

# ALOCACÃO DE POLOS EM REGIÕES DO PLANO COMPLEXO VIA LMIs

Alexandre Nascimento, Jr.

9 de outubro de 2022



# 1 Introdução



## 2 Região de Desempenho Garantido

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.1)$$

$$z = \exp(sT_s) \quad (2.2)$$

$$z = \exp\left(-\zeta\omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2}\right) \quad (2.3)$$

$$z(\zeta, \omega_n) = \exp\left(-\zeta\omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1-\zeta^2}\right) \quad (2.4)$$

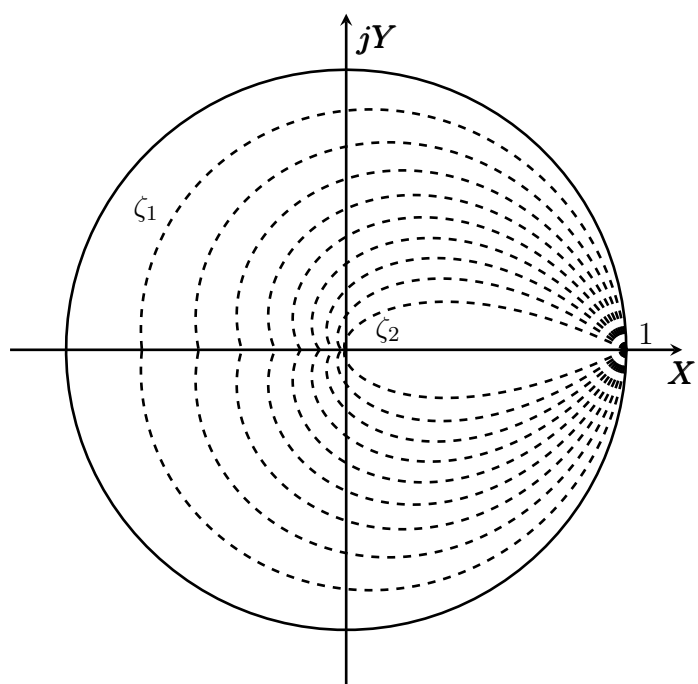
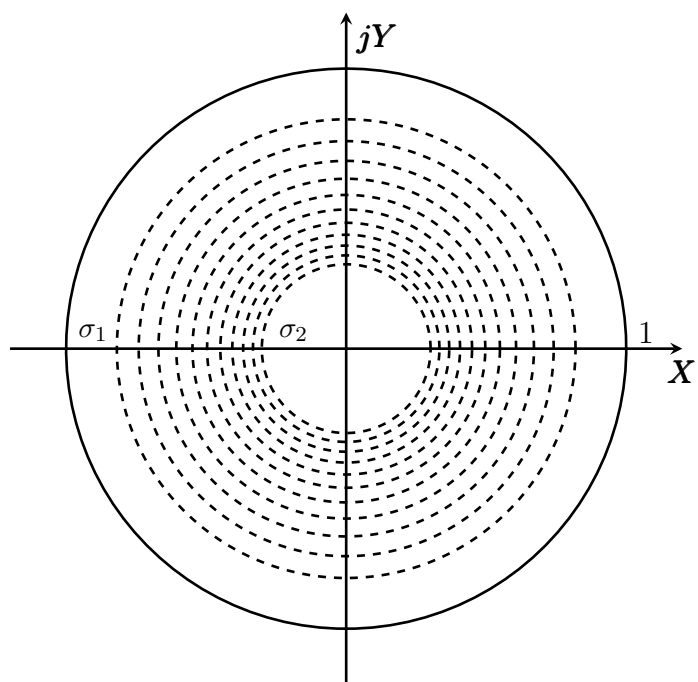
$$r = \exp(-|\sigma|T_s) \quad (2.5)$$

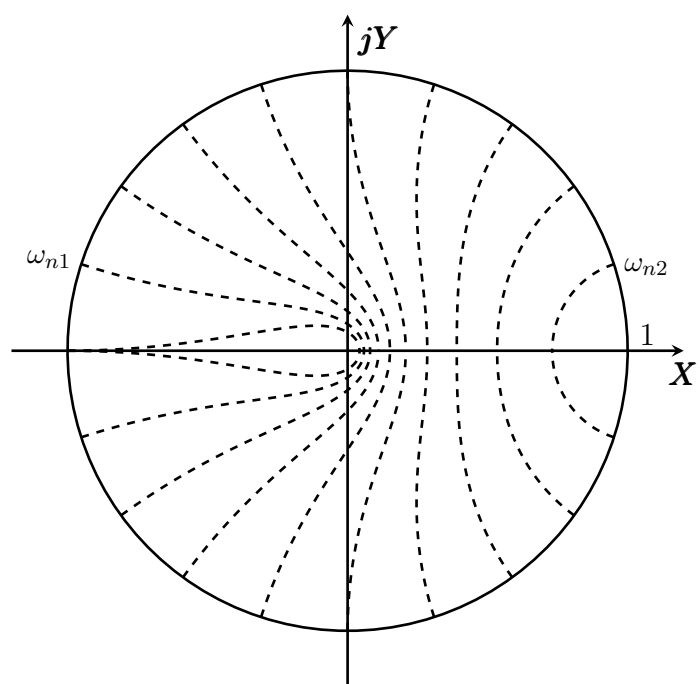
$$\begin{bmatrix} -rP & * \\ PA + Z'B & -rP \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) & * \\ \cos(\varphi)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\varphi)(AP + BZ + PA' + Z'B - 2aP) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') & * \\ \cos(\varphi)(PA' + Z'B' - AP - BZ) & \sin(\varphi)(2aP - AP - BZ - PA' - Z'B') \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.8)$$

$$AP + BZ + Z'B' + PA' - 2aP \succ 0 \quad (2.9)$$









### 3 Algoritmo

---

**Algoritmo 1** Aproximação cônica da taxa de amortecimento

---

**Entrada:**  $\zeta, T_s$

**Saída:**  $K$

- 1:  $Z_o \leftarrow z(\zeta, 0)$
  - 2:  $Z_i \leftarrow z\left(\zeta, \frac{\pi}{T_s \sqrt{1 - \zeta^2}}\right)$
  - 3:  $Z \leftarrow z(\zeta, \omega_n)$ , onde a área do triângulo formado é a maior possível
  - 4:  $F \leftarrow P \succ 0$
  - 5:  $F \leftarrow F \cap (2.7)$ , com  $a = Z_o$  e  $\varphi = \text{ang}(Z, Z_i)$  ▷ Setor cônico esquerdo
  - 6:  $F \leftarrow F \cap (2.8)$ , com  $a = Z_i$  e  $\varphi = \text{ang}(Z, Z_o)$  ▷ Setor cônico direito
  - 7:  $F \leftarrow F \cap (2.9)$ , com  $a = Z_i$  ▷ Reta vertical
  - 8: Verificar se o problema é factível
  - 9:  $K \leftarrow ZP^{-1}$
- 

---

**Algoritmo 2** Aproximação cônica da curva  $N_y$ 

---

**Entrada:**  $\omega_n$

**Saída:**  $K$

- 1:  $N_o \leftarrow z(0, \omega_n)$
  - 2:  $N_i \leftarrow z(1, \omega_n)$
  - 3:  $F \leftarrow P \succ 0$
  - 4:  $F \leftarrow F \cap (2.8)$ , com  $a = N_i$  e  $\varphi = \text{ang}(N_i, N_o)$  ▷ Setor cônico direito
  - 5:  $F \leftarrow F \cap (2.9)$ , com  $a = N_i$  ▷ Reta vertical
  - 6: Verificar se o problema é factível
  - 7:  $K \leftarrow ZP^{-1}$
-



## 4 Testes e Simulações

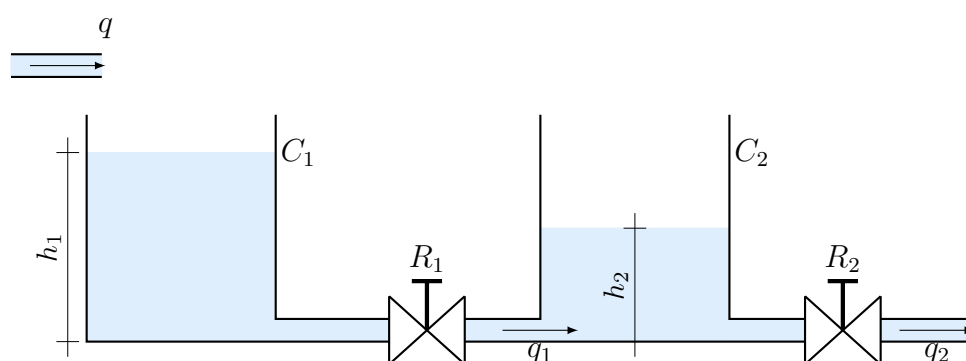


Figura 1 – Tanques comunicantes.



## 5 Conclusão