



Universidade de Coimbra
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Informática

Introdução à Inteligência Artificial
2015/2016 - 2º Semestre

Trabalho Prático Nº3: Curva Braquistócrona Meta Final – Relatório

Alexandra Tomé Leandro
Ana Rita Cabral Dias

2013146082
2013142131

PL6
PL6

Introdução

A curva de braquistócrona foi apresentada em 1696 por Johann Bernoulli e corresponde a uma curva que une dois pontos de tal modo que, um ponto material, deslizando sem atrito sobre essa curva, sujeito apenas à gravidade, a percorre num tempo mínimo.

Um algoritmo genético pretende simular um processo evolutivo que sucede baseando-se nos princípios genéticos e na seleção natural que ocorre na natureza.

O objetivo deste trabalho será explorar uma abordagem evolucionária para encontrar uma aproximação da curva braquistócrona que une dois pontos. O trabalho irá levar à aquisição de competências de modelação de problemas com uma pesquisa em espaço de estados. Finalmente, irá implicar a aquisição de competências a nível da análise, desenvolvimento, implementação e teste de agentes adaptativos.

Modelação e desenvolvimento do algoritmo genético

Um algoritmo genético é criado com o intuito de otimizar determinado problema através da utilização de uma população de soluções possíveis. Desta forma, a população inicial, gerada de forma aleatória, representa um conjunto de soluções potenciais que se encontram distribuídas aleatoriamente no espaço de procura.

Ao longo das diversas gerações, por um processo iterativo, o algoritmo irá fazer evoluir a população atual de soluções candidatas do problema em questão. A evolução e alteração dos indivíduos para zona mais favoráveis do espaço da procura é alcançada com mecanismos de seleção e com operadores de recombinação e mutação, que permitem, idealmente, encontrar a solução ótima.

Para efetuar a reprodução de indivíduos, os elementos da população são selecionados de acordo com o mecanismo de seleção implementado, que pode ou não ter em conta a qualidade obtida pela função de avaliação (neste caso dependente do fitness calculado, ou seja, do tempo de deslize da curva). O processo de recombinação é responsável por esta reprodução e implica a troca de informação genética entre os progenitores, dando origem à nova descendência. Depois de gerados, cada indivíduo pode ser posteriormente alterado através de um operador de mutação. A junção destes dois operadores genéticos permite manter a diversidade da população, dessa forma é possível explorar zonas do espaço de procura eventualmente melhores, impedindo assim que o algoritmo genético convirja prematuramente para um mínimo local.

No algoritmo genético, estas etapas são repetidas até se satisfazer determinada condição, neste caso, até terem sido criadas o número de gerações pré-definidas. O objetivo é que a população evolua sucessivamente em cada geração, de modo a que a qualidade dos indivíduos melhore em direção a um máximo.

Na construção de um algoritmo genético há diversas componentes que têm de ser desenvolvidas na modelação do problema:

Representação: a estrutura do vetor solução de um problema de procura e otimização depende do problema em questão. Ao longo do trabalho foram usadas duas representações distintas:

Representação I: Na representação fornecida é armazenado num dicionário, de acordo com o valor de x , os valores de y dos pontos utilizados para o desenho da curva calculada.

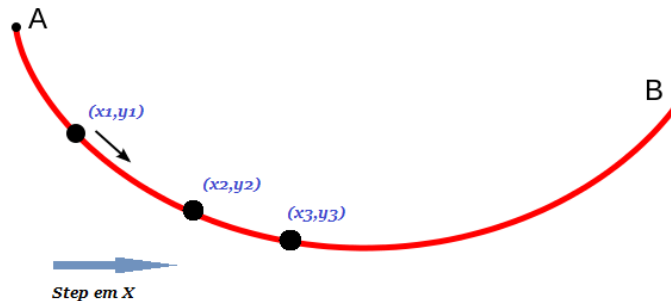


Figura 1 - Representação da curva braquistócrona

Inicialmente, cada y é originado de forma aleatória tendo em conta que indivíduos válidos não estão associados a uma curva que passe por um ponto com altura acima do ponto inicial. Os valores de x são sempre originados através de um passo constante, e por isso são comuns entre indivíduos. Neste caso, cada gene é um valor de y e assim apenas os y evoluem, não se verificando aumento de diversidade nos x . Ou seja, apenas os y são tidos em conta na representação e só se aplicam operadores genéticos de recombinação e mutação nesses valores. Assim, o cromossoma dos indivíduos é composto apenas por genes y , sendo os indivíduos haplóides (um cromossoma).



Figura 2 - Cromossoma da Representação I

Na mutação desta representação, tendo em conta a probabilidade de mutação, é gerado aleatoriamente para cada gene um valor de y com valor máximo e mínimo igual ao utilizado para gerar a população inicial. Estes limites variam de acordo com o ponto inicial e final mas poderiam ser infinitos (menos eficiente).

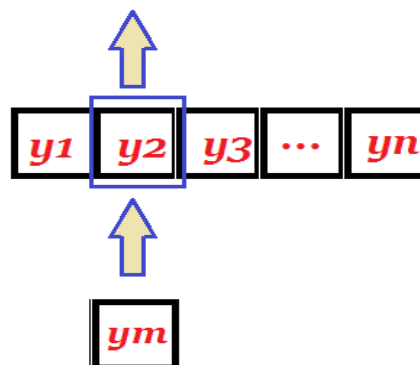


Figura 3 - Mutação de gene na representação I

Em relação à imagem acima, se o gene y_2 atingir a probabilidade de mutação é descartado e o seu lugar irá ser ocupado pelo y_m gerado aleatoriamente entre o limite máximo e um limite mínimo dos y .

Representação II: Esta representação é semelhante à anterior, mantendo-se os mesmos moldes, mas foi acrescentado também a configuração e variação do x no algoritmo genético.



Figura 4 - Cromossoma da Representação II

Como se pode verificar pela figura 4, os cromossomas dos indivíduos são compostos por genes x e y alternados e que têm correspondência entre si. Neste caso, o x também irá sofrer mutações e recombinações do material genético e assim, tal como o y , espera-se que sofra alterações e evolução para zonas mais promissoras do espaço de procura. Em geral, esta representação deverá conduzir a melhores resultados que a anterior porque também tem em conta os valores de x .

Os valores de y da população inicial são obtidos de forma idêntica à anterior. Em contraste, valores de x não serão iguais entre indivíduos e não deverão ter passo (step) contante, já que são gerados aleatoriamente entre o ponto inicial e final. Repare-se que se geram valores de x diferentes para garantir que a curva evolui para o ponto final.

A par com a representação anterior nesta representação os indivíduos também são haploides.

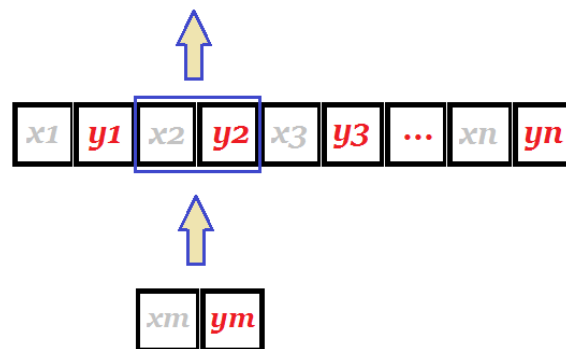


Figura 5 - Exemplo de mutação de genes da representação II

Como se constata acima na figura 5, a mutação desta representação é diferente da anterior. De acordo com a probabilidade de mutação, pares de genes são mutados. Assim valores de x e y relacionados (neste caso x_2 e y_2) são descartados e substituídos por valores x_m e y_m que, neste exemplo, são gerados aleatoriamente entre x_1 e x_3 no caso do x_m e entre y_1 e y_3 no caso do y_m . Ou seja, os limites são obtidos através dos pontos imediatamente anteriores e posteriores. É de realçar que tanto nesta mutação como na anterior não se faz mutação do primeiro gene nem do último.

Por fim, em ambas as representações procede-se à recombinação idêntica tendo em conta os pontos de corte.

Aptidão: A função de avaliação fornece um valor de mérito ou qualidade das soluções apresentadas pelo algoritmo genético. Este valor indicará a capacidade que o respetivo indivíduo tem de viver e produzir descendência. Tendo em conta que este problema é de minimização e pretende obter um tempo mínimo gasto no percurso da curva em questão, concluímos que a aptidão será tanto maior quanto menor for o tempo gasto. Desta forma, um indivíduo de melhor qualidade será aquele que demorará menos tempo a percorrer a curva de braquistócrona.

Recombinação: este operador utiliza dois indivíduos que serão os progenitores e efetua a troca do seu material genético, com uma probabilidade que tipicamente varia entre 0.5 e 0.8, produzindo indivíduos com novas características. Esta troca da informação genética dependerá do tipo de recombinação utilizada:

Recombinação com 1 ponto de corte no meio: este tipo de recombinação consiste em dividir o cromossoma ao meio, a troca dos genes entre os dois progenitores é efetuada numa das metades do cromossoma.

Recombinação com um ponto de corte aleatório: neste caso, é gerado um valor aleatório, ponto de corte, que dividirá o material genético dos dois progenitores, as trocas de gene serão feitas tendo em conta a posição do ponto determinado.

Recombinação com N pontos de corte: de forma análoga, a troca de material genético entre os dois progenitores é feita baseando-se em pontos de corte, com a adaptação que o número de cortes será maior que 1. Os valores dos pontos de corte são também gerados aleatoriamente e o material genético contido entre dois pontos de corte é trocado alternadamente entre os dois progenitores.

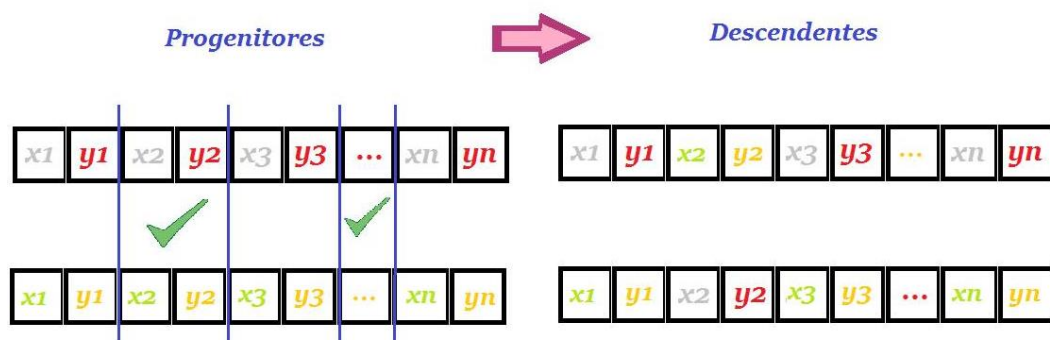


Figura 6 - Exemplo de recombinação com 4 pontos de corte para a representação II

Mutação: este operador é responsável pela alteração do valor de um ou mais genes de um cromossoma. São utilizadas taxas de mutação muito reduzidas, tal como acontece na natureza. Como referimos anteriormente, a mutação opera em todos os genes de um cromossoma, o que significa que cada gene terá uma determinada probabilidade de ser mutado. Esta modificação do genótipo pode levar à destruição de indivíduos de boa qualidade, o que permite que o algoritmo genético explore espaços menos prováveis. Desta forma, pode ser evitada a estagnação do algoritmo num mínimo local.

Seleção: o processo de seleção refere-se ao modo como são escolhidos os elementos da geração presente para a produção da geração futura. Por norma, um mecanismo de seleção deve possibilitar que melhores indivíduos se reproduzam mais vezes, transmitindo as suas características para as gerações seguintes, com o objetivo que a população evolua até à convergência. Foram implementados métodos de seleção distintos:

Seleção Aleatória: este método já fornecido não tem em conta as características dos indivíduos, selecionando aleatoriamente o número de elementos da população necessários sem qualquer critério de escolha.

Seleção Torneio: neste caso, são escolhidos dois, ou possivelmente mais, indivíduos da população atual para um torneio. É criado um número aleatório designado r , e estabelecido um valor k entre 0,5 e 1. De acordo com a qualidade de cada indivíduo, será escolhido o melhor ou pior dependendo da comparação entre r e k . Se r for menor que k será escolhido o melhor indivíduo dentro do grupo pré-selecionado aleatoriamente, caso contrário é selecionado o pior indivíduo. Os dois elementos são devolvidos à população e podem voltar a ser escolhidos. Este processo é repetido até serem eleitos o número total de indivíduos que se pretende selecionar.

Seleção Roleta: esta seleção irá contabilizar a qualidade do indivíduo, aqui será atribuída uma porção da roleta a cada elemento de acordo com a fórmula:

$$\frac{f(x_i)}{\sum_{i=1}^n f(x_i)}$$

A probabilidade do indivíduo ser selecionado irá portanto depender desta expressão. Assim, os elementos da população são distribuídos em segmentos contíguos, o tamanho do segmento de cada indivíduo corresponde ao calculado em de acordo com a sua qualidade. De seguida, é gerado um valor aleatório limitado entre 0 e 1, o primeiro elemento que possua um segmento que ultrapasse o valor desse número é escolhido para a reprodução.

Elitismo: Se a população for substituída na totalidade por novos elementos existe a possibilidade de os melhores indivíduos se perderem e não reaparecerem. Para evitar esta situação usam-se técnicas de seleção elitista, que consiste em preservar entre gerações os melhores elementos da população, a elite. Assim, define-se o número de indivíduos a manter da geração anterior e somente os restantes serão substituídos por novos elementos.

Experimentação e Análise

O objetivo desta etapa é efetuar a comparação entre as diferentes representações, operadores, mecanismos de seleção e parâmetros em termos de eficácia, eficiência e robustez.

Para efetuar as experimentações, foi variado um parâmetro individualmente para cada uma das combinações de mecanismos de seleção, operadores de mutação e recombinação, e de representações possíveis. As variações aplicadas aos parâmetros são, por norma, muito

drásticas para que as diferenças entre resultados sejam mais notórias. Para podermos tirar conclusões fidedignas, foram feitas repetições da experiência para cada combinação de parâmetros, assim, as comparações efetuadas terão significado estatístico. Os valores apresentados correspondem sempre a médias das várias medições efetuadas, e são analisados como uma experiência exemplo. Em cada tabela apresentamos os valores de qualidade do melhor indivíduo da população e do valor da qualidade média da população quer na geração inicial quer na final.

Os valores *default* para qualquer uma das experiências serão:

- x inicial = 0,
- x final = 10,
- y inicial = 5,
- y final=0,
- Gravidade = -9.8,
- Velocidade inicial= 0,
- Tamanho de população a 100,
- Probabilidade de mutação =10%,
- Probabilidade de recombinação = 90%,
- Número de genes do cromossoma = 20,
- Elitismo = zero,
- Número de gerações = 100.

Representação I):

Seleção Roleta: Com os valores já estabelecidos, iremos modificar individualmente cada parâmetro para a seleção através de roleta, o número de pontos de corte utilizado como padrão será 4.

Recombinação com n pontos de cortes:

		Default	Elitismo = 50	Pts corte = 2	Pts corte = 10	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,65	4,80	4,88	3,97	4,40	4,51	4,65	4,98	2,36	7,97
	Media	7,78	7,96	7,92	7,85	7,61	8,17	7,89	8,15	4,22	11,49
Geração final	Melhor	2,12	1,96	1,93	1,88	2,25	1,89	1,95	2,12	1,86	2,62
	Media	2,86	2,45	2,79	2,62	2,87	2,53	2,03	2,87	2,18	3,87

Inicialmente, com os valores de entrada padrão verifica-se que, em média, a partir da geração 97 o valor da qualidade melhor da população estabiliza. Utilizando uma seleção elitista, verifica-se que os valores do melhor indivíduo maioritariamente começam a estabilizar na geração 93, apresentando melhores valores de qualidade em relação aos anteriores. No caso dos pontos de corte, verificamos que, para n igual a 2, em geral não é possível visualizar a estabilização do algoritmo, por outro lado, com 10 pontos de corte os resultados possivelmente ótimos são obtidos nas últimas gerações e melhores que os originais. Para uma taxa de mutação de apenas 1% vemos que, o algoritmo atinge o último mínimo mais cedo. Quando o número de gerações é superior, podemos verificar que os valores de qualidade obtidos começam a estabilizar em média a partir da geração 195, além disso verifica-se, como seria de esperar, que se obtêm indivíduos com qualidade superior. Com apenas 50 gerações os resultados nem sempre estabilizam e os valores de qualidade finais obtidos são piores. Com um cromossoma com menos genes, verificamos que a qualidade possivelmente ótima é obtida a partir da geração 93. Se o cromossoma contiver um maior número de genes os resultados são mais irregulares e dificilmente ocorre estabilização.

Recombinação com 1 ponto de corte ao meio:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,71	4,61	4,04	4,74	4,93	5,02	2,37	7,82
	Media	7,94	7,99	7,58	7,81	7,98	7,88	4,21	11,58
Geração final	Melhor	1,99	2,01	2,02	1,89	2,13	1,91	1,83	2,23
	Media	2,82	2,66	2,73	2,93	2,15	2,67	2,15	3,85

Quanto maior o número de gerações melhores serão os valores finais da qualidade do melhor indivíduo, vemos que com 200 gerações o valor da qualidade do melhor indivíduo obtido na geração 196, não é alterado nas gerações posteriores, sendo um resultado mais favorável que os obtidos com um menor número de gerações criadas. Podemos verificar que para um valor muito baixo da taxa de mutação, o algoritmo atinge precocemente o limite de qualidade máxima em gerações anteriores, ficando assim imobilizado num valor de qualidade pior do que o obtido com os parâmetros padrão. Considerando um número de genes inferior verificamos que a qualidade possivelmente ótima (melhor que padrão) é obtida em média na geração 94 sendo que os valores de qualidade melhor não são alterados a partir daí. Pelo contrário, se o número de genes for maior, os resultados obtidos são piores e mais irregulares.

Comparativamente à recombinação anterior, esta representação apresenta em média piores resultados, dependendo muito do número de cortes da representação anterior.

Recombinação 1 ponto de corte aleatório:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,88	5,10	4,51	4,37	4,83	4,85	2,73	6,62
	Media	7,90	8,07	7,54	7,82	7,84	7,71	4,36	11,76
Geração final	Melhor	1,94	1,91	1,97	1,92	2,16	2,05	1,82	2,08
	Media	2,87	2,38	2,69	2,76	2,25	3,00	2,09	3,46

Com os parâmetros iniciais, o algoritmo não apresenta, regra geral, estabilização dos valores de qualidade. Tal como seria de prever, quando é usado uma seleção elitista verifica-se que os valores de melhor indivíduo estabilizam antes da geração número 100, apresentando, por norma, qualidades melhores

que nos resultados padrão. Mais uma vez, vemos que com um maior número de gerações é possível obter melhores indivíduos e a evolução apresentada é mais regular obtendo valores de qualidade semelhantes, em média, a partir da geração 193. Para uma taxa do operador de mutação muito baixa, o algoritmo estabiliza em mínimos locais demasiado cedo no processo evolutivo e por isso os resultados obtidos não são portanto os desejados, apresentando valores de qualidade piores que os originais. Quando os indivíduos contêm um número menor de genes verifica-se que a qualidade possivelmente ótima é obtida a partir da geração 96. Além disso a curva apresentada é bastante regular. Se os indivíduos possuírem mais genes, a evolução será mais lenta, e os resultados obtidos mais irregulares e de pior qualidade sem que haja estabilização.

Em comparação, constata-se que esta representação conduz a melhores indivíduos que a anterior e piores que a de n pontos com um número de cortes grande.

Seleção Aleatória: com os valores já estabelecidos, iremos modificar individualmente cada parâmetro para a seleção aleatória. Nesta seleção os resultados serão sempre, por norma, irregulares, não sendo possível tirar conclusões significativas.

Recombinação com n pontos de cortes:

		Default	Elitismo = 50	Pts corte= 2	Pts corte =10	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,85	4,92	4,80	4,57	5,30	4,99	5,14	5,15	2,60	8,27
	Media	7,98	8,08	7,93	7,94	7,84	7,96	8,01	7,95	4,51	11,92
Geração final	Melhor	4,59	2,16	5,31	4,04	5,23	4,15	5,09	5,07	2,55	7,85
	Media	7,63	3,04	8,02	7,82	8,34	8,33	7,47	7,821	3,94	11,32

Os resultados obtidos inicialmente são bastante irregulares, não havendo qualquer tipo de estabilização. Nalguns casos verifica-se, até, que o resultado final pode ser pior que o inicial. Se for utilizada uma seleção elitista verifica-se um resultado mais regular que o original, ainda que os valores de melhor indivíduo nem sempre cheguem a estabilizar. Mesmo para 200 gerações não se verifica qualquer tipo de estabilização, sendo que não é encontrada a solução ótima, ainda assim, o valor da melhor qualidade obtido no final é melhor que o original. Naturalmente, com 50 gerações os resultados serão ainda mais irregulares não havendo praticamente melhorias de qualidade entre o melhor indivíduo da população na geração inicial e final. No operador de mutação,

quando a taxa é de apenas 1% podemos ver que, o algoritmo na fase final apresenta um resultado quase inalterado em relação à primeira geração. A curva e os resultados apresentados são bastante mais regulares quando cada indivíduo tem apenas 10 genes.

Os resultados variam bastante, neste caso, devido à seleção não ter qualquer tipo de restrição e ser completamente aleatória.

Recombinação com 1 ponto de corte ao meio:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,92	4,98	5,03	4,92	4,86	4,50	2,75	7,71
	Media	7,81	7,96	7,92	7,78	7,94	7,85	4,39	11,81
Geração final	Melhor	4,91	2,15	5,20	4,88	4,72	4,46	2,56	7,25
	Media	7,97	2,94	7,83	8,01	6,77	7,82	4,32	11,96

Semelhante aos resultados anteriores, os resultados originais apresentados são bastante irregulares, sem apresentar qualquer estabilização. Com o uso de uma seleção elitista verifica-se que os valores finais melhoram bastante, sendo a curva apresentada mais regular, ainda que não haja estabilização. A alteração do número de genes de cada indivíduo não revela alterações significativas, no entanto para um valor menor a curva apresentada é mais regular que o original, contrastando com a maior irregularidade apresentada para indivíduos com 30 genes.

Recombinação com 1 ponto de corte aleatório:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,21	4,09	4,72	4,94	4,91	4,90	2,62	7,59
	Media	7,76	7,91	7,84	7,96	7,91	7,92	4,37	11,62
Geração final	Melhor	4,82	2,25	4,71	4,56	4,70	5,16	2,31	7,07
	Media	7,84	3,15	7,76	7,66	7,03	7,88	4,31	11,90

Sendo os dois operadores utilizados aleatórios, os resultados apresentados serão os mais irregulares em relação aos anteriores, o que se pode comprovar pela falta de estabilização dos resultados. Se escolhermos preservar os melhores indivíduos através do mecanismo de elitismo, verificamos uma

grande melhoria em relação aos valores originais, e a curva desenhada é muito mais regular que a anterior, porém não se verifica estabilização dos valores de melhor qualidade. Com 200 gerações não se verifica estabilização dos resultados de qualidade obtidos, ainda assim, os valores da melhor qualidade são melhores que os *default*. Novamente, com um menor número de genes verifica-se que os resultados são mais regulares, pelo contrário com 30 genes a curva obtida é ainda mais irregular que a original, sendo que não ocorre estabilização em nenhum dos casos.

Seleção de Torneio: são efetuadas as medições com a seleção de torneio, onde o k da seleção será por convenção 0.7.

Recombinação com n pontos de cortes:

		Default	Elitismo = 50	k = 0.5	K=0.9	Pts corte=2	Pts corte=10	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	5,13	4,93	4,35	5,10	5,34	4,91	4,96	5,05	4,91	5,38	2,70	7,78
	Media	8,016457	7,760545	7,972047	7,97653	8,090449	8,166364	8,018815	7,86	7,96	8,148492	4,255102	11,73
Geração final	Melhor	4,95	2,09	5,56	4,74	4,82	4,69	4,95	4,78	4,85	4,35	2,18	7,43
	Media	8,12	3,11	7,96	7,88	8,02	7,82	7,96	8,06	7,61	7,71	4,25	11,94

Para a seleção de torneio, observamos que, apesar de os resultados serem mais regulares que os da seleção aleatório, regra geral, não é possível visualizar estabilização dos valores de qualidade. Como seria de esperar, com o auxílio do elitismo é possível encontrar resultados finais mais satisfatórios, com melhores valores de qualidade e uma estabilização dos resultados nas últimas gerações. Na parte da recombinação, se forem utilizados 10 pontos de corte, podemos observar melhorias nos resultados, sendo que o valor da qualidade do melhor indivíduo mantém-se constante nas últimas gerações e é melhor que o calculado com os parâmetros padrão. Com apenas 2 pontos de corte não existe estabilização de resultados, e os valores de qualidade obtidos não são, por norma, bons. Para valores maiores de k verifica-se que o algoritmo apresenta melhor qualidade do melhor indivíduo na última geração, além disso, a curva resultante é mais regular. No caso do uso de um k menor os resultados gráficos são irregulares e piores em termos de qualidade que os iniciais. Para um número de gerações criadas superior, vemos que o processo de evolução ocorre de forma mais regular com a estabilização do valor de melhor qualidade em média na geração 196. O oposto verifica-se para um número reduzido de gerações, não ocorre estabilização dos resultados e o valor de qualidade obtido nem sempre é satisfatório. Quando a ocorrência de mutações é menos provável, observa-se que o algoritmo atinge o limite de qualidade máxima antes da última geração, estabilizando assim prematuramente, num valor de melhor qualidade que poderá ser um mínimo local. Novamente, para um menor número de genes o

algoritmo aparenta ser mais eficiente, a qualidade possivelmente ótima é obtida em média na geração 96 sendo que o algoritmo estagna a partir daí. Quando o cromossoma possui mais genes sucede-se o contrário, os resultados obtidos são mais irregulares e, por norma, não acontece estabilização de valores.

Recombinação com 1 ponto de corte ao meio:

		Default	Elitismo = 50	k = 0.5	K=0.9	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	5,43	4,45	5,25	4,93	5,26	4,86	5,03	5,02	2,72	8,04
	Media	7,85	7,97	8,11	8,10	8,19	7,92	8,01	7,93	4,39	11,91
Geração final	Melhor	5,14	2,30	5,13	4,46	4,92	4,11	4,95	4,92	2,45	7,93
	Media	7,86	3,26	7,73	8,31	7,81	8,19	7,57	8,21	4,29	10,45

Semelhante à combinação de operadores anterior, os resultados iniciais são também pouco regulares e dificilmente acontece estabilização dos valores, esta recombinação produz em média piores resultados. Ao utilizar uma seleção elitista ocorre uma grande melhoria de resultados, os valores de qualidade estabilizam em média na geração 95 e são bastante melhores que os obtidos com a experiência padrão. Quando é usado um valor maior de k verifica-se que o algoritmo apresenta melhor qualidade do melhor individuo na última geração, além disso, a curva apresentada é bastante regular, estabilizando nas últimas gerações, o comportamento oposto ocorre quando o k escolhido é 0.5, os resultados gráficos são irregulares e os valores obtidos são piores em termos de qualidade. Naturalmente, uma experiência com mais gerações demonstrará uma maior evolução, e valores de qualidade mais satisfatórios, sendo que os resultados costumam estabilizar nas últimas 10 gerações. Para menos gerações, a evolução não será tão notória, e os resultados obtidos são mais irregulares. Utilizando um cromossoma com menos genes verificamos que a qualidade possivelmente ótima é obtida a partir da geração 96, sendo que o algoritmo estabiliza a partir daí e apresenta uma curva mais regular. Pelo contrário, se o número de genes de cada cromossoma for 30, os resultados obtidos da evolução serão mais irregulares, sem que haja estabilização dos valores.

Recombinação com 1 ponto de corte aleatório:

		Default	Elitismo = 50	k = 0.5	K=0.9	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	5,42	5,66	4,86	5,07	5,48	5,38	5,25	4,45	2,63	8,07
	Media	8,01	7,94	7,75	8,13	8,02	7,77	8,08	8,10	4,15	11,61
Geração final	Melhor	5,18	2,12	5,40	4,88	5,37	4,56	4,51	2,03	2,27	7,86
	Media	7,63	2,92	8,51	8,06	7,66	7,52	7,47	2,96	4,41	12,10

Neste caso, os resultados padrão obtidos são também irregulares (mas melhores que os da recombinação com corte ao meio), não sendo possível ver estabilização de valores de qualidade. Usufruindo do mecanismo de elitismo, podemos melhorar bastante os valores de qualidade obtidos nas últimas gerações, sendo a evolução mais satisfatória, ainda assim, não ocorre estabilização de valores. Tal como se verificou nas experiências anteriores, se o k utilizado for 0.5, os resultados obtidos são muito irregulares, podendo a melhor qualidade obtida na geração final ser pior que a apresentada na geração inicial. De forma inversa, se k for maior que o estabelecido como padrão, o algoritmo apresenta um valor de melhor qualidade muito promissor na última geração. Um maior número de gerações resulta em valores de qualidade mais satisfatórios na última geração. Quando os indivíduos da população têm menor número de genes existe por vezes uma estabilização dos valores de qualidade nas gerações finais, a curva resultante é mais regular que a apresentada originalmente. Se, por outro lado, o cromossoma de cada indivíduo possuir um maior número de genes, os resultados obtidos são muito irregulares, não ocorrendo evolução notória da população.

Representação II): Aqui são apresentadas as experiências efetuadas, relativamente à representação II criada, os valores utilizados mantêm-se por motivo de coerência. Para efetuar uma boa comparação entre as representações, irão ser utilizadas as combinações de parâmetros, mecanismos e operadores que apresentaram melhores resultados. Dessa forma, só foram utilizados os mecanismos de seleção roleta, pois a seleção aleatória e seleção de torneio têm resultados demasiado irregulares para que se possa efetuar comparações. Com os valores anteriormente estabelecidos, iremos modificar individualmente cada parâmetro para a seleção através de roleta.

Recombinação com n pontos de cortes:

		Default	Elitismo = 50	Pts corte= 2	Pts corte =10	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,65	4,83	5,03	4,85	5,28	4,45	4,96	5,02	2,49	7,51
	Media	7,83	8,23	7,94	7,99	8,09	7,96	7,96	7,84	4,37	11,59
Geração final	Melhor	2,02	2,17	2,02	2,01	2,10	1,96	2,10	1,99	1,82	2,28
	Media	3,04	2,93	2,70	2,94	3,13	2,95	2,43	2,87	2,12	3,87

Os resultados inicialmente apresentados são regulares, sendo que ocorre estabilização nas últimas gerações, e verifica-se uma grande melhoria nos valores de qualidade obtidos. Ainda que os resultados obtidos sejam semelhantes com diferente parametrização vemos que a evolução ocorre de forma mais suave se os indivíduos possuírem menos genes. Podemos concluir ainda, que os valores obtidos nesta representação são, em várias experiências, melhores que os apresentados pela representação I.

Recombinação com 1 ponto de corte ao meio:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	4,68	4,55	5,68	5,14	5,39	5,02	2,46	7,88
	Media	7,92	7,83	8,16	7,94	7,97	7,88	4,33	11,63
Geração final	Melhor	2,07	1,93	2,09	1,87	2,50	2,01	1,80	2,33
	Media	3,1	2,51	3,19	2,80	2,67	2,90	2,18	3,67

Para os valores definidos como default, verifica-se que ocorre estabilização de resultados em vários mínimos locais. No caso da seleção elitista, o valor obtido na geração final da qualidade do melhor indivíduo é melhor que o original, vemos também que ocorre estabilização dos resultados nas gerações finais, é ainda possível visualizar nas gerações anteriores a estabilização de resultados em mínimos locais. As experiências efetuadas com um maior número de gerações obtêm melhores valores finais da qualidade do melhor indivíduo, como seria de esperar. Para uma taxa de mutação muito baixa, os valores de

qualidade obtidos são piores que os conseguidos originalmente, ainda que o resultado apresentado seja mais regular. Como já foi observado antes, quanto menor o número de genes mais regulares serão os resultados.

Recombinação com 1 ponto de corte aleatório:

		Default	Elitismo = 50	Gerações= 50	Gerações = 200	Mutação = 1%	Recombinação = 50%	N genes = 10	N genes = 30
Geração inicial	Melhor	5,25	4,65	5,03	5,11	5,16	4,35	2,36	7,04
	Media	7,90	8,04	7,72	7,82	7,63	7,47	4,35	11,38
Geração final	Melhor	1,97	1,86	1,99	1,95	2,16	2,02	1,81	2,21
	Media	2,72	2,28	3,01	2,92	2,25	3,06	2,14	3,46

Nesta combinação de operadores os resultados obtidos com a parametrização convencional não aparentam estabilizar nas últimas gerações, ainda que encontrem mínimos locais em gerações anteriores. Se for utilizada uma seleção elitista, os valores de qualidade do melhor indivíduo serão obviamente melhores que os originais. Mais uma vez, menores taxas de mutação conduzem a piores resultados, assim como menor taxa de recombinação e maior número de genes. Neste caso, existe pouca diferença entre o melhor indivíduo médio final para diferentes gerações mas a globalidade dos resultados aponta, mais uma vez, para um melhor comportamento de resultados com maior número de gerações.

Como esperado, esta representação produz melhores resultados médios que a primeira representação.

Conclusões Finais:

- Os resultados entre conjuntos de parâmetros são todos muito semelhantes, existindo pouca variação. Talvez porque se realizaram cerca de 30 medições, o que é pouco para obter conclusões confiáveis no que toca a variáveis estocásticas. No entanto, mesmo ligeiramente a maioria parece estar de acordo com as hipóteses definidas *a priori*.
- O tamanho de população afeta, geralmente, a diversidade de soluções, sendo que populações de maior tamanho têm maior diversidade, mas consomem mais tempo de avaliação. Para alguns problemas será necessário garantir que a diversidade da população é suficiente sem comprometer tempo de computação necessário para o processamento do algoritmo genético. Neste trabalho, o tamanho da população não é relevante, pois não influência de forma significativa os resultados da experiência e por isso não foi testada.
- O tamanho do cromossoma do indivíduo, o número de genes, influencia no tamanho do espaço de procura, desta forma, um maior número de genes implica uma evolução mais complexa, será mais difícil para o mesmo número de gerações ocorrerem recombinações e mutações suficientes que levem a obter bons indivíduos, pois o número de possibilidades é muito maior. Assim, os resultados obtidos são mais irregulares e não se verifica grande evolução ao longo das gerações sucessivas. Por outro lado, se um indivíduo possuir menos genes será mais fácil ocorrerem recombinações e mutações que levem à criação de um indivíduo de boa qualidade. Assim, cromossomas com menor número de genes produzem melhores resultados e forma generalizada.
- O número de gerações influencia o processo evolutivo, com poucas gerações dificilmente a evolução irá levar à convergência dos valores de qualidade, pois o número de gerações criadas não é suficiente para ocorrer um processo evolutivo satisfatório. De forma inversa, quanto mais gerações existirem mais estáveis serão os resultados, pois o processo de evolução é suficientemente extenso para conduzir a população à convergência para valores de qualidade ótimos. Ou seja, mais gerações conduzem em norma a melhores resultados.
- Resultados obtidos nas experiências estão, por norma, de acordo com o esperado.

Seleção:

- Para a seleção pouco exigente, seleção aleatória, como não é tido em conta a qualidade dos indivíduos, verifica-se diversas vezes ao longo das várias experiências a perda dos melhores indivíduos, sendo que os valores de qualidade apresentados na última geração podem ser piores que os obtidos em gerações anteriores. Vemos ainda que, neste caso, os operadores de mutação e recombinação não apresentam grandes diferenças para valores de taxas diferentes. Mesmo com um maior número de gerações não se verifica usualmente estabilização dos valores de qualidade. Assim, o processo evolutivo é bastante demorado e não se podem tirar conclusões relevantes nesta seleção, pois depende demasiado da qualidade da primeira geração criada.

- Na seleção através da roleta, tendo em conta que é sempre dada preferência aos melhores indivíduos, pois quanto melhor for o indivíduo maior será a sua probabilidade de ser escolhido, ocorre sempre uma convergência mais rápida da população, e os valores finais de qualidade obtidos são os mais satisfatórios entre as seleções implementadas. Aliás, nas experiências verificou-se que gerações posteriores têm sempre um melhor indivíduo, o que conduz a melhores resultados que o da geração anterior
- Os resultados da seleção de torneio dependem sempre do valor de k estipulado, desta forma quanto maior for o k melhor serão os resultados obtidos, porque na maioria das seleções é dada preferência aos indivíduos com mais qualidade. Em oposição, quando o k é mais baixo o método de seleção pode escolher o pior ou o melhor indivíduo com a mesma probabilidade para reprodução, influenciando os resultados apresentados que são muito piores que os anteriores.
- Quando é utilizada uma seleção elitista estamos a certificar-nos que os indivíduos de melhor qualidade nunca são perdidos, o que leva na grande maioria dos casos a melhores resultados finais de qualidade, ainda assim, esta opção tem o inconveniente de impedir a exploração de muitas outras possibilidades que podem eventualmente ser melhores que as existentes, dependendo assim substancialmente das características da população inicial.

Recombinação:

- Ao longo dos testes efetuados, podemos concluir que as recombinações de apenas um ponto, aleatório ou ao meio, apresentam resultados semelhantes sendo a aleatório um pouco melhor, o que é natural tendo em conta que só será feita troca de material genético entre progenitores numa parte dos seus genótipos.
- Vemos também, que o algoritmo genético não é muito sensível à taxa de recombinação, dessa forma, não são perceptíveis grandes alterações ao nível dos resultados para diferentes probabilidades de recombinação. Porém, para a melhor seleção, seleção através de roleta, os resultados nas gerações finais são melhores quando a taxa de recombinação é de 90%.
- Dentro das recombinações implementadas, concluímos que, geralmente, a recombinação com n pontos de corte, para valores de n entre 4 e 10, é a que se comporta melhor (conduz a melhor indivíduo), apresentando melhores resultados que as restantes combinações, uma vez que leva a maior diversidade da população. Sendo que a pior recombinação é a que utiliza um ponto de corte ao meio.

Mutação:

- A alteração da taxa de mutação, regra geral, provoca uma variação observável nos resultados, e por vezes na curva apresentada.

- Geralmente, no operador de mutação, quando a taxa é excessivamente baixa, o algoritmo poderá apresentar, na fase final, resultados quase inalterados em relação à primeira geração, pois não terá sido possível a exploração de melhores soluções. Nalgumas situações, verifica-se até que os valores de qualidade do melhor indivíduo estabilizam num mínimo local que não estará perto da solução desejada.
- Em geral, a taxa de mutação de 10% comporta-se melhor que a de 1%

Representação:

- Na comparação das duas representações, utilizando a seleção através de roleta, que possui melhores resultados, verifica-se que a representação II apresenta, no geral, melhores resultados que a primeira representação, conduzindo a médias menores de tempo e a tempos mais aproximados do óptimo. Não é possível saber se foram encontrados valores óptimos ou mínimos locais durante as experiências desta representação aquando das estabilizações.
- Nas duas representações a variância de todos os outros parâmetros comporta-se de forma semelhante, como esperado.
- Devido à complexidade da segunda representação o tempo de execução do algoritmo é superior ao da representação I, porém não compromete a resolução do problema em tempo útil.

Em suma:

- A melhor seleção é a roleta porque conduz a menores tempos e curvas mais definidas;
- A melhor recombinação é a de n pontos;
- A melhor representação é a que tem em conta o x no cromossoma;
- Genes com tamanho relativo aceitável mas mais pequeno conduzem a melhores resultados;
- Taxas de mutação mais próximas ao que se verifica na natureza conduzem a melhores resultados, nem muito baixas nem muito elevadas;
- Taxas de recombinação maiores conduzem a melhores resultados, maior diversidade;
- Maior número de gerações conduz a melhores resultados;
- Uso de elitismo melhora bastante a performance do algoritmo, de forma a se puder recombinar e aumentar diversidade sem ocorrer perda de melhores indivíduos