

L9 - Modelagem Inteira & *Branch and Bound*

1 Modelagem Inteira

1. Considere a decisão de investimento em 8 projetos. O investimento em cada projeto gera um retorno líquido ao longo do tempo, e também tem um custo de investimento. Os dados são mostrados na Tabela 1.

| | Projetos | | | | | | | |
|------------------------|----------|----|----|----|----|----|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Investimento | 41 | 33 | 14 | 25 | 32 | 32 | 9 | 19 |
| Retorno líquido | 47 | 40 | 17 | 27 | 34 | 23 | 5 | 44 |

Tabela 1: Investimentos e retornos esperados em projetos

O investidor tem um total de 100 unidades disponíveis para investir.

- (a) Determine o modelo de PI para o problema.
 - (b) Escreva o modelo genérico (conjuntos, parâmetros, variáveis) para o problema.
2. (*Problema da designação generalizado*) O setor de PCP de uma indústria precisa determinar quais produtos serão produzidos por quais máquinas. Existem 4 produtos (colunas da Tabela 2) que podem ser processados em 2 máquinas (linhas da Tabela 2). A Tabela 2 indica o tempo necessário para processar cada produto em cada máquina, bem como o limite de tempo disponível em cada máquina.

| | Produtos | | | | |
|----------|----------|----|----|----|-----------------|
| Máquinas | 1 | 2 | 3 | 4 | Limite de tempo |
| 1 | 9 | 13 | 17 | 18 | 40 |
| 2 | 15 | 25 | 28 | 18 | 55 |

Tabela 2: Tempos de processamento das peças nas máquinas

Cada processamento de produto nas máquinas gera um gasto de energia elétrica, dados pela Tabela 2.

| | Produtos | | | |
|----------|----------|----|----|----|
| Máquinas | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 10 | 15 | 17 | 16 |
| 2 | 20 | 25 | 21 | 19 |

Tabela 3: Consumo de energia pelo processamento das peças nas máquinas

- (a) Determine o modelo de PI que aloca as peças nas máquinas ao menor gasto energético.

- (b) Escreva o modelo genérico (conjuntos, parâmetros, variáveis) para o problema.
3. Uma empresa de distribuição de bebidas possui 3 grandes clientes ($i = 1..2$) e dois centros de distribuição ($j = 1..3$). Cada cliente possui uma demanda de bebidas (d_i), dada por $d = [3, 4, 3]$. Ainda, existe um custo variável de entrega das bebidas de cada depósito para cada centro, bem como um **custo fixo** por depósito, **caso o mesmo realize entregas a pelo menos um cliente**. Cada depósito possui uma capacidade máxima de fornecimento. A Tabela 4 mostra os custos variáveis, fixos e as capacidades de entrega:

| Depósitos | Clientes | | | Custo fixo | Capacidade |
|-----------|----------|---|---|------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | | |
| 1 | 2 | 4 | 3 | 100 | 9 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 150 | 10 |

Tabela 4: Demanda dos clientes

Se um depósito é alocado para um cliente, toda a demanda do cliente deve ser atendida por esse depósito. Considere que todos os clientes devem ser atendidos por um depósito. Escreva o modelo que descreve o problema. **Não se esqueça do domínio das variáveis.**

4. (*Caso BRF*) Uma empresa alimentícia aluga veículos para realizar as suas entregas. O setor de PCP junto ao dep. de logística faz o dimensionamento de toda carga que deve ser alocada a cada veículo, bem como a sua rota. Dessa forma, sabe-se, para cada dia de um horizonte de planejamento, quantos veículos serão necessários. Esse dado é mostrado na Tabela

| | Dias | | | | |
|----------------|------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Demanda | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 |

Tabela 5: Demanda de veículos por dia

Cada contrato por um veículo permite que o mesmo seja utilizado por uma quantidade limitada de dias no horizonte de planejamento, e existe um custo associado ao contrato. O custo do contrato independe do número de dias que o veículo é alocado pela empresa. A Tabela 4 mostra os tipos de contrato existentes:

| Contrato | Cobertura (dias) | Custo fixo |
|----------|------------------|------------|
| 1 | 3 | 500 |
| 2 | 1 | 400 |

Tabela 6: Demanda de veículos por dia

- (a) Determine o modelo de PI para o problema de contratação e alocação de frota da BRF.
- (b) Escreva o modelo genérico (conjuntos, parâmetros, variáveis) para o problema.

5. (*Caso Ek. simplificado P1*) Uma empresa precisa determinar as configurações da sua malha logística a longo prazo. A malha funciona da seguinte forma: existe um conjunto de fornecedores capazes de entregar diferentes produtos em diferentes períodos de tempo. Os produtos podem ser entregues diretamente aos clientes, ou deixados em depósitos e posteriormente enviados aos clientes (havendo assim uma consolidação de carga). Os clientes possuem uma demanda dos diferentes produtos a cada período e os fornecedores possuem uma capacidade de fornecimento dos também por período. Os depósitos possuem capacidades volumétricas/período e custos fixos de abertura, se forem utilizados. Existe um custo por volume transportado associado a cada par de nós da rede (fornecedor-depósito),(fornecedor-cliente),(depósito,cliente). A malha logística pode ser simplificada pelo diagrama abaixo (Figura 1).

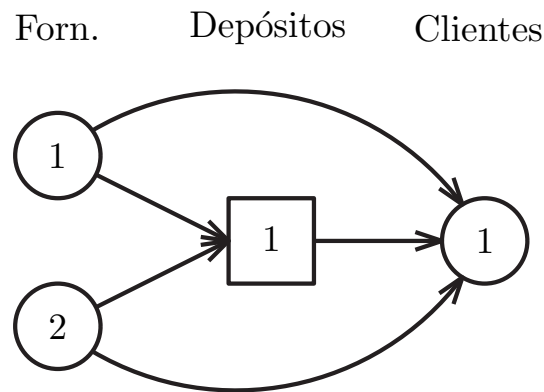


Figura 1: Malha logística: 2 clientes, 1 depósito e 1 fornecedor

Considerando a malha exemplo da Figura, um horizonte de planejamento de 4 períodos, 2 produtos, e as informações abaixo, crie o modelo de programação inteira para o caso da empresa.

| | Período | | | |
|---------|---------|---|---|----|
| Produto | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 10 | 5 | 5 | 4 |
| 2 | 10 | 7 | 5 | 10 |

Tabela 7: Demanda do cliente

| Depósito | Custo Fixo | Capacidade/período (m^3) | E0 P1 | E0 P2 |
|----------|------------|------------------------------|-------|-------|
| 1 | 100 | 15 | 5 | 3 |

Tabela 8: Informações depósitos

| | P1 | P2 |
|---------------------|----|----|
| Fornecedor 1 | 12 | 13 |
| Fornecedor 2 | 8 | 9 |

Tabela 9: Capacidades de fornecimento

| Produto | Volume (m^3) |
|---------|------------------|
| 1 | 0.4 |
| 2 | 0.8 |

Tabela 10: Volumes produtos

| For. | Dep. | Custo/(m^3) |
|------|------|-----------------|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 3 |

Tabela 11: Custos de transporte - Forn. Depósitos

| Forn. | Cli. | Custo/(m^3) |
|-------|------|-----------------|
| 1 | 1 | 7 |
| 2 | 1 | 7 |

Tabela 12: Custos de transporte - Forn. Cliente

| Dep. | Cli. | Custo/(m^3) |
|------|------|-----------------|
| 1 | 1 | 2 |

Tabela 13: Custos de transporte - Depósito Cliente

2 Branch and Bound

1. Considere o modelo abaixo:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & Z = 3x_1 + 2x_2 \\
 \text{Sujeito à} \quad & 2x_1 + 5x_2 \leq 9 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 9 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^+
 \end{aligned}$$

- (a) Represente a região factível do problema
- (b) Resolva o problema usando o algoritmo *Branch and Bound*.