



1. Considere as funções definidas por

- **função secante** $\sec x = \frac{1}{\cos x}$;
- **função cossecante** $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$
- **função cotangente** $\cotg x = \frac{\cos x}{\sin x}$

- (a) Determine o domínio e o contradomínio de cada uma destas funções.
(b) Determine o período de cada uma das funções.
(c) Determine, caso existam, os zeros de cada uma das funções.
(d) Indique, para cada uma das funções os intervalos de monotonia e os máximos e mínimos absolutos (caso existam).
(e) Verifique que

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x, \forall x \in D_{\sec} \text{ e que } 1 + \cotg^2 x = \operatorname{cosec}^2 x, \forall x \in D_{\operatorname{cosec}}.$$

- (f) A igualdade $\cotg x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ é verdadeira para todo o $x \in D_{\cotg}$? E $\cotg(x - \frac{\pi}{2}) = -\operatorname{tg} x$?
(g) Para que valores de x é verdadeira a igualdade $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sec x}{\operatorname{cosec} x}$?
(h) Mostre que se $x \neq \frac{n\pi}{2}, \forall n \in \mathbb{Z}$,

$$\operatorname{tg} x + \cotg x = \sec x \operatorname{cosec} x \quad \text{e} \quad (\operatorname{tg} x + \cotg x)^2 = \sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x$$

- (i) Explique porque **as funções trigonométricas não são invertíveis**.