Alocação de Polos Em Regiões do Plano Complexo via LMIs

Alexandre Nascimento, Jr.

9 de outubro de 2022

1 Introdução

2 Região de Desempenho Garantido

$$s = -\zeta \omega_n \pm \jmath \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{2.1}$$

$$z = \exp(sT_s) \tag{2.2}$$

$$z = \exp\left(-\zeta \omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1 - \zeta^2}\right)$$
 (2.3)

$$z(\zeta, \omega_n) = \exp\left(-\zeta \omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2}\right)$$
 (2.4)

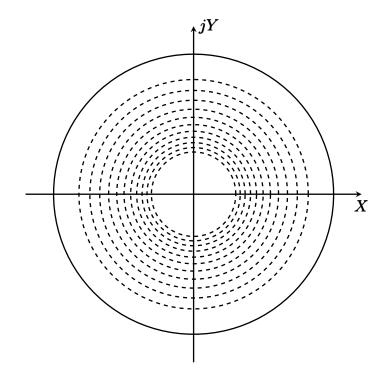
$$r = \exp\left(-|\sigma|T_s\right) \tag{2.5}$$

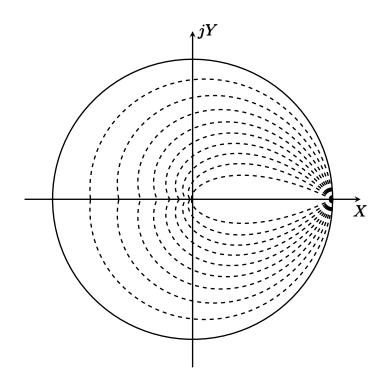
$$\begin{bmatrix} -rP & * \\ PA + Z'B & -rP \end{bmatrix} \prec 0 \tag{2.6}$$

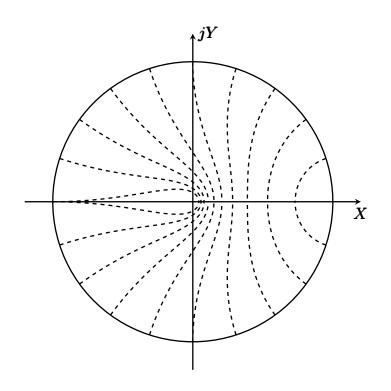
$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) & * \\ \cos(\varphi)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\varphi)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) \end{bmatrix} \prec 0$$
(2.7)

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') & * \\ \cos(\varphi)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\varphi)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') \end{bmatrix} \prec 0$$
(2.8)

$$AP + BZ + Z'B' + PA' - 2aP > 0$$
 (2.9)







Algoritmo

Algoritmo 1 Aproximação cônica da taxa de amortecimento

Entrada: ζ , T_s

Saída: K

1:
$$Z_o \leftarrow z(\zeta, 0)$$

2:
$$Z_i \leftarrow z \left(\zeta, \frac{\pi}{T_s \sqrt{(1-\zeta^2)}}\right)$$

- 3: $Z \leftarrow z(\zeta, \omega_n)$, onde a área do triângulo formado é a maior possível
- 4: $F \leftarrow P \succ 0$
- 5: $F \leftarrow F \cap (2.7)$, com $a = Z_o \in \varphi = ang(Z, Z_i)$
- ⊳ Setor cônico esquerdo
- 6: $F \leftarrow F \cap (2.8)$, com $a = Z_i$ e $\varphi = ang(Z, Z_o)$

⊳ Setor cônico direito

7: $F \leftarrow F \cap (2.9)$, com $a = Z_i$

▶ Reta vertical

- 8: Verificar se o problema é factível
- 9: $K \leftarrow ZP^{-1}$

Algoritmo 2 Aproximação cônica da curva N_y

Entrada: ω_n

Saída: K

- 1: $N_o \leftarrow z(0, \omega_n)$
- 2: $N_i \leftarrow z(1, \omega_n)$
- 3: $F \leftarrow P \succ 0$
- 4: $F \leftarrow F \cap (2.8)$, com $a = N_i \in \varphi = ang(N_i, N_o)$

⊳ Setor cônico direito

▶ Reta vertical

- 5: $F \leftarrow F \cap (2.9)$, com $a = N_i$
- 6: Verificar se o problema é factível
- 7: $K \leftarrow ZP^{-1}$

4 Testes e Simulações

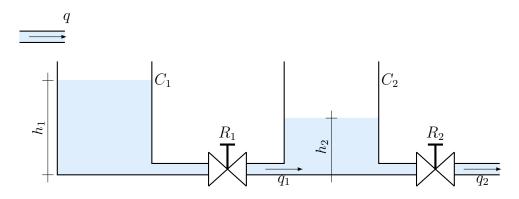


Figura 1 – Tanques comunicantes.

5 Conclusão