

(14) Пусть  $A_i = \{i\text{-е число делится на } a_i\}$

Искомое  $A = \bigcup_{i=1}^n A_i$

$$P(A) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} P(A_{i_1}, \dots, A_{i_k})$$

$$P(A_i) = \frac{1}{n}$$

$$P(A_{i_1}, \dots, A_{i_k}) = \frac{(n-k)!}{n!}$$

$$\text{Тогда } P(A) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{(n-k)!}{k!} C_n^k = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{1}{k!}$$

$$\text{Пусть } n \rightarrow \infty \quad P(A) \rightarrow 1 - \frac{1}{e}$$

15

Способов набрать 1 группу:  $C_{4n}^{2n}$

Набрать  $n$  юношей и  $n$  девушек:  $C_{2n}^n \cdot C_{2n}^n$

$$P(A) = \frac{C_{2n}^n \cdot C_{2n}^n}{C_{4n}^{2n}} = \frac{2n!}{n! \cdot n!} \cdot \frac{2n!}{n! \cdot n!} \cdot \frac{2n! \cdot 2n!}{4n!}$$

Ответ:  $P(A) = \frac{C_{2n}^n \cdot C_{2n}^n}{C_{4n}^{2n}}$



III 17

Пусть  $A = \{ \text{вытащили белый шар из 2-го ящика} \}$   
 $P(A) = ?$

$B_1 = \{ \text{перемешали 2 белых} \}$

$B_2 = \{ \text{перем. 1 белый, 1 чёрн} \}$

$B_3 = \{ \text{перем. 2 чёрных} \}$

$$P(B_1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$P(B_2) = \underbrace{\frac{2}{6}}_{\text{сначала бел.}} \cdot \frac{4}{5} + \underbrace{\frac{4}{6}}_{\text{сначала черн.}} \cdot \frac{2}{5} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

$$P(B_3) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

и по ф-ле полной вер-сти:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \\ &+ P(A|B_3)P(B_3) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{15} + \frac{4}{6} \cdot \frac{8}{15} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \\ &= \frac{5+32+18}{90} = \frac{11}{18} // \end{aligned}$$

18

$A = \{ \text{на 1 вып. единица} \}$      $B = \{ \text{на всех разрядах} \}$

$$P(A \cdot B) = C_3^1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{6} = \frac{20}{2 \cdot 36} = \frac{5}{18}$$

$$P(B) = \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{18} \cdot 9}{5} = \frac{1}{2} //$$



19

$A = \{ \text{стрелок А попал} \}$   $P(A) = 0,6$

$B = \{ \text{стрелок В попал} \}$   $P(B) = 0,5$

$C = \{ \text{стрелок С попал} \}$   $P(C) = 0,7$

$D = \{ \text{две пули попали} \}$

$P(C|D) = ?$

По ф-ле Байеса:

$$P(C|D) = \frac{P(C) P(D|C)}{P(C) P(D|C) + P(\bar{C}) P(D|\bar{C})} =$$

$$= \frac{0,7 \cdot (0,6 \cdot 0,5^{P(A)} + 0,5 \cdot 0,4^{P(B)})}{0,7(0,6 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,4) + 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,5} = \frac{35}{44} //$$

20

$$P(AAAA | ABCA \text{ never})$$

по ф-ле Байеса:

$$= \frac{0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,6}{0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,2^2}$$

AAAA                  CCCC                  BBBB

$$= \frac{0,3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,2^2}{0,6^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,2^3 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,2^3 \cdot 0,6} = \frac{9}{16}$$