

**Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro**  
**Álgebra Linear e Geometria Analítica – C 2023/24**

Folha Semanal nº 8

**Data limite:** 27 de Novembro de 2023

1. Considere a transformação

$$f: \mathbb{R}[x]_2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$
$$a + bx + cx^2 \longmapsto (a + b, b + c, a + 2b + 3c, a + c)$$

- a) Verifique que  $f$  é linear.
- b) Determine o núcleo e a imagem de  $f$  e verifique se  $f$  é injetiva ou sobrejetiva.
2. a) Verifique que  $\mathcal{B} = ((1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0))$  é base de  $\mathbb{R}^3$ .
- b) Considere a transformação linear  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}[x]_2$  definida por
- $$f(1, 1, 0) = 3 + x, \quad f(0, 1, 1) = 2 + x^2, \quad f(1, 0, 0) = 1 + x - x^2.$$
- i. Determine a matriz de  $f$  relativa à base  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  e à base canónica  $(1, x, x^2)$  de  $\mathbb{R}[x]_2$ .
- ii. Determine uma base do núcleo de  $f$  e verifique se  $f$  é um isomorfismo.
- iii. Determine a matriz de  $f$  relativa à base  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  e à base  $\mathcal{D} = (x^2, 1 + x, 1 - x)$  de  $\mathbb{R}[x]_2$ .