Shape

Description automatically generated with low confidencemestrado

métodos quantitativos para a decisão económica e empresarial

trabalho final de mestrado

dissertação elaborada para a obtenção de grau de mestre

impacto demográfico e financeiro da pandemia *COVID-19* em portugal – previsão do número de mortes e do psi

alexandre poeiras arriaga

orientação:

professor doutor carlos j. costa

outubro - 2022

Agradecimentos

Resumo

A pandemia de *COVID-19* é uma das maiores crises de saúde do século XXI, afetou completamente o quotidiano da sociedade e impactou toda a população mundial, económica e socialmente. O uso de algoritmos de *machine learning* para o estudo de dados relativamente a esta pandemia tem sido bastante frequente nos mais variados artigos publicados nos últimos tempos. Nesta dissertação foi analisado o impacto de diversas variáveis (número de casos, temperatura, pessoas totalmente vacinadas, número de vacinações diárias e vários indicadores da mobilidade) no número de mortes causadas pela *COVID-19* ou *SARS-CoV-2* em Portugal e no índice da bolsa Portuguesa, o PSI, de forma a encontrar o modelo preditivo mais adequado. Foram utilizados vários algoritmos, como o *OLS*, *Ridge*, *MLP*, *Gradient Boosting* e *Random Forest* através do *software* de programação *Python*. A análise foi dividida em dois modelos, o primeiro referente à previsão do número de mortes causadas pela *COVID-19* e o segundo à previsão do PSI. No primeiro modelo foram usadas as variáveis originais, enquanto que no segundo modelo foi feita uma Análise de Componentes Principais, que posteriormente foram usados para a regressão do modelo. O método utilizado para o processamento dos dados foi o CRISP-DM. Os dados foram obtidos através de uma base de dados pública. Por último, referir, que o Gradient Boosting foi o que obteve melhores resultados para ambos os modelos, de acordo com as métricas de precisão utilizadas. É de salientar também a maior eficácia dos algoritmos de *Ensemble* e de redes neuronais em comparação com os algoritmos lineares na previsão dos dados utilizados.

**Keywords:** *COVID-19*; mortes; PSI; casos; vacinação; temperatura; mobilidade; *machine learning*; Portugal; *python*

Abstract

The *COVID-19* pandemic is one of the biggest health crises of the 21st century, it has completely affected society’s daily life, and has impacted populations worldwide, both economically and socially. The use of machine learning algorithms to study data from the *COVID-19* pandemic has been quite frequent in the most varied articles published in recent times. In this dissertation it was analyzed the impact of several variables (number of cases, temperature, people fully vaccinated, number of daily vaccinations and several mobility variables) on the number of deaths caused by *COVID-19* or *SARS-CoV-2* in Portugal and on the number of the Portuguese stock index, PSI, to find the most appropriate predictive model. Several algorithms were used, such as OLS, Ridge, MLP, Gradient Boosting and Random Forest through Python programming software. The analysis was divided into two models, the first referring to the prediction of the number of deaths caused by *COVID-19* and the second to the PSI prediction. In the first model, the original variables were used, while in the second model, a Principal Component Analysis was made, that were later used for the regression of the model. The method used for data processing was CRISP-DM. Data were obtained from an open access database. Finally, it should be noted that Gradient Boosting was the algorithm that obtained the best results according to the precision metrics that were used. It is worth highlighting the greater efficiency of the Ensemble and neural networks algorithms compared to the linear algorithms in the prediction of the data used.

**Keywords:** *COVID-19*; deaths; PSI; cases; vaccination; temperature; mobility; machine learning; Portugal; python

Índice

[Agradecimentos I](#_Toc115185613)

[Resumo II](#_Toc115185614)

[Abstract III](#_Toc115185615)

[Índice IV](#_Toc115185616)

[Índice de Figuras VI](#_Toc115185617)

[Índice de Tabelas VI](#_Toc115185618)

[Lista de Siglas e Abreviaturas VI](#_Toc115185619)

[1. Introdução 1](#_Toc115185620)

[2. Revisão da Literatura 3](#_Toc115185621)

[2.1. Métodos de Previsão – Aplicação na *COVID-19* 3](#_Toc115185622)

[2.2. Métodos de Previsão – Aplicação nos *Stock Index’s* 4](#_Toc115185623)

[2.3. *Machine Learning – Introdução* 4](#_Toc115185624)

[2.4. Tipos de aprendizagem de *Machine Learning* 5](#_Toc115185625)

[2.5. Algoritmos de *Machine Learning* 6](#_Toc115185626)

[2.5.1. Ordinary Least Squares (OLS) 6](#_Toc115185627)

[2.5.2. Ridge 7](#_Toc115185628)

[2.5.3. Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) 7](#_Toc115185629)

[2.5.4. Gradient Boosting (GB) 8](#_Toc115185630)

[2.5.5. Multilayer Perception (MLP) 9](#_Toc115185631)

[2.5.6. Random Forest (RF) 10](#_Toc115185632)

[2.5.7. *Principal Component Analysis (PCA)* 11](#_Toc115185633)

[2.5.8. *Cross Validation - K Fold* 12](#_Toc115185634)

[2.6. Métricas de Precisão 12](#_Toc115185635)

[2.6.1. Mean Absolute Error (MAE) 13](#_Toc115185636)

[2.6.2. *Mean Squared Error (MSE)* 13](#_Toc115185637)

[2.6.3. *Median Absolute Error (MdAE)* 13](#_Toc115185638)

[2.6.4. *R2 Score* 14](#_Toc115185639)

[2.6.5. *Adjusted R2 Score* 14](#_Toc115185640)

[2.6.6. *Explained Variance Score (EVS)* 15](#_Toc115185641)

[2.7. Testes Estatísticos 15](#_Toc115185642)

[2.7.1. Teste *t* 15](#_Toc115185643)

[2.7.2. *Variance Inflation Factor (VIF)* 16](#_Toc115185644)

[2.7.3. Teste *Durbin-Watson* 17](#_Toc115185645)

[3. Metodologia 18](#_Toc115185646)

[3.1. Modelo 1 – Previsão dos óbitos associados à *COVID-19* 20](#_Toc115185647)

[3.2. Modelo 2 – Previsão do *PSI* 23](#_Toc115185648)

[4. Resultados 27](#_Toc115185649)

[4.1. Modelo 1 – Previsão dos óbitos associados à *COVID-19* 27](#_Toc115185650)

[4.2. Modelo 2 – Previsão do *PSI* 31](#_Toc115185651)

[5. Conclusão e Trabalhos Futuros 32](#_Toc115185652)

[Referências Bibliográficas 33](#_Toc115185653)

[Anexos 42](#_Toc115185654)

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Lista de Siglas e Abreviaturas

*COVID-19* - *Coronavirus Disease 2019*

CRISP-DM - *Cross-Industry Standard Process for Data Mining*

GB – *Gradient Boosting*

LASSO - *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*

MLP - *Multi-Layer Perceptron*

OLS - Ordinary Least Squares

PSI – *Portuguese Stock Index*

RF – *Random Forest*

*SARS-CoV-2* - *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus*

TFM – Trabalho Final de Mestrado

1. Introdução

Um surto de uma doença causada por um vírus é considerado uma pandemia quando afeta uma ampla área geográfica e tem um alto nível de infeção que pode levar a muitas mortes. [1] Ao longo da história da humanidade ocorreram várias pandemias, algumas com maior taxa de mortalidade do que outras, como a gripe espanhola (1918), a gripe asiática (1957), a gripe de Hong Kong (1968) e a gripe suína (2009). [2] A pandemia mais impactante deste século é a pandemia de *COVID-19*. *COVID-19* é uma doença respiratória causada pelo vírus *SARS-CoV-2*, [1] que afeta todas as faixas etárias, mas tem consequências mais graves em indivíduos mais velhos e/ou pessoas com condições médicas pré-existentes. [3] Os primeiros casos registados datam de 31 de dezembro de 2019 na cidade de Wuhan, China. [4] Esta doença espalhou-se rapidamente por todo o mundo, em Portugal, o primeiro caso foi registado a 2 de março de 2020. [5] Qualquer pessoa que teste positivo para esta doença pode ser sintomática ou assintomática. Os sintomas da *COVID-19* podem ser febre, cansaço, tosse e em casos mais graves falta de ar e problemas pulmonares. [2]

A pandemia teve um grande impacto nos mercados financeiros em todo o mundo, como por exemplo em março de 2020, o mercado de ações dos Estados Unidos da América teve de ativar o mecanismo de amortização e rebalanceamento das ordens de compra e de venda de ações, denominado *circuit breaker mechanism [39]* quatro vezes em dez dias, algo que em toda a história apenas tinha sido ativado uma vez em 1997 [38]. Na Europa e na Ásia os mercados de ações também tiveram uma queda bastante acentuada, como por exemplo a descida de 10% do índice principal do Reino Unido, em março de 2020 ou a descida de 20% do principal índice do Japão em dezembro de 2019 [38]. Em Portugal o índice *PSI*, que está representado pelas empresas portuguesas com uma capitalização de mercado de cem milhões de euros em *free float[[1]](#footnote-1)*, teve uma descida de aproximadamente 15% desde o início da pandemia (considera-se a data registada da primeira infeção, 2 de março de 2020) até ao fim desse mesmo mês, segundo dados de [40].

A pandemia da *COVID-19* levou a uma mudança drástica no quotidiano da população mundial, devido às medidas de confinamento implementadas pelos governos. As rotinas da população foram completamente alteradas, levando a mudanças de hábitos já implementados para outros completamente diferentes, como por exemplo existiu um aumento substancial das atividades ao ar livre, e uma diminuição das atividades em espaços fechados, devido à prevenção da disseminação do vírus [41]. Uma das mudanças mais importantes em Portugal foi a implementação do trabalho remoto, algo que para a maioria das empresas portuguesas era algo impensável antes do início da pandemia, tendo em conta que em 2019, apenas 6,5% dos trabalhadores portugueses utilizavam esse método de trabalho. [42] Isso levou a uma diminuição das idas ao escritório e por consequência da utilização dos transportes públicos também.

O estudo do impacto demográfico e financeiro que a pandemia teve tem sido bastantes frequente ao longo destes últimos dois anos, por exemplo [2] e [43].O objetivo deste TFM é encontrar dois modelos adequado para estimar o número de mortes diárias causadas pelo vírus *SARS-CoV-2* e os valores de fecho diários do *PSI* e posteriormente encontrar o algoritmo de *machine learning* com melhor poder preditivo, de acordo com as métricas escolhidas para esse efeito.

1. Revisão da Literatura
   1. Métodos de Previsão – Aplicação na *COVID-19*

Os dados da mortalidade por *COVID-19* podem ser previstos por vários métodos de previsão, como algoritmos de *machine learning* ou *statistical forecast*. [1] Além dos algoritmos de *machine learing*, diversos estudos utilizaram os modelos *ARIMA* e *SARIMA*, considerando o comportamento sazonal presente na série da mortalidade. [7] e [54]

Dentro dos algoritmos de *machine learning* várias abordagens foram utilizadas pelos autores nos diversos artigos já feitos, através do *Random Forest* e das redes neuronais [17], ou da Regressão Linear e Polinomial [2]. Também o *Gradient Boosting* já foi utilizado por [55] para modelar e prever os dados da mortalidade resultante da *COVID-19*, provando ser um algoritmo bastante eficiente.

Os dados da vacinação foram escolhidos para prever a mortalidade, dado o impacto que a vacinação teve desde o seu princípio no número de mortes e de infeções causadas por *COVID-19* [19], o número diário de novos casos e essa mesma variável ao quadrado foram escolhidos de forma a que fosse possível estudar o impacto que esta variável teve antes e depois do início do processo de vacinação no número de óbitos, tendo em conta que após o processo de vacinação, apesar do número de casos ter tido um aumento bastante elevado, o número de mortes não seguiu o comportamento que tinha tido antes do processo de vacinação ter começado, como se pode observar nas Figuras 8 e 9. Pode-se então aferir que o número de infeções, não tem uma relação linear com o número de mortes, daí ter-se acrescentado um termo polinomial no modelo [59]. Por último foi utilizada a temperatura média diária devido ao padrão sazonal presente nos dados como é possível observar na Figura 12.

Neste TFM, apenas foram usados algoritmos de *machine learning* ​​na modelagem e previsão dos dados de mortes por consequência da COVID-19.

* 1. Métodos de Previsão – Aplicação nos *Stock Index’s*

Relativamente à previsão dos valores dos *Stock Index*, *como* o *PSI*, vários autores seguiram abordagens de *machine Learning,* por exemplo através do uso de redes neuronais [49], ou de algoritmos de *ensemble* como o *Gradient Boosting* [50] ou o *Random Forest* [51], mostrando todos eles uma grande eficácia a nível de previsão dos dados.

Outras abordagens foram usadas, através de algoritmos de *statistical forecast*, como os *ARIMA* [52]. Vários artigos usam modelos híbridos entre os ARIMA e vários modelos de *machine learning,* como por exemplo [53] devido à eficácia de ambos em diferentes situações.

Após uma pesquisa entre os numerosos artigos já publicados acerca do impacto que a *COVID-19* teve economicamente e financeiramente, uma grande parte destes aborda o tema relacionando indicadores de mobilidade com indicadores financeiros [76] e económicos [77], daí a escolha ter recaído por este tipo de variáveis. Em relação ao número de casos, já ficou provado em diversos artigos como [78], que existe uma relação de causa-efeito entre ambas as variáveis. Por fim a vacinação foi escolhida de forma a funcionar como variável atenuadora do efeito que o número de casos tem no *PSI*, funcionando como um ponto de viragem nesse efeito.

Neste TFM apenas foram abordados algoritmos de *machine learning* para a previsão dos dados do *PSI*.

* 1. *Machine Learning – Introdução*

De acordo com o artigo [6], “A premissa de machine learning é que um programa de computador pode aprender e adaptar-se a novos dados sem a necessidade de intervenção humana”. Em machine learning não existe um algoritmo que possa prever com o menor erro todos os tipos de dados, [8] ou seja, para cada tipo de dados existem algoritmos mais adequados que outros para prever dados futuros. A escolha do melhor algoritmo também depende do problema que estamos a enfrentar e do número de variáveis ​​usadas no modelo. [8]

* 1. Tipos de aprendizagem de *Machine Learning*

Existem vários tipos de aprendizagem utilizada pelos algoritmos de *machine learning*, os supervisionados, não supervisionados, semi supervisionados e por *reinforcement*. Os do tipo supervisionado realizam um mapeamento das variáveis ​​dependentes e independentes, para prever dados futuros desconhecidos da variável dependente. [9] Os semi supervisionados utilizam dados não classificados (não precisam de intervenção humana) conjuntamente com dados classificados (precisam de intervenção humana) para prever dados futuros. Esse tipo de aprendizagem pode ser mais eficiente, pois precisa de muito menos intervenção humana na construção dos modelos. [10] Por último, os algoritmos de aprendizagem por *reinforcement* produzem uma série de ações considerando o ambiente onde estão inseridos para maximizar *“as recompensas futuras que recebe (ou minimizar as punições) ao longo da sua vida”*, segundo [11]. Por último, mas não menos importantes, em algoritmos de aprendizagem não supervisionada, os dados de entrada são inseridos, “mas não obtêm resultados alvo supervisionados, nem recompensas do seu ambiente”, segundo [11]. Um exemplo deste tipo de algoritmos é o *K-means*.

* 1. Algoritmos de *Machine Learning*

Diagram

Description automatically generatedEste TFM focou-se na utilização de algoritmos com aprendizagem supervisionada, o *OLS*, *LASSO*, *Ridge*, *Gradient Boosting*, *MLP* e *Random Forest*, e também não supervisionada, *Principal Component Analysis* (Figura 1).

Figura 1: Algoritmos de machine learning do TFM

Fonte: Elaboração Própria

* + 1. Ordinary Least Squares (OLS)

*OLS* ou Regressão Linear é um dos algoritmos de *machine learning* com mais fácil compreensão. A regressão linear pode ser simples (quando apenas uma variável independente é usada no modelo) ou múltipla (quando duas ou mais variáveis preditivas ​​são usadas para prever a variável dependente).[12] O modelo estrutural da Regressão Linear pode ser representado por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

onde representa a variável dependente, e as variáveis independentes. Os parâmetros são os coeficientes estimados pelo modelo de regressão e o parâmetro ε é o erro associado à estimação do modelo.

* + 1. Ridge

A regressão de *Ridge* é um algoritmo usado quando se enfrenta problemas de multicolinearidade[[2]](#footnote-2) entre as variáveis ​​preditivas do modelo. [12] Este tipo de regressão linear é bastante similar com o *OLS*, com a diferença que na estimação dos *β*, é adicionado um termo aos elementos diagonais da matriz de correlação. [44] Para este tipo de regressão os dados, tanto das variáveis preditivas como da variável independente têm de ser estandardizados, ou seja, realizar uma subtração da média e dividir pelo desvio padrão das observações originais. [44]

A picture containing diagram

Description automatically generatedFigura 2: Comparação da estimação dos coeficientes (OLS v.s Ridge)

Fonte: Elaboração Própria

Através da fórmula da estimação do parâmetro de *Ridge* da Figura 2, pode-se observar que se o valor de for igual a zero, então o estimador vai ser igual ao estimador do *OLS*.

* + 1. Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)

*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* ou *LASSO* é um algoritmo que melhora a precisão do modelo por meio da seleção e regularização de variáveis. Esse processo é chamado de *variable shrinkage*, no qual o objetivo é reduzir o número de variáveis ​​preditivas presentes no modelo.[12] O estimador de *LASSO* pode ser estimado através do seguinte problema de minimização:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

Ao contrário da regularização feita na regressão de *Ridge*, a de *LASSO* gera coeficientes exatamente iguais a zero, quando o parâmetro é demasiado grande, melhorando o modelo em termos de interpretação. [45]

* + 1. Gradient Boosting (GB)

O *Gradient Boosting* (GB) pode ser usado para fins de classificação e regressão. Este algoritmo é um algoritmo de *ensemble*, que começou a ser utilizado na otimização de uma função de custo e tem sido utilizado em diversas áreas, como na deteção de roubo de energia. [14] Este método tem sido muito utilizado em variados estudos sobre a pandemia de *COVID-19*. [13] O GB é um algoritmo, que através de várias iterações combina uma série de modelos com uma taxa de aprendizagem, com o objetivo de minimizar erros de previsão. Em cada um dos modelos resultantes das iterações, descarta os preditores mais fracos e escolhe os mais eficientes. [13] O modelo aditivo do GB pode ser representado da seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

onde representa o modelo anterior, e é a taxa de aprendizagem usada para diminuir os erros da previsão. [14] é um multiplicador que pode ser representado da seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

Diagram, schematic

Description automatically generatedonde é a classificação da classe de destino. [14]

Figura 3: Arquitetura do algoritmo Gradient Boosting

Fonte: [46]

* + 1. Multilayer Perception (MLP)

*Multilayer Perception* (*MLP*) é um método de *machine learning* que usa redes neuronais artificiais. Como refere o artigo [15], *“A experiência da rede é armazenada pelos pesos sinápticos entre os neurônios e a sua performance é avaliada, por exemplo, pela capacidade de generalizar comportamentos, reconhecer padrões, corrigir erros ou executar previsões”.* Este algoritmo associa vários neurónios, formando redes neurais que permitem realizar diversas funções para melhorar a previsão. [15] O *MLP* é composto por três etapas principais, a informação entra na rede através da *input layer*, e é libertada pela *output layer*, passando pela etapa intermédia denominada de *hidden layer*. [47]. O número de neurónios que entram para a rede dependem do número de variáveis independentes do modelo, enquanto que os que são libertados a partir da *output layer* dependem do número de variáveis dependentes. [47]

Diagram

Description automatically generatedFigura 4: Arquitetura do algoritmo MLP

Fonte: [47]

* + 1. Random Forest (RF)

Diagram

Description automatically generated*Random Forest* (RF) é outro algoritmo de *ensemble*, como o Gradient Boosting, que usa árvores de decisão em segundo plano. As árvores de decisão são criadas com uma base de amostra aleatória dos dados de treino. [17] A diferença entre o RF e o GB é que o RF não usa uma taxa de aprendizagem, usa apenas a média de todas as árvores geradas. [16]

Figura 5: Arquitetura do algoritmo Random Forest

Fonte: [48]

* + 1. *Principal Component Analysis (PCA)*

A PCA é um tipo de *machine learning* não supervisionada que tem como objetivo a redução da dimensionalidade dos dados de forma a ser possível uma melhor interpretação dos mesmos. Esta redução gera um ou mais fatores latentes (fatores não observáveis derivados das variáveis originais), denominados componentes principais através do seguinte problema de otimização [30]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

em que representa a matriz de covariâncias da matriz dos dados , centrada através das colunas, e a condição é indicativa que o vetor tem norma unitária. A solução deste problema de maximização será o maior valor próprio (*eigenvalue*) λ da matriz **,** o que significa que o primeiro componente principal é o vetor próprio (*eigenvector*) de norma unitária associado ao maior valor próprio , o segundo componente principal será o vetor próprio associado ao segundo maior valor próprio e assim por diante.

Os *loadings* dos componentes principais correspondem à correlação entre os fatores latentes e as variáveis observadas, e podem ser obtidos através da seguinte transformação [31]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

A PCA é uma técnica bastante utilizada para combater a multicolinearidade entre as variáveis observáveis, através da redução da dimensão dos dados, criando fatores latentes que podem ser relacionados às variáveis, criando um agrupamento das variáveis correlacionados entre si. [32]

* + 1. *Cross Validation - K Fold*

Diagram

Description automatically generatedO método de validação *K-Fold* é um método de *Cross Validation* que produz uma divisão do *dataset* em vários subconjuntos de aproximadamente igual dimensão através de um processo de amostragem sem substituição. Esses subconjuntos são novamente divididos, de forma a seguir duas etapas distintas, na primeira etapa é feito um treino do modelo nos subconjuntos, denominados de *training set*, para posteriormente ser feita a validação do modelo, através da segunda etapa, no subconjunto restante, denominado de *validation set*. O processo é repetido até que todos os subconjuntos tenham sido utilizados para a validação do modelo. Por último é realizada uma média aritmética da performance de cada uma das iterações. [33]

Figura 6: Processo K-Fold Cross Validation

Fonte: [34]

* + 1. Análise Paralela de Horn

A Análise Paralela de Horn é uma derivação do método de Kaiser, que consiste na seleção do número de componentes baseada nos *eigenvalues* (valores próprios) de cada um dos componentes. [79] O método de Kaiser diz-nos que devemos reter os componentes com *eigenvalues* superiores a 1. [79] A Análise Paralela de Horn é um método um pouco mais robusto, pois através de simulações de Monte Carlo [81] gera dados artificiais com uma distribuição normal e calcula os seus *eigenvalues*. [80] Após esse processo é feita uma comparação enter os *eigenvalues* dos dados reais e dos dados simulados, e são retidos os componentes em que os *eigenvalues* da amostra real são superiores aos da amostra simulada. [80]

* 1. Métricas de Precisão

Para que seja possível avaliar a *performance* de cada um dos algoritmos, é necessária a utilização de diversas métricas de precisão, de forma a realizar uma comparação entre os dados previstos e os dados originais.

Neste TFM foram utilizadas as métricas utilizadas foram as seguintes: *Mean Absolute Error (MAE), Mean Squared Error (MSE), Median Absolute Error (MdAE), Explained Variance Score* e *R2 Score.*

* + 1. Mean Absolute Error (MAE)

O *Mean Absolute Error* ou Erro Absoluto Médio, é uma medida inserida no grupo das medidas de erro absoluto, e corresponde à média dos resíduos absolutos todas as observações. [35] Pode ser representado pela seguinte fórmula:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

em que representa o número de observações e os resíduos da observação .

* + 1. *Mean Squared Error (MSE)*

O *Mean Squared Error* ou Erro Quadrático Médio, é bastante idêntico ao *MAE*, com uma ligeira diferença, os resíduos nesta medida são elevados à potência quadrática. [35] Esta medida também pertence ao grupo das medidas de erro absoluto e pode ser representada da seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (7) |

* + 1. *Median Absolute Error (MdAE)*

O *Median Absolute Error* ou Erro Mediano Absoluto é a última das medidas de erro absoluto utilizadas neste TFM. Nesta medida de precisão é calculada a mediana dos resíduos de todas as observações, ao invés do que acontece nas duas medidas anteriores, que é calculada uma média aritmética. [35] A sua representação pode ser feita através de:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (8) |

* + 1. *R2 Score*

O *R2* ou Coeficiente de Determinação é uma das medidas de precisão mais utilizadas em *estatística*. [36] Esta medida já foi caracterizada de diferentes formas consoante a aplicação dada à mesma, principalmente se existe ou não o termo de interceção no modelo. Como exemplo de uma dessas caracterizações é outra das medidas de precisão usada no TFM, a *Explained Variance Score*.

O *R2* representa a proporção da variância explicada na variável dependente que é previsível a partir das variáveis independentes [37], podendo estar representado na seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (9) |

onde representa as observações da variável dependente e as observações da variável independente. Esta métrica é escalada entre . [37]

* + 1. *Adjusted R2 Score*

O *Adjusted R2 é uma derivação do R2* referido no ponto anterior, em que o principal objetivo é substituir os estimadores enviesados, e por estimadores não enviesados, e respetivamente. [63] Devido aos estimadores serem não enviesados, esta medida permite comparar modelos com um número de variáveis diferentes de uma forma eficiente, tendo em conta que com o *R2* esta comparação não pode ser feita, devido ao facto de que quando aumentamos o número de variáveis do modelo o R2 irá sempre aumentar gradualmente [64]. O *Adjusted R2* pode então ser representado através da seguinte fórmula:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

onde representa o número de observações da variável dependente e representa o número de variáveis independentes no modelo.

* + 1. *Explained Variance Score (EVS)*

Segundo [65] a única diferença entre a *Explained Variance Score* e o *R2 Score* acontece quando a primeira medida *“não tem em conta o deslocamento sistemático da previsão”.* A fórmula desta métrica de precisão é representada da seguinte maneira:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (11) |

* 1. Testes Estatísticos
     1. Teste *t*

O teste *t* é um teste individual dos parâmetros de um modelo econométrico. Este teste tem três variantes, pode ser unilateral à direita, à esquerda ou bilateral [66]. Neste TFM apenas foi utilizado através da última variante, de forma a testar a significância individual de cada uma das variáveis presentes no modelo.

O teste à significância individual das variáveis apresenta as seguintes hipóteses:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

E a estatística de teste e o *p-value[[3]](#footnote-4)* do teste podem ser representados, respetivamente, por:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | (13) | |
|  |  | | (14) |

A picture containing shape

Description automatically generatedFigura 7: Regiões de Rejeição (Sombreado) do teste t – bilateral

Fonte: [66]

Através destas duas medidas referidas anteriormente podemos aceitar ou rejeitar a hipótese nula, de que o coeficiente da variável não é estatisticamente significativo para um determinado nível de significância (o valor mais utilizado é o de 5%) [66]. Se o *p-value* for maior que o nível de significância a hipótese nula não é rejeitada logo, considera-se que a variável não é estatisticamente significativa para o modelo, para esse nível de significância. Se o contrário acontecer, ou seja, se o *p-value* for menor ou igual ao nível de significância, considera-se que a variável é estatisticamente significativa para o modelo.[77]

* + 1. *Variance Inflation Factor (VIF)*

O *Variance Inflation Factor* é uma medida que tem como objetivo medir a multicolinearidade existente entre as variáveis. Os *VIF’s* de cada variável ganharam esta denominação devido ao facto de explicarem quanto do aumento da variação dos coeficientes do modelo é devido a variáveis colineares independentes, correlacionadas entre si. [68] Os *VIF’s* podem ser representados da seguinte forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (15) |

em que representa o número de variáveis independetes e representa o valor do *R2* obtido para a regressão da -éssima variável preditiva sobre as outras variáveis. Habitualmente, consideram-se valores elevados, ou . [68]

* + 1. Teste *Durbin-Watson*

Para que seja possível saber se o modelo capturou a informação dos dados de uma forma adequada, é necessário estudar os resíduos resultantes da previsão. Os resíduos do modelo não devem estar correlacionados, o que significaria que existe informação em falta que não foi considerada, e a média destes deve ser zero, pois se isto não for verificado significa que a previsão está enviesada [26]. Para que essas condições sejam verificadas, a série dos resíduos tem de ser um *white noise*, ou seja os erros têm de ser provenientes de fatores externos ao modelo e não da forma estrutural do mesmo. [69]

Para verificar essas mesmas condições existe um teste bastante conhecido, denominado de Teste *Durbin-Watson*. A estatística do teste pode ser representada por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (16) |

em que representa o valor dos resíduos na -éssima observação e o valor dos resíduos na observação -éssima. Os valores da estatística *DW* situam-se entre 0 e 4, sendo que se assumir o valor 2, significa que não existe autocorrelação entre os resíduos [69].

1. Metodologia

Neste TFM foi seguida uma metodologia *standard* bastante utilizada em projetos de *machine Learning*, denominada de *CRISP-DM* (*Cross-Industry Standard Process for Data Mining*). Este tipo de metodologia contém seis etapas principais: *Business Understanding, Data Understanding, Data Preparation, Modeling, Evaluation e Deployment*. [56]

A primeira fase denominada por *Bussiness Understanding*, consiste na compreensão do objetivo principal do estudo. Primeiramente deve-se identificar o tipo de *data mining* e explicá-lo, que neste estudo é realizar uma previsão do número de mortes por *COVID-19* e do *PSI,* através de regressões lineares e não lineares, com a ajuda de algoritmos de *machine learning*. De seguida é necessário aferir sobre quais as medidas de desempenho a usar para classificar o sucesso ou insucesso de cada um dos algoritmos nessa previsão.

Após a conclusão desta primeira fase, deve-se prosseguir para a segunda fase denominada de *Data Understanding*, que consiste na exploração dos dados. Nessa exploração deve-se fazer uma análise exaustiva, testando a qualidade dos dados e realizando uma análise estatística e descritiva dos dados. Para este TFM todo este processo será detalhado nos capítulos seguintes, para cada um dos modelos construídos.

Após a análise e compreensão dos dados, deve-se prosseguir para a preparação dos mesmos, avançando para a próxima etapa, denominada de *Data Preparation*. Nesta etapa deve-se analisar a fiabilidade dos dados, e aplicar diferentes métodos para melhorar a qualidade dos mesmos, algo que também será detalhado nos capítulos seguintes para cada um dos modelos.

Quando os dados já tiverem sido todos escolhidos e ultrapassadas todas as etapas de pré processamento, é realizada a modelação dos dados, através da quarta etapa denominada de *Modeling*. Esta etapa consiste na escolha dos algoritmos utilizados para atingir o objetivo proposto, e também na escolha de como os dados serão utilizados no modelo (p.e. através de *lags[[4]](#footnote-5)* das variáveis*,* variáveis polinomiais ou variáveis de interação). Essa escolha pode depois ser avaliada através de diversos critérios, como por exemplo o teste *t* para verificar se as variáveis são todas significativas individualmente [24], ou através do *Variance Inflation Factor (VIF)*, que tem como objetivo medir a multicolinearidade existente entre as variáveis preditivas do modelo. [57] Após a avaliação e aprovação do modelo final, é necessário realizar uma *hyperparameter optimization[[5]](#footnote-6)* dos algoritmos, para posteriormente realizar o treino e o teste dos modelos.

Após todo o processo de *Modeling* é necessário avaliar os resultados obtidos, através da quinta fase denominada *Evaluation*. Com esse propósito foram escolhidas as métricas de precisão: *MAE, MSE, MdAE, R2 Score e EVS*. Todas estas métricas já foram abordadas anteriormente neste TFM e não serão mais aprofundadas neste capítulo.

Por último resta a fase do *Deployment* que consiste em implementar todo o processo realizado até aqui e os resultados obtidos em algo concreto, como a construção de um *software*, e a manutenção do mesmo. *[56]* As aplicações dos resultados obtidos neste TFM serão abordadas nos capítulos posteriores.

FALAR NA CONCLUSÃO OU RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

* 1. Modelo 1 – Previsão dos óbitos associados à *COVID-19*

Para prever os dados da mortalidade associada à doença *COVID-19*, foram usados o número de infeções diárias, o total de pessoas totalmente vacinadas (com pelo menos duas doses da vacina) e também o número de vacinas administradas diariamente em Portugal, presentes na base de dados *Our World in Data* [18]. Os dados da temperatura foram obtidos através da base de dados *National Centers for Environmental Information* e referem-se à temperatura média registada na estação metereológica LISBOA GEOFISICA. [28] As figuras seguintes mostram os gráficos de todas as variáveis ​​de 2 de março de 2020 a 28 de fevereiro de 2022, tal como a decomposição sazonal da variável da mortalidade:

Chart, histogram

Description automatically generatedFigura 8: Número diário de mortes relacionadas com o vírus SARS-CoV-2 em Portugal

Chart, histogram

Description automatically generatedFigura 9: Número de infeções e número de infeções ao quadrado em Portugal

Chart, line chart, histogram

Description automatically generatedFigura 10: Total de pessoas totalmente vacinadas e número diário de vacinações em Portugal

Chart, line chart, scatter chart

Description automatically generatedFigura 11: Temperatura média diária em Portugal

Graphical user interface

Description automatically generatedFigura 12: Decomposição Sazonal da séria das Temperaturas média diárias em Portugal

Como existiam dados em falta na base de dados, decidiu-se proceder à sua substituição através de dois métodos diferentes, o primeiro foi substituir os dados iniciais em falta por zero, e a segunda foi através do método *interpolate* do python, para preencher os restantes dados em falta. [21] Foram também removidos todos os dados registados aos fins de semana (Sábado e Domingo) tendo em conta a inconsistência dos dados nesses mesmos períodos. Por fim, para que todas as variáveis ​​tivessem a mesma escala e para que fosse possível medir o impacto de cada uma das variáveis no modelo, foi realizada uma estandardização dos dados através da função *StandardScaler* do módulo *scikit-learn* do software *python*. [22]

Devido a estudos já efetuados, sabe-se que o impacto da vacinação [20], do número de infeções [60] e da temperatura [61], foram geradas nove novas variáveis relacionadas com as variáveis originais do número de novos casos diários, número de vacinações diárias e a média das temperaturas diárias, com *lag’s* de 7, 14 e 21 dias. Em relação ao total de pessoas totalmente vacinadas não foram feitos os *lag’s* devido ao facto de se tratar de um total e não de números diários. Após a criação das novas variáveis, foi seguido um critério de escolha das variáveis para o modelo através da correlação que cada uma delas tinha com a variável dependente, ou seja, o *lag* da variável com maior correlação foi o escolhido.

O próximo passo foi dividir os dados em amostras de treino e teste, de forma aleatória, de forma a combater o *overfitting[[6]](#footnote-7)*, sendo que amostra de treino corresponde a 80% da amostra total e a amostra de teste a 20% da mesma.

Posteriormente foi testado o *VIF* entre as variáveis independentes, de forma a compreender se existia correlação entre as mesmas. Por último observou-se o *p-value* do teste *t* para comprovar a existência de variáveis não significativas.

Na fase seguinte foi realizada uma *hyperparameter optimization* dos algoritmos com o objetivo de estimar os parâmetros ótimos para cada um. Essa *hyperparameter optimization* foi realizada para os algoritmos: *Ridge*, *LASSO*, *Gradient Boosting*, *MLP* e *Random Forest*, inserindo dados aleatórios para os parâmetros dos algoritmos e realizando um grande número de iterações, através de vários métodos de *cross-validation*, [22] tentando atingir a convergência. Após terem sido estimados os dados da previsão para a fase de teste, realizou-se um teste de *Durbin Watson* aos resíduos, para testar a existência de autocorrelação. Também foi calculada a média de todas as observações dos resíduos, de forma a inferir se o valor estaria próximo de 0. [26] Por último, foi avaliada a eficiência da previsão, através da comparação de algumas medidas de validação como o *Mean Absolute Error* *(MAE)*, *Mean Squared Error (MSE)*, *Median Absolute Error (MdAE)*, *Explained Variance Score* e o *R2 Score*.

* 1. Modelo 2 – Previsão do *PSI*

O modelo 2, consiste em estimar os valores do *Portuguese Stock Index (PSI)* a partir de dados da mobilidade, vacinação e número de infeções causadas pela *COVID-19*. Os dados do *PSI* foram obtidos através de um módulo do *python* denominado *yfinance* [72], que é basicamente um *Application programming interface* (*API*)[[7]](#footnote-8) que permite aceder à base de dados do à base de dados do *Yahoo Finance* [74].Os dados da mobilidade foram obtidos através de utilizadores com conta *Google*, que ativaram a definição “Histórico de localizações” da sua conta, e representam a variação percentual das deslocações a mercearias e farmácias, parques, estações de transportes públicos, retalho e lazer, residencial e locais de trabalho, em comparação aos valores da mediana para o dia da semana correspondente registados entre os dias 3 de janeiro e 6 de fevereiro de 2020. Ainda relacionado com a mobilidade são usados os dados do *stringency index* presentes na base de dados acerca da *COVID-19*, *Our World in Data* [18], que representa nove medidas de confinamento adotadas pelos governos, escaladas de 0 a 100, sendo que 0 representa o valor mais baixo de confinamento e 100 o valor mais alto, o valor final diário é calculado através da média dos valores dessas 9 medidas [18]. Em relação aos dados da vacinação e do número de infeções, foram utilizados os mesmos do modelo anterior.

Como foi explicado no Modelo 1, o número de casos teve uma influência completamente diferente em termos de proporção após o começo do processo de vacinação. Neste modelo ao invés de se criar uma variável polinomial desse número de infeções, foram criadas duas variáveis de interação entre a variável e uma variável *dummy[[8]](#footnote-9)* criada para o propósito. Essas variáveis *dummy’s* denominadas de *before\_vaccination*, que tomava o valor 1 se a data da observação foi antes do processo de vacinação ter começado e 0 se foi depois, e *after\_vaccination*, em que o processo era revertido. Após a criação destas variáveis multiplicou-se o número de novos casos por ambas gerando as variáveis *new\_cases\_before\_vaccination* e *new\_cases\_after\_vaccination*.

Nas figuras seguintes estão representados os gráficos de todas as variáveis ​​de 2 de março de 2020 a 28 de fevereiro de 2022:

Chart, histogram, scatter chart

Description automatically generatedChart, line chart

Description automatically generatedFigura 13: Dados diários do fecho do PSI

Chart, histogram

Description automatically generatedFigura 14: Dados diários da variação da mobilidade no retalho e lazer, e supermercados e farmácias

Figura 15: Dados diários da variação da mobilidade nos locais de trabalho e visitas residenciais

Chart, histogram

Description automatically generatedFigura 16: Dados diários da variação da mobilidade nos parques e estações de transportes públicos

Chart, diagram, histogram

Description automatically generatedFigura 17: Total de indivíduos totalmente vacinados e valores diários do stringency index

Graphical user interface, chart

Description automatically generatedFigura 18: Número de novos casos antes e depois do processo de vacinação

Tal como nas variáveis do Modelo 1, procedeu-se à substituição dos *missing values*, substituindo os dados iniciais em falta por zero, e através do método *interpolate* do *python*, para preencher os restantes dados em falta. [21] Foram também removidos todos os dados registados aos fins de semana (Sábado e Domingo) tendo em conta a inconsistência dos dados nesses mesmos períodos, principalmente porque não existem dados do *PSI* nesses mesmos dias. Para que todas as variáveis ​​tivessem a mesma escala e para que fosse possível medir o impacto de cada uma das variáveis no modelo, foi realizada uma estandardização dos dados através da função *StandardScaler* do módulo *scikit-learn* do software *python*, mais uma vez. [22]

Após os processos descritos anteriormente verificou-se o *VIF* das variáveis em toda a amostra, verificando-se a existência de elevados valores do *VIF* para algumas variáveis, como pode ser percetível através da visualização do Anexo 12, muito devido à alta correlação entre as variáveis da mobilidade, como se pode observar no Anexo 13. Posto isto, e para que fosse possível combater a multicolinearidade existente entre as variáveis preditivas, elaborou-se uma Análise de Componentes Principais, de forma a conseguir agrupar as variáveis em componentes, e posteriormente proceder à regressão com esses mesmos componentes. O critério de escolha dos componentes do número de componentes foi realizado através da Análise Paralela de Horn.

De forma a realizar a validação do modelo com os componentes escolhidos, foi feita uma divisão dos dados em amostras de treino e teste, novamente de forma aleatória, com 80% dos dados a serem representados através da amostra de treino e 20% através da amostra de teste. Posteriormente foi feita uma regressão linear do modelo, para que fosse possível obter o *p-value* do teste *t* para comprovar a existência de variáveis não significativas.

Após a remoção das variáveis não significativas, foi realizada uma *hyperparameter optimization* como aconteceu no Modelo 1, através dos mesmos métodos de *cross-validation*. Após a previsão ter sido efetuada através de todos os algoritmos, testaram-se novamente os resíduos através do mesmo processo do Modelo 1 e foram avaliados os dados obtidos nessa previsão através das métricas estabelecidas.

1. Resultados
   1. Modelo 1 – Previsão dos óbitos associados à *COVID-19*

De forma a associar-se o nome atribuído às variáveis no *software python* à sua descrição foi concebida a seguinte tabela.

Tabela 1: Descrição das variáveis do software python – Modelo 1

|  |  |
| --- | --- |
| **Variáveis *python*** | **Descrição** |
| ***new\_deaths*** | Número diário de mortes |
| ***people\_fully\_vaccinated*** | Total de pessoas totalmente vacinadas (pelo menos duas doses da vacina) |
| ***new\_vaccinations*** | Número de vacinações diárias |
| ***new\_vaccinations\_lag7d*** | Número de vacinações diárias com *lag* de7 dias |
| ***new\_vaccinations\_lag14d*** | Número de vacinações diárias com *lag* de14 dias |
| ***new\_vaccinations\_lag21d*** | Número de vacinações diárias com *lag* de21 dias |
| ***new\_cases*** | Número diário de infeções |
| ***new\_cases\_lag7d*** | Número diário de infeções com *lag* de 7 dias |
| ***new\_cases\_lag14d*** | Número diário de infeções com *lag* de 14 dias |
| ***new\_cases\_lag21d*** | Número diário de infeções com *lag* de 21 dias |
| ***new\_cases\_square*** | Número diário de infeções ao quadrado |
| ***new\_cases\_square\_lag7d*** | Número diário de infeções ao quadrado com *lag* de 7 dias |
| ***new\_cases\_square\_lag14d*** | Número diário de infeções ao quadrado com *lag* de 14 dias |
| ***new\_cases\_square\_lag21d*** | Número diário de infeções ao quadrado com *lag* de 21 dias |
| ***temperature*** | Temperatura media diária |
| ***temperature\_lag7d*** | Temperatura media diária com *lag* de 7 dias |
| ***temperature\_lag14d*** | Temperatura media diária com *lag* de 14 dias |
| ***temperature\_lag21d*** | Temperatura media diária com *lag* de 21 dias |

Como mencionado no capítulo anterior, as variáveis foram selecionadas através da correlação que cada variável independente tinha com o número de mortes associadas à *COVID-19*. Através dos Anexos 1,2,3 e 4, que representam a matriz de correlações divididas pelo tipo de *lag* efetuado, pode-se observar essas mesmas correlações. O modelo foi então construído com as variáveis: *new\_cases, people\_fully\_vaccinated, new\_cases\_lag7d, new\_cases\_square\_lag7d, new\_vaccinations\_lag21d* e *temperature\_lag21d.* Após a construção do modelo foram calculados os *VIF’s* para cada uma das variáveis (Anexo 5). Observou-se que ambas as variáveis do número de infeções tinham valores superiores a 10, que representa um elevado valor do *Variance Inflation Factor*, mas devido a uma das variáveis ser a variável polinomial de grau dois da outra, essa evidência foi ignorada. [70]

De seguida foi realizada a estimação de um modelo de regressão linear (*OLS*) conforme mostra a Figura 6.

Table

Description automatically generatedFigura 19: Modelo OLS

A partir da Figura 19 observa-se que o número diário de casos de *COVID-19* com um *lag* de 7 dias tem um impacto positivo (sendo o maior coeficiente do modelo), enquanto que o número de casos ao quadrado com um *lag* de 7 dias já tem um coeficiente negativo e próximo dos valores do anterior, o que vai de encontro ao que seria esperado, tendo em conta a relação não linear existente entre esta variável preditiva e a variável dependente. Todas as variáveis ​​de vacinação têm um impacto negativo no número de mortes, resultado que vai de encontro ao que seria esperado, tendo em conta a diminuição do número de mortes após o início do processo de vacinação, como já tinha sido provado em alguns artigos e como se pode visualizar graficamente nas Figuras 8 e 10. Sendo que o total de indivíduos totalmente vacinados tem uma maior importância em relação ao número diário de vacinações com um *lag* de 21 dias. Por fim, pode-se inferir que as temperaturas com um *lag* de 21 dias têm um impacto negativo no número de óbitos, e são a terceira variável com maior coeficiente do modelo, provando o comportamento sazonal da variável dependente, já referenciado anteriormente.

Para a estimação dos demais algoritmos, utilizou-se uma *hiperparameter optimization* através dos algoritmos de *cross-validation*, *RidgeCV (Ridge), LassoCV (LASSO), RandomizedSearchCV (Gradient Boosting, MLP e Random Forest),* do módulo *scikit-learn* [22]. Pode-se observar os resultados obtidos nesse processo nos Anexos 6,7,8,9 e 10, e também os gráficos da convergência dos valores do parâmetro de *Ridge* e *LASSO* nos anexos 11 e 12. É de realçar que os parâmetros ótimos de *Ridge* e *LASSO* são bastante próximos de 0, logo ambas as regressões se aproximam da regressão do método *OLS*.

Passando agora para a identificação do modelo com melhor poder preditivo, podemos observar na tabela abaixo as informações referentes a cada algoritmo.

Tabela 2: Medidas de precisão dos algoritmos – Modelo 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Algoritmo** | ***MAE*** | ***MSE*** | ***MdAE*** | ***EVS*** | ***R2*** |
| ***OLS*** | 0.460 | 0.333 | 0.399 | 0.366 | 0.359 |
| ***Ridge*** | 0.460 | 0.333 | 0.399 | 0.366 | 0.359 |
| ***LASSO*** | 0.464 | 0.338 | 0.415 | 0.359 | 0.350 |
| ***Gradient Boosting*** | 0.116 | 0.033 | 0.064 | 0.937 | 0.936 |
| ***MLP*** | 0.125 | 0.043 | 0.063 | 0.917 | 0.916 |
| ***Random Forest*** | 0.113 | 0.034 | 0.073 | 0.936 | 0.935 |

Observando a Tabela 2, podemos inferir que o Gradient Boosting foi o melhor algoritmo preditivo, obtendo os melhores *scores* em todas as medidas, exceto no *MAE* em que foi superado pelo *Random Forest*, e no *MdAE* em que foi superado pelo *MLP*. O *Random Forest e o MLP* também obtiveram bons resultados, sendo RF superior a MLP em todas as medidas de pontuação, exceto no *MdAE*. Isso indica que esses três algoritmos podem ser candidatos para fazer uma boa previsão futura dos dados diários de mortalidade por *COVID-19*. Por outro lado, os algoritmos lineares geraram resultados aquém do esperado, o que leva a crer que a relação entre as variáveis preditivas e a variável independente não é linear.

Chart, bar chart

Description automatically generatedFigura 20: Gradient Boosting – Importância dos Preditores – Modelo 1

Na Figura 20 podemos observar a importância de cada uma das variáveis preditivas, através do algoritmo *Gradient Boosting*. A temperatura com um *lag* de 21 dias é a variável com maior importância para a previsão de óbitos por *COVID-19*, ao contrário do que aconteceu no OLS, em que o número de casos diários com *lag* de 7dias foi a variável com maior coeficiente. As variáveis do número de infeções com um *lag* de 7 dias e o total de indivíduos vacinados têm uma importância relativamente similar. Tendo em conta que este foi o algoritmo com maior poder preditivo e os coeficientes dados pelo *OLS*, podemos dizer que a temperatura média e as pessoas vacinadas desempenharam um papel preponderante na redução de mortes relacionas com o vírus *SARS-CoV2*.

Por fim, podemos observar na Tabela 3 os resultados do teste de *Durbin-Watson* e a média dos resíduos, para testar sua qualidade.

Tabela 3: Resultados do teste Durbin-Watson e média dos resíduos – Modelo 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Modelo** | **Teste *Durbin-Watson*** | **Média dos Resíduos** |
| ***OLS*** | 1.852 | -0.061 |
| ***Ridge*** | 1.852 | -0.061 |
| ***LASSO*** | 1.843 | -0.065 |
| ***Gradient Boosting*** | 1.886 | 0.022 |
| ***MLP*** | 1.804 | 0.014 |
| ***Random Forest*** | 1.933 | 0.020 |

Os valores da Tabela 2 mostram que os resíduos não estão correlacionados (estatística de teste entre 2±0.5), e sua média é próxima de 0 em todos os algoritmos. [25] Podemos dizer que todos os modelos capturam adequadamente as informações presentes nos dados. [26]

Por último, está representado na figura abaixo o gráfico dos dados previstos pelo melhor algoritmo (*Gradient Boosting*) e os dados reais do número de mortes relacionadas com a *COVID-19* nos dados da fase de teste, onde se pode observar um grande ajustamento dos dados previstos em relação aos reais.

Chart, scatter chart

Description automatically generatedFigura 21: Dados previstos v.s dados reais do número de óbitos por COVID-19 em Portugal na fase de teste

* 1. Modelo 2 – Previsão do *PSI*

Para que seja possível associar as variáveis criadas no *python* com a descrição das mesmas, foi elaborada a seguinte tabela:

Tabela 4: Descrição das variáveis do software python – Modelo 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Variáveis *python*** | **Descrição** |
| ***retail\_and\_recreation*** | Variação percentual da mobilidade no retalho e lazer |
| ***grocery\_and\_pharmacy*** | Variação percentual da mobilidade nos supermercados e farmácias |
| ***parks*** | Variação percentual da mobilidade nos parques |
| ***transit\_stations*** | Variação percentual da mobilidade nas estações de transportes públicos |
| ***workplaces*** | Variação percentual da mobilidade nos locais de trabalho |
| ***residential*** | Variação percentual da mobilidade nas visitas a residências |
| ***people\_fully\_vaccinated*** | Total de pessoas totalmente vacinadas (pelo menos duas doses da vacina) |
| ***stringency\_index*** | Índice de confinamento governamental |
| ***new\_cases\_before\_vaccination*** | Número diário de infeções antes do processo de vacinação começar |
| ***new\_cases\_after\_vaccination*** | Número diário de infeções após o processo de vacinação começar |

Começando pela Análise de Componentes Principais efetuada às variáveis, foram obtidos os seguintes resultados através da Análise Paralela de Horn:

Chart, line chart

Description automatically generatedFigura 22: Análise Paralela de Horn e Adjusted R2 por número de componentes

A Análise Paralela de Horn sugere a escolha de três componentes principais, como é possível visualizar na Figura 22. Através da Figura 22 também podemos observar que o *Adjusted R2* é bastante similar para dois, três e quatro componentes, tendo uma subida acentuada quando são escolhidos cinco componentes principais. A escolha final nesta fase do processo foram os três componentes sugeridos pelo critério utilizado.

Após a escolha dos componentes foi realizada uma regressão linear com os mesmos, obtendo o seguinte *output*:

Table

Description automatically generatedFigura 23: Modelo OLS com três componentes principais e respetivo Adjusted R2

Table

Description automatically generatedPode-se observar através da Figura 23 que o *PC3* tem um *p-value* bastante próximo de 1, o que significa que o componente não é significativo para o modelo. Removendo este componente do modelo foram obtidos os seguintes resultados, de forma a verificar se o *Adjusted R2* sofreu um aumento:

Figura 24: Modelo OLS com três componentes principais e respetivo Adjusted R2

Através da Figura 24 pode-se observar que de facto o *Adjusted R2* teve um ligeiro aumento, logo a variável foi removida definitivamente do modelo. Após esta regressão decidiu-se analisar as correlações entre as variáveis e os dois componentes restantes, para que fosse possível atribuir um significado a cada um dos componentes. Para esse propósito foi gerado o seguinte gráfico através A picture containing graphical user interface

Description automatically generateddo *software python*:

Figura 25: Correlação das variáveis com o número de componentes

Com a ajuda da Figura 25 pode-se observar que o *PC1* está bastante correlacionado negativamente com os dados da vacinação e da mobilidade exceto o *stringency index* e as visitas a residências. Este componente pode ser denominado então como “Inverso das deslocações a locais públicos e do número de vacinados”. Em relação ao *PC2,* é visível que está bastante correlacionado com o número de infeções registadas após o início do processo de vacinação e ligeiramente correlacionado (um pouco acima de 0,5), com o número de casos registados antes desse mesmo processo ter começado, pode-se considerar então que o *PC2* explica o “Número de infeções registadas”.

Avançando agora para a análise dos coeficientes dos componentes na regressão, pode-se observar através da Figura 24 que o *PC1* e o *PC2* têm um peso bastante similar para a estimação do *PSI*, sendo que o primeiro tem um coeficiente negativo, enquanto o segundo tem um coeficiente positivo. Pode-se então inferir que a diminuição das deslocações a locais públicos e o aumento do número de casos antes da vacinação, levou a uma diminuição do *PSI*, enquanto que o aumento da vacinação permite um crescimento do *PSI*, tal como o aumento do número de casos após a vacinação, muito relacionado com o aumento da vacinação.

Posteriormente a todo este processo descrito anteriormente, foi realizada a *hyperparameter optimization* dos restantes algoritmos através do processo descrito no Modelo 1. Os valores dessa otimização podem ser visualizados nos Anexos 14, 15, 16, 17 e 18 e os gráficos de convergência de *Ridge* e *LASSO* nos Anexos 19 e 20. De realçar novamente que, tal como aconteceu no Modelo 1, os valores de para a otimização de *Ridge* e *LASSO* situam-se muito próximo de 0, assemelhando-se novamente ao algoritmo *OLS*.

Com os algoritmos otimizados foi realizada a regressão do modelo através de todos, obtendo os seguintes resultados nas métricas de precisão utilizadas:

Tabela 5: Medidas de precisão dos algoritmos – Modelo 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Algoritmo** | ***MAE*** | ***MSE*** | ***MdAE*** | ***EVS*** | ***R2*** |
| ***OLS*** | 0.495 | 0.370 | 0.486 | 0.633 | 0.632 |
| ***Ridge*** | 0.495 | 0.370 | 0.486 | 0.633 | 0.632 |
| ***LASSO*** | 0.495 | 0.370 | 0.485 | 0.632 | 0.632 |
| ***Gradient Boosting*** | 0.282 | 0.199 | 0.167 | 0.803 | 0.803 |
| ***MLP*** | 0.271 | 0.203 | 0.135 | 0.799 | 0.798 |
| ***Random Forest*** | 0.316 | 0.224 | 0.150 | 0.779 | 0.777 |

Com a visualização da Tabela 2, é percetível que o Gradient Boosting foi novamente o algoritmo com maior eficiência na previsão, obtendo os melhores *scores* em todas as medidas, exceto no *MAE* em que foi superado pelo *MLP* e no *MdAE* em que foi superado pelo *MLP e pelo Random Forest*. O *Random Forest e o MLP* provaram ser também bastante eficientes para a previsão do *PSI*, sendo que o *MLP* superou o *Random Forest*, ao contrário do que tinha acontecido no primeiro modelo. Isso indica que esses três algoritmos podem ser candidatos para fazer uma boa previsão futura dos dados diários de fecho do *PSI*. Os algoritmos lineares geraram resultados bastante aceitáveis também, o que leva a crer que existe uma relação linear mais significante entre os componentes principais determinados e o *PSI* em comparação com a relação existente entre as variáveis preditivas e a variável dependente do Modelo 1. De notar também os resultados quase iguais dos três primeiros algoritmos, devido ao facto relatado no parágrafo anterior, dos valores muito próximo de 0 do parâmetro optimizador.

Figura 26: Gradient Boosting – Importância dos Preditores – Modelo Chart, bar chart, waterfall chart

Description automatically generated2

Na Figura 26 pode-se observar a importância que o GB atribuiu a cada um dos preditores. De notar a enorme diferença entre o *PC1* e o *PC2*, ao contrário do que acontecia no *OLS*, onde ambos os componentes tinham a mesma importância, apesar de sinais diferentes. O GB dá então muito mais importância à variação da mobilidade e à vacinação, do que ao número de infeções diária, em termos de estimar os valores do *PSI* eficientemente.

Para testar se os algoritmos captaram a informação fundamental dos dados, foi realizado novamente um Teste *Durbin-Watson* aos resíduos de cada algoritmo, obtendo os seguintes resultados:

Tabela 6: Resultados do teste Durbin-Watson e média dos resíduos – Modelo 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Modelo** | **Teste *Durbin-Watson*** | **Média dos Resíduos** |
| ***OLS*** | 1.636 | -0.002 |
| ***Ridge*** | 1.635 | -0.002 |
| ***LASSO*** | 1.636 | -0.002 |
| ***Gradient Boosting*** | 2.055 | 0.016 |
| ***MLP*** | 2.046 | 0.005 |
| ***Random Forest*** | 1.979 | 0.026 |

Os valores obtidos mostram que os resíduos não estão correlacionados (estatística de teste entre 2±0.5), e a sua média é próxima de 0 em todos os algoritmos, conclui-se então que todos os modelos capturam adequadamente as informações presentes nos dados.

Por último representa-se na Figura 27 o gráfico dos dados previstos pelo melhor algoritmo (*Gradient Boosting*) e os dados reais do *PSI* nos dados da fase de teste, onde se pode observar ajustamento bastante bom dos dados previstos Chart, scatter chart

Description automatically generatedem relação aos reais.

Figura 21: Dados previstos v.s dados reais dos valores de fecho do PSI na fase de teste

1. Conclusão e Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho foi inferir sobre o impacto da vacinação, temperatura e número de casos na mortalidade por *SARS-CoV-2* em Portugal. Vários dados de vacinação e as defasagens desses dados foram usados, como uma "divisão" do número de casos diários registados antes e depois da vacinação e a temperatura média diária. O modelo inicial começou a ser construído pelo método OLS, e depois replicado em outros algoritmos. Houve uma correlação positiva entre a variável dependente e o número de casos, como esperado, mas a diferença no coeficiente antes e depois da vacinação foi muito clara, enquanto quase todos os dados de vacinação presentes no modelo tiveram um coeficiente negativo, como já era esperado, exceto o número diário de vacinações defasadas em um mês. Os resultados em Gradient Boosting, MLP e Random Forest foram satisfatórios, enquanto em OLS, Ridge e LASSO, os valores de ajuste do modelo ficaram abaixo do esperado, o que pode significar que a relação entre os preditores e a variável dependente não é linear. Os objetivos do trabalho foram alcançados, pois foi identificado o algoritmo com maior poder preditivo, que consiste em um algoritmo em conjunto, Gradient Boosting, e ficou comprovado que a vacinação é uma boa medida preventiva contra mortes por *SARS-CoV-2* e a temperatura tem um impacto negativo no número de mortes. (ARRANJAR TODO O TEXTO)

Referências Bibliográficas

1. Almalki, A., Gokaraju, B., Acquaah, Y., Turlapaty, A.: Regression Analysis for *COVID-19* Infections and Deaths Based on Food Access and Health Issues. Healthcare. 10, 324 (2022).
2. Rustagi, V., Bajaj, M., Tanvi, Singh, P., Aggarwal, R., AlAjmi, M.F., Hussain, A., Hassan, Md.I., Singh, A., Singh, I.K.: Analyzing the Effect of Vaccination Over COVID Cases and Deaths in Asian Countries Using Machine Learning Models. Frontiers in Cellular and Infection Microbiology. 11, (2022).
3. Sarirete, A.: A Bibliometric Analysis of *COVID-19* Vaccines and Sentiment Analysis. Procedia Computer Science. 194, 280–287 (2021).
4. Sohrabi, C., Alsafi, Z., O’Neill, N., Khan, M., Kerwan, A., Al-Jabir, A., Iosifidis, C., Agha, R.: World Health Organization declares global emergency: A review of the 2019 novel coronavirus (*COVID-19*). International Journal of Surgery. 76, 71–76 (2020).
5. Milhinhos, A., Costa, P.M.: On the Progression of *COVID-19* in Portugal: A Comparative Analysis of Active Cases Using Non-linear Regression. Frontiers in Public Health. 8, (2020).
6. Aparicio, J.T., Romao, M., Costa, C.J.: Predicting Bitcoin prices: The effect of interest rate, search on the internet, and energy prices, “2022 17th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI), 1-5 (2022)
7. Perone, G.: Using the SARIMA Model to Forecast the Fourth Global Wave of Cumulative Deaths from *COVID-19*: Evidence from 12 Hard-Hit Big Countries. Econometrics. 10, 18 (2022).
8. Mahesh, B.: Machine Learning Algorithms -A Review. (2019).
9. Cord, M., Cunningham, P.: Machine Learning Techniques for Multimedia: Case Studies on Organization and Retrieval. Springer Science & Business Media (2008).
10. Zhu, X. (Jerry): Semi-Supervised Learning Literature Survey. University of Wisconsin-Madison Department of Computer Sciences (2005).
11. Mendelson, S., Smola, A.J. eds: Advanced lectures on machine learning: Machine Learning Summer School 2002, Canberra, Australia, February 11-22, 2002: revised lectures. Springer, Berlin; New York (2003).
12. Saleh, H., Layous, J.: Machine Learning -Regression, (2022).
13. Shrivastav, L.K., Jha, S.K.: A gradient boosting machine learning approach in modeling the impact of temperature and humidity on the transmission rate of *COVID-19* in India. Appl Intell. 51, 2727–2739 (2021).
14. Gumaei, A., Al-Rakhami, M., Mahmoud Al Rahhal, M., Raddah H Albogamy, F., Al Maghayreh, E., AlSalman, H.: Prediction of *COVID-19* Confirmed Cases Using Gradient Boosting Regression Method. Computers, Materials & Continua. 66, 315–329 (2020).
15. Borghi, P.H., Zakordonets, O., Teixeira, J.P.: A *COVID-19* time series forecasting model based on MLP ANN. Procedia Computer Science. 181, 940–947 (2021).
16. Yeşilkanat, C.M.: Spatio-temporal estimation of the daily cases of *COVID-19* in worldwide using random forest machine learning algorithm. Chaos, Solitons & Fractals. 140, 110210 (2020).
17. Gupta, V.K., Gupta, A., Kumar, D., Sardana, A.: Prediction of *COVID-19* confirmed, death, and cured cases in India using random forest model. Big Data Mining and Analytics. 4, 116–123 (2021).
18. *COVID-19* Data Explorer, <https://ourworldindata.org/coronavirus-data-explorer>, last accessed 2022/07/05.
19. Haas, E.J., McLaughlin, J.M., Khan, F., Angulo, F.J., Anis, E., Lipsitch, M., Singer, S.R., Mircus, G., Brooks, N., Smaja, M., Pan, K., Southern, J., Swerdlow, D.L., Jodar, L., Levy, Y., Alroy-Preis, S.: Infections, hospitalisations, and deaths averted via a nationwide vaccination campaign using the Pfizer–BioNTech BNT162b2 mRNA *COVID-19* vaccine in Israel: a retrospective surveillance study. The Lancet Infectious Diseases. 22, 357–366 (2022).
20. Dyer, O.: *COVID-19*: Moderna and Pfizer vaccines prevent infections as well as symptoms, CDC study finds. BMJ. n888 (2021).
21. Albon, C.: Machine Learning with Python Cookbook: Practical Solutions from Preprocessing to Deep Learning. O’Reilly Media, Inc. (2018).
22. Avila, J., Hauck, T.: scikit-learn Cookbook: Over 80 recipes for machine learning in Python with scikit-learn. Packt Publishing Ltd (2017).
23. Seabold, S., Perktold, J.: Statsmodels: Econometric and Statistical Modeling with Python. Presented at the Python in Science Conference, Austin, Texas (2010).
24. Kim, T.K.: T test as a parametric statistic. Korean J Anesthesiol. 68, 540–546 (2015).
25. Mckinney, W., Perktold, J., Seabold, S.: Time Series Analysis in Python with statsmodels. (2011).
26. Hyndman, R.J., Athanasopoulos, G.: Forecasting: principles and practice. OTexts (2018).
27. Costa, C., Aparício, J.T.: POST-DS: A Methodology to Boost Data Science. (2020).
28. Menne, M.J., Durre, I., Korzeniewski, B., McNeill, S., Thomas, K., Yin, X., Anthony, S., Ray, R., Vose, R.S., Gleason, B.E., Houston, T.G.: Global Historical Climatology Network - Daily (GHCN-Daily), Version 3, https://www.ncei.noaa.gov/metadata/geoportal/rest/metadata/item/gov.noaa.ncdc:C00861/html, (2012).
29. Akossou, A., R., P.: Impact of data structure on the estimators R-square and adjusted R-square in linear regression. International Journal of Mathematics and Computation. 20, 84–93 (2013).
30. Martin-Barreiro, C., Ramirez-Figueroa, J. A., Cabezas, X., Leiva, V., & Galindo-Villardón, M. P. (2021). Disjoint and Functional Principal Component Analysis for Infected Cases and Deaths Due to *COVID-19* in South American Countries with Sensor-Related Data. *Sensors*, *21*(12), 4094.
31. How to compute PCA loadings and the loading matrix with scikit-learn. (2020, janeiro 27). Simone Centellegher, PhD - Data Scientist and Researcher. PROCURAR REFERÊNCIA MELHOR
32. Graham, M. H. (2003). Confronting Multicollinearity in Ecological Multiple Regression. *Ecology*, *84*(11), 2809–2815.
33. Berrar, D. (2019). Cross-Validation. Em *Encyclopedia of Bioinformatics and Computational Biology* (pp. 542–545). Elsevier.
34. Kubben, P., Dumontier, M., & Dekker, A. (Eds.). (2019). *Fundamentals of Clinical Data Science*. Springer International Publishing.
35. Shcherbakov, M. V., Brebels, A., Shcherbakova, N. L., Tyukov, A. P., Janovsky, T. A., & Kamaev, V. A. (2013). *A Survey of Forecast Error Measures*. 7.
36. 36Redell, N. (2019). Shapley Decomposition of R-Squared in Machine Learning Models. 9.
37. Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *PeerJ Computer Science*, *7*, e623.
38. *Financial markets under the global pandemic of COVID-19 | Elsevier Enhanced Reader*. (2020).
39. Chen, H., Petukhov, A., & Wang, J. (2018). *The Dark Side of Circuit Breakers*. 57.
40. *PSI 5 487,44 | Euronext Live quotes preços*. (sem data). Obtido 24 de setembro de 2022, de [PSI 5 487,44 | Euronext Live quotes preços](https://live.euronext.com/pt/product/indices/PTING0200002-XLIS)
41. Li, Y., Li, M., Rice, M., Zhang, H., Sha, D., Li, M., Su, Y., & Yang, C. (2021). The Impact of Policy Measures on Human Mobility, COVID-19 Cases, and Mortality in the US: A Spatiotemporal Perspective. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, *18*(3), 996.
42. Andrade, C., & Petiz Lousã, E. (2021). Telework and Work–Family Conflict during COVID-19 Lockdown in Portugal: The Influence of Job-Related Factors. *Administrative Sciences*, *11*(3), 103.
43. The relationship between mobility and COVID-19 pandemic: Daily evidence from an emerging country by causality analysis | Elsevier Enhanced Reader. (2021).
44. *Ridge Regression*. (sem data). 20.
45. Melkumova, L. E., & Shatskikh, S. Ya. (2017). Comparing Ridge and LASSO estimators for data analysis. *Procedia Engineering*, *201*, 746–755.
46. Deng, H., Zhou, Y., Wang, L., & Zhang, C. (2021). Ensemble learning for the early prediction of neonatal jaundice with genetic features. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, *21*(1), 338.
47. Park, Y.-S., & Lek, S. (2016). Artificial Neural Networks. Em *Developments in Environmental Modelling* (Vol. 28, pp. 123–140). Elsevier.
48. Ornella, L., Kruseman, G., & Crossa, J. (2020). Satellite Data and Supervised Learning to Prevent Impact of Drought on Crop Production: Meteorological Drought. Em G. Ondrasek (Ed.), *Drought—Detection and Solutions*. IntechOpen.
49. Moghaddam, A. H., Moghaddam, M. H., & Esfandyari, M. (2016). Stock market index prediction using artificial neural network. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, *21*(41), 89–93.
50. Xue, P., Lei, Y., & Li, Y. (2020). Research and prediction of Shanghai-Shenzhen 20 Index Based on the Support Vector Machine Model and Gradient Boosting Regression Tree. *2020 International Conference on Intelligent Computing, Automation and Systems (ICICAS)*, 58–62.
51. Research Scholar, Dept of CSE, University college of Engineering, JNTU Kakinada, East Godavari, AP, INDIA..., Polamuri\*, S. R., Srinivasi, Dr. K., Professor, Dept Of CSE, V R Siddhartha Engineering College, Vijayawada, INDIA, Mohan, Dr. A. K., & Professor, Dept Of CSE, University college of Engineering, JNTU Kakinada, East Godavari, AP., INDIA. (2019). Stock Market Prices Prediction using Random Forest and Extra Tree Regression. *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, *8*(3), 1224–1228.
52. Banerjee, D. (2014). Forecasting of Indian stock market using time-series ARIMA model. *2014 2nd International Conference on Business and Information Management (ICBIM)*, 131–135.
53. Wang, Y., & Guo, Y. (2020). Forecasting method of stock market volatility in time series data based on mixed model of ARIMA and XGBoost. *China Communications*, *17*(3), 205–221.
54. Chaurasia, V., & Pal, S. (2022). Application of machine learning time series analysis for prediction COVID-19 pandemic. *Research on Biomedical Engineering*, *38*(1), 35–47.
55. Saba, T., Abunadi, I., Shahzad, M. N., & Khan, A. R. (2021). Machine learning techniques to detect and forecast the daily total COVID-19 infected and deaths cases under different lockdown types. *Microscopy Research and Technique*, *84*(7), 1462–1474.
56. Schröer, C., Kruse, F., & Gómez, J. M. (2021). A Systematic Literature Review on Applying CRISP-DM Process Model. *Procedia Computer Science*, *181*, 526–534.
57. Murray, L., Nguyen, H., Lee, Y.-F., Remmenga, M. D., & Smith, D. W. (2012). VARIANCE INFLATION FACTORS IN REGRESSION MODELS WITH DUMMY VARIABLES. *Conference on Applied Statistics in Agriculture*.
58. Elgeldawi, E., Sayed, A., Galal, A. R., & Zaki, A. M. (2021). Hyperparameter Tuning for Machine Learning Algorithms Used for Arabic Sentiment Analysis. *Informatics*, *8*(4), 79.
59. Ostertagová, E. (2012). Modelling using Polynomial Regression. *Procedia Engineering*, *48*, 500–506.
60. Jin, R. (2021). The Lag between Daily Reported Covid-19 Cases and Deaths and Its Relationship to Age. *Journal of Public Health Research*, *10*(3), jphr.2021.2049.
61. Tapia-Muñoz, T., González-Santa Cruz, A., Clarke, H., Morris, W., Palmeiro-Silva, Y., & Allel, K. (2022). COVID-19 attributed mortality and ambient temperature: A global ecological study using a two-stage regression model. *Pathogens and Global Health*, *116*(5), 319–329.
62. Ying, X. (2019). An Overview of Overfitting and its Solutions. *Journal of Physics: Conference Series*, *1168*, 022022.
63. Karch, J. (2020). Improving on Adjusted R-Squared. *Collabra: Psychology*, *6*(1), 45.
64. Akossou, A. Y. J., & Palm, R. (2013). Impact of Data Structure on the Estimators R-Square And Adjusted R-Square in Linear Regression. 11.
65. *3.3. Metrics and scoring: Quantifying the quality of predictions*. Scikit-Learn. Obtido a 27 de setembro de 2022, de <https://scikit-learn/stable/modules/model_evaluation.html>
66. Ferreira, P. J. S. (sem data). *Princípios de Econometria*. 222.
67. Ferreira, J. C., & Patino, C. M. (2015). What does the p value really mean? *Jornal Brasileiro de Pneumologia*, *41*(5), 485–485.
68. Craney, T. A., & Surles, J. G. (2002). Model-Dependent Variance Inflation Factor Cutoff Values. *Quality Engineering*, *14*(3), 391–403.
69. Chen, Y. (2016). Spatial Autocorrelation Approaches to Testing Residuals from Least Squares Regression. *PLOS ONE*, *11*(1), e0146865.
70. Allison, P. (2012, setembro 10). Acedido a 27 de setembro de 2022 When Can You Safely Ignore Multicollinearity? *Statistical Horizons*. <https://statisticalhorizons.com/multicollinearity/>
71. Google LLC "Google COVID-19 Community Mobility Reports". Acedido a: 27 de setembro de 2022.  
    <https://www.google.com/covid19/mobility/>
72. Aroussi, R. *yfinance: Download market data from Yahoo! Finance API* (0.1.74) [Python; OS Independent]. Acedido a 27 de setembro de 2022, de <https://github.com/ranaroussi/yfinance>
73. Meng, M., Steinhardt, S., & Schubert, A. (2018). Application Programming Interface Documentation: What Do Software Developers Want? *Journal of Technical Writing and Communication*, *48*(3), 295–330.
74. *Yahoo Finance—Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News*. (sem data). Acedido a 27 de setembro de 2022, de <https://finance.yahoo.com/>
75. Suits, D. B. (1957). Use of Dummy Variables in Regression Equations. Journal of the American Statistical Association, *52*, 548-551.
76. Kartal, M. T., Kiliç Depren, S., & Depren, Ö. (2021). How Main Stock Exchange Indices React to Covid-19 Pandemic: Daily Evidence from East Asian Countries. *Global Economic Review*, *50*(1), 54–71.
77. Sampi, J., & Jooste, C. (2020). *Nowcasting Economic Activity in Times of COVID-19: An Approximation from the Google Community Mobility Report*. World Bank, Washington, DC.
78. Pavlyshenko, B. M. (2020). *Regression Approach for Modeling COVID-19 Spread and its Impact on Stock Market* (arXiv:2004.01489). arXiv. <http://arxiv.org/abs/2004.01489>
79. Brown, J. D. (2009). Questions and answers about language testing statistics: 5.
80. Using Horn’s Parallel Analysis Method in Exploratory Factor Analysis for Determining the Number of Factors. (2016). *Educational Sciences: Theory & Practice*. <https://doi.org/10.12738/estp.2016.2.0328>
81. Harrison, R. L. (2010). Introduction to Monte Carlo Simulation. AIP Conference Proceedings 1204, 17, 6. <https://doi.org/10.1063/1.3295638>

Anexos

Anexo 1: Matriz de correlações do Modelo 1 – Sem lag

Anexo 2: Matriz de correlações do Modelo 1 – Lag 7 dias

Anexo 3: Matriz de correlações do Modelo 1 – Lag 14 dias

Anexo 4: Matriz de correlações do Modelo 1 – Lag 21 dias

Anexo 5: VIF’s Modelo 1

Anexo 6: Modelo 1 – Hyperparameter Optimization: Ridge

Anexo 7: Modelo 1 – Hyperparameter Optimization: LASSO

Anexo 8: Modelo 1 – Hyperparameter Optimization: Gradient Boosting

Anexo 9: Modelo 1 – Hyperparameter Optimization: MLP

Anexo 10: Modelo 1 – Hyperparameter Optimization: Random Forest

Anexo 10: Convergência dos coeficientes de Ridge com o aumento do parâmetro – Modelo 1

Anexo 11: Convergência dos coeficientes de LASSO com o aumento do parâmetro – Modelo 1

Anexo 12: VIF’s Modelo 2

Anexo 13: Matriz de correlações do Modelo 2

Anexo 14: Modelo 2 – Hyperparameter Optimization: Ridge

Anexo 15: Modelo 2 – Hyperparameter Optimization: LASSO

Anexo 16: Modelo 2 – Hyperparameter Optimization: Gradient Boosting

Anexo 17: Modelo 2 – Hyperparameter Optimization: MLP

Anexo 18: Modelo 2 – Hyperparameter Optimization: Random Forest

Anexo 19: Convergência dos coeficientes de Ridge com o aumento do parâmetro – Modelo 2

Anexo 20: Convergência dos coeficientes de LASSO com o aumento do parâmetro – Modelo 2

1. ***free float*** *– A capitalização é calculada multiplicando po preço das ações pelo número de ações disponíveis no mercado.* ***Fonte:*** [Free-Float Methodology Definition (investopedia.com)](https://www.investopedia.com/terms/f/freefloatmethodology.asp) [↑](#footnote-ref-1)
2. ***multicolineariedade:*** *Condição que sucede quando uma ou mais variáveis ​​independentes do modelo podem prever outra variável independente de uma forma eficiente e linear.* ***Fonte: [44]*** [↑](#footnote-ref-2)
3. ***p-value:*** *probabilidade de observar o valor da estatística de teste, ou superior, sob a hipótese nula.* ***Fonte: [77]*** [↑](#footnote-ref-4)
4. ***lag:*** *deslocar os valores um ou mais passos à frente.* ***Fonte:*** [Time Series as Features | Kaggle](https://www.kaggle.com/code/ryanholbrook/time-series-as-features) [↑](#footnote-ref-5)
5. ***hyperparameter optimization:*** *ajuste dos hiperparâmetros dos algoritmos de forma a maximizar o desempenho do mesmo.* ***Fonte: [58]*** [↑](#footnote-ref-6)
6. ***overfitting:*** *ocorre quando os algoritmos têm uma boa performance na fase de treino e uma má performance na fase de teste.* ***Fonte: [62]*** [↑](#footnote-ref-7)
7. ***API:*** *serve para “expor serviços ou dados fornecidos por uma aplicação de software através de um conjunto de recursos pré-definidos, tais como métodos, objectos ou URIs.”* ***Fonte: [73]*** [↑](#footnote-ref-8)
8. ***Variável Dummy:*** *variável que não é medida, convencionalmente, numa escala numérica.* ***Fonte: [75]*** [↑](#footnote-ref-9)