0-1-1

$\lambda_{max} = 2$ мкм, $\lambda'_{max} = 1$ мкм $\qquad \frac{I_2}{I_1}$ - ?

$\lambda_{max} T_1 = B$, $\lambda'_{max} T_2 = B$ ← з-н Вина

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda'_{max}}\right)^4 = 2^4 = \underline{\underline{16}}$ ← з-н Стеф.-Б.

(0-1-2) $T = 1{,}3\cdot 10^7 K$ $\quad P - ?$

$I = \frac{cS}{4}$, где $S = \frac{4}{c}\sigma T^4$ - плотность энергии

Учитывая равноправность всех направлений:

$$P = \frac{S}{3} = \frac{4}{3}\frac{\sigma T^4}{c} = \frac{4}{3}\frac{5{,}67\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}3^4\cdot 10^{28}}{3\cdot 10^{10}} = 7{,}2\cdot 10^{13}\ \frac{дин}{см^2}$$

1.26*

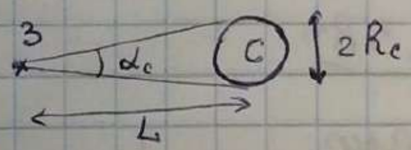
Дано:

$\alpha_c = 0{,}01$ рад

$T_з \simeq 300\,K$

T_c – ?

$$\frac{R_c}{L} = tg\,\frac{\alpha_c}{2} = \frac{\alpha_c}{2}$$



Запишем баланс энергий:

$$\Omega = \frac{S}{L^2} = \frac{\pi R_з^2}{L^2}$$

$$\cancel{4\pi} R_c^2 \cdot \cancel{\sigma} T_c^4 \cdot \frac{\Omega}{4\pi} = \cancel{4\pi} R_з^2 \cancel{\sigma} T_з^4$$

$$R_c^2 T_c^4 \cdot \frac{\cancel{\pi} \cancel{R_з^2}}{L^2\, \cancel{4\pi}} = \cancel{R_з^2}\, T_з^4$$

$$T_c^4 = \frac{T_з^4 R_c^2\, 4 \cdot 4}{R_c^2\, \alpha_c^2} = \frac{2^4 T_з^4}{\alpha_c^2} \hookrightarrow T_c = \frac{2T_з}{\sqrt{\alpha_c}} = 6000\,K$$

1.30*

Дано:

$W \approx 10^{13}$ Вт

$\overline{W_c} \approx 10^{17}$ Вт

ΔT - ?

W_{max} - ? ($\Delta T = 1$ K)

$\overline{W_c} = S \sigma T_0^4$ - из баланса энергий

$T_0 \approx 300$ K.

(это без учёта W)

$$\overline{W_c} + W = S\sigma(T_0 + \Delta T)^4 = S\sigma T_0^4\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)^4$$

$$\approx S\sigma T_0^4\left(1 + \frac{4\Delta T}{T_0}\right)$$

$$\frac{\overline{W_c + W}}{\overline{W_c}} = 1 + \frac{W}{\overline{W_c}} = 1 + 4\frac{\Delta T}{T_0}$$

Откуда $\dfrac{W}{\overline{W_c}} = 4\dfrac{\Delta T}{T_0} \hookrightarrow \Delta T = \dfrac{T_0}{4}\dfrac{W}{\overline{W_c}} = \dfrac{300}{4}\dfrac{10^{13}}{10^{17}}$

$$\Delta T = 7 \cdot 10^{-3}\ K$$

$$W_{max} = \overline{W_c}\,\frac{4\Delta T_{max}}{T_0} = 10^{17}\,\frac{4 \cdot 1}{300} = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Вт}.$$

1.38*

Дано:

$\frac{\Delta V}{V} = 0,05\%$

$T = 1500 K$

$\lambda = 500$ нм

$R = R(T)$

$\frac{\Delta E}{E}$ - ?

$j = \sigma T^4$

Вся энергия излучается.

$N = \frac{V^2}{R} \propto T^4$

$V^2 \propto R T^4$

Рассмотрим случай $R = const$:

$V^2 \propto T^4$

$2V \Delta V \propto 4T^3 \Delta T$

$$2\frac{\Delta V}{V} = 4\frac{\Delta T}{T} \rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta V}{V}$$

Если же $R = R(T) = R_0 + \alpha(T - T_0)$, то

$$V^2 \propto RT^4 \propto T^5$$

$$2V\Delta V \propto 5T^4\Delta T$$

$$2\frac{\Delta V}{V} = 5\frac{\Delta T}{T} \rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{5}\frac{\Delta V}{V}$$

Далее общие рассуждения:

$$\hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} = 2{,}5\ эВ$$

$$kT = \frac{1{,}38\cdot10^{-16}\cdot1500}{1{,}6\cdot10^{-12}} = 0{,}13\ эВ < \hbar\omega$$

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3\left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1\right)} \approx \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \propto e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}$$

$$\ln\rho \propto -\frac{\hbar\omega}{kT}$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\hbar\omega}{kT^2}\Delta T = \frac{\hbar\omega}{kT}\frac{\Delta T}{T}$$

$R = const$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\hbar\omega}{kT}\frac{1}{2}\frac{\Delta V}{V} = \frac{2{,}5}{0{,}13}\frac{1\cdot0{,}05}{2} = 0{,}48 = \frac{\Delta E}{E}$$

$R = R(T)$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\hbar\omega}{kT}\frac{2}{5}\frac{\Delta V}{V} = 0{,}38 = \frac{\Delta E}{E}$$

1.44*

Дано:

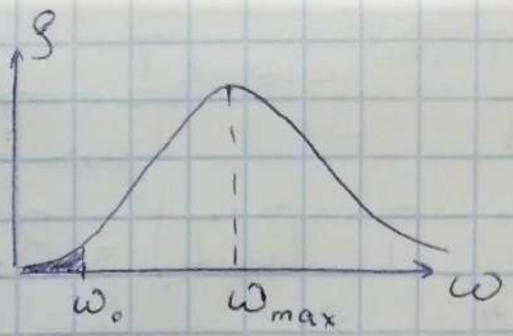
$A = 1 \ (\omega \le \omega_0)$

$A = 0 \ (\omega > \omega_0)$

$T^* = 300 K$

$\Theta = \hbar\omega_0 / k_Б = 300K$

$T - ?$



$$\rho = \int_0^{\omega_0} \frac{k_Б T \omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega = \frac{k_Б T \omega_0^3}{3\pi^2 c^3} = \frac{k_Б T \, k_Б^3 \Theta^3}{3\pi^2 c^3 \hbar^3}$$

В случае чёрной пов-сти поглощается всё:

$$\rho = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega = \frac{4j}{c} = \frac{4}{c} \sigma T^{*4}$$

$$\frac{k_Б^4 T \Theta^3}{3\pi^2 c^3 \hbar^3} = \frac{4}{c} \sigma T^{*4}$$

$$T = \frac{12 \sigma \pi^2 c^2 \hbar^3}{k^4 \Theta^3} T^{*4} = \frac{12 \pi^2 c^2 \hbar^3}{k^4 \Theta^3} T^{*4} \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2} = \frac{1}{5} \frac{\pi^4 T^{*4}}{\Theta^3}$$

$$T = \frac{300 \cdot \pi^4}{5} = 5845 \text{ K}$$

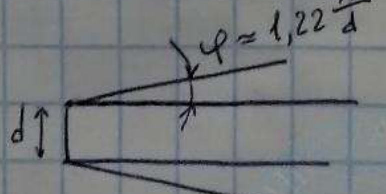
1.50*

Дано:

$B_{лаз}(\omega) = B_T(\omega)$

$\mathcal{E} = 1$ Дж

T - ?



$$j_\lambda = \frac{\mathcal{E}}{S\tau}, \text{ где } S = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\text{а } \tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \text{ (соотн. неопр.)}$$

$$j_\lambda = \frac{4\mathcal{E}\Delta\omega}{\pi d^2 \cdot 2\pi} = \frac{2\mathcal{E}\Delta\omega}{\pi^2 d^2}$$

Для телесного угла, в кот. происх. излучение:

$$\Delta\Omega = 2\pi(1-\cos\varphi) = 2\pi\frac{\varphi^2}{2} = \pi\left(\frac{\lambda}{d}\right)^2$$

Яркость: $B_\lambda = \dfrac{j_\lambda}{\Delta\Omega \cos\varphi \Delta\omega} \approx \dfrac{j_\lambda}{\Delta\Omega \Delta\omega} = \dfrac{2\mathcal{E} \cancel{\Delta\omega} \cancel{d^2}}{\pi^2 \cancel{d^2} \cancel{\Delta\omega} \pi \lambda^2} =$

$= \dfrac{2\mathcal{E}}{\pi^3 \lambda^2}$

$$\begin{cases} j = \pi B \\ j = \dfrac{c\rho}{4} \end{cases} \longrightarrow B = \frac{c\rho}{4\pi} = \frac{c}{4\pi} \frac{kT}{\pi^2 c^3} \omega^2 = \frac{kT}{4\pi^3 c^2} \omega^2 = \frac{kT}{\pi \lambda^2}$$

И т.к. $B = B_\lambda \hookrightarrow \dfrac{2\mathcal{E}}{\pi^3 \lambda^2} = \dfrac{kT}{\pi \lambda^2} \longrightarrow T = \dfrac{2\mathcal{E}}{\pi^2 k} \approx \underline{\underline{1{,}45 \cdot 10^{22} K}}$

T1

Дано:

$t = 15^\circ C$

$\alpha = 0{,}05$

а) $\lambda_{01} < 20000\,\mathring{A}$

б) $\lambda_{02} > 20000\,\mathring{A}$

$\Delta t - ?$

З-н Вина: $\lambda_{max} T = 0{,}2898$

$$\lambda_{max}^{солн.} = \frac{0{,}2898}{T_c} = \frac{0{,}2898}{6000} \approx 4{,}8 \cdot 10^{-7} м$$

$$\lambda_{max}^{зем.} = \frac{0{,}2898}{T_з} = 10^{-5} м$$

Уменьшение для солнечного излучения:

$$0{,}95 \cdot \sigma T^4 \cdot S = \sigma T_a^4 S$$

$$T_a = T \cdot \sqrt[4]{0{,}95}$$

Для земного излучения: $\sigma T^4 = 0{,}95\, \sigma T_б^4$

$$T_б = T \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{0{,}95}}$$

Ответ: а) $\Delta T = -3{,}67\ K = -3{,}67^\circ C$

б) $\Delta T = 3{,}67\ K = 3{,}67^\circ C$

O-2-1

$W = 6\ Вт/см^2$

$P - ?$

Зачернённые:

помощ

$$ЗСИ: \quad P_{фот.} = 0 + P_{сообщ.}$$

$$P = N\frac{F}{\Delta S} \qquad F = \frac{\Delta P_ф}{\Delta t}$$

$$W = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t} = \frac{N p C}{\Delta S \Delta t} \longrightarrow P = \frac{\Delta S \Delta t W}{N c}$$

$$F = \frac{\Delta S W}{N c}$$

Откуда получим $P = N \cdot \frac{\Delta S W}{N c} \cdot \frac{1}{\Delta S} = \frac{W}{c}$

Зеркальные:

$$ЗСИ: \quad P_{фот} = -P_{фот} + P_{сообщ.\ телу}$$

$$P = 2\frac{W}{c}$$

O-2-2

$$\lambda' - \lambda = (1 - \cos\Theta)\cdot \overset{\frac{\hbar}{mc}}{\overset{\shortparallel}{\Lambda}} \text{ - эффект Комптона}$$

$$\cos\Theta = -1$$

$$\lambda' = \lambda + 2\cdot 0{,}024\,\text{Å} \qquad \lambda' = \frac{3\hbar}{mc} \qquad \nu' = \frac{mc^2}{\hbar}\cdot\frac{1}{3}$$

Ответ: $\nu' = 4\cdot 10^{19}\ c^{-1}$

(1.7)

Дано:

$\omega = 2\cdot 10^{16}\, c^{-1}$

$\Omega = 2\cdot 10^{15}\, c^{-1}$

$\mathcal{E}_и = 13{,}5$ эВ

$\mathcal{E}_ф$ - ?

$$\vec{E} = \vec{E}_0\left(\cos\omega t + \frac{m}{2}\cos[(\omega+\Omega)t] + \frac{m}{2}\cos[(\omega-\Omega)t]\right)$$ - супер.

волн трёх частот.

Для частоты ω:

$$\hbar\omega = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{16}}{2\pi} = 13,2\ эВ < \mathcal{E}_и$$

Для частоты $\omega - \Omega$ - аналогично

нет фото-эффекта

Для частоты $\omega + \Omega$:

$$\hbar(\omega + \Omega) = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,2 \cdot 10^{16}}{2\pi} = 14,5\ эВ > \mathcal{E}_и$$

$$\varepsilon = \hbar(\omega + \Omega) - \mathcal{E}_и = \underline{1\ эВ}$$

1.18

Дано:

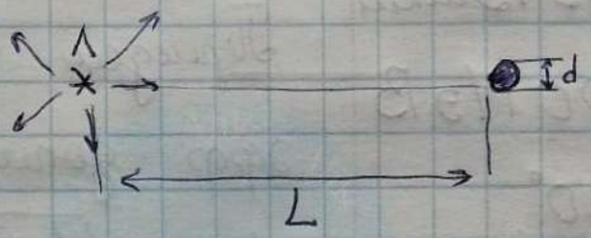
$L = 10$ м

$A = 4$ эВ

$d = 0,3$ нм

τ - ?

$W = 25$ Вт



$$E = \frac{W}{4\pi L^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \tau$$

$E \geq A$, откуда

$$\tau \geq \frac{16AL^2}{W d^2} = 455 \text{ с}$$

1.23

Дано:

$\lambda = 0{,}02$ нм

$\theta = 90^\circ$

$T_e, p_e - ?$

$$T_e = \frac{\hbar c}{\lambda} - \frac{\hbar c}{\lambda'}, \text{ где } \lambda' = \lambda + \Lambda(1-\cos\theta)$$

$$T_e = \hbar c\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Lambda(1-\cos\theta)}\right) =$$

$$= \hbar c\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + 2\Lambda\sin^2\theta/2}\right) = \frac{\hbar c}{\lambda}\left(\frac{2\Lambda\sin^2\theta/2}{\lambda + 2\Lambda\sin^2\theta/2}\right) = 6724 \text{ эВ}$$

$$E_e = T_e + mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + p_e^2c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{(T_e + mc^2)^2 - m^2c^4}{c^2} = \frac{T_e^2 + 2T_e mc^2}{c^2}$$

$$p_e = \frac{\sqrt{T_e^2 + 2T_e mc^2}}{c} = 4{,}44 \cdot 10^{-23} \, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

1.35

Дано:

$\lambda = 0,6943$ мкм

$T = 500$ МэВ

$\theta = 180^\circ$

$\varepsilon_\gamma - ?$

$E_0 = \frac{\hbar c}{\lambda_0} = 2,865$ эВ $\ll T$

Перейдём в СО электрона.

эфф. доплера:

$\omega' = \omega_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \to \lambda' = \lambda_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$

т.к. $T \gg E_{покоя} = 0,5$ МэВ, то электрон ультра-релятивистский и $\varepsilon_e \approx T = pc = \gamma mc^2$, где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Откуда $\gamma = \frac{T}{mc^2} \to \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \left(\frac{mc^2}{T}\right)^2$

$\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{T}\right)^2}}{1+\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{T}\right)^2}}} \approx \frac{1}{2}\frac{mc^2}{T} \to \lambda' = \lambda_0 \frac{1}{2}\frac{mc^2}{T} = 3,55 \cdot 10^{-8}$ см

По ф-ле Комптона:

$\Delta\lambda = \Lambda(1-\cos\varphi) = 2\Lambda$

$\lambda = \lambda' + \Delta\lambda = \lambda' + 2\Lambda \approx \lambda' = 3,55 \cdot 10^{-8}$ см

Переход обратно: $\lambda'' = \lambda\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \approx \lambda \frac{1}{2}\frac{mc^2}{T} = \lambda_0\left(\frac{1}{2}\frac{mc^2}{T}\right)^2$

$$\varepsilon_\gamma'' = \frac{\hbar c}{\lambda''} = \frac{4\hbar c}{\lambda_0}\left(\frac{T}{mc^2}\right)^2 = 6,85\ \text{МэВ}$$

1.39

Дано:

$\varepsilon_\gamma = 5$ МэВ

$\frac{\Delta T}{T_ф}$ – ?

Закон Эйнштейна: $\hbar\nu = \varepsilon_{ион} + A + T_ф$

т.к. $\varepsilon_{ион} \le 0{,}136$ МэВ $\ll \hbar\nu$, $A \simeq 10$ эВ, то

$T_ф \simeq \varepsilon_\gamma$

При Комптон-эфф. $\varepsilon_\gamma + m_e c^2 = \varepsilon'_\gamma + m_e c^2 + \varepsilon_{ион} + T_к$

Откуда $T_к \simeq \varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma = \frac{\hbar c}{\lambda} - \frac{\hbar c}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{\hbar c}{\lambda} \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}$

Энергия электрона максимальна при угле рассеяния $\theta_0 = 180°$. $\hookrightarrow$ $\Delta\lambda_{max} = \Lambda(1 - \cos\theta_0) = 2\Lambda = 2\frac{\hbar}{m_e c}$

$$T_к = \frac{\hbar c}{\lambda} \frac{2\hbar}{m_e c\lambda} \frac{1}{1 + \frac{2\hbar}{m_e c\lambda}} = \varepsilon_\gamma \frac{2\varepsilon_\gamma}{m_e c^2} \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_\gamma}{m_e c^2}}$$

Разрешение аппаратуры по энергии $\Delta T = T_ф - T_к$

$$\frac{\Delta T}{T_ф} \approx \frac{\varepsilon_\gamma - T_к}{\varepsilon_\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_\gamma}{m_e c^2}} \approx 0{,}05$$

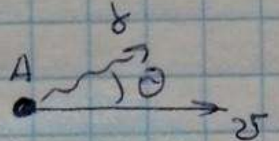
1.48 Дано:

$\Delta \mathcal{E}_\gamma = 1$ МэВ

$A = 100$

$T = 100$ эВ

θ - ? $(E_\gamma = \Delta \mathcal{E}_\gamma)$



$$v = \sqrt{\frac{2T}{M}} = \sqrt{\frac{2T}{A \cdot m_p}}$$

$$T_{ядра}^{отд} = \frac{P_{яд}^2}{2M} = \frac{P_\gamma^2}{2M} = \frac{(\mathcal{E}_\gamma/c)^2}{2M} = \frac{\mathcal{E}_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$$\hbar\omega_0 = E_\gamma - T_{яд}^{отд} = E_\gamma\left(1 - \frac{E_\gamma}{2Mc^2}\right)$$ ← истинная энергия

В ЛСО: под углом Θ γ-кванта:

$$\omega(\Theta) = \omega_0\left(1 + \frac{v}{c}\cos\Theta\right) = \frac{E_\gamma}{\hbar}\left(1 - \frac{E_\gamma}{2Mc^2}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(1 + \frac{v}{c}\cos\Theta\right) = \frac{E_\gamma}{\hbar}\left(1 + \underbrace{\frac{v}{c}\cos\Theta - \frac{E_\gamma}{2Mc^2}}_{\shortparallel\, 0\text{, чтобы было нужное}}\right)$$

$$\frac{v}{c}\cos\Theta = \frac{E_\gamma}{2Mc^2}$$

$$\cos\Theta = E_\gamma \frac{1}{2Mcv} = \frac{\Delta\,\mathcal{E}_p}{2\sqrt{2TMc^2}} = 0{,}116$$

Откуда $\Theta \approx 83°$.

Задача 0-3-1

$\lambda_к = \frac{h}{mc} = \lambda_{дБ} = \frac{h}{p} \hookrightarrow p = mc$

$T = E - mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2 = mc^2\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2c^2}} - mc^2 =$

$= mc^2(\sqrt{2} - 1) = 212$ кэВ

Ответ: $T = 212$ кэВ.

Задача 0-3-2

$x = A \sin \omega t \qquad p = m\omega A \cos \omega t$

$E = \frac{p^2_{max}}{2m} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \qquad \Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \qquad \overline{\Delta x^2}\,\overline{\Delta p^2} \geq \hbar^2$

$\frac{A^2}{2} \cdot \frac{m^2\omega^2 A^2}{2} \geq \hbar^2 \hookrightarrow \frac{A^2 m\omega}{2} \geq \hbar \hookrightarrow E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \geq \hbar\omega$

2.10

Дано:

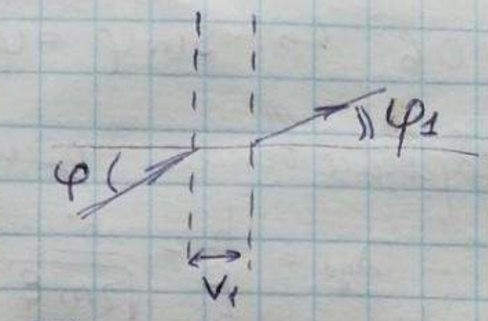
$T = 100$ эВ

$\varphi = 30^\circ$

$V_1 = 36$ В

$n - ?$

$V_2 - ?$



Полная энергия сохр-ся:

$$\mathcal{E} = T + U = const \Rightarrow T = T_1 + eV_1$$

где T и T_1 - кинетич. энергия до и после барьера.

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_\perp^2 + p_\parallel^2}{2m}$$

$$p_\parallel = const \hookrightarrow p\sin\varphi = p_1 \sin\varphi_1$$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{h/p}{h/p_1} = \frac{p_1}{p} = \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_1} = \sqrt{\frac{T - eV_1}{T}} = \sqrt{1 + \frac{|e|V_1}{T}} = \underline{1{,}17}$$

Для полного отражения $\bar{e}$ надо, чтобы $\sin\varphi_1 = 1$.

т.е. $\sin\varphi_1 = \dfrac{\sin\varphi}{\sqrt{1 + \frac{|e|V_2}{T}}} = 1 \hookrightarrow \dfrac{1}{4} = 1 + \dfrac{|e|V_2}{T}$

$$V_2 = -\frac{3}{4}\frac{T}{|e|} = \underline{-75\text{ В}}$$

2.15

Дано:

$\mathcal{E}_\varphi = 1$ эВ

$d = 2{,}32$ Å

$\Delta\varphi = 0{,}1°$

D - ? $\Delta\mathcal{E}_\varphi$ - ?

условие Брэгга-Вульфа порядок $m=1$ соответствует углу $\sin\varphi = \frac{\lambda}{2d}$

Длина волны, соотв. энергии нейтрона $\mathcal{E}_\varphi = 1$ эВ, равна 0,287 Å

Значит $\frac{\lambda}{2d} \approx 0{,}06 \hookrightarrow \sin\varphi \approx \varphi \approx 0{,}06$

$\frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ Дебройлевская длина волны

$$\lambda_{дб} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m\mathcal{E}_\varphi}} \propto \mathcal{E}_\varphi^{-1/2}$$

Поэтому $\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\Delta\mathcal{E}_\varphi}{\mathcal{E}_\varphi}\right|$

Откуда $\Delta\mathcal{E}_\varphi = 2\mathcal{E}_\varphi \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2\mathcal{E}_\varphi \frac{\Delta\varphi}{\varphi} \approx 0{,}58$ эВ

Толщину кристалла D оценим из того, что разрешающая сп-сть системы $R = mN \geqslant \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

т.е. при $m=1$ и числе интерф. пучков, равном числу слоёв $N = \frac{D}{d}$

$$\frac{D}{d} \geqslant \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\lambda}{2d\Delta\varphi}$$

Откуда $D \geqslant \frac{\lambda}{2\Delta\varphi} \approx 82$ Å

2.26

Дано:

$l \sim 10^{-13}$ см

$l_2 \sim 10^{-17}$ см

$T_e - ?$

$(T_p - ?)$

$$\Delta p \Delta x \sim \hbar \qquad pl \sim \hbar \hookrightarrow p \sim \frac{\hbar}{l}$$

Для релятивист. частиц:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

$$T = E - mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 =$$

$$= mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{p^2c^2}{m^2c^4}} - 1\right) = mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{\hbar^2c^2}{l^2m^2c^4}} - 1\right) =$$

$$= mc^2\left(\sqrt{1+\frac{\lambda_e^2}{\ell^2}}-1\right)$$

Для нерелятив. част.:

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\ell^2}\frac{mc^2}{mc^2} = \frac{\lambda_e^2}{\ell^2}\frac{mc^2}{2}$$

Электрон:

$$T_{e_1} > 0{,}511\left(\sqrt{1+\left(\frac{2{,}4\cdot 10^{-10}}{10^{-13}}\right)^2}-1\right) = 1230\ \text{МэВ}$$

$$10^{-17}\ \text{см} \longrightarrow T_{e_2} > 12\cdot 10^{6}\ \text{МэВ} = 12\ \text{ТэВ}$$

Протон:

$$T_{p_1} > 618\ \text{МэВ}$$

$$T_{p_2} > 123\cdot 10^{3}\ \text{МэВ}$$

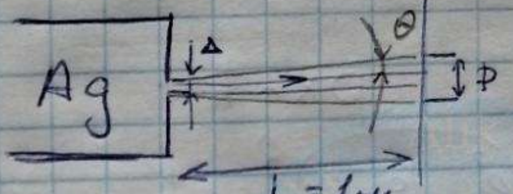
2.30

Дано:

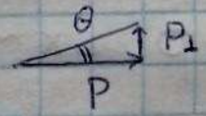
$t^\circ = 1200^\circ C$

$L = 1\,м$

$d - ?$



$$D = \Delta + 2L\theta$$



$$D = \Delta + 2L\frac{P_\perp}{P}$$

$$\Delta P = P_\perp \rightarrow P_\perp \cdot \Delta \sim \hbar$$

Откуда $D = \Delta + L\dfrac{2\hbar}{p\Delta}$

$$\frac{dD}{d\Delta} = 0 = 1 - \frac{2L\hbar}{p\Delta^2}$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{2L\hbar}{p}}$$

$$p \simeq \sqrt{3mkT}$$

$$\Delta \simeq \sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} \longrightarrow D_{min} = d = \sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} + L\frac{2\hbar}{p\sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}}} = 2\sqrt{\frac{2L\hbar}{\sqrt{3mkT}}} =$$

и $\Delta = 3\,мкм$

Через зоны Френеля:

$$r_1 = \sqrt{L\lambda}$$

Для оценки считаем, что пятно имеет размер щели:

$$d = 2r_1 = 2\sqrt{L\lambda}$$

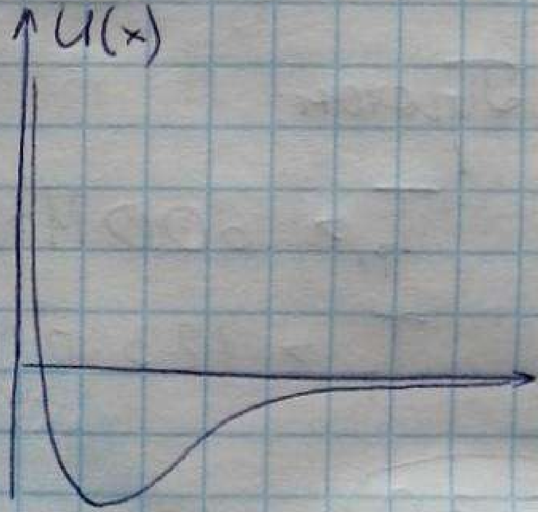
где $\lambda = \lambda_{д.Б.} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{h}{\sqrt{kTm}}$

$$d = 2\sqrt{\frac{Lh}{\sqrt{kTm}}} \simeq 3\,\text{мкм}$$

The same answer.

2.38

$$U(x) = -\frac{e^2}{4x}\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}$$



$\varepsilon = 1,057$

$\bar{x}$ - ?

$\mathcal{E}_{св}$?

$\Delta p \sim p,\ \Delta x \sim x \qquad px \sim \hbar$

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4x}\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1} = \frac{\hbar^2}{2mx^2} - \frac{Q}{x}$$

Q

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0 = -\frac{\hbar^2}{mx^3} + \frac{Q}{x^2} \longrightarrow x_{min} = 4\,\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1}\,r_Б = 76\,Å$$

$$\mathcal{E}_{min} = -\frac{me^4}{32\hbar^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\right)^2 = -6,5\cdot10^{-4}\ эВ.$$

2.44

Дано: m, τ ; F_{max} - ?

Под действием силы част. дв-ся с ускорением a, и за τ пролетает

$$l = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{F\tau^2}{2m}$$

При измерении вносится неопред-сть $\langle \Delta x_0^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$. Возникает разброс в значении импульса $\langle \Delta p_x^2 \rangle$, который найдём:

$$\langle \Delta x_0^2 \rangle \langle \Delta p_x^2 \rangle \geqslant \frac{\hbar^2}{4} \hookrightarrow \langle \Delta p_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4\langle \Delta x_0^2 \rangle}$$

Через τ приводит к $\langle \Delta x_\tau^2 \rangle = \frac{\langle \Delta p_x^2 \rangle \tau^2}{m^2} \geqslant \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 \langle \Delta x_0^2 \rangle}$

Складывая обе дисперсии в силу статистич. нез-сти:

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle \Delta x_0^2 \rangle + \langle \Delta x_\tau^2 \rangle \geqslant \langle \Delta x_0^2 \rangle + \frac{\hbar^2 \tau^2}{4m^2 \langle \Delta x_0^2 \rangle}$$

$$\langle \Delta x_0^2 \rangle_{min} = \frac{\hbar \tau}{2m} \hookrightarrow \langle \Delta x^2 \rangle_{min} = \frac{\hbar \tau}{m}$$

Силу можно зарег., если $l >$ неопред. пути

$$\frac{F\tau^2}{2m} \geqslant \sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} \longrightarrow F_{min} = \frac{2m}{\tau^2}\sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} = \sqrt{\frac{4m\hbar}{\tau^3}}$$

0-4-1

Дано:

$U = 2{,}5$ эВ

$a = 2 r_Б$

E_{min} - ?

Ур-ие Шрёд.

$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

$k_1 = \frac{\sqrt{2m(E+U)}}{\hbar}$

I: $\psi_1'' + k^2\psi_1 = 0$

II: $\psi_2'' + k_1^2\psi_2 = 0$

III: $\psi_3'' + k^2\psi_3 = 0$

Решения: $\psi_1(x) = e^{ikx} + r e^{-ikx}$

$\psi_2(x) = b e^{ik_1x} + c e^{-ik_1x}$

$\psi_3(x) = d e^{ikx}$

Граничн. усл-ия: $x = 0$: $1 + r = b + c$

$ik(1-r) = ik_1(b-c)$

$x = a$: $b e^{ik_1a} + c e^{-ik_1a} = d e^{ika}$

$ik_1(b e^{ik_1a} - c e^{-ik_1a}) = ik d e^{ika}$

$$r = \frac{(k_1^2 - k^2)(e^{2ik_1a} - 1)}{(k + k_1)^2 - e^{2ik_1a}(k - k_1)^2}$$

$r = 0$ при $e^{2ik_1a} = 1$

$k_1 = \frac{\pi n}{a}$, $n \in N$

$k_1 = \frac{\sqrt{2m(E+U)}}{\hbar}$

$E = -U + \frac{\hbar^2 k_1^2}{\hbar}$

$$E_{min} = -U + \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = -U + \frac{\hbar^2\pi^2}{8mr_Б^2} = 35 \text{ эВ}$$

(0-4-2)

Дано:

$E = 3$ эВ

$h = 5$ эВ

$l = 3A$

h'/h - ?

$P \downarrow 10$ раз

Ур-ие Шрёдингера зап-ся так:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + U\psi = E\psi$$

Откуда $\psi \sim e^{-\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}}\sqrt{U-E}\cdot x}$

Получим следующее рав-во:

$$\frac{e^{-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}}\sqrt{U_1-E}\,l}}{e^{-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}}\sqrt{U_2-E}\,l}} = \frac{1}{10}$$

Откуда $\sqrt{U_1-E} - \sqrt{U_2-E} = -\frac{\hbar \ln 10}{2l\sqrt{2m}} = -3\cdot 10^{-10}\sqrt{Дж}$

$$\sqrt{U_2-E} - \sqrt{U_1-E} = 3\cdot 10^{-10} = 0{,}75 \text{ эВ}$$

$$\sqrt{U_2-3} - \sqrt{5-2} = 0{,}75$$

$$U_2 = 3 + (0{,}75 + \sqrt{3})^2 \approx 9 \text{ эВ}$$

Ответ: в $\frac{9}{5}$ раз

3.27

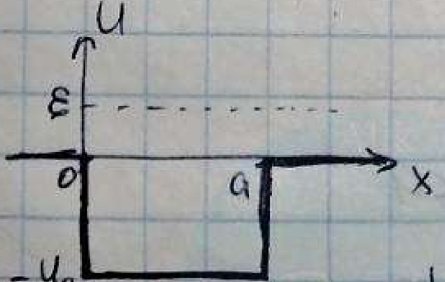
Дано:

$a = 4\,\text{Å}$

$U_0 = 10$ эВ

$\varepsilon \approx 10^{-2}$ эВ

τ - ?



$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$k_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(\varepsilon + U_0)$$

$$k_2^2 = \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2}$$

$$D = 4\frac{\sqrt{\varepsilon(\varepsilon + U_0)}}{\left(\sqrt{\varepsilon + U_0} + \sqrt{\varepsilon}\right)^2} \approx 4\sqrt{\frac{\varepsilon}{U_0}}$$ - коэф. прох. за 1 раз

$$n = \frac{v}{a} \quad \left[\frac{\text{удар.}}{\text{с}}\right] \qquad v = \sqrt{\frac{2(U_0 + E)}{m}} = \sqrt{\frac{2U_0}{m}}$$

Откуда $n = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2U_0}{m}}$

$$(1-D)^{n\tau} \longrightarrow 0 \qquad 1 - n\tau D \to 0 \hookrightarrow \quad \tau = \frac{1}{nD}$$

$$\tau = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{m}{2U_0}}\sqrt{\frac{U_0}{E}} = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{m}{2E}} \approx \underline{\underline{10^{-15}\,\text{с}}}$$

3.33

Дано:

$\mathcal{E} = 0,6$ эВ

$U = 2,5$ эВ

$r - ?$

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(\mathcal{E}-U)}$$

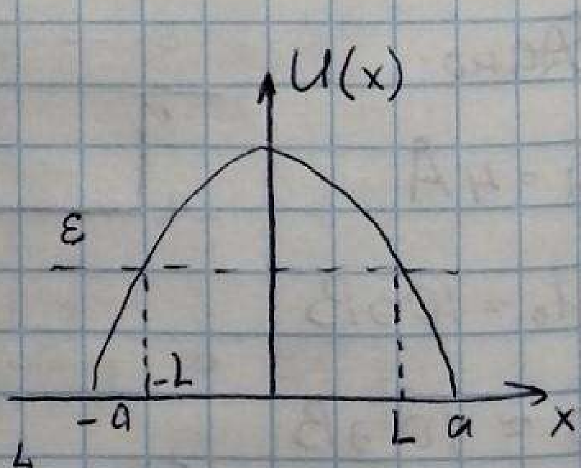
$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{\sqrt{2m(\mathcal{E}-U)}}$$

Усл-ие резонанса $2r = \frac{\lambda}{2}$

$$r = \frac{\lambda}{4} = \frac{h}{4\sqrt{2m(\mathcal{E}+U)}} = \underline{1,7\ \text{Å}}$$

3.41

$$U = \begin{cases} U_0\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right), & |x|<a \\ 0, & |x|>a \end{cases}$$



ε $\qquad D - ?$

$$D = e^{-\frac{2}{\hbar}\int_{-L}^{L}\sqrt{2m(U-\varepsilon)}\,dx} = e^{-\frac{4}{\hbar}\int_{0}^{L}\sqrt{2m(U-\varepsilon)}\,dx}$$

$$D = e^{-\frac{4}{\hbar}\int_0^L \sqrt{2m}\sqrt{U_0 - \varepsilon - U_0\frac{x^2}{a^2}}\,dx} = e^{-\frac{4}{\hbar}\frac{\sqrt{2mU_0}}{a}\int_0^L \sqrt{\frac{U_0-\varepsilon}{U_0}a^2 - x^2}\,dx} =$$

$$= e^{-\frac{4}{\hbar a}\sqrt{2mU_0}\,\frac{1}{2}\left(L\sqrt{\underbrace{a^2\left(1-\frac{\varepsilon}{U_0}\right)}_{L^2} - L^2} + \underbrace{a^2\left(1-\frac{\varepsilon}{U_0}\right)}_{L^2}\arcsin\frac{L}{\underbrace{a\sqrt{1-\frac{\varepsilon}{U_0}}}_{L}}\right)} =$$

$$= e^{-\frac{\pi L^2}{\hbar a}\sqrt{2mU_0}} = e^{-\frac{\sqrt{2mU_0}}{\hbar a}\pi a^2\left(1-\frac{\varepsilon}{U_0}\right)} = e^{-\frac{\pi\sqrt{2mU_0}}{\hbar}a\left(1-\frac{\varepsilon}{U_0}\right)}$$

Учтём, что

$$\hbar\omega = \hbar\sqrt{-\frac{U''}{m}} = \sqrt{\frac{2U_0}{ma^2}}$$

Тогда окончательно $D = e^{-\frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar\sqrt{U_0}}a(U_0-\varepsilon)} =$

$$= e^{-\frac{2\pi(U_0-\varepsilon)}{\hbar\omega}}$$

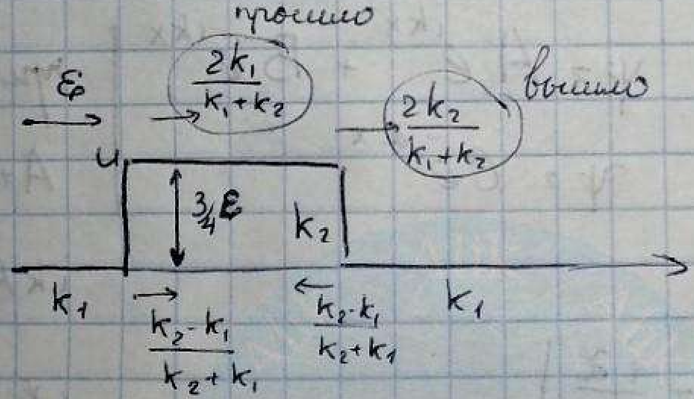
3.45

Дано:

$U = \frac{3}{4}\mathcal{E}$

$R = \frac{9}{25}$

L_{min} - ?



$k_1 \sim \sqrt{\mathcal{E}}$

$k_2 \sim \sqrt{\mathcal{E} - U} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}}}{2}$

$$A_{прош.} = \frac{\frac{2k_1}{k_1+k_2} \cdot \frac{2k_2}{k_1+k_2}}{1 - \left(\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}\right)^2 e^{ik_2 \cdot 2L}} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 e^{ik_2 \cdot 2L}} =$$

$$= \frac{8}{9 \underbrace{- e^{ik_2 2L}}_{=-1}} = \frac{4}{5}$$

$R = \frac{16}{25} \hookrightarrow \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$2k_2 L = \pi$

$\downarrow$

$$L_{min} = \frac{\lambda}{4}$$

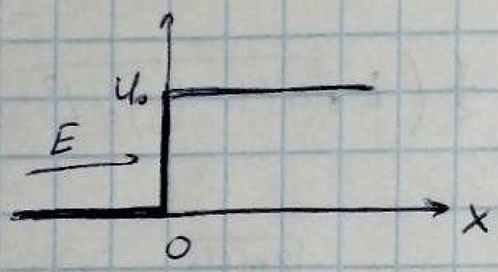
T2

Дано:

$U_0 > 0,\ x = 0$

$E = \frac{U_0}{4}$

$x_{min},\ x_{max}$ - ?



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' = E\psi \qquad (x<0)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + U_0\psi = E\psi \quad (x>0)$$

$$\begin{cases} \psi'' + \overbrace{\frac{2m}{\hbar^2}}^{k^2}\psi = 0 \\ \psi'' - \underbrace{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}_{\varkappa^2}\psi = 0 \end{cases}$$

При $x<0$: $\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$

$x>0$: $\psi = Ce^{-\varkappa x}$

при $x=0$:

$A + B = C$

$ikA - ikB = -\varkappa C$

$$A = \frac{C}{2}\left(1 + \frac{i\varkappa}{k}\right)$$

$$B = \frac{C}{2}\left(1 - \frac{i\varkappa}{k}\right)$$

$$\hat{r} = \frac{B}{A} = \frac{1 - \frac{i\varkappa}{k}}{1 + \frac{i\varkappa}{k}} = \frac{k - i\varkappa}{k + i\varkappa} =$$

$$= \frac{k^2 - 2ik\varkappa - \varkappa^2}{k^2 + \varkappa^2} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

где φ - сдвиг по фазе между падающ. и отр. волнами

$$\cos\varphi = \frac{k^2 - \varkappa^2}{k^2 + \varkappa^2} \qquad \sin\varphi = \frac{2k\varkappa}{k^2 + \varkappa^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{E-(U_0-E)}{E+(U_0-E)} = \frac{2E-U_0}{U_0} = \frac{\frac{U_0}{2}-U_0}{U_0} = -\frac{1}{2} < 0$$

min расст.

$$\sin\varphi = -\frac{2\sqrt{E(U_0-E)}}{U_0} = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0 \qquad \varphi = \frac{\pi}{3} + \pi(2n-1) = \frac{4\pi}{3}$$

Плотн. распр. вер-сти:

$$\rho(x) = |A|^2 \left|e^{ikx} + \hat{r}\, e^{-ikx}\right|^2 = |A|^2 \left|e^{ikx} + \overset{1}{\overset{\shortparallel}{|\hat{r}|}}\, e^{i\varphi} e^{-ikx}\right|^2 =$$

$$= 2|A|^2\left(1+\cos(2kx-\varphi)\right)$$

$\rho_{max}(x) = 4|A|^2$ дости-ся при $2kx - \varphi = 2\pi m =$

$$= 2\cdot\frac{2\pi}{\lambda}x - \varphi \hookrightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{\varphi + 2\pi m}{4\pi} = \frac{4\pi/3 + 2\pi m}{4\pi} = \frac{1}{3} + \frac{m}{2}$$

$$m = -1 \hookrightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \qquad x_{max} = -\frac{\lambda_{дб}}{6}$$

$\rho_{min}(x) = 0$ дости-ся при $2kx - \varphi = \pi + 2\pi m = \frac{4\pi}{\lambda}x - \varphi$

Откуда $\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{m}{2} = \frac{7}{12} + \frac{m}{2}$

$$m = -2 \qquad x_{min} = -\frac{5}{12}\lambda_{дб}$$

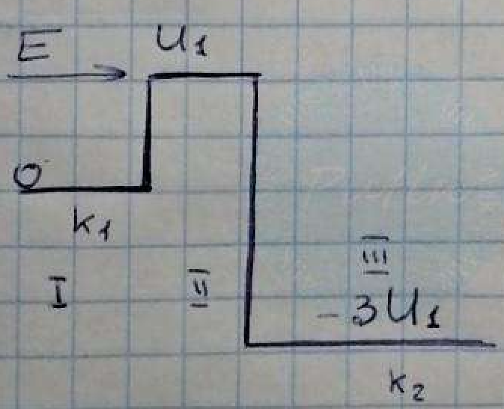
Т3

Дано:

$E = 1\,эВ$

$L = 7{,}8\,Å$

$\frac{N_{прош.}}{N_{пад}}$ - ?



Энергия отлич. в 4 раза

$k_2 = 2k_1$

$\underline{\mathrm{I}}$: $\underset{\longrightarrow}{e^{ik_1x}}$ $\qquad$ $\underset{\longleftarrow}{re^{-ik_1x}}$

$\underline{\mathrm{II}}$: $a + bx$

$\underline{\mathrm{III}}$: $d e^{ik_2(x-l)}$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + U\psi = E\psi$$

$$U = E$$

$$\psi'' = 0$$

Граничные усл-ия:

$1 + r = a \qquad d = a + bl$

$1 - r = \frac{b}{ik_1} \qquad d = \frac{b}{ik_2}$

$$(*) \quad d = \frac{2}{\frac{1}{ik_2} + \frac{1}{ik_1} - l} \cdot \frac{1}{ik_2}$$

$$2 = a + \frac{b}{ik_1} \hookrightarrow a = 2 - \frac{b}{ik_1}$$

$$2 = b\left(\frac{1}{ik_2} + \frac{1}{ik_1} - l\right)$$

Подставим в $(*)$: $\quad d = \frac{2}{3 - ik_2 l}$

$$D = |d|^2 = \frac{4}{9 + l^2 k_2^2}$$

$$\frac{J_{\text{прош.}}}{J_{\text{пад}}} = D\,\frac{k_2}{k_1} = \frac{8}{9 + l^2 k_2^2} = \frac{8}{9 + l^2 4 k_1^2} = \frac{8}{9 + 4\cdot 16} = \frac{8}{73}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E$$

Задача 0-5-1

Частица в бесконечн. пот. яме имеет только дискретные знач. энергии: $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2$, где a - ширина ямы.

Для основного сост. $(n=1)$ имеем $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$

$$A = E_1\left(\frac{l}{2}\right) - E_1(l) = \frac{3}{2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2}$$

Задача 0-5-2

Дано:

$l = 3\,Å$

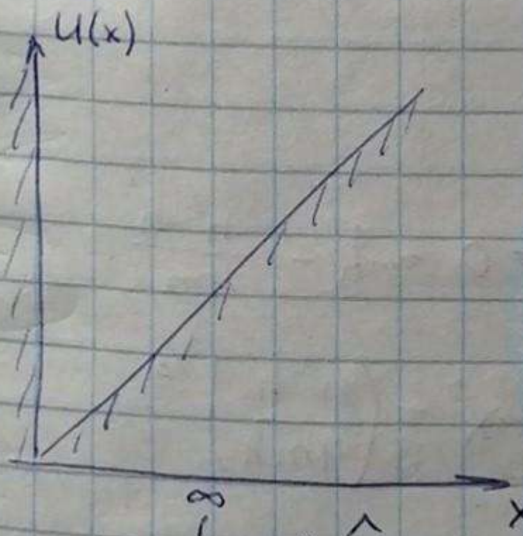
$\Delta E_{31} = 5$ эВ

$m - ?$

$$E_3 - E_1 = 9\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2} - \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2} = 4\frac{\pi^2\hbar^2}{ml^2}$$

$$m = \frac{4\pi^2\hbar^2}{\Delta E\, l^2} = \frac{h^2}{\Delta E\, l^2} = 6{,}1\cdot 10^{-30}\ \text{кг}$$

3.5



$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ kx, & x > 0 \end{cases}$$

$$\psi = x e^{-ax}$$

E_{min} - ?

$$\overline{E} = \frac{\int_0^\infty \psi^* \hat{H} \psi \, dx}{\int_0^\infty \psi^* \psi \, dx} \qquad \int_0^\infty \psi^* \psi \, dx = \frac{1}{4a^3}$$

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + kx\psi$$

$$(xe^{-ax})'' = e^{-ax}(-2a + xa^2)$$

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{-ax}(-2a + xa^2) + kx^2 e^{-ax}$$

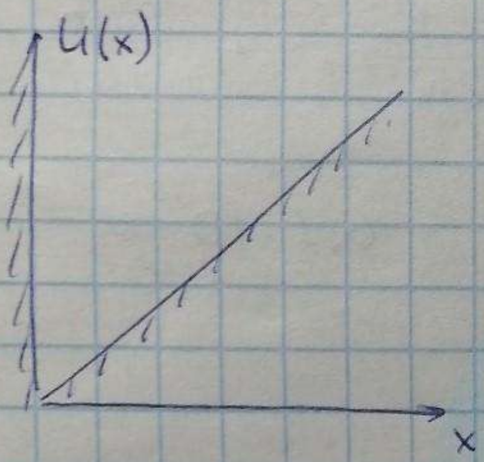
$$\int_0^\infty x e^{-ax} e^{-ax}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}(-2a + xa^2) + kx^2\right)dx = \frac{1}{8}\left(\frac{\hbar^2}{ma} + \frac{3k}{a^4}\right)$$

$$\overline{E} = 4a^3 \frac{1}{8}\left(\frac{\hbar^2}{ma} + \frac{3k}{a^4}\right) = \frac{\hbar^2 a^2}{2m} + \frac{3}{2}\frac{k}{a}$$

Найдём минимум:

$$\frac{d\overline{E}}{da} = 0 \longrightarrow \quad a^3 = \frac{3km}{2\hbar^2} \qquad E_{min} = \frac{3}{2}\left(\frac{9}{4}\frac{\hbar^2 k^2}{m}\right)^{1/3}$$

3.6



$$u(x) = \begin{cases} \infty, & i < 0 \\ kx, & x > 0 \end{cases}$$

$$\oint (\vec{p}\, d\vec{l}) = nh$$

$$2px = nh \qquad p = \frac{nh}{2x}$$

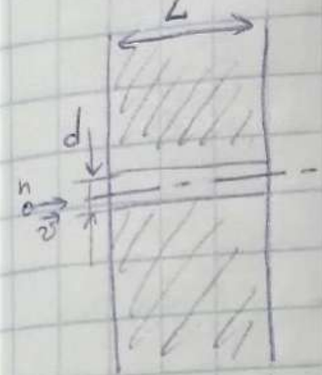
$$T_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8 m x^2}$$

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8 m x^2} + kx \longrightarrow \frac{dE}{dx} = 0 = k - \frac{n^2 h^2}{4 m x^3}$$

$$x^2 = \left(\frac{n^2 h^2}{4mk}\right)^{2/3}$$

$$E_n = \frac{3}{2}\left(\frac{h^2 k^2}{4m}\right)^{1/3} n^{2/3}$$

3.14



$d = 10^{-3}$ см

$l \gg d$, $L \gg l$

$v - ?$ $v_{min_{d \times d}} - ?$

ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2} = E_n + \frac{mv_1^2}{2}$,

где $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n^2$.

Частица пройдут, если $\frac{mv^2}{2} \geq E_1$

Откуда получим:

$$\frac{mv^2}{2} \geq \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2}$$

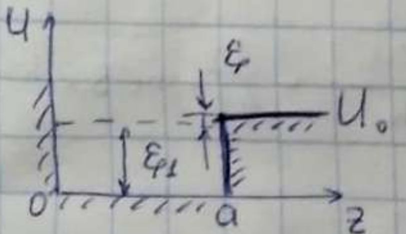
$$v \geq \frac{\pi \hbar}{md} = 0{,}02 \text{ м/с} = 2 \text{ см/с}$$

При $d = l$ (квадратное сечение) имеем двумерную потенц. яму.

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} n^2 \left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{d^2} \right)$$

$$v \geq \frac{\pi \hbar n}{m} \sqrt{\frac{1}{l^2} + \frac{1}{d^2}} = \frac{\pi \hbar}{m} \frac{\sqrt{2}}{d} \approx 2{,}8 \text{ см/с}$$

3.21



$a = 6$ Å

$U(z=0) = +\infty$

$\xi = U_0 - \xi_1 = 1k$

$U_0,\ \langle z \rangle$ - ?

Ур-не Шрёдингера:

$$\begin{cases} \psi_1'' + k^2 \psi_1 = 0 \\ \psi_2'' - \beta^2 \psi_2 = 0 \end{cases}$$

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\xi_1} \qquad \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - \xi_1)}$$

$$\psi_1 = A \sin kz + B \cos kz$$

$$\psi_2 = C e^{-\beta z}$$

Сшивка:

$$\begin{cases} \psi_1(a) = \psi_2(a) \\ \psi_1'(a) = \psi_2'(a) \end{cases}, \quad \psi_1(0) = 0$$

$$\begin{cases} A\sin ka = Ce^{-\beta a} \\ Ak\cos ka = Ce^{-\beta a}\cdot(-\beta) \end{cases} \hookrightarrow \operatorname{ctg} ka = -\frac{\beta}{k}$$

$$ka \cdot \operatorname{ctg} ka = -\beta a = -1{,}21 \quad \hookrightarrow ka = \frac{2\pi}{3}$$

$$k = \frac{2\pi}{3a} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\varepsilon_1} \qquad \varepsilon_1 = \frac{4\pi^2\hbar^2}{9a^2 \cdot 2m} = 3K$$

Получим $U_0 = \varepsilon + \varepsilon_1 = \underline{\underline{4K}}$

по частям

$$\langle z \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* z \psi\, dz}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi\, dz} = \frac{\int_0^a A^2 z \sin^2 kz\, dz + \int_a^\infty C^2 z e^{-2\beta z} dz}{\int_0^a A^2 \sin^2 kz\, dz + \int_a^\infty C^2 e^{-2\beta z} dz}$$

$$\int_0^a A^2 \sin^2 kz\, dz = \frac{A^2}{2}\left(z - \frac{\sin 2kz}{2k}\right)\Big|_0^a = \frac{A^2}{2}\left(a - \frac{\sin 2ak}{2k}\right)$$

$$\int_a^\infty C^2 e^{-2\beta z} dz = C^2 \frac{e^{-2\beta z}}{-2\beta}\Big|_a^\infty = \frac{C^2 e^{-2\beta a}}{2\beta}$$

$$\int_0^a A^2 \sin^2 kz \cdot z\, dz = \frac{A^2}{2}\left(\frac{a^2}{2} - \frac{a\sin 2ka}{2k} - \frac{1}{4k^2}\cos 2ka + \frac{1}{4k^2}\right)$$

$$\int_a^\infty C^2 z e^{-2\beta z} dz = C^2 e^{-2\beta a}\left(\frac{a}{2\beta} + \frac{1}{4\beta^2}\right)$$

$$A = C\frac{e^{-\beta a}}{\sin ka}$$

Откуда $\langle z \rangle = \frac{\pi}{2k} + \frac{1}{2\beta} = 7\,\text{Å}$ //

3.23

$a = 2\,Å$

$U(0) = \infty$

$U = -U_0 \qquad U = 0$

$0 < x < a \qquad x > 0$

$a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\varepsilon, U_0 - ?$

$$\begin{cases} \psi_1'' + k_1^2 \psi_1 = 0 \\ \psi_2'' - k_2^2 \psi_2 = 0 \end{cases} \qquad k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(\varepsilon + U_0)}$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(\underset{0}{U} - \varepsilon)}$$

$$\psi_1 = A \sin k_1 x + B \cos k_1 x$$

$\psi_1 = 0$ при $x = 0 \hookrightarrow B = 0$

$$\psi_2 = \underset{0}{C} e^{k_2 x} + D e^{-k_2 x}$$

Сшивка: $\begin{cases} \psi_1(a) = \psi_2(a) \\ \psi_1'(a) = \psi_2'(a) \end{cases}$

$$\begin{cases} A \sin k_1 a = D e^{-k_2 x} \\ k_1 A \cos k_1 a = -k_2 D e^{-k_2 x} \end{cases} \hookrightarrow k_1 \operatorname{ctg} k_1 a = -k_2$$

Из условия $\quad \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\psi(a)}{(\psi_1)_{max}}$

Откуда $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A \sin k_1 a}{A} \hookrightarrow k_1 a = \frac{\pi}{3}$

$$k_2^2 = \frac{\pi^2}{27 a^2} \hookrightarrow -\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m \cdot 27 a^2}$$

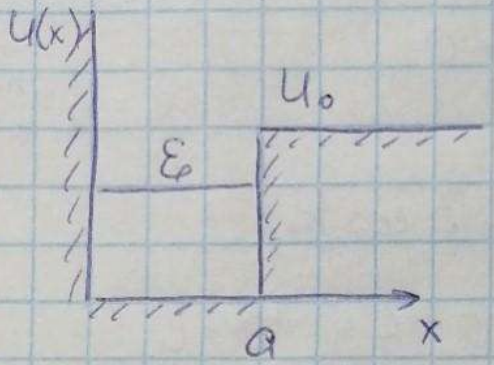
$$U_0 + \varepsilon = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m\, 9 a^2}$$

$$U_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{18 m a^2} - \varepsilon = \frac{\pi^2 \hbar^2\, 2 \cdot 2}{54 m a^2} = 4\varepsilon$$

$$U_0 = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{27 m a^2} = 1{,}3825 \text{ эВ}$$

$$\varepsilon = \frac{U_0}{4} = 0{,}3456 \text{ эВ}$$

3.49



$$\mathcal{E} = \frac{3}{4}U_0$$

$\frac{a}{a_x}$ – ?

после сжатия

$$\psi_1(x) = A\sin kx$$

$$k^2 = \frac{2m\mathcal{E}}{\hbar^2}$$

$$\psi_2(x) = Be^{-\varkappa x}$$

$$\varkappa^2 = \frac{2m(U-E)}{\hbar^2}$$

Сшивка:

$$\begin{cases} A\sin ka = Be^{-\varkappa a} \\ Ak\cos ka = -B\varkappa e^{-\varkappa a} \end{cases}$$

$$k\,\mathrm{ctg}\,ka = -\varkappa$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\frac{3}{4}U_0 \qquad \varkappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\frac{U_0}{4}$$

$$\mathrm{ctg}\,ka = -\frac{\varkappa}{k} = -\frac{\sqrt{U_0/4}}{\sqrt{\frac{3U_0}{4}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \hookrightarrow ka = \frac{2\pi}{3}$$

$$k^2a^2 = \frac{4\pi^2}{9} = \frac{3mU_0a^2}{2\hbar^2}$$

$$U_0a^2 = \frac{8\pi^2\hbar^2}{27m}$$

Частица становится свободной при $\mathcal{E} = U_0$

или $\mathrm{ctg}\,ka_x = 0 \hookrightarrow ka_x = \frac{\pi}{2}$

После сжатия „мощность" ямы:

$$U_0a_x^2 = k^2a_x^2 = \frac{\pi^2}{4} = \frac{2m}{\hbar^2}U_0a_x^2 \hookrightarrow U_0a_x^2 = \frac{\pi^2\hbar^2}{8m}$$

$$\frac{a^2}{a_x^2} = \frac{8}{27}\cdot 8 \hookrightarrow \frac{a}{a_x} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \approx \underline{1{,}54}$$

Задача 0-6-1

$T - ?$

$$E_l = \frac{\hbar^2}{2I}(l+1)l$$

$a = 1{,}2\,Å$

$$E_1 - E_0 = \frac{\hbar^2}{I}$$

$$kT = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{\hbar^2}{\mu a^2} = \frac{2\hbar^2}{m a^2}$$

Откуда $T = \dfrac{2\hbar^2}{m k a^2} = \underline{\underline{4{,}2\ K}}$

Задача 0-6-2

$\varepsilon = 12{,}5$ эВ

$\bar{\varepsilon}_{min}$ рассеяния - ?

$$E_1 = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{1} = -R_y = -13{,}6 \text{ эВ}$$

$$E_2 = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \frac{1}{4} = -3{,}4 \text{ эВ} \quad \hookrightarrow \Delta E_{12} = 10{,}2 \text{ эВ}$$

$$E_3 = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{9} = -1{,}51 \text{ эВ} \quad \hookrightarrow \Delta E_{13} = 12{,}09 \text{ эВ}$$

$$E_4 = -\frac{me^2}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{16} = -0{,}85 \text{ эВ} \quad \hookrightarrow \Delta E_{14} = 12{,}75 \text{ эВ}$$

$$\bar{\varepsilon}_{min} = \varepsilon - \Delta E_{13} = 12{,}5 - 12{,}09 = \underline{0{,}41 \text{ эВ}}$$

4.29

$(p\tilde{p})$

из $2p \to 1s$ $E_{21} = 10{,}1$ кэВ

$\Delta\mathcal{E}$ - ?

$$\mathcal{E}_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2 n^2}\frac{m_e}{m_e}, \text{ где } \mu = \frac{m_p}{2}$$

$$\mathcal{E}_n = -R_y \frac{m_p}{2m_e}\frac{1}{n^2} = -13{,}6\,\frac{1836}{2}\,\frac{1}{n^2} = -12{,}5\,\frac{1}{n^2}\text{ кэВ}$$

$$\Delta\mathcal{E}_{кул} = 12{,}5\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 9{,}4 \text{ кэВ}$$

Откуда $\Delta\mathcal{E} = E_{21} - \Delta\mathcal{E}_{кул} = 0{,}7$ кэВ.

4.38

$Z < 50$

$T_e - ?$

${}_{30}Zn$

${}_{47}Ag \quad E_\gamma = 21{,}6$ кэВ

$$E = \hbar\omega = R_y (Z-\sigma)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Для K_α-электронов

Серебро $E = R_y (Z-\sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$

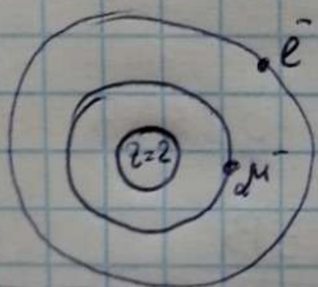
$$\sigma = Z - \sqrt{\frac{4E}{3R_y}} = 47 - \sqrt{\frac{4 \cdot 21{,}6 \cdot 10^3}{13{,}6 \cdot 3}} \simeq 1$$

Zn: $\hbar\omega_{Zn} = 13{,}6(Z-1)^2 = 13{,}6 \cdot 29^2 = 11{,}4$ кэВ

$T_e = E_\gamma - E_{ион} = 21{,}6 - 11{,}4 = 10{,}2$ кэВ

4.45

$m_\mu c^2 = 106,6$ МэВ



$3_p \to 2_s$ $\quad E_{32}$ - ?

λ_{32} - ?

$$r_\mu = \frac{\hbar^2}{m_\mu z e^2}\frac{m_e}{m_e} = r_Б \frac{m_e}{z m_\mu} =$$

$$= 0,53 \cdot 10^{-8} \frac{0,511}{2 \cdot 106,6} = 1,27 \cdot 10^{-11} \text{ см} \ll r_Б$$

$$\frac{1}{\lambda_{32}} = R_\infty \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36} R_\infty =$$

$$= \frac{5}{36} 109737 = 1,52 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$$

$$\lambda_{32} = 656 \text{ нм}$$

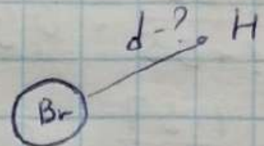
$$\varepsilon_{32} = \frac{hc}{\lambda_{32}} = 1,89 \text{ эВ}$$

5.16

HBr

$\Delta = \frac{1}{\lambda} = 17\ \text{см}^{-1}$

$d - ?$



$$I = \mu d^2 \approx m d^2$$

$$\Delta E_l = \frac{\hbar^2}{I}(l+1) = \frac{\hbar^2}{I}$$

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{m d^2} = \frac{hc}{\lambda} = hc\frac{1}{\lambda}$$

$$d^2 = \frac{\hbar^2}{mhc\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{\hbar}{2\pi m c \Delta} = 1,97 \cdot 10^{-16}\ \text{см}^2$$

$$\underline{d \approx 1,4 \cdot 10^{-8}\ \text{см}}$$

5.25

$\lambda = 4{,}61$ мкм

$A_0 - ?$

$T - ?\ (n=1)$

$$\overline{E} = \overline{E}_{кин} + \overline{E}_{пот}$$

$$\overline{E}_k = \overline{E}_n = \frac{\mu \omega^2 \overline{x^2}}{2}$$

$$\overline{E} = \frac{\hbar\omega}{2}$$

$$\overline{x^2} = \overline{A_0^2 \cos^2 \omega t} = \frac{A_0^2}{2} \hookrightarrow \frac{\hbar\omega}{2} = 2 \cdot \frac{\mu\omega^2}{2} \frac{A_0^2}{2}$$

Откуда $A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}}$

$$\mu = \frac{m_0 m_c}{m_0 + m_c} = 11{,}45 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \hookrightarrow A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}} = \sqrt{\frac{\hbar\lambda}{2\pi c \mu}} \simeq 4{,}7 \cdot 10^{-10} \text{ см}$$

$$kT \geq \hbar\omega \hookrightarrow T \geq \frac{2\pi\hbar c}{k \cdot \lambda} \simeq 3100 \text{ K}$$

5.51

$H^{35}Cl$

$^{35}Cl,\ ^{37}Cl$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - ?$

$$\mu_{35} = \frac{1\cdot 35}{1+35} = 0{,}9722\, m_p$$

$$\mu_{37} = \frac{1\cdot 37}{1+37} = 0{,}9737\, m_p$$

$$\Delta\mu = 0{,}0015\, m_p$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta\varepsilon_{\text{кол}}} = \frac{hc}{\hbar\sqrt{\frac{k}{\mu}}} = 2\pi c\sqrt{\frac{\mu}{k}} \propto \sqrt{\mu}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{1}{2}\frac{0{,}0015}{0{,}9737} = 7{,}7\cdot 10^{-4}$$

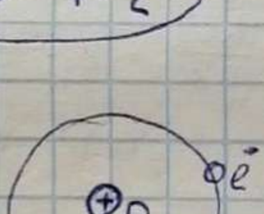
0-7-1

$n = 1,\ l = 0$

$S_1 = 1/2$ - у электрона $S_2 = 1/2$ - у протона

$j = \{0, 1\}$ //

O-7-2



$$B \simeq \frac{2\cdot\mu_Б}{2000\cdot r_Б^3} = \frac{2\cdot 10^{-20}}{2000\,(5\cdot 10^{-9})^3} = \frac{10^7}{125\cdot 2000} =$$

$$= \frac{10^5\ \text{Гс}}{2000}$$

$$B\cdot\mu_Б \sim 10^2\cdot 6\cdot 10^{-9} = 6\cdot 10^{-7}\ \text{эВ}$$

6.8

$I = 100 A$

$T = 100$ кэВ

F - ? M - ?

Полная энергия электрона

$E = T + mc^2$, импульс:

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - m^2c^4}}{c} = \sqrt{T(T + 2mc^2)}/c$$

Число эл., приходящих за 1с.:

$$N = \frac{I}{e}$$

Сила, кот. действует на цилиндр Фарадея:

$$F = p\frac{I}{e} = 1,12 \cdot 10^4 \text{ дин}$$

$$M = N\frac{\hbar}{2} = \frac{I\hbar}{2e} = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ дин} \cdot \text{см.}$$

6.10

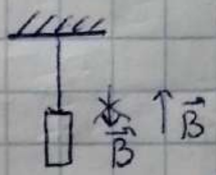
$L = 1\,см$

$m = 1\,г$

$\omega - ?$

$\rho = 7{,}8\,г/см^3$

$l = \hbar$



$$I\omega = 2lN$$

$$\omega = \frac{2lN}{I} = \frac{2\hbar N}{0{,}5mr^2}$$

$$\nu = \frac{m}{A} = \frac{N}{N_A} \rightarrow N = \frac{mN_A}{A}$$

$$\omega = \frac{4N\hbar}{mr^2} = \frac{4\hbar\, m N_A}{mr^2 A}\,\frac{\pi_1 \rho L}{\pi_1 \rho L} =$$

$$= \frac{2N_A\, h \rho L}{Am} = \frac{2\cdot 6\cdot 10^{23}\cdot 6{,}63\cdot 10^{-27}\cdot 7{,}8\cdot 1}{56\cdot 1} = 1{,}1\cdot 10^{-3}\,c^{-1}$$

6.15

$E = 0{,}025$ эВ

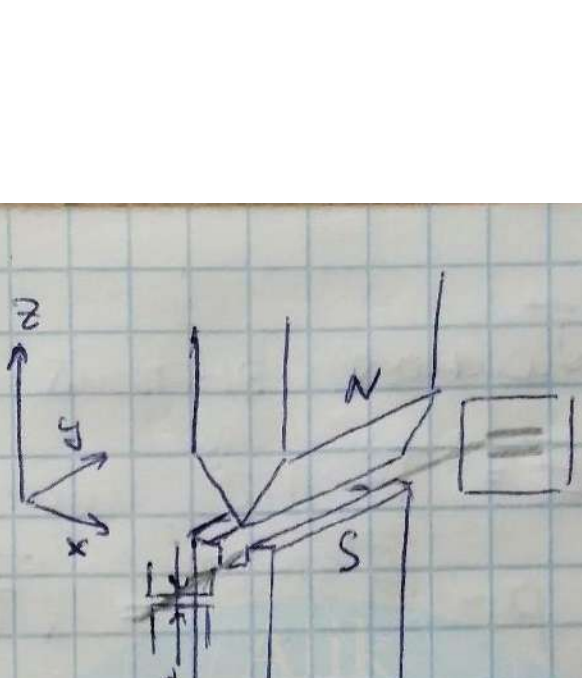
$d = 0{,}1$ мм

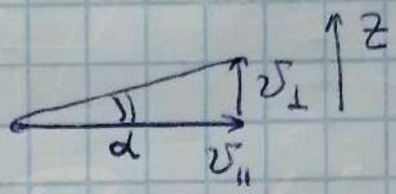
$L = 1$ м

$\frac{\partial B_z}{\partial z}$ – ?

$\mu_n = 0{,}966 \cdot 10^{-23}$ эрг/Гс

$\alpha_{магн} = \alpha_{дифр.}$





$$a_\perp = \frac{v_\perp}{\tau} \qquad \tau = \frac{L}{v_\parallel}$$

$$f_z = m_n \cdot a_\perp = m_n \frac{v_\perp v_\parallel}{L} = \mu_n \frac{\partial B}{\partial z} \quad (\text{т.к. } \vec{F} = (\vec{\mu}\,\vec{\nabla})\vec{B})$$

$$\alpha_{магн.} = \frac{v_\perp}{v_\parallel} = \frac{\mu_n \frac{\partial B}{\partial z}}{m} \frac{L}{v_\parallel^2}$$

Дифр. уширение: $\alpha_{дифр.} = \frac{\lambda}{d} = \frac{h}{d \cdot \sqrt{2mE}} = \alpha_{магн.}$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{2Eh}{L \mu_n d \sqrt{2mE}} \simeq 150 \ \frac{\text{Гс}}{\text{см}}$$

6.66

$m = 50$ г

$B = 20$ кГс

$T = 0,05$ K

$I = 1/2$

$L = 24,2 \cdot 10^{-6}$ эрг·с

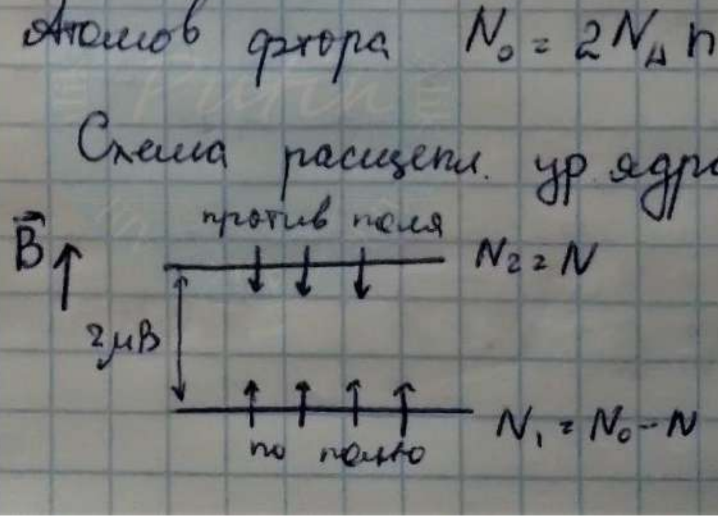
μ - ?

Молярная масса $n \cdot 50$ г/моль

↳ число молей в 50 г есть $1/n$.

Атомов фтора $N_0 = 2N_A n \frac{1}{n} = 2N_A$

Схема расщепл. ур. ядра фтора:



В соотв. с распр. Больцмана

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{N}{N_0 - N} = e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}}{kT}}, \text{ где } \Delta \mathcal{E} = 2\mu B$$

Откуда $N = \dfrac{N_0 e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}}{kT}}}$

$$\Delta N = N_0 - 2N = N_0 \frac{1 - e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\Delta \mathcal{E}}{kT}}} \simeq N_0 \frac{\frac{\mu B}{kT}}{1 - \frac{\mu B}{kT}} \simeq \frac{\mu B}{kT} N_0$$

При снятии поля половина ядер ΔN разориентируется, т.е. образец получит момент импульса

$$L = \frac{\Delta N}{2} \hbar = \frac{1}{2} \frac{\mu B \hbar}{kT} N_0 = \frac{\mu B \hbar N_A}{kT}$$

Откуда $\mu = \dfrac{L k T}{B \hbar N_A} = 13{,}25 \cdot 10^{-24}$ эрг/Гс $= 2{,}62\, \mu_{яд}$

6.68

$T = 1\ K$

$B = 10\ Тл$

$\alpha - ?$

Атомы поляриз. из-за того, что проекц. их магн. момента на направл. поля м. б. $\pm \mu_Б$.

Полное число атомов $N_0 = N_\uparrow + N_\downarrow$.

$$\frac{N_\downarrow}{N_\uparrow} = e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}} \hookrightarrow N_\uparrow = \frac{N_0}{1 + e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}}}$$

$$N_\downarrow = \frac{N_0\, e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}}}{1 + e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}}}$$

т.к. $N_\downarrow < N_\uparrow$, то число атомов с анти|| спинами есть $2N_\downarrow$, а их относит. число

$$\alpha = \frac{2N_\downarrow}{N_0} = \frac{2\, e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}}}{1 + e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}}} \approx 2\, e^{-\frac{2\mu_Б B}{kT}} \approx 3 \cdot 10^{-6}$$

6.78

$1s^1 2s^1$

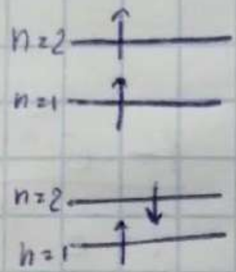
$W_{орто} = 59{,}2$ эВ

$W_{пара} = 58{,}4$ эВ

E - с ядром

$E_к$ - кулон., A - обмен

A - ? $E_к$ - ?



$S=1$, ортогелий

$S=0$, парагелий

$$V = -\frac{A}{2}\left(1 + 4\overline{\vec{S}_1 \vec{S}_2}\right)$$

$$\overline{\left(\vec{S}_1 + \vec{S}_2\right)^2} = \overline{S_1^2} + \overline{S_2^2} + 2\overline{\vec{S}_1 \vec{S}_2}$$

$$2\overline{\vec{S}_1 \vec{S}_2} = \overline{S^2} - \overline{S_2^2} - \overline{S_1^2} = S(S+1) - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$V = -\frac{A}{2}\left(1 + 4\overline{\vec{S}_1 \vec{S}_2}\right) = -\frac{A}{2}\left(1 + 2\left[S(S+1) - \frac{6}{4}\right]\right)$$

$$= -A\left(\frac{1}{2} + S(S+1) - \frac{3}{2}\right) = -A\left(S(S+1) - 1\right) = \begin{cases} -A - \text{орто } S=1 \\ +A - \text{пара } S=0 \end{cases}$$

$$E_{пара} = -W_{пара} = E + E_{кул} + A$$

$$E_{орто} = -W_{орт} = E + E_{кул} - A$$

где $E = -13{,}6 \cdot \frac{Z^2}{1^2} - 13{,}6\,\frac{Z^2}{2^2} = -68$ эВ

$$A = \frac{1}{2}\left(E_{пара} - E_{орт}\right) = 0{,}4 \text{ эВ}$$

$$E_{кул} = \frac{1}{2}\left(E_{пара} + E_{орт}\right) - E = -9{,}2 \text{ эВ}$$

Задача 0-10-1

$n = 3$

$l, j - ?$

n	l	j
3	0	1/2
	1	3/2, 1/2
	2	5/2, 3/2

т.к. $l = 0, \ldots, n-1$, $|l-s| \leq j \leq |l+s|$, где $s = 1/2$.

Задача 0-10-2

Водород в 2p сост.

J - ?

2p состояние $\hookrightarrow$ $n = 2$, $l = 1$

Откуда $j = 1/2,\ 3/2$.

$$m_j = \pm\frac{1}{2};\ \pm\frac{3}{2}$$

$J = m_j \hbar$ $\hookrightarrow$ получим следующее:

$$J = \pm\frac{1}{2}\hbar;\ \pm\frac{3}{2}\hbar.$$

Задача 6.20

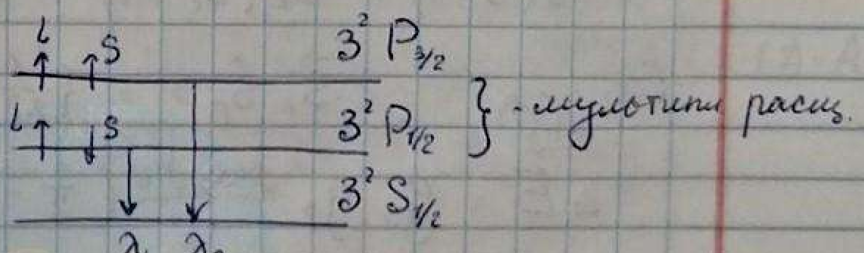
$3^2P \to 3^2S$

$\lambda_1 = 5896\,\text{Å}$

$\lambda_2 = 5890\,\text{Å}$

$\Delta\varepsilon - ?$

$B - ?$

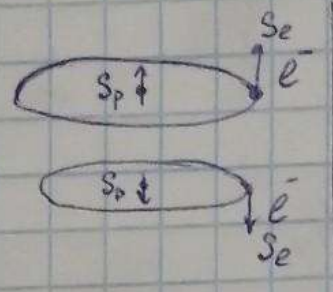


$$\varepsilon_1 = \hbar\omega_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$$

$$\varepsilon_2 = \hbar\omega_2 = \frac{hc}{\lambda_2} \to \Delta\varepsilon = hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = 2\cdot 10^{-3}\ \text{эВ}$$

$$\Delta\varepsilon = 2m_Б B \hookrightarrow B = \frac{\Delta\varepsilon}{2m_Б} = \frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}}{2\cdot 0{,}927\cdot 10^{-20}} = 1{,}8\cdot 10^{5}\ \text{Гс}$$

Задача 6.48



λ - ?

$\vec{M}$ 

$$\vec{H} = -\beta \vec{M}, \quad \beta = \frac{4\pi}{3}$$

$$\mu_p = 2{,}79\,\mu_{яд}$$

$$\mu_p = g_p \mu_{яд} \cdot \vec{S}_p$$

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} = \left(-\frac{4\pi}{3} + 4\pi\right)\vec{M} = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{g_s \mu_Б \vec{S}_e}{\frac{4}{3}\pi r_Б^3} = 2\frac{g_s \mu_Б}{r_Б^3}\vec{S}_e$$

Энергия вз-ия:

$$U_{ep} = -(\vec{\mu}_p \vec{B}) = -g_p \mu_{яд} \cdot \vec{S}_p \vec{B}_e = -2 g_s g_p \frac{\mu_{яд}\mu_Б}{r_Б^3}\vec{S}_p \vec{S}_e$$

$$\vec{S} = \vec{S}_e + \vec{S}_p, \quad S = \{1, 0\}$$

$$\Delta E = |U_{ep}(S=1) - U_{ep}(S=0)|$$

$$\overline{S^2} = \overline{S_e^2} + 2\overline{\vec{S}_e \vec{S}_p} + \overline{S_p^2}$$

$$S(S+1) = S_e(S_e+1) + S_p(S_p+1) + 2\langle \vec{S}_e \vec{S}_p \rangle$$

Откуда $\langle \vec{S}_e \vec{S}_p \rangle = \left\{\frac{1}{2\cdot 2}, -\frac{3}{2\cdot 2}\right\}$

$$\Delta E = g_s g_p \frac{\mu_{яд}\mu_Б}{r_Б^3}\left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right) = 2 g_s g_p \frac{\mu_Б^2}{r_Б^3}\frac{m_e}{m_p}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{hc\, m_p r_Б^3}{2 g_s g_p \mu_Б^2 m_e} \approx \underline{28\text{ см}}$$

Задача 6.75

$\mathcal{E} = -3{,}4$ эВ

1 нуль рад. ч. ψ

$0 < r < \infty$

подуровн. - ?

Т.к. 1 раз в нуль $\hookrightarrow$ $n_r = 1$, $l = 0$

Это есть 2S - сост. (синглетное)

$2S + 1 = 2$

Откуда число подуровней $\underline{\underline{2}}$

независимо от велич. маг. поля,

т.к. данный уровень - синглет.

Задача 6.77

$^1D_2 \to {}^3P_2$

$\lambda_2 = 2649$ Å

$^1D_2 \to {}^3P_1$

$\lambda_1 = 3987$ Å

Fe^{+10}, $A<0$

$^3P_0 \to {}^3P_1$, $\lambda - ?$

$$\vec{J}^2 = \vec{L}^2 + \vec{S}^2 + 2\vec{L}\vec{S}$$

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}\left[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)\right]$$

$^1D_2$: $S=0 \quad L=2 \quad J=2 \to \varepsilon_{SL} = \frac{A}{2}(2\cdot 3 - 2\cdot 3) = 0$

$^3P_0$: $S=1,\ L=1,\ J=0 \hookrightarrow \varepsilon_{SL} = \frac{A}{2}(-1\cdot 2 - 1\cdot 2) = -2A > 0$

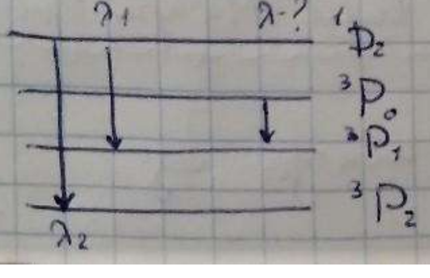
$^3P_1$: $S=1,\ L=1,\ J=1 \hookrightarrow \varepsilon_{SL} = \frac{A}{2}(2\cdot 2 - 1\cdot 2 - 1\cdot 2) = -A > 0$

$^3P_2$: $S=1,\ L=1,\ J=2 \hookrightarrow \varepsilon_{SL} = \frac{A}{2}(2\cdot 3 - 1\cdot 2 - 1\cdot 2) = A < 0$

$$\varepsilon(^3P_0) - \varepsilon(^3P_1) = \left[\varepsilon(^3P) + \varepsilon_{SL}(^3P_0)\right] - \left[\varepsilon(^3P) + \varepsilon_{SL}(^3P_1)\right] =$$

$$= -2A + A = -A > 0$$

$$\varepsilon(^3P_1) - \varepsilon(^3P_2) = -A - A = -2A > 0$$



$$\frac{hc}{\lambda} = \varepsilon(^3P_0) - \varepsilon(^3P_1) = -A =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\varepsilon(^3P_1) - \varepsilon(^3P_2)\right] = \frac{hc}{2}\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

$$\lambda = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 15787 \text{ Å}$$

Задача 6.80

9 компонент

$\mu = 2{,}4\,\mu_Б$

$L - ?$

$2S+1=5$

$$2J+1=9 \hookrightarrow J=4$$

$$2S+1=5 \hookrightarrow S=2$$

$$|L-2| \le 4 \le L+2$$

$$\mu = g\mu_Б J$$

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$\mu = g\mu_Б J = 2{,}4\,\mu_Б$$

$$\left[\frac{3}{2} + \frac{2\cdot 3 - L(L+1)}{2\cdot 4\cdot 5}\right]\cdot 4 = 2{,}4$$

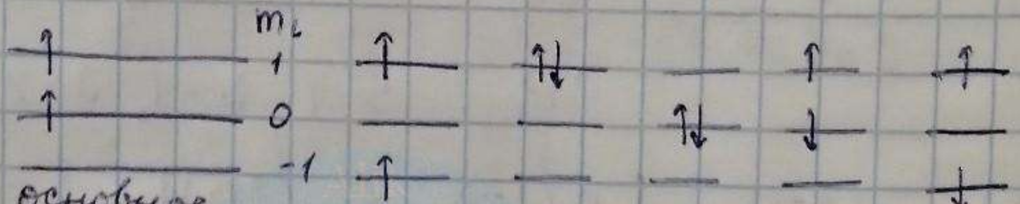
$$60 + 6 - L(L+1) = 24 \hookrightarrow L = \{6, \cancel{-7}\}$$

$L=6$ подходит по пределам для J

Ответ: $\underline{\underline{L=6}}$

T4

$1s^2 2s^2 2p^2$



основное					
$S=1$	$S=1$	$L=2$	$S=0$	$S=0$	$S=0$
$L=1$	$L=0$	$S=0$	$L=0$	$L=1$	$L=0$
^3P	^3S	^1D	^1S	^1P	^1S

Максим. возможн. M_L при M_S или M_S при одном M_L

$\begin{pmatrix} ^3P \\ ^3S \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} ^1D \\ ^1P \\ ^1S \end{pmatrix}$ ^1S

исходя из

Задача 0-11-1

$T = 300K$

$B = 10 Тл$

$g = -3,8$

$\frac{N_1 - N_2}{N_1} - ?$

Потенц. эн. – по полю

$U_1 = -(\vec{\mu}\vec{B}) = -\mu B$

Против: $U_2 = -(\vec{\mu}\vec{B}) = \mu B$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta U}{kT}} = e^{-\frac{2\mu B}{kT}}$$

$$\mu = -g\, m_Б\, J = -g\, m_Б\, m_J = -g\, m_Б$$

$$\frac{N_1 - N_2}{N_1} = 1 - e^{-\frac{2\mu B}{kT}} = 1 - e^{2g\frac{m_Б B}{kT}} \approx 0{,}017$$

Задача О-11-2

$$\frac{W^{инд}}{W^{сп}} > 1 \quad T - ?$$

$$\frac{W^{инд}}{W^{сп}} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} > 1 \quad \hookrightarrow \quad e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} < 2$$

$$T > \frac{\hbar\omega}{k \ln 2}$$

Задача 6.21

$\lambda_1 = 455{,}1$ нм

$\lambda_2 = 458{,}9$ нм

${}^2S_{1/2} \to {}^2P_{3/2}$ – ?

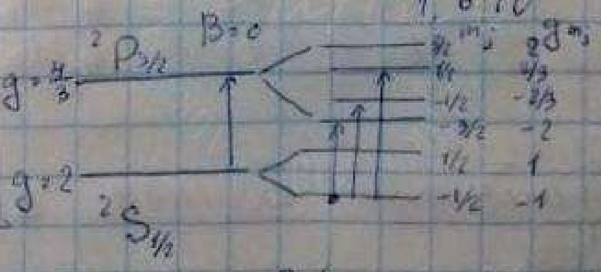
$B = 50$ кГс

$T = 0{,}5$ К

$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 3{,}8$ нм

$\Delta U_{LS} = \frac{hc}{\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2\cdot10^{-2}$ эВ

$m_Б \cdot B = \frac{0{,}927\cdot10^{-20}\cdot5\cdot10^{4}}{1{,}6\cdot10^{-12}} = 2{,}9\cdot10^{-4}$ эВ $\ll \Delta U_{LS} \to$ сл. эфф



$kT = \frac{1{,}38\cdot10^{-16}\cdot0{,}5}{1{,}6\cdot10^{-12}} = 4\cdot10^{-5}$

$$\Delta E_B = m_Б B(g_2 m_{J2} - g_1 m_{J1}) = m_Б B \begin{pmatrix} -1+2=1 \\ -1+\frac{2}{3}=-\frac{1}{3} \\ -1-\frac{2}{3}=-\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

Задача 6.34

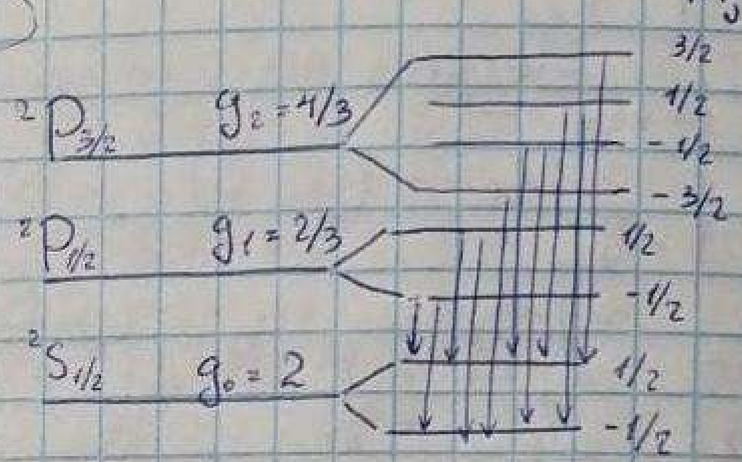
$B = 5000\,Гс$

$n = 1{,}5$

$d - ?$

$3^2P_{3/2} \to 3^2S_{1/2}$

$3^2P_{1/2} \to 3^2S_{1/2}$



Для эшелона Майкельсона

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm = \frac{Nd(n-1)}{\lambda}$$

дисп. обл. $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{d(n-1)}$

$^2P_{1/2} \to {}^2S_{1/2}$: $-1/2 \to 1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B\left(-\frac{4}{3}\right)$

$-1/2 \to -1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \frac{2}{3}$

$1/2 \to 1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B\left(-\frac{2}{3}\right)$

$1/2 \to -1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \frac{4}{3}$

$^2P_{3/2} \to {}^2S_{1/2}$ $\quad -3/2 \to -1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \cdot (-1)$

$-1/2 \to -1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \frac{1}{3}$

$-1/2 \to 1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \left(-\frac{5}{3}\right)$

$1/2 \to -1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \left(\frac{5}{3}\right)$

$1/2 \to 1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \left(-\frac{1}{3}\right)$

$3/2 \to 1/2$ $\quad \Delta U_B = m_Б B \cdot 1$

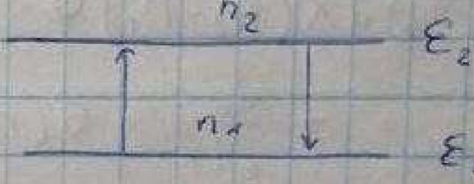
Между крайними компон. $\Delta U = \left(\frac{5}{3} - \left(-\frac{5}{3}\right)\right) m_Б B = \frac{10}{3} m_Б B = \hbar \Delta\omega$

$\Delta\omega = \frac{10}{3}\Omega$, где $\Omega = \frac{eB}{2m_e c}$

$\Delta\lambda \approx \Delta\lambda = \frac{10}{3}\frac{\Omega\lambda^2}{2\pi c} \longrightarrow d \leq \frac{6\pi m_e c}{5eB(n-1)} \approx 2{,}6$ см

Задача 1.57

ε_1 и ε_2, $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega$



$\omega = \frac{\Delta\varepsilon}{\hbar}$

$k(T)$ - ?

$$j\left[\frac{\text{фот.}}{\text{см}^2\text{с}}\right] = \frac{c\rho}{4}\frac{1}{\hbar\omega} = \frac{c}{4\cancel{\hbar}\omega}\frac{\cancel{\hbar}\omega^3}{\pi^2c^3}\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1} = \frac{\omega^2}{4\pi^2c^2}\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1}$$

$dj_{погл} = -j\,dx\,\sigma_{12}n_1$

$dj_{изл} = +j\,dx\,\sigma_{21}n_2$ $\quad\Big|\quad \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma$

$dj = j\,dx\,(n_2 - n_1)\sigma$

$k_{погл} = -\frac{dj}{j\,dx} = \sigma(n_1 - n_2)$ $\quad [\text{см}^{-1}]$

$k_{погл} = \sigma n_1\left(1 - e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$ $\quad n_0 = n_1 + n_2$

при $T = 0$ все атомы внизу $(n_2 = 0)$

$k_{погл}(0) = \sigma n_0 = \sigma(n_1 + n_2) = \sigma n_0\left(1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$

$$\frac{k_{погл}(T)}{k_{погл}(0)} = \frac{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} = th\frac{\hbar\omega}{2kT} = th\frac{x}{2}$$

1) $kT \gg \hbar\omega$, $x \ll 1$ $\hookrightarrow$ $\frac{k_{погл}(T)}{k_{погл}(0)} = \frac{x}{2-x} \simeq \frac{x}{2} = \frac{\hbar\omega}{2kT}$

2) $kT \ll \hbar\omega$, $x \gg 1$ $\hookrightarrow$ $\frac{k_{погл}(T)}{k_{погл}(0)} = 1 - 2e^{-x} \to 1$

Задача 1.59

$r_1 = 1;\ r_2 = 0,9$

$k_{пог} = 0,4\ см^{-1}$

$dj = j\,dx\,(n_2 - n_1)\,\sigma$

$k_{пог} = -\dfrac{dj}{j\,dx} = \sigma(n_1 - n_2)$

$k_{пог} = \sigma n_0,\ n_2 = 0$

$\dfrac{j(2l)}{j(0)} = r_1 r_2\, e^{\sigma(n_2 - n_1)2l} \geq 1$ — усл-ие генерации

$e^{\sigma(n_2-n_1)2l} = \dfrac{1}{r_1 r_2} \rightarrow \sigma(n_2 - n_1)2l = \ln\dfrac{1}{r_1 r_2}$

$j(2l) = j_0\, e^{\alpha \cdot 2l},\ \alpha = \sigma(n_2 - n_1) \leftarrow$ без учёта поглощ.

$\sigma = \dfrac{k_{пог}}{n_0} \rightarrow \dfrac{k_{пог}}{n_0}(n_2 - n_1)2l = \ln\dfrac{1}{r_1 r_2}$

$\dfrac{n_2 - n_1}{n_0} = -\dfrac{\ln r_1 r_2}{2l\,k_{пог}} = 0,011 \longrightarrow \dfrac{n_2}{n_0} = 0,505$ — возбужд. генер.

$n_2 - n_1 = 0,011\, n_0$

$n_1 + n_2 = n_0$

T 5

$\lambda = 5577\,Å$

${}^1D_2 \rightarrow {}^1S_0$

$a = 1{,}25\,Å$

$\tau_1 \sim 10^{-7}$ с

$|J_н - J_к| \leq j \leq |J_н + J_к|$

$2 - 0 \leq j \leq 2 + 0$

$j = 2$ – у фотона

$P_{нач} \cdot P_{кон} = \begin{cases} (-1)^j & - Ej \\ (-1)^{j+1} & - Mj \end{cases}$

$(-1)^2 \cdot (-1)^0 = 1 = (-1)^2$

$(-1)^{1+1}$ – не подх., т.к. M1

Остается только **E2**

Вер-сть перех. E2 в $\left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 = \left(\frac{5777}{2\pi \cdot 1,25}\right)^2 = 5 \cdot 10^5$ раз

меньше вер-сти дипольного перех.

$\tau = \tau_1 \cdot 5 \cdot 10^5 = 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^5 = 0,05c$

(T6)

$Cu^{++} \rightarrow 3d^9$

Терм - ? g = ?

$\nu = 36,5$ ГГц

$H = 11,48$ кЭ

g - ?

1)

	m_l
↑↓	2
↑↓	1
↑↓	0
↑↓	−1
↑	−2

$S = \frac{1}{2} \quad L = 2$

$J = L + S = \frac{5}{2}$

$g = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 2\cdot 3}{2\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{2}} = \frac{6}{5}$

${}^2D_{5/2}$

2) $h\nu_{рез} = g m_Б B \rightarrow g = \frac{h\nu_{рез}}{m_Б B} =$

$= \frac{6,6\cdot 10^{-27}\cdot 365\cdot 10^{10}}{0,927\cdot 10^{-20}\cdot 1,148\cdot 10^{4}} = 2,27$

Задача О-12-2

$N = 3{,}7 \cdot 10^9$ распад/с

$C = 1$ кал/К

$t = 1$ ч, $E_\alpha = 5{,}3$ МэВ

ΔT - ?

В секунду выдел-ся

$E_1 = N \cdot E_\alpha$

Значит за t: $E = E_1 \cdot t = N E_\alpha t$

Теплов. баланс:

$$C \Delta T = N E_\alpha t$$

Откуда $\Delta T = \dfrac{N E_\alpha t}{C} = \dfrac{3{,}7 \cdot 10^9 \cdot 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot 3600 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{4{,}187} = 2{,}7$ К

Задача 7.5

нечётное A : $\delta = 0$

^{27}Mg, ^{29}P, ^{37}K, ^{67}Cu

Z_0 - ?

$$E_{cb} = \varepsilon_1 A - \varepsilon_2 A^{2/3} - \varepsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \varepsilon_5 \frac{\delta}{A^{3/4}}$$

$$\frac{dE_{cb}}{dZ} = 0 = -\varepsilon_3 \frac{2Z}{A^{1/3}} + \varepsilon_4 \cdot$$

$$\cdot 2A\left(1 - \frac{2Z}{A}\right)\frac{2}{A}$$

$$Z = 2A \frac{1}{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_4} A^{2/3} + 4} = \frac{A/2}{1 + \frac{\varepsilon_3}{4\varepsilon_4} A^{2/3}}$$

$$Z^* = \frac{A/2}{1 + 0{,}0075 A^{2/3}}$$

$$Mg: \frac{13{,}5}{1 + 0{,}0075 \cdot 9} = 12{,}7 \approx 13$$

$$^{27}_{12}Mg \xrightarrow{\beta^-} {}^{27}_{13}Al$$

$$P: \frac{14{,}5}{1 + 0{,}0075 \cdot 29^{2/3}} = 14$$

$$\xrightarrow{\beta^+} {}^{29}_{14}Si$$

$$K: \frac{37/2}{1+0{,}0075\cdot 37^{2/3}} = 17 \xrightarrow{\beta^+} {}^{37}_{17}Cl$$

$$Cu: \frac{67/2}{1+0{,}0075\cdot 67^{2/3}} = 30 \xrightarrow{\beta^-} {}^{67}_{30}Zn$$

Задача 7.16

$U_0 = -60$ МэВ

${}^{40}_{20}Ca$

$U(R_0) = 0$, R_0 - радиус ядра

ΔE - ?

Парад. модель!

$$\begin{cases} U(r) = U_0 + \dfrac{M\omega^2 r^2}{2}, & r < R_0 \\ U(r) = 0, & r \geq R_0 \end{cases}$$

В ${}^{40}_{20}Ca$ полностью заполнены слои с $n = 0, 1, 2$.

Нуклон при возбужд. перех. с $1d_{1/2}$ на $1f_{7/2}$

$$U_{1d_{1/2}} = -|U_0| + \hbar\omega\left(2 + \frac{3}{2}\right)$$

$$U_{1f_{7/2}} = -|U_0| + \hbar\omega\left(3 + \frac{3}{2}\right)$$

$$\Delta E = U_{1f_{7/2}} - U_{1d_{1/2}} = \hbar\omega$$

$$U(R_0) = 0 = U_0 + \frac{M\omega^2 R_0^2}{2} \hookrightarrow \omega = +\sqrt{-\frac{2U_0}{MR_0^2}}$$

$$R_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-13}\sqrt[3]{40}$$

$$\Delta E = \hbar\sqrt{-\frac{2U_0}{M\,1{,}3^2 \cdot 10^{-26}\, 40^{2/3}}} = 15 \text{ МэВ}$$

Задача 7.20

$^{238}_{92}U \longrightarrow ^{234}_{92}U$

$T_4 - ?$

$0{,}0055\%$

$T_8 = 4{,}51 \cdot 10^9$ лет

$\lambda_8 \ll \lambda_4$

Вековое ур-ие $\lambda_4 N_4 = \lambda_8 N_8$

$$\frac{T_4}{T_8} = \frac{\lambda_8}{\lambda_4} = \frac{N_4}{N_8} \longrightarrow T_4 = T_8 \frac{N_4}{N_8}$$

$T_4 = 4{,}51 \cdot 10^9 \cdot 0{,}55 \cdot 10^{-4} = 2{,}48 \cdot 10^5$ лет

Задача 7.51

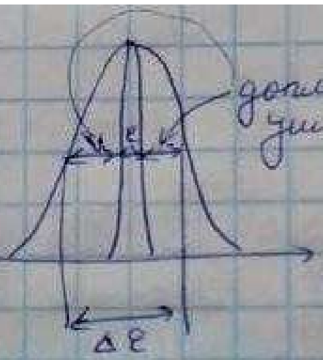
^{49}Ti

τ ?

$\downarrow E_1 = 5$ МэВ

$\downarrow E_2 = 1{,}5$ МэВ

общ. шир. $\Delta\mathcal{E} = 400$ эВ



Естеств. ширина линии

$\mathcal{E}\cdot\tau \sim \hbar$

$\tau \approx \dfrac{\hbar}{\mathcal{E}}$

$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} + 2\delta\mathcal{E}_{допл.}$

1е излучение:

$P_{яд} = \dfrac{E_1}{c} = P_{\gamma 1}$

При 2ом излуч. доп сдвиг $\Delta\omega = \omega_2 \cdot \dfrac{v}{c}$

$\Delta(\hbar\omega) = \hbar\omega_2 \dfrac{v}{c} = \hbar\omega_2 \dfrac{mv}{mc} \overset{E_1/c}{=} \dfrac{E_2 E_1}{mc^2} = \delta\mathcal{E}_{допл} = 160$ эВ

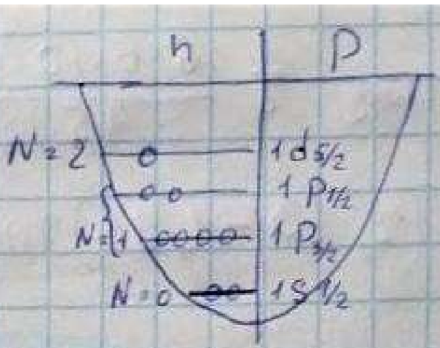
$\mathcal{E} = \Delta\mathcal{E} - 2\delta\mathcal{E}_{допл} = 400 - 320 = 80$ эВ

$\tau = \dfrac{\hbar}{\mathcal{E}} = \dfrac{10^{-27}}{80\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}} = 10^{-17}$ с

Задача 7.58

$^{17}_{8}O$ нукл. погл. M1-фотон

$I = ?$ (спин)



$M1 \hookrightarrow j = 1$

$$|I_{кон} - I_{нач}| \le j \le I_{кон} + I_{нач}$$

$$\left|I_{кон} - \frac{5}{2}\right| \le 1 \le I_{кон} + \frac{5}{2}$$

$$P_н \cdot P_{кон} = (-1)^{j+1} = +1$$

$(-1)^2 \cdot (-1)^{l_к} = +1 \hookrightarrow l_к$ - чётно

$l_{кон} = 2 \to 1d_{3/2} \hookrightarrow I = 3/2$

$\left|\frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right| \le 1 \le 4$ - подходит

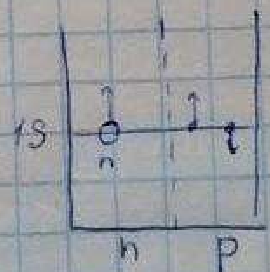
Ответ: $I_{кон} = 3/2$, $1d_{3/2}$-сост.

Задача 7.64

$|\Delta \mu_{He}| = |\mu_{He}^{эксп} - \mu_{He}^{теор}| - ?$

$B = 1{,}5$ Тл

$\nu_{рез} = 48{,}75$ МГц



$g_{sp} = 5{,}58$

$g_{sn} = -3{,}82$

$\vec S = \vec S_n \quad \vec L = l_n = 0$

$I = S = \frac{1}{2}$

$$\mu_{He} = m_{яд}\left[g_{lp}(\cancel{\vec l_{p_1} + \vec l_{p_2}}) + g_{sp}(\cancel{\vec S_{p_1} + \vec S_{p_2}}) + g_{sn}\vec S_n\right] = g_{sn} m_{яд} I = -\frac{3{,}82}{2} m_{яд} = -1{,}91 m_{яд}$$

$h\nu_{рез} = |g| m_{яд} B \qquad |g| m_{яд} = \frac{h\nu_{рез}}{B} \to \mu_{He}^{эксп} = g m_{яд} I = -\frac{h\nu_{рез}}{B} \cdot I$

$$\mu_{He}^{эксп} = m_{яд} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 48{,}75 \cdot 10^{6}}{1{,}5 \cdot 10^{4} \cdot 5{,}05 \cdot 10^{-24}} = -2{,}13\, m_{яд}$$

$$|\Delta \mu| = (2{,}13 - 1{,}91)\, m_{яд} = 0{,}22\, m_{яд}$$