Optimisation de circuits logiques

Alexandre JANNIAUX

Circuits logiques et fonctions combinatoires

Figure : Exemple de circuit logique PLA ET/OU

$$
\begin{aligned}
f : \{0,1\}^3 &\longrightarrow \{0,1,\_\} \\
(e_1, e_2, e_3) &\longmapsto (e_1 + e_2)e_3 + (e_1 + e_3)e_2
\end{aligned}
$$

Notations :

- Mintermes :
  $A\overline{B}C\overline{D}EF = (1,0,1,0,1,1) = \overline{101011}^2 = 43$
- DNF : a_i : $f = \sum m(a_1, \cdots, a_n)$
- Terme simplifié : $(1, \_, 0) = A\overline{C} = A(B + \overline{B})\overline{C}$

Méthode de Quine-McCluskey

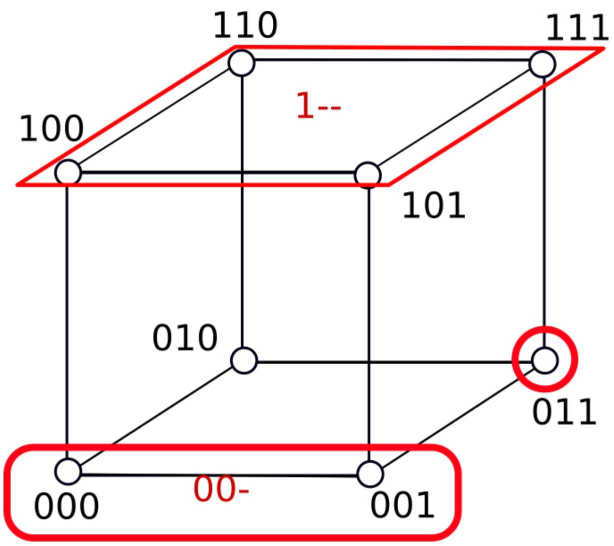

FIGURE : Représentation graphique de minterme

Exemple :

$$f(x_1, \cdots, x_6) = \sum m(36, 44, 51, 60)$$

36	:	100100	✔
44	:	101100	✔
51	:	110011	
60	:	111100	✔

36,44	:	10_100
44,60	:	1_1100

Méthode de Petrick - Redondance

Implicants	36	44	51	60
51			X	
36,44	X	X		
44,60		X		X

Méthode de Petrick : exacte, exemple

$$g \equiv (P_1 + P_2)(P_1 + P_4 + P_4) \cdots (P_7 + P_9)$$

Approximation :

- plus rapide
- approximation en H_n
- adapté à plusieurs itérations

Fonctions multivaluées

Définition :

$$f : \mathcal{P}_1 \times \cdots \times \mathcal{P}_n \longrightarrow \mathbb{B}^m$$

Littéraux :

$$X_i^{S_i} = \begin{cases} 1 \text{ si } X_i \in S_i \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad \text{où } X_i \in \mathcal{P}_i \text{ et } \mathcal{S}_i \subset \mathcal{P}_i$$

Décomposition de Shannon :

$$\bigcup_{i=1}^{n} c_i = 1 \implies f \equiv \bigcup_{i=1}^{n} f|_{C_i} \cap c_i$$

Espresso

$$\bigcup_{i=1}^{n} c_i = 1 \implies f \equiv \bigcup_{i=1}^{n} f|_{C_i} \cap c_i$$

Atout : Optimisation récursive

Initialisation :

- Simplification
- Élimination des redondances
- Recherche des impliquants essentiels

Algorithme :

- Réduction d'un impliquant.
- Simplification
- Élimination des redondances

Conclusion

- Problème difficile ...
- ... mais bien maîtrisé.
- Approximable facilement.
- Généralisable (XOR-NAND)