ ГГц

$L_{ког} \sim \rho_{ког}$

$$\rho_{ког} = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda x}{d}$$

$$L_{ког} = c\tau_0 = \frac{c}{\Delta f} \quad \text{(из соотн. неопр.)}$$

$$\rho_{ког} = L_{ког} \hookrightarrow \frac{\lambda x}{d} = \frac{c}{\Delta f}$$

$$x = \frac{c\,d}{\lambda \Delta f} = 2 \text{ км}$$

Ответ: $x = 2$ км

Задача 1°

$b = 1$ мм

$\lambda = 500$ нм

$L - ?$

Дифракция Френеля наблюдается в случае, если по отношению к точке наблюдения в отверстии ~~набл ся~~ укладывается число зон $n \sim 1$.

Т.к. пучок параллельный, то

$$r_n = \sqrt{n \lambda L} = \frac{b}{2}$$

Откуда $L = \dfrac{b^2}{4\lambda} = 0{,}5 \sim 1$ м.

Задача 2°

L, λ

$R \uparrow, R_0 \approx 0$

$R_{I=0}$ - ?

Когда будет открыто 2 зоны Френеля, тогда интенсивн. в центре экрана обратится в 0.

(т.к. $I = 4I_0 \sin^2\left(\frac{\pi R^2}{2\lambda L}\right)$, $\underbrace{\pi R^2}_{S}$ - площ отверстия, $\underbrace{\pi\lambda L}_{S_1}$ - площ. одной зоны Френеля,

откуда $I = 4I_0 \sin^2\left(\frac{\pi S}{2S_1}\right)$)

Если открыто чётное число зон

$S = 2nS_1$, $n = 1, 2, ..$, то $I = 0$.

А т.к. падает свет, тоесть параллельный пучок, то $R = \sqrt{n\lambda L}$

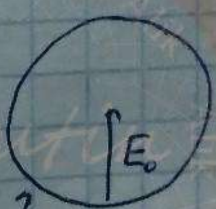
$R_{I=0} = \sqrt{2\lambda L}$

Задача 6.1

$I_{n=1}$ - ?

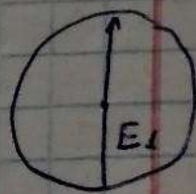
I_0

т.к закрыта первая зона, то мы из



открыты все зоны

убираем



И получим

тогда $I = I_0$

Задача 6.15

$D = 40$ мм

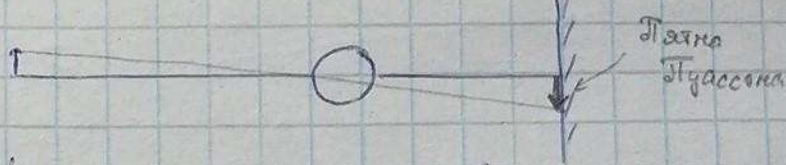
$a = 12$ м

$b = 18$ м

$y = 7$ мм

$y' - ?$

$h \sim 0,1$ мм



$$\frac{y'}{b} = \frac{y}{a} \hookrightarrow y' = \frac{b}{a} y = 10,5 \text{ мм} \text{ - из геометр.}$$

Если царапины превысят ширину зоны Френеля, то изобр. будет испорчено.

Значит $h < r_{m+1} - r_m$

$$r_{m+1} = \frac{D}{2} = \sqrt{(m+1)\frac{ab}{a+b}\lambda} \hookrightarrow m = \frac{D^2}{4}\frac{a+b}{ab\lambda} - 1$$

$$r_{m+1} - r_m = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D^2}{4}\frac{a+b}{ab\lambda} - 1\right)\frac{ab}{a+b}\lambda} = \frac{D}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{ab\lambda 4}{(a+b)D^2}}\right) =$$

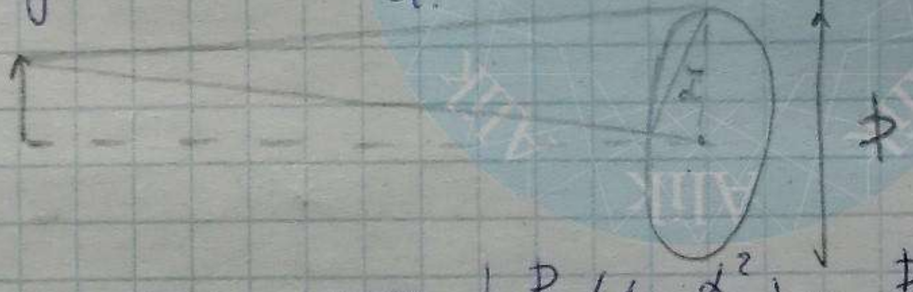
$$= \frac{D}{2} \cdot \left(1 - 1 + \frac{ab\lambda \cdot 2}{(a+b)D^2}\right) = \frac{ab\lambda}{(a+b)D}$$

В нашем случае $h < \frac{ab\lambda}{(a+b)D} \approx 0,1$ мм $(\lambda \approx 500$ нм$)$

Если попытаться заменить шар диском, то он будет казаться эллипсом и необх., чтобы разность малой полуоси эллипса и большой ($\frac{D}{2}$) была меньше $r_{m+1} - r_m$.

Малая полуось эллипса $\frac{D}{2}\cos\alpha = \frac{D}{2}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$

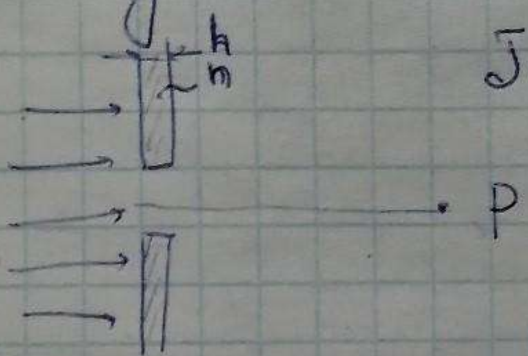
$\operatorname{tg}\alpha \sim \alpha \sim \frac{y}{a}$



отсюда $\left|\frac{D}{2}\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right) - \frac{D}{2}\right| < \frac{ab\lambda}{(a+b)D}$

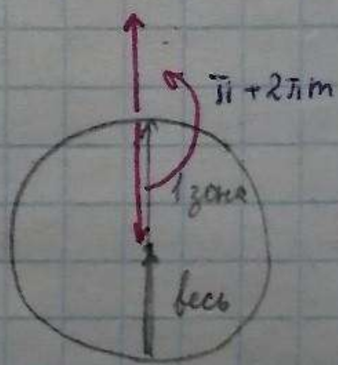
$$\frac{D}{2}\,\frac{y^2}{2a^2} < \frac{ab\lambda}{(a+b)D} \hookrightarrow y < \frac{2a}{D}\sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}} \approx 1\text{м}$$

Задача 6.20



$J(P)_{max}$ – ? J_0, λ.

h – ?



разн. хода

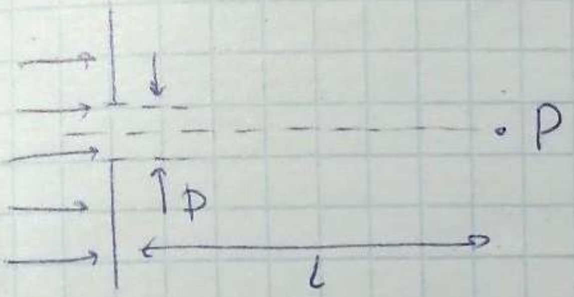
$$kh(n-1) = \pi + 2\pi m$$

$$h = \frac{\pi(1+2m)}{\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)} = \lambda \frac{2m+1}{2(n-1)}$$

$$E_{max} = 2E_0 + E_0 = 3E_0$$

$$J_{max} = 9J_0$$

Задача 6.59



$D = 0{,}5$ см

$l = 50$ см

$\lambda = 500$ нм

$D_л = 1$ дптр

$J_2/J_1 = ?$

1) Без линзы

т.к. падает || пучок, то $r = \frac{D}{2} = \sqrt{m \lambda L} \hookrightarrow m = 25$

$J_1 \approx 4 J_0$ (т.к. $A_1 = 2A_0$)

2) С линзой

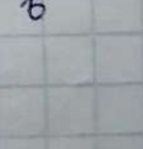
$f = \frac{1}{D} = 1$ см.

Можем считать, что светит источник в фокусе линзы:

$r = \frac{D}{2} = \sqrt{m' \lambda \frac{ab}{a+b}}$, где $a = -f$, $b = l$

откуда $m' = 12{,}5$.

т.к. линза сохраняет длину цепочки векторов, которая была равна πA_0 - длина полуокр. она равна $\pi \frac{A'}{2}$, т. к. картина зон будет



откр. 12,5 зон

$A'_{12} = \sqrt{2} A'$

т.е. $\pi A_0 = \frac{\pi}{2} A' \hookrightarrow A' = 2A_0$.

$J_2 \equiv J' = (\sqrt{2} A')^2 = 2(2A_0)^2 = 8A_0^2 = 8J_0$

Ответ: $\frac{J_2}{J_1} = 2$

Задача 643

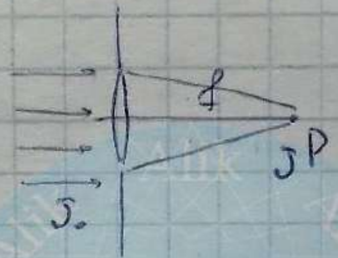
$f = 50$ см

$D = 5$ см

$\lambda = 630$ нм

J/J_0 - ?

b - ?



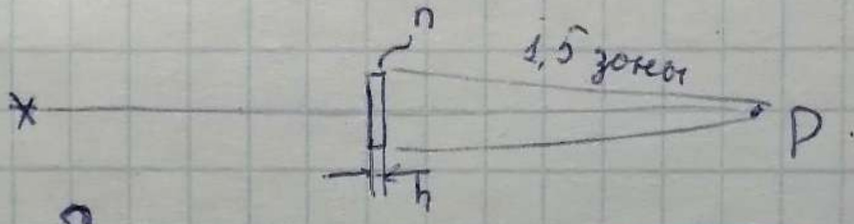
$$R^2 = m b \lambda = m f \lambda \hookrightarrow m = 1984$$

$$\frac{J}{J_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2 = \left(\frac{\pi R^2}{f\lambda}\right)^2 \approx 10^7 - 10^8$$

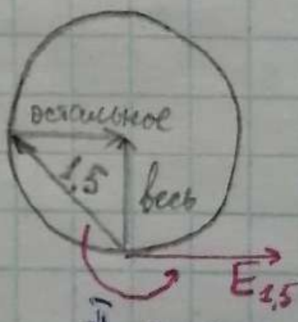
$$A \simeq \pi A_0 m = A_0 \pi \frac{R^2}{f\lambda}$$

по зак. сохр. эн. $\rightarrow \pi \frac{D^2}{4} J_0 = \pi \overset{b}{\overset{\parallel}{\rho}}{}^2 J \hookrightarrow \rho = \sqrt{\frac{J_0}{J}}\frac{D}{2} = \frac{D}{2}\frac{F\lambda}{\pi R^2} = 10^{-3}$ см

Задача 6.16



h - ? $J = J_{max}$



$\frac{\pi}{4} + \pi + 2\pi m$

$m = 0, 1, \ldots$

Задержка зависит от h и вектор в зав.сти от h будет поворачиваться

фаза

$$\frac{5\pi}{4} + 2\pi m = (n-1)\, h\, k$$

$$h = \frac{\left(\frac{5}{4} + 2m\right)\pi}{(n-1)\, 2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{2}\, \frac{\left(\frac{5}{4} + 2m\right)}{n-1}.$$

$m = 0, 1, \ldots$

Интенсивн. будет

$$J = \left(E_0 + \sqrt{2} E_0\right)^2 = J_0 \left(1 + \sqrt{2}\right)^2$$

Ответ: $h = \frac{\lambda}{2}\, \frac{\left(\frac{3}{4} + 2m\right)}{n-1}.$

Задача 6.31

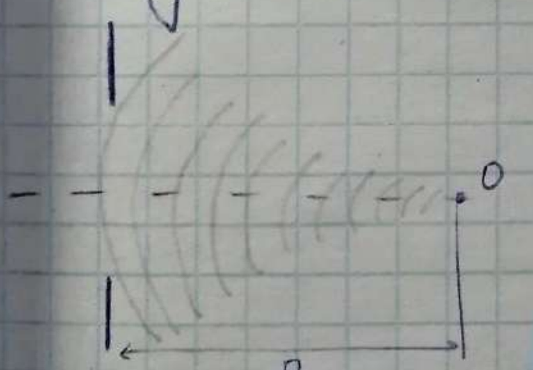
$D = 2,5$ дптр	В случае отсутствия линзы
$r = 1,1$ мм	для ‖ пучка имеем $r^2 = m\lambda \frac{1}{D}$.
$\lambda = 550$ нм	$m = \frac{r^2 D}{\lambda} = 5,5$.
J_1/J_2 - ?	Значит $A_2 = A_0\sqrt{2} \hookrightarrow J_2 = 2J_0$

В случае линзы $A_1 = m\pi A_0$, т.к. волны в силу таутохронизма приходят в фазе. Тогда

$J_1 = m^2\pi^2 A_0^2$.

Откуда $\frac{J_1}{J_2} = \frac{m^2\pi^2 A_0^2}{2A_0^2} = \frac{m^2\pi^2}{2} \approx 150$

Задача 6.50



$r_{отв} = \sqrt{3 R_0 \lambda}$

$J(P) - ?$

$z > R_0$ при каких z $J = J_{min}$

$I(P) = (3\pi A_0)^2 = 9\pi^2 J_0$ – т.к. волны в фазе

Для расх. пучка $r_m^2 = m\frac{ab}{a+b}\lambda \hookrightarrow \frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Для сх-ся пучка $\frac{m\lambda}{r_m^2} = -\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Для нашего случая

$r_m^2 = m\frac{ab}{a-b}\lambda \overset{\text{по усл}}{=} 3R_0\lambda$ $\quad a = R_0,\ b = z$

$m = 3R_0 \frac{a-b}{ab} = \frac{R_0 - z}{R_0 z} 3R_0$

При $z > R_0$ min J будет в чётных зонах.

И т.к. волновой фронт расходящийся, то номера зон будут отрицательными.

$m = -2 = \frac{3R_0 - 3z}{z} \hookrightarrow -2z = 3R_0 - 3z$

$z = 3R_0$

$m = -4 = \frac{3R_0 - 3z}{z} \hookrightarrow z = -3R_0$ – не годится, т.к. с другой стор.

Остаётся единств. решение $\underline{\underline{3R_0}}$

Задача 6.64

$\lambda = 3$ мм

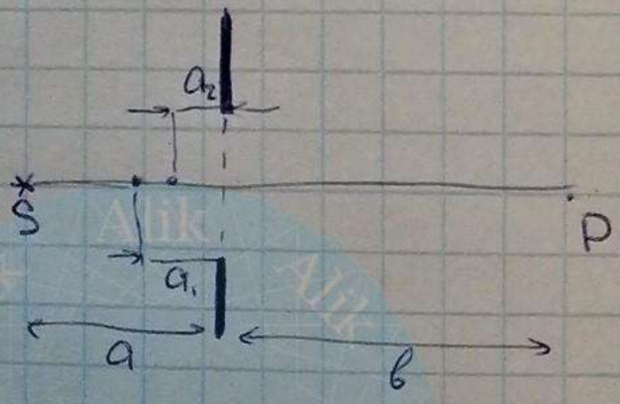
$D = 30$ см

$a = b = 150$ см

$J_0 = A_0^2$

$J, J_1, J_2 - ?$

$a,\ a_1 = \frac{a}{3},\ a_2 = \frac{a}{5}.$



$$m_0 = \frac{2R^2}{\lambda b} = \frac{2 \cdot 15^2}{0{,}3 \cdot 150} = 10 \text{ зон}$$

Открыто $m' = \frac{10}{2} = 5$ зон $\quad A_1' = \frac{bA_0}{b+b} = \frac{A_0}{2}$

$$I = (\underbrace{2A_1'}_{A_0} m')^2 = 25 J_0$$

② S на расст. $\frac{a}{3} - a_1$

$$R^2 = m_2 \frac{b/3\ b}{b/3 + b} \lambda \hookrightarrow m_2 = \frac{4R^2}{\lambda b} = 20$$

На каждой открытой по 2 новых зоны.

$I_2 = 0$. (чётн. число зон)

③ $a_2 = \frac{a}{5}$

$$R^2 = m_3 \frac{\frac{b}{5} b}{\frac{b}{5} + b} \lambda = \frac{m_3 b \lambda}{6} \hookrightarrow m_3 = \frac{6 R^2}{b \lambda} = 30 \text{ зон}$$

На каждой открытой по 3 новых зоны, а т.к. 2 соседние сокращ., то по 1 новой зоне.

$$m' = \frac{m_0}{2} = 5. \qquad A_3' = \frac{b A_0}{b + \frac{b}{5}} = \frac{5}{6} A_0$$

$$I_3 = (2 A_3' \cdot m')^2 = 70 I_0$$

Задача 7.5.

$h = 1$ км
$l = 2$ см

Минимально разрешимое расст. $l_{min} \approx 1{,}22 \frac{\lambda}{D} h$.

Скажем $D = 1$ см, $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см

Тогда $l_{min} \approx 7{,}3$ см – min расст. между точками, которые орёл может различить.

Ответ: нет

Задача 1°.

Интенсивность излучения в направл. падающей волны вычисляется как

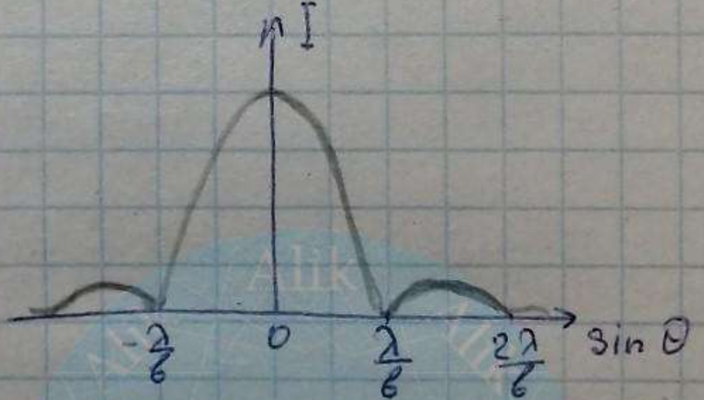
$$I_m = I_0\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z}\right)^2 \sim R^4$$

Освещённость прямо пропорц. потоку, кот. прямо пропорционален интенсивности и обратно площади, но т.к. смотрим освещ. в центре то $dS = const \hookrightarrow E \sim I_m \sim R^4 \sim D^4$.

Ответ: увеличится в 16 раз.

Задача 2°

$$\frac{b = 10\lambda}{I_1/I_0 - ?}$$



Первый дифр. max нах-ся на $\frac{3\lambda}{2b}$, т.е. $\sin\theta = \frac{3\lambda}{2b}$:

$$I_1 = I_0\left(\frac{\sin\frac{kb\sin\theta}{2}}{\frac{kb\sin\theta}{2}}\right)^2 = I_0\left(\frac{\sin\frac{3b\cdot k\lambda}{2\cdot 2b}}{\frac{kb3\lambda}{4b}}\right)^2 =$$

$$\overset{k=\frac{2\pi}{\lambda}}{=} I_0\left(\frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = I_0\cdot\frac{4}{9\pi^2}$$

Ответ: $I_1/I_0 = \frac{4}{9\pi^2} \approx 0{,}045$

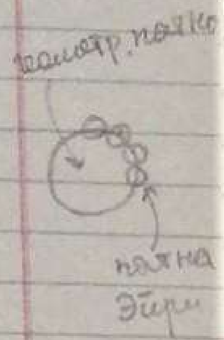
Задача 7.16

$L = 10$ см

$\lambda = 5000$ Å

$D - ?$

Пятно складывается из геометр. изобр. и дифф. Фраунг.



$$D_п = D + 2 \cdot 1{,}22 \frac{\lambda}{D} L$$

Чтобы найти минимум, посчитаем произв.:

$$\frac{dD_п}{dD} = 1 - 2{,}44 \frac{\lambda L}{D^2} = 0 \quad \hookrightarrow \quad D = \sqrt{2{,}44 \lambda L}$$

Ответ: $D = \sqrt{2{,}44 \lambda L} \approx 0{,}35$ мм.

Задача 7.48

$D = 5$ м

$\delta_{чувств.} = 0{,}01$

$r - ?$

$1{,}22 \frac{\lambda}{D} L = r_0$ - видимый размер пятна

В телескопе площ. пятна

$$S_0 = \pi r_0^2 = \pi \left(1{,}22 \frac{\lambda L}{D}\right)^2$$

Тогда $0{,}99 = \frac{S_0 - \pi r^2}{S_0} = 1 - \frac{\pi r^2 D^2}{\pi \left(1{,}22 \frac{\lambda L}{\cancel{D}}\right)^2}$ $\hookrightarrow$ $\frac{r^2 D^2}{1{,}49 \lambda^2 L^2} = 0{,}01$

Откуда $r \approx \frac{\lambda L}{D}\sqrt{0{,}015} \approx 488$ см $\left(\begin{matrix} L \sim 4 \cdot 10^5 \text{ км} \\ \lambda \sim 5000 \text{ Å} \end{matrix} \right)$

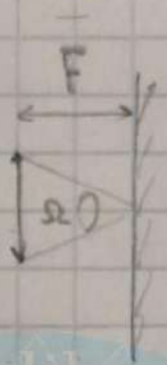
Ответ: $r \approx \underline{\underline{4{,}9 \text{ м}}}$

Задача 7.54

$\alpha = 10 = \dfrac{E_{неб}}{E_{зв}}$

$\beta = 10$

$\dfrac{D'_2}{D_1}$ - ?



$E_{неба} \propto \Omega \propto D^2$

Т.к. звезда - точечн. объект, то на фотопл. она будет в виде пятна Эйри.

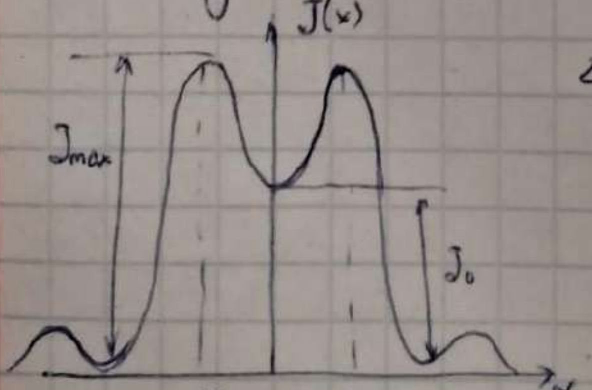
$$E_{зв} \propto \frac{\Phi}{S_{пятна}} \propto \frac{D^2}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{D}F\right)^2} \propto D^4$$

$$S_{пятна} = \frac{\pi d^2_{дифр}}{4} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{D}F\right)^2$$

$$\alpha = \frac{E_{н.}}{E_{зв}} = \frac{\overset{=const}{k}}{D_1^2} \qquad \beta = \frac{E_{зв}}{E_{н}} = \frac{D'^2_2}{k}$$

$$\frac{D'^2_2}{D_1^2} = \alpha\beta \hookrightarrow \frac{D'_2}{D_1} = \sqrt{\alpha\beta} = 10$$

Задача 7.83



$$\Delta X = 1{,}22\,\frac{\lambda z}{D}$$

$$J_0 = 0{,}8\,J_{max}$$

$\dfrac{J(0)}{J(x_0)}$ — ? если

а) на когер.

б) если разн. фаз $\pi/2$

В случае когда источники некогерентны

$$|E_1 + E_2|^2 = |E_1^2| + |E_2|^2 = 0{,}8$$

Если они когерентны, то:

$$|E_1 + E_2|^2 = \underset{\parallel \atop E^2}{E_1^2} + \underset{\parallel \atop E^2}{E_2^2} + 2\underset{\parallel \atop E^2}{E_1 \cdot E_2} = 0{,}8 + 0{,}8 = 1{,}6$$ (интенсивн. один. → $E_1 = E_2$)

В месте пересечения источников будет интерференционная картина.

Если источн. излучают с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$, то $E_1 \cdot E_2 = 0$ и $|E_1 + E_2|^2 = 0{,}8$.

Ответ: при синфазном $\frac{J(0)}{J(x_0)} = 1{,}6$.

при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\quad \frac{J(0)}{J_m} = 0{,}8$

Задача 7.10

$H = 5$ км

$l = 2,5$ см

$n = 500$ штр/мм

$v = 360$ км/ч

$f - ?$ $D - ?$

$\tau - ?$

Угол, разрешаемый по дифракции. $\theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ $\Rightarrow l = 1,22 \frac{\lambda H}{D}$

Угол разр. на плёнке $\theta_2 = \frac{1}{nf}$ $\Rightarrow l = \frac{H}{nf}$

Чтобы увидеть $l = 2,5$ см, необх. чтобы $D \geq 1,22 \frac{\lambda H}{l} = 10$ см

$f \geq \frac{H}{nl} = 40$ см

Размытия картины не будет, если отнош. смещения объекта в системе, связ. с самолётом, к высоте полёта будет < отношения зерна плёнки к фокусному расст. фотоап.:

$$\frac{v\tau}{H} < \frac{1/n}{f} \hookrightarrow \tau < \frac{H}{vnf} \approx 0{,}25 \cdot 10^{-3}\,c$$

Задача 7.53

$N = 10$ Вт
$\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц
$D = 50$ см
$d = 5$ мм
$n = 60$ квант/с

$L - ?$

Будем считать, что мощность равномерно распр-ся по пятну.

Чтобы увидеть свет лазера, необх., чтобы мощность света, попад. в глаз была больше той, которую видит глаз.

Размер пятна

$$\frac{d_n}{L} \approx \psi = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \qquad d_n = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} L$$

$$L = d_n \frac{D}{1{,}22} \frac{\nu}{c}$$

Считая, что мощн. равном. распр.:

$$N \cdot \frac{d^2}{d_n^2} \geq n h \nu \hookrightarrow d_n^2 \leq d^2 \frac{N}{n h \nu}$$

$$d_n \le d\sqrt{\frac{N}{nh\nu}} \hookrightarrow L \le \frac{dD}{1,22\lambda}\sqrt{\frac{N}{nh\nu}} =$$

$$= \frac{Dd}{1,22c}\sqrt{\frac{N\nu}{nh}}$$

Ответ: $L \le 2,6\cdot 10^{11}$ м

Задача 7.59

$a = 0,9$

$n = 1,6$

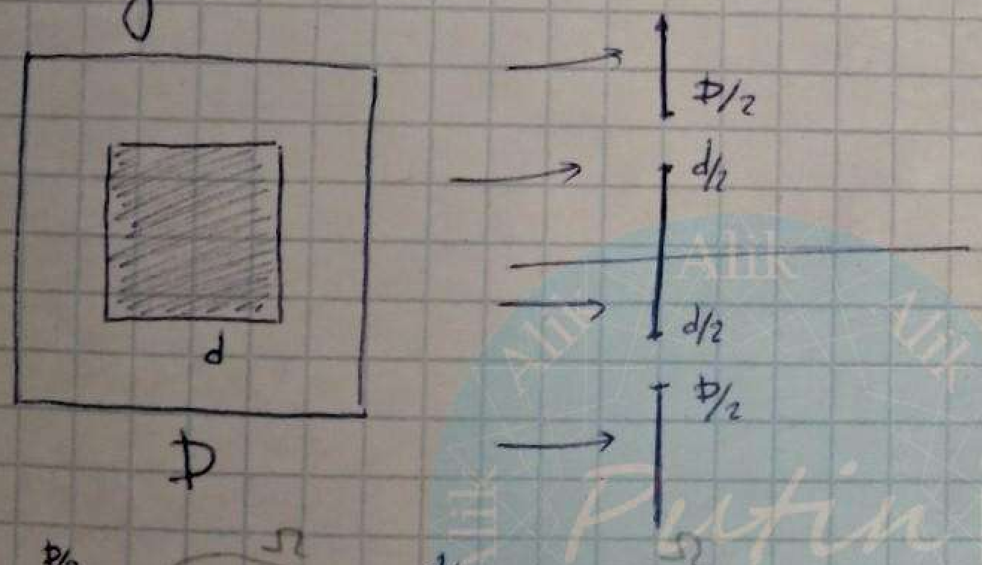
$\lambda = 5500\,\text{Å}$

$\delta_1, \delta_2 - ?$

$$\delta_1 = \frac{0,5\,\lambda}{a} = 0,3 \text{ мкм}$$

$$\delta_2 = \frac{0,5\,\lambda}{n\,a} = 0,19 \text{ мкм}$$

Задача 7.33



$$\int_{-D/2}^{D/2} e^{i\overbrace{kx\sin\varphi}^{\Omega}}dx - \int_{-d/2}^{d/2} e^{i\overbrace{kx\sin\varphi}^{\Omega}}dx = \frac{1}{i\Omega}\Big[e^{i\Omega\frac{D}{2}} - e^{-i\Omega\frac{D}{2}} -$$

$$- \left(e^{i\Omega\frac{d}{2}} - e^{-i\Omega\frac{d}{2}}\right)\Big] = \frac{2\sin\Omega\frac{D}{2}}{\Omega} - \frac{2\sin\Omega\frac{d}{2}}{\Omega} =$$

$$= \frac{4}{\Omega}\cos\frac{D+d}{4}\Omega\cdot\sin\frac{D-d}{4}\Omega =$$

$$= (D-d)\ \frac{\sin\Omega\frac{D-d}{4}}{\Omega\frac{D-d}{4}}\ \cos\Omega\frac{D+d}{4}$$

$$I \propto (D-d)^2\ \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\ \cos^2\Omega\frac{D+d}{4}$$

$1^{й}$ min $\quad \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\,\frac{D+d}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$\downarrow$$

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{D+d}$$

В отсутствие экрана $\sin\varphi_0 = \frac{\lambda}{D}$

Когда есть экран и нет экр.:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{D}{D+d} \longrightarrow \left.\frac{\varphi}{\varphi_0}\right|_{max} = \lim_{d\to D}\frac{D}{D+d} = \frac{1}{2}$$

Задача 8.2

Дано:

$dn/d\lambda = 956\ см^{-1}$

$\lambda_1 = 5890\ Å$

$\lambda_2 = 5896\ Å$

---

b_{min} - ?

Для призмы с основанием b:

$R = b\frac{dn}{d\lambda}$

Также $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} + \frac{\lambda_2}{\Delta\lambda}\right) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{2}$

Откуда $b = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot \frac{1}{dn/d\lambda} = 1\ см$

Задача 1°

Дано:

$d = 10$ мкм

$\lambda_1 = 5890 \text{Å}$

$\lambda_2 = 5896 \text{Å}$

$m = 2$

$\delta\varphi$ – ?

Условие на max для дифр. решетки

$d \sin\varphi = m\lambda$.

Продифференцируем:

$d \cdot \cos\varphi \cdot \delta\varphi = m\,\delta\lambda$.

Т.к. углы φ малы, то $\cos\varphi \approx 1$.

$\delta\varphi = \frac{m\,\delta\lambda}{d} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ рад

Задача 2°

$D = 10^3 d$

$R_1 - ?$

$R_2 - ?$

Ширина прозр. штрихов равна $\frac{d}{2} = b$

Для дифр. решетки условие max. есть

$d \sin\theta = m\lambda$. Но он не осуществится, если он приходится на минимум $b \sin\theta = n\lambda$ так как:

$$I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right)} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right)}{\sin \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta} \right)^2$$

В нашем случае $b = \frac{d}{2}$, тоесть при $m = n\frac{d}{b} = 2n$, $n = 1, 2, 3$

максимум уйдёт – интенсивность равна 0. $I\big|_{m=2} = 0$

Значит $R_2 = 0$

Для R_1 всё хорошо и для дифр. решетки $R = mN = m\frac{D}{d}$

Откуда $R_1 = 10^3$

Задача 8.39

$D = 0{,}1$ см

$\delta\lambda = 5$ нм

$\lambda = 500$ нм

L_{min} - ?

Угловой размер источника $\psi = \frac{D}{L}$

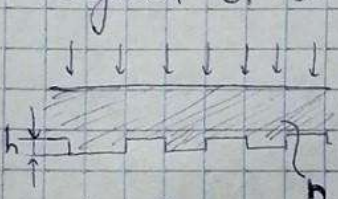
$\rho_{ког} = \frac{\lambda}{\psi} \geq Nd$

Из того, что $R \leq m_{max} N = \frac{d \cdot 1}{\lambda} \cdot N \hookrightarrow N \geq \frac{\lambda R}{d}$

Значит $\psi \leq \frac{\lambda}{Nd} \leq \frac{1}{R}$

Подставляя ψ: $\frac{D}{L} \leq \frac{1}{R} \hookrightarrow L \geq R \cdot D = D\frac{\lambda}{\delta\lambda} = 0{,}1$ м $= 100$ см

Задача 8.19



h – ?

I_0 – ?

Рассчитаем возникающую разность хода, считая все углы малыми.

$$e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\varphi\frac{d}{2}} \underset{\uparrow \atop d\sin\varphi = m\lambda}{=} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda m}{d}\frac{d}{2}} = e^{i\pi m}$$

Таким образом разность хода суммарная (на 1й min) будет $\frac{\lambda}{2} + h(n-1) = m\lambda$, откуда $h = \frac{\lambda(m - 1/2)}{n-1}$, $m = 1, 2, \ldots$

Нулевой максимум соотв. $\theta = 0$

Т.к. $b = \frac{d}{2}$ и сдвиг фаз $\frac{\lambda}{2}$, то ~~первого~~ нулевого max не будет. (как в 2°, но со сдвигом фаз $\frac{\lambda}{2}$)

Задача 8.61

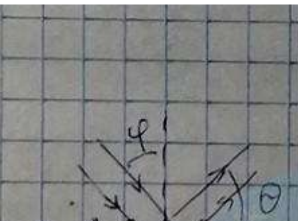
Дано:

$\lambda = 2{,}8\,\text{Å}$

$\varphi = 30^\circ$

$L = 0{,}56$ мм

$\delta\theta - ?$



Условие максимума, т.е. прихода всех отраж. лучей в фазе

$$2d\sin\theta = m\lambda$$

$$2d\cos\theta\,\delta\theta = m\,\delta\lambda$$

Откуда $\delta\theta = \dfrac{\delta\lambda\cdot m}{2d\cos\theta} = \dfrac{\delta\lambda\cdot m}{2\frac{L}{N}\cos\theta} = \dfrac{\lambda/R\; Nm}{2L\cos\theta} = \dfrac{\lambda}{2L\cos\theta} =$

$R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda}$

$$= \frac{\lambda}{2L\sin\varphi} = 5\cdot10^{-7}\ \text{рад}$$

Задача 8.78

Дано

$\rho = 99\%$

$L = 1$ м

$\lambda = 0,63$ мкм

$\delta\nu, \Delta\nu - ?$

Подсчитаем потери за 1 радиан:

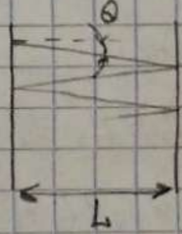
$$\frac{W(1-\rho)\cdot 2}{\frac{2L}{\lambda}\cdot 2\pi} = \Delta W_{1\text{рад}}$$ — т.к. 2 раза отраж. за время $\frac{2L}{c}$, и $T = \frac{\lambda}{c}$

$$Q = \frac{W}{\Delta W_{1р}} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)}$$

Ширина резонансн. кривой

$$\delta\nu = \frac{\nu}{Q} = \frac{c}{\lambda Q} \quad \left(\text{т.к. } Q = \frac{\nu}{\delta\nu}\right)$$

для соседних максимумов:



$$2L\cos\theta = m\lambda$$

$$2L\cos\theta = (m-1)(\lambda + \Delta\lambda)$$

Откуда $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m-1} \hookrightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$, т.к. $m \gg 1$. $\quad m\lambda = 2L$

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{c\,\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{c\,\lambda}{\lambda^2 m} = \frac{c}{2L}$$

Ответ. $Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)} = 10^9$, $\delta\nu = \frac{c}{\lambda Q} = 0,5$ МГц, $\Delta\nu = \frac{c}{2L} = 150$ МГц

Задача 8.37

Дано:

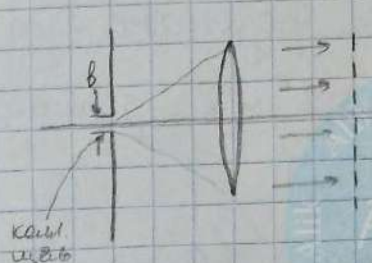
$f = 20$ см

$N = 1000$

$d = 0{,}001$ см

$\lambda = 5000\,\text{Å}$

$b - ?$



$$\rho_{ког} = L = N \cdot d = \frac{\lambda f}{b}$$

Откуда $b \le \dfrac{\lambda f}{Nd} = 10^{-3}$ см

Угловой размер щели

$$\psi = b/f$$

Тогда

$$\rho_{ког} = \frac{\lambda}{\psi} = \frac{\lambda}{b/f} = \frac{\lambda f}{b}$$

Задача 8.47.

Дано:

$\lambda = 1,06$ мкм

$\tau = 1$ нс

$n = 1500$ штр/см

$m = 2$

$L - ?$

$$d \sin\theta = m\lambda$$

разн. хода $\Delta = L \sin\theta = L \frac{m\lambda}{d}$

$$\tau = \frac{\Delta}{c} = L \frac{m\lambda}{dc} \hookrightarrow L = \frac{c\tau d}{\lambda m} = 95 \text{ см}$$

Если $\Delta t > \tau$, то из спектра импульсы будут наезжать друг на друга

Задача T5

Дано:

$\lambda = 6563\ \mathring{A}$

$\delta\lambda \approx 0{,}16\ \mathring{A}$

$\rho = 0{,}9$

L - ? $\Delta\lambda$ - ?

θ_1 - ? $\frac{d\theta}{d\lambda}$ - ?

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi L\sqrt{\rho}}{\lambda(1-\rho)} \hookrightarrow L = \frac{\lambda^2(1-\rho)}{2\pi\sqrt{\rho}\,\delta\lambda} = 0{,}045\,\text{см}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nL} = 4{,}8\ \mathring{A}$$

$$2L(1-\cos\theta) = 1\cdot\lambda \hookrightarrow \theta_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{L}} = 0{,}0382 = 2{,}2^\circ$$

$$2L\frac{\theta^2}{2} = \lambda \qquad 2L\theta\, d\theta = d\lambda$$

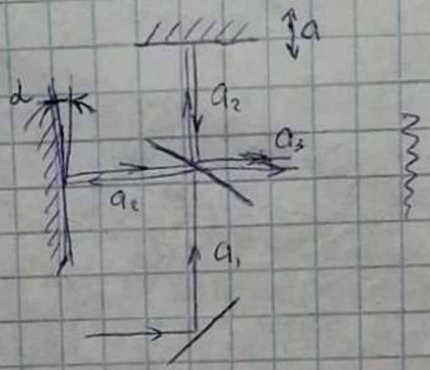
Откуда $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{2L\theta} = 290\,\text{см}^{-1} = 2{,}9\cdot 10^{-6}\ \mathring{A}^{-1}$

Задача Т6

Дано:

$\lambda = 0{,}6$ мкм

a_{min} - ?



Соответственно набег. разность хода

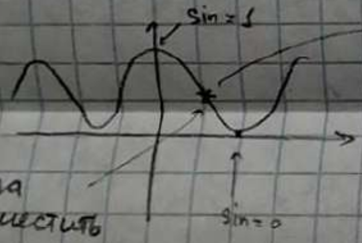
$$e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\cdot\alpha + \frac{2\pi}{\lambda}z\right)} + e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}z + \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2a\cos\Omega t\right)}$$

где $z = a_1 + 2a_2 + a_3$, а Ω - частота колебаний.

получим, что это $\sim \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}x\alpha - 2a\cos\Omega t\frac{\pi}{\lambda}\right)$

$I \sim 1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}(x\alpha - 2a\cos\Omega t)$ - т.к. $I \sim \cos^2$ и по форм. 2го угла

$$I \sim 1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}x\alpha\cdot \overset{a \text{ мало} \to \cos = 1}{1} + \sin\frac{2\pi}{\lambda}x\alpha\cdot\frac{2\pi}{\lambda}2a\cos\Omega t$$



$\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\alpha = \frac{1}{2}$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\cancel{2}a\cdot\frac{1}{\cancel{2}} = 10^{-10}$$

$$a \approx 10^{-10}\frac{0{,}6\cdot 10^{-6}}{6} = 10^{-16}\text{ см} \approx 10^{-15}\text{ см}$$

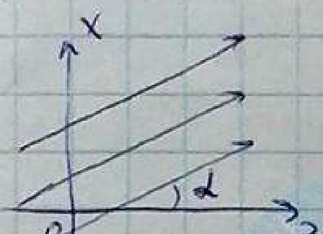
опечатка в ответе

Задача 1°

Дано:

α, λ

E, I в $z=0$?



$$E = E_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} =$$

$$= \underbrace{E_0 e^{i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}}_{\hat{E}_0} \cdot e^{-i\omega t}$$

Для $z=0$ получим:

$$\hat{E}_0 = E_0 e^{ikx\sin\alpha} = E_0 e^{i\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\alpha}$$

$$I = \overline{E \cdot E^*} = E_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \cdot E_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} = E_0^2$$

Разность фаз $kL\cos\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} L\cos\alpha$

Задача 2°

A, $\tau(x) = \cos^2(\Omega x)$

простр. частоты - ?
амплит. - ?

$$A\tau(x) = A\cos^2(\Omega x) = A\left(\frac{1+\cos 2\Omega x}{2}\right) =$$

$$= \frac{A}{2} + \frac{A}{2}\cos(2\Omega x) =$$

$$= \frac{A}{2} + \frac{A}{4}e^{i2\Omega x} + \frac{A}{4}e^{-i2\Omega x}$$

Простр. частоты: 2Ω и 0, амплитуды: $\frac{A}{2}$ и $\frac{A}{4}$.

Задача 3°

b

$\Delta k_x - ?$

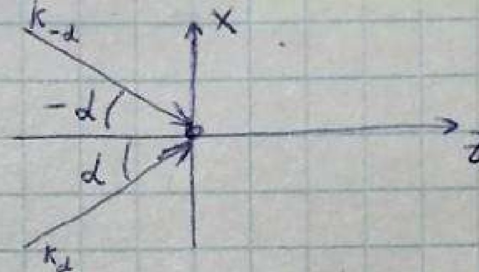
Для щели $I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$

где $u = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$

$\sin \theta_{min} = \frac{\lambda}{b} = \frac{\Omega_{min}}{k}$ $\quad b \cdot \Omega_{min} = \lambda k = 2\pi = const$

$$\underset{\Delta\Omega_{min}}{\underset{|||}{\Delta k_x}} \cdot \overset{b}{\overset{\shortparallel}{\Delta x}} = 2\pi \longrightarrow \Delta k_x = \frac{2\pi}{b}$$ – ширина спектра

9.1



1, a

0, α, −α

V − ?

Сумма трёх волн даёт:

$$A_c(x,z) = e^{ikz} + a e^{i(ux+\sqrt{k^2-u^2}\,z)} + a e^{i(-ux+\sqrt{k^2-u^2}\,z)} =$$

$$= e^{ikz} + a e^{i(ux+kz\cos\alpha)} + a e^{i(-ux+kz\cos\alpha)}$$

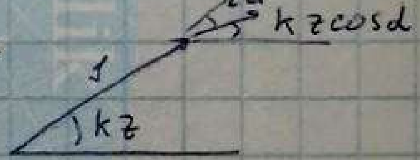
Для $z=0$:

$$A_c(x,0) = 1 + a e^{iux} + a e^{-iux} = 1 + 2a\cos(ux)$$

Найдём плоскости, в кот. контраст max и min:

Имеем $A_c(x,z) = e^{ikz} + e^{ikz\cos\alpha}\cdot 2a\cos(ux)$

это сумма двух векторов



Разность фаз векторов

$$\Delta\varphi = kz(1-\cos\alpha)$$

Экстремумы будут там, где $\Delta\varphi = \pi n$. При $x=0$ для чётного n будут max, для нечётн. − min

$$z_n = \frac{\pi n}{k(1-\cos\alpha)} = \frac{n\frac{\lambda}{2}}{1-\cos\alpha}$$

На экране получим чередование max и min при изменении x.

$(a^2 \approx 0)$

$$V_{max} = \frac{A_{max}^2 - A_{min}^2}{A_{max}^2 + A_{min}^2} = \frac{(1+2a)^2 - (1-2a)^2}{(1+2a)^2 + (1-2a)^2} \approx 4a$$

Плоскости, в кот. амплитуда почти не мен-ся,

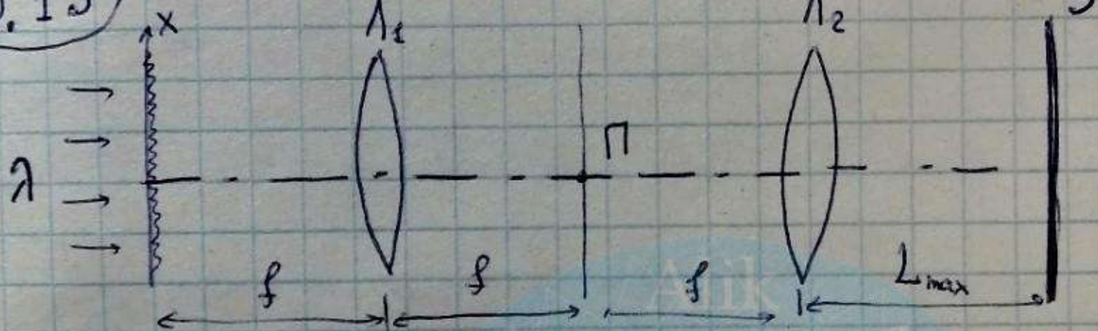
т.е. $V=0$ задаются $\Delta\varphi = \pi n + \frac{\pi}{2}$, т.е.

$$z_n = \frac{\frac{\pi}{2}(2n+1)}{k(1-\cos\alpha)} = \frac{n\frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{4}}{1-\cos\alpha}.$$

Ответ: $V_{max} = 4a$ при $z = \dfrac{n\frac{\lambda}{2}}{1-\cos\alpha}$

$V_{min} = 0$ при $z = \dfrac{n\frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{4}}{1-\cos\alpha}$

9.15



$\nu = 20$ МГц

ΔL - ?

L_{max} - ?

$D = 4$ см

$v = 1{,}5$ км/с

$\lambda = 0{,}5$ мкм

Период стоячей волны (фаз. реш.)

$$d = \frac{v_{зв}}{\nu} = 75\text{ мкм}$$

Проволочка „убирает" центр. волну и остаётся только $\frac{\alpha}{2}e^{i\Omega x} + \frac{\alpha}{2}e^{-i\Omega x}$

$$g(x) = \frac{\alpha}{2}e^{i\Omega x} + \frac{\alpha}{2}e^{-i\Omega x} = \alpha\cos\Omega x$$

$$gg^* = \alpha^2\cos^2\Omega x = \frac{\alpha^2}{2}(1+\cos 2\Omega x)$$

Откуда $2\Omega \underset{\Delta L}{x} = 2\pi$ - период $\hookrightarrow$ $\Delta L = \frac{\pi}{\Omega} = \frac{\pi}{k\sin\gamma} = \frac{\overset{d}{\lambda}}{2\sin\gamma} = \frac{d}{2}$

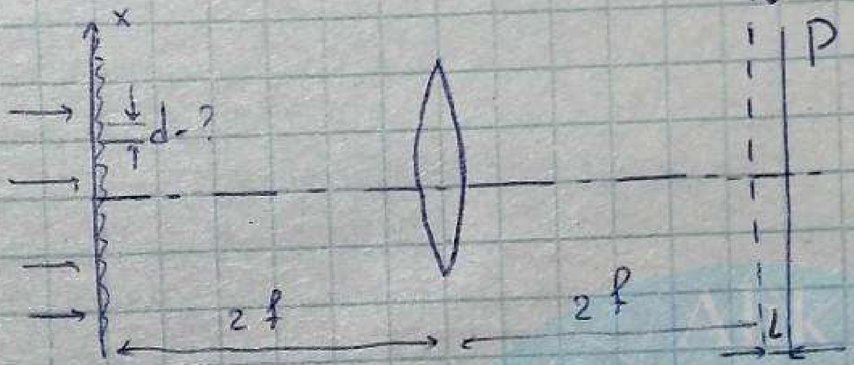
$$L_{max} = \frac{D/2}{tg\gamma} = \frac{D}{2\gamma} = \frac{D}{2}\cdot\frac{d}{\lambda} = 300\text{ см}$$

$$\Delta L = 37{,}5\text{ мкм}$$

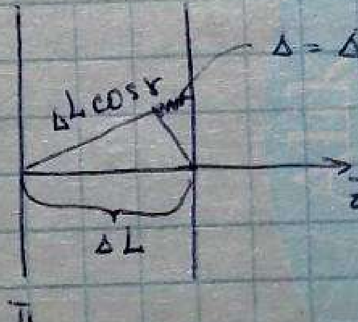
9.22

$l = l_1 = \Delta L$ – перв. контр. из.

l_m – ?



Три волны: $0, \pm\dfrac{\lambda}{d}$.



$$\Delta = \Delta L - \Delta L\cos\gamma = 2\Delta L \sin^2\frac{\gamma}{2}$$

Разность фаз: (перв. контр. изобр.)

$$k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\, 2\Delta L\, \frac{\gamma^2}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{\lambda}\Delta L \frac{\lambda^2}{d^2} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \Delta L_1 = \frac{d^2}{2\lambda}$$

Откуда $d = \sqrt{2\lambda\Delta L_1}$

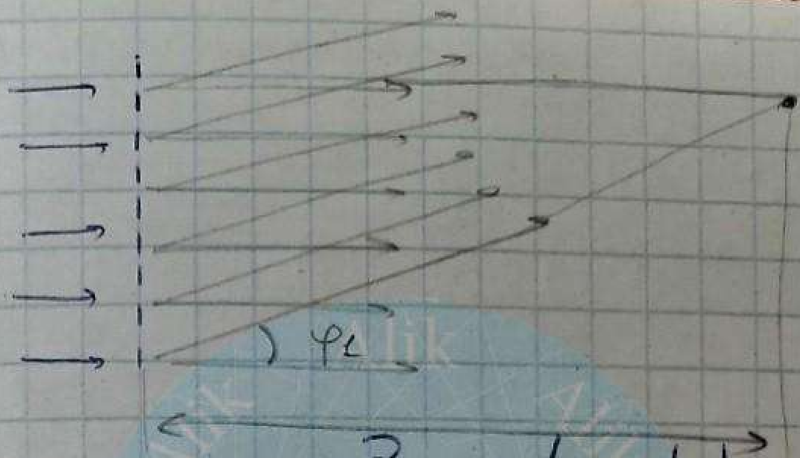
В общем случае

$$k l (1-\cos\gamma) = \frac{\pi}{2} + m\pi \qquad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$l_m = \frac{d^2}{\lambda}\left(m + \frac{1}{2}\right) = \Delta L\,(2m+1)$$

9.26

L, d, λ



$d \sin\varphi = m\lambda$

$\varphi_1 = \frac{\lambda}{d}$

$z_{max} = \frac{L}{\varphi_1} = \frac{Ld}{\lambda}$

Плоскости саморепродукции

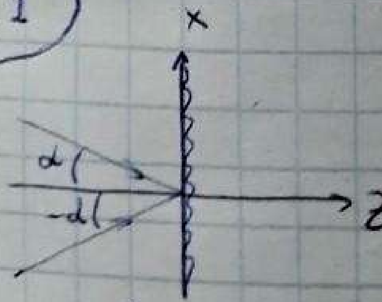
Разность фаз: $k z_m - k z_m \cos\varphi_1 = k z_m (1 - \cos\varphi_1) =$

$= \frac{2\pi}{\lambda} z_m \frac{\lambda^2}{2d^2} = \frac{\pi z_m \lambda}{d^2} = 2\pi m$

Откуда $z_m = \frac{2d^2}{\lambda} m$; $\Delta z = \frac{2d^2}{\lambda}$

Значит $N = \frac{z_{max}}{\Delta z} = \frac{L \cancel{d}}{\cancel{\lambda}} \cdot \frac{\cancel{\lambda}}{2d^{\cancel{2}}} = \frac{L}{2d}$

9.11



$\lambda = 600$ нм, A_0, $\alpha = \pm 0{,}06$ рад

$\tau(x) = (1 + \sin \Omega x)/2 \qquad d = 10^{-3}$ см

простр. спектр - ?

Для волн

$$k_x = k \sin\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\alpha = 2\pi \cdot 10^{3}\ \text{см}^{-1}$$

Для решетки

$$\Omega = \frac{2\pi}{d} = 2\pi \cdot 10^{3}\ \text{см}^{-1} \quad \to \quad \Omega = k \sin\alpha$$

Значит $$\tau(x) = \left(1 + \frac{e^{i\Omega x} - e^{-i\Omega x}}{2i}\right)\cdot\frac{1}{2}$$

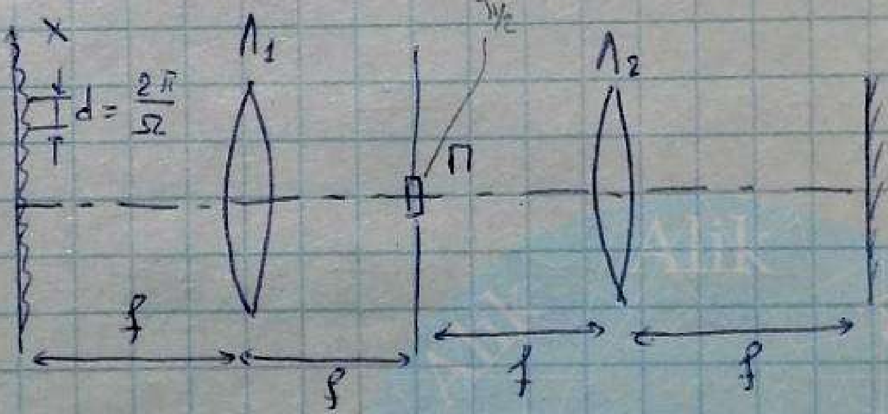
Подсчитаем результирующее поле от двух падающ. на решетку волн:

$$\left(A_0 e^{i\Omega x} + A_0 e^{-i\Omega x}\right)\tau(x) = \left(A_0 e^{i\Omega x} + A_0 e^{-i\Omega x}\right)\left(1 + \frac{e^{i\Omega x} - e^{-i\Omega x}}{2i}\right)\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= A_0\left(\frac{1}{2} e^{i\Omega x} + \frac{1}{4} e^{i(2\Omega x - \frac{\pi}{2})} + \frac{1}{2} e^{-i\Omega x} + \frac{1}{4} e^{-i(2\Omega x - \frac{\pi}{2})}\right)$$

За решеткой распр-ся 4 плоские волны в направл. $k \sin\Theta = \pm\Omega$ и $\pm 2\Omega$

9.17



$$\tau(x) = e^{im\cos\Omega x}, \quad m \ll 1$$

$$e^{im\cos\Omega x} = 1 + \frac{im}{2}\left(e^{i\Omega x} + e^{-i\Omega x}\right) \longrightarrow g(x) = i\left(1 + \frac{m}{2}\left(e^{i\Omega x} + e^{-i\Omega x}\right)\right) =$$

$$= i(1 + \cos\Omega x \cdot m)$$

$$I = gg^* = (1 + m\cos\Omega x)^2 = 1 + 2m\cos\Omega x +$$

$$+ \cancel{m^2\cos^2\Omega x}^{\,0} = 1 + 2m\cos\Omega x$$

Если пластина в $\frac{3\pi}{2}$, то $I = 1 - 2m\cos\Omega x$

9.28

$\tau_1(x) = (1+\cos\Omega x)\cdot\frac{1}{2}$

$\tau_2(x) = e^{im\cos\Omega x}$, $m \ll 1$

Как изм-ся отнош. интенс. волн, дифр. в ±1 пор., если сдв. 1 реш. вдоль оси x на четв. периода?
Разн. фаз в ±1 пор. -?

$$\tau_1(x) = \left(1+\frac{e^{i\Omega x}+e^{-i\Omega x}}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}$$

$$\tau_2(x) = 1+\frac{im}{2}\left(e^{i\Omega x}+e^{-i\Omega x}\right)$$

Ф-ция пропускания составной решётки:

$$T(x) = \tau_1(x)\cdot\tau_2(x) = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{i\Omega x}+\frac{1}{4}e^{-i\Omega x}\right)\left(1+\frac{im}{2}e^{i\Omega x}+\frac{im}{2}e^{-i\Omega x}\right)$$

После сдвига:

$$T(x) = \tau_1(x-\Delta x)\cdot\tau_2(x) = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{i\Omega(x-\Delta x)}+\frac{1}{4}e^{-i\Omega(x-\Delta x)}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(1+\frac{im}{2}e^{i\Omega x}+\frac{im}{2}e^{-i\Omega x}\right)$$

$$\Delta x = \frac{d}{4} = \frac{1}{4}\frac{2\pi}{\Omega} = \frac{\pi}{2\Omega}$$

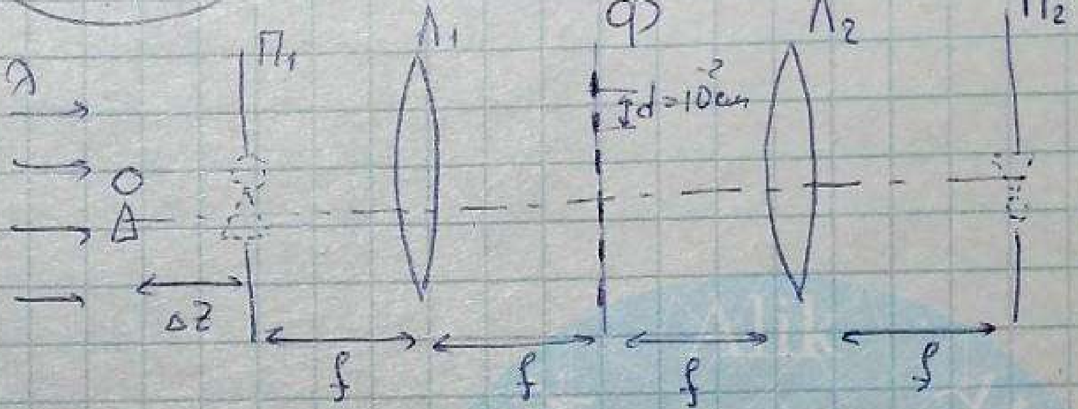
$$T_{+1}(x) = \frac{im}{4}e^{i\Omega x}+\frac{1}{4}e^{i(\Omega x-\frac{\pi}{2})} = \frac{1}{4}(1-m)e^{i(\Omega x-\frac{\pi}{2})}$$

$$T_{-1}(x) = \frac{im}{4}e^{-i\Omega x}+\frac{1}{4}e^{-i(\Omega x-\frac{\pi}{2})} = \frac{1}{4}(1+m)e^{-i(\Omega x-\frac{\pi}{2})}$$

$$\frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{1-m}{1+m}\right)^2 \qquad \Delta\varphi = 0$$

Ответ: $\frac{I_+}{I_-} = 1-4m$, $\Delta\varphi = 0$.

9.79



Δz_{min} - ?

$f = 10$ см

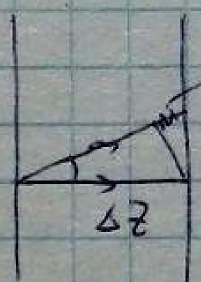
$\lambda = 5\cdot10^{-5}$ см

На щелях реш. волны

$$\sin\alpha_m = m\frac{d}{f} \longrightarrow \alpha = \frac{d}{f}$$

$$\Omega_m = k\sin\alpha_m = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{md}{f}$$

Набег фазы



$$\Delta = \Delta z(1-\cos\alpha)$$

$$\Delta\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\frac{\alpha^2}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\frac{d^2}{2f^2} = \frac{\pi d^2}{\lambda f^2}\Delta z$$

$\Delta\varphi = 2\pi$ для саморепр.

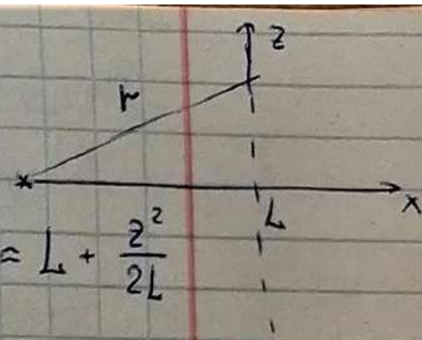
$$\Delta z = \frac{2\lambda f^2}{d^2} = \underline{\underline{100\text{ см}}}$$

Задача 1°.

λ, $x = L$

$\hat{E}$ - ? I - ?

$$\hat{E} \equiv f(r) = \frac{a_0}{r} e^{ikr}$$



$$r = \sqrt{L^2 + z^2} = L\sqrt{1 + \frac{z^2}{L^2}} \approx L + \frac{z^2}{2L}$$

$$f(x = L) = \frac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}} e^{ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)}$$

$$I = \frac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}} e^{ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)} \cdot \frac{a_0}{L + \frac{z^2}{2L}} e^{-ik\left(L + \frac{z^2}{2L}\right)} = \frac{a_0^2 4L^2}{(2L^2 + z^2)^2}$$

Задача 2°

$L, \lambda, 2\lambda$

Ф-ция пропускания по интенсивности: $f = 2a_0^2\left(1 + \cos\frac{kR^2}{2R_0}\right) = 2a_0^2\left(1 + \frac{1}{2}e^{i\frac{kR^2}{2R_0}} + \frac{1}{2}e^{-i\frac{kR^2}{2R_0}}\right)$

При восстановл. с длиной волны λ, будем получ. мнимое и действит. изобр. на расст. $\frac{R^2}{2R_0}$ от голограммы.

Если 2λ, то мним. и действ. изобр. нах-ся на $\frac{R^2}{2R_1}$ от гологр. Для создания того же изобр. фазы должны совп.

$$\frac{k_0 R^2}{2R_0} = \frac{k_1 R^2}{2R_1} \longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{R^2}{2R_0} = \frac{2\pi R^2}{2\lambda \cdot 2R_1} \longrightarrow R_1 = \frac{R_0}{2}$$

Ответ: в 2 раза ближе

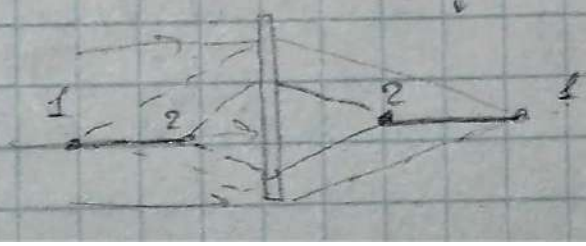
Задача 3°

Если предмет не точечный A —— B

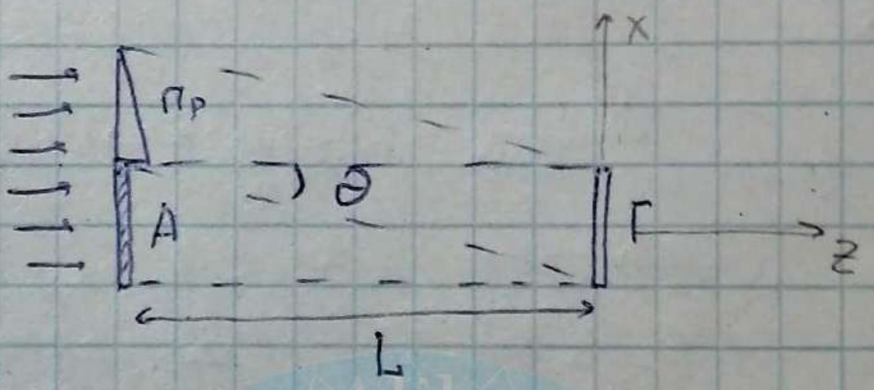
то мним. изобр. будет A' —— B',

а действит. B'' —— A'' - другая перспектива.

Восст.:   действит



9.32



$$E_1 = E_0 e^{ikz}$$

$$E_2 = E_0 e^{i(kz\cos\theta - kx\sin\theta)} \simeq E_0 e^{i(kz - kx\theta)}$$

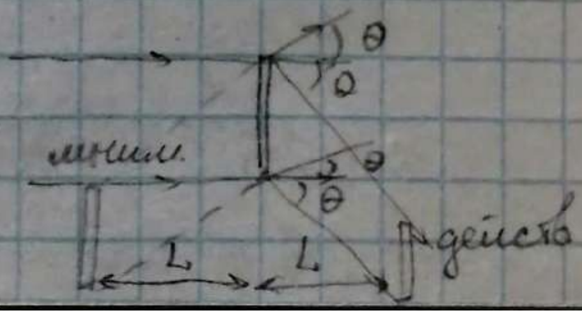
В пл-сти $z=0$: $\quad E_1 + E_2 = E_0 + E_0 e^{-ikx\theta}$

$$I(x) = E_0^2\left(1 + e^{-ikx\theta}\right)\left(1 + e^{ikx\theta}\right) = E_0^2\, 2\left(1 + \cos kx\theta\right) =$$

$$= E_0^2\left(2 + e^{ikx\theta} + e^{-ikx\theta}\right)$$

$$\tau(x) \sim I(x)$$

$$\tau(x) \sim 2 + e^{ikx\sin\theta} + e^{-ikx\sin\theta}$$



9.35

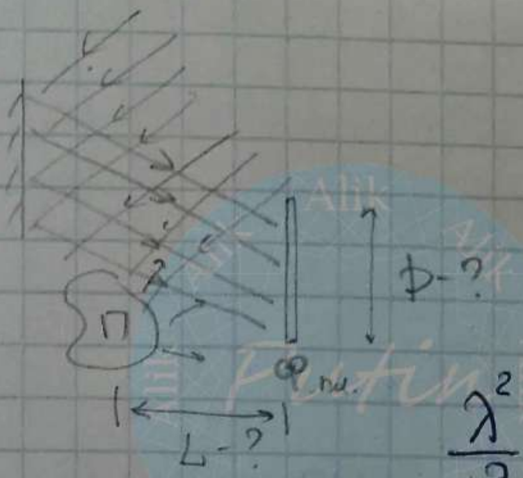
$L = 50$ см

$b = 0{,}01$ мм

$\lambda = 0{,}5$ мкм

$\Delta\lambda - ?$

$D - ?$



$$b \simeq \frac{\lambda}{D} L$$

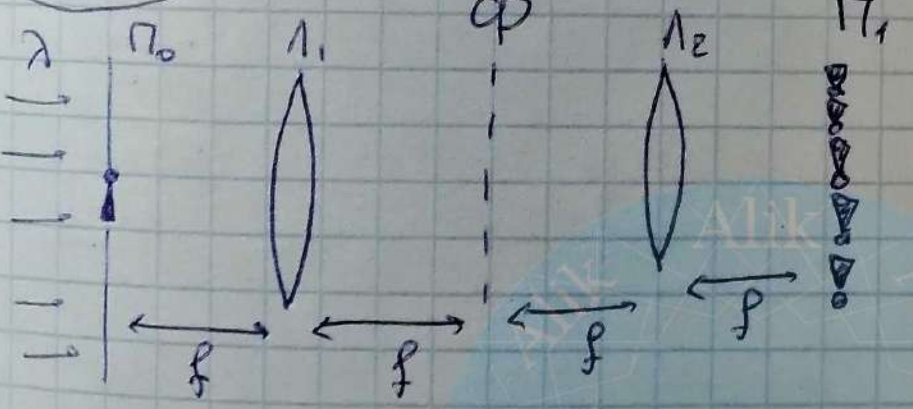
$$D = \frac{\lambda L}{b} = 2{,}5 \text{ см}$$

$$\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \geq \Delta_{max} = \sqrt{L^2 + \frac{D^2}{4}} - L =$$

$$= L\sqrt{1 + \frac{D^2}{4L^2}} - L \simeq L\left(1 + \frac{D^2}{8L^2}\right) - L = \frac{D^2}{8L}$$

$$\Delta\lambda \leq \frac{\lambda^2 \cdot 8L}{D^2} = \frac{8b^2}{L} = 1{,}6 \text{ нм}$$

(9.45)



$l = 5$ мм

$\lambda = 500$ нм

$f = 50$ см

d - ?

b - ?

N - ?

$\delta = 0{,}01$ мм

Напр. на максимумы:

$\sin\theta_m = \frac{m\lambda}{d}$ → в $П_1$ расст. между max $\frac{\lambda}{d}\cdot f$.

В системе размеры изобр. равны разм. объекта. Чтобы они не накладывались: $\frac{\lambda}{d} f \geq l$ откуда

$d \leq \frac{\lambda f}{l} = 5\cdot 10^{-3}$ см

$N \geq \frac{l}{\delta} = 50$ - число щелей решетки

Если надо набл. $m = 10$ изобр., значит должно быть 10 главн. дифр. max.

$m = 2\ \frac{\lambda}{b} : \frac{\lambda}{d} \longrightarrow b = \frac{2d}{m} = 5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ см = 10^{-3}\ см$

Ответ: $d = 5 \cdot 10^{-3}\ см$, $b = 10^{-3}\ см$, $N = 50$

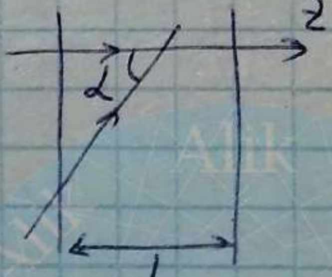
Задача 9.52

$L = 50$ мкм

$\lambda = 0{,}5$ мкм

$\alpha = 60^\circ$

$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}$ - ?



$$I(x,z) = \left(e^{ikz} + e^{i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(e^{-ikz} + e^{-i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}\right) =$$

$$= 2\left(1 + \cos\left(k\left(x\sin\alpha - z(1-\cos\alpha)\right)\right)\right)$$

При $z=0$: $\quad k\Delta x\sin\alpha = 2\pi \rightarrow \Delta x = \dfrac{\lambda}{\sin\alpha}$

При $x=0$: $\quad k\Delta z(1-\cos\alpha) = 2\pi \rightarrow \Delta z = \dfrac{\lambda}{1-\cos\alpha}$

Число слоёв, кот. пройдет луч света, падающий на пластинку нормально: $N = \frac{L}{\Delta z} = \frac{L(1-\cos\alpha)}{\lambda}$

Усл-ие Брэгга-Вульфа:

$2d\sin\frac{\alpha}{2} = \lambda_1 \qquad d = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$

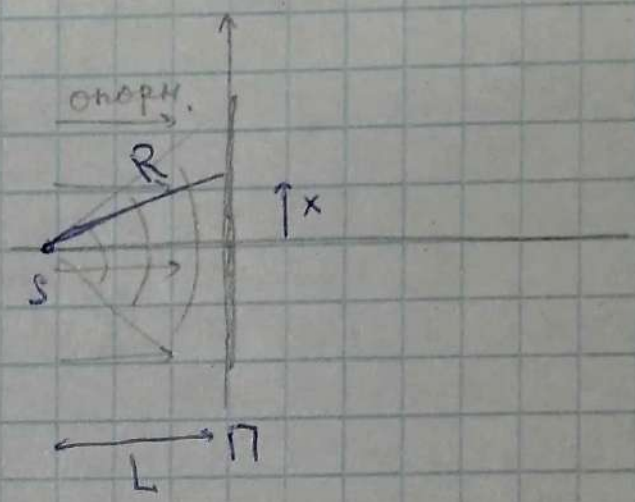
d - расст. между соседн. плоск. интерф. карт.

Откуда $\lambda = \lambda_1$.

$N = m \longrightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N = \frac{L(1-\cos\alpha)}{\lambda}$.

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{L(1-\cos\alpha)} = 0{,}02$

9.33



L, a_{min}, n, θ

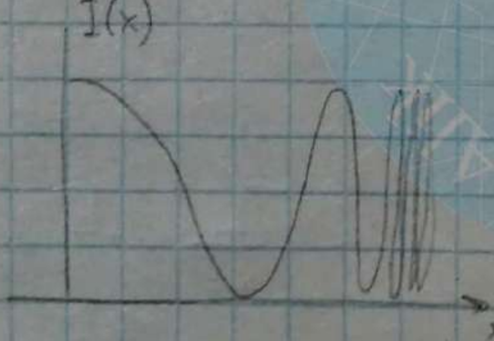
$b - ?\quad \tau - ?$

$$f(x) = 1 + \frac{a}{R} e^{ikR} \underset{a \approx R}{\simeq} 1 + e^{ikR} = 1 + e^{ikL} \cdot e^{ik\frac{x^2}{2L}}$$

$$R = \sqrt{L^2 + x^2} = L\sqrt{1 + \frac{x^2}{L^2}} \approx L\left(1 + \frac{x^2}{2L^2}\right) = L + \frac{x^2}{2L}$$

$$\tau(x) \equiv I(x) = |f(x)|^2 = \left(1 + e^{ikR}\right)\left(1 + e^{-ikR}\right) =$$

$$= 2(1 + \cos kR) = 2\left(1 + \cos\left(\underbrace{\cancel{kL}}_{2\pi m} + \frac{kx^2}{2L}\right)\right)$$

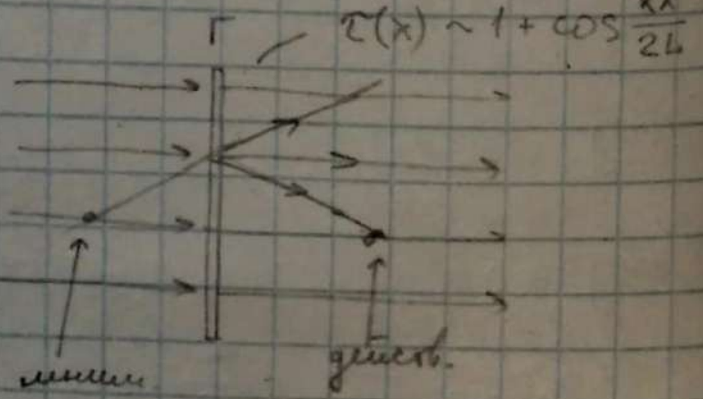


экстр. $\frac{kx^2}{2L} = m\pi \longrightarrow x_m^2 = m\lambda L$

$$\underbrace{2x}_{L_{min}}\, \underbrace{dx}_{1/n} = \lambda L\, \underbrace{dm}_{=1}$$

$$\boxed{L_{min} = n\lambda L}$$

$$b \approx \frac{2\lambda}{2L_{min}} L = \frac{1}{n}$$



9.36

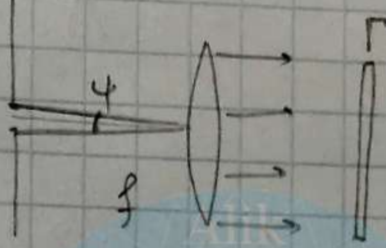
$\lambda = 630$ нм

$L = 1$ см

$\psi = 10^{-4}$

b_{min} - ?

$\Delta\lambda$ - ?



$$b \geq \frac{\lambda}{D} L \rightarrow b_{min} = \frac{\lambda}{D} L$$

$$\rho_{ког} \simeq \frac{\lambda}{\psi} = D$$

$$b_{min} = \frac{\lambda L}{\lambda}\psi = \psi L = 10^{-2} \text{ см}$$

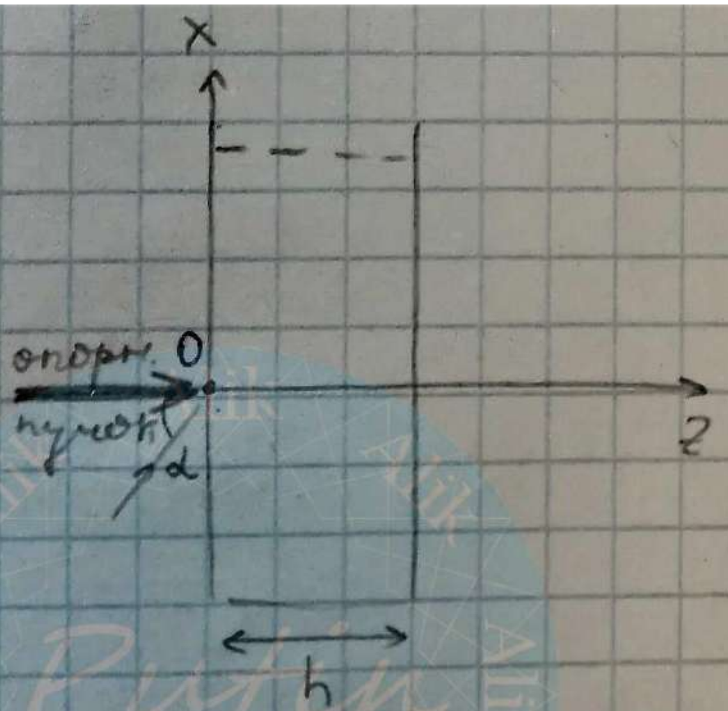
$$\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \geq \frac{D^2}{8L} \rightarrow \Delta\lambda \leq \frac{\lambda^2}{D^2} 8L = \psi^2 8L = 8 \cdot 10^{-6} \text{ см}$$

9.40

$h = 5$ мкм

$\alpha = 60^\circ$

$n = 1$



$$I(x,z) = \left| e^{ikz} + e^{ik(x\sin\alpha + z\cos\alpha)} \right|^2 =$$

$$= 2\left(1 + \cos\left(kx\sin\alpha - kz(1-\cos\alpha)\right)\right)$$

При $z = 0$

$$I(x) = 2(1 + \cos kx\sin\alpha)$$

$$k \Lambda_x \sin\alpha = 2\pi \longrightarrow \Lambda_x = \frac{\lambda}{\sin\alpha}$$

При $x = 0$:

$$I(z) = 2(1 + \cos kz(1-\cos\alpha)) \longrightarrow \Lambda_z = \frac{\lambda}{1-\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\Lambda_x}{\Lambda_z} = \frac{\lambda(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha \cdot \lambda} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$$

$\beta = \frac{\alpha}{2}$ - полож. плоскост. наиб. потемн.

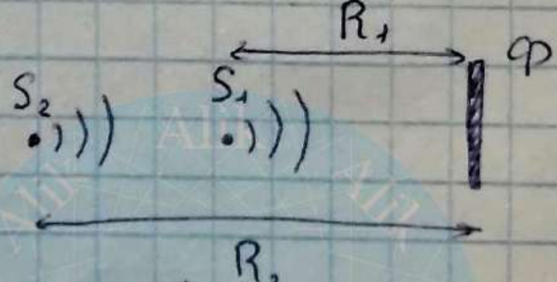
$$N = \frac{h}{\Lambda_z} = \frac{5\,мкм}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,м} = 5 \text{ слоёв}$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin\alpha} = 5{,}8 \cdot 10^{-5}\,см$$ - между слоями.

9.78

$R_1 = 60$ см

$R_2 = 90$ см

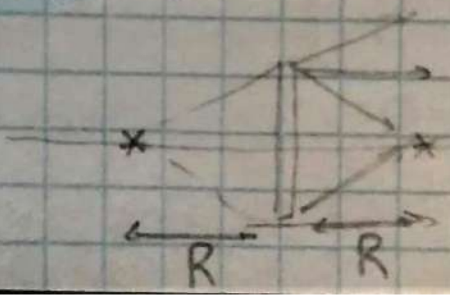


$$f(x) = e^{ikR_1} + e^{ikR_2} = e^{ik\frac{z^2}{2R_1}} + e^{ik\frac{z^2}{2R_2}}$$

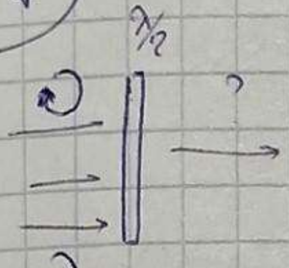
R ‖

$$I(x) = 2\left(1+\cos\left[\frac{kz^2}{2}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\right]\right) = 2\left(1+\cos\frac{kz^2}{2}\,\frac{R_2-R_1}{R_1R_2}\right)$$

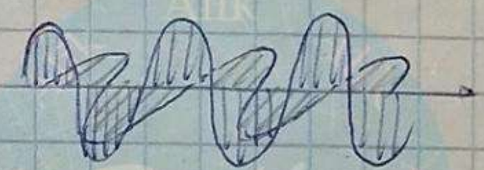
$$R = \frac{R_1R_2}{R_2-R_1} = \underline{\underline{180\text{ см}}}$$

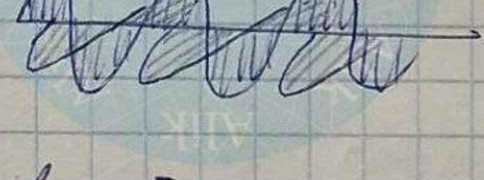


11.17



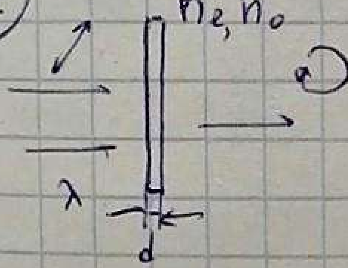
$\frac{\lambda}{2}$ - сдвиг на π.

 - падает на пластинку

 - выходит

На выходе свет будет поляризован по левому кругу.

11.1



Для появл. поляриз. по кругу, должен набежать сдвиг фаз $\frac{\pi}{2}$.

Т.е. $\Delta = k(\Delta n \cdot d) = \frac{2\pi}{\lambda} d \Delta n = \frac{\pi}{2}$.

$$d = \frac{\lambda}{4\Delta n} = 1{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 0{,}014 \text{ мм}.$$

11.12

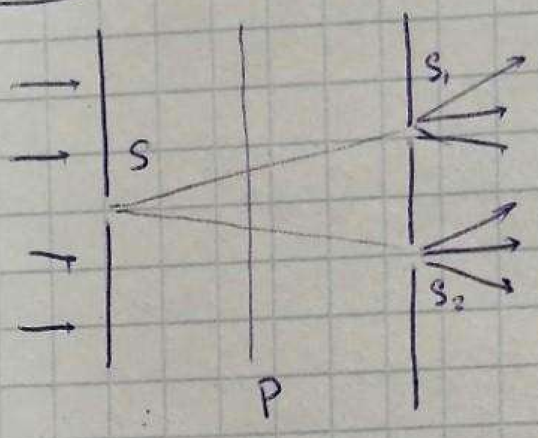
Коэфф. пропуск. $t = 0,3$.   в 2 раза больше

Если падает линейн. поляр. свет, то пропуст. 0,6.

После 2^x по условию $T = 0,09 = \underbrace{t}_{1й} \cdot \underbrace{2t\cos^2\varphi}_{2й}$ - З. Малюса

$\cos^2\varphi = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ$

11.9



Если поставим пластинки в $\frac{\lambda}{2}$, то 1 будет пропуск. только необыкн. волну, а 2 только обыкн.

Разность хода лучей из S_1 и S_2 $\Delta = \frac{\lambda}{2}$

Сумм. разн. хода $2x + \frac{\lambda}{2}$

Откуда $2x + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ - сдвинется картина на половину ширины между полосами.

Если повернуть поляроид на $90°$, то сдвиг будет в другую сторону, но картина совпадёт с первой, сдвинутой.

Если убрать поляроид, то картина будет та же, но интенсивн. полос ↑ в 2 раза (что следует из закона Малюса)

Для пластинки в $\frac{\lambda}{4}$ полосы сместятся на четверть ширины полосы.

Если убрать поляроид, то картины сложатся и не будет интерф. полос.

(11.16)

$m = 3$

$\frac{I_к}{I_e}$ - ?

Круговую поляриз. будем рассм. как сумму двух независимых колебаний, сдвинутых на $\frac{\lambda}{4}$.

При устранении этого сдвига с помощью пластинки получим линейную поляриз. с интенсивностью круговой: $I_к = A_{0x}^2 + A_{0y}^2 = 2A_{0x}^2$

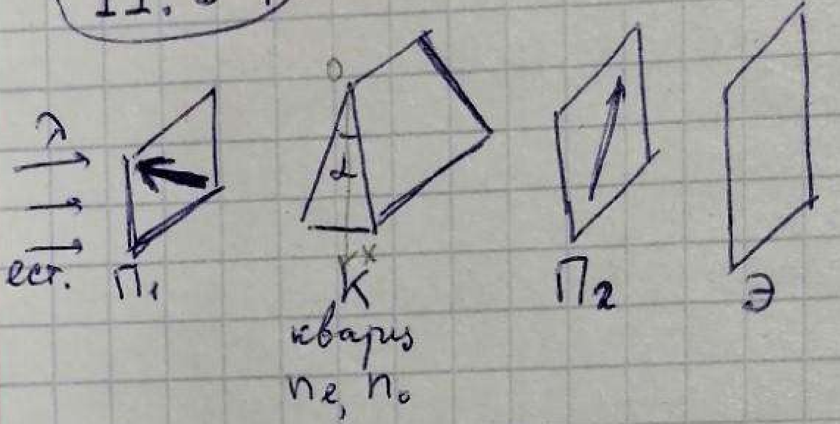
Вращая поляроид (николь) будем max получать - $2A_{0x}^2$, min - 0.

Из естеств. света через николь получим половину интенсивности. Значит

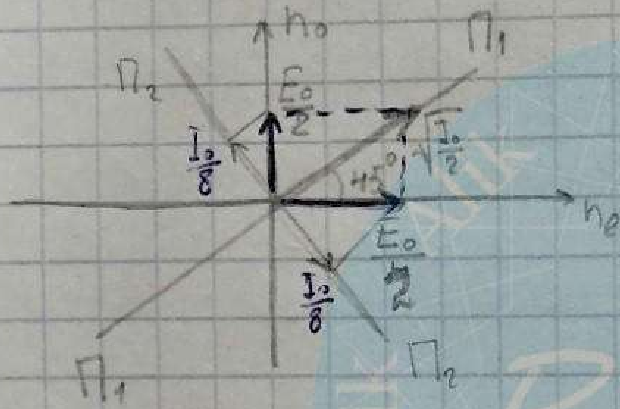
$$I_{max} = I_к + \frac{I_e}{2} = m I_{min} = m \frac{I_e}{2}$$

$$\frac{I_к}{I_e} = \frac{(m-1)}{2} = 1$$

11.54



$$\Delta\varphi = kd(n_e - n_o) + \pi.$$



$$E_{П_2} = \frac{E_0}{2\sqrt{2}}\left(e^{i\varphi_o} - e^{i\varphi_e}\right)$$

$$I_{П_2} = \frac{I_0}{8}\, 2\left(1 - \cos\Delta\varphi\right)$$

$d = \alpha x$ - толщина клина в кажд. т.

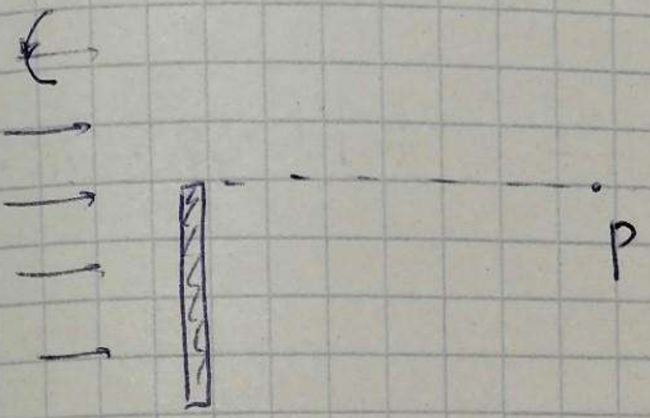
$$I = \frac{I_0}{4}\left(1 - \cos\frac{2\pi}{\lambda}\alpha x(n_e - n_o)\right)$$

Ширина интерф. полосы:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\alpha\Lambda(n_e - n_o) = 2\pi \longrightarrow \Lambda = \frac{\lambda}{\alpha(n_e - n_o)}$$

Если поставить линзу, то на экране будет две точки на расст. $y = \Omega F = \alpha F(n_e - n_o)$
(т.к. падает 2 волны)

11.28



Пластинка даёт сдвиг фаз

$$\Delta\varphi = ka(n-1) = \frac{\pi}{2}$$

На пластинку падает:

$$\begin{pmatrix} \frac{A_0}{2}\cos\omega t \\ \frac{A_0}{2}\sin\omega t \end{pmatrix}$$

Из пластинки выходит:

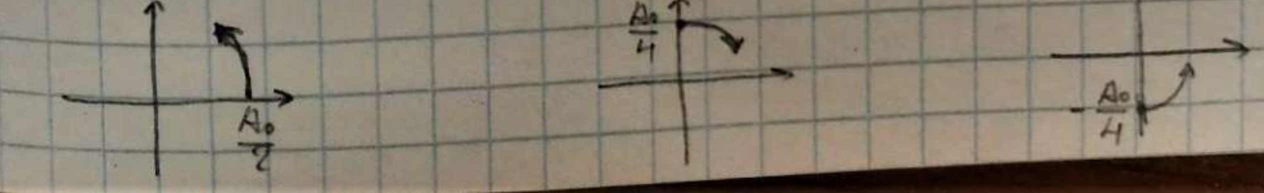
$$\begin{pmatrix} \frac{A_0}{2}\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Представим линейную волну как сумму двух круговых:

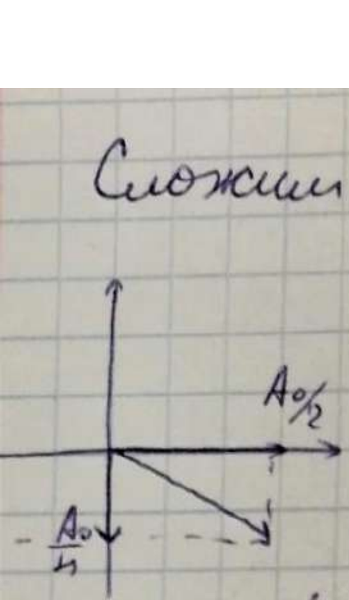
$$\begin{pmatrix} \frac{A_0}{2}\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{A_0}{4}\sin\omega t \\ \frac{A_0}{4}\cos\omega t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{A_0}{4}\sin\omega t \\ -\frac{A_0}{4}\cos\omega t \end{pmatrix}$$

Итоговая картина есть сумма двух волн:

$$\begin{pmatrix} \frac{A_0}{2}\cos\omega t \\ \frac{A_0}{2}\sin\omega t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{A_0}{4}\sin\omega t \\ \frac{A_0}{4}\cos\omega t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{A_0}{4}\sin\omega t \\ -\frac{A_0}{4}\cos\omega t \end{pmatrix}$$

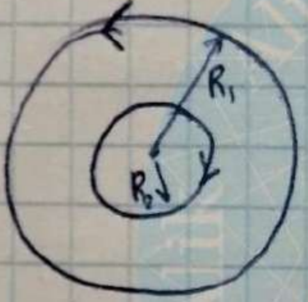


Сложим первую и третью компоненты:



$$A_\Sigma = \sqrt{\frac{A_0^2}{4} + \frac{A_0^2}{16}} = \frac{A_0}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{A_0}{4}\sqrt{5}$$

Итоговая картина:



$$R_1 = \frac{A_0}{4}\sqrt{5}$$

$$R_2 = \frac{A_0}{4}$$

$$I_{max} = \frac{A_0^2}{16}\left(1 + \sqrt{5}\right)^2$$

$$I_{min} = \frac{A_0^2}{16}\left(\sqrt{5} - 1\right)^2$$

$$\alpha = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = A_0^2 \frac{(1+\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5}+1)^2 + (\sqrt{5}-1)^2} = A_0^2 \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ответ: $\alpha = I_0 \frac{\sqrt{5}}{3}$.

11.13 Разложим линейно поляриз. свет на $I_{0\parallel}$ - совп. по напр. с $I_л$ и $I_{0\perp}$ - $\perp$ ему.

Тогда максимум равен $I_{0\parallel} + I_л$.

При повороте на α интенсивность от кругового света не изменится:

$$I' = I_{0\parallel} + I_л \cos^2\alpha = I_{0\parallel} + I_л \cdot \frac{3}{4}.$$

По условию:

$$I_{0\parallel} + I_л \cdot \frac{3}{4} = \frac{4}{5}(I_{0\parallel} + I_л).$$

$I_{0\parallel} = I_к/2$, поэтому

$$\frac{I_к}{2} + \frac{3}{4} I_л = \frac{4}{5}\frac{I_к}{2} + \frac{4}{5} I_л$$

Откуда

$$\frac{I_к}{I_л} = \frac{1}{20} \cdot 10 = \frac{1}{2}.$$

11.60

$\lambda = 589$ нм

$n_o = 1{,}544$

$n_e = 1{,}553$

$\Delta\lambda = 40$ нм

$d - ?$

Для этого

$$\Delta > L_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\underbrace{(n_e - n_o)d}_{\Delta} = \Delta\varphi$$

$$(n_e - n_o)d > \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \rightarrow d > \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda(n_e - n_o)} = 10^{-1} \text{ см.}$$

Лучи должны иметь одинак. интенсивность $\hookrightarrow$ пад. свет должен быть поляризован под углом 45° к оптич. оси пласт.

(11.80)

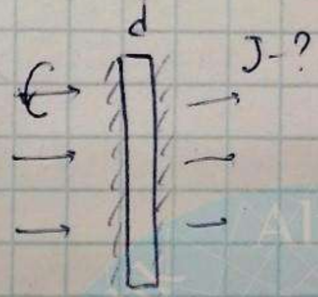
$n_o = 1{,}5442$

$n_e = 1{,}5534$

$d = 0{,}5$ см

$R = 0{,}9$

$\lambda = 6\cdot10^{-5}$ см



Усл-ие резонанса: $m\lambda = 2nd$

$m_e = \frac{2n_e d}{\lambda} = \frac{2\cdot1{,}5534\cdot5\cdot10^{-2}}{6\cdot10^{-5}} = 2589$ - целое

получаем резонанс

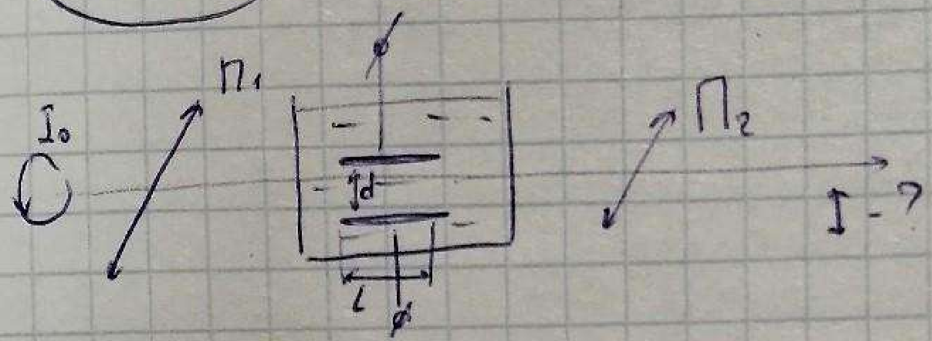
$m_o = \frac{2n_o d}{\lambda} = 2537{,}7$ - не резонанс

$R_{сп} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda(1-R)} \longrightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda^2(1-R)}{2\pi d} = 1{,}15\cdot10^{-9}$ см

λ_0 - дл. волны в вак. $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{n_o} - \frac{\lambda_0}{n_e} = 1{,}99\cdot10^{-8}$ см $> \delta\lambda$

Значит обыкновенная волна не пройдет
На вых. „e" (лин. поляриз свет) с
интенсивн. $\frac{I_0}{2}$ (пластинка действ. как поляроид)

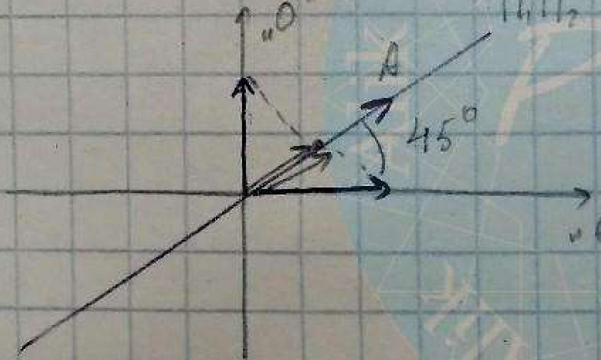
11.121



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l = 2\pi B l E^2$$

$B = 2,2 \cdot 10^{-5}$ ед СГСЭ

$l = 5$ см, $d = 5$ мм, $U = 2910$ В



$$A = \sqrt{\frac{I_0}{2}}$$

$$A_e = A\cos 45^\circ$$

$$A_o = A\sin 45^\circ$$

$$A_1 = A_e \cos 45^\circ$$

$$A_2 = A\cos^2 45^\circ$$

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2} \to I = I_0/8$$

$$\Delta\varphi = 2\pi B l E^2 = 2\pi B l \left(\frac{U}{d}\right)^2 = 2\pi \cdot 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 5\left(\frac{2910}{300 \cdot 0,5}\right)^2 =$$

$= 0,26$ рад $= 14,9^\circ$

$$I = 2\frac{I_0}{8}(1 + \cos\Delta\varphi) = \frac{I_0}{4}(1 + \cos 14,9^\circ) = 0,49 I_0$$

Задача 1°

$h = 8$ км

$\lambda_1 = 400$ нм

$\lambda_2 = 650$ нм

$n - 1 = 2{,}9 \cdot 10^{-4}$

$T_1, T_2 - ?$

$$t^2 = \frac{I_к}{I_0}$$

Закон Рэлея: $dI = I\alpha(x)\,dx = I\,\frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\,\frac{(n-1)^2}{N(x)}$

$$N(x) = N_0\, e^{-\frac{\mu g x}{RT}}$$

$$\int_{I_0}^{I_k} \frac{dI}{I} = \int_h^0 \frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\,\frac{(n-1)^2}{N_0}\, e^{\frac{\mu g x}{RT}}\,dx$$

$$\ln\frac{I_k}{I_0} = \frac{32}{3\lambda^4}\pi^3\,\frac{(n-1)^2}{N_0}\,\frac{RT}{\mu g}\, e^{\frac{\mu g x}{RT}}\Big|_h^0$$

$$t^2 = \exp\left(\frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\,\frac{(n-1)^2}{N_0}\,\frac{RT}{\mu g}\left(1 - e^{\frac{\mu g h}{RT}}\right)\right)$$

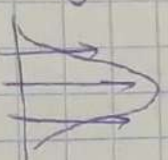
$$t^2 \approx \exp\left(-\frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\,\frac{(n-1)^2}{N_0}\,\frac{RT}{\mu g}\,\frac{\mu g h}{RT}\right)$$

$$p_a = N_0 k T \longrightarrow N_0 = \frac{p_a}{kT_0}$$

$\lambda_1 \to T_1 = 0{,}721$ $\qquad$ $\lambda_2 \to T_2 = 0{,}954$

Ответ: $T_1 = 0{,}7$, $T_2 = 0{,}95$

Задача 2°



При прохожд. лазерного пучка через слабопогл. жидкость будет набл. явление дефокусировки луча (дифракция преобладает над самофокус.) → в жидкости возникает „отрицат. линза"

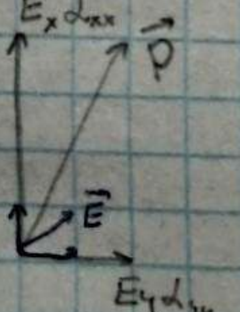
Задача 3°.

Т.к. по разным осям разная поляризация, то в $\vec{P} = \alpha \vec{E}$

α - тензор. Он симметричен, значит может быть приведён к диаг. виду:

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Значит молекулы будут ориентироваться максимальной поляриз. по напр. $\vec{E}$



- вектор $\vec{P}$ может быть не коллинеарен $\vec{E}$, но он будет направлен в сторону $\vec{E}$, не $\perp$ ему.

11.125

$I\left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}\right]$ - ?

прояв. нелин. эфф.

$\Delta n = 10^{-4}$

$\frac{\Delta n_{\text{нелин.}}}{n} \sim \frac{E}{E_{\text{вн.}}}$

$r \simeq 10^{-8}$ см

эфф. заряд ядра $|q| \simeq |e|$

$$E_{\text{вн}} = \frac{e}{r^2}$$

$$I = \overline{|S|}^2 = \frac{c}{8\pi} E^2 \cdot n$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{E}{E_{\text{вн}}} = \frac{E r^2}{e} \longrightarrow E = \frac{e}{r^2} \frac{\Delta n}{n}$$

$$I = \frac{c}{8\pi} n \frac{e^2}{r^4} \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 = 2 \cdot 10^7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$

11.89

$n = n_0 + n_2 \bar{E}_0^2$

$n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ ед СГСЭ

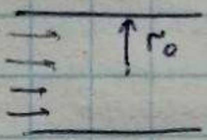
$I = I_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$

$L = 5$ см

$F - ?$

$I_0 = 5 \cdot 10^{8} \ \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$

$r_0 = 5$ мм



$d = L \cdot n$ - оптич. толщ.

$d = L n_0 + L n_2 \bar{E}_0^2 (r)$

$\bar{I} = \bar{S} = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{2} E_0^2 \rightarrow E_0^2 = \frac{8\pi}{c} \bar{I}$

$E_0^2 = \frac{8\pi}{c} I_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$

$d = \text{const} - \frac{8\pi}{c} I_0 L n_2 \frac{r^2}{r_0^2}$

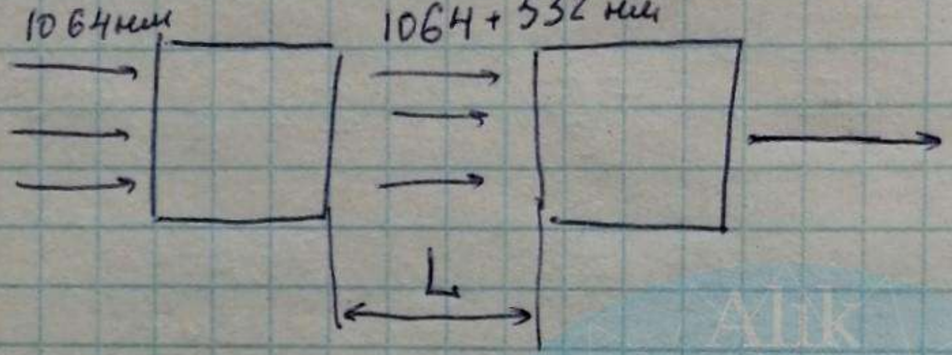
Для сферич. фронта отклон. от плоск. волны

$d(r) \approx \frac{r^2}{2R}$ ← рад. кривизны фронта

$$\frac{8\pi}{c} I_0 L n_2 \frac{\cancel{r^2}}{r_0^2} = \frac{\cancel{r^2}}{2R}$$

$$R = F = \frac{c r_0^2}{16\pi n_2 I_0 L} = 300\,\text{см} = 3\,\text{м}$$

11.126



$\lambda_1 = 1064$ нм

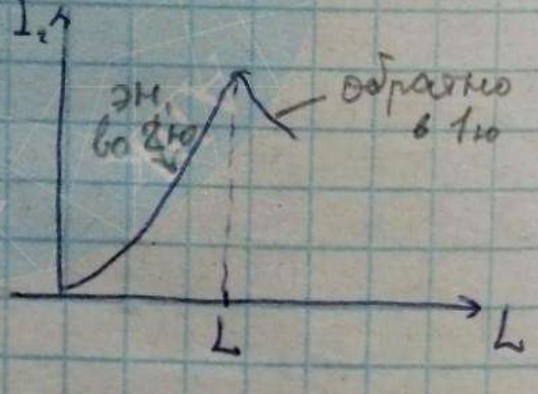
$n_1 = 1{,}0002742$

$\lambda_2 = 532$ нм

$n_2 = 1{,}0002782$

L - ?

Чтобы остаток 1032 перекачать в 532 нм надо сохранить сдвиг фаз между гармониками.



Если изменить фазу $2^{ой}$ на π, то будет обратная перекачка.

$$L(n_2 - n_1) = m\lambda_2 \hookrightarrow L = \frac{m\lambda_2}{n_2 - n_1} = m\,\frac{532\cdot 10^{-7}}{4\cdot 10^{-6}} =$$

$$= m \cdot 13{,}3 \text{ см}$$

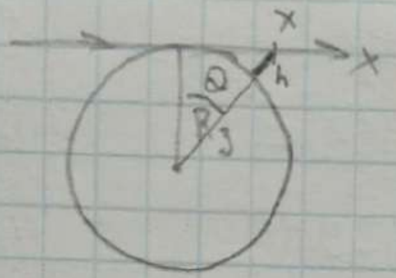
T8

$\lambda = 400$ нм

$\lambda = 700$ нм

$n_0 = 1{,}0003$

$\dfrac{I_{кон}}{I_0}$ - ?



$$h = R_З \cdot \frac{1}{\cos\theta} - R_З \longrightarrow \cos\theta = \frac{R_З}{R_З + h}$$

$h \ll R_З$

$$x = R_З \sin\theta = R_З\,\theta$$

$$h = R_З \frac{1 - \cos\theta}{\cos\theta} = R_З \frac{\theta^2}{2} = \frac{x^2}{2R_З}$$

Ослабл. света:

$$dI = -I\,\alpha(x)\,dx \qquad \alpha(x) = \frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\frac{(n-1)^2}{N}$$

$$N = N_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \qquad n - 1 = (n_0 - 1)\, e^{-\frac{mgh}{kT}} = (n_0 - 1)\, e^{-\frac{mgx^2}{2kTR_З}}$$

$$dI = -I\,\alpha(x)\,dx = -I \frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\frac{(n_0-1)^2}{N_0}\, e^{-\frac{mgx^2}{2kTR_З}}$$

$$\int_{I_0}^{I_{кон}} \frac{dI}{I} = -\frac{32\pi^3}{3\lambda^4}\frac{(n_0-1)^2}{N_0}\int_0^{\infty} e^{-\frac{mgx^2}{2kTR_З}}\,dx \Rightarrow$$

$$\hookrightarrow \ln\frac{I_{кон}}{I_0} = \frac{16\pi^3}{3\lambda^4}\frac{(n_0-1)^2}{N_0}\sqrt{\frac{2\pi kTR_З}{mg}}$$

$$I_{кон} = I_0 \cdot e^{-\frac{A}{\lambda^4}}, \quad A = \frac{16\pi^3}{3}\frac{(n_0-1)^2}{N_0}\sqrt{\frac{2\pi RTR_З}{\mu g}} = 3{,}7 \cdot 10^{-17}\ \text{СГС}$$

$$\left.\frac{I_{кон}}{I_0} = 5{,}3 \cdot 10^{-7}\right|_{400нм} \qquad \frac{I_{кон}}{I_0} = 0{,}22$$

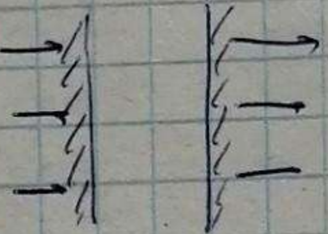
11.88

$n = n_0 + n_2 E_0^2$ $\qquad n_0 = 3{,}5$

$R = 0{,}99$ $\qquad n_2 = 10^{-9}$ ед. СГСЭ

Пропуск.

$d = 12$ мкм $\qquad T = 1$ - ?



$\lambda = 1{,}051$ мкм

$T = 1$ в услов. резонанса

$2nd = m\lambda \rightarrow 2d(n_0 + n_2 E_0^2) = m\lambda$

При малой мощн. $n = n_0$

$$\frac{2dn_0}{\lambda} = m_0 = \frac{2 \cdot 12 \cdot 3{,}5}{1{,}051} = 79{,}9 < 80$$ — нет резонанса

$$E_0^2 = \frac{m\lambda - 2dn_0}{2dn_2} = \frac{(80 \cdot 1{,}051 - 2{,}12 \cdot 3{,}5)\,10^{-7}}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-9}} = \frac{1}{3} 10^7 \text{ ед. СГС}$$

$$I = \frac{c}{4\pi} EH = \frac{c}{4\pi} \frac{n_0 E_0^2}{2} = \frac{c}{8\pi} n_0 E_0^2$$

$$I_0 = (1-R)\,I = \frac{c}{8\pi} n_0 E_0^2 (1-R) = \frac{3 \cdot 10^{10}}{8\pi} 3{,}5 \frac{10^7}{3} 10^{-2} =$$

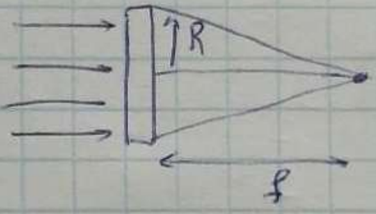
$$= 0{,}14 \cdot 10^{15} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}} = 1{,}4 \cdot 10^7 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$

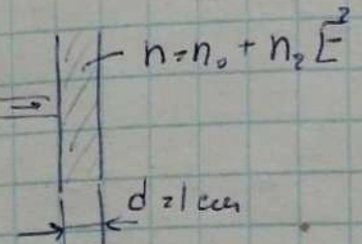
11.90

$\lambda = 1$ мкм

$E = E_0 e^{-\frac{r^2}{R^2}}$

$R = 3$ мм





$n_2 = 10^{-11}$ ед СГСЭ

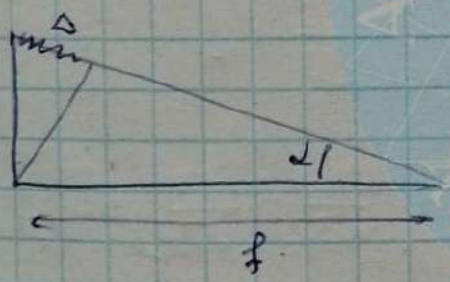
P [Вт] - ?

Фокусир. если $\frac{R}{f} > \frac{\lambda}{2R}$

$$f < \frac{2R^2}{\lambda}$$

$$E^2 = E_0^2 e^{-\frac{2r^2}{R^2}} = E_0^2\left(1 - \frac{2r^2}{R^2}\right)$$

$$n = n_0 + n_2 E_0^2\left(1 - \frac{2r^2}{R^2}\right)$$



$$\Delta = f(1 - \cos\alpha) = \frac{f}{2}\alpha^2 = \frac{r^2}{2f} = \Delta n d$$

усл-ие слож. волн в фокусе

$$\frac{r^2}{2f} = \frac{n_2 E_0^2 2 r^2 d}{R^2}$$

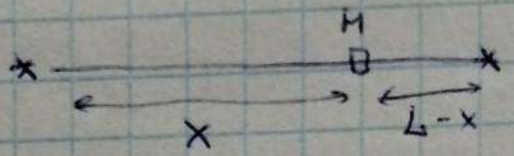
$$f = \frac{R^2 r^2}{n_2 E_0^2 4 d r^2} < \frac{2R^2}{\lambda} \longrightarrow E_0^2 > \frac{\lambda}{8 n_2 d}$$

$$S = \frac{c}{4\pi} E_0^2 > \frac{c}{4\pi} \frac{\lambda}{8 n_2 d}$$

$$P = \int_0^\infty 2\pi r\, dr \cdot S e^{-\frac{2r^2}{R^2}} = -S\pi \frac{R^2}{2} \int e^{-2\frac{r^2}{R^2}} d\left(-\frac{r^2 \cdot 2}{R^2}\right) =$$

$$= -\frac{\pi}{2} R^2 S e^{-\frac{2r^2}{R^2}}\Big|_0^\infty = \frac{\pi}{2} R^2 S = \frac{\cancel{\pi}}{2} R^2 \frac{c}{4\cancel{\pi}} \frac{\lambda}{8 n_2 d} = \frac{27}{64} 10^{15} \text{ эрг} = 10^8 \text{ Вт}$$

11.128



$\lambda_1 = 700$ нм

$\lambda_2 = 400$ нм

$L = 500$ м

x - ?

$$I = A e^{-\gamma z}, \quad \gamma = \frac{B}{\lambda^4}$$

$$I_1 = A e^{-\frac{Bx}{\lambda_1^4}} = A e^{-\frac{B(L-x)}{\lambda_2^4}}$$

$$\frac{x}{\lambda_1^4} = \frac{L-x}{\lambda_2^4} \longrightarrow x\left(\frac{\lambda_2^4}{\lambda_1^4} + 1\right) = L$$

$$x = \frac{L}{1 + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^4} = \frac{500}{1 + \left(\frac{4}{7}\right)^4} = 452 \text{ м}$$

T7

$\frac{dn_e}{dT} = 5,4 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

$\frac{dn_o}{dT} = 37,9 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

$\Delta T - ?$ $l = 1 см$

$I_2 = 0$, $\lambda = 1 мкм$

$$2 L_{ког} = \frac{\lambda_0}{2 \cdot |n(\omega) - n(2\omega)|} = l$$

$$n(\omega) - n(2\omega) = \left(\frac{dn_o}{dT} - \frac{dn_e}{dT} \right) \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\lambda_0}{2l} \frac{1}{\frac{dn_o}{dT} - \frac{dn_e}{dT}} = \frac{10^{-4}}{2 \cdot 1 (37,9 - 5,4) \cdot 10^{-6}} = 1,54 K$$