

Cheatsheet Geometrie Computațională

1 Puncte, Vectori și Segment

- **Vector între două puncte:** $\overrightarrow{AB} = (B_x - A_x, B_y - A_y)$
- **Produs scalar:** $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$
- **Produs vectorial (2D):** $\vec{A} \times \vec{B} = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x$
- **Mărime vector:** $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

2 Test de Coliniaritate

Determinant pentru coliniaritate:

$$\det \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{pmatrix} = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)$$

Punctele sunt coliniare dacă determinantul este 0.

3 Test de Orientare (Pentru a determina dacă un punct se află la stânga sau la dreapta unei linii)

Determinantul orientării:

$$\text{orientation}(A, B, C) = \det \begin{pmatrix} B_x - A_x & C_x - A_x \\ B_y - A_y & C_y - A_y \end{pmatrix}$$

- Rezultatul > 0 : C este la stânga de \overrightarrow{AB}
- Rezultatul < 0 : C este la dreapta de \overrightarrow{AB}
- Rezultatul $= 0$: Punctele sunt coliniare

4 Intersecția Segmentelor

Condiții necesare: Folosind orientarea: Două segmente $(P1, Q1)$ și $(P2, Q2)$ se intersectează dacă și numai dacă:

$$\text{orientation}(P1, Q1, P2) \neq \text{orientation}(P1, Q1, Q2) \text{ și } \text{orientation}(P2, Q2, P1) \neq \text{orientation}(P2, Q2, Q1)$$

5 Încadrare Punct într-un Poligon

Metoda razei: Trasează o rază de la punct către exteriorul poligonului și numără de câte ori intersectează marginile poligonului.

- Dacă numărul de intersecții este impar, punctul este în interior; dacă este par, este în exterior.

6 Distanța de la un Punct la o Linie

Formula pentru distanță:

$$\text{distanța} = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Pentru linia dată de ecuația $Ax + By + C = 0$

7 Convex Hull (Envelopa convexă)

Algoritmul Graham Scan:

1. Alege cel mai jos punct (sau cel mai stâng în caz de egalitate).
2. Sortează punctele după unghiul polar față de punctul ales.
3. Folosește un stack pentru a construi envelopea, eliminând punctele care nu mențin convexitatea.

8 Aria unui Poligon

Formula ariilor semiplanelor:

$$\text{Aria} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) \right|$$