## Alocação de Polos Em Regiões do Plano Complexo via LMIs

Alexandre Nascimento, Jr.

12 de outubro de 2022

# 1 Introdução

### 2 Região de Desempenho Garantido

$$s = -\zeta \omega_n \pm \jmath \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{2.1}$$

$$z = \exp(sT_s) \tag{2.2}$$

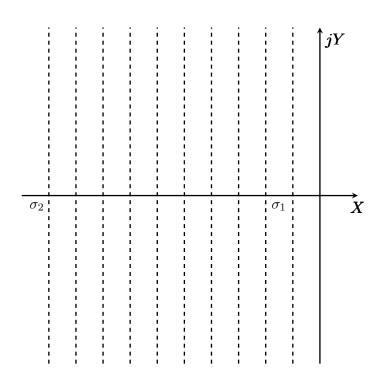
$$z = \exp\left(-\zeta \omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1 - \zeta^2}\right)$$
 (2.3)

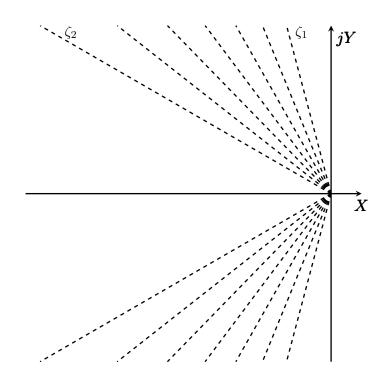
$$z(\zeta, \omega_n) = \exp\left(-\zeta \omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2}\right)$$
 (2.4)

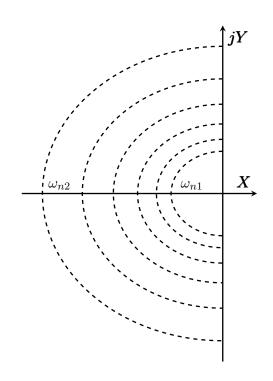
$$r = \exp\left(-|\sigma|T_s\right) \tag{2.5}$$

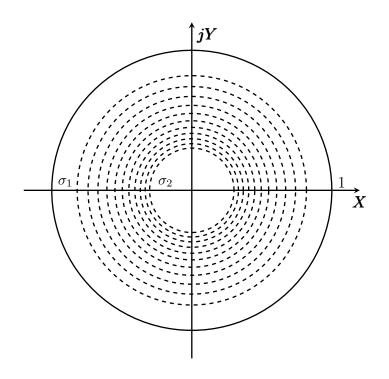
$$\begin{bmatrix} -rP & * \\ PA + Z'B & -rP \end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.6}$$

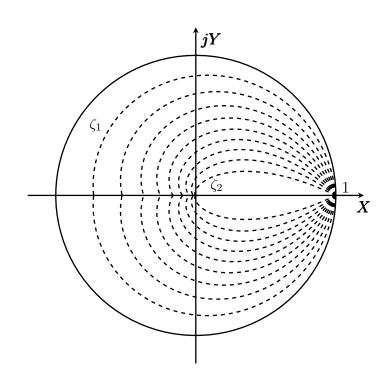
$$\begin{bmatrix} \sin(\theta)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) & \dots \\ \cos(\theta)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\theta)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) \end{bmatrix} \prec 0$$
(2.7)

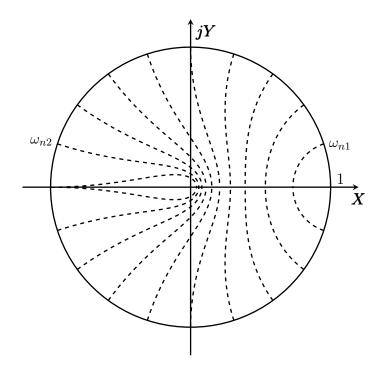












$$\begin{bmatrix} \sin(\theta)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') & * \\ \cos(\theta)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\theta)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') \end{bmatrix} \prec 0$$
(2.8)

$$AP + BZ + Z'B' + PA' - 2aP > 0$$
 (2.9)

 $com u = \omega_n T_s$ 

### 3 Algoritmo



#### Algoritmo 1 Aproximação cônica da taxa de amortecimento

Entrada:  $\zeta$ ,  $T_s$ 

Saída: K

1: 
$$Z_o \leftarrow z(\zeta, 0)$$

2: 
$$Z_i \leftarrow z \left( \zeta, \frac{\pi}{T_s \sqrt{(1-\zeta^2)}} \right)$$

- 3:  $Z \leftarrow z(\zeta, \omega_n)$ , onde a área do triângulo formado é a maior possível
- 4:  $F \leftarrow P \succ 0$
- 5:  $F \leftarrow F \cap (2.7)$ , com  $a = Z_o \in \varphi = ang(Z, Z_i)$
- ⊳ Setor cônico esquerdo
- 6:  $F \leftarrow F \cap (2.8)$ , com  $a = Z_i$  e  $\varphi = ang(Z, Z_o)$

⊳ Setor cônico direito

7:  $F \leftarrow F \cap (2.9)$ , com  $a = Z_i$ 

⊳ Reta vertical

- 8: Verificar se o problema é factível
- 9:  $K \leftarrow ZP^{-1}$

#### Algoritmo 2 Aproximação cônica da curva $N_y$

Entrada:  $\omega_n$ 

Saída: K

- 1:  $N_o \leftarrow z(0, \omega_n)$
- 2:  $N_i \leftarrow z(1, \omega_n)$
- 3:  $F \leftarrow P \succ 0$
- 4:  $F \leftarrow F \cap (2.8)$ , com  $a = N_i \in \varphi = ang(N_i, N_o)$
- ⊳ Setor cônico direito
  - ▶ Reta vertical

6: Verificar se o problema é factível

5:  $F \leftarrow F \cap (2.9)$ , com  $a = N_i$ 

7:  $K \leftarrow ZP^{-1}$ 

# 4 Testes e Simulações

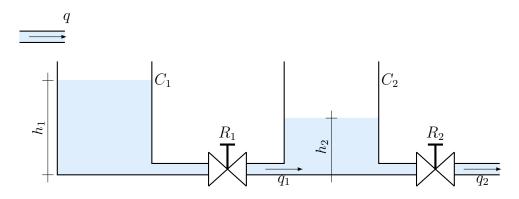


Figura 1 – Tanques comunicantes.

## 5 Conclusão