

Insertion Sort	Custo	Vezez
<b>for</b> j $\leftarrow$ 2 <b>to</b> comprimento [A]	c1	n
<b>do</b> chave $\leftarrow$ A[j]	c2	n - 1
i $\leftarrow$ j - 1	c3	n - 1
<b>while</b> i > 0 <b>e</b> chave < A[i]	c4	$\sum_2^n t$
<b>do</b> A[i+1] $\leftarrow$ A[i]	c5	$\sum_2^n t - 1$
i $\leftarrow$ i - 1	c6	$\sum_2^n t - 1$
A[i + 1] $\leftarrow$ chave	c7	n - 1

$$T(n) = c1 * n + c2 * (n - 1) + c3 * (n - 1) + c4 * \sum_2^n t + (c5 + c6) * \sum_2^n (t - 1) + c7 * (n - 1)$$

Temos que:

$$\sum_2^n t = \frac{n*(n+1)}{2} - 1$$

$$\sum_2^n t - 1 = \frac{n*(n-1)}{2}$$

Substituindo:

$$T(n) = c1 * n + c2 * (n - 1) + c3 * (n - 1) + c4 * \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - 1\right) + (c5 + c6) * \left(\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}\right) + c7 * (n - 1)$$

Organizando:

$$T(n) = \frac{c4+c5+c6}{2} * n^2 + (c1 + c2 + c3 + \frac{c4}{2} - \frac{c5}{2} - \frac{c6}{2} + c7) * n - (c2 + c3 + c4 + c7)$$

A análise acima considera o pior caso do Insertion Sort, que é quando a entrada está na ordem inversa da que deseja-se ordenar. Para esse caso, o Insertion se comporta como uma função quadrática, podendo ser expresso na notação grande-O como  $O(n^2)$ . Porém se a entrada estiver totalmente ordenada o comportamento passa a ser linear, podendo ser expresso como  $O(n)$ .

Selection Sort	Custo	Vezez
<b>for</b> i $\leftarrow$ 1 <b>to</b> comprimento [A] - 1	c1	n
menor $\leftarrow$ i	c2	n - 1
<b>for</b> j $\leftarrow$ i + 1 <b>to</b> comprimento [A]	c3	$\sum_1^n t$
<b>if</b> A[ j ] < A[menor]	c4	$\sum_1^{n-1} t$
menor $\leftarrow$ j	c5	$\sum_1^{n-1} t$
<b>if</b> menor != i	c6	n - 1
swap(A[menor] , A[i])	c7	n - 1

$$T(n) = c1 * n + c2 * (n - 1) + c3 * \sum_1^n t + (c4 + c5) * \sum_1^{n-1} t + c6 * (n - 1) + c7 * (n - 1)$$

Organizando, temos:

$$T(n) = c1 * n + (c2 + c6 + c7) * (n - 1) + c3 * \sum_1^n t + (c4 + c5) * \sum_1^{n-1} t$$

Temos que:

$$\sum_1^n t = \frac{(1+n)*n}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\sum_1^{n-1} t = \frac{(1+n-1)*(n-1)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

Substituindo:

$$T(n) = c1 * n + (c2 + c6 + c7) * (n - 1) + c3 * \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}\right) + (c4 + c5) * \left(\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}\right)$$

Organizando, temos:

$$T(n) = \frac{(c3 + c4 + c5)}{2} * n^2 + (c1 + c2 + \frac{c3}{2} - \frac{c4}{2} - \frac{c5}{2} + c6 + c7) * n - (c2 + c6 + c7) * 1$$

Podemos expressar a T(n) acima como  $an^2 + bn + c$ , portanto temos uma função quadrática. Na notação grande-O, não é importante os fatores constantes. Dessa forma, temos que o resultado da execução do algoritmo Selection Sort é  $O(n^2)$ . Diferente do insertion sort, o selection sort irá apresentar esse comportamento independentemente da ordenação prévia da entrada.