



Tomando medidas

o Enem na fita

sábado, 30 de agosto
de 2025

OBJETIVO DA AULA

- Conhecer os modelos de dois parâmetros e três parâmetros da TRI para itens dicotômicos
- Conhecer o modelo de Samejima da TRI para itens politômicos
- Aplicar as seguintes equações no contexto de construção de instrumentos de medida em educação

$$P(U_{ij} = 1 \mid \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}$$

$$L(\theta, \xi) = \text{Prob}(Y \mid \theta, \xi) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k P_{ij}^{y_{ij}} (1 - P_{ij})^{1 - y_{ij}}$$

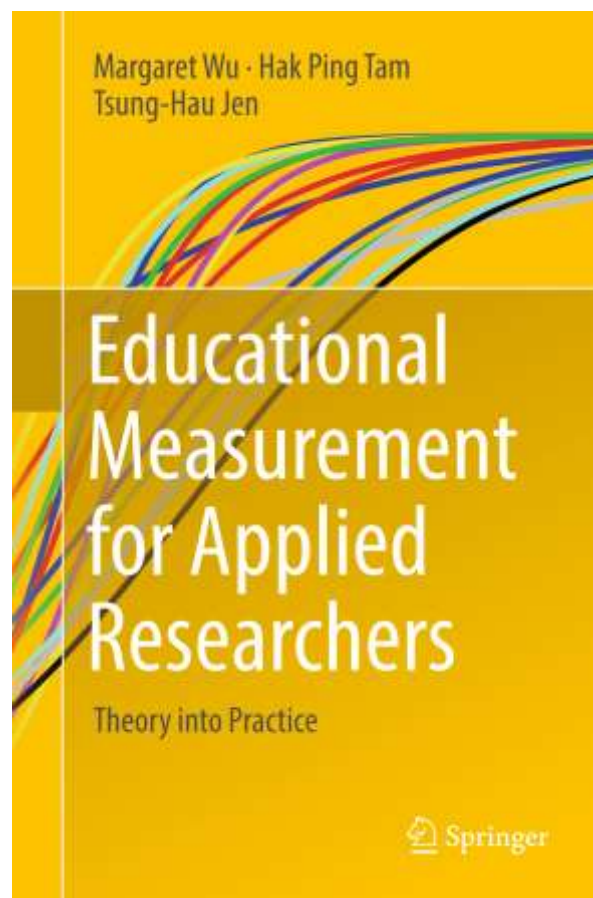
(sem usar a fórmula)

MATERIAL DISPONÍVEL

- Toda a aula está disponível em repositório no Github
- Para acessar, vá em https://bit.ly/tri_abave2025

bit.ly/tri_abave2025

SUGESTÃO DE LEITURA



[Avaliação Psicológica](#)

versão impressa ISSN 1677-0471 versão On-line ISSN 2175-3431

Aval. psicol. v.2 n.2 Porto Alegre dez. 2003

ARTIGOS

Fundamentos da teoria da resposta ao item -TRI

Basic theory of Item Response Theory - IRT

Luiz Pasquali ^I; Ricardo Primi ^{II}

^I Universidade de Brasília

^{II} Universidade de São Francisco

[Endereço para correspondência](#)

Serviços Personalizados

Journal

SciELO Analytics

artigo

Português (pdf)

Artigo em XML

Referências do artigo

Como citar este artigo

SciELO Analytics

Curriculum ScienTI

Tradução automática

Indicadores

Compartilhar

Mais

Mais

Permalink

Sumário

- Introdução ao uso da fita métrica
- Medindo a altura sem fita métrica
 - Duas alturas, a mesma medida
 - Fita métrica x Medidor digital
- Medindo altura com vários níveis de resposta

Introdução ao uso da fita métrica

**(meus testes precisam ser
comparáveis, e agora?)**



BOLETIM INDIVIDUAL DE RESULTADOS – ENEM 2009

NOME: MARIA BRASIL

INSCRIÇÃO: 202212345678

CPF: 123456789-00

Caro Participante,
Este boletim apresenta s
Os valores estão aprese

Área do conhecimento

Ciências da Natureza e suas

Ciências Humanas e suas Te

Linguagens, Códigos e suas

Matemática e suas Tecnolo

Redação




no Enem 2009.

ua nota	Situação
451,3	Presente
499,9	Presente
591,7	Presente
520,5	Presente
650,0	Presente

O QUE ESTAMOS MEDINDO?

- Medir altura x Medir conhecimento
 - Medir diretamente x medir indiretamente
- Medir um traço latente
 - Definição teórica
 - Referência para elaboração de itens
 - Elaboração de itens
 - Aplicação dos itens
 - Análise do comportamento observado
 - Construção de uma régua
 - Interpretação da régua



Necessário verificar evidências de validade em todo o processo:

- estamos medindo de fato aquilo que dizemos?
- as interpretações dos escores estão adequadas?
- o uso dos escores está adequado?

COMO MEDIR CONHECIMENTO?

- Psicometria: ciência da mensuração psicológica
 - Cuida de medir processos mentais
 - Procura explicar o sentido das respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas (itens)
- Duas vertentes da psicometria moderna:
 - Teoria Clássica dos Testes (TCT)
 - Teoria do traço latente
 - Teoria de Resposta ao Item (TRI)
 - Análise fatorial

TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Teste 1 de Ciências, aplicado para o 9º ano do Ensino Fundamental

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Escore
Juliana	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
Márcio	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
Francisco	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8
Mariana	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
Eduardo	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
João	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
Júlia	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Ana	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Acertos	8	6	6	5	4	3	3	3	2	2	

E se o teste fosse aplicado para o 6º ano?

TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Teste 2 de Ciências, aplicado para outra turma de 9º ano do Ensino Fundamental

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Escore
Francisca	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Mariana	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8
Mário	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
Antônio	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
Márcia	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	4
Natália	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Acertos	6	6	4	4	3	3	2	2	1	1	

Podemos afirmar que Francisca domina esse conhecimento mais do que Eduardo, que acertou quatro itens?

TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES

Teste 1 de Ciências, aplicado para o 9º ano do Ensino Fundamental

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Escore
Juliana	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
Márcio	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
Francisco	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8
Mariana	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
Eduardo	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
João	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
Júlia	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Ana	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Acertos	8	6	6	5	4	3	3	3	2	2	

TEORIAS DA MEDIDA

Teoria Clássica dos Testes (TCT)

Escore: porcentagem de acertos

A medida depende do teste (por exemplo, dificuldade dos itens)

As características dos itens dependem dos respondentes

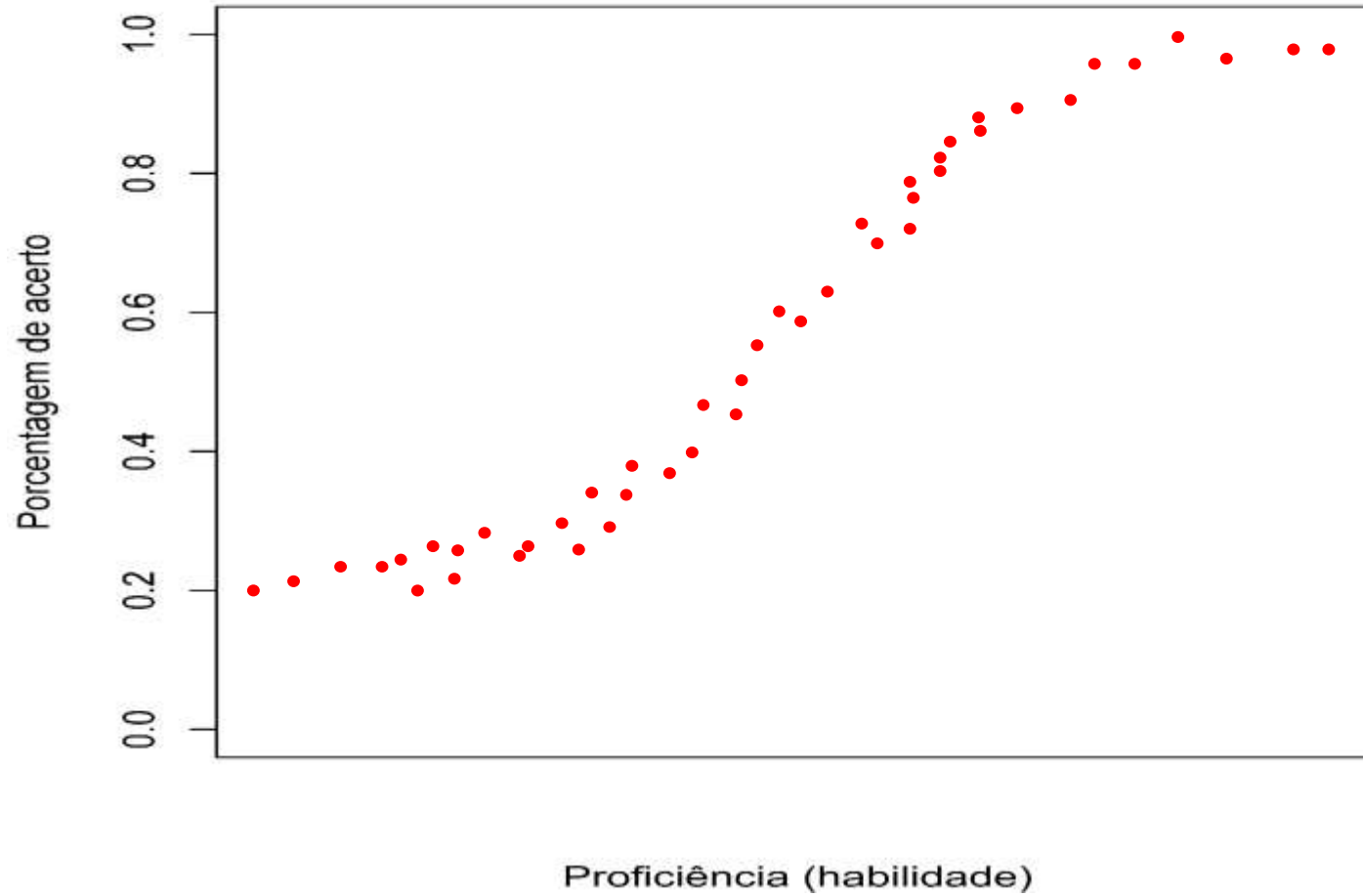
Como garantir comparabilidade?



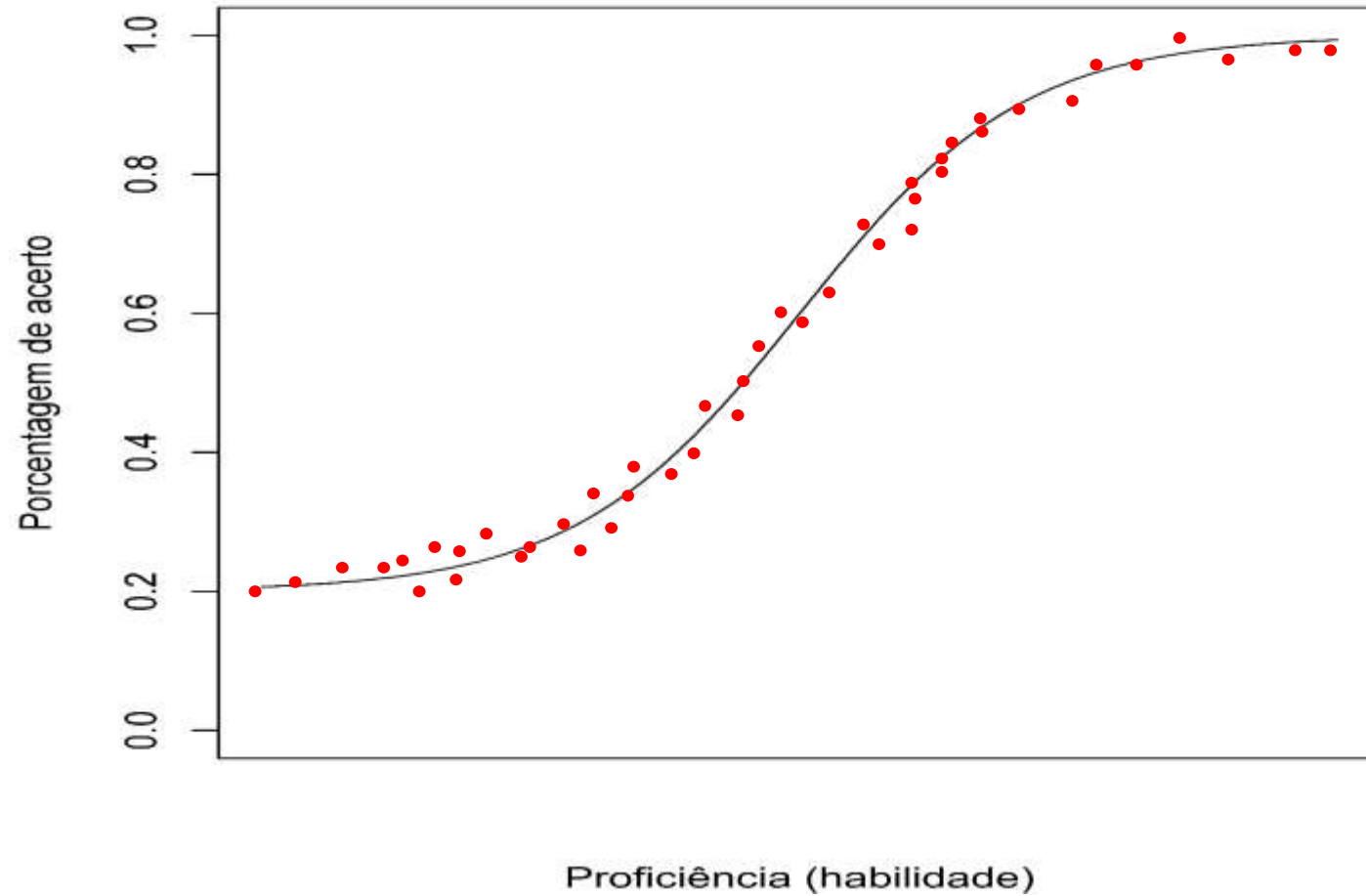
Medindo a altura sem fita métrica

(uso da TRI nos testes)

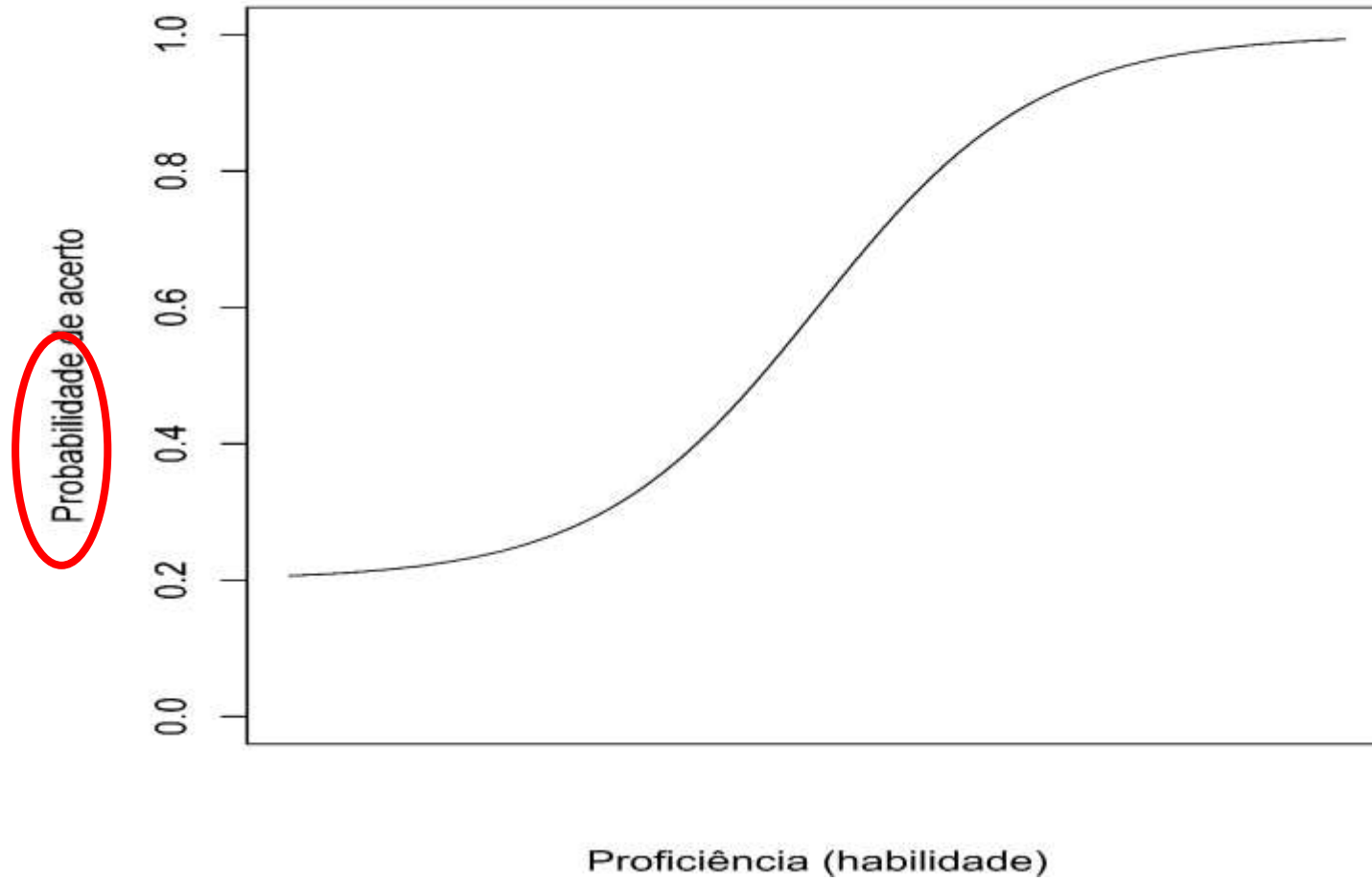
APLICAÇÃO DE UM ITEM



APLICAÇÃO DE UM ITEM



CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM



POSSÍVEL APLICAÇÃO DA TRI

- Exemplo: medindo a altura sem usar a fita métrica
- Questionário utilizado pedagogicamente na Holanda (Cees Glas, Wim van der Linden, etc) e no Brasil (adaptado por Dalton Andrade)
- Para abrir a aplicação:
 - `devtools::install_github('alexandrejaloto/INEPsico')`
 - `INEPsico::brincar()`

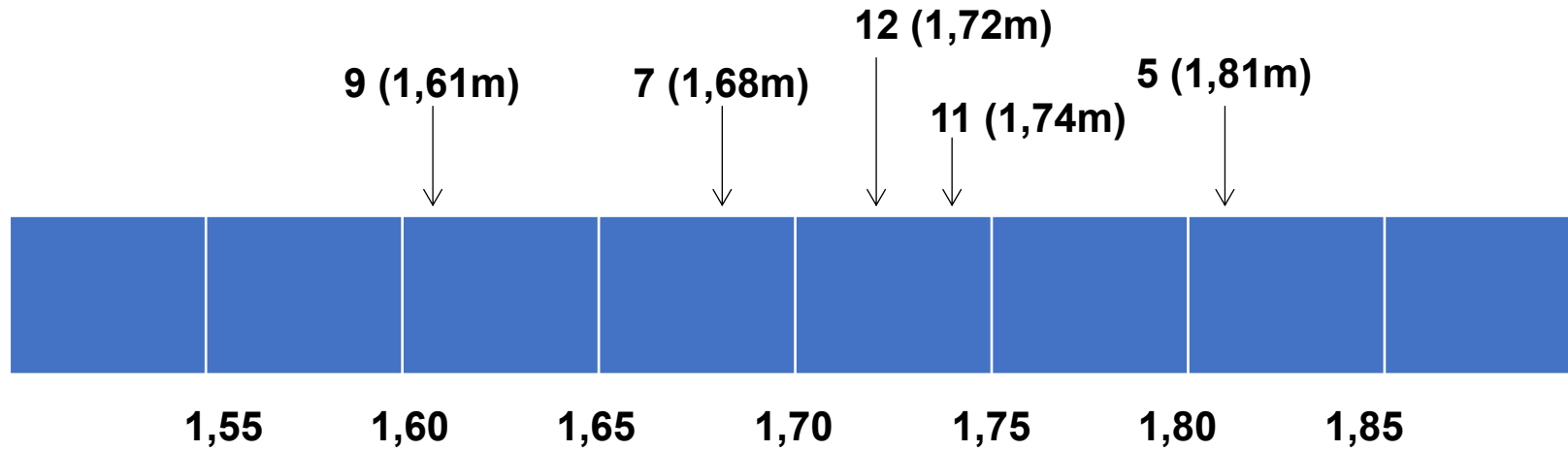
MEDINDO ALTURA COM TRI

1. Na cama você frequentemente sente frio nos pés?
2. Você frequentemente desce as escadas de dois em dois degraus?
3. Você acha que se daria bem em um time de basquete?
4. Como policial, você impressionaria muito?
5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?
6. Você literalmente olha para seus colegas de cima para baixo?
7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
8. Você abaixa quando vai passar por uma porta?
9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
10. Você regula o banco do carro para trás?
11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?
12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?
13. Você tem dificuldade para se acomodar no ônibus?
14. Em uma fila, por ordem de tamanho, você é sempre colocado atrás?

MEDINDO ALTURA COM TRI

1. Na cama você frequentemente sente frio nos pés?
2. Você frequentemente desce as escadas de dois em dois degraus?
3. Você acha que se daria bem em um time de basquete?
4. Como policial, você impressionaria muito?
5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?
6. Você literalmente olha para seus colegas de cima para baixo?
7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
8. Você abaixa quando vai passar por uma porta?
9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
10. Você regula o banco do carro para trás?
11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?
12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?
13. Você tem dificuldade para se acomodar no ônibus?
14. Em uma fila, por ordem de tamanho, você é sempre colocado atrás?

MEDINDO ALTURA COM TRI



5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?

7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?

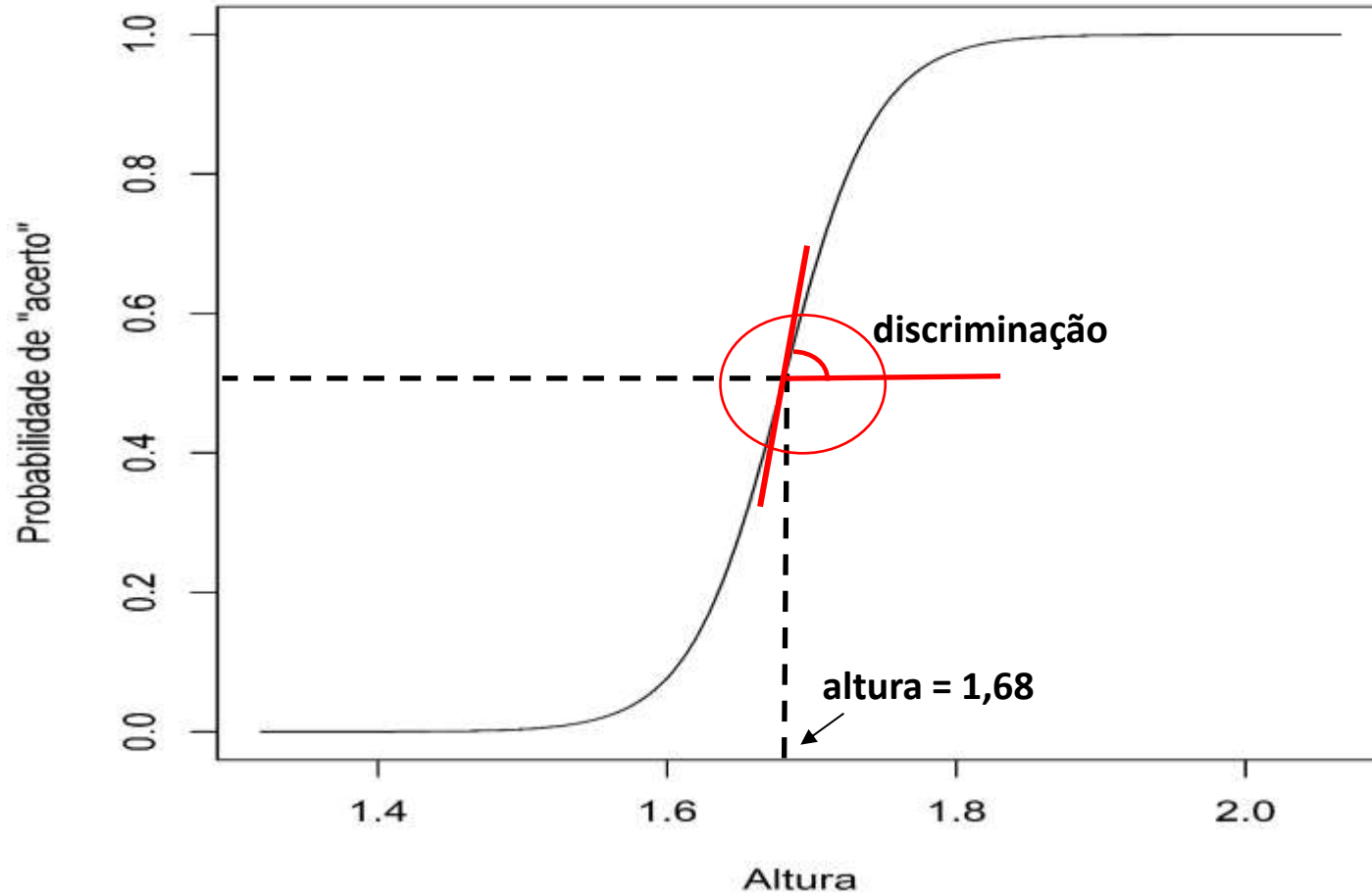
9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?

11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?

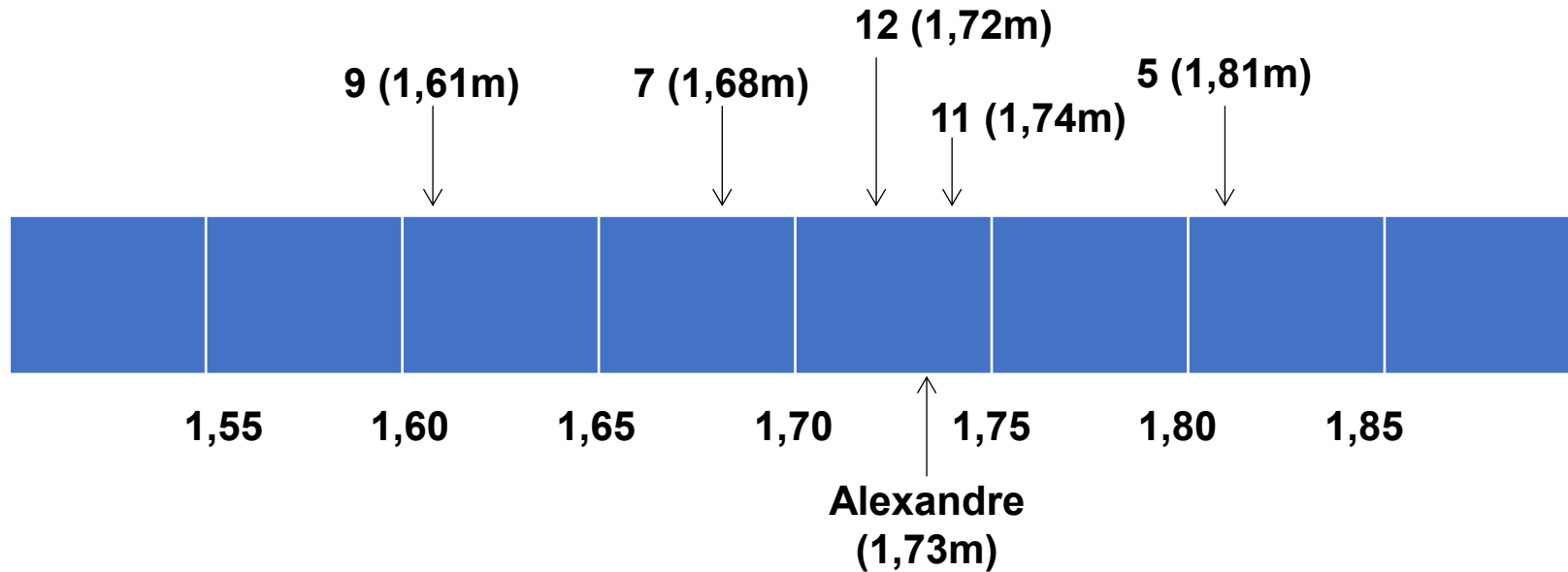
12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM

Item 7 do questionário



MEDINDO ALTURA COM TRI



5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?

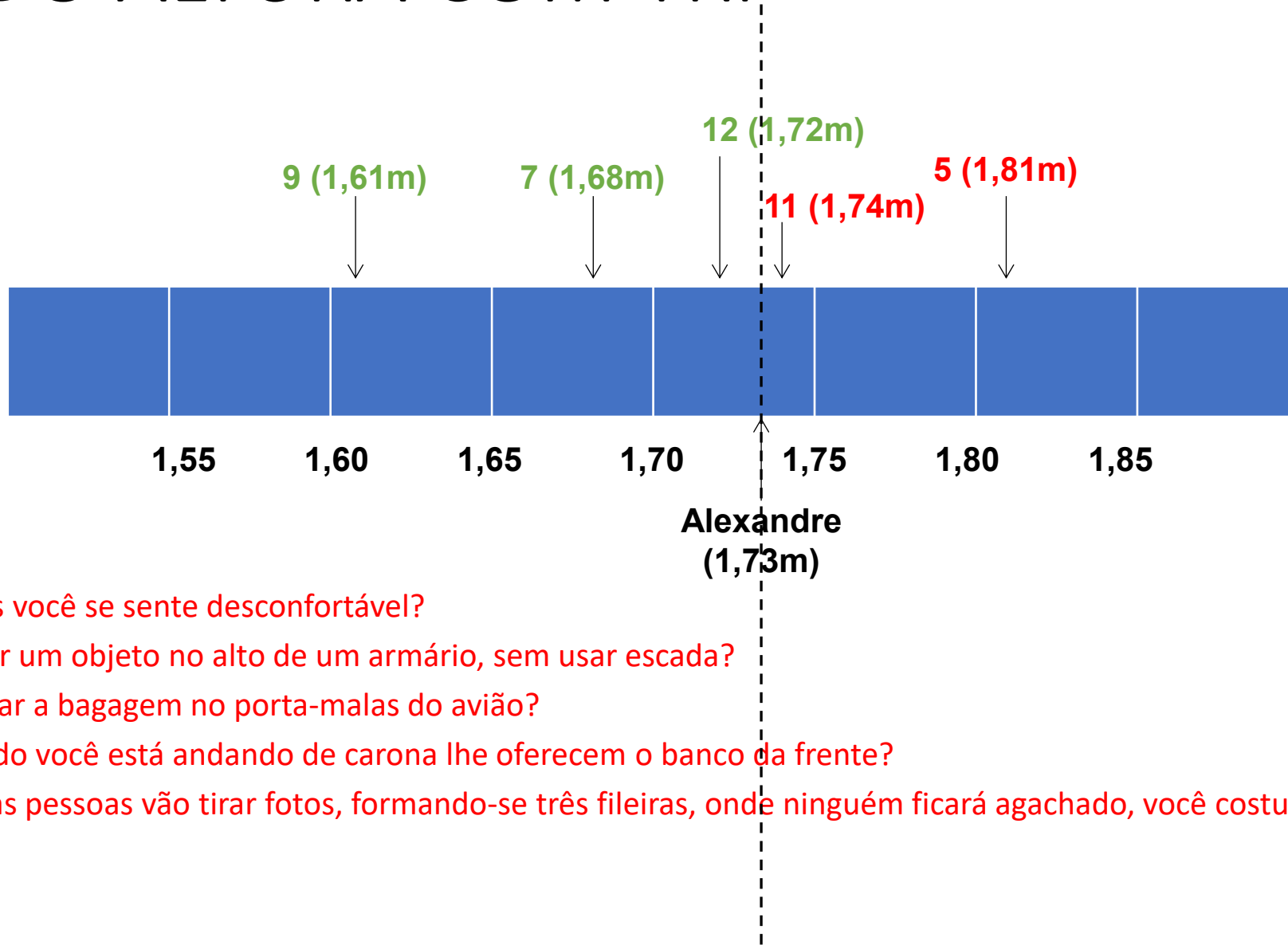
7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?

9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?

11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?

12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

MEDINDO ALTURA COM TRI



5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?

7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?

9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?

11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?

12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

TEORIAS DA MEDIDA

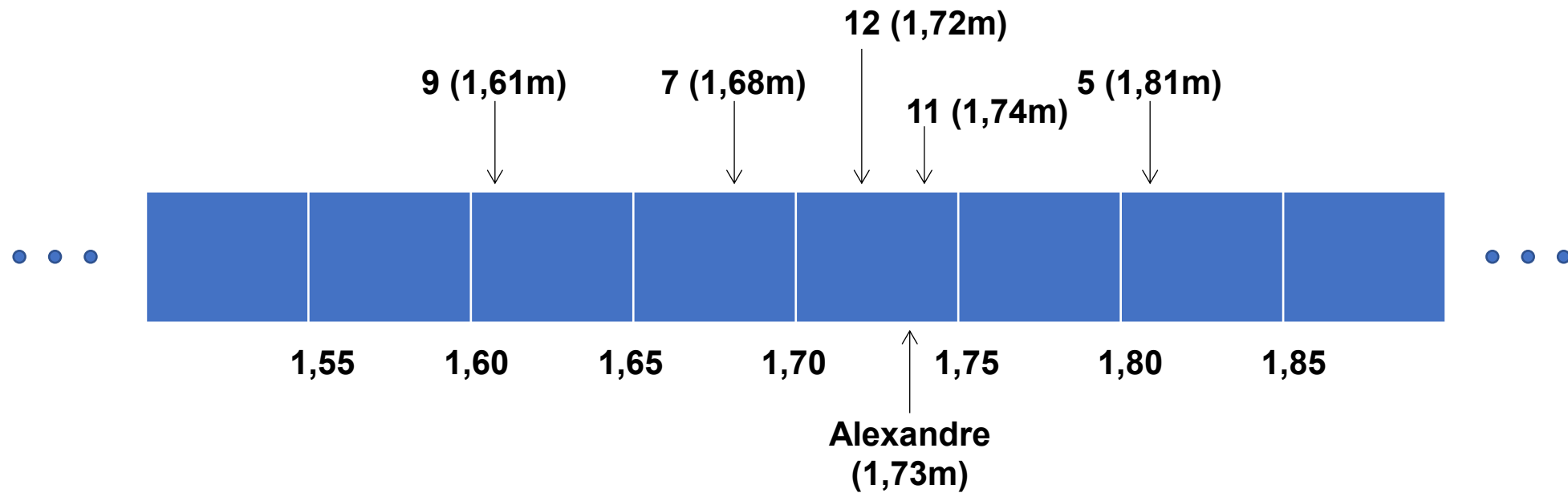
Teoria Clássica dos Testes (TCT)	Teoria de Resposta ao Item (TRI)
Escore: porcentagem de acertos	Escore: estimado por meio de um modelo probabilístico
A medida depende do teste (por exemplo, dificuldade dos itens)	A medida independe do teste
As características dos itens dependem dos respondentes	As características dos itens não dependem dos respondentes

Como garantir comparabilidade?

MEDINDO ALTURA COM TRI

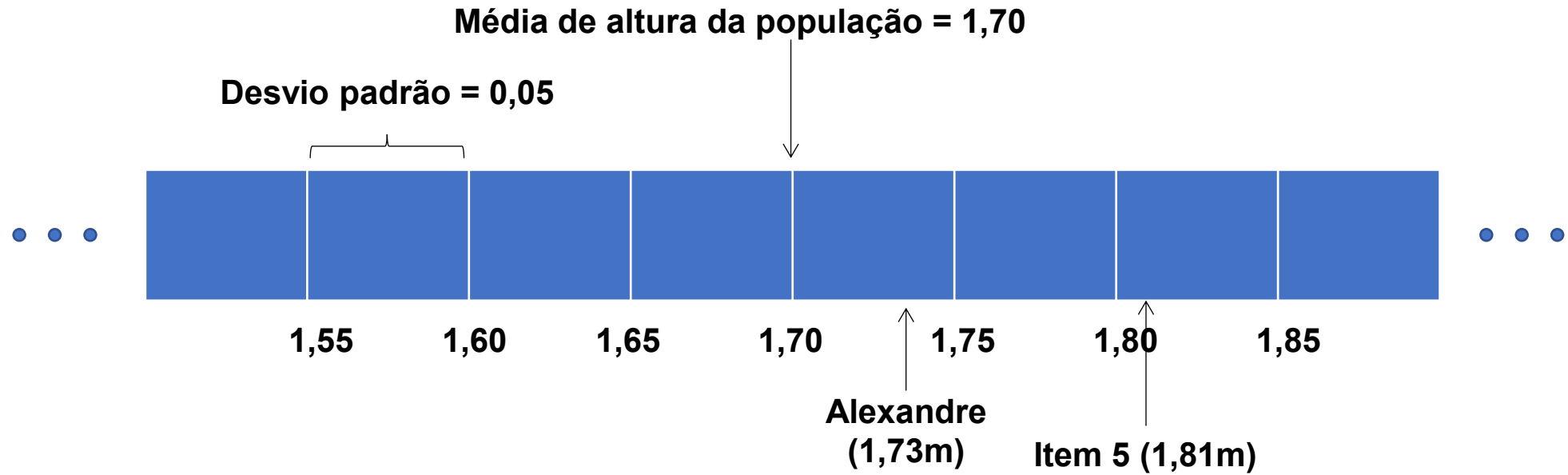
1. Na cama você frequentemente sente frio nos pés?
2. Você frequentemente desce as escadas de dois em dois degraus?
3. Você acha que se daria bem em um time de basquete?
4. Como policial, você impressionaria muito?
5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?
6. Você literalmente olha para seus colegas de cima para baixo?
7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
8. Você abaixa quando vai passar por uma porta?
9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
10. Você regula o banco do carro para trás?
11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?
12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?
13. Você tem dificuldade para se acomodar no ônibus?
14. Em uma fila, por ordem de tamanho, você é sempre colocado atrás?

CONSTRUÇÃO DA RÉGUA

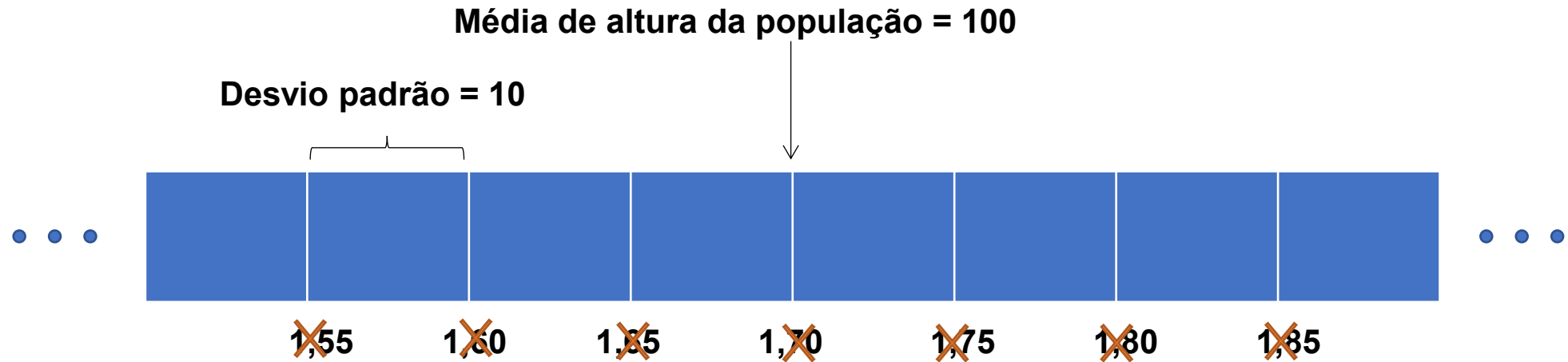


- 5. Na maioria dos carros você se sente desconfortável?
- 7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
- 9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
- 11. Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?
- 12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

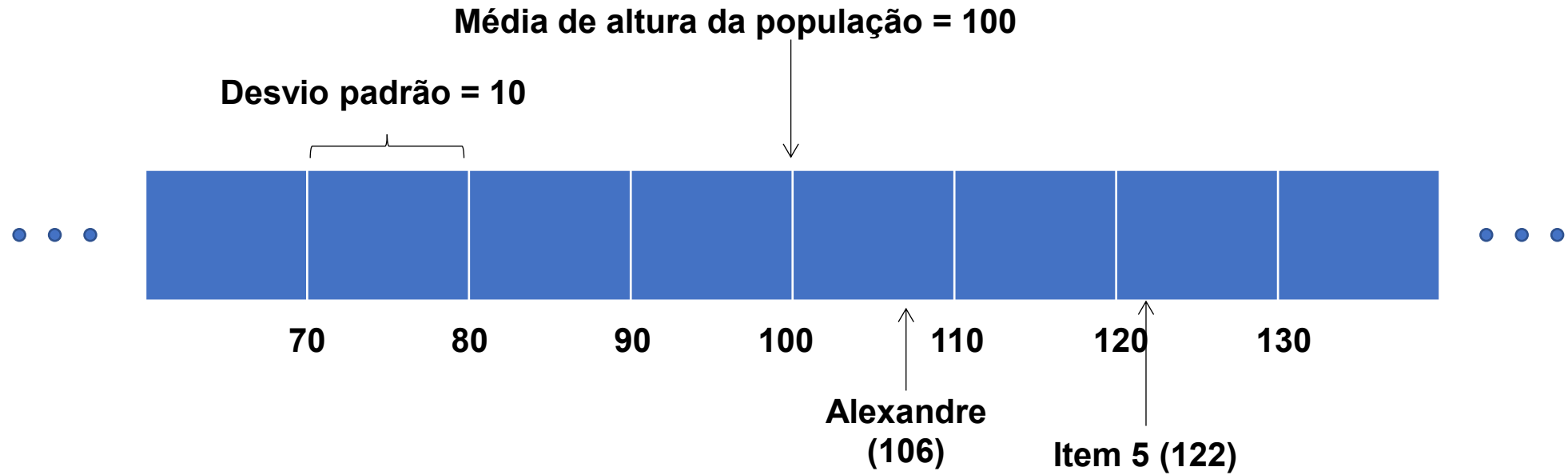
CONSTRUÇÃO DA RÉGUA



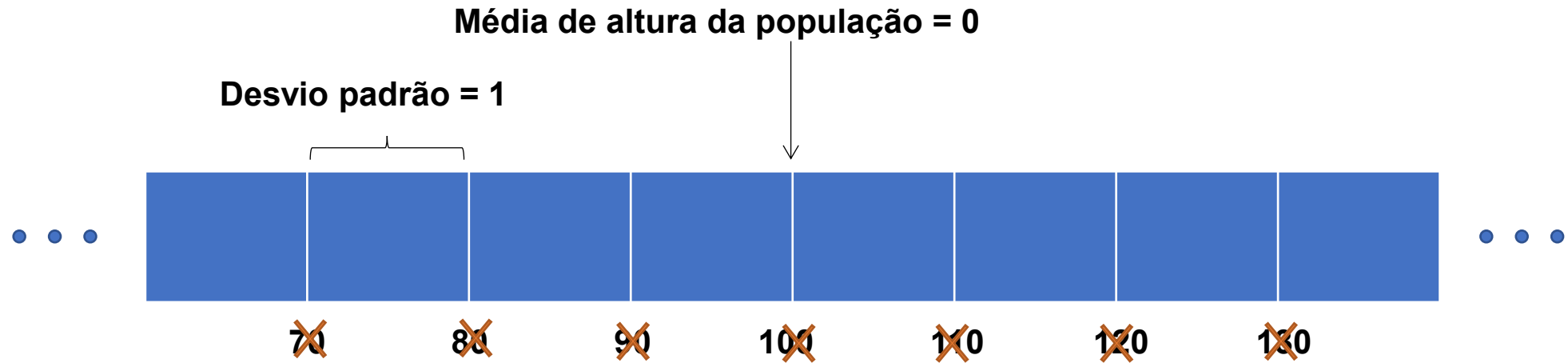
CONSTRUÇÃO DA RÉGUA



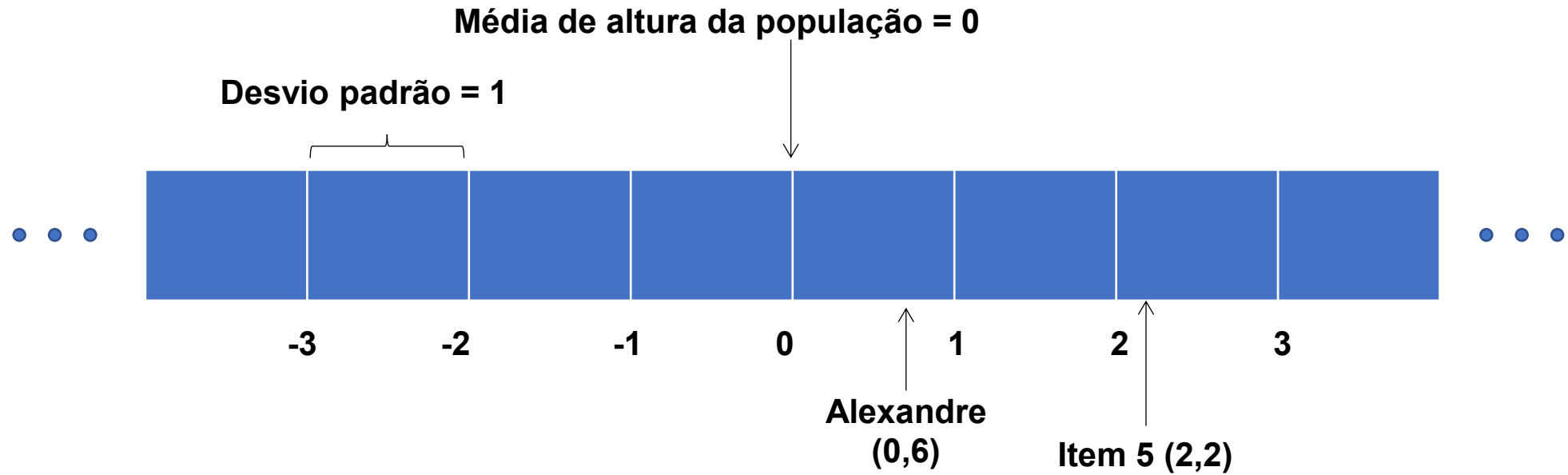
CONSTRUÇÃO DA RÉGUA



CONSTRUÇÃO DA RÉGUA



CONSTRUÇÃO DA RÉGUA





BOLETIM INDIVIDUAL DE RESULTADOS – ENEM 2009

NOME: MARIA BRASIL

INSCRIÇÃO: 202212345678

CPF: 123456789-00

Caro Participante,

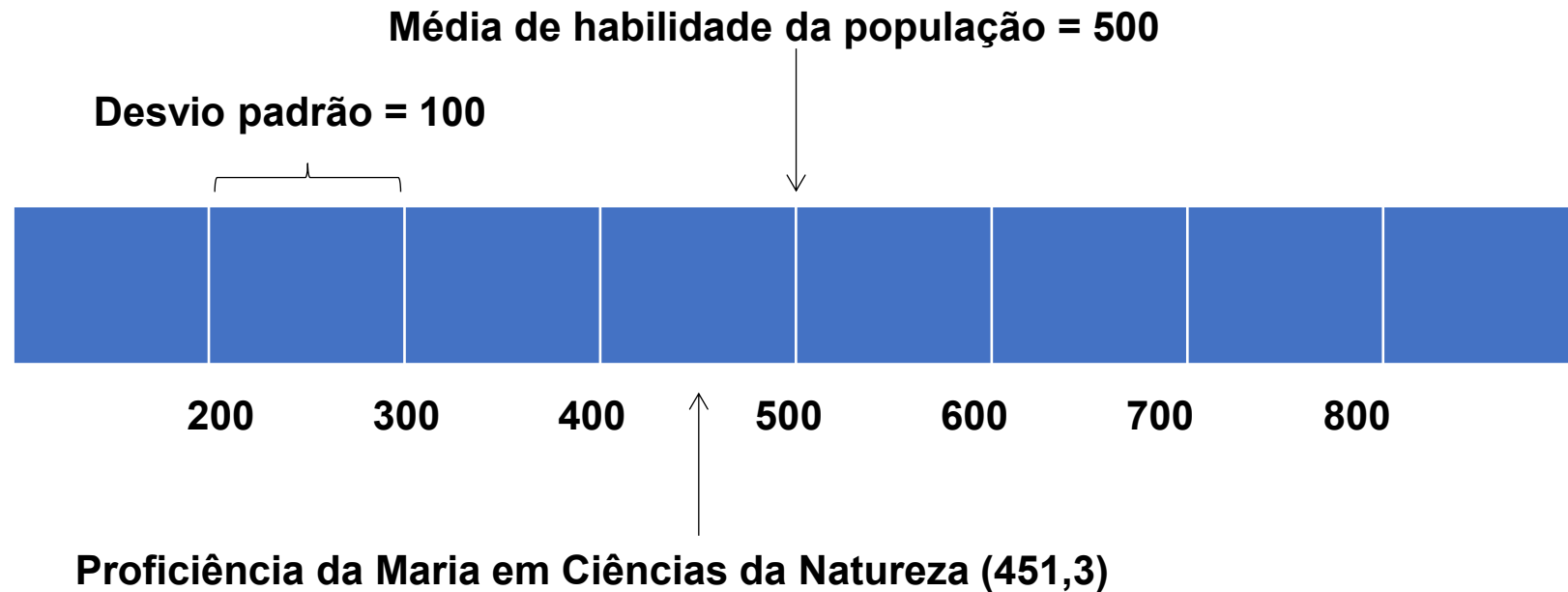
Este boletim apresenta sua nota para cada área do conhecimento avaliada no Enem 2009.

Os valores estão apresentados no quadro abaixo.

Área do conhecimento	Sua nota	Situação
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	451,3	Presente
Ciências Humanas e suas Tecnologias	499,9	Presente
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	591,7	Presente
Matemática e suas Tecnologias	520,5	Presente
Redação	650,0	Presente

A RÉGUA DO ENEM

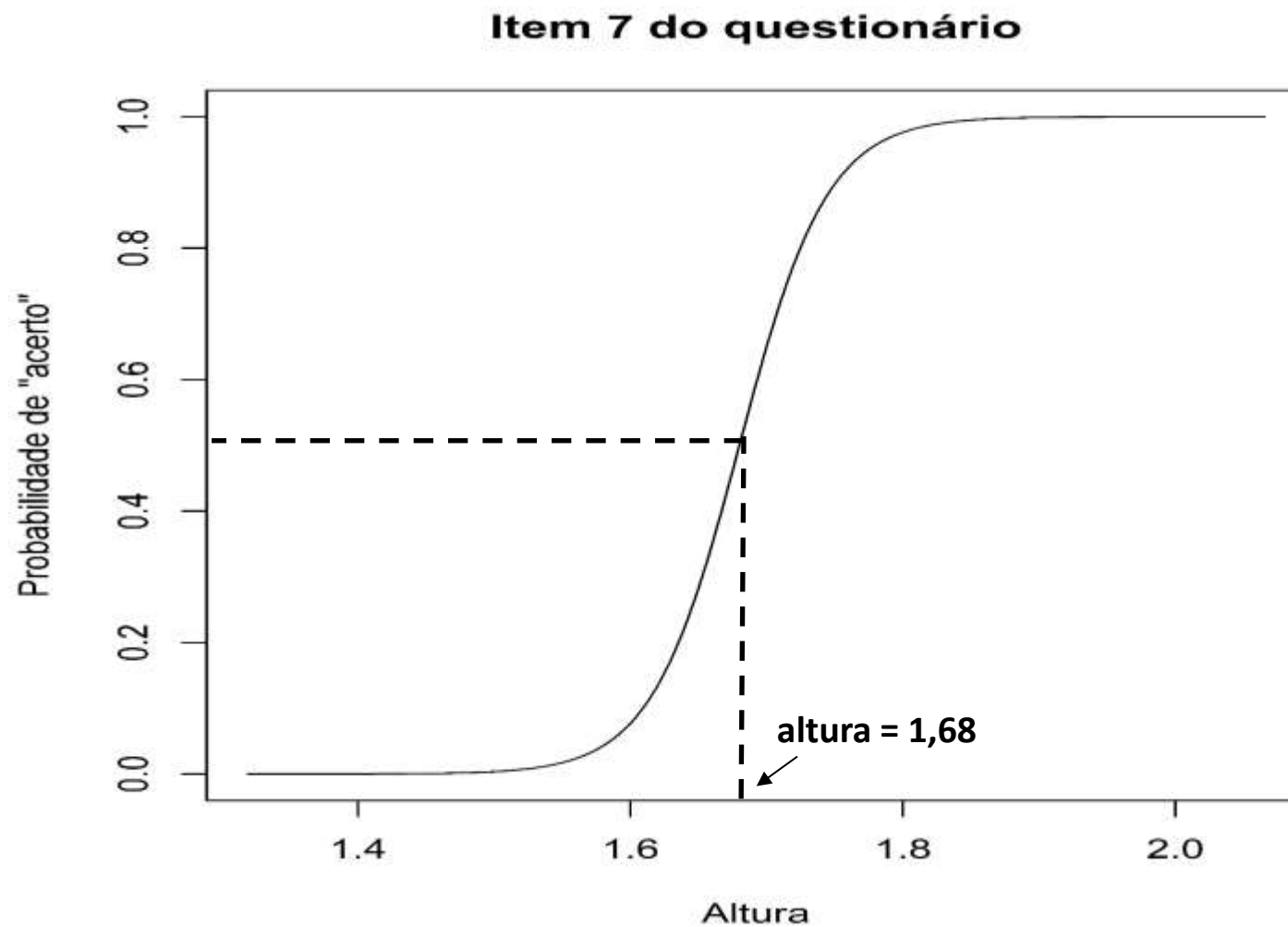
- Quatro métricas diferentes: uma para cada área do conhecimento



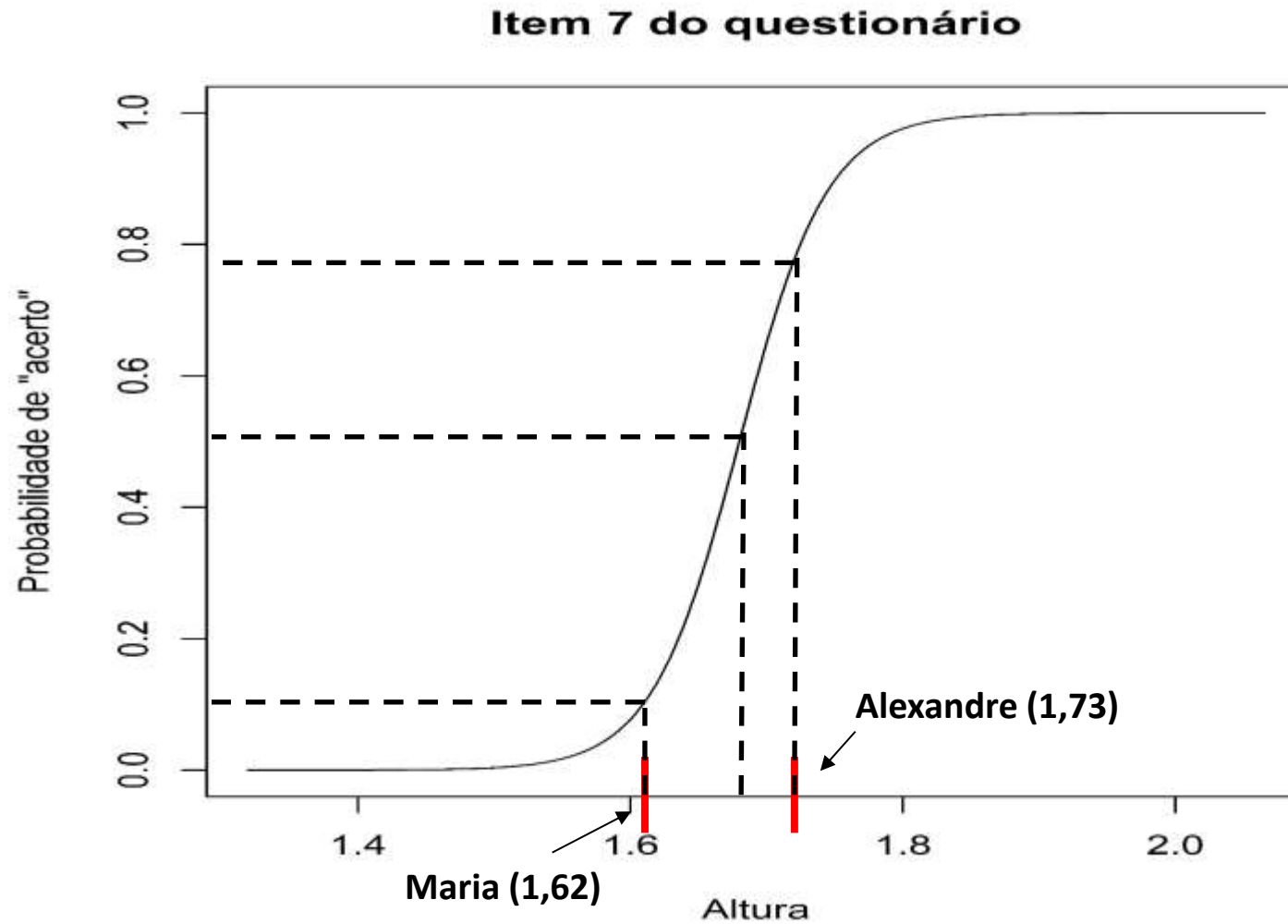


**Duas alturas, a
mesma medida**
(comparabilidade no Enem)

COMPORTAMENTO DE UM ITEM

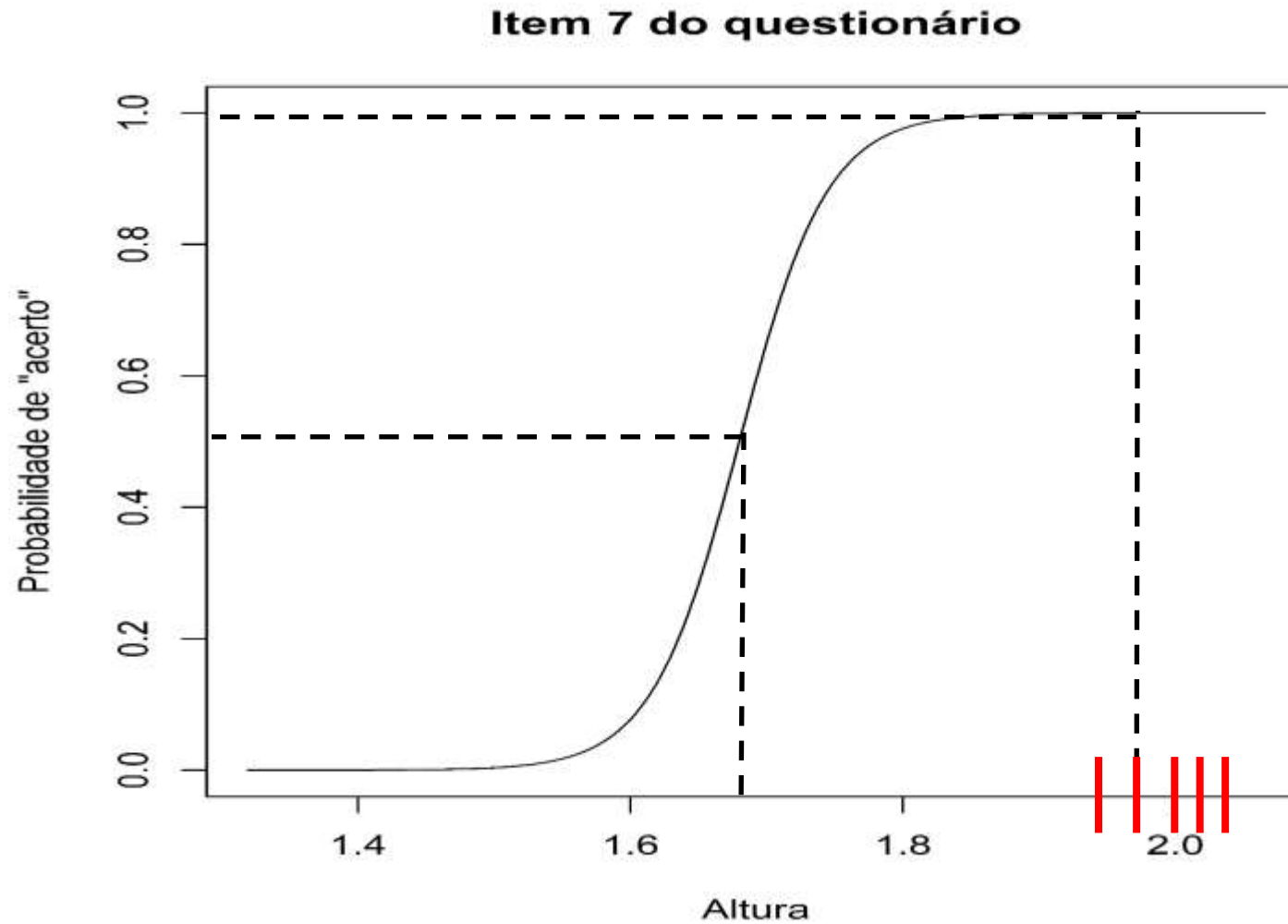


COMPORTAMENTO DE UM ITEM



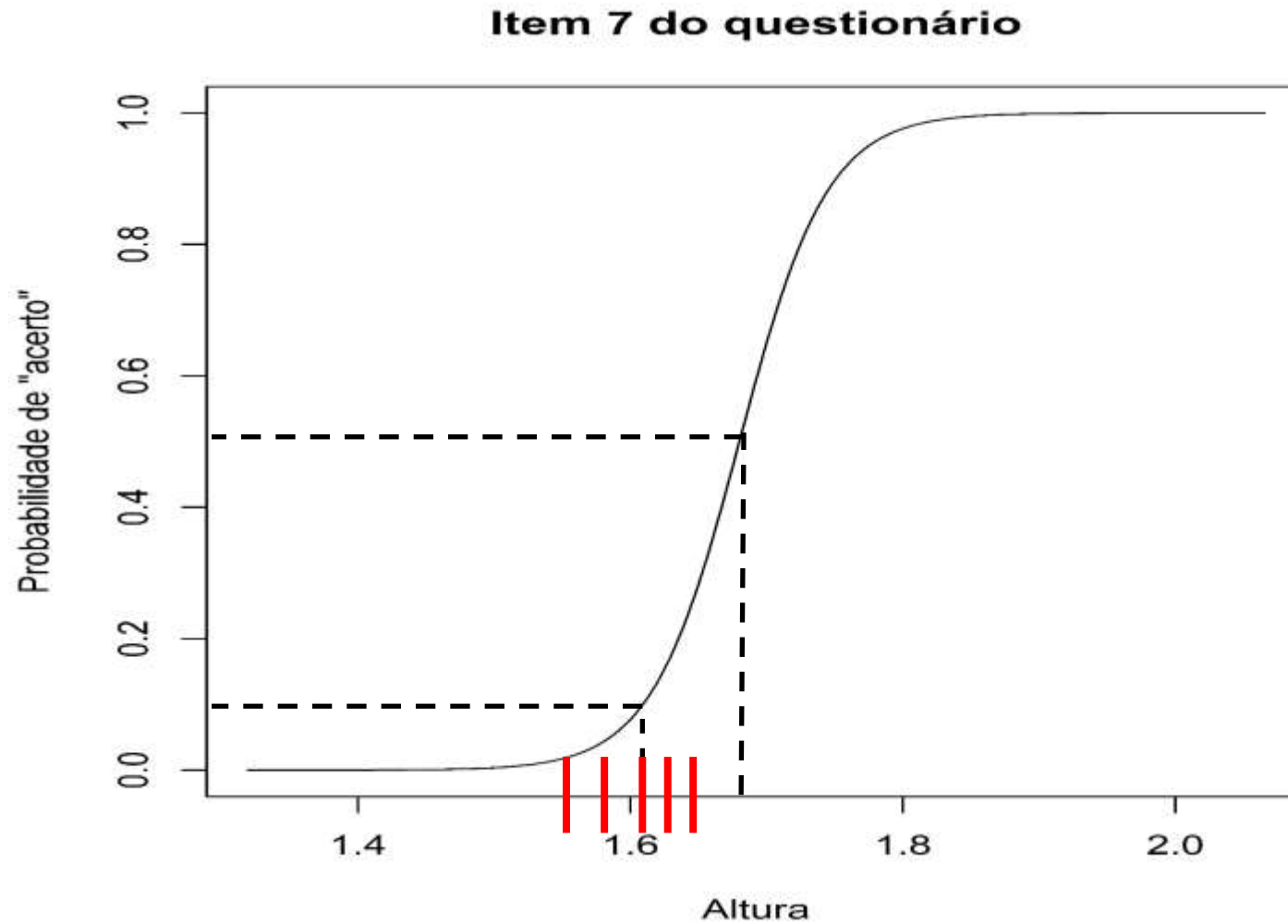
E se o item fosse aplicado para a Maria (1,62m)?

COMPORTAMENTO DE UM ITEM



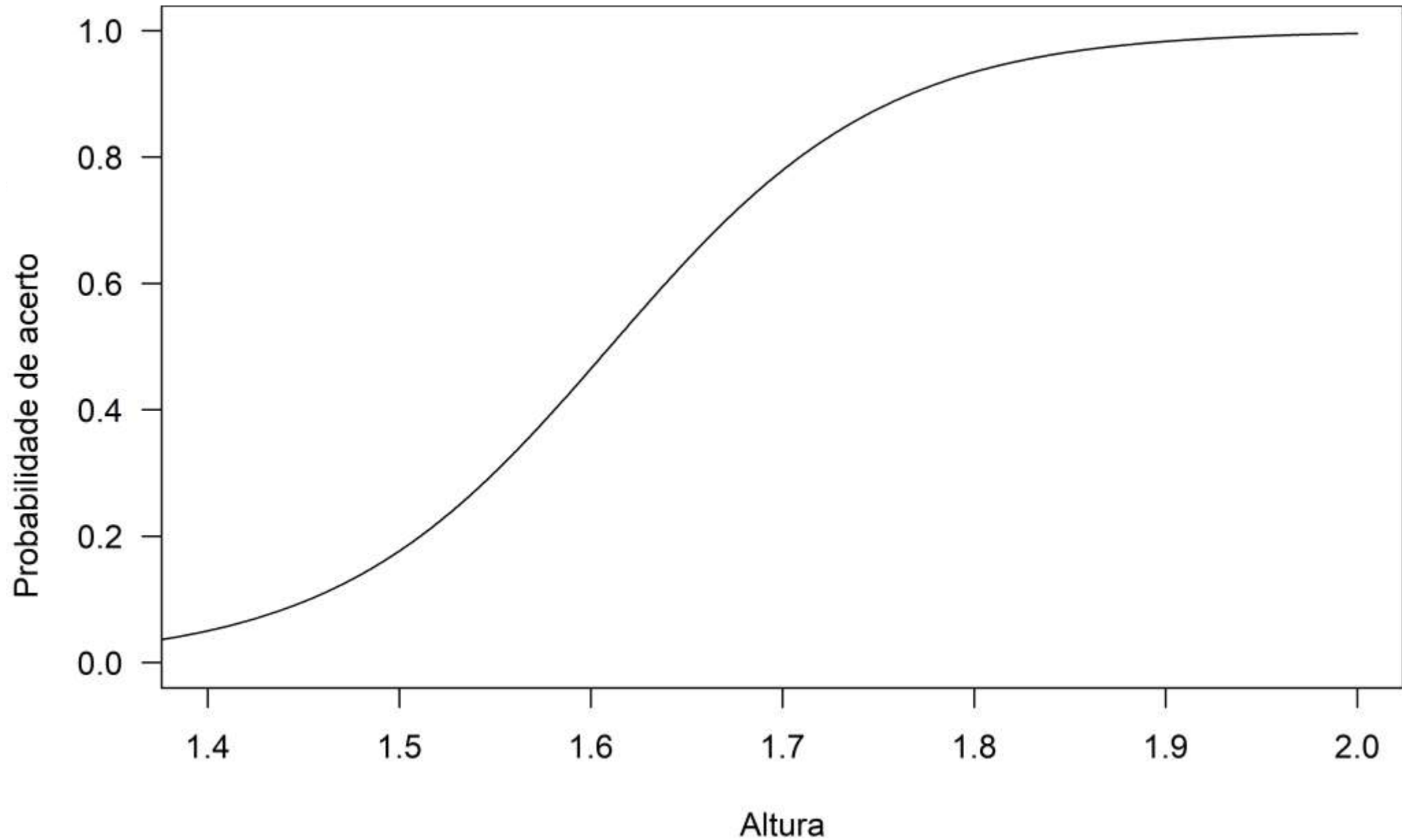
E se o item fosse aplicado para homens de um time de basquete profissional?

COMPORTAMENTO DE UM ITEM

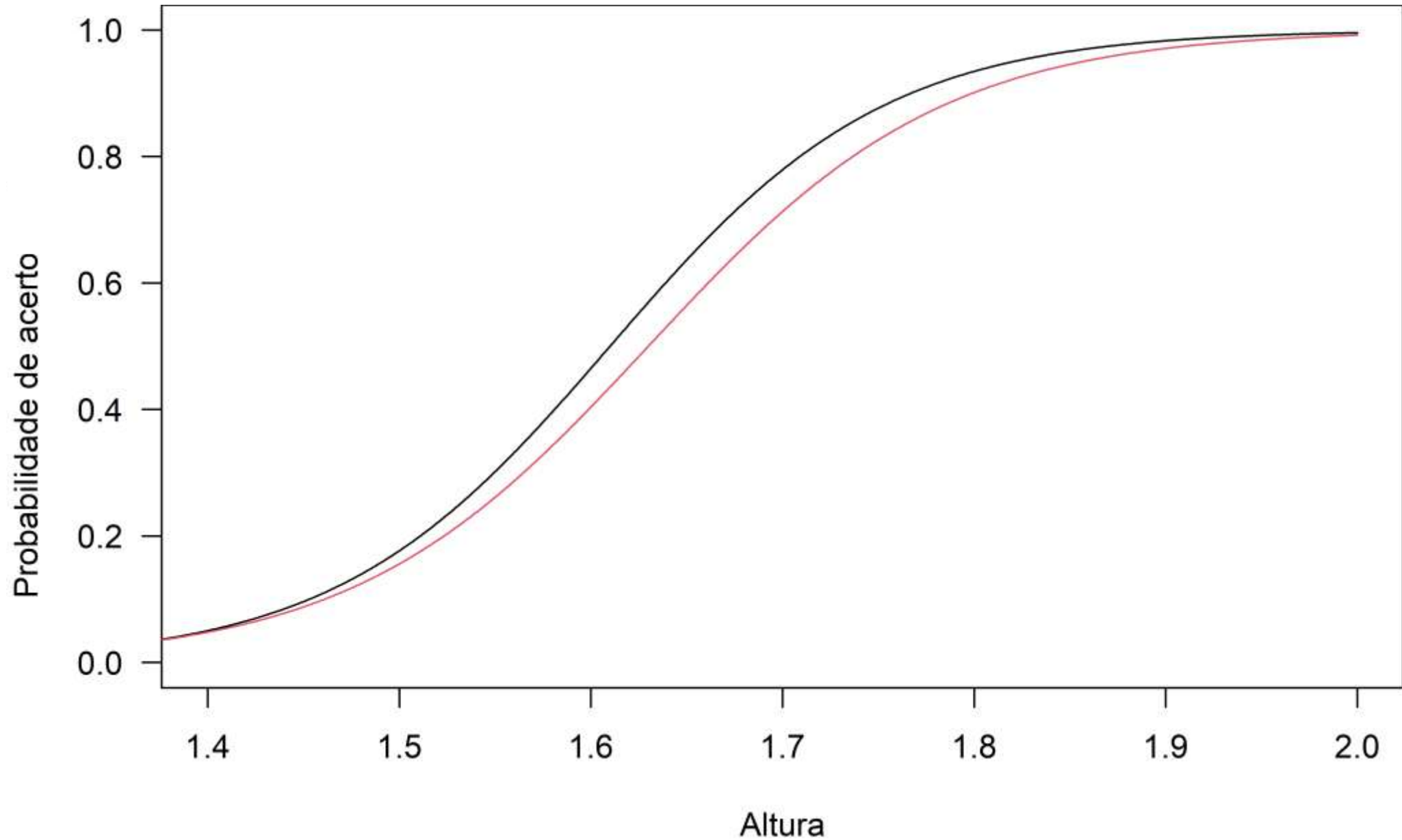


E se o item fosse aplicado para mulheres de uma equipe de ginástica artística?

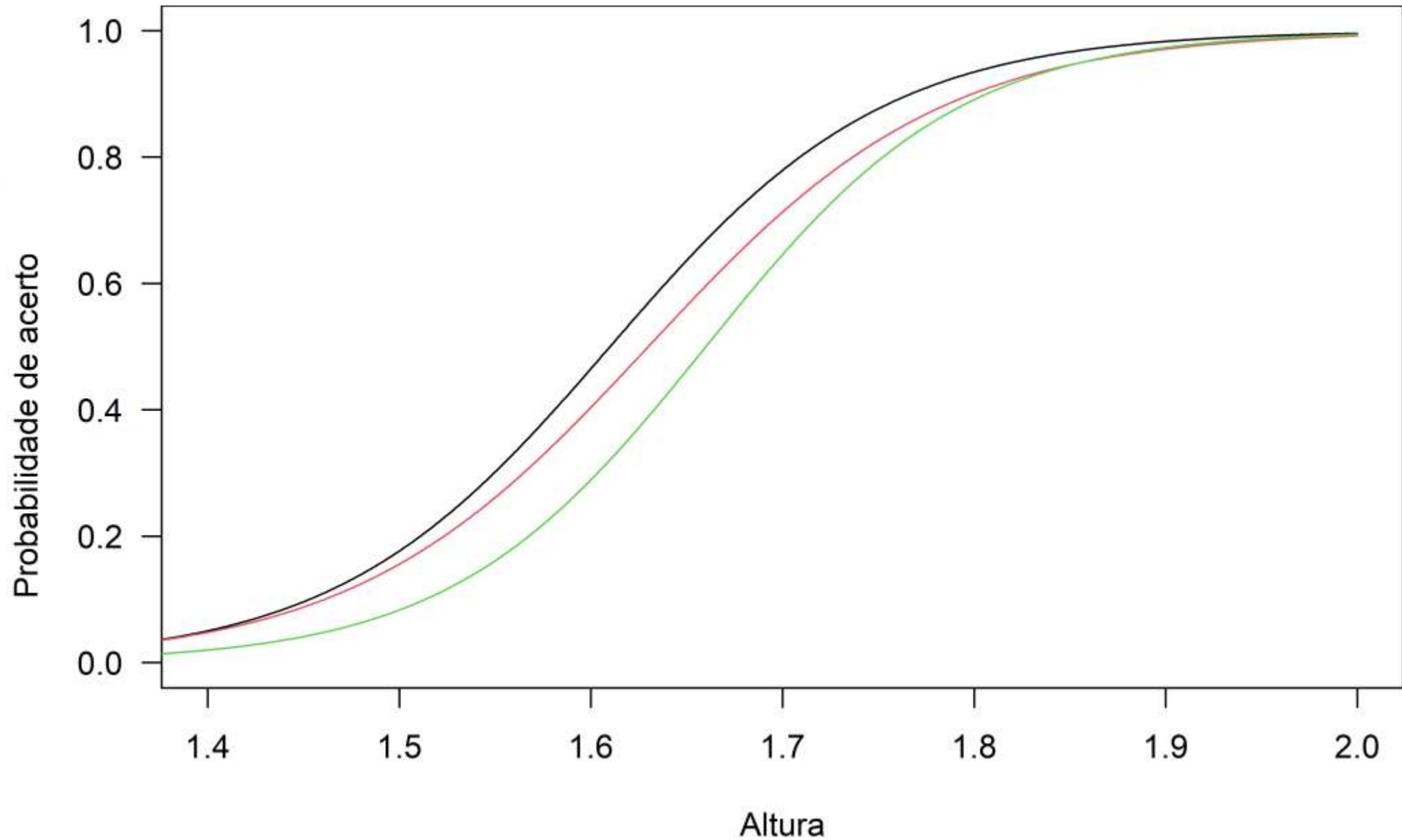
APLICAÇÃO DE NOVOS ITENS



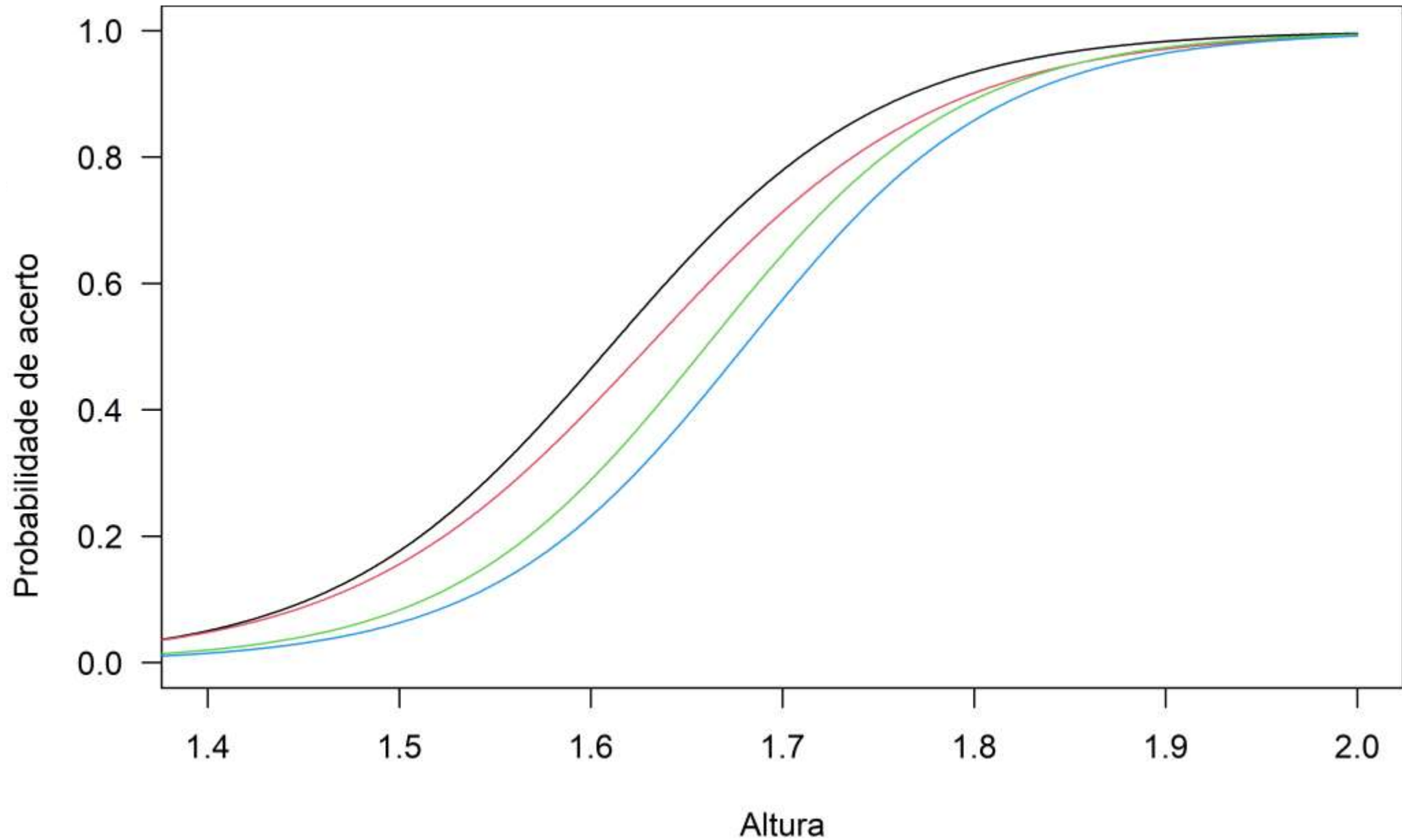
APLICAÇÃO DE NOVOS ITENS



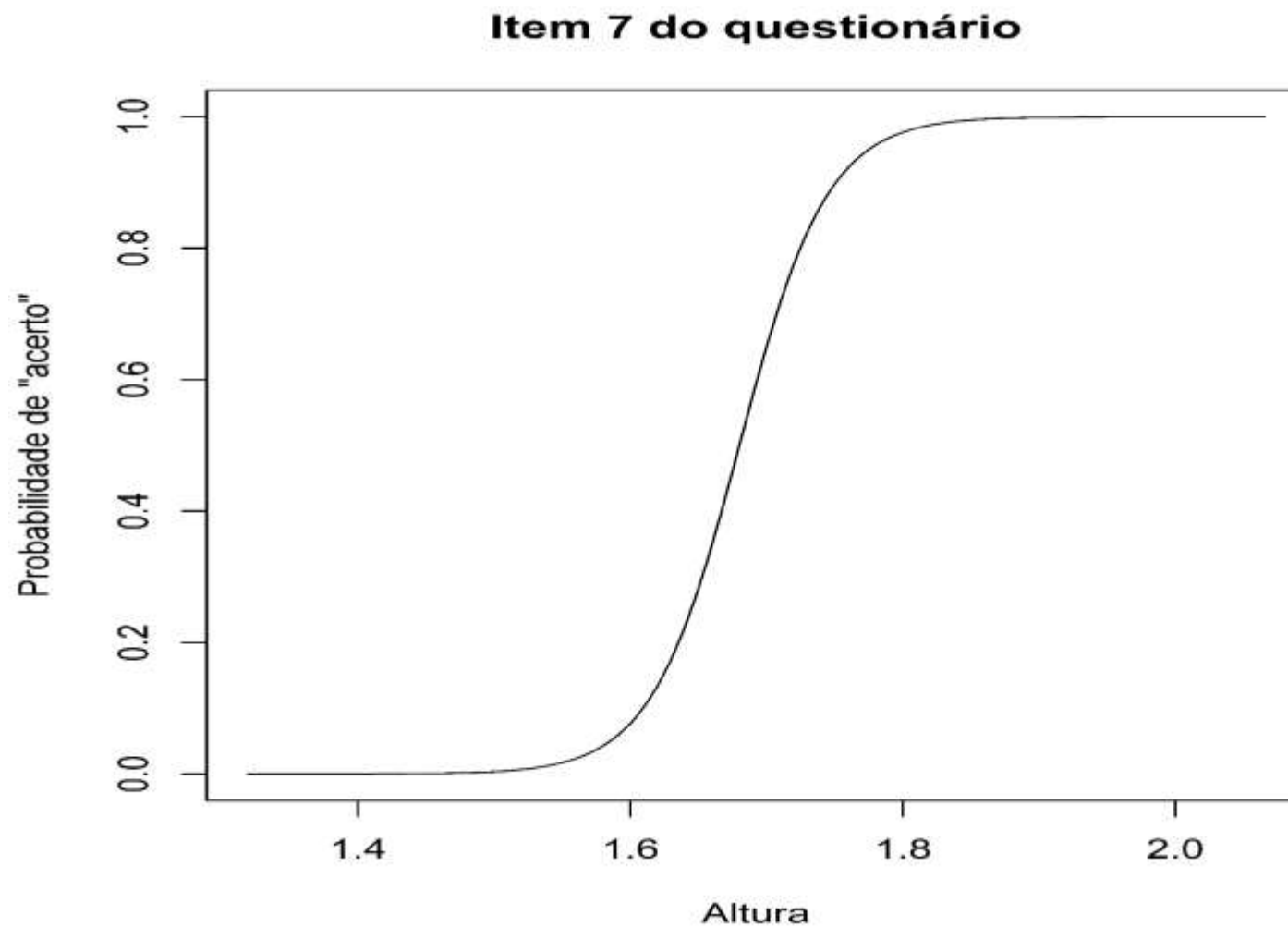
APLICAÇÃO DE NOVOS ITENS



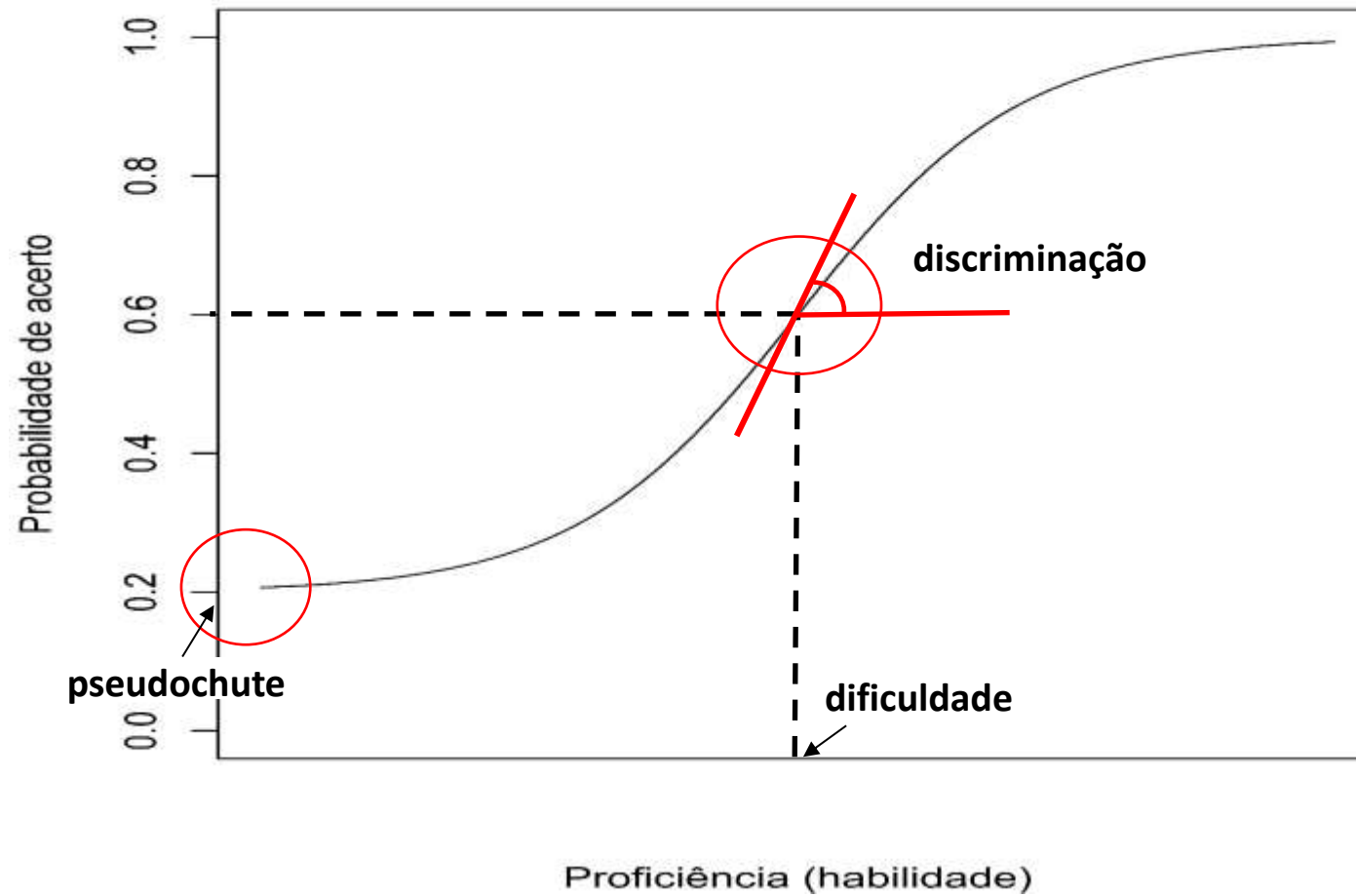
APLICAÇÃO DE NOVOS ITENS



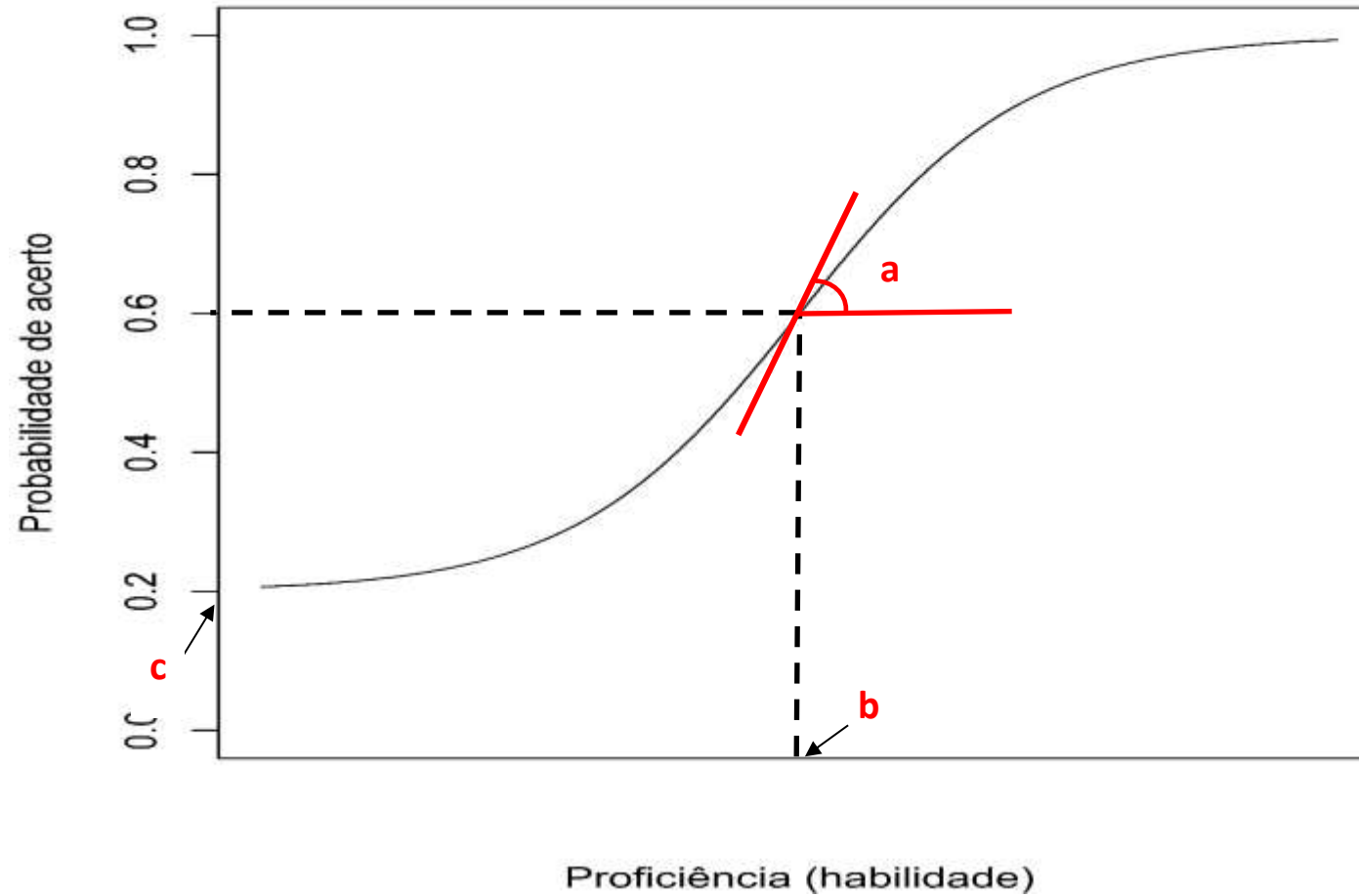
COMPORTAMENTO DE UM ITEM



COMPORTAMENTO DE UM ITEM




COMPORTAMENTO DE UM ITEM



$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}$$

COMPORTAMENTO DE UM ITEM

- Vamos brincar com os parâmetros?
- Para abrir a aplicação:
 - `devtools::install_github('alexandrejaloto/INEPsico')`
 - `INEPsico::brincar()`



Fita métrica x Medidor digital

(Enem no papel x Enem digital)

FITA MÉTRICA x DIGITAL



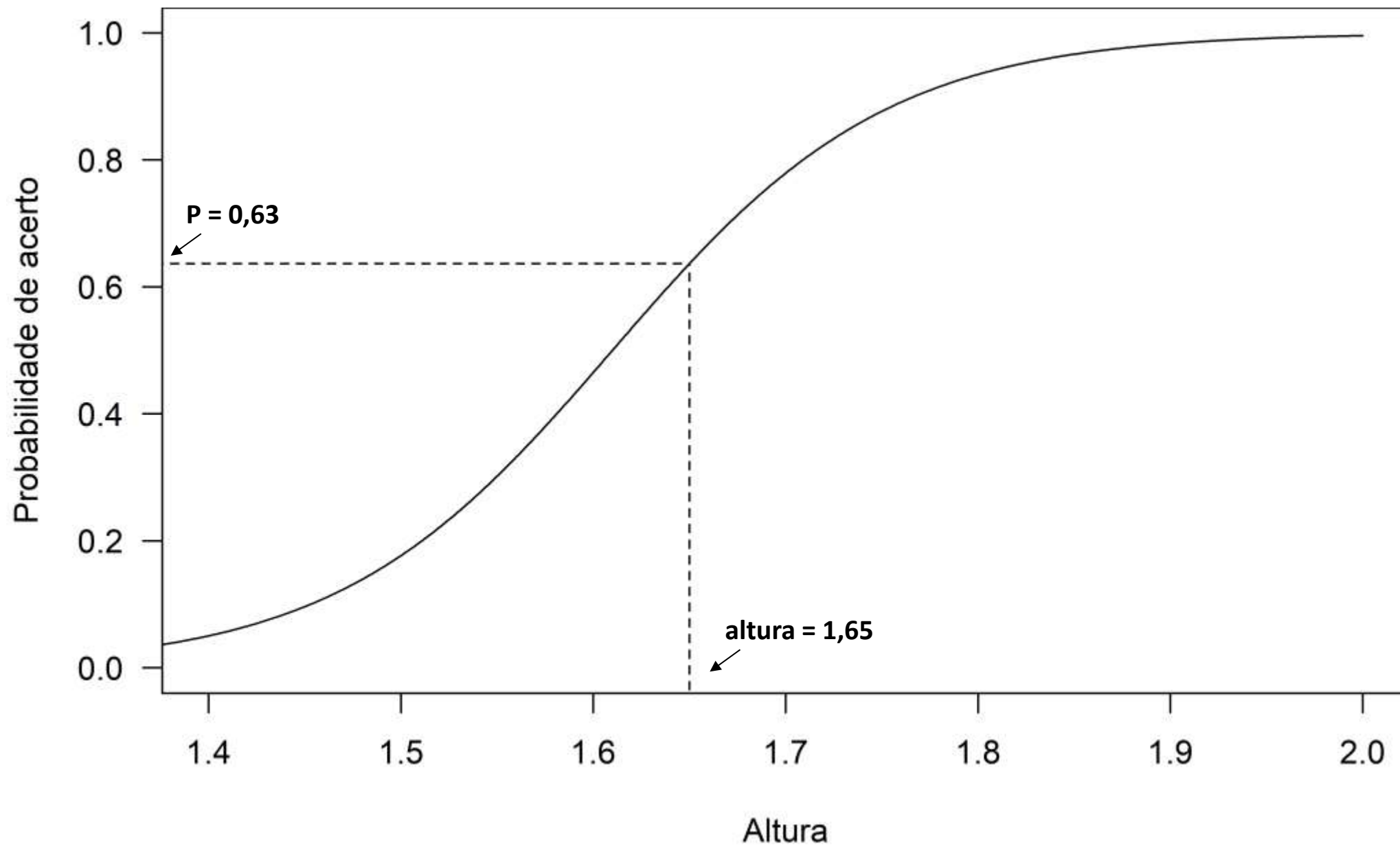
x



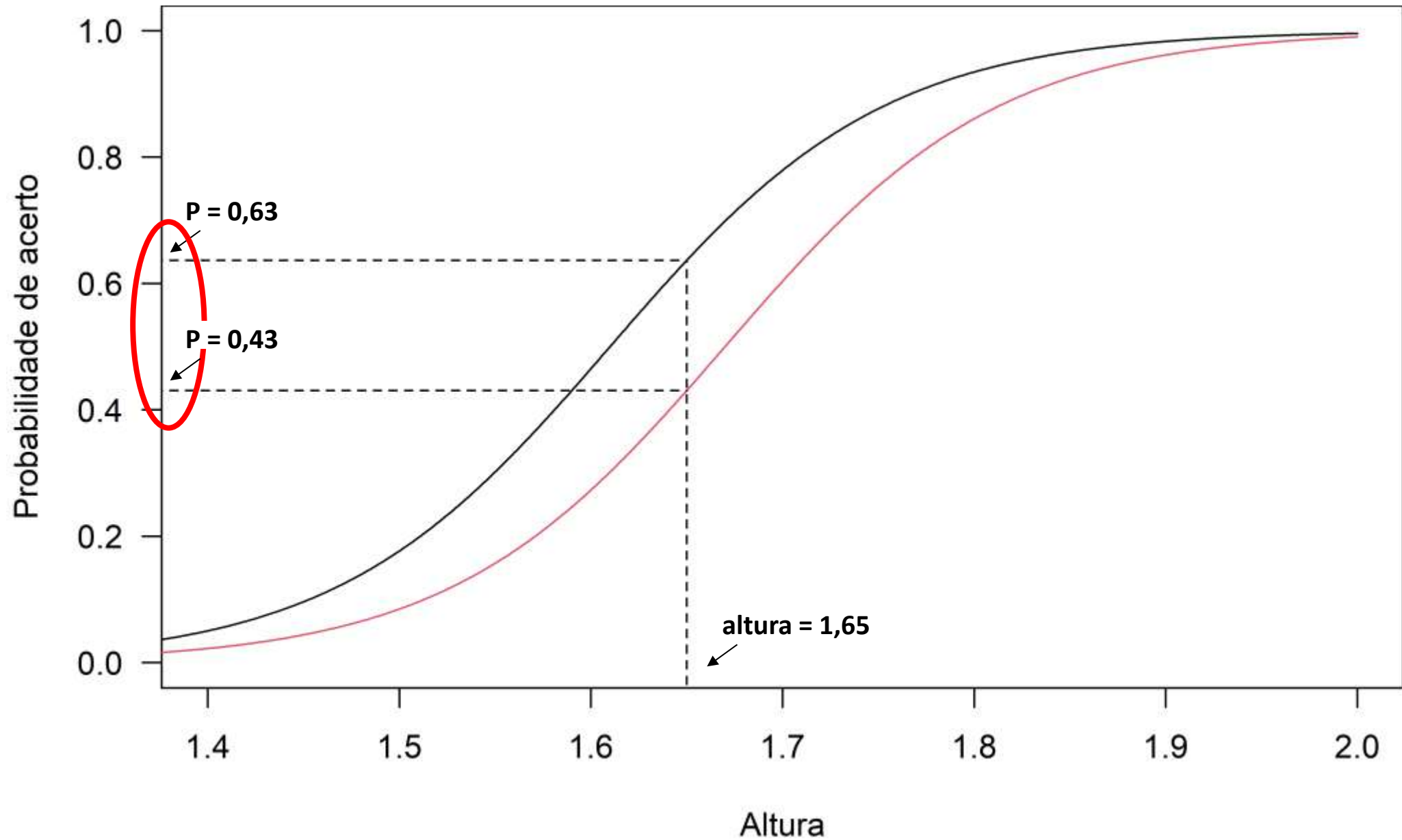
PAPEL x COMPUTADOR

- De 2020 a 2022, houve aplicação computadorizada do Enem
- Uma grande questão: o item fica mais fácil no computador?
 - Se Maria Brasil responder o item 7 da altura no computador ou no papel, faz diferença?
- Análise de Funcionamento Diferencial do Item (DIF)

PAPEL x COMPUTADOR



PAPEL x COMPUTADOR





Medindo altura com vários níveis de resposta

(modelo de Samejima)

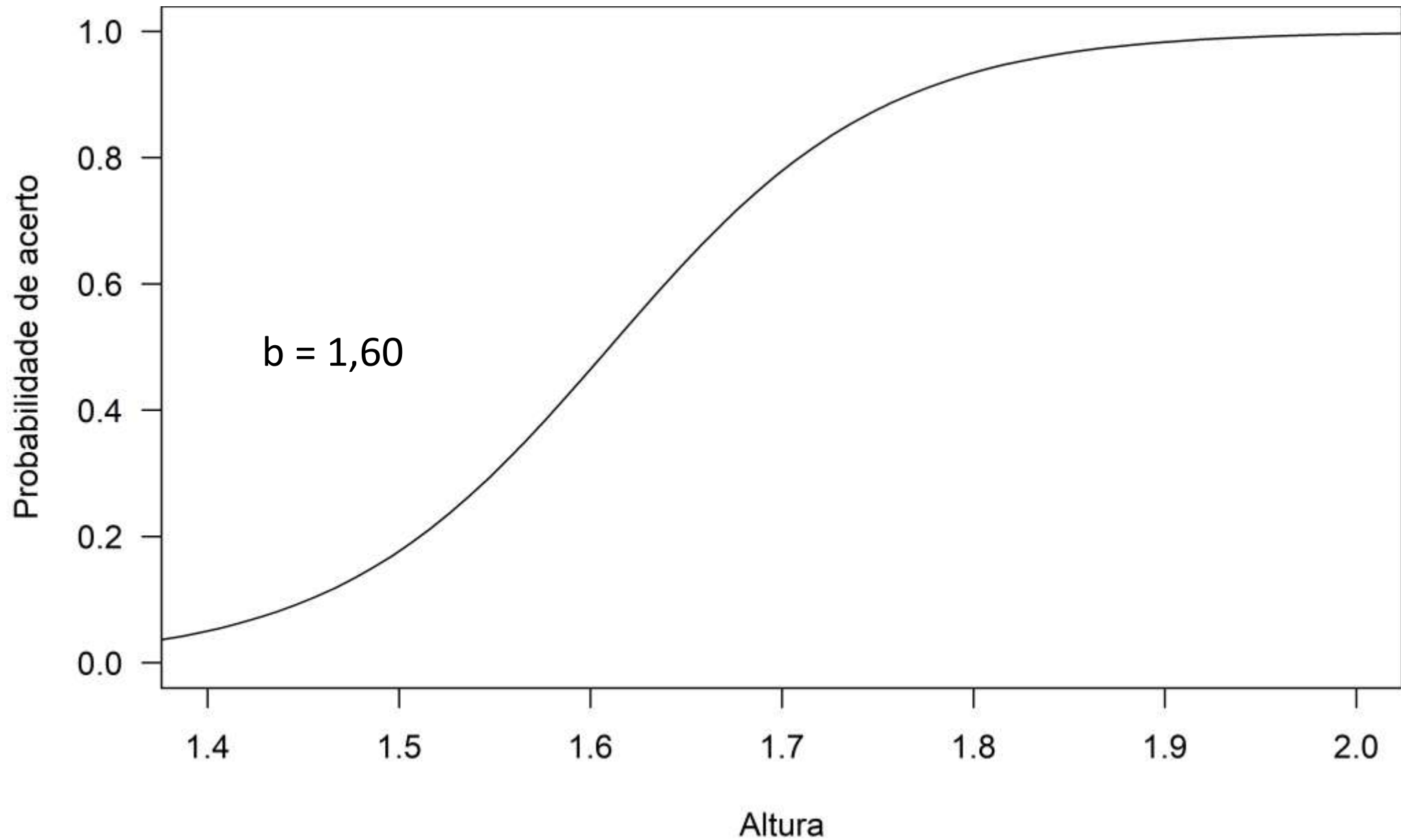
MEDINDO ALTURA COM TRI

Marque o quanto você concorda com as afirmativas:

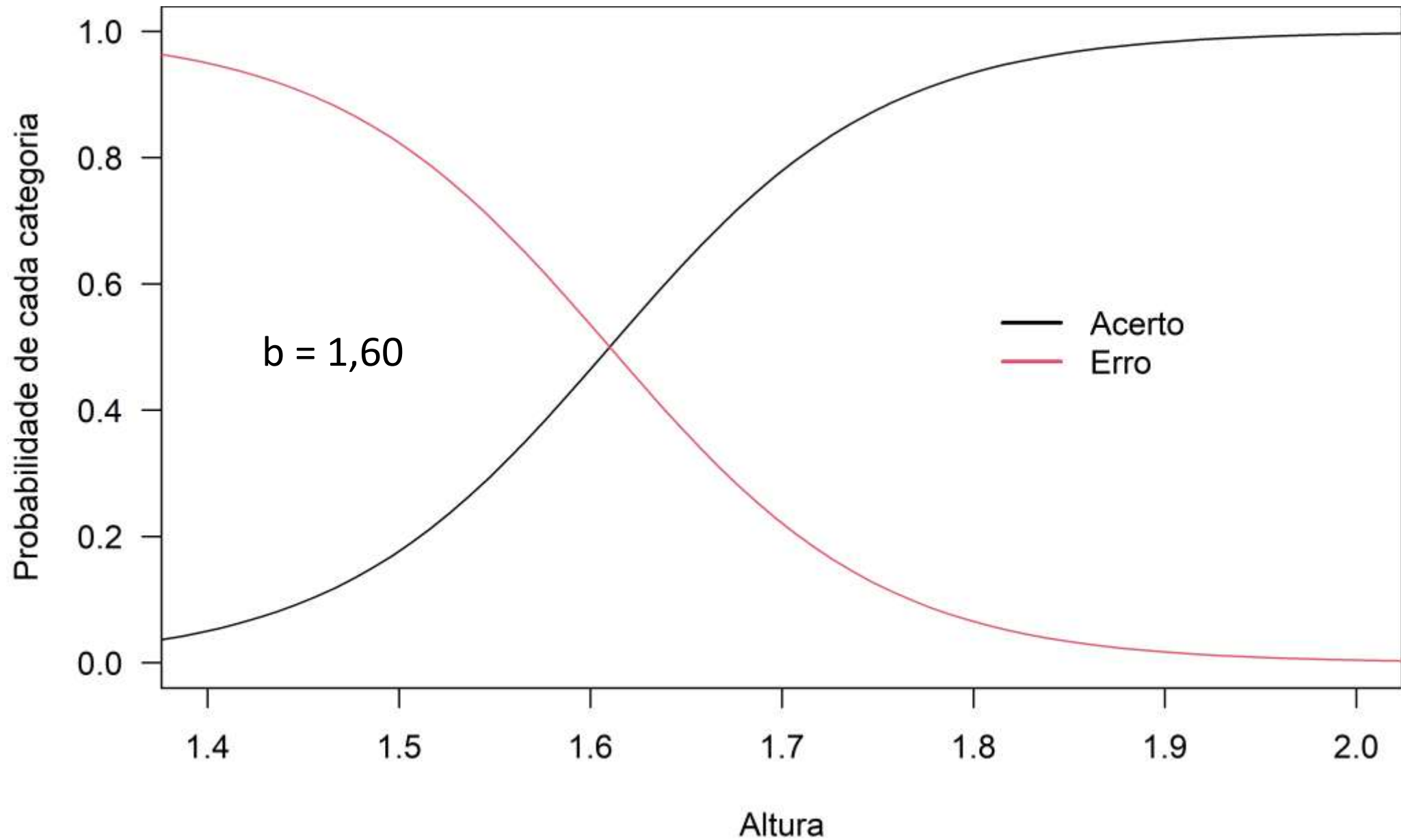
- (1) Nada
- (2) Pouco
- (3) Muito
- (4) Totalmente

- 1. Na cama eu sinto frio nos pés
- 2. Eu desço as escadas de dois em dois degraus
- 3. Eu me daria bem em um time de basquete
- 4. Como policial, eu impressionaria muito
- 5. Eu me sinto desconfortável nos carros
- 6. Eu literalmente olho para meus colegas de cima para baixo
- 7. Eu sou capaz de pegar um objeto no alto de um armário sem usar escada
- 8. Eu abaixo quando vou passar por uma porta
- 9. Eu consigo guardar a bagagem no porta-malas do avião
- 10. Eu regulo o banco do carro para trás
- 11. Quando eu ando de carona me oferecem o banco da frente
- 12. Quando vou tirar fotos com várias pessoas, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, eu fico atrás
- 13. Eu tenho dificuldade para me acomodar no ônibus
- 14. Em uma fila por ordem de tamanho eu fico atrás

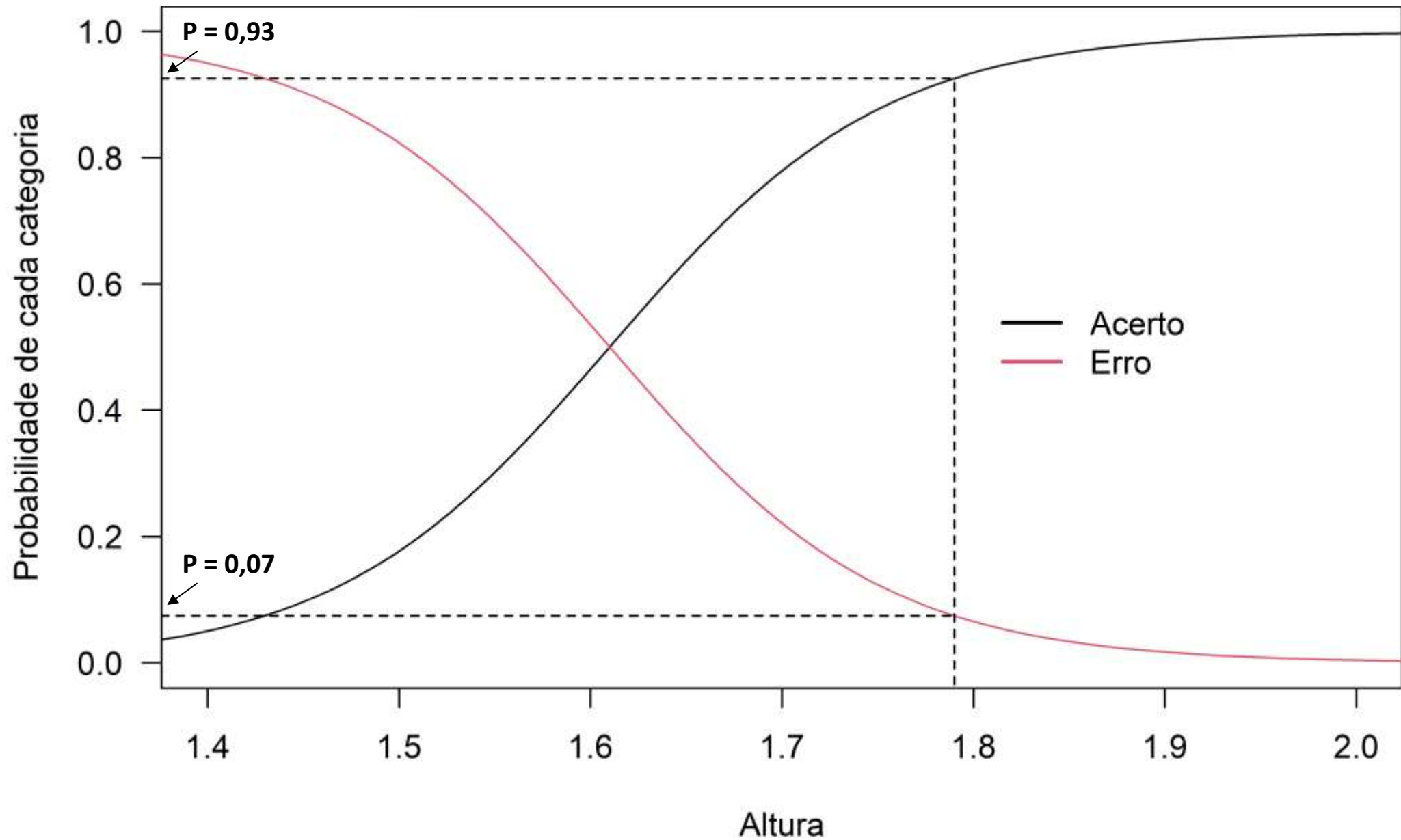
ITEM DICOTÔMICO



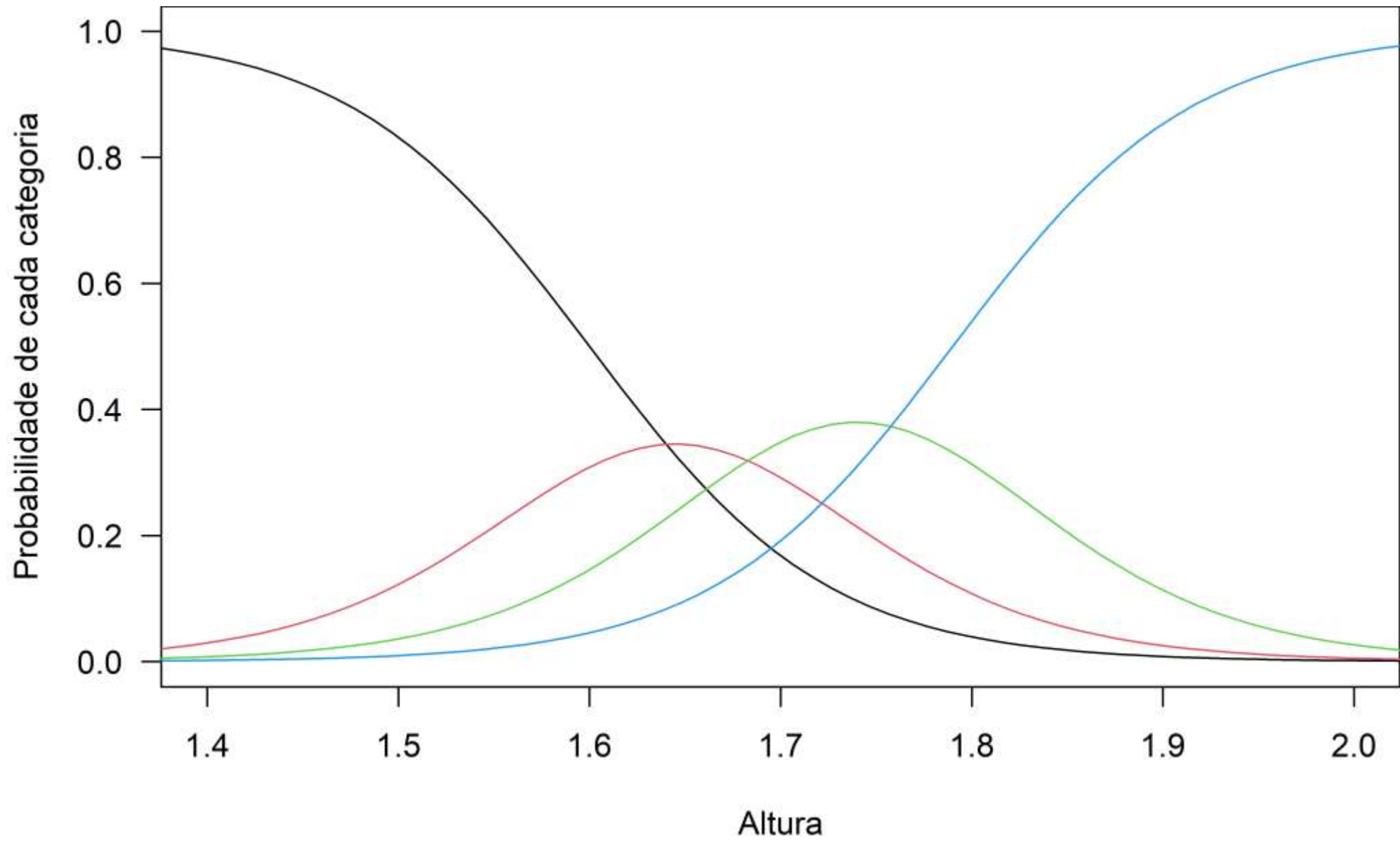
ITEM DICOTÔMICO



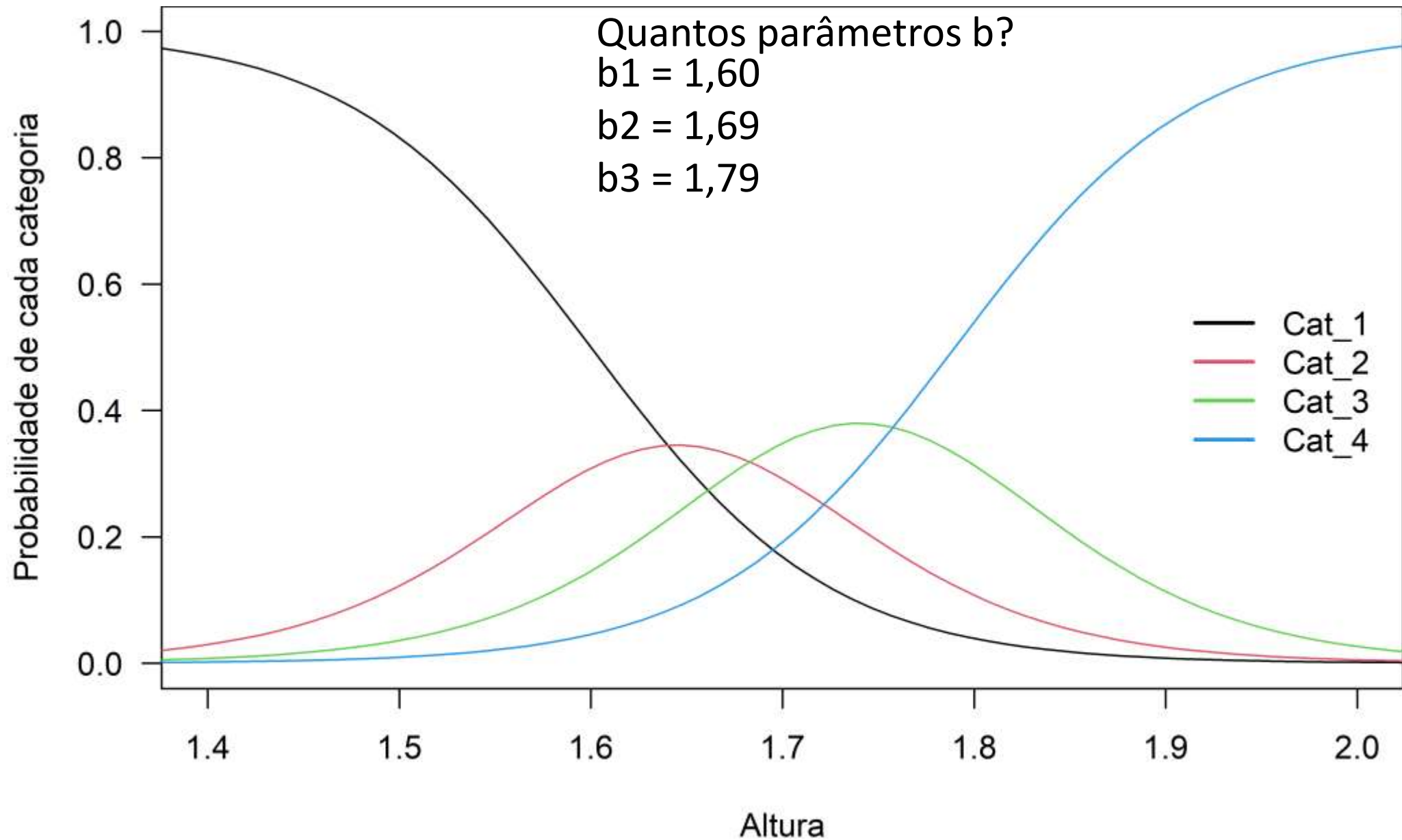
ITEM DICOTÔMICO



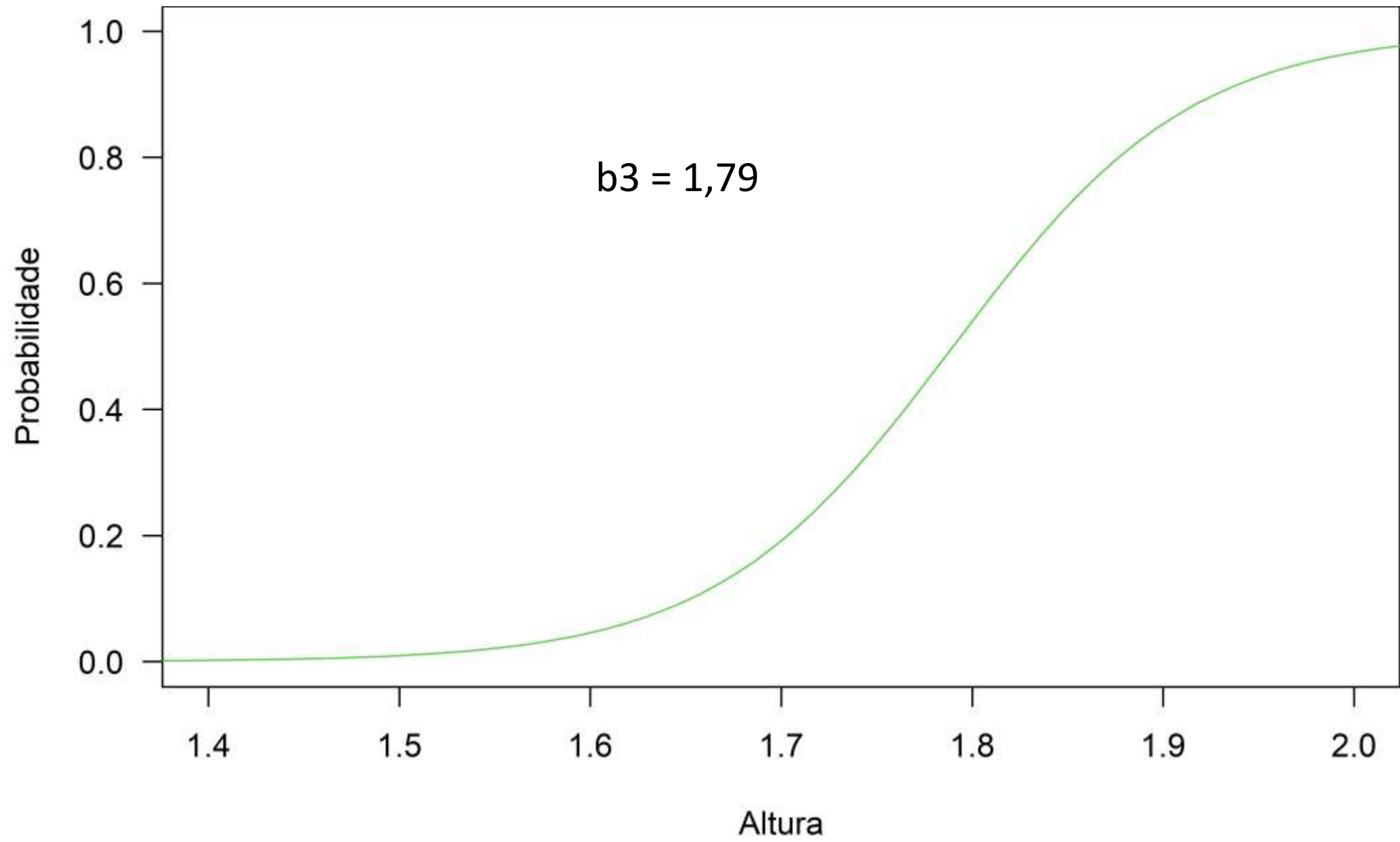
ITEM POLITÔMICO



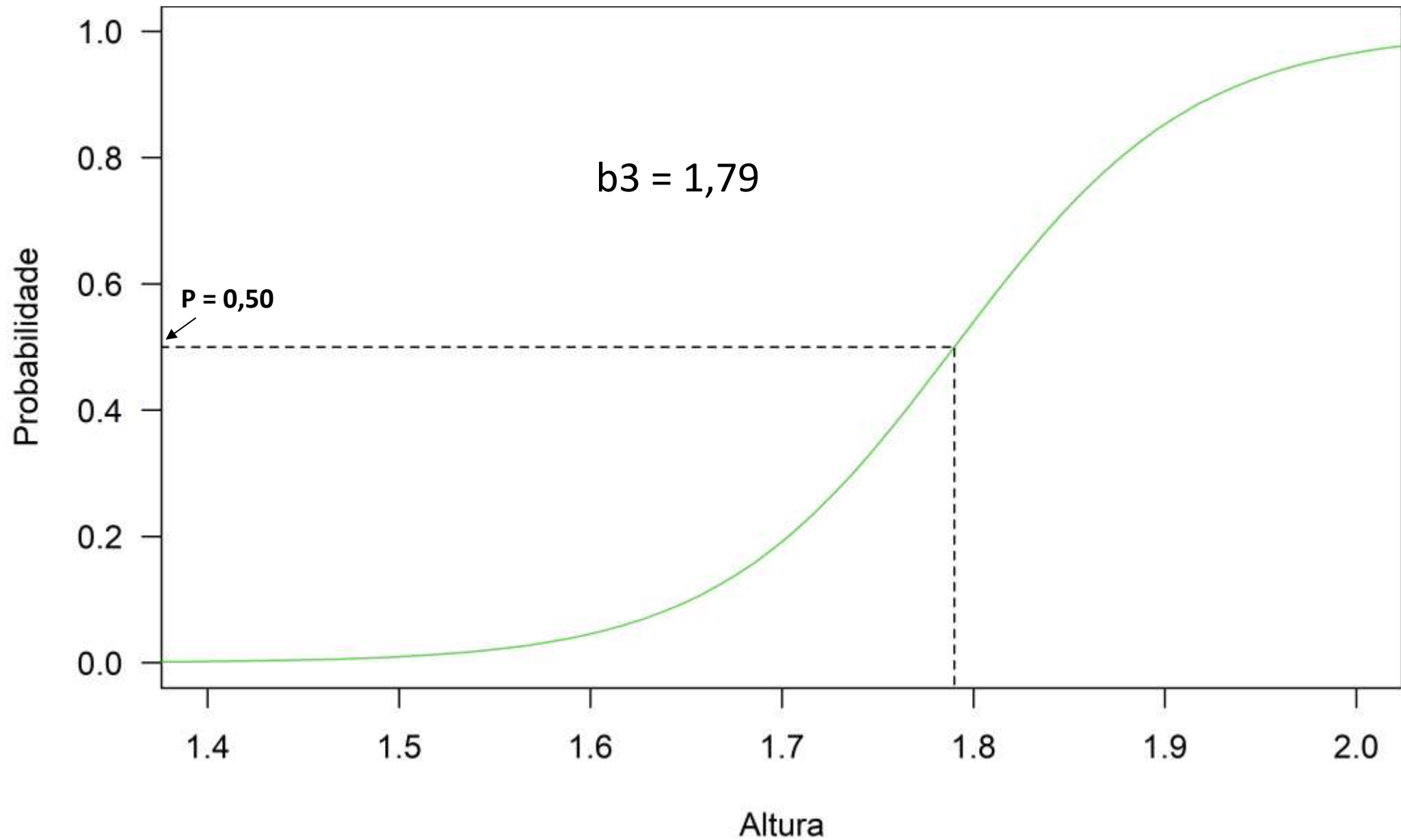
ITEM POLITÔMICO



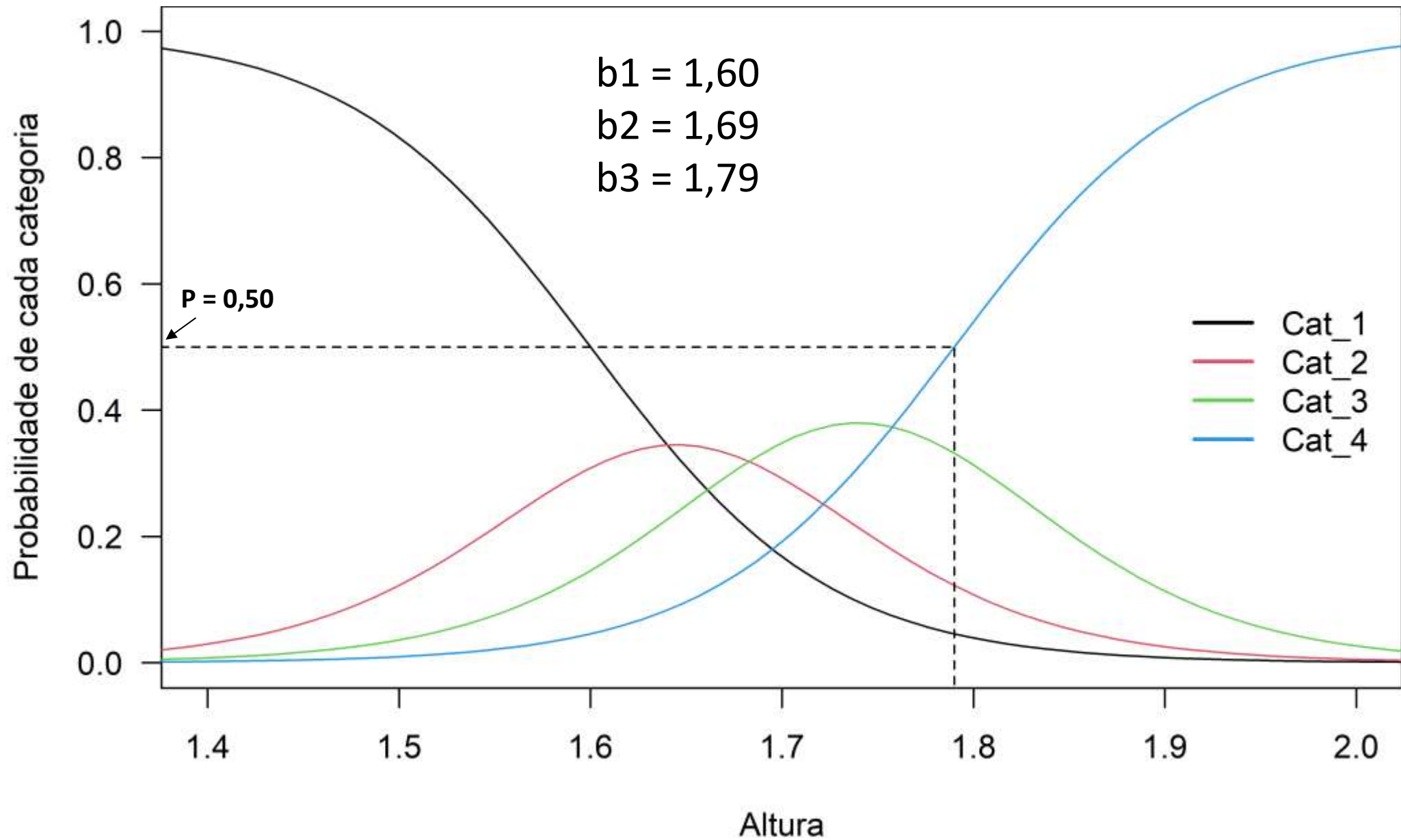
ITEM POLITÔMICO



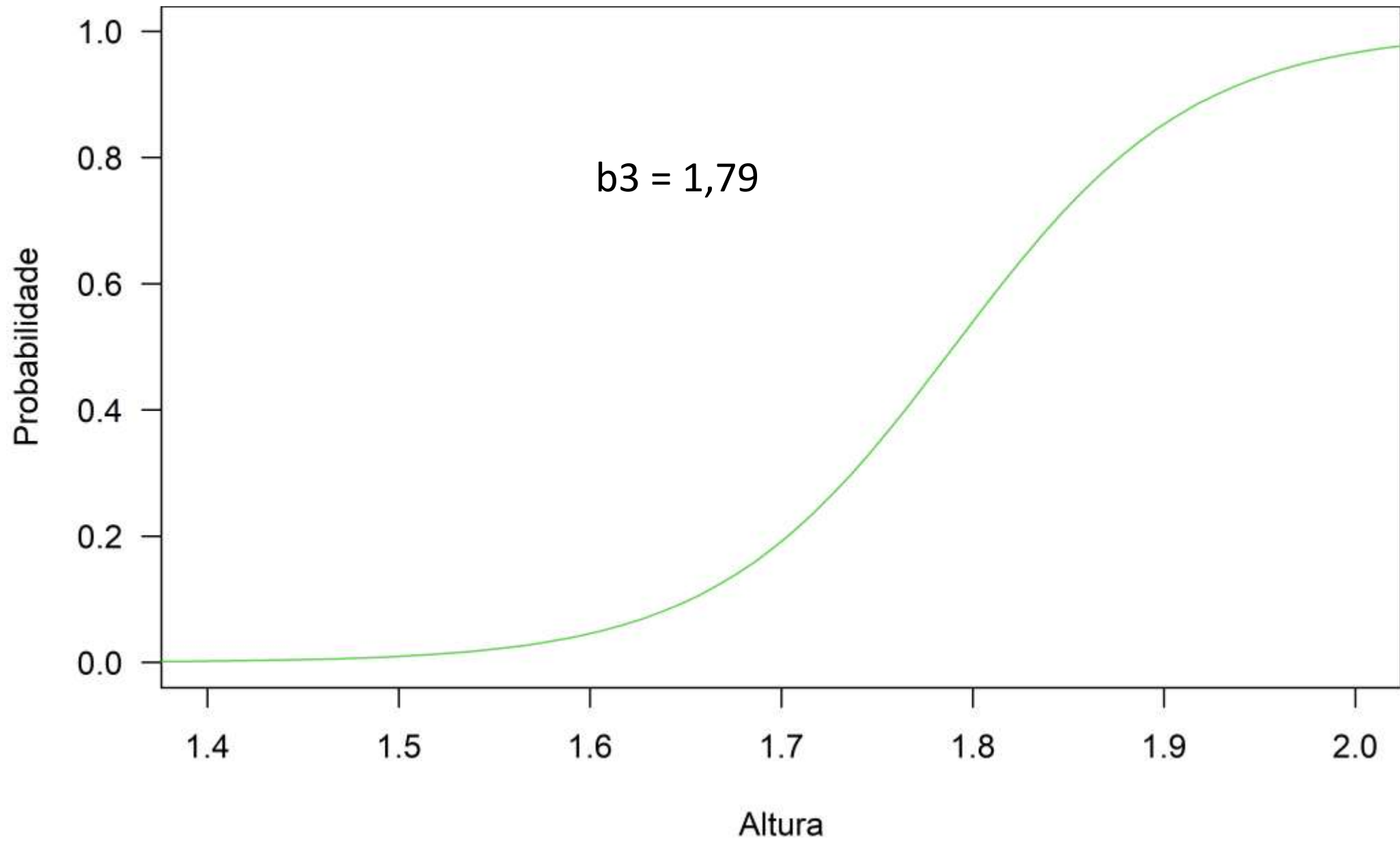
ITEM POLITÔMICO



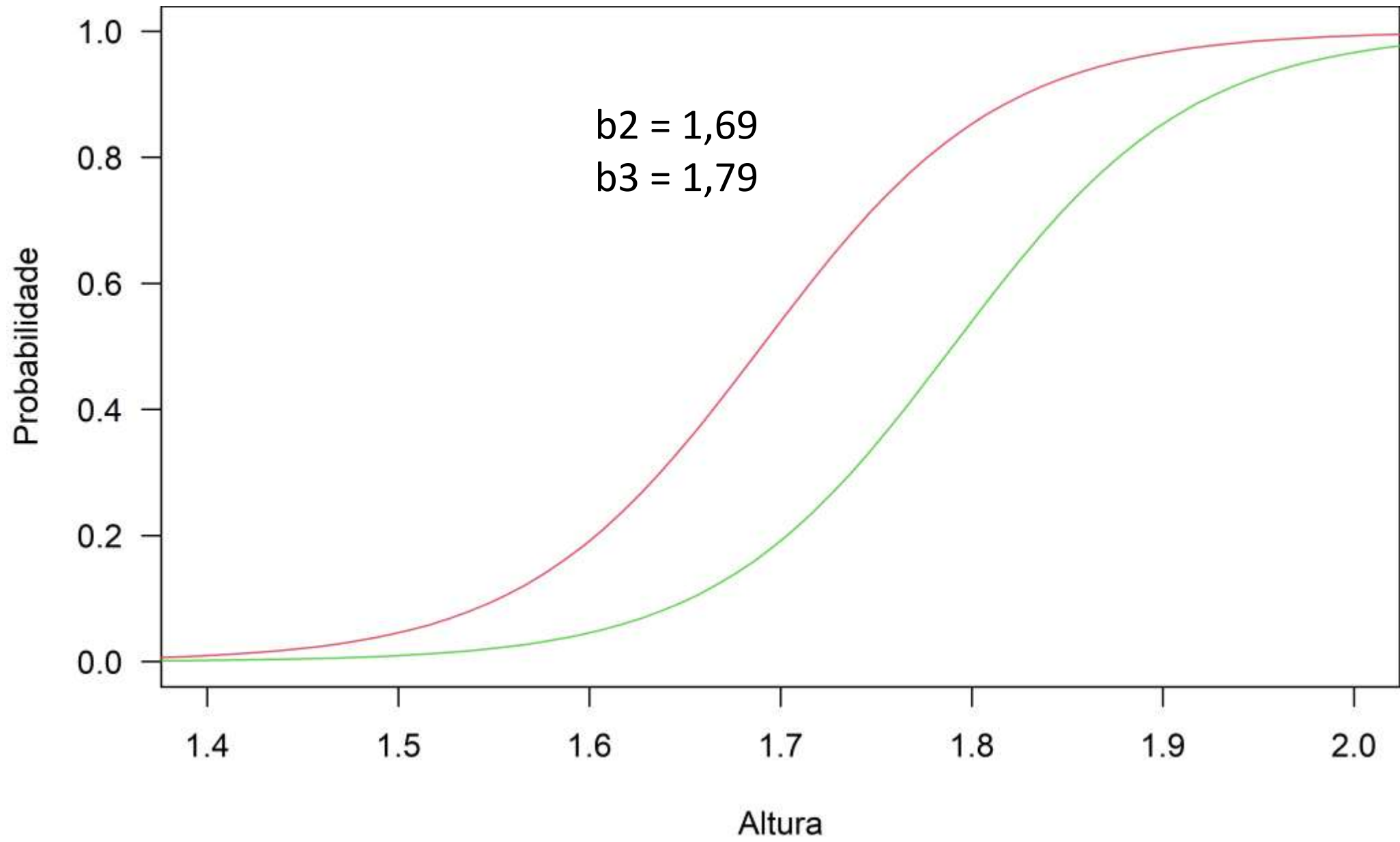
ITEM POLITÔMICO



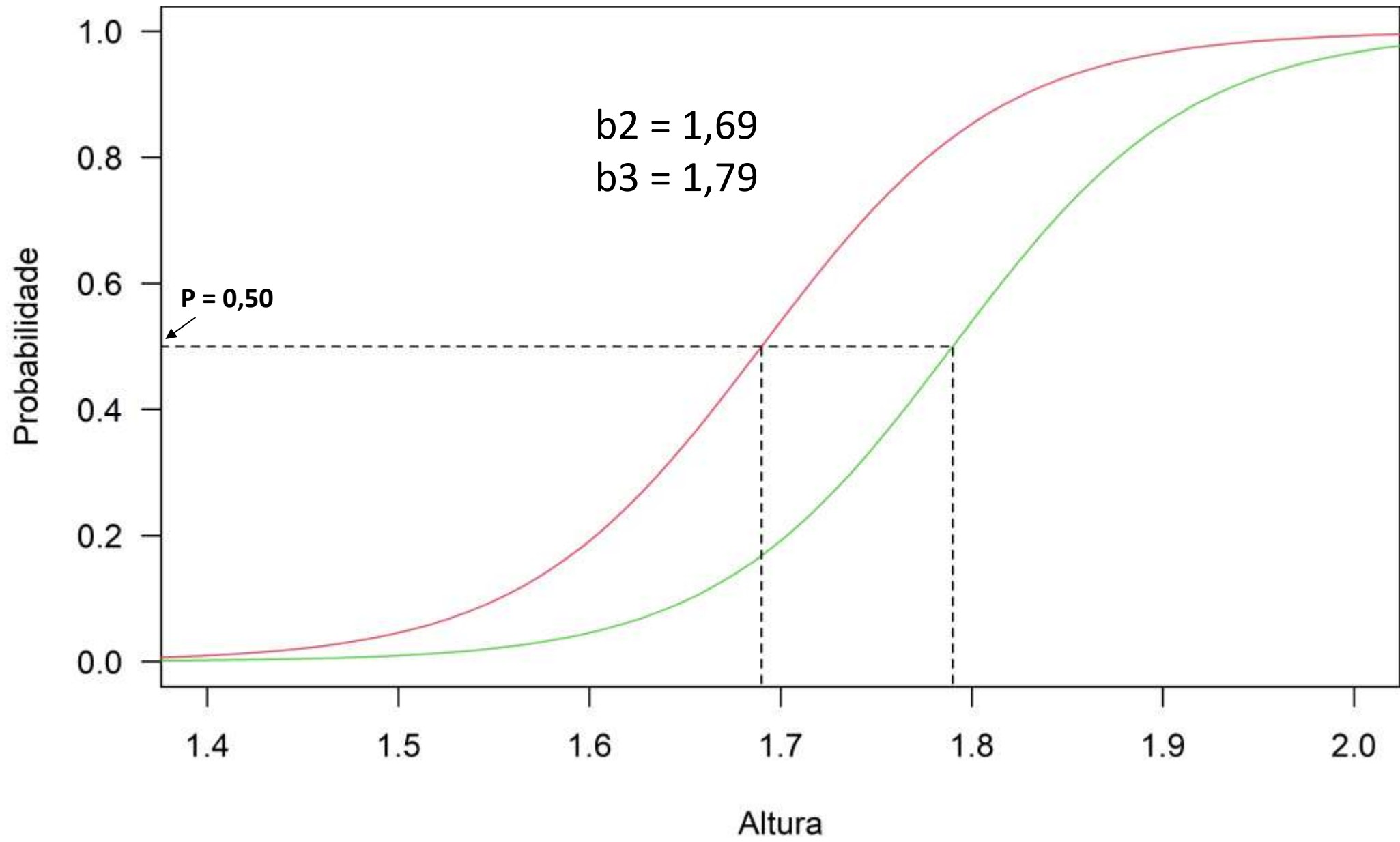
ITEM POLITÔMICO



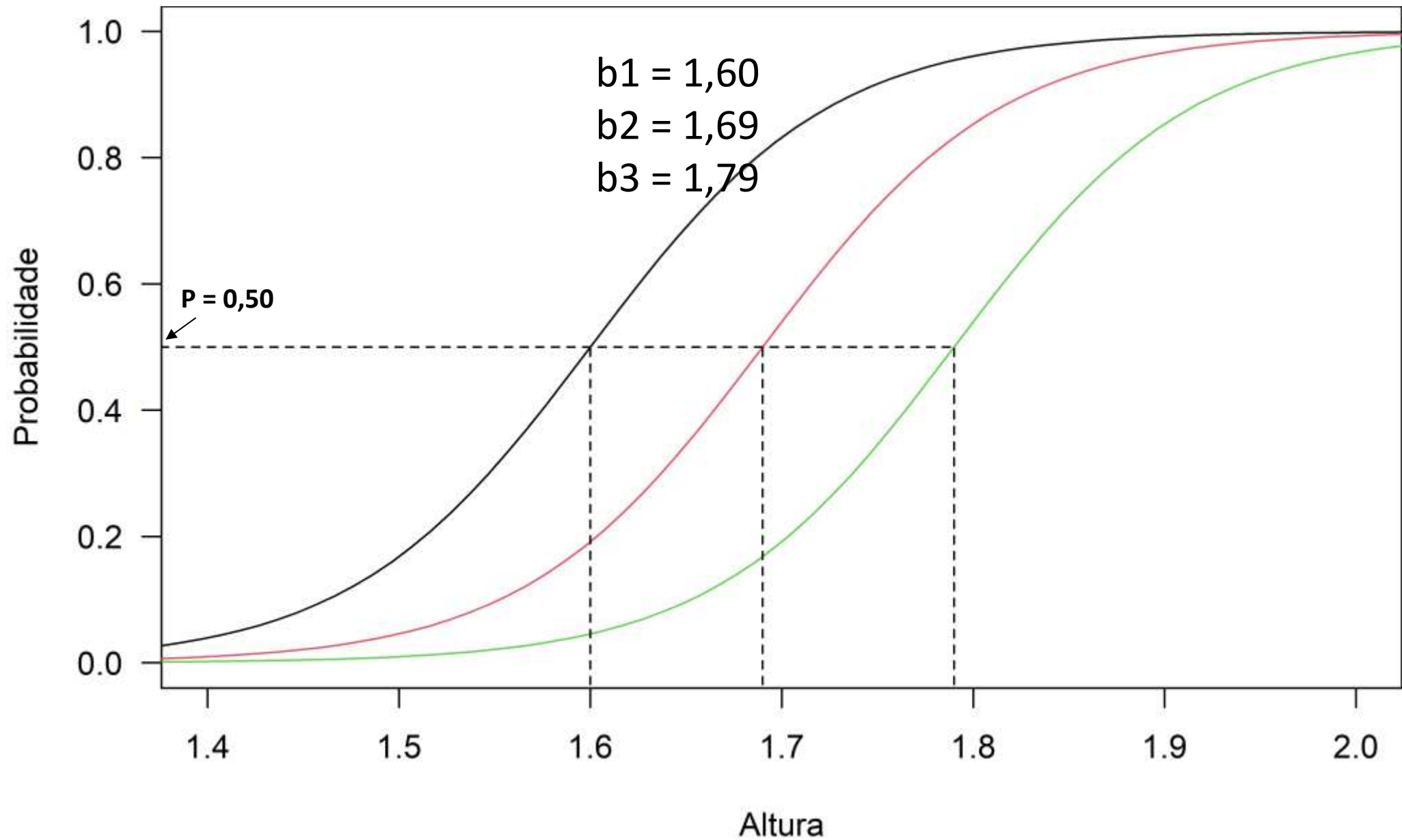
ITEM POLITÔMICO



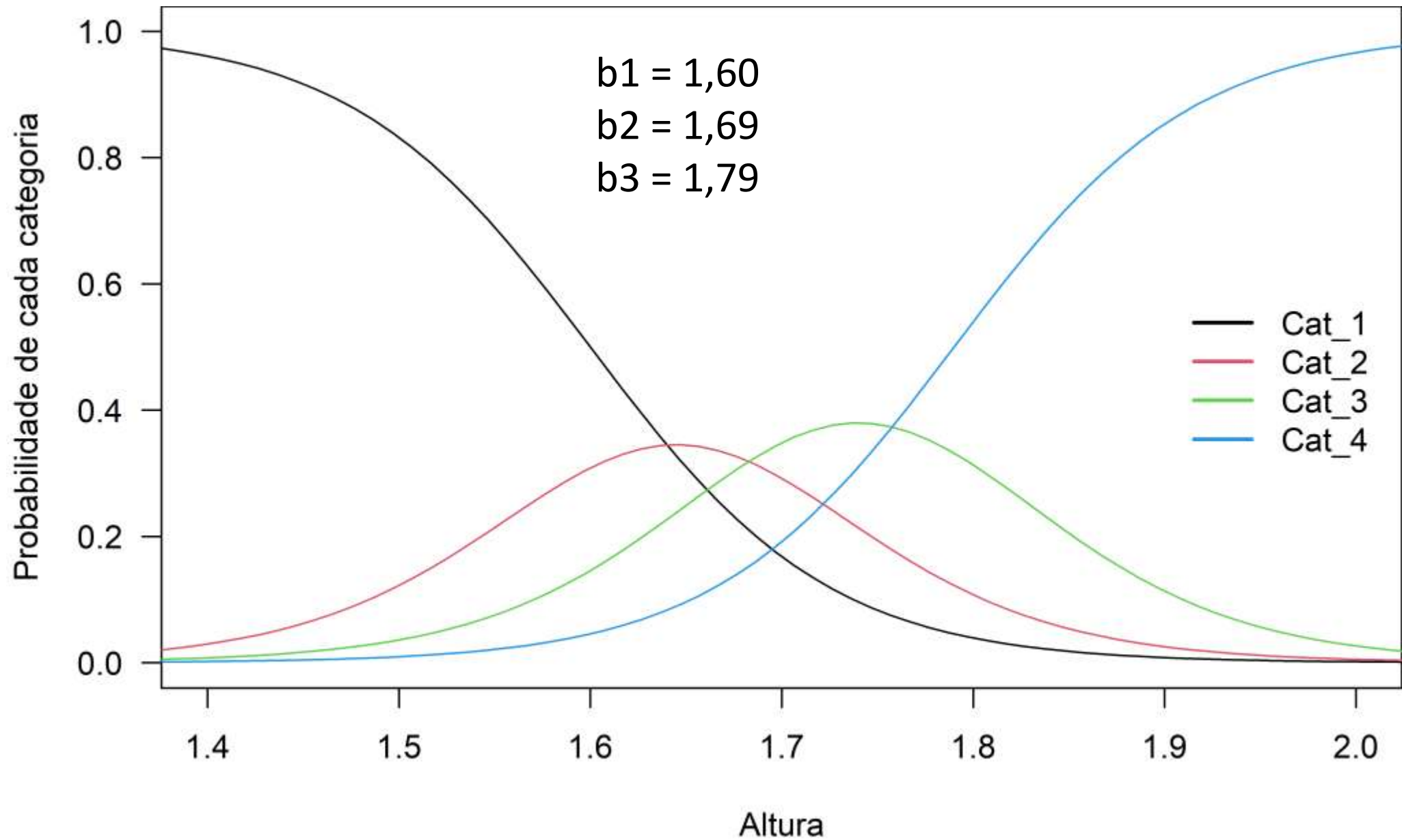
ITEM POLITÔMICO



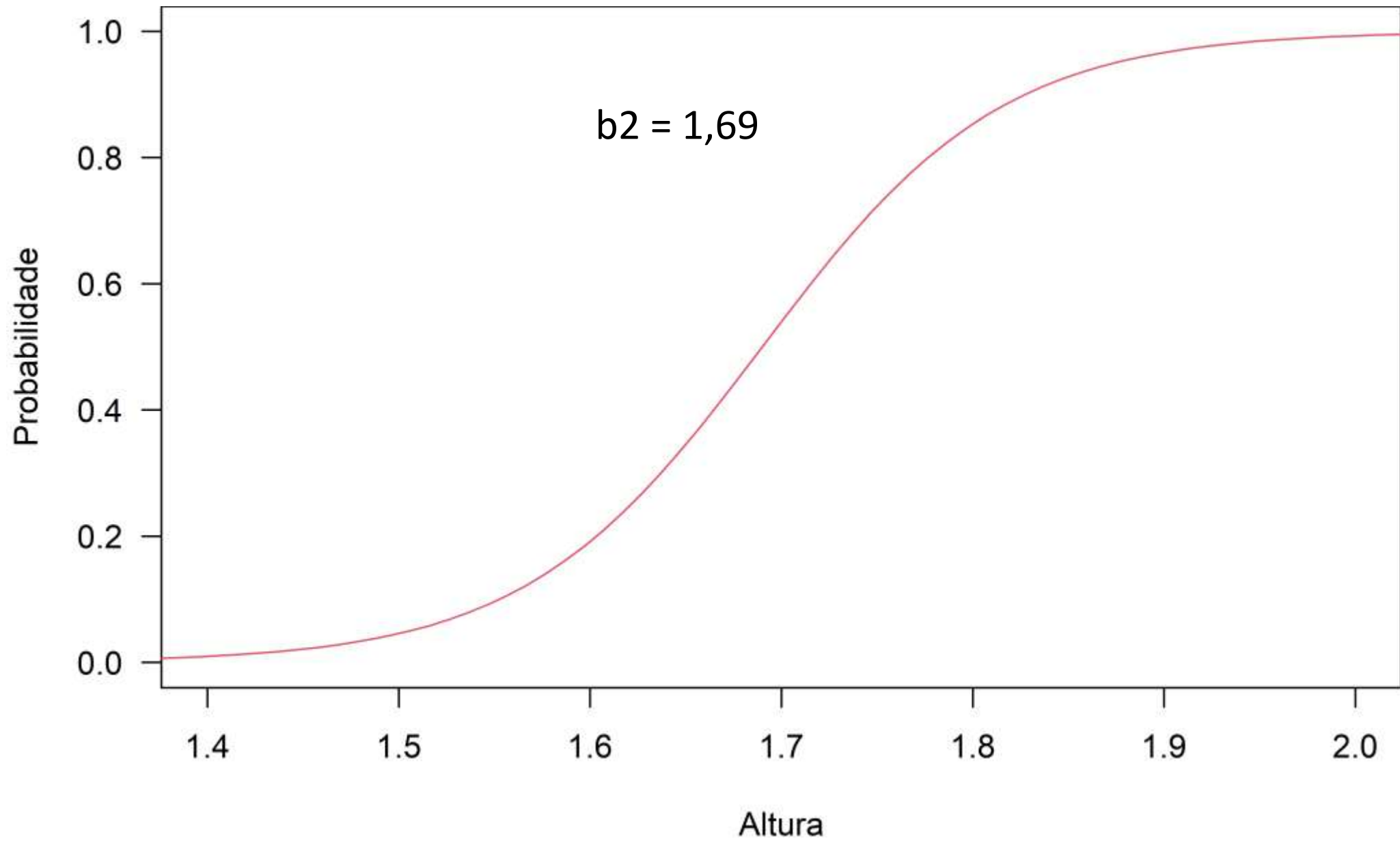
ITEM POLITÔMICO



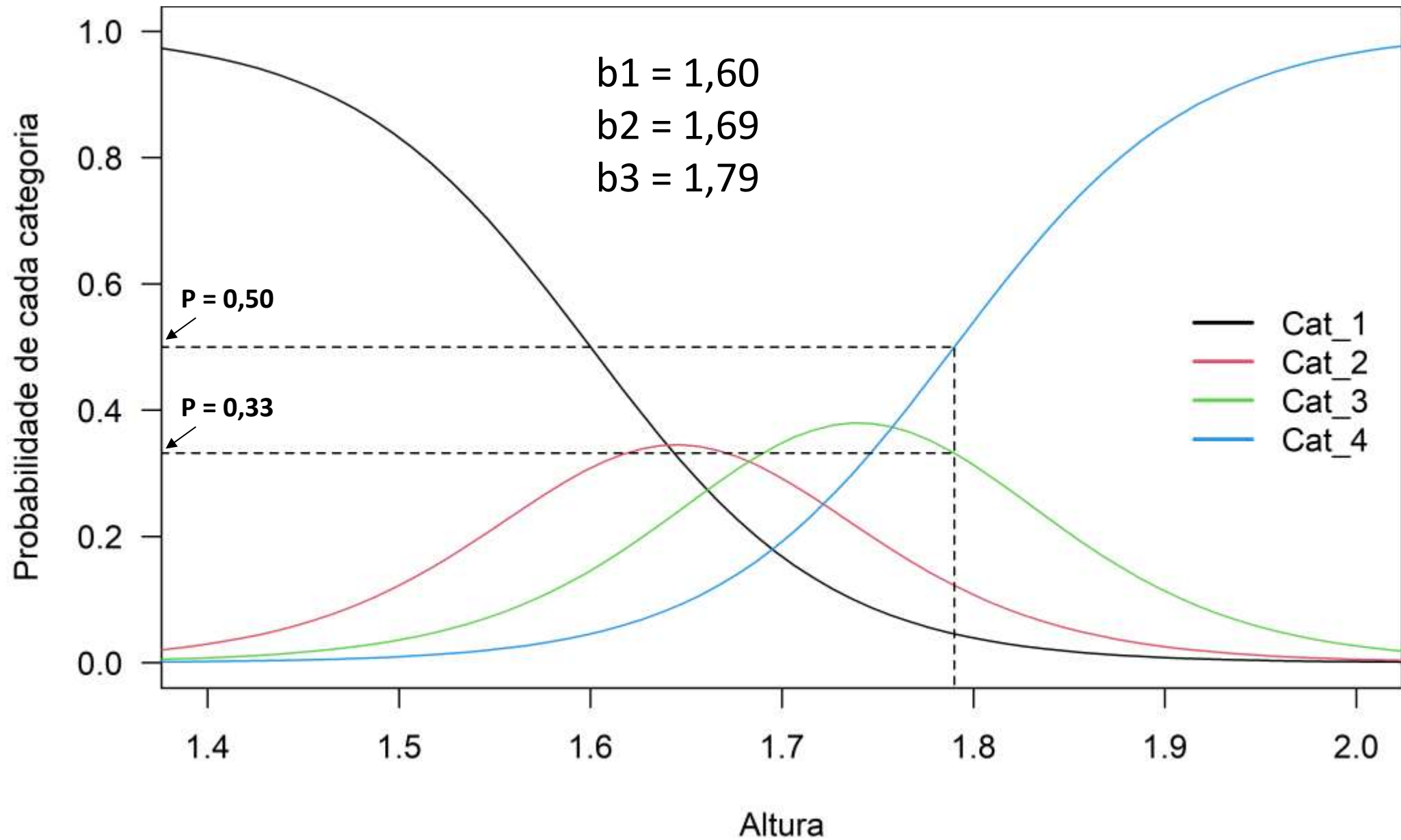
ITEM POLITÔMICO



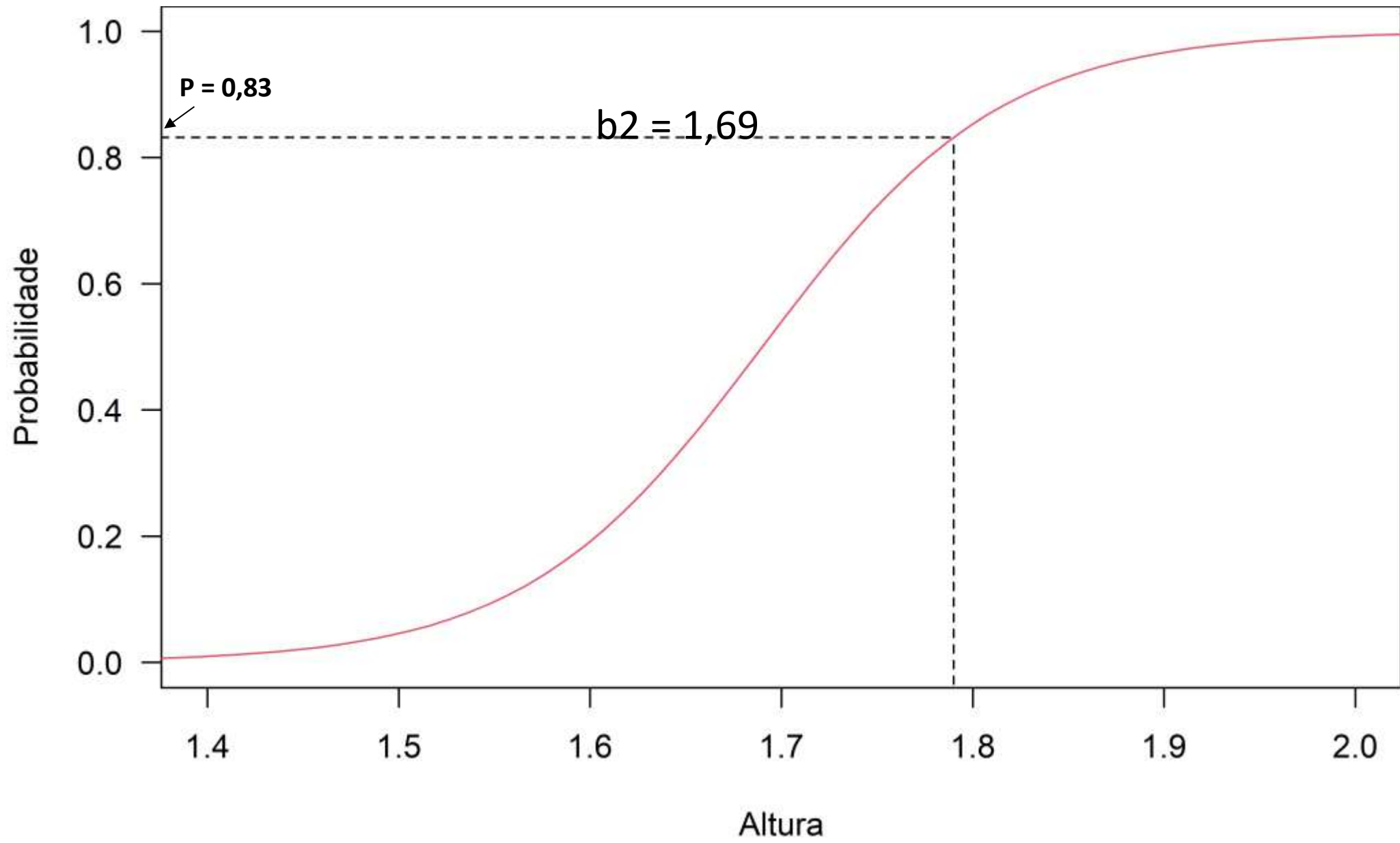
ITEM POLITÔMICO



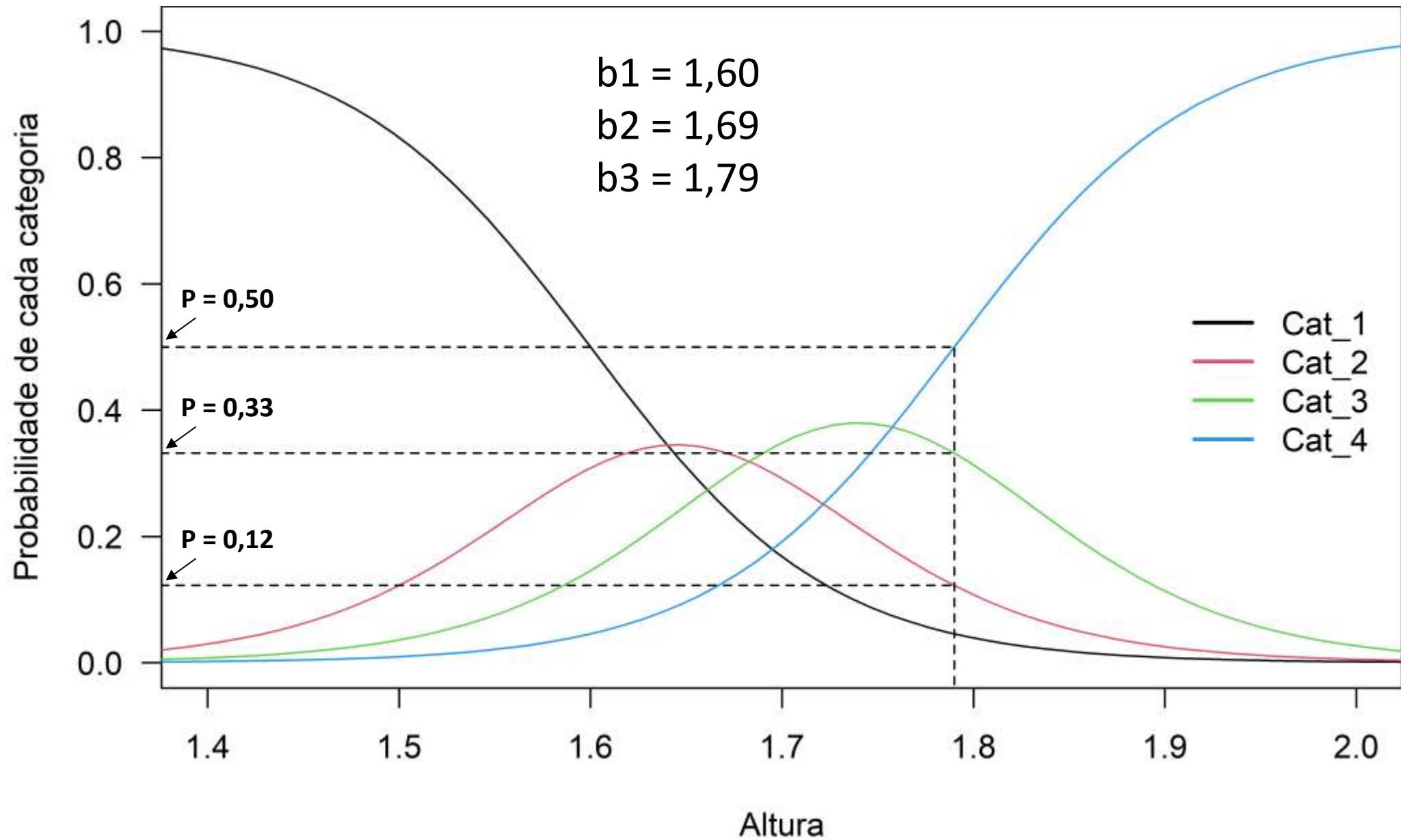
ITEM POLITÔMICO



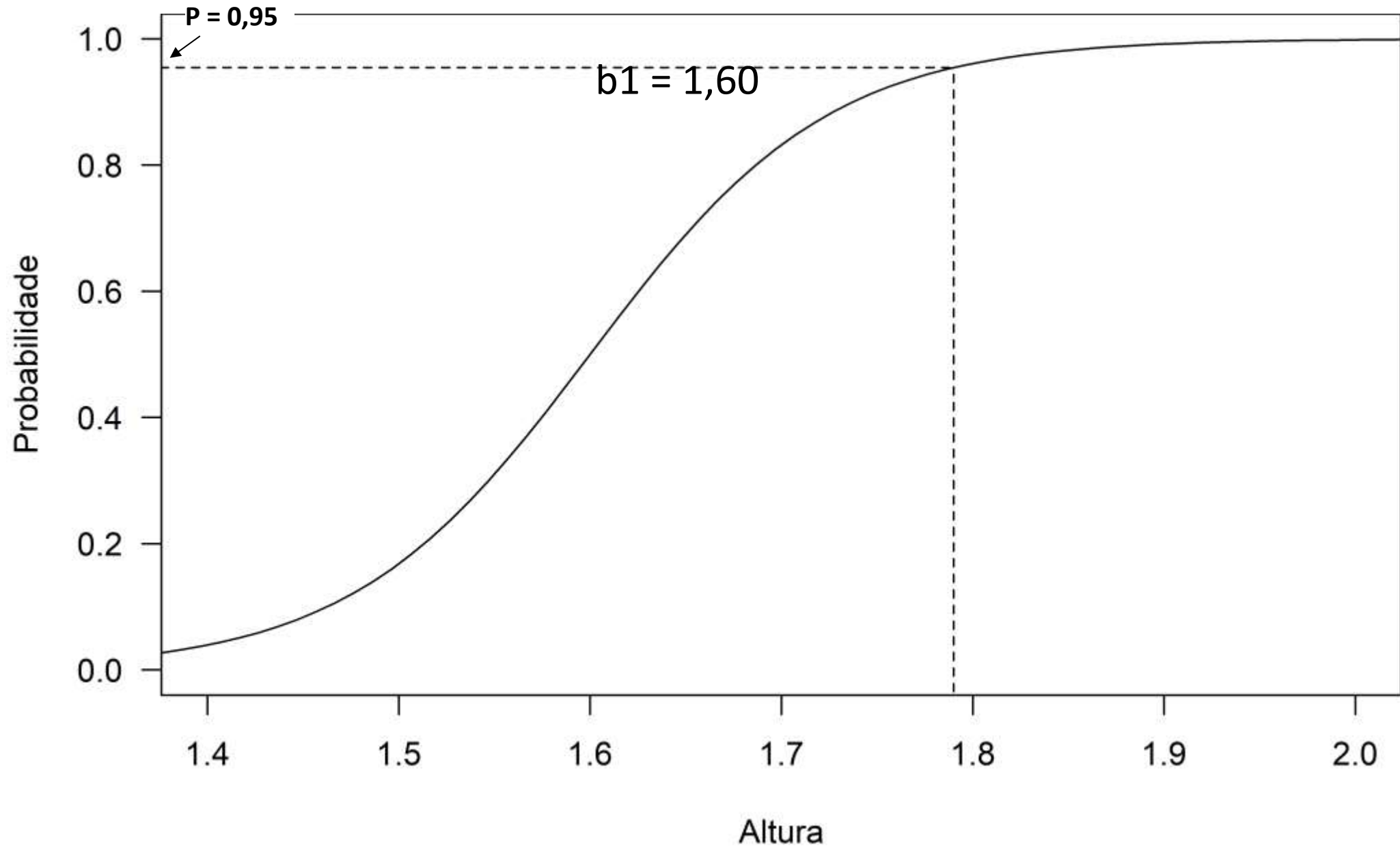
ITEM POLITÔMICO



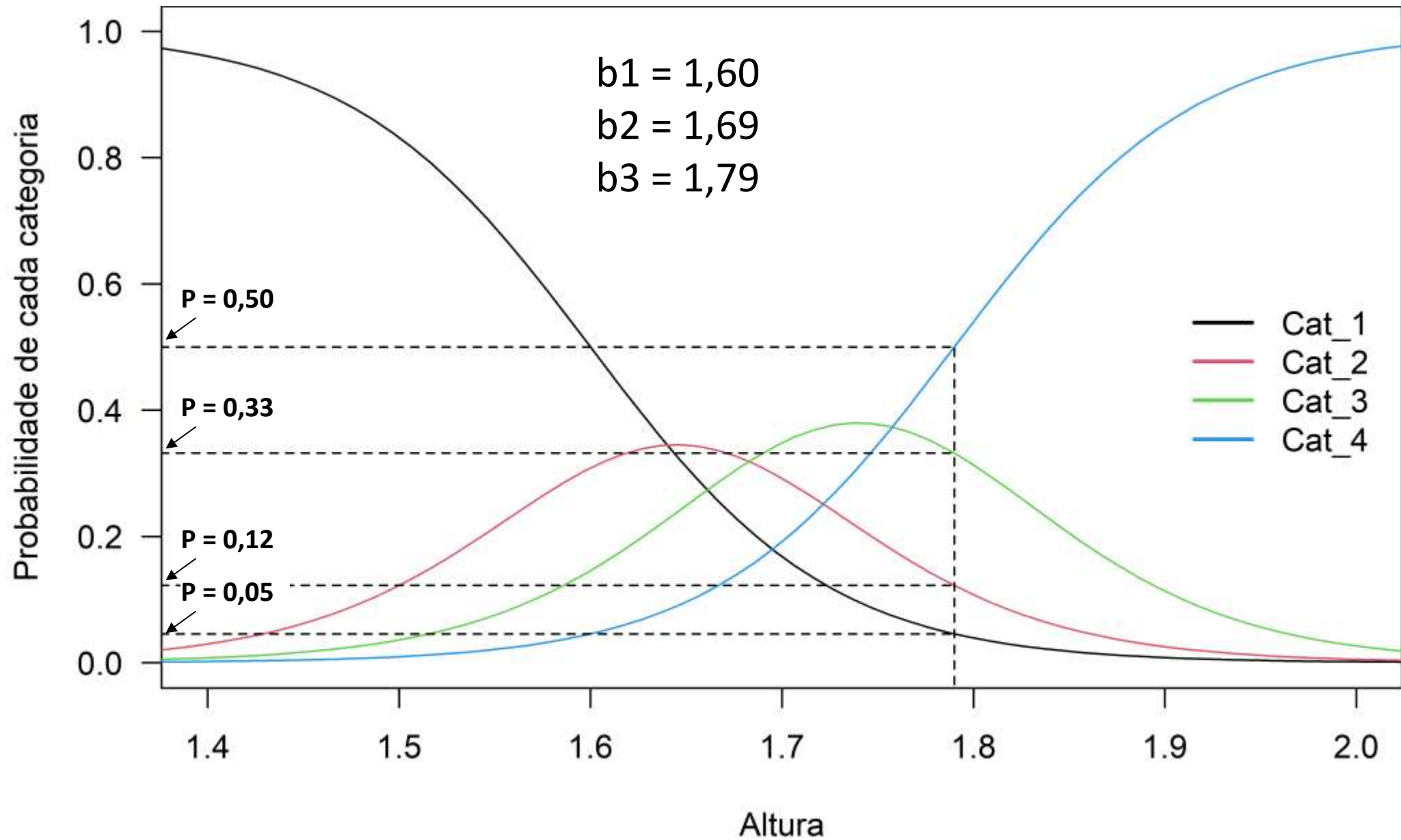
ITEM POLITÔMICO



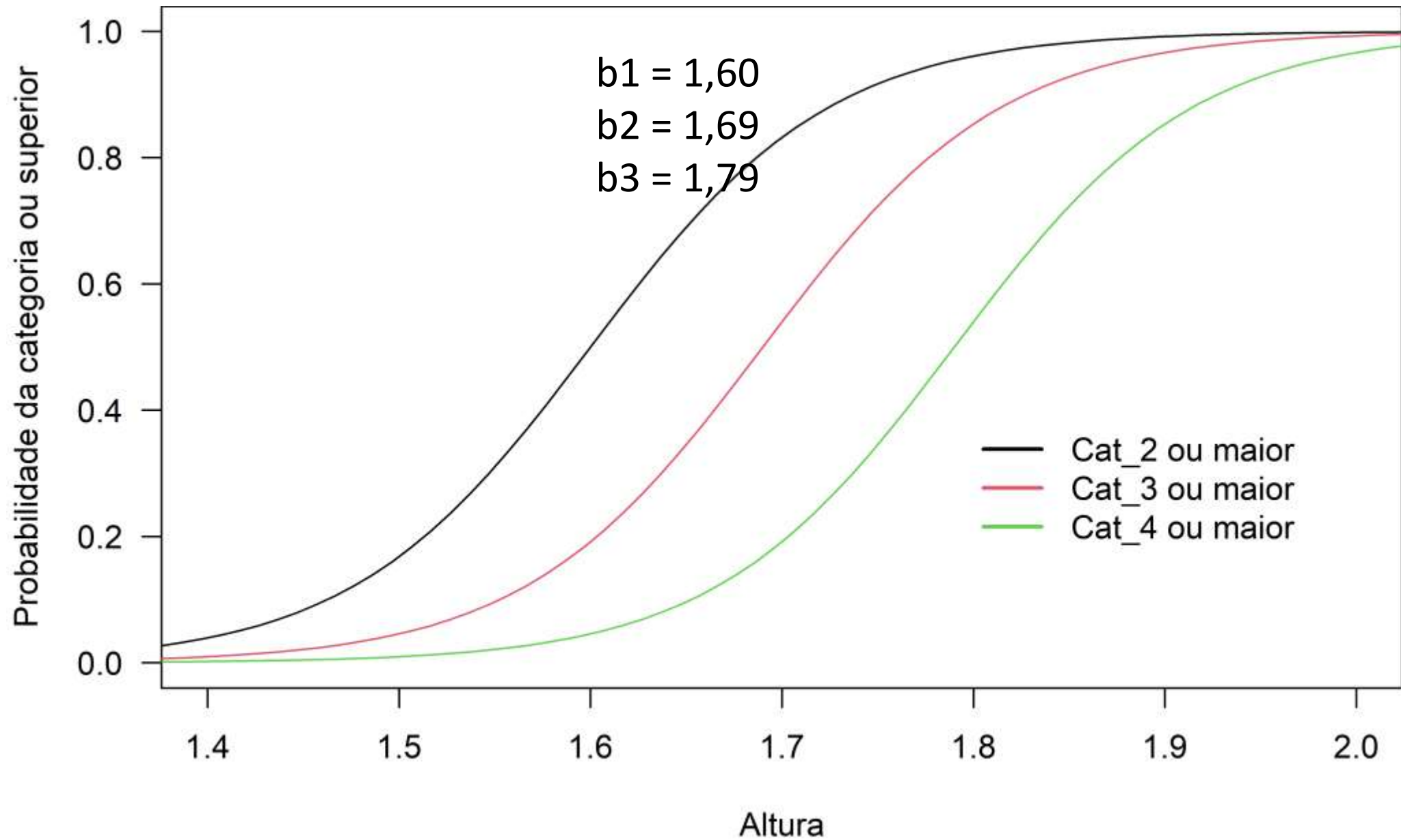
ITEM POLITÔMICO



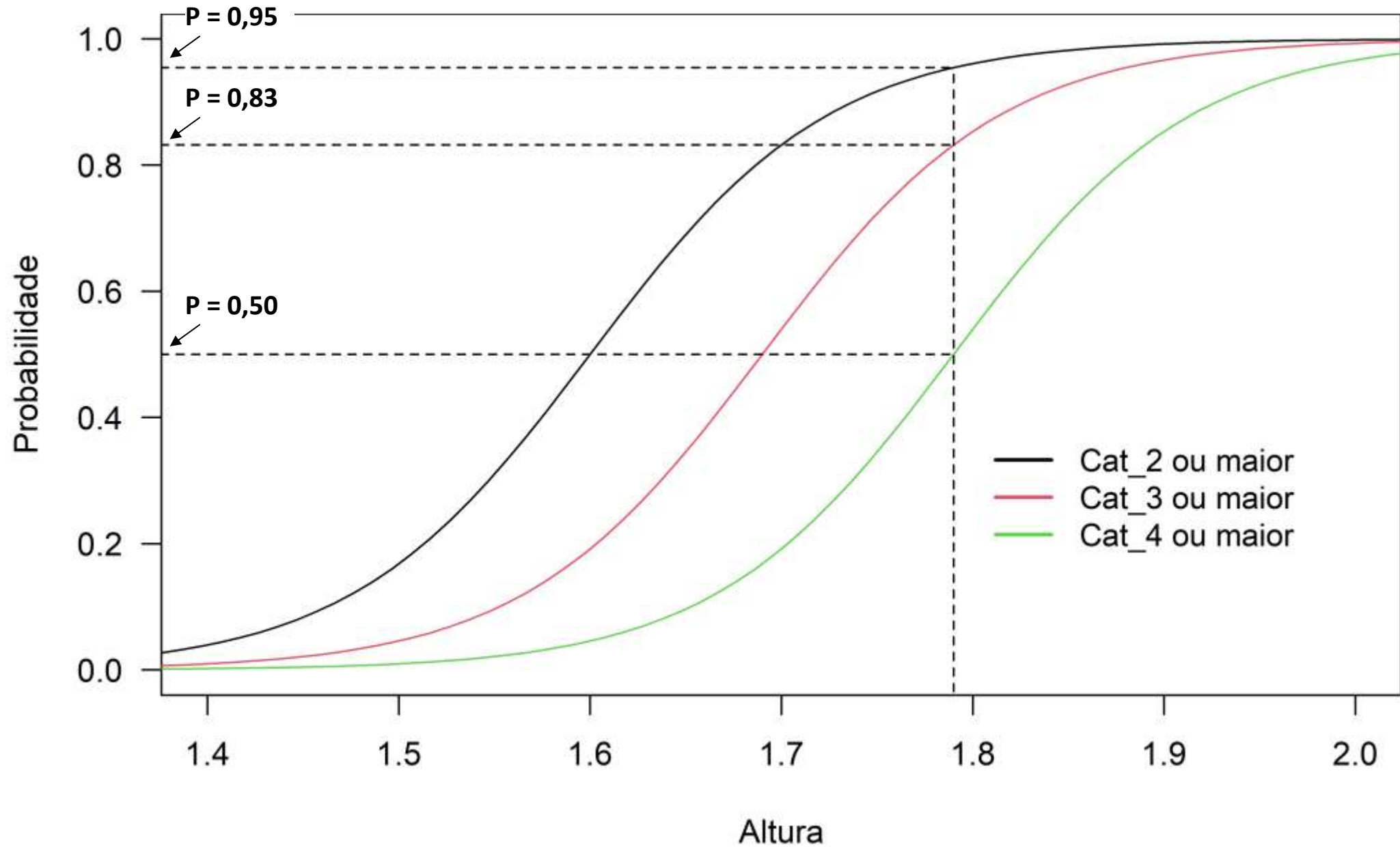
ITEM POLITÔMICO



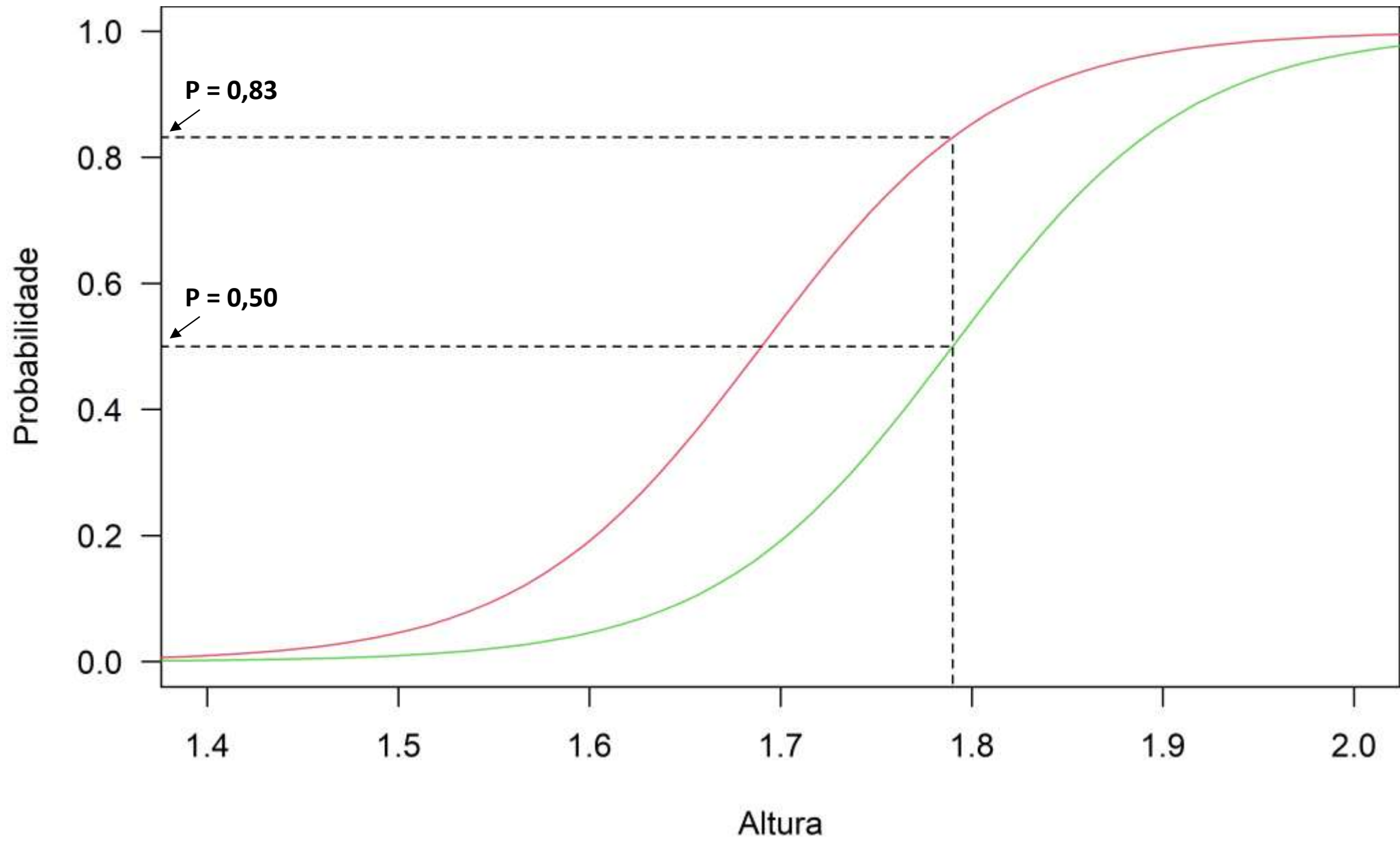
ITEM POLITÔMICO



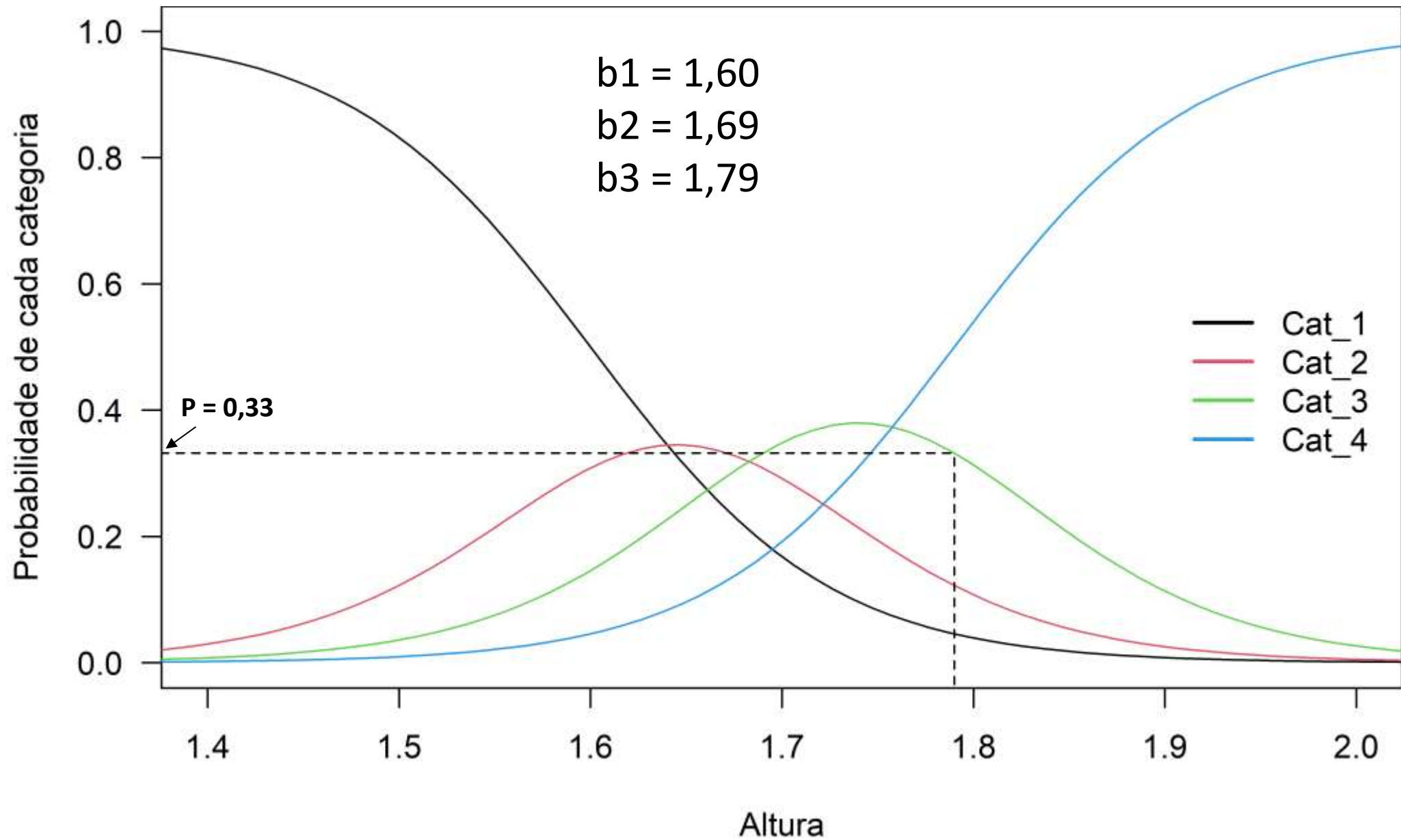
ITEM POLITÔMICO



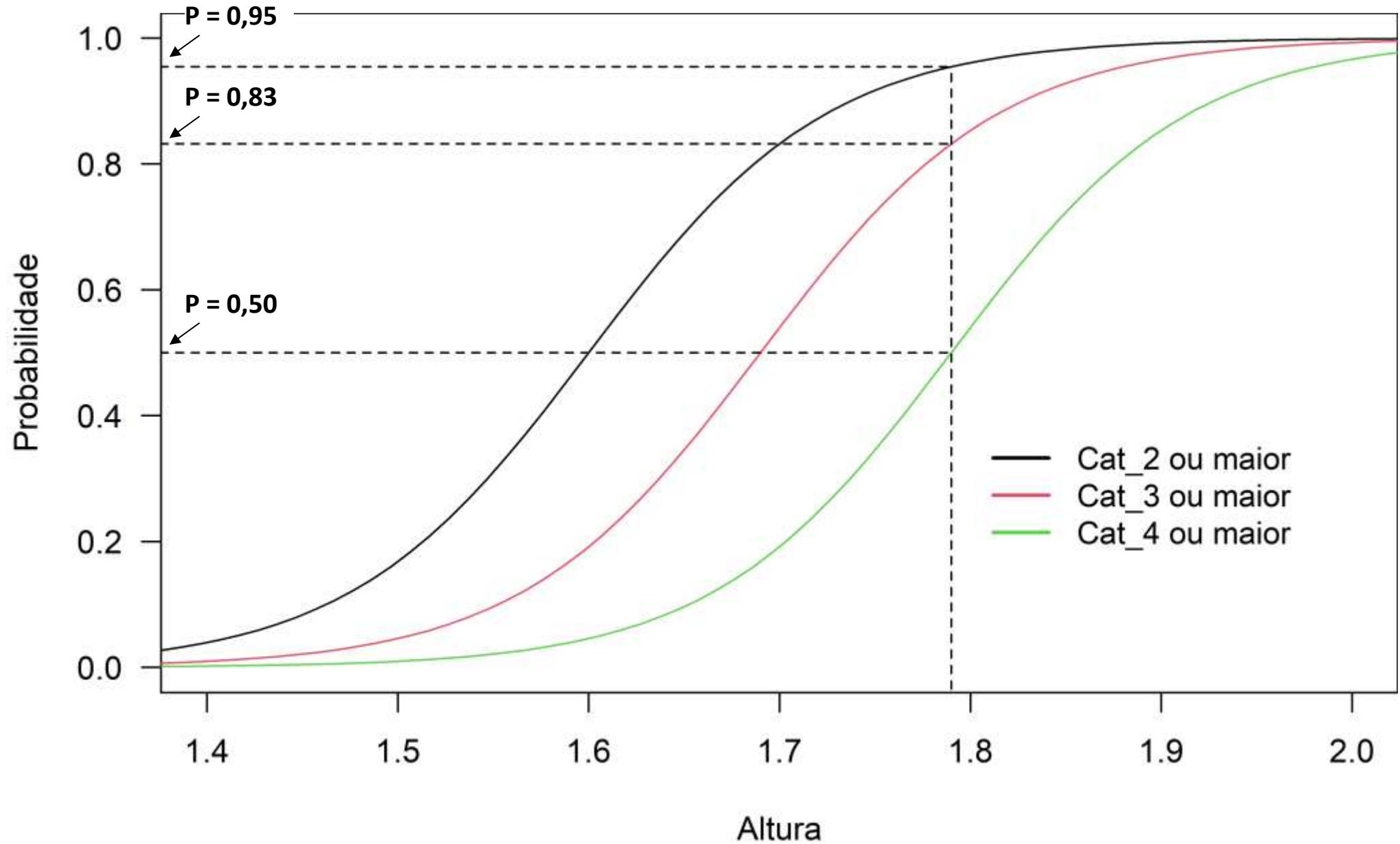
ITEM POLITÔMICO



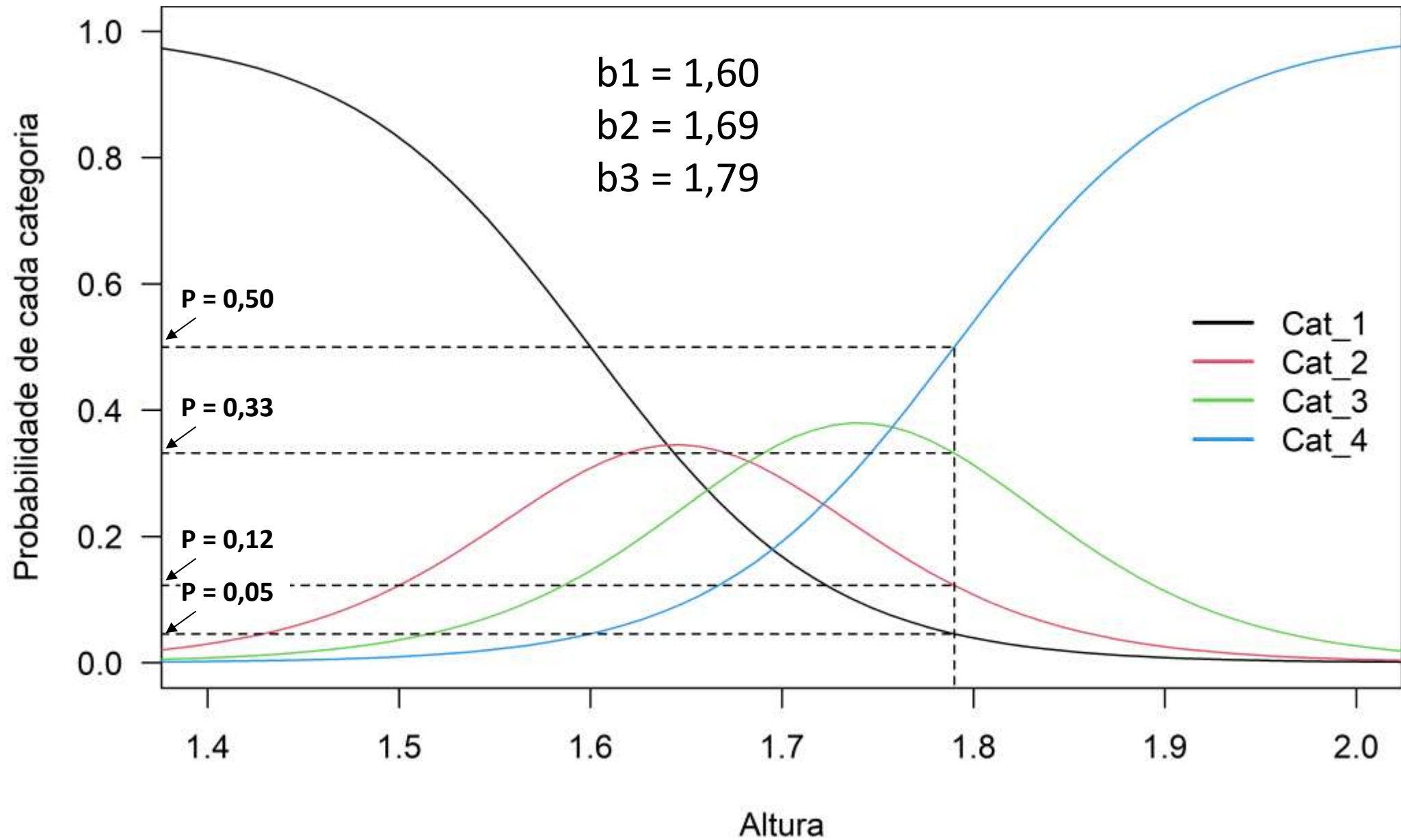
ITEM POLITÔMICO



ITEM POLITÔMICO



ITEM POLITÔMICO



Obrigado!

contato: alexandre.jaloto@inep.gov.br