# Optimisation de circuits logiques

### Alexandre JANNIAUX

Circuits logiques et fonctions combinatoires

Méthode de Quine-McCluskey

Méthode de Quine-McCluskey

Fonctions multivaluées

# Circuits logiques et fonctions combinatoires

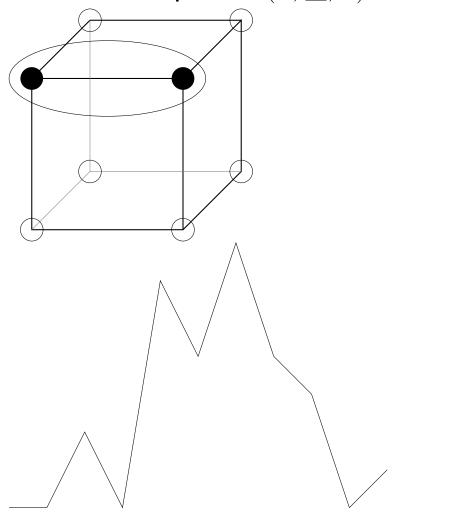
$$f: \{0,1\}^3 \longrightarrow \{0,1,\underline{\ }\}$$
  
 $(e_1, e_2, e_3) \longmapsto (e_1 + e_2)e_3 + (e_1 + e_3)e_2$ 

#### **Notations:**

► Mintermes :

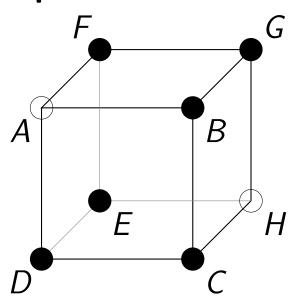
$$A\overline{B}C\overline{D}EF = (1, 0, 1, 0, 1, 1) = \overline{101011}^2 = 43$$

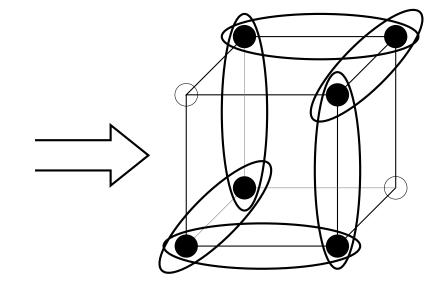
- ► DNF:  $a_i$ :  $f = \sum m(a_1, \dots, a_n)$
- ▶ Terme simplifié :  $(1, \underline{\hspace{0.2cm}}, 0) = A\overline{C} = A(B + \overline{B})\overline{C}$



# Méthode de Quine-McCluskey

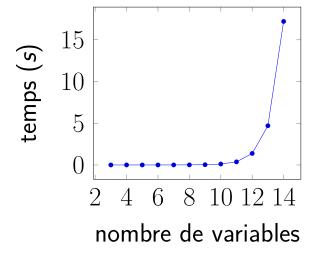
## **Expansion des cubes:**

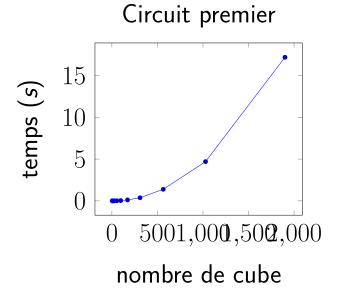




## **Performances:**

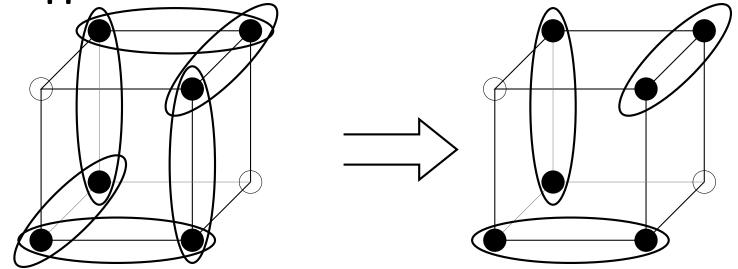
Circuit premier





# Méthode de Quine-McCluskey

Suppression des redondances inutiles :



## Fonctions multivaluées

#### **Définition:**

$$f: \mathcal{P}_1 \times \cdots \times \mathcal{P}_n \longrightarrow \mathbb{B}^m$$

#### Littéraux :

$$X_i^{S_i} = \begin{cases} 1 \text{ si } X_i \in S_i \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad \text{où } X_i \in \mathcal{P}_i \text{ et } S_i \subset \mathcal{P}_i$$

## Décomposition de Shannon :

$$\bigcup_{i=1}^{n} c_i = 1 \implies f \equiv \bigcup_{i=1}^{n} f|_{C_i} \cap c_i$$

## Espresso

$$\bigcup_{i=1}^{n} c_i = 1 \implies f \equiv \bigcup_{i=1}^{n} f|_{C_i} \cap c_i$$

Atout : Optimisation récursive

**Initialisation:** 

- Simplification
- Élimination des redondances
- ▶ Recherche des impliquants essentiels

## Algorithme:

- ► Réduction d'un impliquant.
- ▶ Simplification
- Élimination des redondances

## Conclusion

- ▶ Problème difficile...
- ...mais bien maîtrisé.
- Approximable facilement.
- Généralisable (XOR-NAND)