

---

# **Aide à la décision**

## Rapport projet

---

---

### **Etudiants :**

Cauty Alexandre - 22115525

Fontaine Dorine - 22100559

Ramaroson Manon - 22102547

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Méthodes de satisfaction</b>	<b>2</b>
2.1	Méthode 1 : Voeux pondérés et linéaire . . . . .	2
2.2	Méthode 2 : Voeux Pondérés et quadratique . . . . .	2
2.3	Méthode 3 : Voeux Pondérés et binaire . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Facteur d'évolution de la satisfaction</b>	<b>3</b>
3.1	Nombre de voeux . . . . .	3
3.2	Voeux identiques . . . . .	5
3.3	Premier voeu différent . . . . .	6
3.4	Discussion . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Logique possibiliste comme représentation compacte</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>11</b>

# 1 Introduction

Nous avons pour but d'effectuer une analyse critique de l'algorithme du mariage stable à travers la satisfaction des groupes étudiés dans celui-ci. L'algorithme de Gale et Shapley plus connu sous le nom de l'algorithme du mariage stable, permet de former des regroupements d'individus à partir de leur liste de vœux ordonnés; ici nous étudions cet algorithme avec une capacité de 1 pour les affectations, nous souhaitons donc former des couples d'individus. Dans ce projet les groupes étudiés sont les étudiants et les écoles, il nous faut donc un étudiant affecté à une école.

Nous avons choisi de programmer ce projet en Python, avant de lancer le code nous vous prions de lire le README afin d'installer les librairies nécessaires au bon fonctionnement du projet.

Il est important de noter que le groupe proposant ses vœux est favorisé, néanmoins les deux groupes possèdent la même structure, c'est-à-dire une liste de plusieurs listes de vœux, donc le rôle peut être interverti. Dans nos expériences le groupe proposant sera celui des étudiants.

## 2 Méthodes de satisfaction

Comme dit précédemment dans l'introduction, afin de mesurer la réussite des affectations nous souhaitons évaluer la satisfaction des deux groupes. Nous traduisons la satisfaction en nombre de points et/ou en pourcentage, pour la calculer nous avons mis en place plusieurs méthodes que nous expliquons dans cette partie. Nous avons étudié une méthode avec des vœux pondérés et linéaire puis deux autres méthodes avec des vœux pondérés et non-linéaire.

### 2.1 Méthode 1 : Vœux pondérés et linéaire

Nous avons choisi de pondérer les vœux dans un ordre décroissant de manière linéaire, le premier vœu aura donc autant de points qu'il y a de vœux dans la liste, puis il y aura un écart de 1 point entre chaque vœu voisin. Cet écart de 1 point permet une satisfaction décroissante, de cette manière l'individu sera moins facilement déçu car il atteint les 50% de satisfaction à partir de la moitié des vœux.

Les vœux suivraient donc cette formule pour l'attribution de leur poids :  $\forall 0 \leq i < n, \text{vœu}_i = n - i$ .

Exemple des 5 vœux d'un établissement :

- Premier choix : 5 points
- Deuxième choix : 4 points
- Troisième choix : 3 points
- Quatrième choix : 2 points
- Dernier choix : 1 point

### 2.2 Méthode 2 : Vœux Pondérés et quadratique

La deuxième méthode consiste donc à donner les valeurs quadratiques des points initialement donnés dans la première méthode linéaire. Nous pouvons imaginer que les élèves/écoles ne soient pas satisfait même en ayant classé les vœux de manière honnête, il se peut qu'ils aient du classer en pensant au "moins pire". Dans ce contexte, on aimerait modéliser ça par de grands écarts entre les vœux et une décroissance des poids moins douces que la première méthode.

Les vœux suivraient donc cette formule pour l'attribution de leur poids :  $\forall 0 \leq i < n, \text{vœu}_i = (n - i)^2$ .

Avec l'exemple ci-dessous on peut clairement voir que l'échelle de satisfaction n'est pas la même, en effet à partir du troisième choix la satisfaction n'atteint plus les 50% alors qu'avec la méthode 1 on l'atteignait à partir du quatrième choix.

Exemple des 5 vœux d'un étudiants :

- Premier choix :  $5^2 = 25$  points

- Deuxième choix :  $4^2 = 16$  points
- Troisième choix :  $3^2 = 9$  points
- Quatrième choix :  $2^2 = 4$  points
- Dernier choix :  $1^2 = 1$  point

## 2.3 Méthode 3 : Voeux Pondérés et binaire

La dernière méthode est non linéaire et binaire, elle consiste à une satisfaction totale ou nulle pour les voeux. Les voeux ayant une position supérieure à la place moyenne obtiennent une satisfaction totale et inversement pour les voeux se positionnant à partir de la moyenne qui obtiennent une satisfaction nulle. L'explication derrière cette idée est de devoir remplir sa liste de voeux au maximum par obligation ou peur de ne pas avoir ses premiers voeux et de se retrouver ainsi sans formation.

La moyenne est calculée avec une division euclidienne en ajoutant un point à la moyenne lorsque  $n$  est impair car le nombre total de voeux est pair (les voeux commencent par  $voeu_0$ ). Ainsi lorsque le nombre de voeux total est impair il y a un voeu en plus dans les voeux avec une satisfaction nulle que ceux ayant une satisfaction totale. Les voeux suivraient donc cette formule pour l'attribution de leur poids :  $\forall 0 \leq i < n, si i < moyenne alors voeu_i = n sinon voeu_i = 0$ .

Exemple des 5 voeux d'un établissement : On obtient une moyenne à  $2 + 1 = 3$

- Premier et deuxième choix : 5 points (satisfaction totale)
- Troisième à Dernier choix : 0 points (satisfaction nulle)

## 3 Facteur d'évolution de la satisfaction

Nous avons effectué plusieurs tests afin de déterminer les différents facteurs dont dépend la satisfaction. Nous rappelons que l'algorithme du mariage stable est censé avantager le groupe des étudiants dans ces exemples au détriment des écoles, mais comme les deux types de groupe sont de la même forme (i.e une liste de listes d'entiers) nous pouvons intervertir les deux groupes.

### 3.1 Nombre de voeux

Nous étudions dans cette sous-partie le nombre de voeux que les deux groupes précisent avant l'application de l'algorithme du mariage stable, dans ces expériences nous allons jusqu'à 300 individus par groupe. Nous commençons avec une satisfaction à 100% pour les deux groupes car ils ne possèdent qu'un voeu donc une seule attribution possible.

Afin d'avoir une vision globale des résultats, nous effectuons les moyennes de 5 jeux de données pour chaque nombre de voeux. Dans un premier temps nous calculons une moyenne général entre les étudiants/écoles du même groupe du jeu de données, dans un second temps nous calculons une moyenne avec les 5 moyennes générales des différents jeux de données pour un même nombre de voeux.

Il nous faut maintenant étudier ce facteur en comparant les différents résultats des différentes méthodes de satisfaction.

Nous commençons par étudier les résultats avec la première méthode de satisfaction, nous pouvons constater sur la Figure 1 que l'augmentation du nombre de choix augmentera la satisfaction pour les deux groupes. Néanmoins le groupe des étudiants avoisine les 100% de satisfaction tandis que celui des écoles est autour des 85%, ainsi le choix du groupe qui proposera à l'autre est significativement important car nous avons une différence d'environ 10% de satisfaction. Ce facteur semble important jusqu'à 150 voeux dans une liste mais l'évolution stagne après avoir atteint ce seuil.

Nous pouvons observer que les courbes de la Figure 2 possèdent les mêmes tendances qu'avec la première méthode de satisfaction. Néanmoins l'écart entre les deux groupes est légèrement plus grande, ici elle est d'environ 25%.

La troisième méthode nous confirme une fois de plus que l'expérience augmente la satisfaction, nous voyons sur la Figure 3 que les 2 groupes atteignent très vite une haute satisfaction avec seulement un écart de 5%.

Nous pouvons en conclure que pour chaque méthode, l'augmentation du nombre de choix a un impact positif sur la satisfaction des étudiants et des écoles. En augmentant le nombre de choix on n'augmente ainsi l'échelle de satisfaction, cela permet moins d'écart entre des vœux voisins donc plus de possibilités de satisfaire les différents partis.

Par exemple : Pour 3 étudiants, on aura seulement une échelle de satisfaction possédant ces trois niveaux : 33%, 66% et 100%. Alors que pour 10 étudiants l'échelle sera composée de 10 niveaux de satisfactions : 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% et 100%.

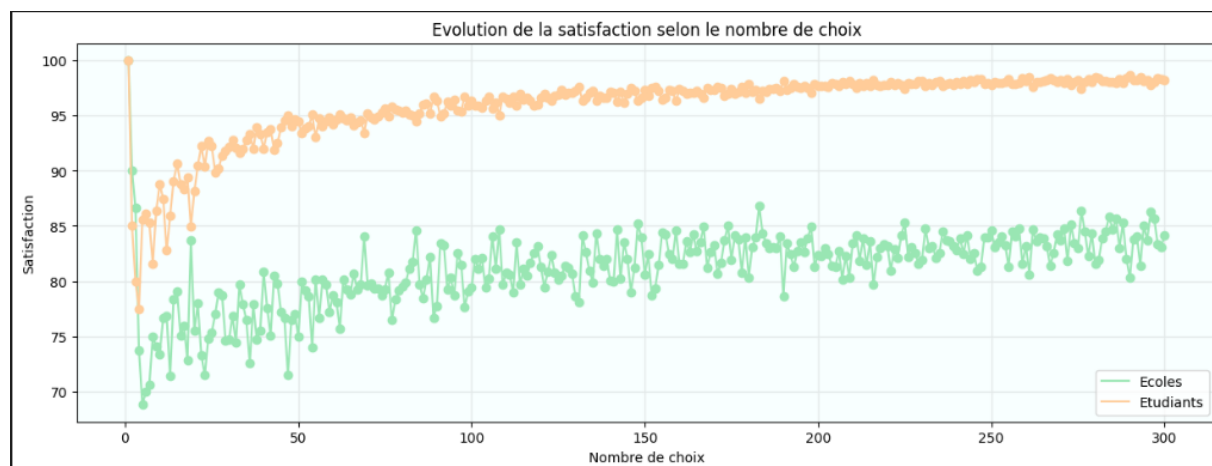


Figure 1 – Évolution de la satisfaction (méthode 1) moyenne des étudiants et écoles par rapport au nombre de vœux.

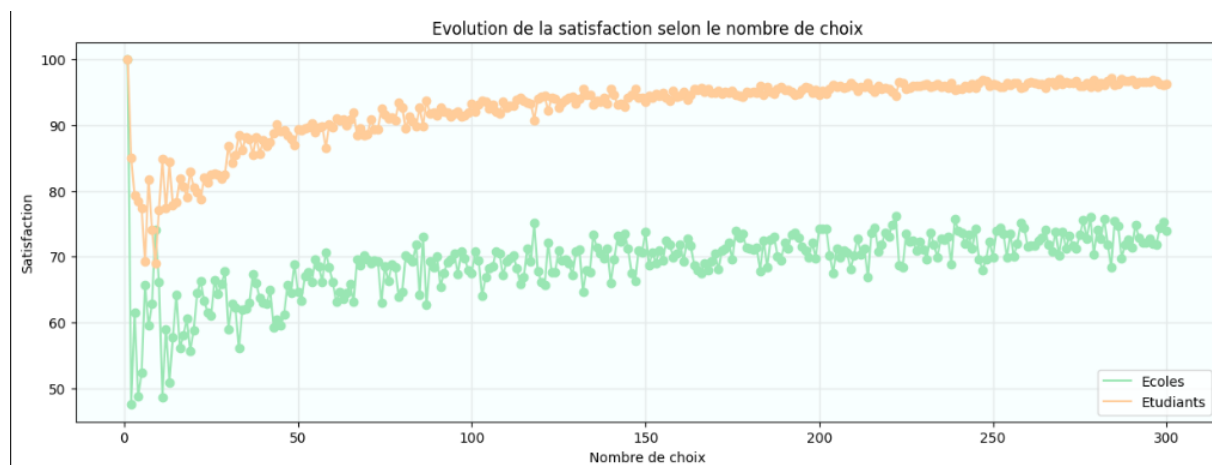


Figure 2 – Évolution de la satisfaction (méthode 2) moyenne des étudiants et écoles par rapport au nombre de vœux.

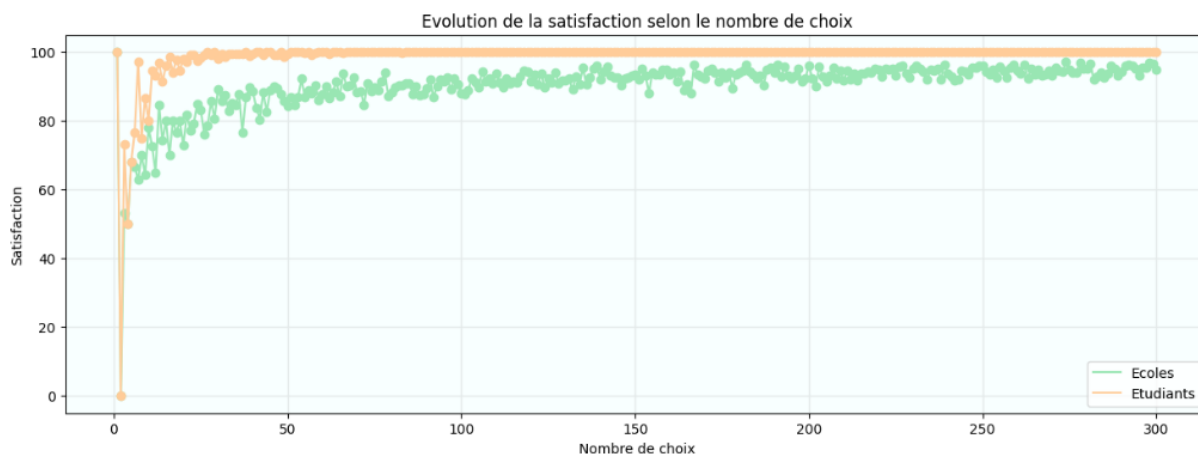


Figure 3 – Évolution de la satisfaction (méthode 3) moyenne des étudiants et écoles par rapport au nombre de voeux.

### 3.2 Voeux identiques

Le facteur de cette sous-partie consiste à avoir des étudiants possédant des listes de voeux identiques, nous augmentons au fur et à mesure le nombre de ces étudiants afin de voir l'évolution de la satisfaction des deux groupes. Les listes de voeux d'écoles restent normales, c'est-à-dire qu'elles restent générées aléatoirement et sans être modifiées par la suite. Ce scénario de voeux identiques peut apparaître lorsque un groupe d'amis veulent continuer à rester dans la même école ou encore un groupe d'élèves suivant les recommandations d'orientations.

Sur les Figures 4, 5 et 6 nous pouvons observer le même évènement, nous avons une baisse de la satisfaction pour les étudiants et une hausse pour les écoles. Ce phénomène s'explique par le fait que chaque étudiant se verra attribué un des niveaux possibles de l'échelle de satisfaction, tous les niveaux seront donc attribués à un étudiant c'est pourquoi on atteint 50% de satisfaction sur les graphiques pour la fin des courbes étudiantes. Les écoles quant à elles ont plus d'opportunités pour avoir les étudiants qu'elles préfèrent.



Figure 4 – Évolution de la satisfaction (méthode 1) en augmentant le nombre d'étudiants ayant des voeux identiques.

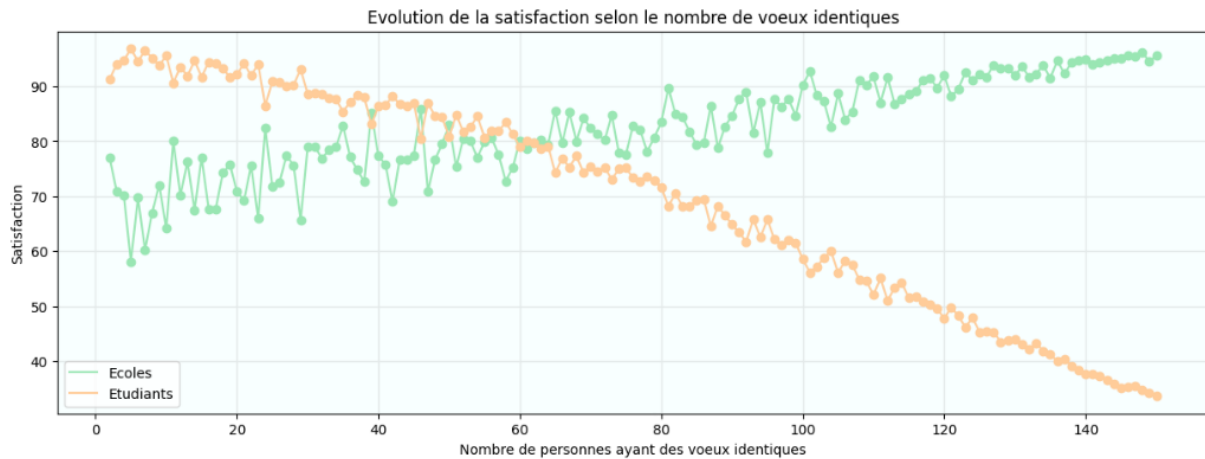


Figure 5 – Évolution de la satisfaction (méthode 2) en augmentant le nombre d'étudiants ayant des vœux identiques.

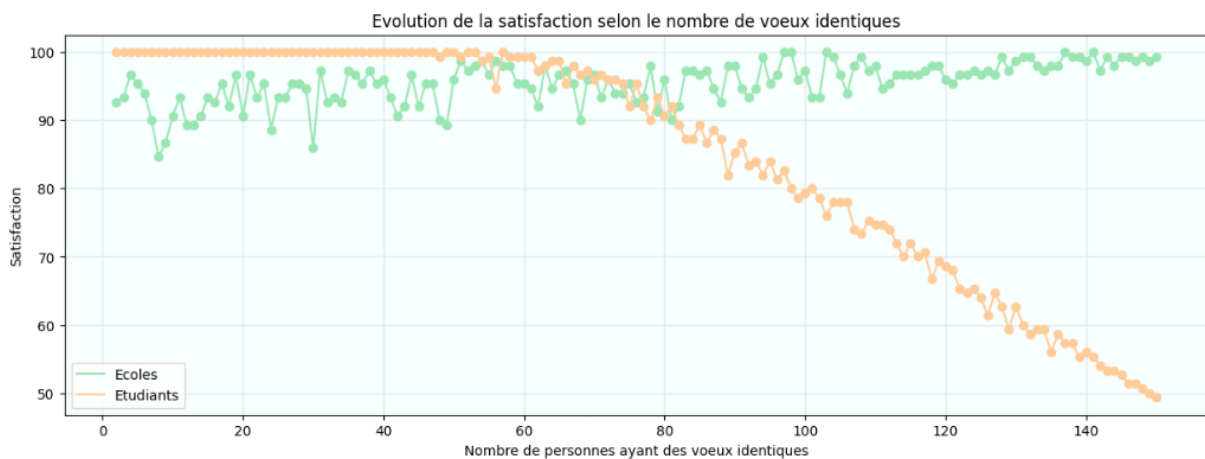


Figure 6 – Évolution de la satisfaction (méthode 3) en augmentant le nombre d'étudiants ayant des vœux identiques.

### 3.3 Premier vœu différent

Avoir le premier vœu différent consiste à prendre tous les premiers vœux de chaque étudiant et qu'aucun vœu ne soit pris deux fois, chaque étudiant aura son premier vœu car aucun d'entre eux n'auront d'envie similaire. Tous les étudiants atteignent donc 100% de satisfaction, dans cette partie nous allons nous concentrer sur les satisfactions des écoles. Pour chaque méthode de satisfaction testée, nous montrons les résultats de 3 jeux de données aléatoires mais avec des premiers vœux différents comportant chacun 150 écoles.

L'histogramme de la Figure 7 nous montre les satisfactions (avec la méthode 1) des écoles étalées de 0 à 100%, le groupe des écoles n'est pas globalement satisfait étant donné qu'un tiers de leur satisfaction se trouvent inférieures à 50%. Toutefois les satisfactions sont étalées de manière homogènes, donc avec la méthode 1 linéaire nous ne pouvons pas garantir la satisfaction de toutes les écoles.

Concernant la méthode 2 représentée sur la Figure 8, nous obtenons un comportement de la satisfaction différent de la première méthode. En effet nous avons près d'un tiers de chaque jeu de données avec une satisfaction inférieure à 10% de satisfaction et le reste des écoles réparti de manière équitable sur l'axe des abscisses. Cette concentration d'écoles produit en utilisant la méthode 2 quadratique nous expose à des risques d'avoir une satisfaction nettement plus faible pour les écoles.

Enfin avec la méthode 3 binaire, nous constatons sur la Figure 9 que la satisfaction est scindée en

deux groupes. La première moitié des écoles possèdent une satisfaction extrêmement basse autour des 0% tandis que la seconde moitié des écoles ont de très hautes satisfactions autour de 90%. La méthode 3 est donc assez risquée pour les écoles sachant qu'elles auraient tout ou rien en termes de satisfaction.

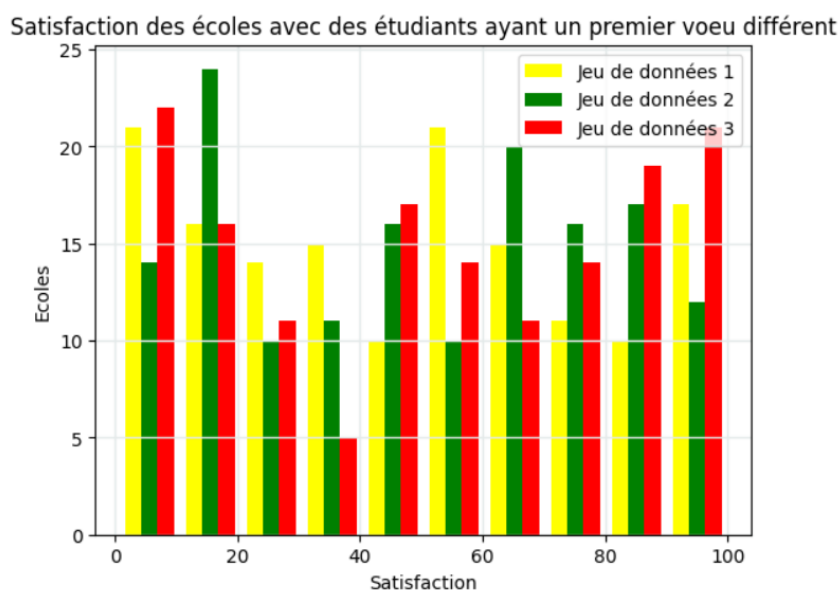


Figure 7 – Histogramme de la satisfaction (méthode 1) des écoles avec des étudiants ayant des premiers vœux différents.

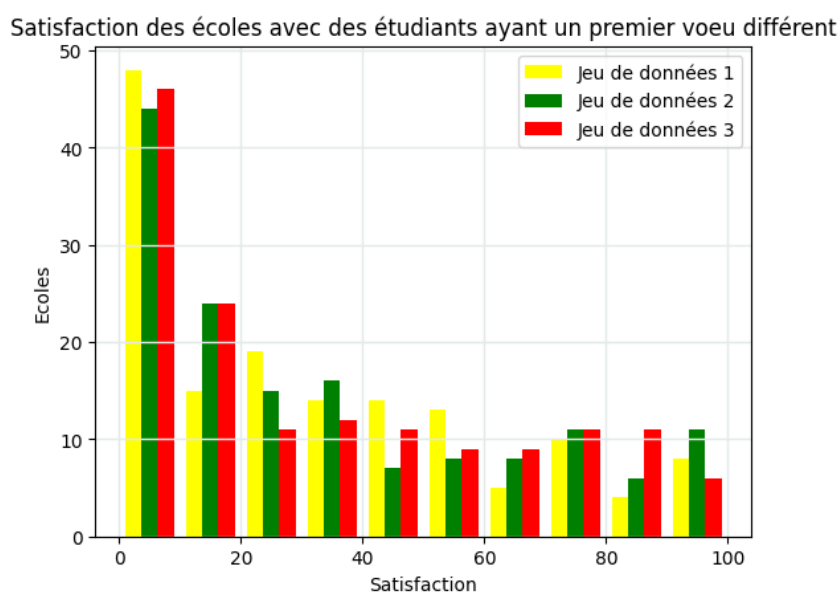


Figure 8 – Histogramme de la satisfaction (méthode 2) des écoles avec des étudiants ayant des premiers vœux différents.



Satisfaction des écoles avec des étudiants ayant un premier vœu différent

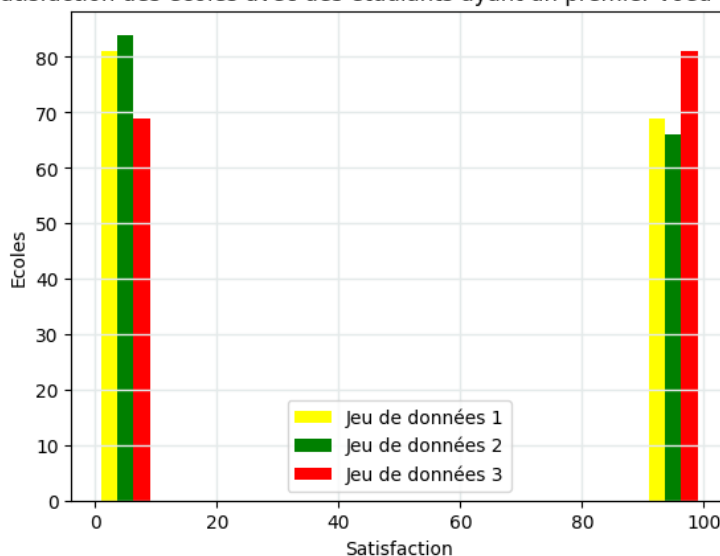


Figure 9 – Histogramme de la satisfaction (méthode 3) des écoles avec des étudiants ayant des premiers vœux différents.

### 3.4 Discussion

Pour les trois facteurs d'évolution étudiés dans cette partie nous avons pu remarquer des comportements spécifiques. Le premier facteur d'évolution a été le nombre de vœux, nous avons pu conclure que ce dernier était important pour augmenter la satisfaction (toutes méthodes confondues). Les satisfactions pour les deux groupes sont meilleures avec un nombre de vœux croissant. Le deuxième facteur, les vœux identiques, permettent d'augmenter la satisfaction des écoles mais en contrepartie celles des étudiants chutes. Toutefois la satisfaction des étudiants chutes au maximum à 50% (40% pour la méthode 2), nous avons donc un filet de sécurité nous garantissant que la satisfaction ne peut chuter d'avantages.

Globalement les deux premiers facteurs nous permettent d'obtenir des satisfactions supérieures à 50% pour les deux groupes contrairement au dernier facteur étudié.

Le dernier facteur (premier vœu différent) obtient de parfaits résultats pour le groupe des étudiants (100% de satisfaction pour tous les étudiants) mais la satisfaction des écoles se voit varier entre 0 et 100%. Nous avons voulu afficher trois jeux de données sur les histogrammes afin de montrer pour chaque méthode gardait un même comportement général qu'importe le jeu de données utilisé.

En comparant les méthodes de satisfaction, nous nous apercevons de ces principaux points :

- Méthode 1 : un tiers inférieur à 50% de satisfaction et plus d'un tiers supérieur à 60%
- Méthode 2 : un tiers inférieur à 10% de satisfaction et un tiers supérieur à 50%
- Méthode 3 : la moitié inférieure à 10% de satisfaction et la moitié supérieure à 90%

Nous pouvons clairement distinguer une différence entre les résultats des méthodes utilisées, pour ce dernier facteur le choix de la méthode de satisfaction est donc crucial. Effectivement la méthode 1 semble moins risquée que les autres méthodes pour la satisfaction des écoles.

Nous recommandons aux étudiants d'éviter le plus possible les vœux identiques entre eux et de choisir un premier vœu différent. Concernant les écoles, les recommandations sont donc d'inciter les étudiants à effectuer des vœux similaires, par exemple via des classements d'écoles qui seraient une liste pré-définie incitant les étudiants à les mettre dans cet ordre. Pour les deux groupes, le nombre de vœux devraient être maximal afin d'avoir la plus haute satisfaction.

## 4 Logique possibiliste comme représentation compacte

Nous avons précédemment constaté l'influence de multiples critères sur la satisfaction des étudiants et des écoles. Pour améliorer celle-ci, nous pouvons intégrer la représentation de la logique possibiliste à l'algorithme du mariage stable. Cela nécessite d'attribuer des poids aux choix des étudiants et des écoles, reflétant ainsi l'importance de chaque choix pour eux. L'objectif est d'adapter l'algorithme d'affectation pour tenir compte des préférences pondérées lors du processus de décision.

En intégrant des poids aux choix, nous améliorons l'équité des affectations en tenant compte des préférences individuelles et de leur poids dans le processus de décision.

Pour notre extension de l'algorithme : l'affectation d'un élève est évaluée en fonction de l'addition des poids de préférences des étudiants et des écoles. Par cette méthode, la somme des poids représente l'adéquation globale entre un étudiant et une école à partir de divers critères. Cependant, l'efficacité de cette amélioration dépend de l'interprétation et la définition des poids.

---

**Algorithm 1** Extension Algorithme

---

**Require:** *TableauxPrefPonderes*

*etudiantAttribution*  $\rightarrow 0$

*ecoleAttribution*  $\rightarrow 0$

*finalAffectation*  $\rightarrow$  vide

**Ensure:**

**while** *etudiantAttributionDisponible* **do**

*etudiant*  $\rightarrow$  *etudiantNonAffecte*

*ecole*  $\rightarrow$  *prefecole*

**if** *ecoleNonAffecte* **then**

*etudiantAttribution*  $\rightarrow 1$

*ecoleAttribution*  $\rightarrow 1$

*finalAffectation*  $\rightarrow$  *Couple(etudiant, ecole)*

**else**

*SommeEtudiantTest*  $\rightarrow$  *PoidsPrefEtudiant* + *PoidsPrefEcole*

**if** *SommeEtudiantTest* < *SommeEtudiantActuel* **then**

*etudiantAttribution(ancien)*  $\rightarrow 0$

*etudiantAttribution(nouveau)*  $\rightarrow 1$

*finalAffectation*  $\rightarrow$  *SuppressionCouple(ancien)*

*finalAffectation*  $\rightarrow$  *AjoutCouple(nouveau)*

**end if**

**end if**

*return finalAffectation*

**end while**

---

Sur la Figure 10 nous montrons une liste d'étudiants et d'écoles avec des poids pour appliquer notre algorithme.

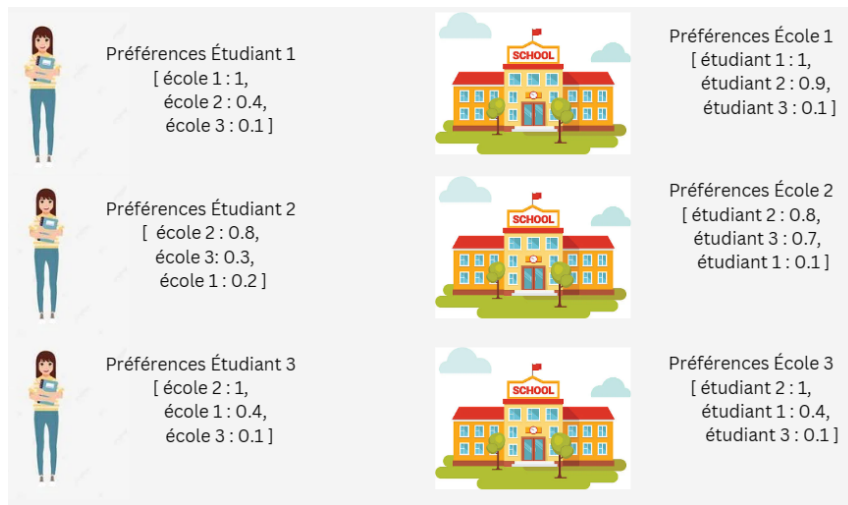


Figure 10 – Préférences associées à des valeurs pondérées.

Voici les trois étapes lorsque nous appliquons l'extension de l'algorithme :

Étape 1 : étudiant 1 affecté à l'école 1.

Étape 2 : étudiant 2 affecté à l'école 2.

Étape 3 : étudiant 3 veut être affecté à l'école 2 donc comparaison de la somme des poids :  $(0.8 + 0.8) < (1 + 0.7)$  donc l'étudiant 3 est affecté à l'école 2.

Étape 4 : étudiant 2 affecté à l'école 3.

On obtient deux affectations différentes en comparant l'extension de l'algorithme que nous avons créé et l'affectation du mariage stable (voir Figure 11). Donc on remarque que l'influence des poids fait varier les résultats entre les 2 algorithmes.

Affectation finale :		Affectation avec Gale-Shapley:
Étudiant 1 : École 1	VS	Étudiant 1 : École 1
Étudiant 2 : École 3		Étudiant 2 : École 2
Étudiant 3 : École 2		Étudiant 3 : École 3

Figure 11 – Résultats des algorithmes.

Pour le calcul de la satisfaction, nous trouvons intéressant de faire la moyenne des poids de préférences par groupe. Nous les avons calculé et affiché les résultats sur la Figure 12, nous remarquons que les satisfactions des étudiants et des écoles augmentent en appliquant notre extension de l'algorithme par rapport aux satisfactions calculées avec les résultats du mariage stable.

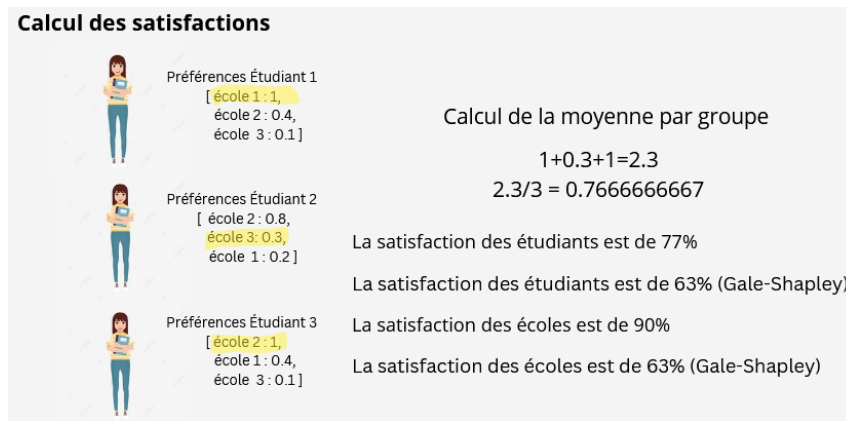


Figure 12 – Calcul de la satisfaction.

## 5 Conclusion

Pour évaluer la satisfaction des étudiants et des écoles après leur affectation, nous avons utilisé différentes approches, notamment des méthodes de satisfaction avec des poids linéaires, quadratiques et binaires. De plus, l'introduction de scénarios spécifiques a mis en évidence des évolutions significatives de la satisfaction.

Dans l'ensemble, l'augmentation du nombre de choix a tendance à accroître la satisfaction pour les deux groupes, mais ce bénéfice peut se stabiliser au-delà d'un certain nombre de choix. Par ailleurs, l'introduction de situations telles que des listes de vœux identiques pour certains étudiants entraîne une baisse de la satisfaction des étudiants et une augmentation pour les écoles. Ainsi, la diversité des préférences joue un rôle clé dans la satisfaction des deux groupes de manière inverse.

De plus, nous avons constaté que l'ajout de la logique possibiliste à l'algorithme du mariage stable peut nous permettre d'obtenir des résultats plus équitables et satisfaisants autant pour les écoles que pour les élèves.