



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CURSO DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO
CAMPUS DE SOBRAL

ALEXANDRE MATOS PESSOA

**Alocação de Recursos com Uso de Repetidores para Otimização
em Redes Móveis de Última Geração**

Sobral, CE
2015

ALEXANDRE MATOS PESSOA

Alocação de Recursos com Uso de Repetidores para Otimização em Rede Móveis de Última Geração

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial para a obtenção do título
de Engenheiro da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Rafael Marques
Lima

Sobral, CE
2015

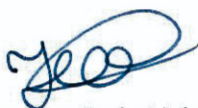
ALEXANDRE MATOS PESSOA

Alocação de Recursos com Uso de Repetidores para Otimização em Rede Móveis de Última Geração

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial para a obtenção do título
de Engenheiro da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Rafael Marques
Lima

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Daniel Benevides da Costa
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Msc. Diego Aguiar Sousa
Instituto Federal do Ceará - IFCE

Sobral, CE
2015

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus por me proporcionar essa conquista e concluir mais uma fase importante da minha vida.

Agradeço a minha família, em especial a minha mãe, Maria Antônia Lopes de Matos e meus nove irmãos: Vinícius Matos Pessoa, Guilherme Matos Pessoa, Beatriz Matos Pessoa, João Paulo Matos Pessoa, Vânia Laélia Matos Pessoa, Evaristo Matos Pessoa, Nilton Matos Pessoa, Evanda Matos Pessoa e Vanira Matos Pessoa, pelo apoio e incentivo em todos os momentos.

Ao meu orientador, Rafael Lima, pela organização, comprometimento e ajuda no desenvolvimento deste trabalho e de tantos outros. Não poderia esquecer de agradecer aos professores da vertente de Telecomunicações (UFC-Sobral): Carlos Alexandre e Daniel Benevides, pelas inúmeras disciplinas cursadas, pela dedicação e pelo comprometimento com o trabalho durante toda esse tempo.

Por fim, agradeço a todos os meus amigos de curso: Weskley Vinícius, Vinícius Sakamoto, László Costa, Miquéias Carvalho e Raimundo Parente pelas incontáveis brincadeiras, trabalhos e provas que estudamos juntos no decorrer desses cinco anos.

Resumo

Rede de repetidores e comunicação cooperativa se consolidaram como duas das principais tecnologias presentes na quarta geração das comunicações móveis devido ao seu potencial em combater o desvanecimento e ampliar a zona de cobertura das células. Além disso, o gerenciamento dos recursos de rádio de forma eficiente aplicado em redes de repetidores mostrou-se com capacidade de melhorar o desempenho dos sistemas de comunicações móveis em termos de diversidade espacial, cobertura, eficiência espectral e energética.

Trabalhos anteriores na literatura abordaram este mesmo problema considerando a hipótese irrealista de mapeamento contínuo entre taxa de dados e SNR (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio*). Conforme sabemos, em sistemas reais o mapeamento entre a taxa de dados e a SNR é discreto e depende do esquema de MCS (do inglês, *Modulation and Coding Scheme*) empregado. Neste trabalho, reformulamos o problema de maximização da eficiência espectral em um sistema cooperativo de dois saltos considerando esta nova hipótese. Mostramos uma abordagem para obter a solução ótima e propomos soluções aproximativas quase ótimas e com baixa complexidade computacional.

Abstract

Relay networks and cooperative communication have been consolidated as two of the key technologies present in the fourth generation of mobile communications due to its potential to combat fading and extend the cell coverage area. In addition, efficient radio resource management when applied to relay networks showed capacity of improving the performance of mobile communication systems in terms of space diversity, coverage, spectral and energy efficiency.

Previous works in the literature addressed this same issue considering the unrealistic assumption of continuous mapping between data rate and SNR. As we know, in real systems the mapping between the data rate and SNR is discrete and depends of the MCS scheme employed. In this work, we reformulated the problem of the spectral efficiency maximization in a two-hop cooperative system considering this new hypothesis. We show an approach to get the optimal solution and we propose almost-optimal approximate solutions that presents reduced computational complexity.

Lista de Figuras

1.1	Espectros FDM (do inglês, <i>Frequency Division Multiplexing</i>) e OFDM (do inglês, <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>). Figura retirada de [5].	3
1.2	Exemplo de diversidade cooperativa com repetidor. Figura retirada de [1].	7
2.1	Modelo de Sistema com dois saltos.	11
2.2	Mapeamento discreto entre SNR e taxa de dados para as subportadoras dos saltos 1 e 2.	13
3.1	Diagrama de blocos do algoritmo de alocação de potência HH (do inglês, <i>Hughes Hartogs</i>)-modificado.	25
4.1	Taxa de dados da Solução Ótima.	31
4.2	Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência com relação a solução ótima considerando as três diferentes configurações de pareamento.	32
4.3	Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência considerando as três diferentes configurações de pareamento. A SNR média do salto 1 foi fixada em 5 dB.	33
4.4	Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência considerando as três diferentes configurações de pareamento. A SNR média do salto 2 foi fixada em 20 dB.	34
4.5	Erro relativo percentual do algoritmo MPRP (do inglês, <i>Maximization of the Product of the Residual Powers</i>) com a estratégia de pareamento ordenado.	35

Lista de Tabelas

2.1	Definição das variáveis do sistema de dois saltos.	14
A.1	Número de operações feitas pelo algoritmo MPRP com pareamento ordenado.	39

Lista de Abreviaturas

1G	do inglês, <i>First Generation</i>
2G	do inglês, <i>Second Generation</i>
3G	do inglês, <i>Third Generation</i>
4G	do inglês, <i>Fourth Generation</i>
CSI	do inglês, <i>Channel State Information</i>
FDM	do inglês, <i>Frequency Division Multiplexing</i>
HH	do inglês, <i>Hughes Hartogs</i>
ILP	do inglês, <i>Integer Linear Problem</i>
MCS	do inglês, <i>Modulation and Coding Scheme</i>
MIMO	do inglês, <i>Multiple Input Multiple Output</i>
OFDM	do inglês, <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OFDMA	do inglês, <i>Orthogonal Frequency Division Multiple Access</i>
QoS	do inglês, <i>Quality of Service</i>
RAISES	do inglês, <i>Reallocation-based Assignment for Improved Spectral Efficiency and Satisfaction</i>
RRA	do inglês, <i>Radio Resource Allocation</i>
SISO	do inglês, <i>Single Input Single Output</i>
SNR	do inglês, <i>Signal-to-Noise Ratio</i>
DF	do inglês, <i>Decode and Forward</i>
AF	do inglês, <i>Amplify and Forward</i>
MPRP	do inglês, <i>Maximization of the Product of the Residual Powers</i>

BB do inglês, *Branch and Bound*

IDFT do inglês, *Inverse Discrete Fourier Transform*

Sumário

Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
Lista de Abreviaturas	ix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Fundamentação Teórica	2
1.2.1 Sistemas OFDM e OFDMA	2
1.2.2 Alocação de Recursos de Rádio	4
1.2.3 Qualidade de Serviço	4
1.2.4 Comunicação Cooperativa	6
1.3 Objetivos Gerais e Específicos	7
1.3.1 Objetivos Gerais	7
1.3.2 Objetivos Específicos	7
1.4 Revisão Bibliográfica	8
2 Modelagem do Sistema	11
2.1 Caracterização de Cenário	11
2.2 Formulação do Problema	14
3 Solução Ótima e Heurísticas	17
3.1 Solução Ótima	17
3.2 Heurísticas	23
3.2.1 Pareamento de subportadora	23
3.2.2 Alocação de potência	24

4	Análise dos Resultados	30
4.1	Parâmetros de Simulação	30
4.2	Resultados	31
5	Conclusão e Perspectivas	36
A	Complexidade Computacional	38
	Referências bibliográficas	40

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo será apresentado o estudo de técnicas matemáticas que servem de base para o entendimento do trabalho. A Seção 1.1 contextualiza e apresenta as características do problema que motivam o desenvolvimento do trabalho. A Seção 1.2 está dividida em quatro subseções que têm por finalidade prover uma fundamentação teórica essencial ao entendimento do trabalho. Por fim, as seções 1.3 e 1.4 apresentam os objetivos e a revisão bibliográfica, respectivamente.

1.1 Motivação

Desde o surgimento do padrão 1G (do inglês, *First Generation*), dos sistemas celulares na década de 80 nos Estados Unidos, diversos estudos foram desenvolvidos a fim de melhorar a comunicação sem fio. Como resultado desses esforços, nas décadas subsequentes ocorreu o desenvolvimento do padrão 2G (do inglês, *Second Generation*), que trouxe uma significativa vantagem com a técnica de modulação digital. Após os sistemas 2G, tivemos o advento do sistema 3G (do inglês, *Third Generation*), que trouxe significativas melhorias nas taxas de transmissão de dados, na robustez da comunicação e na quantidade de usuários que o sistema pode suportar [1].

Atualmente, vivemos a era do padrão 4G (do inglês, *Fourth Generation*), que apresenta significativas melhorias em comparação com o 3G. Destacamos a seguir, alguns dos principais requisitos desse padrão:

- Serviços móveis de alta qualidade;
- Uso exclusivo de comutação de pacotes;
- Compatibilidade com a padrão 3G;

- Suporte a elevadas taxa de transmissão de dados (100 Mbps para alta mobilidade e 1 Gbps para baixa mobilidade).

Para atingir esses requisitos, são necessárias técnicas sofisticadas, como sistemas cooperativos, roteamento de pacotes e MIMO (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) que consiste em usar múltiplas antenas na transmissão e na recepção de dados, dentre outras. Embora estes avanços tenham sido significativos com o padrão 4G, os problemas associados a exigência de melhor qualidade nos serviços de telefonia e o aumento da demanda por maiores taxas de dados persistem. Assim, o gerenciamento de recursos (potência, espectro, etc) de forma eficiente continua sendo um dos gargalos dos sistemas 4G.

Atualmente, diversos estudos são focados em gerenciar os recursos nos sistemas de comunicação de forma ótima ou quase ótima sujeitos a restrições de QoS (do inglês, *Quality of Service*) com a finalidade de prover maiores taxas de dados [2, 3] ou minimizar o uso de potência.

Este trabalho aborda o gerenciamento dos recursos de rádio, denominado RRA (do inglês, *Radio Resource Allocation*), com uso de repetidores como meio de maximizar a taxa de dados fonte-destino em um cenário de comunicação móvel 4G. Esta abordagem além de reduzir a necessidade de torres de transmissão de grande porte com alta potência de irradiação, permite melhorar a qualidade da cobertura do sinal de comunicação em locais que sofrem severos efeitos de sombreamento, como no interior de prédios comerciais e dentro de túneis.

Além disso, quando uma torre de transmissão de grande porte fica inviabilizada de prestar serviços de comunicação (por causa de eventos naturais como tremores e descargas elétricas), uma grande quantidade de terminais móveis ficam desprovidos de serviços de comunicação. Esta situação poderia ser evitada caso houvesse um sistema cooperativo, pois se um nó entre em colapso, ele pode ser substituído por outro de forma a manter a integridade do sistema.

1.2 Fundamentação Teórica

Esta seção apresenta a base teórica fundamental para o entendimento da monografia e está dividida em quatro subseções: sistemas OFDM (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) e OFDMA (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiple Access*), RRA, QoS e comunicação cooperativa.

1.2.1 Sistemas OFDM e OFDMA

OFDM é uma técnica de modulação multiportadora que transmite um fluxo de dados de banda larga em canais paralelos de banda estreita, denominados subportadoras. Dessa forma, a ideia fun-

damental da técnica OFDM consiste em dividir o fluxo de dados de banda larga em N pequenos fluxos de banda estreita e em seguida transmiti-los simultaneamente através de N subportadoras [4]. Para gerar as subportadoras utiliza-se uma técnica matemática denominada IDFT (do inglês, *Inverse Discrete Fourier Transform*). As subportadoras geradas são ortogonais duas-a-duas e por isso podem ter seus espectros sobrepostos, evitando o uso de banda de guarda como ocorre em FDM (do inglês, *Frequency Division Multiplexing*) [5]. A Figura 1.1 compara, de forma ilustrativa, quanto do espectro de frequência é necessário para transmitir um sinal banda larga com as técnicas OFDM e FDM, onde vê-se claramente a eficiência da técnica OFDM.

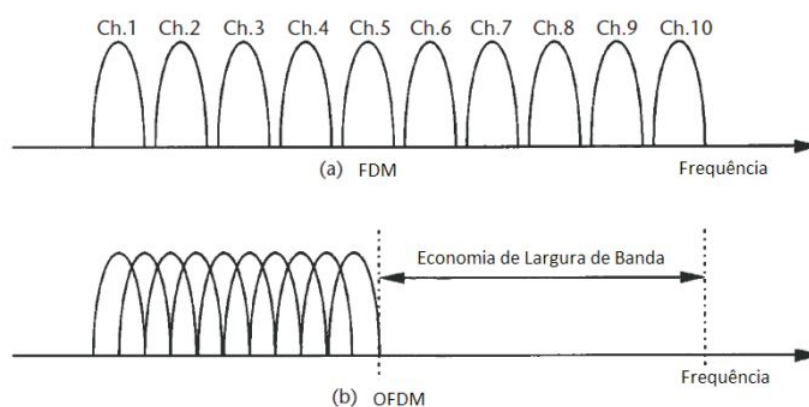


Figura 1.1: Espectros FDM e OFDM. Figura retirada de [5].

Dessa forma, quando se faz uso de subportadoras para transmitir dados, a largura de banda associada a cada subportadora é pequena quando comparada com a banda de coerência do canal e com isso as subportadoras irão experimentar um desvanecimento plano em frequência.

Essa condição de desvanecimento plano decorre, em parte, do aumento no tempo Δt de transmissão de cada símbolo, isto é, uma vez que os símbolos são transmitidos de forma mais lenta, um desvanecimento de duração $\delta t \ll \Delta t$ degrada a qualidade do símbolo em um pequeno intervalo de tempo, algo que facilita significativamente o processo de recepção da mensagem transmitida [4, 5].

Assim, as principais vantagens e desvantagens da técnica OFDM podem ser resumidas como segue:

1. Vantagens

- Alta eficiência espectral.
- Fácil implementação.
- Robusta ao desvanecimento.
- Capacidade de lidar de forma eficiente com canais seletivos em frequência.

2. Desvantagens

- Sensível ao deslocamento em frequência devido a sobreposição do espectro das subportadoras.
- Exige sincronização precisa na frequência das subportadoras, uma vez que desvios em frequência causam perda de ortogonalidade entre as subportadoras e com isso ocorre um deslocamento na fase dos símbolos recebidos.

OFDMA consiste em uma técnica de acesso múltiplo que designa subconjuntos de subportadoras para os usuários permitindo a transmissão dos tráfegos individuais simultaneamente. Assim, a técnica OFDMA consiste na versão multiusuário da OFDM e por isso também tem grande eficiência espectral, possui robustez ao desvanecimento e combate os canais seletivos em frequência.

1.2.2 Alocação de Recursos de Rádio

Os sistemas de comunicações celulares atuais são caracterizados por uma grande quantidade de usuários e sofrem com limitações de potência em cada torre de transmissão e da largura de banda.

Dessa forma, é necessário que seja feito o uso eficiente do espectro de frequência bem como da potência a ser alocada a cada usuário que requisiere serviço nesses sistemas. Este tipo de sistema geralmente apresenta um canal de comunicação seletivo em frequência e por isso implementa a técnica OFDMA com o objetivo de transformar o canal seletivo em subportadoras com ganho plano em frequência. Assim, em sistemas OFDMA o problema de alocação de recursos de rádio consiste no assinalamento de subportadoras e na distribuição potência ótima de forma que a capacidade de transmissão de dados seja máxima. Entretanto, esta tarefa não é simples, principalmente quando se faz uso de repetidores, pois existem diversos fatores que influenciam na alocação desses recursos, como as condições de canal em cada salto além das limitações de SNR (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio*) mínima exigida no sistema. Dependendo do tipo de cenário, os algoritmos que apresentam a solução ótima para a alocação dos recursos de rádio são inviáveis em termos de complexidade computacional, forçando os projetistas desses sistemas a trabalhar com soluções sub-ótimas [6, 7].

1.2.3 Qualidade de Serviço

A principal meta dos atuais sistemas de telefonia móvel celular é prover aos usuários o acesso a uma grande variedade de serviços que estarão disponíveis com o advento das próximas gerações das comunicações móveis. Para atingir tal meta há uma série de desafios a serem considerados, tais como: qualidade de transmissão do meio, largura de banda limitada, gerenciamento de localização e custo da conexão.

Assim, pode-se considerar que em um sistema de telefonia celular o nível de QoS [8] percebido pelos usuários está relacionado com a eficiência da técnica de alocação de canais utilizada e com a potência atribuída a cada usuário. Portanto, é possível utilizar os principais parâmetros que medem a eficiência das técnicas de alocação de canais como parâmetros de QoS de uma rede móvel celular, sendo eles [9]:

- Vazão: é a medida da transmissão de dados ou tráfego total de informação que é movida de um ponto a outro de uma rede sem fio durante um intervalo de tempo específico. Portanto, a vazão indica a capacidade de transmissão da rede e consiste em um dos parâmetros mais básicos de QoS.
- Taxa de perda de pacotes: é um índice que quantifica a porcentagem dos pacotes que são perdidos durante a transmissão entre dois elementos da rede sem fio, isto é, este índice mensura a fração dos pacotes que foram transmitidos mas não foram recebidos. Dessa forma, esta taxa é medida a partir do receptor, sendo definida como a relação entre a quantidade de pacotes perdidos e a quantidade total de pacotes transmitidos.
- Taxa de erro: consiste na fração total dos pacotes que chegam ao receptor e que apresentam conteúdo (sequência de bits) diferente do pacote que foi transmitido inicialmente. Esta diferença entre o conteúdo do pacote transmitido e o pacote recebido dá-se o nome de erro de transmissão. Tais erros geralmente são ocasionados devido às condições de ambiente que influenciam na qualidade do canal de comunicação ou até mesmo erros de *hardware*. A taxa de erro é um parâmetro fundamental no projeto de uma rede sem fio, pois está intimamente relacionado com a taxa de dados útil que trafega pela rede.
- Atraso ou latência: consiste no intervalo de tempo em que um pacote de dados leva para se deslocar do transmissor para o receptor em uma rede sem fio. A latência é decorrente de uma série de fatores, tais como o atraso de propagação do sinal de rádio no ambiente, o tempo de processamento do sinal nos equipamentos de comunicação e o escalonamento de pacotes. O atraso de propagação é um parâmetro constante do sistema e independe das técnicas utilizadas na transmissão de dados, já o tempo de processamento do sinal em equipamentos é decorrente da qualidade do *hardware* e pode apresentar variações significativas. O escalonamento de pacotes, que consiste em determinar a ordem com que os pacotes serão transmitidos da fonte para o destino, também pode apresentar atrasos significativos, pois uma transmissão simultânea de pacotes nem sempre é possível e assim os dados de alguns nós da rede podem ser buferizados no transmissor gerando atrasos.

- *Jitter*: o *jitter* consiste na maior variação da latência de um conjunto de blocos de dados que são transmitidos em um sistema de comunicação móvel. Portanto, podemos entender o *jitter* como uma medida complementar à latência, pois enquanto a latência mensura o atraso total na transmissão de dados, o *jitter* mensura a máxima variação da latência.

Assim, estes parâmetros são utilizados como meio de definir as técnicas de alocação de canal a serem aplicadas no sistema de telefonia móvel.

1.2.4 Comunicação Cooperativa

O estudo da comunicação cooperativa vem sendo um tema bastante explorado nos últimos anos e constitui um dos elementos importantes das tecnologias 4G [10]. A comunicação cooperativa consiste em um conjunto de nós de uma rede de comunicação que compartilham suas antenas provendo diversidade (melhora na qualidade do sinal transmitido) e/ou multiplexação (aumento na taxa) de dados entre os elementos da rede.

Um tipo de diversidade bastante explorada é a diversidade espacial, que é caracterizada quando um mesmo sinal é transmitido por várias antenas e recebido por uma ou mais antenas, caracterizando assim um sistema MIMO [11]. Considerando que as cópias do sinal transmitido experimentem desvanecimento independente e seja p a probabilidade de uma cópia apresentar erro na recepção, então a probabilidade de N sinais apresentarem erro será de p^N . Uma vez que $0 < p < 1 \rightarrow p^N < p$, isto é, quando o sinal é replicado e transmitido, a probabilidade de erro na recepção será menor.

Alternativamente, podemos multiplexar os dados (pacotes distintos) ao longo de N antenas de transmissão e então obter um aumento significativo na taxa de dados. Assim, vemos a versatilidade do sistema MIMO que é capaz de gerar diversidade quando as condições do canal são ruins e multiplexar dados quando o canal é favorável.

Conforme mostrado na Figura 1.2, temos um esquema simplificado de diversidade cooperativa. O funcionamento desse tipo de diversidade é baseado no uso do repetidor (*relay*) que recebe o sinal da fonte e então o retransmite para o destino (terminal móvel). Dessa forma, o terminal móvel receberá duas cópias com desvanecimento decorrelacionados da mesma mensagem, uma seguindo o caminho direto fonte-destino e a outra seguindo o caminho alternativo fonte-repetidor-destino.

Este tipo de abordagem é especialmente interessante em sistemas celulares com reuso de frequência existentes em grandes centros urbanos, em que o posicionamento correto dos repetidores melhora de forma significativa a cobertura do sinal na borda da célula e atenua os efeitos de desvanecimento.

O processamento que o sinal transmitido recebe no repetidor é determinado pelo tipo de protocolo empregado. Os protocolos AF (do inglês, *Amplify and Forward*) e DF (do inglês, *Decode and Forward*) são largamente difundidos nos sistemas de comunicação cooperativa. O protocolo AF é

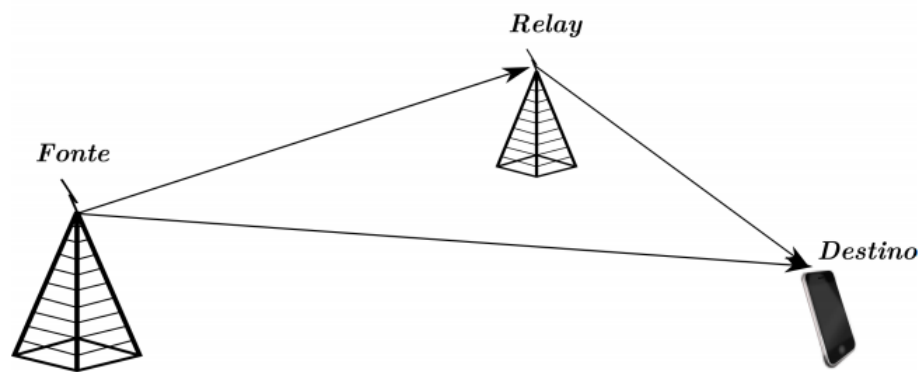


Figura 1.2: Exemplo de diversidade cooperativa com repetidor. Figura retirada de [1].

mais simples de implementar pois não considera o conteúdo da informação a ser enviada para o destino. Portanto este protocolo dá um ganho no sinal recebido e o reenvia para o destino final. Por sua simplicidade de implementação, o protocolo AF também amplifica o ruído, algo que aumenta a taxa de erro na recepção do sinal.

O protocolo DF tem um funcionamento mais complexo, pois requer a decodificação do sinal proveniente da fonte, seguido de uma codificação e retransmissão do sinal para o destino. Apesar de mais complexo, o protocolo DF reduz a taxa da erro de *bit* nas transmissões fonte-destino pois é capaz de fazer correções no processo de decodificação, algo que não ocorre no AF. Entretanto, a taxa de dados no enlace fonte-destino quando empregamos protocolo DF é determinada pelo enlace de pior taxa (fonte-repetidor ou repetidor- destino), sendo esta a maior desvantagem do uso desse protocolo.

1.3 Objetivos Gerais e Específicos

1.3.1 Objetivos Gerais

Estudar alocação de recursos de rádio tais como potência e subportadoras em um sistema cooperativo utilizando o método de acesso OFDMA.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Selecionar objetivos para o problema de otimização que estejam alinhados com os interesses do projeto de sistema celulares.
- Modelar restrições que representem as limitações práticas dos sistemas cooperativos.
- Resolver, de forma ótima, o problema estudado utilizando técnicas analíticas e/ou numéricas.

- Propor soluções subótimas de baixa complexidade para o problema a ser estudado.

1.4 Revisão Bibliográfica

Nesta seção apresentaremos uma breve discussão sobre as contribuições de outros trabalhos que serviram como base para a realização dessa monografia.

Em [12] os autores consideram a otimização de potência de transmissão em uma rede de repetidores com objetivo de minimizar a probabilidade de *outage*.

Distribuição de subportadoras e alocação de potência foi estudado em [7]. Nesse artigo, os autores apresentam o conceito de pareamento de subportadoras (em inglês: *subcarrier pairing* ou *subcarrier matching*) que consiste na associação de uma subportadora no enlace fonte-repetidor com uma subportadora do enlace repetidor-destino. Nessa situação, os dados que serão transmitidos da fonte para o destino usarão as subportadoras que foram pareadas. Diferentes configurações de pareamento podem levar a significativas variações no desempenho do sistema, sendo este um dos focos de análise desse trabalho. Outra contribuição de [7] foi a construção de um problema de otimização composto por outros dois subproblemas acoplados: pareamento de subportadoras e alocação de potência. Os autores propuseram uma heurística para o problema acoplado que consiste em resolver o pareamento de subportadoras por meio do algoritmo Húngaro considerando alocação de potência igualitária nas subportadoras de ambos os saltos. Após resolvido o pareamento, era feita alocação de potência por meio do algoritmo *Water Filling*. Nenhuma solução ótima foi fornecida pelos autores e houve uma consideração irrealista ao supor uma única restrição de potência total para a fonte e para o repetidor.

Os trabalhos [6, 19, 20] estudaram um problema semelhante ao abordado em [7], mas fizeram a consideração realista de ter uma restrição individual de potência na fonte e no repetidor, algo que torna a solução ótima do problema mais complexa.

Em [14] os autores consideraram um sistema semelhante ao abordado em [7] e provaram que se considerarmos alocação de potência igualitária em ambos os saltos, o pareamento ordenado maximiza a taxa de dados fonte-destino. O pareamento ordenado consiste em parear a subportadora de maior ganho do primeiro salto com a subportadora de maior ganho do segundo salto e assim por diante. O trabalho [15] estudou o pareamento de subportadoras considerando um conjunto de repetidores distribuídos de forma paralela entre fonte e o destino e também propôs uma heurística baseada em ganhos de canal ordenados.

O trabalho [2] considera um cenário composto por uma torre de transmissão (fonte), um repetidor e um destino. O objetivo consiste em fazer alocação de potência (na fonte e no repetidor) e distribuir as subportadoras entre a fonte-repetidor e repetidor-destino de forma que a taxa de dados fonte-destino seja maximizada. Os autores provaram que o problema pode ser desacoplado e então o pareamento de

subportadoras e alocação de potência podem ser estudados separadamente. Também mostraram que o pareamento ordenado é ótimo e a solução ótima para o problema de alocação de potência foi obtida com alta complexidade computacional o que motivou os autores a desenvolver heurísticas baseadas no algoritmo *Water Filling*.

O artigo [3] complementa o estudo feito pelos trabalhos [2, 1] e contém resultados analíticos para pareamento de subportadoras e alocação de potência em cenários de comunicação cooperativa com múltiplos saltos. Nesse artigo considera-se um sistema com uma fonte, múltiplos repetidores em série e múltiplos destinos. Conforme nos trabalhos [2, 1] objetiva-se maximizar a taxa de dados fonte-destino e para isso existem três problemas acoplados que devem ser resolvidos de forma ótima: pareamento de subportadoras, alocação de potência e assinalamento subportadora-receptor, isto é, determinar como será feita a alocação das subportadoras para os receptores no último salto do sistema. Os autores provaram que os três subproblemas podem ser desacoplados sem perda de otimalidade e então estudados separadamente. Conforme ocorreu em [2, 1], o pareamento ordenado permaneceu sendo uma solução ótima, mas a alocação de potência tornou-se substancialmente mais complexa, uma vez que houve a adição de novas restrições de potência para cada novo repetidor considerado. O problema de alocação de potência foi resolvido de forma ótima com alto custo computacional e a solução ótima para o problema subportadora-receptor consiste em atribuir cada subportadora do último salto para o receptor cuja subportadora apresenta maior ganho de canal. A referência [13] fornece técnicas matemáticas baseadas em programação não-linear contínua que possibilitam entender em mais detalhes os problemas aqui abordados.

O trabalho [8] lida com maximização da eficiência espectral em sistemas SISO (do inglês, *Single Input Single Output*) e MIMO considerando restrição de QoS e distribuição igualitária de potência para todas as subportadoras do sistema. Este trabalho fornece a solução ótima para o problema proposto em ambos os cenários com um alto custo computacional e apresenta uma solução aproximativa de baixo custo computacional denominada RAISES (do inglês, *Reallocation-based Assignment for Improved Spectral Efficiency and Satisfaction*), que consiste em um algoritmo que deve assinalar subportadoras de forma que o QoS seja atingido. Esse trabalho considera níveis de MCS discretos, isto é, modela o mapeamento entre taxa de dados e SNR como sendo discreto. Essa consideração é mais realista e retrata os sistemas de comunicações atuais de forma mais precisa, entretanto o problema torna-se combinatorial (inteiro) e técnicas baseada na convexidade de funções e no uso do Lagrangeano [13] não podem ser aplicadas nesse caso.

Todos os trabalhos anteriormente citados (com exceção de [8]) consideram um mapeamento logarítmico e contínuo entre taxa de dados e SNR. Tal consideração traz vantagens matemáticas na solução dos problemas, entretanto é irrealista uma vez que em cenários práticos o mapeamento entre taxa de dados e SNR é discreto. Baseados nessa consideração, apresentamos as principais contribuições

dessa monografia:

- Formulamos o problema de alocação de potência e pareamento de subportadoras assumindo mapeamento discreto entre taxa de dados e SNR. Com isso obtemos um problema de otimização combinatorial inteiro não linear.
- Apresentamos a solução ótima do problema estudado ao convertê-lo em linear.
- Propomos dois algoritmo de alocação de potência com baixo custo computacional. O primeiro algoritmo proposto é baseado em métodos já conhecidos na literatura e o segundo é uma ideia original e constitui a contribuição mais significativa dessa monografia.

Capítulo 2

Modelagem do Sistema

Este capítulo é dedicado à formulação de um problema de otimização inteiro que expressa a alocação de potência e pareamento de subportadoras em um sistema cooperativo com dois saltos composto por uma fonte, um repetidor e um receptor em um sistema OFDM.

2.1 Caracterização de Cenário

O cenário considerado consiste um sistema de dois saltos composto por uma fonte transmissora, um repetidor e um destino (receptor), conforme ilustrado na figura 2.1.

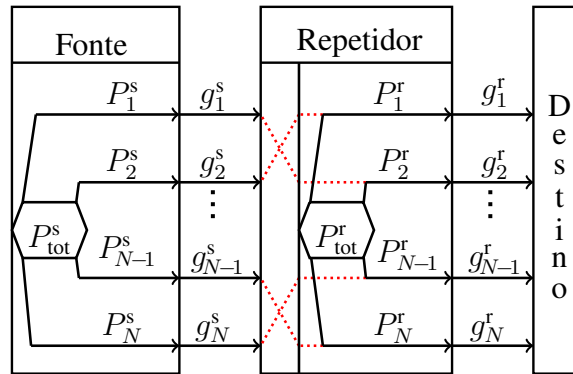


Figura 2.1: Modelo de Sistema com dois saltos.

O sistema tem um total de N subportadoras OFDM que podem ser comumente utilizadas no enlace fonte-repetidor (salto 1) e no enlace repetidor-destino (salto 2) e multiplexadas no tempo. O processo de transmissão do sinal fonte-destino é dividido em dois *time-slots*: no primeiro *time-slot* as N subportadoras OFDM são usadas para transmitir dados da fonte para o repetidor e no segundo *time-slot* as N subportadoras são usadas para transmitir dados do repetidor para o destino. Assumimos que

as subportadoras experimentam desvanecimento Rayleigh e que todos os nós do sistema têm CSI (do inglês, *Channel State Information*), isto é, têm perfeito conhecimento do estado do canal.

A potência total disponível na fonte e no repetidor que pode ser distribuída entre as N subportadoras de cada enlace é dada por P_{tot}^s e P_{tot}^r , respectivamente. As variáveis P_n^s e $P_q^r \forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$ representam as potências alocadas para a n -ésima e q -ésima subportadoras dos saltos 1 e 2, respectivamente. Definimos $g_n^s \equiv \frac{|h_n^s|^2}{\sigma^2}$ e $g_q^r \equiv \frac{|h_q^r|^2}{\sigma^2}$ como os ganhos de canal normalizados nas subportadoras n e $q \in \{1, 2, \dots, N\}$ dos saltos 1 e 2 (respectivamente) em que h_n^s e h_q^r consistem na resposta em frequência das subportadoras n e $q \in \{1, 2, \dots, N\}$, respectivamente. Por fim, σ^2 é definido como a potência média do ruído.

Os *bits* transmitidos através da n -ésima subportadora do salto 1 devem ser retransmitidos por somente uma das $q \in \{1, 2, \dots, N\}$ subportadoras do salto 2. Definimos como pareamento de subportadora a funcionalidade do sistema responsável por associar cada uma das subportadoras do salto 1 com uma subportadora do salto 2 com o objetivo de transmitir os dados da fonte para o destino. Como exemplo, nós podemos ver na figura 2.1 que as subportadoras 1, 2, $N-1$ e N do salto 1 são pareadas com as subportadoras 2, 1, N e $N-1$ do salto 2, respectivamente. Por fim, consideramos que o repetidor faz uso do protocolo DF como meio de retransmitir os dados.

A maioria dos trabalhos da literatura consideram um mapeamento contínuo entre SNR e taxa de dados R para todas as subportadoras do sistema de dois saltos com largura de banda B , sendo este mapeamento representado pela equação de Shannon:

$$R = B \log_2(1 + \text{SNR}). \quad (2.1)$$

Matematicamente esta abordagem é vantajosa, pois existem alguns teoremas baseados na continuidade e convexidade da função objetivos e das restrições que nos possibilitam obter uma solução analítica para estes problemas. Fisicamente esta abordagem é irrealista, pois em sistemas práticos o mapeamento entre SNR e taxa de dados é feito de forma discreta.

Buscando uma abordagem mais realista, consideramos neste trabalho um mapeamento discreto entre SNR e taxa de dados (ou nível de MCS) conforme mostrado na figura 2.2. Note que a função monotônica crescente discreta $f(\cdot)$ depende das características físicas do sistema a ser modelado e mapeia a SNR com a taxa de dados da seguinte forma: quando $\text{SNR}_m \leq \text{SNR} < \text{SNR}_{m+1}, \forall m \in \{1, 2, \dots, M-1\}$, então a taxa de dados r_m é atingida e sempre que $\text{SNR} \geq \text{SNR}_M$ então a taxa de dados r_M é atingida.

Considerando as características e o modelo de sistema apresentados na figura 2.1 e o mapeamento entre SNR e taxa de dados da figura 2.2, faremos agora a definição de algumas variáveis que permitem fazer a modelagem matemática do problema estudado.

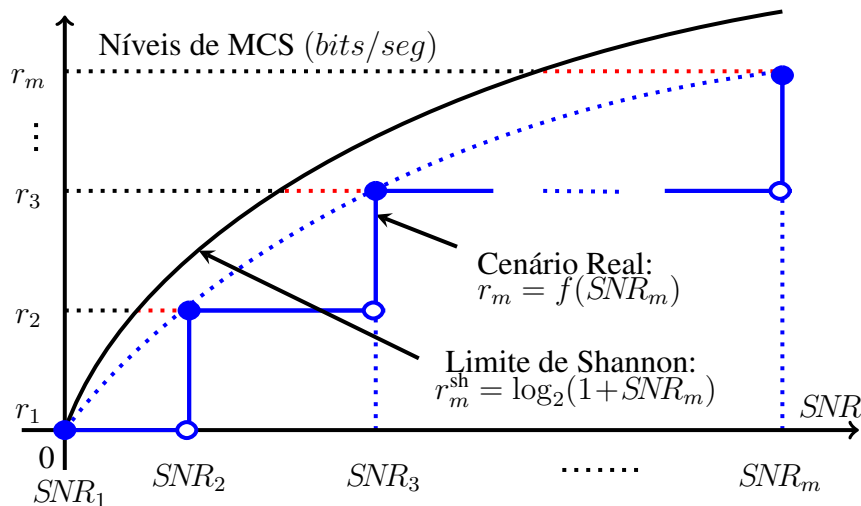


Figura 2.2: Mapeamento discreto entre SNR e taxa de dados para as subportadoras dos saltos 1 e 2.

- r_n^s : taxa de dados transmitida na n -ésima subportadora do salto 1.
- $r_{n,q}^r$: taxa de dados transmitida na q -ésima subportadora do salto 2 que esteja pareada com a n -ésima subportadora do salto 1.
- $r_n^{s,r}$: taxa de dados transmitida sobre o n -ésimo *link*. O n -ésimo *link* é definido como o pareamento de n -ésima subportadora do salto 1 com a q -ésima subportadora do salto 2, isto é, $r_n^{s,r}$ é uma função matemática do tipo $h(r_n^s, r_{n,q}^r)$ em que $h(\cdot)$ depende do tipo de protocolo empregado no repetidor.
- $P_{n,m}^s$: mínima quantidade de potência necessária para a n -ésima subportadora do salto 1 atingir o m -ésimo nível de MCS.
- $P_{q,m}^r$: mínima potência necessária para a q -ésima subportadora do salto 2 atingir o m -ésimo nível de MCS.
- $y_{n,m}^s$: matriz de variáveis binárias que assumem valor 1 se a n -ésima subportadora do salto 1 atingir o m -ésimo nível de MCS e assumem valor 0 caso contrário.
- $y_{n,q,m}^r$: matriz de variáveis binárias que assumem valor 1 se a q -ésima subportadora do salto 2 atingir o m -ésimo nível de MCS e estiver pareada com a n -ésima subportadora do salto 1, caso contrário assumem valor 0.
- \mathcal{N}, \mathcal{M} : conjunto de subportadoras e conjunto de níveis de MCS definidos por $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ e $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$, respectivamente.

- $f(\cdot)$: função matemática que realiza um mapeamento discreto entre os M níveis de MCS e a SNR, isto é, $r_m = f(SNR_m)$, $\forall m \in \mathcal{M}$.

A fim de facilitar o entendimento da definição das variáveis feita anteriormente e possibilitar uma consulta rápida, a Tabela 2.1 contém a descrição das principais variáveis e constantes do problema de otimização que será construído. Note que $y_{n,m}^s$ e $y_{n,q,m}^r$ são as variáveis de otimização e os demais elementos são constantes.

Tabela 2.1: Definição das variáveis do sistema de dois saltos.

Elemento	Descrição
N	Número de subportadoras por salto.
M	Quantidade de níveis de MCS.
$P_{\text{tot}}^s, P_{\text{tot}}^r$	Potência total disponível na fonte e no repetidor, respectivamente.
r_m	Taxa de dados transmitida quando o m -ésimo nível de MCS é atingido.
r_n^s	Taxa de dados transmitidas na n -ésima subportadora do salto 1.
$r_{n,q}^r$	Taxa de dados transmitida na q -ésima subportadora do salto 2 que esteja pareada com a n -ésima subportadora do salto 1.
$r_n^{s,r}$	Taxa de dados transmitida sobre o n -ésimo <i>link</i> , onde $n \in \mathcal{N}$.
$P_{n,m}^s$	Mínima quantidade de potência necessária para a n -ésima subportadora do salto 1 atingir o m -ésimo nível de MCS.
$P_{q,m}^r$	Mínima potência necessária para a q -ésima subportadora do salto 2 atingir o m -ésimo nível de MCS.
$y_{n,m}^s$	Matriz de variáveis binárias que assumem valor 1 se a n -ésima subportadora do salto 1 atingir o m -ésimo nível de MCS e assumem valor 0 caso contrário.
$y_{n,q,m}^r$	Matriz de variáveis binárias que assumem valor 1 se a q -ésima subportadora do salto 2 atingir o m -ésimo nível de MCS e estiver pareada com a n -ésima subportadora do salto 1, caso contrário assumem valor 0.
\mathcal{N}, \mathcal{M}	Conjunto de subportadoras e conjunto de níveis de MCS definidos por $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ e $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$, respectivamente.
$f(\cdot)$	Função matemática que realiza um mapeamento discreto entre os $m \in \mathcal{M}$ níveis de MCS e a taxa de dados r_m .

2.2 Formulação do Problema

A partir dos elementos descritos na Tabela 2.1, podemos fazer um conjunto de restrições sobre as variáveis $y_{n,m}^s$ e $y_{n,q,m}^r$ com a finalidade de obtermos um problema de alocação de potência e pareamento de subportadoras, conforme mostrado a seguir.

A primeira restrição é dada por

$$\sum_{m=1}^M y_{n,m}^s = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (2.2)$$

a qual determina que cada subportadora $n \in \mathcal{N}$ do salto 1 deve atingir somente um nível de MCS $m \in \mathcal{M}$. Analogamente, a mesma restrição é aplicada para as subportadoras do salto 2, isto é, cada subportadora $q \in \mathcal{N}$ do salto 2 deve atingir somente um nível de MCS $m \in \mathcal{M}$. Além disso, cada subportadora do salto 1 deve ser pareada com uma subportadora do salto 2 bem como cada subportadora do salto 2 deve ser pareada com uma subportadora do salto 1. Estas duas restrições são modeladas como:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall q \in \mathcal{N}, \quad (2.3)$$

$$\sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall n \in \mathcal{N}. \quad (2.4)$$

A potência total disponível na fonte e no repetidor para ser distribuída entre as subportadoras de cada salto é P_{tot}^s e P_{tot}^r , respectivamente. Essas restrições de potência são modeladas como:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s P_{n,m}^s \leq P_{\text{tot}}^s, \quad (2.5)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r P_{n,q,m}^r \leq P_{\text{tot}}^r. \quad (2.6)$$

Considerando um mapeamento discreto entre SNR e taxa de dados conforme apresentado na figura 2.2, a taxa de dados transmitida sobre a n -ésima subportadora do salto 1 é dada por:

$$r_n^s = \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s r_m, \forall n \in \mathcal{N}. \quad (2.7)$$

De forma equivalente, a taxa de dados sobre a q -ésima subportadora do salto 2 que está pareada com a n -ésima subportadora do salto 1 é dada por:

$$r_{n,q}^r = \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r r_m, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (2.8)$$

em que q é o valor de q no somatório da equação (2.8) tal que $\sum_{\forall q} \sum_{\forall m} y_{n,q,m} = 1, \forall n \in \mathcal{N}$. Note que na equação (2.8), para cada subportadora n do salto 1 nós “procuramos” uma subportadora $q \in \mathcal{N}$ no salto 2 de forma que n e q estejam pareadas. Note ainda que a equação (2.8) expressa a taxa de dados

de uma subportadora $q \in \mathcal{N}$ do salto 2 em função de uma subportadora n do salto 1 e que $r_{n,q}$ é uma função matemática em n em que q é uma constante.

Considerando o uso de protocolo DF no repetidor e definindo o n -ésimo enlace como a ocorrência do pareamento entre a n -ésima subportadora do salto 1 com a q -ésima subportadora do salto 2, então a taxa de dados sobre o n -ésimo enlace será dada por

$$r_n^{s,r} = \min \{r_n^s, r_{n,q}^r\}, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (2.9)$$

e a taxa de dados total R no enlace fonte-repetidor-destino será dada pela soma das taxa de todos os n enlaces:

$$R = \sum_{n=1}^N r_n^{s,r}. \quad (2.10)$$

Por fim, considerando as equações (2.2)-(2.10), podemos formular um problema de otimização conforme a seguir:

$$\min_{\{y_{n,m}^s, y_{n,q,m}^r\}} - \sum_{n=1}^N \min \left\{ \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s r_m, \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r r_m \right\}, \quad (2.11)$$

Sujeito a:

$$\sum_{m=1}^M y_{n,m}^s = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (2.12)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall q \in \mathcal{N}, \quad (2.13)$$

$$\sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (2.14)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s P_{n,m}^s \leq P_{\text{tot}}^s, \quad (2.15)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r P_{n,q,m}^r \leq P_{\text{tot}}^r, \quad (2.16)$$

em que a equação (2.11) foi obtida a partir da substituição de (2.7) e (2.8) em (2.9) e (2.9) em (2.10).

Capítulo 3

Solução Ótima e Heurísticas

Este capítulo descreve a solução ótima e as soluções de baixa complexidade para o problema (2.11)-(2.16).

3.1 Solução Ótima

O problema apresentado em (2.11)-(2.16) pertence a classe dos problemas de otimização inteira não linear, que geralmente são difíceis de serem solucionados de forma ótima com um baixo custo computacional. Uma abordagem direta para obter a solução ótima para o problema (2.11)-(2.16) consiste em utilizar busca exaustiva, isto é, enumerar todas as soluções possíveis e então selecionar a(s) que minimiza(m) a função objetivo (2.11).

O problema (2.11)-(2.16) pode ser interpretado como o acoplamento de outros dois problemas, sendo eles o pareamento de subportadoras e alocação de potência. Analisando a função objetivo (2.11), vemos que as dimensões n e q da matriz $y_{n,q,m}^r$ determinam o esquema de pareamento de subportadoras e a dimensão m de $y_{n,m}^s$ e $y_{n,q,m}^r$ determina o esquema de alocação de potência (níveis de MCS).

Assim, podemos calcular o total de possíveis resultados no procedimento de busca exaustiva calculando, separadamente, o total de possíveis configurações de atribuição de níveis de MCS e pareamento de subportadoras. Conforme definido anteriormente, o pareamento de subportadora consiste em obter um par de (n, q) em que $n \in \mathcal{N}$ é o índice de uma subportadora do salto 1 e $q \in \mathcal{N}$ é o índice de uma subportadora do salto 2 resultando em um total de N pares. A alocação de potência consiste em selecionar, para cada par de subportadoras (n, q) , um nível de MCS $m \in \mathcal{M}$.

Para calcular o total de possíveis configurações da busca exaustiva para o pareamento e alocação de potência, considere o seguinte raciocínio:

Pareamento de subportadoras: a primeira subportadora do salto 1 pode ser pareada com qual-

quer uma das N subportadoras do salto 2, resultando em N possíveis configurações de pareamento. Para compor o segundo par, a subportadora 2 do salto 1 tem apenas $N - 1$ subportadoras no salto 2 com quem pode formar um par, resultando em mais $N - 1$ possíveis configurações de pareamento.

Por indução, percebemos que para compor o i -ésimo ($1 \leq i \leq N$) par, a i -ésima subportadora do salto 1 pode ser pareada com uma dentre as $N - i + 1$ subportadoras remanescentes no salto 2, resultando em $N - i + 1$ configurações de pareamento. Note que, pelo nosso raciocínio indutivo, para $i = N$, o N -ésimo par será composto pela N -ésima subportadora do salto 1 com $N - N + 1 = 1$ subportadora do salto 2, isto é, para compor o último par, existirá somente uma subportadora remanescente em ambos os saltos. Esta conclusão está correta, pois $N - 1$ pares já foram efetuados e resta apenas uma subportadora em cada salto para compor o último par.

Considerando o raciocínio do parágrafo anterior e definindo o total de possíveis configurações de pareamento por α , então podemos escrever:

$$\alpha = \prod_{i=1}^N (N - i + 1) = N \cdot (N - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = N!. \quad (3.1)$$

Portanto, o pareamento de subportadoras pode ser efetuado de $N!$ modos distintos.

Alocação de potência: a primeira subportadora do salto 1 pode atingir qualquer 1 dentre os M níveis de MCS possíveis e para cada nível que ela atingir, uma subportadora do salto 2 que esteja pareado com a subportadora do salto 1 pode atingir mais M níveis de MCS, totalizando M^2 possíveis configurações de níveis de MCS para o primeiro par.

Este raciocínio é o mesmo para determinar o total de possíveis configurações de níveis de MCS para os demais $N - 1$ pares de subportadoras, isto é, cada um dos $N - 1$ pares restantes podem conter até M^2 possíveis configurações de níveis de MCS. Note que, neste raciocínio, estamos considerando que a potência na fonte e no repetidor é sempre suficiente para que todos os pares de subportadoras possam atingir todos os níveis de MCS, algo que nem sempre corresponde a realidade. Entretanto, para calcular o total de possíveis configurações para o esquema de alocação de potência, devemos considerar que o sistema se encontra na situação que maximiza o total de possíveis configurações de níveis de MCS atingidos.

Considerando o raciocínio do parágrafo anterior e definindo o total de possíveis configurações de níveis de MCS por β , então podemos escrever:

$$\beta = \prod_{i=1}^N M^2 = M^{2N}. \quad (3.2)$$

Portanto, o esquema de alocação de potência pode ser efetuado de M^{2N} formas distintas para cada esquema de pareamento de subportadoras. Considerando que, para cada configuração de pareamento existem M^{2N} possíveis configurações de esquemas de alocação de potência, então podemos concluir

que o total de configurações de alocação de potência e pareamento de subportadoras será dado por:

$$\gamma = N! M^{2N}. \quad (3.3)$$

Assim, em cenários práticos, em que o número de subportadoras N geralmente é elevado ($N > 50$) e o número de níveis de MCS pode ser considerado constante ($8 \leq M \leq 15$), vemos que a busca exaustiva necessita de uma quantidade de operações da ordem de $50!15^{100}$, o que a torna impraticável. Baseado nisso, vemos a necessidade de procurar métodos alternativos de solução para este problema.

No problema (2.11)-(2.16), a função objetivo (2.11) é não linear devido o uso do operador $\min\{\cdot\}$ e as restrições (2.11) a (2.16) são lineares. Devido a alta complexidade computacional da solução ótima empregando busca exaustiva, nós propomos a reformulação do problema com a finalidade de obter um problema ILP (do inglês, *Integer Linear Problem*) através de uma manipulação matemática sobre a função objetivo (2.11).

Assim, faremos uso de uma técnica recorrente na literatura para minimizar a função objetivo (2.11), isto é, minimizar $-\sum_{\forall i} \min\{A_i, B_i\}$ é equivalente a minimizar $-\sum_{\forall i} x_i$ sujeito a $x_i \leq A_i$ e $x_i \leq B_i, \forall i$ [2]. Baseado nesse raciocínio podemos reescrever o problema (2.11)-(2.16) da seguinte forma:

$$\min_{\{y_{n,m}^s, y_{n,q,m}^r, x_{n,m}\}} - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M x_{n,m} r_m, \quad (3.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{m=1}^M x_{n,m} r_m \leq \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s r_m, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (3.5)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{n,m} r_m \leq \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r r_m, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (3.6)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{n,m} = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (3.7)$$

$$\sum_{m=1}^M y_{n,m}^s = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (3.8)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall q \in \mathcal{N}, \quad (3.9)$$

$$\sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (3.10)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,m}^s P_{n,m}^s \leq P_{\text{tot}}^s, \quad (3.11)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{m=1}^M y_{n,q,m}^r P_{n,q,m}^r \leq P_{\text{tot}}^r. \quad (3.12)$$

Note que, no problema (2.11)-(2.16), temos $N^2M + NM$ variáveis e $3N + 2$ restrições. Em contrapartida, no problema (3.4)-(3.12) temos $N^2M + 2NM$ variáveis e $6N + 2$ restrições, isto é, o método de linearização aumenta a quantidade de variáveis e restrições, porém torna viável o uso de algoritmos já conhecidos na literatura que lidam com problemas ILP.

Problemas na forma ILP podem ser resolvidos de forma ótima pelo algoritmo BB (do inglês, *Branch and Bound*) que é capaz de reduzir drasticamente o espaço de busca em que a solução ótima esteja contida. O algoritmo BB empregado nesse trabalho foi implementado no *software Matlab* onde fazemos uso do conjunto de rotinas matemáticas desenvolvidas pela referência [16] e que usa um modelo matricial para trabalhar com dados numéricos.

Baseado nisso, descreveremos como o problema (3.4)-(3.12) será expresso matricialmente. Seja \mathbf{Z} um vetor coluna com dimensões $z \times 1$ (com $z = N^2M + 2NM$) e que contenha todas as variáveis do problema (3.4)-(3.12):

$$\mathbf{Z} = [\underbrace{y_{1,1}^s, y_{1,2}^s, \dots, y_{N,M}^s}_{\mathbf{Y}^s}, \underbrace{y_{1,1,1}^r, y_{1,1,2}^r, \dots, y_{N,N,M}^r}_{\mathbf{Y}^r}, \underbrace{x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{N,M}}_{\mathbf{X}}]^t, \quad (3.13)$$

em que \mathbf{Y}^s , \mathbf{Y}^r e \mathbf{X} são subvetores de \mathbf{Z} com dimensões $NM \times 1$, $N^2M \times 1$ e $NM \times 1$ e correspondem as variáveis $\{y_{n,m}^s\}$, $\{y_{n,q,m}^r\}$ e $\{x_{n,m}\}$, respectivamente. Assim, existem matrizes de transformação \mathbf{T}^s , \mathbf{T}^r e \mathbf{T}^x , com dimensões $NM \times z$, $N^2M \times z$ e $NM \times z$, respectivamente, tais que

$$\mathbf{Y}^s = \mathbf{T}^s \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{T}^s = [I_{NM} \ \emptyset_{NM \times N^2M} \ \emptyset_{NM}], \quad (3.14)$$

$$\mathbf{Y}^r = \mathbf{T}^r \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{T}^r = [\emptyset_{N^2M \times NM} \ I_{N^2M} \ \emptyset_{N^2M \times NM}], \quad (3.15)$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{T}^x \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{T}^x = [\emptyset_{NM} \ \emptyset_{NM, N^2M} \ I_{NM}], \quad (3.16)$$

em que I_u denota uma matriz identidade de ordem u , \emptyset_u denota uma matriz (quadrada) de zeros de ordem u e $\emptyset_{u \times v}$ denota uma matriz de zeros com dimensões u por v .

Usando como base as equações (3.13)-(3.16) podemos reescrever as equações do problema (3.4)-(3.12) em função do vetor de variáveis \mathbf{Z} usando notação matricial, conforme a seguir.

- Função objetivo (3.4): existe um vetor linha \mathbf{G} , com dimensões $1 \times NM$, tal que a função objetivo (3.4) pode ser escrita como $\mathbf{G} \mathbf{X}$ ou usando a equação (3.16):

$$\mathbf{G} \mathbf{T}^x \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{G} = [r_1, r_2, \dots, r_M, \dots, r_1, r_2, \dots, r_M], \quad (3.17)$$

em que o vetor $[r_1, r_2, \dots, r_M]$ se repete N vezes.

- Restrição (3.5): existe uma matriz B , com dimensões $N \times NM$, tal que a restrição (3.5) pode ser escrita como $BX \leq BY^s$ ou usando as equações (3.14) e (3.16):

$$BT^x Z \leq BT^s Z \rightarrow B(T^x - T^s)Z \leq \emptyset_{N,1}, \quad (3.18)$$

$$B = \begin{bmatrix} r_1 \dots r_M & 0 \dots 0 & \dots & 0 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & r_1 \dots r_M & \dots & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 0 & \dots & r_1 \dots r_M \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

- Restrição (3.6): existe uma matriz C , com dimensões $N \times N^2M$, tal que a restrição (3.6) pode ser escrita como $BX \leq CY^r$ ou usando as equações (3.15) e (3.16):

$$BT^x Z \leq CT^r Z \rightarrow (BT^x - CT^r)Z \leq \emptyset_{N,1}, \quad (3.20)$$

$$C = \begin{bmatrix} G & \emptyset_{1 \times NM} & \dots & \emptyset_{1 \times NM} \\ \emptyset_{1 \times NM} & G & \dots & \emptyset_{1 \times NM} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset_{1 \times NM} & \emptyset_{1 \times NM} & \dots & G \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

em que G foi definido na equação (3.17) e se repete N vezes em C .

- Restrição (3.7): existe uma matriz D , com dimensões $N \times NM$, tal que a restrição (3.7) pode ser escrita como $DX = \mathbf{1}_{N,1}$, em que $\mathbf{1}_{u,v}$ denota uma matriz de 1's com dimensões u por v . Alternativamente, podemos escrever a restrição (3.7) usando a equação (3.16):

$$DT^x Z = \mathbf{1}_{N,1} \quad (3.22)$$

$$D = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{1,M} & \emptyset_{1,M} & \dots & \emptyset_{1,M} \\ \emptyset_{1,M} & \mathbf{1}_{1,M} & \dots & \emptyset_{1,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset_{1,M} & \emptyset_{1,M} & \dots & \mathbf{1}_{1,M} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

- Restrição (3.8): esta restrição pode ser escrita em função da matriz definida na equação (3.22) e será dada por $DY^s = \mathbf{1}_{N,1}$ ou usando a equação (3.14):

$$\mathbf{D} \mathbf{T}^s \mathbf{Z} = \mathbf{1}_{N,1}. \quad (3.24)$$

- Restrição (3.9): existe uma matriz \mathbf{E} , com dimensões $N \times N^2 M$, tal que a restrição (3.9) pode ser escrita como $\mathbf{E} \mathbf{Y}^r = \mathbf{1}_{N,1}$ ou usando a equação (3.15):

$$\mathbf{E} \mathbf{T}^r \mathbf{Z} = \mathbf{1}_{N,1} \rightarrow \mathbf{E} = [\mathbf{D}, \dots, \mathbf{D}], \quad (3.25)$$

em que \mathbf{D} foi definida na equação (3.22) e se repete N vezes em \mathbf{E} .

- Restrição (3.10): existe uma matriz \mathbf{F} , com dimensões $N \times N^2 M$, tal que a restrição (3.10) pode ser escrita como $\mathbf{F} \mathbf{Y}^s = \mathbf{1}_{N,1}$ ou usando a equação (3.15):

$$\mathbf{F} \mathbf{T}^r \mathbf{Z} = \mathbf{1}_{N,1}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{1,NM} & \emptyset_{1,NM} & \cdots & \emptyset_{1,NM} \\ \emptyset_{1,NM} & \mathbf{1}_{1,NM} & \cdots & \emptyset_{1,NM} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset_{1,NM} & \emptyset_{1,NM} & \cdots & \mathbf{1}_{1,NM} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

- Restrição (3.11): existe uma matriz \mathbf{H} , com dimensões $1 \times NM$, tal que a restrição (3.11) pode ser escrita como $\mathbf{H} \mathbf{Y}^s \leq P_{\text{tot}}^s$ ou usando a equação (3.14):

$$\mathbf{H} \mathbf{T}^s \mathbf{Z} \leq P_{\text{tot}}^s \rightarrow \mathbf{H} = [P_{1,1}^s, \dots, P_{N,M}^s]. \quad (3.28)$$

- Restrição (3.12): existe uma matriz \mathbf{J} , com dimensões $1 \times N^2 M$, tal que a restrição (3.12) pode ser escrita como $\mathbf{J} \mathbf{Y}^r \leq P_{\text{tot}}^r$ ou usando a equação (3.15):

$$\mathbf{J} \mathbf{T}^r \mathbf{Z} \leq P_{\text{tot}}^r \rightarrow \mathbf{J} = [P_{1,1,1}^r, \dots, P_{N,N,M}^r]. \quad (3.29)$$

Finalmente, usando as matrizes definidas entre as equações (3.14) e (3.29), obtemos uma representação matricial para o problema de otimização (3.4)-(3.12) conforme a seguir

$$\min_{\mathbf{Z}} \quad - \mathbf{G} \mathbf{T}^x \mathbf{Z} \quad (3.30)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} D T^x \\ D T^s \\ E T^r \\ F T^r \end{bmatrix} \mathbf{Z} = \mathbf{1}_{4N,1}, \quad (3.31)$$

$$\begin{bmatrix} B(T^x - T^s) \\ B T^x - C T^r \\ H T^s \\ J T^r \end{bmatrix} \mathbf{Z} \leq \begin{bmatrix} \emptyset_{2N,1} \\ P_{\text{tot}}^s \\ P_{\text{tot}}^r \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

em que a equação (3.31) foi obtida a partir da junção das equações (3.22), (3.24), (3.25) e (3.26), pois estas constituem restrições de igualdade. Já a equação (3.32) foi obtida a partir da junção das restrições (3.18), (3.20), (3.28) e (3.29), pois estas constituem restrições de desigualdade.

Observe ainda que, na forma matricial a variável de otimização consiste no vetor \mathbf{Z} e contém $N^2 M + 2NM$ variáveis. Além disso, as equações (3.31) e (3.32) constituem ao todo $6N + 2$ equações, algo que está de acordo com nossas considerações anteriores.

Resultados práticos da literatura mostram que o algoritmo BB em geral resolve a grande maioria dos problemas ILP em tempo polinomial quando a entrada de dados tem tamanho moderado [21], entretanto no pior caso, a ordem de complexidade desse algoritmo é exponencial em função do número de subportadoras e de níveis de MCS, conforme apresentado no apêndice A.

Dada a inviabilidade do pior caso do algoritmo BB, vemos a necessidade de desenvolver soluções heurísticas de baixo custo computacional que forneçam resultados satisfatórios (aproximativos) para o problema (3.4)-(3.12).

3.2 Heurísticas

Com o objetivo de obter soluções de baixa complexidade computacional para o problema (3.4)-(3.12), nós propomos diferentes heurísticas para o pareamento de subportadoras e alocação de potência. Com isso, poderemos avaliar de forma aproximadamente independente o efeito que o pareamento e a alocação de potência exercem sobre o sistema e qual desses dois fatores é mais significativo na taxa de dados total.

3.2.1 Pareamento de subportadora

Intuitivamente, se um par de subportadoras quaisquer (g_n^s, g_q^r) com n e $q \in \mathcal{N}$, apresentarem ganhos de canal com valor elevado, estas subportadoras irão atingir altas taxas de dados com baixo consumo de potência. Avaliando a equação (2.11), que representa a função objetivo do problema

de otimização, vemos que a taxa de dados total é limitada pela menor taxa entre r_n^s e $r_{n,q}^r$, o que nos permite concluir que, se g_n^s for elevado em relação a g_q^r , então a taxa r_n^s também será elevada em relação a $r_{n,q}^r$. A partir disso, espera-se que pares de subportadoras que apresentem ganhos de canal elevados possibilitem que o sistema atinja maiores taxas de dados e pares de subportadoras que apresentem ganhos de canal desbalanceados levam o sistema a atingir uma taxa de dados reduzida.

Baseado nesse raciocínio, consideramos três diferentes configurações de pareamento:

- **Pareamento ordenado:** nesse cenário, as subportadoras de ambos os saltos são ordenadas de forma decrescente de acordo com seus ganhos de canal normalizados, g_n^s e $g_q^r \forall n$ e $q \in \mathcal{N}$, respectivamente. Assumindo que, após o procedimento de ordenamento, tenhamos $g_1^s \geq g_2^s \geq \dots \geq g_N^s$ e $g_1^r \geq g_2^r \geq \dots \geq g_N^r$. Assim, o esquema de pareamento será dado por $(g_1^s, g_1^r), (g_2^s, g_2^r), \dots, (g_N^s, g_N^r)$.
- **Pareamento aleatório:** nesse cenário, as subportadoras do salto 1 são pareadas com as subportadoras do salto 2 de forma aleatória.
- **Pareamento inverso:** nesse cenário, as subportadoras do salto 1 são ordenadas de forma decrescente e as subportadoras do salto 2 são ordenadas de forma crescente de acordo com seus ganhos de canal normalizados, g_n^s e $g_n^r \forall n \in \mathcal{N}$, respectivamente. Assumindo que, após o procedimento de ordenamento, tenhamos $g_1^s \geq g_2^s \geq \dots \geq g_N^s$ e $g_1^r \leq g_2^r \leq \dots \leq g_N^r$. Assim, o esquema de pareamento será dado por $(g_1^s, g_1^r), (g_2^s, g_2^r), \dots, (g_N^s, g_N^r)$.

Devemos notar que o pareamento ordenado combina os ganhos de canal de valores mais elevados em cada salto e possivelmente será o mais eficiente dentre os três esquemas de pareamento. Além disso, o esquema de pareamento inverso combina os ganhos de canal de forma desbalanceada e possivelmente apresentará pior desempenho. Vale ressaltar que estes três esquemas de pareamento são heurísticas e não constituem verdades absolutas (matemáticas), isto é, são ideias que foram desenvolvidas a partir do conhecimento físico do sistema em estudo, sendo este o motivo pelo qual usamos o termo “possivelmente”.

3.2.2 Alocação de potência

O esquema de alocação de potência, para uma dada estratégia de pareamento de subportadoras, consiste em fornecer potência para o par de subportadoras $(g_n^s, g_q^r) \forall n$ e $q \in \mathcal{N}$ de modo que a taxa de dados $\sum_{\forall n} \min\{r_n^s, r_{n,q}^r\}$ seja maximizada.

Intuitivamente, se alocarmos potência de modo que as taxas r_n^s e $r_{n,q}^r$ estejam muito desbalanceadas, então o sistema como um todo terá uma baixa taxa de dados. Assim, espera-se que configurações

de alocação de potências em que as taxas r_n^s e $r_{n,q}^r$ sejam aproximadamente iguais apresentem melhores resultados.

Baseado nesse raciocínio, consideramos dois diferentes algoritmos de alocação de potência:

- HH modificado: a máxima taxa de dados em um canal de comunicação móvel multi-portadora com mapeamento contínuo entre SNR e taxa de dados, composto por uma torre de transmissão e um receptor, é dada pelo algoritmo *watter filling*. Quando o mapeamento entre SNR e taxa de dados é discreto, isto é, quando consideramos um cenário realista, o algoritmo HH consiste no esquema de alocação de potência ótimo. A principal ideia do HH consiste em aumentar a taxa de dados (nível de MCS), iterativamente, da subportadora que necessita da menor quantidade de potência para ganhar um nível de MCS, isto é, o HH transforma o problema de maximização de taxa em um problema de atribuir quantidades mínimas de potência para se obter ganho de um nível de MCS por iteração. Dito isso, nosso primeiro algoritmo de alocação de potência, ilustrado na Figura 3.1, pode ser descrito da seguinte forma: inicialmente aplicamos HH nos saltos 1 e 2 separadamente. Com isso, obtemos a taxa de dados r_n^s e $r_{n,q}^r, \forall n \in \mathcal{N}$, em todas as subportadoras dos saltos 1 e 2, respectivamente. Observe que em geral teremos $r_n^s \neq r_{n,q}^r$. Por fim, calculamos a taxa $r_{n,q}^{s,r}$ em todos os N links de acordo com a equação (2.9) e finalizamos o algoritmo com cálculo da taxa total R_T que é dada pela equação (2.11) que representa a função objetivo do problema. A ordem de complexidade do algoritmo HH modificado é dada por $\mathcal{O}(NM \log_2(N))$ e foi calculada no Apêndice A.

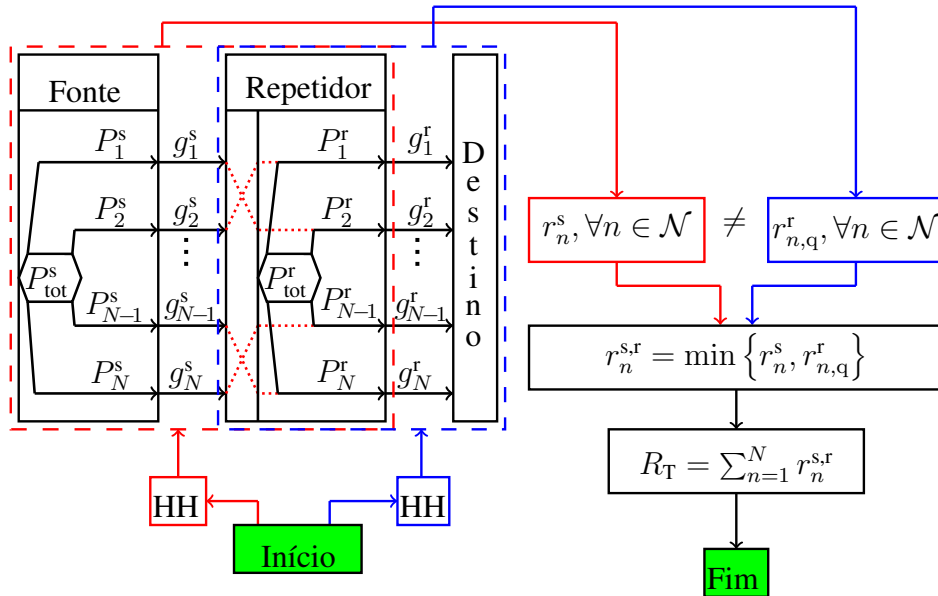


Figura 3.1: Diagrama de blocos do algoritmo de alocação de potência HH-modificado.

- MPRP (do inglês, *Maximization of the Product of the Residual Powers*): nossa segunda proposta, que é uma ideia original e não se baseia em nenhum método já conhecido na literatura, é uma solução iterativa mostrada no Algoritmo 1. Este algoritmo é baseado em duas premissas:

- 1) Subportadoras pareadas apresentam mesmo nível de MCS: como a taxa de dados fonte-destino é limitada pelo enlace de pior taxa, qualquer desbalanceamento entre as taxas de dados das subportadoras que estão pareadas implica em perda de taxa total e desperdício de potência (tal como ocorre no HH-modificado).
- 2) Uso eficiente da potência alocada: a cada iteração o algoritmo fornece um nível de MCS a um par de subportadoras de forma a garantir que, na iteração seguinte, o produto das potências disponíveis em ambos os saltos seja maximizado. Maximizar o produto das potências disponíveis também implica em maximizá-las individualmente, pois se uma dessas potências for baixa, o produto de ambas também será baixa. A ordem de complexidade para o algoritmo MPRP é dada por $O(MN^2)$ e foi calculada no Apêndice A.

Assim, vejamos a descrição de algumas variáveis importantes e, paralelo a isso, a descrição do funcionamento do algoritmo MPRP:

- P_{tot}^s e P_{tot}^r : são dois escalares e representam a potência total, em *Watts*, na fonte e no repetidor, respectivamente.
- $g^s[1, \dots, N]$ e $g^r[1, \dots, N]$: são vetores de tamanho N que representam os ganhos de canal normalizados, nos saltos 1 e 2, respectivamente. Devemos observar que o algoritmo faz alocação de potência considerando que as subportadoras foram pareadas da seguinte forma: $(g^s[1], g^r[1]), (g^s[2], g^r[2]), \dots (g^s[N], g^r[N])$, isto é, se os vetores $g^s[1, \dots, N]$ e $g^r[1, \dots, N]$ estiverem ordenados de forma crescente/decrescente então o algoritmo fará alocação de potência segundo um **pareamento ordenado**. Se um dos vetores estiver ordenado de forma crescente e o outro decrescente, então teremos uma alocação de potência com **pareamento inverso** e, por fim, se ambos os vetores forem inseridos de forma randômica, então a alocação de potência será feita segundo um **pareamento aleatório**.
- $SNR[1, \dots, N]$: é um vetor de tamanho N em que sua i -ésima posição representa a mínima SNR, em escala linear, para atingir o i -ésimo nível de MCS.
- $P_{\text{mcs}}^s[m, n]$ e $P_{\text{mcs}}^r[m, n], \forall m \in \mathcal{M}$ e $\forall n \in \mathcal{N}$: são matrizes com dimensões M por N que representam a mínima potência necessária para a n -ésima subportadora atingir o m -ésimo nível de MCS nos saltos 1 e 2, respectivamente. Assim, ao analisar o pseudo-código do Algoritmo 1 (MPRP), vemos que essas variáveis são calculadas entre as linhas 1 e 4.

- $\Delta P_{\text{mcs}}^s[m, n]$ e $\Delta P_{\text{mcs}}^r[m, n], \forall m \in \mathcal{M}$ e $\forall n \in \mathcal{N}$: são matrizes com dimensões M por N que representam a mínima potência necessária para saltar do nível de MCS $m - 1$ para o nível m nos saltos 1 e 2, respectivamente. Essas variáveis são calculadas entre as linhas 5 e 10.
- $P_{\text{resid}}^s[n]$ e $P_{\text{resid}}^r[n], \forall n \in \mathcal{N}$: são vetores com dimensão N e representam as potências disponíveis na fonte e no repetidor, respectivamente, caso o n -ésimo par de subportadoras receba um nível de MCS. Essas variáveis são iniciada nas linhas 11 e 12 e atualizadas iterativamente nas linhas 26 e 27.
- $\beta^{\text{s},r}[n], \forall n \in \mathcal{N}$: vetor contendo N posições correspondendo a uma variável binária que informa se a potência existente em cada salto é suficiente para fornecer um nível de MCS ao n -ésimo par de subportadoras, isto é, essa variável garante que as restrições de potência sejam satisfeitas durante a execução do algoritmo. A variável $\beta^{\text{s},r}[n]$ é inicializada entre as linhas 15 e 17 e atualizada iterativamente entre as linhas 30 e 32.
- $f_u[n], \forall n \in \mathcal{N}$: é um vetor com dimensão N e consiste em uma função custo que avalia todos os pares de subportadoras do sistema e atribui uma nota a cada par. A nota de cada par é determinada pelo produto das potências residuais (restantes) na fonte e no repetidor, isto é, se o produto na linha 21 for grande (nota alta) então o n -ésimo par de subportadoras será um forte candidato a ganhar um nível de MCS, pois tem um baixo consumo de potência.
- i_u : é um escalar e corresponde ao valor de $n \in \mathcal{N}$ em que $f_u[n]$ é máxima. A variável i_u é calculada na linha 22.
- $\theta^{\text{s},r}[n], \forall n \in \mathcal{N}$: vetor com dimensão N e corresponde ao nível de MCS do n -ésimo par de subportadoras. Na linha 22 a variável i_u seleciona um par de subportadoras para ganhar um nível de MCS e na linha 23 a variável $\theta^{\text{s},r}[n]$ atualiza o nível de MCS do par selecionado.

Observe que a parte principal do algoritmo MPRP consiste na estrutura iterativa entre as linhas 20 e 35 em que na linha 21 temos a avaliação (atribuição de uma nota) dos pares de subportadoras e na linha 22 ocorre a seleção de um desses pares. Na linha 23 a taxa de dados do par selecionado é incrementada e nas linhas 24 a 27 recalculamos a potência disponível na fonte e no repetidor. Nas linhas 28 a 34 habilitamos as subportadoras cuja potência disponível na fonte e no repetidor é suficiente para fazê-las ganhar um nível de MCS e as desabilitamos caso a potência não seja suficiente. O algoritmo permanece nesse ciclo (linhas 20 a 35) até que a potência disponível na fonte ou no repetidor seja insuficiente para incrementar o nível de MCS de qualquer um dos N pares de subportadoras em uma unidade.

Por fim, o algoritmo finaliza na linha 36 com o cálculo da taxa de dados total. Observe que o fator $1/2$ é justificado pelo uso de dois slots de tempo durante a transmissão de dados no enlace fonte-destino.

Algoritmo 1 MPRP

entrada $P_{\text{tot}}^s, P_{\text{tot}}^r, SNR[1, \dots, M], g^s[1, \dots, N], g^r[1, \dots, N]$
 Determinando a quantidade de potência necessária para atingir cada nível de MCS

1: **para** $m \leftarrow 1$ **até** M **faça**
 2: $P_{\text{mcs}}^s[m, n] = SNR[m] / g^s[n], \forall n \in \mathcal{N}$
 3: $P_{\text{mcs}}^r[m, n] = SNR[m] / g^r[n], \forall n \in \mathcal{N}$
 4: **fim para**
 Determinando a quantidade de potência necessária para saltar entre dois níveis de MCS consecutivos

5: **para** $m \leftarrow M$ **até** 2 **faça**
 6: $\Delta P_{\text{mcs}}^s[m-1, n] = P_{\text{mcs}}^s[m, n] - P_{\text{mcs}}^s[m-1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 7: $\Delta P_{\text{mcs}}^r[m-1, n] = P_{\text{mcs}}^r[m, n] - P_{\text{mcs}}^r[m-1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 8: **fim para**
 9: $\Delta P_{\text{mcs}}^s[M, n] = P_{\text{tot}}^s, \forall n \in \mathcal{N}$
 10: $\Delta P_{\text{mcs}}^r[M, n] = P_{\text{tot}}^r, \forall n \in \mathcal{N}$
 Inicializando as variáveis que serão atualizadas iterativamente dentro do Laço Principal

11: $P_{\text{resid}}^s[n] = P_{\text{tot}}^s - \Delta P_{\text{mcs}}^s[1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 12: $P_{\text{resid}}^r[n] = P_{\text{tot}}^r - \Delta P_{\text{mcs}}^r[1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 13: **para** $n \leftarrow 1$ **até** N **faça**
 14: **se** $P_{\text{resid}}^s[n] \geq 0$ **e** $P_{\text{resid}}^r[n] \geq 0$ **então**
 15: $\beta^{s,r}[n] = 1$
 16: **senão**
 17: $\beta^{s,r}[n] = 0$
 18: **fim se**
 19: **fim para**
 Laço Principal: Aplicando a alocação de potência

20: **enquanto** $\sum_{j \in \mathcal{N}} \beta^{s,r}[j] > 0$ **faça**
 21: $f_u[n] = (P_{\text{resid}}^s[n] \cdot P_{\text{resid}}^r[n] \cdot \beta^{s,r}[n]), \forall n \in \mathcal{N}$
 22: $i_u = \text{argmax}(f_u[1], \dots, f_u[N])$
 23: $\theta^{s,r}[i_u] = \theta^{s,r}[i_u] + 1$
 24: $aux^s = P_{\text{resid}}^s[i_u]$
 25: $aux^r = P_{\text{resid}}^r[i_u]$
 26: $P_{\text{resid}}^s[n] = aux^s - \Delta P_{\text{mcs}}^s[\theta^{s,r}[n] + 1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 27: $P_{\text{resid}}^r[n] = aux^r - \Delta P_{\text{mcs}}^r[\theta^{s,r}[n] + 1, n], \forall n \in \mathcal{N}$
 28: **para** $n \leftarrow 1$ **até** N **faça**
 29: **se** $P_{\text{resid}}^s[n] \geq 0$ **e** $P_{\text{resid}}^r[n] \geq 0$ **então**
 30: $\beta^{s,r}[n] = 1$
 31: **senão**
 32: $\beta^{s,r}[n] = 0$
 33: **fim se**
 34: **fim para**
 35: **fim enquanto**
 36: **retorne** $\frac{1}{2} \sum_{n \in \mathcal{N}} \theta^{s,r}[n]$

Capítulo 4

Análise dos Resultados

4.1 Parâmetros de Simulação

O desempenho dos algoritmos de alocação de potência bem como as estratégias de pareamento de subportadoras apresentados na seção 3.2 foram avaliados por meio de simulações de Monte Carlo.

Nós consideramos um sistema OFDM contendo $N = 64$ subportadoras, cada uma experimentando um desvanecimento Rayleigh [18], o que implica que os ganhos de canal seguem uma distribuição exponencial. Assim, em média P_{tot}^s/N e P_{tot}^r/N watts de potência serão alocados para cada subportadora nos saltos 1 e 2 respectivamente. Sendo \bar{g}^s , \bar{g}^r , \overline{SNR}^s e \overline{SNR}^r os ganhos de canal e as SNR's médias nos saltos 1 e 2, respectivamente, então é válida a seguinte relação entre essas variáveis:

$$\overline{SNR}^s = \bar{g}^s P_{\text{tot}}^s/N \rightarrow \bar{g}^s = N \overline{SNR}^s / P_{\text{tot}}^s, \quad (4.1)$$

$$\overline{SNR}^r = \bar{g}^r P_{\text{tot}}^r/N \rightarrow \bar{g}^r = N \overline{SNR}^r / P_{\text{tot}}^r. \quad (4.2)$$

Consideramos que a fonte e o repetidor possuem uma potência de transmissão $P_{\text{tot}}^s = P_{\text{tot}}^r = 1$ watt e que as subportadoras também apresentam largura de banda unitária. De acordo com o modelo de mapeamento entre SNR e taxa de dados apresentados no capítulo 2, consideramos 12 possíveis diferentes níveis de MCS, isto é, $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, 12\}$ e a quantidade de *bits* transmitidos em cada nível de MCS sendo dado por $r_m = \{0, 1, \dots, 11\}$, $\forall m \in \mathcal{M}$. Consideramos que o mapeamento entre a SNR e o número de *bits* transmitidos, conforme consta na Figura 2.2, é dado por $r_m = k \log_2(1 + SNR_m) \rightarrow SNR_m = 2^{r_m/k} - 1$, isto é, SNR_m representa a mínima SNR necessária para transmitir r_m *bits*. Além disso, devemos ter $0 < k < 1$ para respeitar o limite imposto pela curva de Shannon. Nesse trabalho consideramos $k = 0.9$ e cada ponto das curvas de simulação consiste de uma média de 10 mil repetições de Monte Carlo.

Os resultados consistem da combinação dos algoritmo de alocação de potência HH modificado e MPRP, e dos três diferentes cenários de pareamento de subportadoras: inverso, aleatório e ordenado. Além disso, também foi simulado a solução ótima conforme descrito em (3.30)-(3.32) através do uso do algoritmo BB. A análise dos resultados é baseada na eficiência espectral atingida por cada esquema de solução proposto em comparação com resultado ótimo.

4.2 Resultados

Na Figura 4.1 temos o gráfico da solução ótima em função da SNR média em cada salto. Inicialmente, podemos ver que se fixarmos a SNR média do salto 1 (em 5 ou 20 dB por exemplo) e então variarmos a SNR média do salto 2 no intervalo de 0 a 30 dB, notamos que a eficiência espectral do sistema aumenta enquanto $\overline{SNR}^r \leq \overline{SNR}^s$ e se mantêm aproximadamente constante quando $\overline{SNR}^r > \overline{SNR}^s$. De forma equivalente, se fixarmos a SNR média do salto 2 (em 5 ou 20 dB por exemplo) e então variarmos a SNR do salto 1 no intervalo de 0 a 30 dB vemos que a eficiência espectral aumenta enquanto $\overline{SNR}^s \leq \overline{SNR}^r$ e se mantêm aproximadamente constante quando $\overline{SNR}^s > \overline{SNR}^r$.

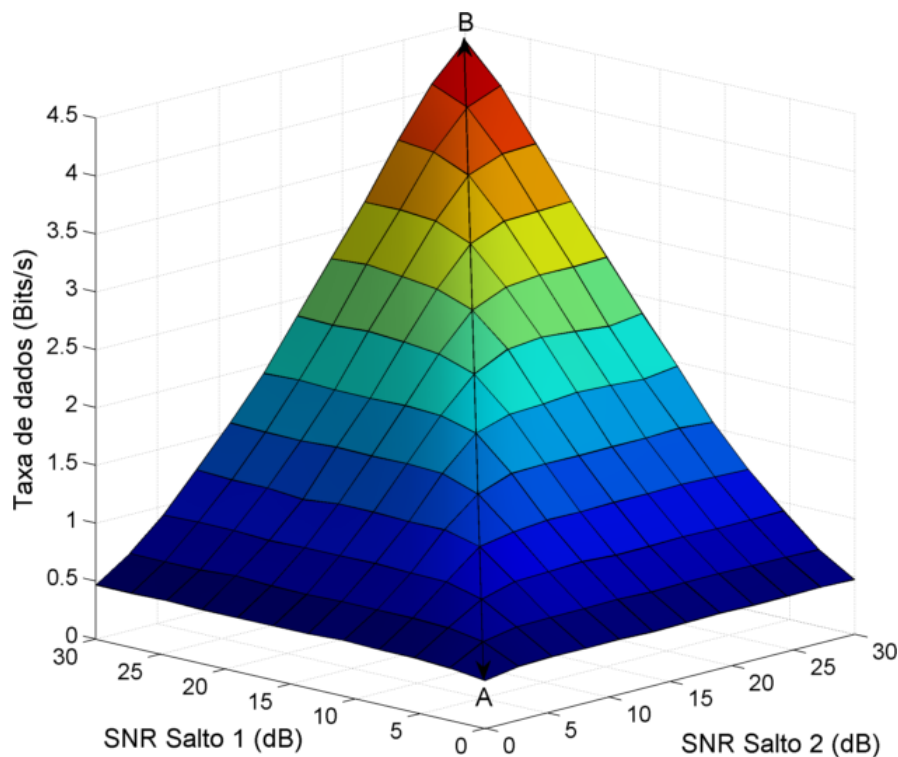


Figura 4.1: Taxa de dados da Solução Ótima.

Este comportamento é justificado pelo uso do operador $\min\{\cdot, \cdot\}$ no problema originalmente for-

mulado (2.11)-(2.16) de onde podemos concluir que reta \overrightarrow{AB} na Figura 4.1 consiste em um eixo que divide a superfície do gráfico em duas regiões simétricas. Assim, se o sistema estiver operando ao longo da reta \overrightarrow{AB} , somente teremos um aumento na eficiência espectral se aumentarmos a SNR de ambos os saltos.

A análise da figura 4.1 ainda nos possibilita estimar qual deve ser a relação entre a potência da fonte e do repetidor para que o sistema opere sobre a reta \overrightarrow{AB} e tenha um melhor desempenho, isto é, $\overline{SNR}^s = \overline{SNR}^r$. Para isso usamos as equações (4.1) e (4.2) e então obtemos $\frac{\overline{g}^s}{\overline{g}^r} = \frac{P_{tot}^r}{P_{tot}^s}$.

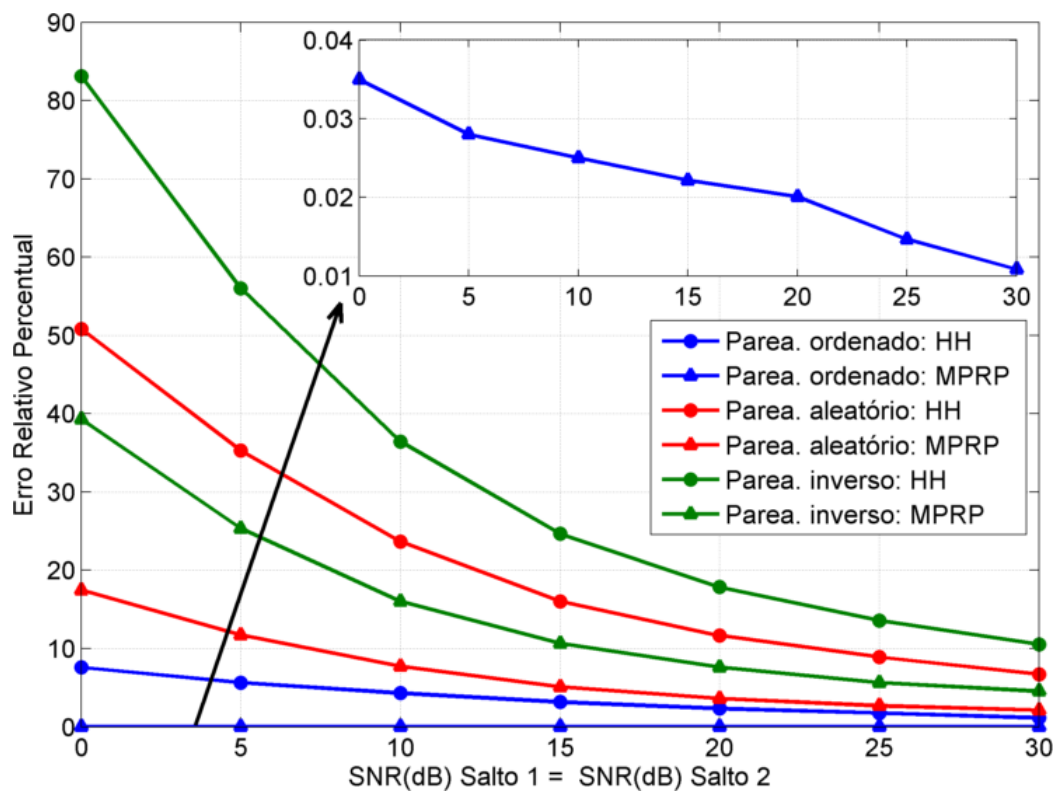


Figura 4.2: Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência com relação a solução ótima considerando as três diferentes configurações de pareamento.

Na figura 4.2 nós apresentamos o erro relativo percentual na eficiência espectral das soluções propostas (pareamento e alocação de potência) com relação a solução ótima em função da SNR média de cada salto. Podemos ver que o desempenho de todas as soluções propostas apresentam uma melhora à medida que a SNR média de ambos os saltos aumenta. Este comportamento é esperado, pois quando a SNR média de cada salto é alta, até mesmo algoritmos de baixa inteligência tendem a apresentar bons resultados. Além disso, considerando que usamos 12 níveis de MCS, um aumento significativo na SNR levará à saturação nos níveis de MCS, isto é, existirá um limiar de SNR média que a partir desse limiar não haverá aumento na taxa de dados, pois os 12 níveis de MCS nas 60

subportadoras já terão sido atingidos. Entretanto, quando a SNR de cada salto é baixa, apenas as soluções com maior inteligência (ou mais sofisticadas) é que conseguem se manter com resultados próximos ao ótimo.

Além disso, também podemos perceber que ambos os algoritmos (MPRP e HH modificado) apresentam pior desempenho quando combinados com a estratégia de pareamento inverso e têm melhor desempenho quando combinados com a estratégia de pareamento ordenado, isto é, a medida que efetuamos a transição do pareamento inverso para o pareamento ordenado os algoritmos de alocação de potência apresentam uma redução drástica no erro relativo percentual.

Quando fixamos a estratégia de pareamento e então comparamos os algoritmos de alocação de potência MPRP e HH modificado, vemos que o MPRP apresenta um desempenho significativamente superior nas três estratégias de pareamento: inverso, aleatório e ordenado. Além disso, há especial destaque para a combinação MPRP com pareamento ordenado, que apresenta erro relativo percentual máximo inferior a 0.04%, tornando este resultado quase ótimo.

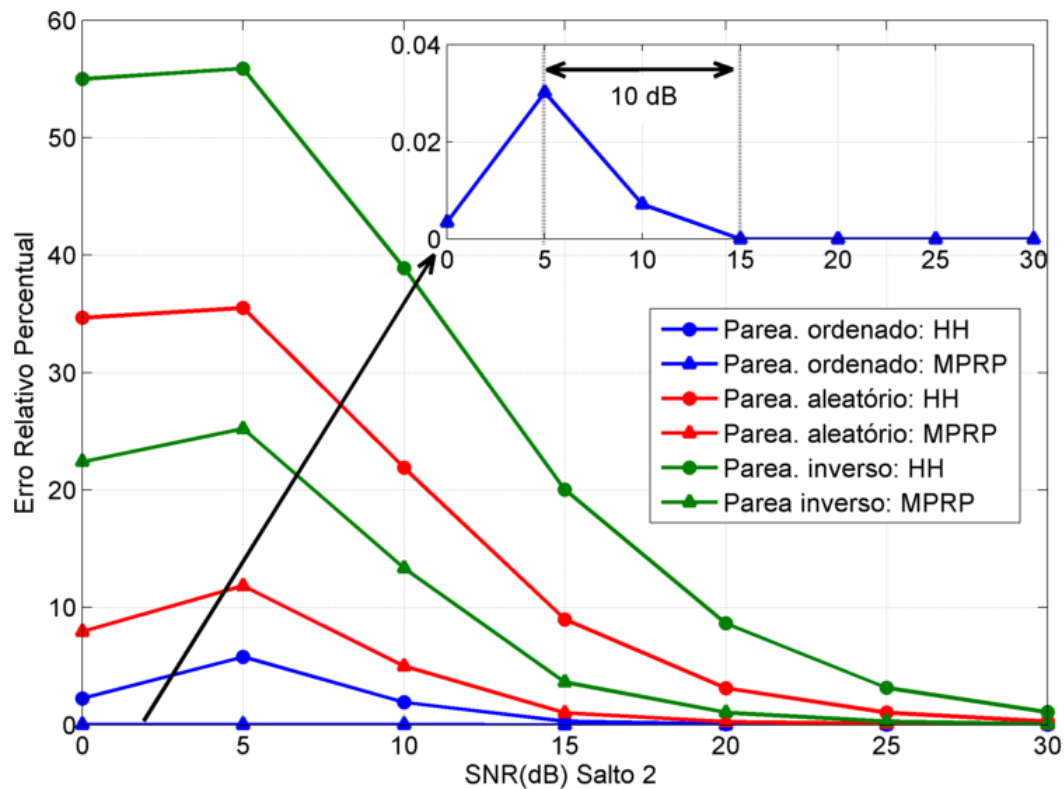


Figura 4.3: Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência considerando as três diferentes configurações de pareamento. A SNR média do salto 1 foi fixada em 5 dB.

Nas Figuras 4.3 a 4.4 a SNR média do salto 1 foi fixada em 5 dB e em 20 dB, respectivamente, e a SNR do salto 2 variou no intervalo de 0 a 30 dB, isto é, nessas figuras avaliamos o erro relativo

percentual dos algoritmos MPRP e HH quando a SNR médias dos saltos 1 e 2 estão desbalanceadas. Nós podemos ver nessas figuras que o erro relativo da estratégia de pareamento ordenado com o algoritmo de alocação de potência MPRP apresentou melhor desempenho tendo um erro máximo inferior a 0.04%.

Outro aspecto a ser destacado nas Figuras 4.3 e 4.4 é a ocorrência do pior desempenho para as estratégias apresentadas. Percebemos que o maior erro relativo em todas as estratégias ocorre quando a SNR média de ambos os saltos são iguais. Para compreender este comportamento, podemos observar o que máxima eficiência espectral apresentada na Figura 4.1 é limitada pelo salto que tem menor SNR. Assim, quando a SNR de ambos os saltos ficam desbalanceadas, a máxima taxa de dados do sistema fica saturada e passa a depender do salto que tem menor SNR. Nesse tipo de situação, tanto os algoritmos mais sofisticados quando os mais simples tendem a apresentar resultados parecidos uma vez que o desempenho do sistema fica determinado, em sua maioria, pelo salto de pior SNR média. Entretanto, quando a SNR média dos saltos 1 e 2 são iguais, podemos interpretar que o sistema tem uma maior quantidade de “graus de liberdade” fazendo com que soluções mais sofisticadas (tal como a solução ótima) apresentem melhores resultados. Baseado nesse raciocínio, podemos concluir que o gráfico da Figura 4.2 representa a situação em que os algoritmos MPRP e HH modificado apresentam pior desempenho.

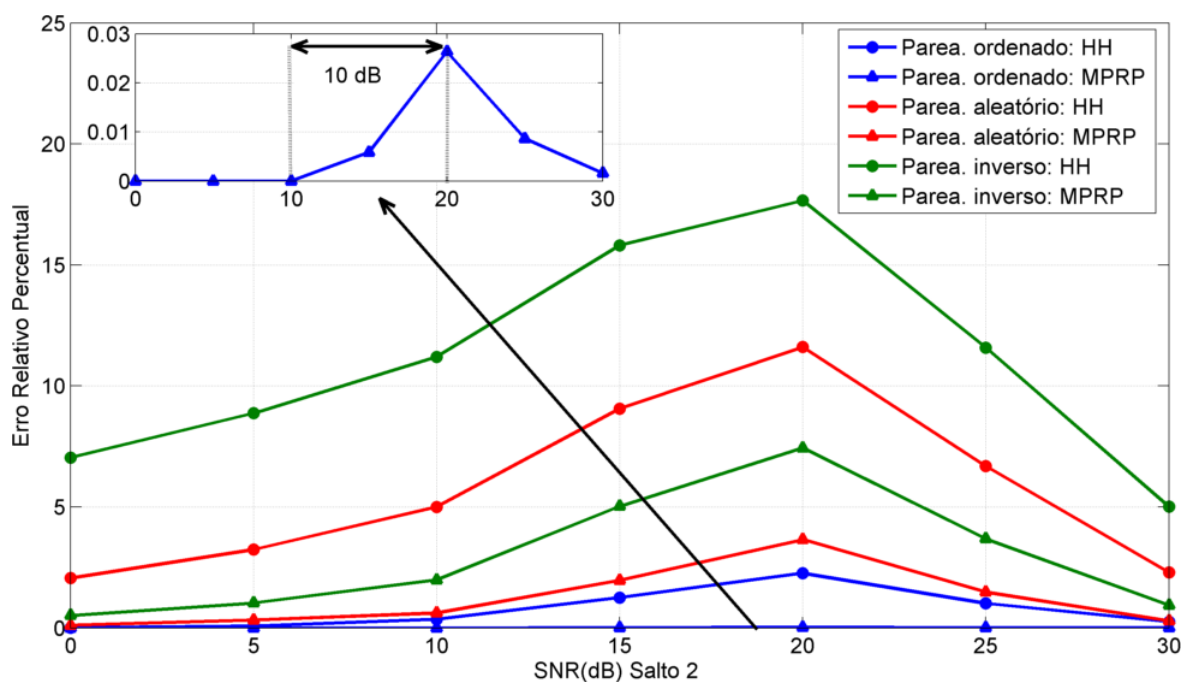


Figura 4.4: Erro relativo percentual das duas estratégias de alocação de potência considerando as três diferentes configurações de pareamento. A SNR média do salto 2 foi fixada em 20 dB.

Considerando o excelente desempenho da estratégia de pareamento ordenada associado com o algoritmo de alocação de potência MPRP em todos os cenários até aqui simulados, fizemos outro gráfico constituindo uma superfície tridimensional avaliando o comportamento do erro relativo percentual dessa estratégia em função da SNR média em cada salto. Este resultado é mostrado na figura 4.5 onde podemos ver que o erro é máximo quando a SNR média dos saltos 1 e 2 são iguais e decai rapidamente quando as SNRs são desbalanceadas. Por fim, os resultados das simulações das Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 mostraram que quando a as SNR de ambos os saltos estão desbalanceadas por uma diferença de 10 dB a solução MPRP com pareamento ordenado forneceu resultados iguais a solução ótima.

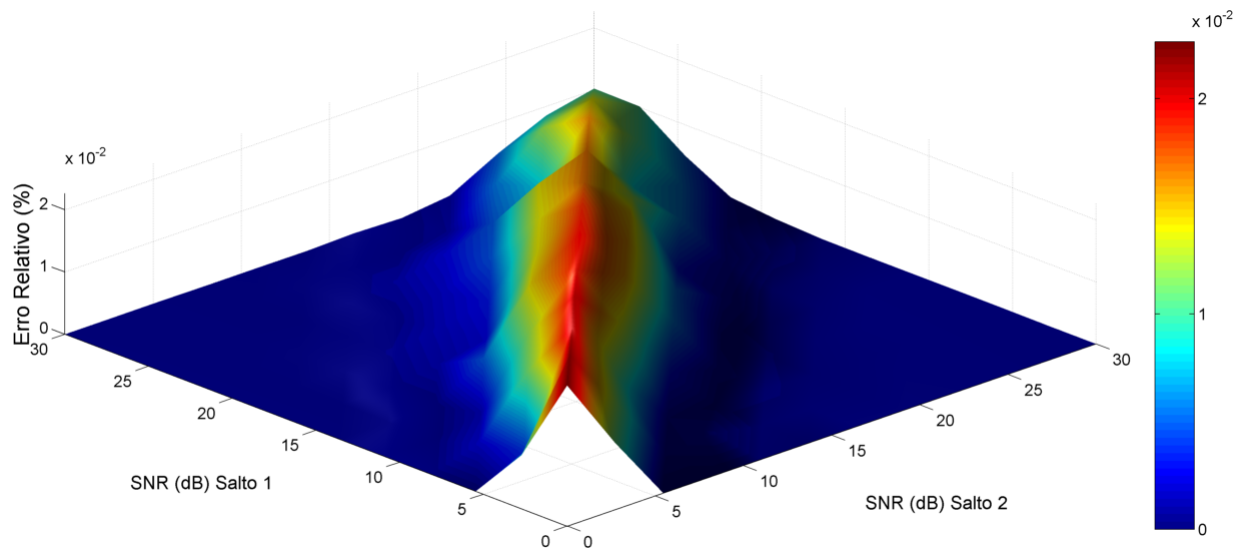


Figura 4.5: Erro relativo percentual do algoritmo MPRP com a estratégia de pareamento ordenado.

Por fim, devemos observar que a solução ótima para o problema proposto foi obtida através do algoritmo BB com ordem de complexidade exponencial dada por $\mathcal{O}(M^2 N^5 2^{MN^2})$. A heurística HH modificado com pareamento ordenado apresentou resultados satisfatórios e tem ordem de complexidade muito baixa, dada por $\mathcal{O}(M N \log_2 N)$. Já a heurística MPRP com pareamento ordenado apresentou o melhor compromisso entre desempenho (erro percentual máximo da ordem de 10^{-2} com relação ao ótimo) e complexidade computacional $\mathcal{O}(M N^2)$.

Capítulo 5

Conclusão e Perspectivas

Nesse monografia foi estudado o problema de pareamento de canais e alocação de potência em um sistema de dois saltos composto por uma fonte transmissora, um repetidor que emprega protocolo de retransmissão DF (do inglês, *Decode and Forward*) e um destino. Consideramos um conjunto de N subportadoras OFDM (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) experimentando desvanecimento Rayleigh em cada salto e que o processo de transmissão fonte-destino foi dividido em *slots* de tempo: no primeiro *slot* a transmissão de dados ocorre da fonte para o repetidor e no segundo *slot* do repetidor para o destino.

Diferentemente de outros trabalhos da literatura, consideramos um cenário mais realista em que o mapeamento entre taxa de dados e SNR (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio*) é discreto. Sob estas considerações, formulamos um problema de otimização não linear inteiro que tem por objetivo maximizar a taxa de dados fonte-destino. Após uma técnica de linearização, o problema foi resolvido de forma ótima com o algoritmo BB (do inglês, *Branch and Bound*) que tem ordem de complexidade exponencial dada por $\mathcal{O}\left(M^2 N^5 2^{MN^2}\right)$.

Dada a alta complexidade da solução provida pelo algoritmo BB, desenvolvemos duas soluções aproximativas com ordem de complexidade quadrática denominadas: MPRP (do inglês, *Maximization of the Product of the Residual Powers*) e HH (do inglês, *Hughes Hartogs*)-modificado. A ideia fundamental das heurísticas apresentadas consiste em dividir o problema original em dois subproblemas: pareamento de subportadoras e alocação de potência. A partir disso, a solução de cada heurística foi obtida considerando a junção de um dos esquemas de pareamento com alocação de potência.

Os resultados das simulações mostraram que quando passamos do pareamento inverso para o pareamento ordenado os algoritmos apresentaram uma melhoria significativa em seus desempenhos. Além disso, o algoritmo MPRP com pareamento ordenado aproximou o resultado ótimo com erro relativo percentual máximo inferior a 0.04% e apresentou resultados ótimo quando o desbalanceamento entre as SNRs de ambos os saltos foi da ordem de 10 dB. Com isso, temos que o algoritmo

MPRP com pareamento ordenado apresentou o melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional dentre todas as soluções consideradas.

Por fim, esperamos que as contribuições apresentadas nessa monografia possam auxiliar no projeto dos sistemas de comunicação sem fio de dois saltos com protocolo DF. Destacamos que o algoritmo MPRP com pareamento ordenado e análise dos resultados feita na seção 4.2 nos permitiu estimar que a relação entre a potência da fonte (P_{tot}^r) e do repetidor (P_{tot}^s) para que o sistema opere com melhor desempenho: $\frac{P_{\text{tot}}^r}{P_{\text{tot}}^s} = \frac{\bar{g}^s}{\bar{g}^r}$, em que \bar{g}^s e \bar{g}^r denotam os ganhos de canal médio nos saltos 1 e 2, respectivamente.

Como perspectivas para trabalhos futuros, planejamos generalizar nossos estudos para o caso com múltiplos destinos e também considerar uso do protocolo AF (do inglês, *Amplify and Forward*) no repetidor.

Apêndice A

Complexidade Computacional

Neste apêndice faremos a análise da ordem de complexidade das heurísticas HH modificado e MPRP. Adicionalmente também mostraremos a ordem de complexidade do algoritmo BB como meio de justificar a necessidade do desenvolvimento de soluções alternativas para o problemas de otimização estudado.

O cálculo da complexidade computacional de um algoritmo consiste em estimar a quantidade de operações básicas que serão executadas por um algoritmo desde o início de sua execução até seu término. Um ponto importante na análise da complexidade consiste em definir quais instruções do algoritmo serão consideradas como operações básicas. Seguindo a abordagem empregada pela referência [21] nós consideramos soma/subtração, multiplicação/divisão e comparação como operações básicas, isto é, consideramos que estas operações são responsáveis pelo maior consumo de tempo na execução dos algoritmos MPRP e BB. Além disso, também devemos considerar que as operações básicas apresentam o mesmo tempo de execução.

Assim, quando se efetua o cálculo da complexidade de um algoritmo, há interesse em estimar a quantidade máxima de operações básicas que são realizadas, isto é, temos interesse em estimar a pior situação possível para o desempenho temporal do algoritmo.

Dadas as considerações anteriores, a referência [21] demonstra que o algoritmo BB tem ordem de complexidade dada por

$$\mathcal{O}\left(M^2 N^5 2^{MN^2}\right). \quad (\text{A.1})$$

Seguindo a abordagem feita em [21], isto é, considerando como operações básicas: as adições/subtrações, as multiplicações/divisões e as comparações, calculamos a complexidade computacional do algoritmo MPRP considerando pareamento ordenado conforme mostrado na Tabela A.1. Assim, considerando apenas os elementos de maior ordem (prática comum na análise de complexidade), podemos considerar que a ordem de complexidade do algoritmo MPRP será dada por $\mathcal{O}(N^2 M)$.

Tabela A.1: Número de operações feitas pelo algoritmo MPRP com pareamento ordenado.

Intervalo de linhas	Número de operações
1-4	$2NM$
5-8	$2N(M - 1)$
9-12	$2N$
13-19	$2N$
20-35	$NM(7N + 1)$
Pareamento Ordenado	$2N \log N$
Total	$7N^2M + 5NM + 2N + 2N \log N$

A referência [17] mostra que a ordem de complexidade computacional do algoritmo HH é dado por $\mathcal{O}(M N \log_2 N)$. Assim, nossa heurística HH modificado também terá ordem de complexidade $\mathcal{O}(M N \log_2 N)$, uma vez que consiste em aplicar HH 2 vezes.

Referências Bibliográficas

- [1] SILVA Jr, J. M. B. “Alocação de Potência e Emparelhamento de Subportadoras em Sistemas Multicanais de Dois Saltos”. Trabalho de Conclusão de Curso, Fortaleza-CE, 2012.
- [2] SILVA Jr, J. M. B. *et al.* “Power Allocation Schemes for Multichannel Two-hop Relaying Systems”. IEEE, p.356-360, dezembro de 2012.
- [3] HAJIAGHAYI, M; DONG, M; LIANG B. “Jointly Optimal Channel Pairing and Power Allocation for Multichannel Multihop Relaying”. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 59, No. 10, outubro de 2011.
- [4] LIU, H.; LI, G. “OFDM-Based Broadband Wireless Network”. 2 Ed., Publishing House Wiley-Intercience, 2005.
- [5] SILVA, S. L. “Cancelamento de Distorções Não Lineares em Sistemas OFDMA com Detecção Multiusuário”. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia da Computação, Sobral-CE, 2013.
- [6] DANG, W. *et al.* “Subcarrier-Pair Based Resource Allocation for Cooperative Multi-Relay OFDM Systems”. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 9, no. 5, pp. 1640-1649, May 2010.
- [7] DING, Y. G. *et al.* “Power Allocation for Non-Regenerative OFDM Relaying Channels”. vol. 1, September 2005, pp. 185-188.
- [8] LIMA, F. R. M. *et al.* “Resource Assignment for Rate Maximization with QoS Guarantees in Multiservice Wireless Systems”. IEEE Trans. Veh. Technol., vol 61, no 3, pp. 1318-1332, Mar. 2012.
- [9] PEREIRA, M. C. “Análise de Desempenho em Redes Wireless Ad-Hoc e Estabelecimento de um Acordo de Nível de Serviço Pró-Ativo”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Março-2004.

- [10] GONÇALVES, R. W. G. “Pré-Codificação para Sistemas Distribuídos Sem Fio”. Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro-2010.
- [11] COSTA, L. R. “Estudo da Aplicação de Técnica de Agrupamentos SDMA em Soluções Ótima para Problemas URM e CRM no Cenário MU-MIMO”. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia da Computação, Sobral-CE, 2013.
- [12] HASNA, M. O.; ALOUINI, M. S. “Optimal Power Allocation for Relayed Transmissions over Rayleigh Fading Channels”. In Proc. of the IEEE Vehic. Tech. Conf. (VTC), vol. 4, April 2003, pp. 2461-2465 vol.4.
- [13] BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D; SHETTY C. M. “Nonlinear Programming: Theory and Algorithms”. 3 ed., Wiley Interscience, 2006.
- [14] HERDIN, M. “A Chunk Based OFDM Amplify-and-Forward Relaying Scheme for 4G Mobile Radio Systems”. In Proc. of the IEEE Internat. Conf. on Commun. (ICC), vol. 10, June 2006, pp. 4507-4512.
- [15] HOTTINEN, A.; HEIKKINEN, T. “Subchannel Assignment in OFDM Relay Nodes”. March 2006, pp. 1314-1317.
- [16] IBM. “IBM ILOG CPLEX Optimizer”. Disponível em: <<http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/>>. Acessado em 15 maio de 2014.
- [17] JANG, J.; LEE, B. K.; LEE, Y. “Transmit Power and Bit Allocations for OFDM Systems in a fading Channel”, Global Telecommunications Conference, 2003;
- [18] RAPPAPORT, T. S. “Comunicações sem fio: Princípios e Práticas”. 2 Ed., São Paulo, Person Education, 2009.
- [19] WANG, W.; YANG, S.; GAO, L. “Comparison of Schemes for Joint Subcarrier Matching and Power Allocation in OFDM Decode-and-Forward Relay System”. In Proc. of the IEEE Internat. Conf. on Commun. (ICC), May 2008, pp. 4983-4987.
- [20] WANG, W.; WU, R. “Capacity Maximization for OFDM Two-Hop Relay System with Separate Power Constraints”. August 2009, pp. 1-5.
- [21] ZANG, D. J.; LETAIEF, K. B. “Multiuser Adaptive Subcarrier-and-Bit Allocation with Adaptive Cell Selection for OFDM Systems”. IEEE Trans. Commun., vol. 3, no.5, pp. 1566-1575, September 2004.