Tema nr. 3

În fișierele a.txt, b.txt, aplusb.txt, aorib.txt postate pe pagina laboratorului, sunt memorate, pentru 4 matrice rare (cu *'puține'* elemente $a_{ij} \neq 0$) și 4 vectori, următoarele elemente:

- n dimensiunea datelor,
- $a_{ij} \neq 0,\ i,\ j$ - elementele nenule din matricea rară $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, indicii de linie și indicii de coloană ai respectivului element,
- $b_i,\ i=1,2,\ \dots,\ n$ elementele unui vector real $b \in \mathbb{R}^n$

Folosind fișierele atașate, să se citească dimensiunea matricelor, vectorul b și să se genereze structurile de date necesare pentru memorarea economică a matricei rare (schema economică de memorare este descrisă mai jos). Se presupune că elementele nenule ale matricei sunt plasate aleator în fișier (nu sunt ordonate după indicii de linie sau de coloană, sau altfel). Matricele din fișierele a.txt și b.txt au cel mult 12 elemente nenule pe fiecare linie (să se verifice !!!).

Fie $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ două matrice rare și $x \in \mathbb{R}^n$ un vector cu elemente reale. Folosind schema de memorare rară prezentată mai jos, să se calculeze:

- $A+B$ suma matricelor,
- $A*B$ produsul matricelor,
- $A*x$ produsul matrice vector.

Să se verifice că suma/produsul matricelor din fișierele a.txt și b.txt este matricea din fișierul aplusb.txt/aorib.txt. Două elemente care au aceiași indici de linie și coloană (i, j) sunt considerate egale dacă $|c_{ij}-d_{ij}| < \varepsilon$. Pentru $x_i=n-i,\ i=1,\dots,n$, să se verifice că $A*x$ (A fiind una din matricele memorate în a.txt sau b.txt) este chiar vectorul b din același fișier:

$$A*(2019, 2018, \dots, 3, 2, 1)^T = b.$$

Observații: 1) La rezolvarea problemelor de mai sus să nu se recurgă la alocarea de matrice clasice și nici să nu se folosească o funcție ***val(i,j)*** care returnează pentru orice ***(i,j)*** valoarea elementului corespunzător din matrice.

2) La adunarea matricelor din a.txt cu b.txt rezultatul este o matrice cu maxim 24 elemente nenule pe linie. În cazul înmulțirii matricelor, gradul de umplere al matricei pe linii nu poate fi precizat dinainte.

3) Implementarea schemei de memorare rară descrisă în acest fișier este **obligatorie** (neimplementarea ei se penalizează). Cei care aleg o altă schemă de memorare a matricelor rare trebuie să prezinte suplimentar un fișier documentație care să explice schema folosită și să prezinte un exemplu (cel mult 5×5, se poate folosi exemplul din temă) care să precizeze conținutul structurilor de date utilizate pentru memorarea matricei rare.

4) Dacă în fișierele atașate apar mai multe valori cu aceiași indici de linie și coloană:

val_1 , i, j

…

val_2 , i, j

…

val_k , i, j

o astfel de situație are următoarea semnificație:

$$a_{ij} = val_1 + val_2 + \cdots + val_k \,.$$

Memorarea matricelor rare (schema de memorare economică)

Un vector 'rar' este un vector cu 'puține' elemente nenule. Un asemenea vector se memorează eficient într-o structură care va reține doar valorile nenule și poziția în vector a respectivei valori:

$$\{(val \neq 0, i);\ x_i = val\}.$$

O matrice rară poate fi memorată economic ca un vector de vectori memorați rar – fiecare linie a matricei se memorează într-un vector rar.

Exemplu:

Matricea:

$$A = \begin{pmatrix} 102.5 & 0.0 & 2.5 & 0.0 & 0.0 \\ 3.5 & 104.88 & 1.05 & 0.0 & 0.33 \\ 0.0 & 0.0 & 100.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.3 & 0.0 & 101.3 & 0.0 \\ 0.73 & 0.0 & 0.0 & 1.5 & 102.23 \end{pmatrix}$$

se poate memora economic astfel:

{ { (2.5, 3) , (102.5, 1)},
{ (3.5, 1), (0.33, 5),(1.05, 3), (104.88, 2)},
{ (100.0, 3},
{ (1.3, 2) , (101.3, 4)},
{ (1.5, 4), (0.73, 1), (102.23, 5)} }.