Ex 1. $P(B) = 0.01 \Rightarrow P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0.99$

$P(Test = Positive | B) = 0.95$

$P(Test = Negative | \overline{B}) = 0.90 \rightarrow P(T = Positive | \overline{B}) = 0.10$

a) probabilitatea ca persoana să aibă boala dacă testul e pozitiv

$$P(B | Positive) = \frac{P(Positive | B)\, P(B)}{P(Positive)}$$

$P(Positive) = P(T=P | B) P(B) + P(T=P | \overline{B}) P(\overline{B})$

$P(Positive) = 0,95 \cdot 0,01 + 0,10 \cdot (0,99) = 0,0095 + 0,099$

$P(Positive) = 0,1085$

$$P(B | T=P) = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,1085} = \frac{0.0095}{0.1085} = 0.0876$$

b) Care ar treb să fie specificitatea minimă ptr. $P(B | Positive) = 0,5$?

→ prob ca testul să fie negativ dacă persoana NU are boala

Folosim tot Bayes $\dfrac{P(T=P | B) P(B)}{P(T=P | B) P(B) + P(T=P | \overline{B}) P(\overline{B})} = 0,5$

$$\frac{0,95 \cdot 0,01}{0.95 \cdot 0,01 + P(T=P | \overline{B}) \cdot P(\overline{B})} = 0,5$$

$P(\overline{B}) \longrightarrow 0,99$ $\quad P(T=P | \overline{B}) = 1 - S$

$$\frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + (1-S)(0,99)} = 0,5$$

$$0,95 \cdot 0,01 = 0,5(0,95 \cdot 0,01 + (1-S) \cdot 0,99)$$

$$0,0095 = 0,5(0,0095 + \cancel{(}0,99 - S \cdot 0,99)$$

$$0,0095 = 0,00475 + 0,495 - S \cdot 0,495$$

$$0,0095 = 0,49975 - S \cdot 0,495$$

$$0,0095 + 0,495 \cdot S = 0,49975$$

$$0,495 \cdot S = 0,49975 - 0,0095$$

$$0,495 \cdot S = 0,49025$$

$$S = \frac{0,49025}{0,495} = 0,9904$$