



Aprendizagem Automática 2021

exame - 10 fevereiro 2021

1. Considere o seguinte conjunto de dados, onde cada exemplo é caracterizado por 4 atributos e pertence a uma de 2 classes. Se o conjunto for apresentado ao algoritmo naïve de Bayes com estimador de Laplace, a que classe pertence o exemplo $\{y, y, y, y\}$? Justifique a resposta apresentando os cálculos. Considere que o estimador de Laplace é dado pela fórmula $P(x)=(nx+1)/(total+nval)$, onde

- nx é o número de exemplos com valor x e
- $nval$ é o nº de valores que o atributo pode tomar
- $total$ é o nº total de exemplos

handicap-infants	immigration	crime	duty-free-export	Class
n	n	y	n	republican
n	y	y	n	republican
y	n	n	n	democrat
y	n	n	y	democrat
y	n	y	n	democrat
y	n	y	y	republican
y	y	n	y	democrat
y	y	y	n	republican

Resposta

$P(\text{republican}) = 5/10 = 1/2$	$P(\text{democrat}) = 5/10 = 1/2$
$P(\text{handicap}=y \mid \text{republican}) = 3/6$	$P(\text{handicap}=y \mid \text{democrat}) = 5/6$
$P(\text{immigrant}=y \mid \text{republican}) = 3/6$	$P(\text{immigrant}=y \mid \text{democrat}) = 2/6$
$P(\text{crime}=y \mid \text{republican}) = 5/6$	$P(\text{crime}=y \mid \text{democrat}) = 2/6$
$P(\text{duty}=y \mid \text{republican}) = 2/6$	$P(\text{duty}=y \mid \text{democrat}) = 3/6$
$P(\text{republican} \mid \text{exemplo}) = 1/2 * 3/6 * 3/6 * 5/6 * 2/6 = \mathbf{0,03472}$	$P(\text{democrat} \mid \text{exemplo}) = 1/2 * 5/6 * 2/6 * 2/6 * 3/6 = 0,0231$

O algoritmo indica "republican" por ser a maior probabilidade.

2. Qual o atributo escolhido para a raiz da árvore de decisão quando é apresentado o conjunto anterior e a função de impureza é o índice de Gini? Justifique apresentando os cálculos. Considere que o índice de Gini para um conjunto D é dado pela fórmula seguinte onde n é o número de classes e p_c a probabilidade da classe.

$$gini(D) = 1 - \sum_{c=1}^n p_c^2$$

Resposta

$P(\text{handicap}=y) = 6/8$ $P(\text{handicap}=y, \text{republican}) = 2/6$ $P(\text{handicap}=y, \text{democrat}) = 4/6$ $gini(\text{conj}) = 6/8 * 2 * 2/6 * 4/6 + 2/8 * 2 * 1 * 0$	$P(\text{handicap}=n) = 2/8$ $P(\text{handicap}=n, \text{republican}) = 1$ $P(\text{handicap}=n, \text{democrat}) = 0$
$P(\text{immi}=y) = 3/8$ $P(\text{immi}=y, \text{republican}) = 2/3$ $P(\text{immi}=y, \text{democrat}) = 1/3$ $gini(\text{conj}) = 3/8 * 2 * 2/3 * 1/3 + 5/8 * 2 * 2/5 * 3/5$	$P(\text{immi}=n) = 5/8$ $P(\text{immi}=n, \text{republican}) = 2/5$ $P(\text{immi}=n, \text{democrat}) = 3/5$
$P(\text{crime}=y) = 5/8$ $P(\text{crime}=y, \text{republican}) = 1/5$ $P(\text{crime}=y, \text{democrat}) = 4/5$ $gini(\text{conj}) = 5/8 * 2 * 1/5 * 4/5 + 3/8 * 2 * 1 * 0$	$P(\text{crime}=n) = 3/8$ $P(\text{crime}=n, \text{republican}) = 3/3$ $P(\text{crime}=n, \text{democrat}) = 0/3$
$P(\text{duty}=y) = 3/8$ $P(\text{duty}=y, \text{republican}) = 2/3$ $P(\text{duty}=y, \text{democrat}) = 1/3$ $gini(\text{conj}) = 3/8 * 2 * 2/3 * 1/3 + 5/8 * 2 * 2/5 * 3/5$	$P(\text{duty}=n) = 5/8$ $P(\text{duty}=n, \text{republican}) = 2/5$ $P(\text{duty}=n, \text{democrat}) = 3/5$

O atributo com menor impureza é o atributo crime, sendo este escolhido para a raiz da árvore.

NOTA: Para problemas binários $gini(\text{conj}) = 2 * p * (1-p)$

3. Num modelo linear, o resultado é a soma pesada dos atributos de entrada x_1, \dots, x_n , ou seja, $y = w_1 * x_1 + \dots + w_n * x_n + b$. O perceptrão não é mais que um modelo linear (seguida de uma componente de limiar) onde os coeficientes w_1, \dots, w_n são determinados de forma **iterativa**: a componente linear calcula y e a componente de limiar aplica uma função de decisão. A atualização do peso w_i na regra do perceptrão é feita utilizando a fórmula

$w_i = w_i + \eta (t - o) x_i$, onde:

- x_i : é o valor do atributo i ,
- o : é o valor à saída do perceptrão
- t : é o valor objetivo
- η : é ritmo de aprendizagem

Considere o exemplo $\{x_1=0.2, x_2=0.4, x_3=0.6\}$ que pertence à classe 1. Se o ritmo de aprendizagem for 0.1, os pesos do perceptrão forem $\{w_1=1, w_2=0, w_3=-1\}$ e a componente de limiar for a função sinal(x) (devolve 1 se $x \geq 0$, e -1 caso contrário), qual o novo valor dos pesos após a apresentação do exemplo?

Resposta

$t = 1$ (classe)

componente linear: $w_1 * x_1 + w_2 * x_2 + w_3 * x_3 + b = 1 * 0.2 + 0 * 0.4 + -1 * 0.6 = -0.4$

componente de limiar: $\text{sinal}(\text{comp. linear}) = -1$

Novos pesos:

- $w_1 = 1 + 0.1 * (1 - (-1)) * 0.2 = 1.04$
- $w_2 = 0 + 0.1 * (1 - (-1)) * 0.4 = 0.08$
- $w_3 = -1 + 0.1 * (1 - (-1)) * 0.6 = -0.88$