

Análise de Carteiras usando o R - Parte 6

Bibliografia – BKM, cap. 9

Claudio Lucinda

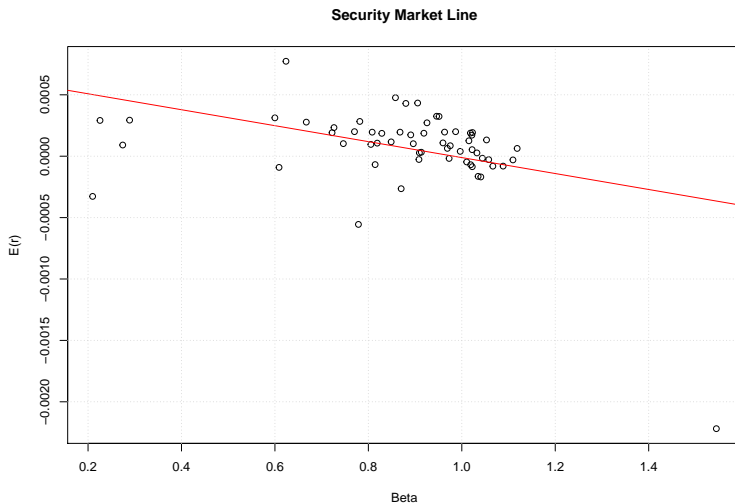
FEA/USP

Testando o CAPM

Testando o CAPM

- Vamos nesta apresentação usar os dados dos fundos para repassar os testes do CAPM.
- O Código original é o `Testing_CAPM.R`. Inicialmente vamos fazer os testes tradicionais e depois mostrar a **Crítica de Ross**.

Security Market Line – Graficamente



Security Market Line – Coeficientes

```
##
## Call:
## lm(formula = E_pr ~ Rm, data = data_teste1)
##
## Residuals:
##          Min           1Q       Median           3Q          Max
## -1.854e-03 -3.313e-05  5.353e-05  1.477e-04  5.399e-04
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.0006384  0.0001752   3.645 0.000574 ***
## Rm          -0.0006496  0.0001931  -3.365 0.001364 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0003346 on 58 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1633, Adjusted R-squared:  0.1489
## F-statistic: 11.32 on 1 and 58 DF, p-value: 0.001364
```

Testes básicos CAPM - Problemas

- Este tipo de resultado é típico dos primeiros testes do CAPM.
- Basicamente os interceptos dão diferente do r_f
- E as declividades dão diferentes do $(r_M - r_f)$

O “alpha” do CAPM

- O que acontece quando um ponto está fora da reta da SML?
- Essa distância é o chamado α do ativo, α_i .
- Suponha $\alpha_i > 0$ – ou seja, “alfa positivo”. Então:

$$\alpha_i = (E(r_i) - r_f) - \beta_i(E(r_M) - r_f) > 0$$

- Isso implica:
 - O Ativo está barato em relação ao previsto pelo CAPM
 - Se o CAPM for verdade, o preço vai subir pro retorno cair.
 - Ou seja, vc deve comprar o ativo agora.

Teste - Parte II

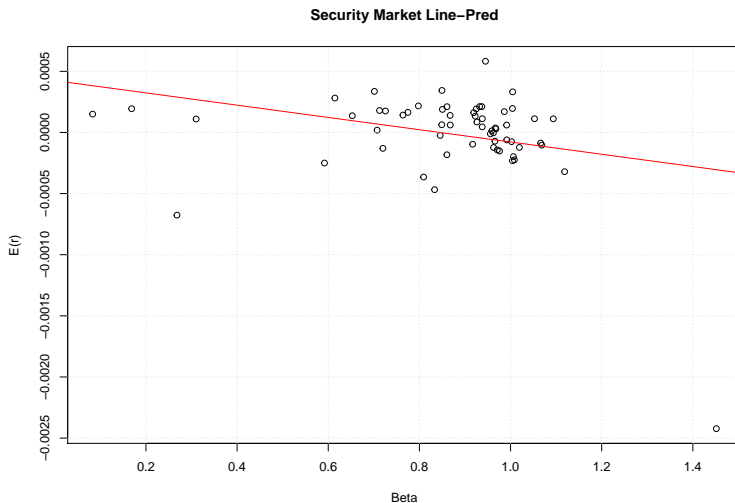
- Idealmente, você deveria fazer o teste em duas etapas.
- Ou seja, vc separaria uma amostra de dados em duas partes:
 - Na primeira, você estima os β_i
 - Na segunda, você estima a SML
 - Usando os retornos da segunda parte dos dados

Teste - Parte II – Código R

```
Data_1st_half<-Data_all["2007/2010"]
Data_2nd_half<-Data_all["2011/2014"]

coefs_half<-ldply(as.list(fund_list_names),
                  function(.x)
                    coef(lm(get(.x)~Rm,
                           data=Data_1st_half)))
mean_returns_half<-
  as.data.frame(sapply(Data_2nd_half,mean)[1:60])
```

Teste - Parte II – SML - Figura



SML estimada

##

Call:

lm(formula = E_pr ~ Rm, data = data_half)

##

Residuals:

| | Min | 1Q | Median | 3Q | Max |
|----|------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| ## | -2.118e-03 | -8.115e-05 | 6.796e-05 | 1.772e-04 | 6.327e-04 |

##

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|----------------|------------|------------|---------|----------|
| ## (Intercept) | 0.0004241 | 0.0001898 | 2.235 | 0.0293 * |
| ## Rm | -0.0005019 | 0.0002123 | -2.365 | 0.0214 * |

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

##

Residual standard error: 0.0003668 on 58 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.08794, Adjusted R-squared: 0.07222

F-statistic: 5.592 on 1 and 58 DF, p-value: 0.02141

Possíveis Problemas

Primeiros Testes

- O que fizemos foi uma versão de um dos primeiros papers que buscaram testar o CAPM.
- Litner (1965), "Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification," Journal of Finance.
- Ele encontra a mesma coisa que a gente viu acima:
 - A inclinação da SML tá baixa demais (inclusive virou o sinal).
 - Problema: erro de medida nos β_i estimados no primeiro estágio viesou o coeficiente para baixo.

Testes dos Anos 70

- Dois papers importantes:
 - Black, Jensen and Scholes, 1972. "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," in Studies in the Theory of Capital Markets.
 - Fama and MacBeth, 1973 "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests," Journal of Political Economy.
- Eles desenvolvem um jeito de reduzir o impacto dos erros de medida dos β_i no primeiro estágio sobre as estimativas no segundo estágio.

Procedimento Fama-McBeth

- Usar três sub-amostras
 - Sub-amostra 1: Estimar os β_i para os ativos individuais, e classifica os ativos em 10 carteiras com base na magnitude do β_i .
 - Sub-amostra 2: Estimar os β dos 10 portfólios.
 - Sub-amostra 3: Calcular os $(E(r_i) - r_f)$ para os 10 portfólios e estimar a SML.
- *Resultado Importante*: O erro de medida no β dos 10 portfólios é menor que o erro de medida nos ativos individuais.
- Conclusão: Eles conseguem um prêmio de risco de mercado positivo, mas não é tão alto assim.

O Papel do Erro de Medida

O Erro de Medida e o CAPM

- O SML é uma relação entre os **verdadeiros** retorno esperado, $E(r_i)$ e os β_i .
- Na prática, temos estimativas destas coisas medidas com erro.
- A principal fonte de erro é no β_i , que é maior quando fazemos para ativos individuais e que viesas as estimativas dos coeficientes da SML.
- E não podemos nos esquecer do fato que os β_i e os $E(r_i)$ mudam ao longo do tempo.

Erro de Medida em MQO

- Suponhamos que o x da regressão seja medido com erro

$$x_i^* = x_i + u_i$$
$$\text{cov}(x_i, u_i) = 0$$

- Modelo de regressão com erro de medida

$$\begin{aligned} y_i &= (x_i^* - u_i)\beta + \varepsilon_i \\ &= x_i^*\beta + \varepsilon_i - u_i\beta \\ &= x_i^*\beta + \varepsilon_i^* \\ \varepsilon_i^* &= \varepsilon_i - \beta u_i \end{aligned}$$

Continuação

$$\begin{aligned}
 \text{cov}(x_i^*, \varepsilon_i^*) &= \text{cov}(x_i + u_i, \varepsilon_i - \beta u_i) \\
 &= \text{cov}(u_i, -\beta u_i) \\
 &= -\beta \text{var}(u_i)
 \end{aligned}$$

- Consequentemente:

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta} &= \frac{\text{cov}(y_i, x_i^*)}{\text{var}(x_i^*)} = \frac{\text{cov}(\beta x_i^* + \varepsilon_i^*, x_i^*)}{\text{var}(x_i^*)} \\
 &= \frac{\text{cov}(\beta x_i^*, x_i^*) + \text{cov}(\varepsilon_i^*, x_i^*)}{\text{var}(x_i^*)} \\
 &= \frac{\beta \text{var}(x_i^*)}{\text{var}(x_i^*)} - \frac{\beta \text{var}(u_i)}{\text{var}(x_i^*)} \\
 &= \beta \left(1 - \frac{\text{var}(u_i)}{\text{var}(x_i^*)} \right)
 \end{aligned}$$

Conclusões

- Note que:

$$\text{var}(x_i^*) = \text{var}(x_i) + \text{var}(u_i)$$

- Portanto, o $\hat{\beta} < \beta$.
- Ou seja, o erro de medida na variável independente acaba por viesar para baixo as estimativas.
- E isso viesia os coeficientes da SML.

A Crítica de Roll

A Crítica de Roll

- A Crítica de Roll parte de duas afirmações:
 - **Tautologia de Média-Variância** Qualquer portfólio na Fronteira Eficiente satisfaz a equação do CAPM *exatamente*:

$$(E(r_i) - r_f) = \beta_i(E(r_M) - r_f)$$

- A eficiência da carteira de mercado é equivalente à equação do CAPM valer. Note-se que esta é uma afirmação matemática, sem precisar de premissas adicionais.
 - **A carteira de mercado Não é observável:** A carteira de mercado necessariamente tem que incluir TODOS os ativos negociáveis.
- Isso implica que qualquer teste do CAPM na verdade é um teste de se a carteira de mercado faz parte da fronteira eficiente.

Mostrando a Crítica de Roll.

- Primeiro vamos definir uma carteira na fronteira eficiente

```
Sys.setlocale("LC_ALL", "English")
```

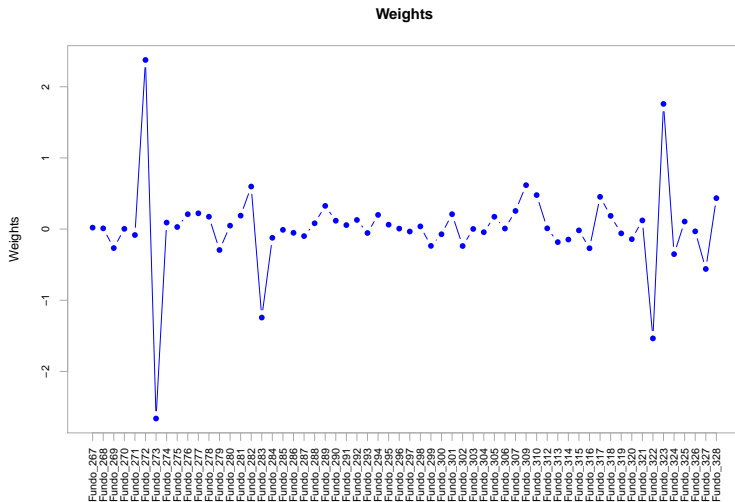
```
## [1] "LC_COLLATE=English_United States.1252;LC_CTYPE=English_United States.1252;LC_MONETARY=English_Uni
```

```
#IBOV>Returns<-na.omit(IBOV>Returns)
```

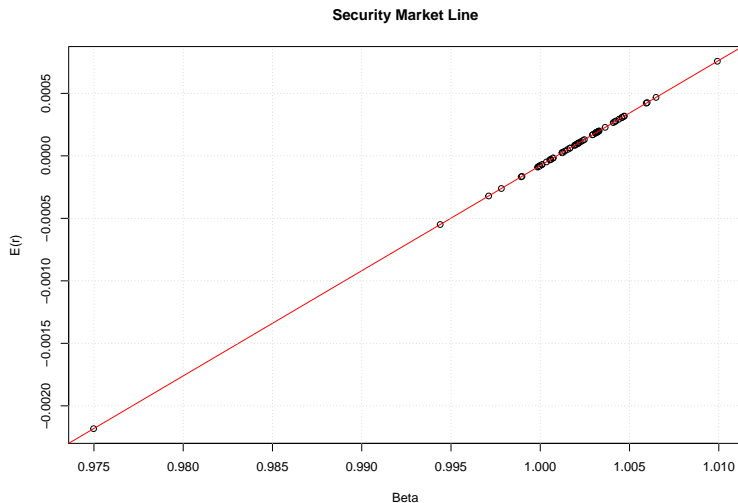
```
port_spec<-portfolio.spec(colnames(Fund>Returns_clean))  
port_spec<-add.constraint(portfolio=port_spec, type="weight_sum",  
                          min_sum=0.99, max_sum=1.01)  
#port_spec <- add.constraint(portfolio = port_spec,  
#                             type = "long_only")  
port_spec <- add.objective(portfolio = port_spec,  
                           type = "return",  
                           name = "mean")  
port_spec <- add.objective(portfolio = port_spec,  
                           type = "risk",  
                           name = "StdDev")  
opt2 <- optimize.portfolio(Fund>Returns_clean, portfolio = port_spec,  
                           optimize_method = "ROI",  
                           trace = TRUE, maxSR=TRUE)
```

Características desse “portifólio de mercado”

`chart.Weights(opt2)`



SML com esse “portifólio de mercado”



SML estimada

```
##
## Call:
## lm(formula = E_pr ~ Rm, data = data_teste22)
##
## Residuals:
##          Min           1Q       Median           3Q          Max
## -1.176e-14 -1.215e-15  5.685e-16  1.820e-15  5.934e-15
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error   t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -8.422e-02  1.062e-13 -7.933e+11  <2e-16 ***
## Rm           8.414e-02  1.060e-13  7.940e+11  <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.455e-15 on 58 degrees of freedom
## Multiple R-squared:      1, Adjusted R-squared:      1
## F-statistic: 6.304e+23 on 1 and 58 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Ibovespa, ativos, fronteira eficiente

