

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Álgebra Linear e Geometria Analítica – C 2023/24

Folha Semanal nº 8

Data limite: 27 de Novembro de 2023

1. Considere a transformação

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}[x]_2 &\longrightarrow \mathbb{R}^4 \\ a + bx + cx^2 &\longmapsto (a + b, b + c, a + 2b + 3c, a + c) \end{aligned}$$

- .
- a) Verifique que f é linear.
- b) Determine o núcleo e a imagem de f e verifique se f é injetiva ou sobrejetiva.
2. a) Verifique que $\mathcal{B} = ((1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0))$ é base de \mathbb{R}^3 .
- b) Considere a transformação linear $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}[x]_2$ definida por

$$f(1, 1, 0) = 3 + x, \quad f(0, 1, 1) = 2 + x^2, \quad f(1, 0, 0) = 1 + x - x^2.$$

- i. Determine a matriz de f relativa à base \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 e à base canónica $(1, x, x^2)$ de $\mathbb{R}[x]_2$.
- ii. Determine uma base do núcleo de f e verifique se f é um isomorfismo.
- iii. Determine a matriz de f relativa à base \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 e à base $\mathcal{D} = (x^2, 1 + x, 1 - x)$ de $\mathbb{R}[x]_2$.