

Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítio Íon Polímero a partir de Modelos Híbridos considerando Correntes de Descarga Variáveis

Rita Salete Kusiak

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – Unijuí – como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Modelagem Matemática.

Airam Teresa Zago Romcy Sausen, Dsc.

Orientador(a)

Paulo Sérgio Sausen, Dsc.

Co-Orientador

Ijuí, RS, Brasil

©Rita Salete Kusiak, Fevereiro, 2016

Modelagem Matemática do Tempo de Vida de
Baterias de Lítio Íon Polímero a partir de Modelos
Híbridos considerando Correntes de Descarga
Variáveis

Rita Salete Kusiak

Dissertação de Mestrado apresentada em Fevereiro, 2016

Airam Teresa Zago Romcy Sausen, Dsc.

Orientador(a)

Paulo Sérgio Sausen, Dsc.

Co-Orientador

Ijuí, RS, Brasil, Fevereiro, 2016

...

*“Em seu coração o homem planeja o seu caminho,
mas o Senhor determina os seus passos.”
(Provérbios 16:9)*

Agradecimentos

A Deus pela vida, sabedoria, sustentação e fé.

Aos meus pais, Geraldo e Odete, pelo amor e apoio incondicional. Minha base e fonte de segurança. Grandes responsáveis pela pessoa que sou hoje e maiores incentivadores na busca pelos meus sonhos.

Aos meus professores orientadores Airam e Paulo pelos valiosos ensinamentos, dedicação, competência e exemplo profissional.

Aos demais professores do mestrado pelos ensinamentos.

Aos colegas de turma pela amizade e companheirismo. De forma especial, aqueles que trouxeram alegria para esta caminhada: Jenni, Gui e Leila.

Ao meu colega e amigo Douglas pela gigantesca disposição em ajudar.

Aos meus amigos que sempre estiveram presentes, pela compreensão e incentivo.

À Geni, pela atenção e disposição.

À UNIJUÍ e ao GAIC, pela estrutura física.

À CAPES pelo apoio financeiro recebido.

Resumo

O uso de dispositivos móveis tem aumentado nos últimos anos, devido aos benefícios que oferecem aos usuários, tais como mobilidade, comodidade e acesso fácil à comunicação e informação. Entretanto, o funcionamento destes dispositivos é dependente do tempo de vida da bateria, a qual fornece energia para o sistema manter-se operacional. Desta forma, é importante estudar o comportamento da descarga da bateria, com o objetivo de prever o seu tempo de vida e, por conseguinte, conhecer o tempo em que o dispositivo é capaz de manter-se em funcionamento. Uma maneira de fazer esta predição é a partir do uso de modelos matemáticos que simulam o processo de descarga de energia dos aparelhos portáteis. Entre os modelos mais referenciados da literatura, destacam-se os modelos híbridos que possuem a vantagem de unir os benefícios de dois ou mais tipos de modelos distintos. Recentemente, dois modelos híbridos foram desenvolvidos, o primeiro através da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico *Kinetic Battery Model* (KiBaM); e o segundo, através da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico de difusão de Rahkmatov e Vhrudula (RV). Neste trabalho objetiva-se realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero, modelo PL 383562-2C, a partir destes modelos híbridos, considerando correntes de descarga variáveis baseadas em um conjunto de operações rotineiras realizadas em um telefone celular do tipo *smartphone*. Os modelos híbridos são implementados na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*, e os resultados das simulações, são comparados com os dados experimentais obtidos a partir de uma plataforma de testes. Por fim, os modelos híbridos são comparados com o modelo RV, considerado pela literatura um modelo analítico de alta acurácia. Os resultados das simulações comprovam que os modelos híbridos apresentam resultados satisfatórios.

Palavras-chave: Modelo Híbrido, Tempo de Vida de Baterias, Lítio Íon Polímero, Dispositivos Móveis.

Abstract

The use of mobile devices has increased in recent years due to the benefits they provide to users, such as mobility, convenience, and access easy communication and information. However, the devices operation is dependent of the battery lifetime, which provides power to the system to remain operating. One way of doing this prediction is from the use of mathematical models that simulate the energy discharge process of mobile devices. Among the most referenced models in the literature, the hybrid models are emphasized because they have the advantage to combine the benefits of two or more types of different models. Recently, two hybrid models were developed, the first one is developed by union of the electric model Predicting Runtime and IV Performance of a battery and of the Kinetic Battery Model (KiBaM); and the second one is formed from the union of the electric model Predicting Runtime and IV Performance of a battery and of the diffusion analytical model of Rakhmatov and Vrudhula (RV). The aim of this work is to carry out the mathematical modeling of the Lithium Ion Polymer battery lifetime, model PL 383562-2C, from these hybrid models, considering variable discharge currents, based on a set of routine operations of a cell phone type smartphone. Hybrid models are implemented in the computational tool Matlab/Simulink, and the simulations results are compared with experimental data from a test platform. Lastly, the hybrid models are compared with model RV, considered by literature an analytical model of high accuracy. The simulations results show that the hybrid models presented satisfactory results.

Keywords: Hybrid Model, Battery Lifetime, Lithium Ion Polymer, Mobile Devices.

Lista de Abreviaturas

A - Ampere

Ah - Ampere-hora

As - Ampere-segundo

AR - Modelo AutoRegressivo

ARX - Modelo AutoRegressivo com entradas eXternas

ARMAX - Modelo AutoRegressivo com MédiA móvel e entradas eXternas

BJ - Box Jenkins

CA - corrente alternada

CC - corrente constante

DCEEng - Departamento de Ciências Exatas e Engenharias

EDO - Equação Diferencial Ordinária

EDPs - Equações Diferenciais Parciais

ES - Erro de Saída

GAIC - Grupo de Automação Industrial e Controle

KiBaM - Modelo Cinético de Bateria (*Kinetic Battery Model*)

Li-Íon - Lítio Íon

Li-Po - Lítio Íon Polímero

LSI - Laboratório de Sensores Inteligentes

MQ - Mínimos Quadrados

MHA - Modelo Híbrido A

MHB - Modelo Híbrido B

mA - Miliampere

mAh - Miliampere-hora

mAmin - Miliampere-minuto

min - minutos

NR - Newton-Raphson

Ni-Cd - Níquel Cádmio

Ni-MH - Níquel Metal Hidreto

PI - Proporcional Integral

RC - Resistiva Capacitiva

RV - Rakhmatov e Vrudhula

s - segundos

ZOR - Zero Order Hold

Unijuí - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

Lista de Símbolos

α - parâmetro que representa a capacidade da bateria no Modelo Analítico de Rakhmatov-Vrudhula

β - parâmetro que representa a não linearidade da bateria no Modelo Analítico de Rakhmatov-Vrudhula

δ - diferença de altura entre as duas fontes ($h_2 - h_1$) do Modelo Analítico Cinético

$\rho(t)$ - fração de decaimento da concentração de espécies eletroativas

ω - comprimento do eletrólito da bateria do Modelo Analítico de Rakhmatov-Vrudhula

τ_L - capacitância transiente de longa duração

τ_S - capacitância transiente de curta duração

A - área da superfície do eletrodo

a - parâmetro que deverá ser estimado, para o cálculo da Lei de Peukert, relacionado ao tipo de bateria

a_0 - probabilidade de recuperação de uma unidade de carga

a_0, \dots, a_5 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

a_1 - probabilidade de uma unidade de carga ser consumida

b - parâmetro que deverá ser estimado, para o cálculo da Lei de Peukert, relacionado

ao tipo de bateria

b_0, \dots, b_5 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

C - capacidade da bateria

C' - capacidade da bateria no início da operação do Modelo Analítico Linear

C^* - capacidade inicial da bateria para o Modelo Analítico de Rakhmatov-Vrudhula

$C_{capacity}$ - capacidade nominal da bateria

$C_{available}$ - capacidade disponível da bateria

$C_{Capacity}$ - capacidade total da bateria

C_{max} - capacidade máxima da bateria

$C_{transient}$ - capacitância transiente

$C_{transient_L}$ - capacitância transiente de longa duração

$C_{transient_S}$ - capacitância transiente de curta duração

$C_{unavailable}$ - capacidade indisponível da bateria

$C(x, t)$ - função concentração de espécies eletroativas do Modelo Analítico de Rakhmatov-Vrudhula

c - fração da capacidade total disponível da bateria do Modelo Analítico Cinético

c_0, \dots, a_2 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

D - constante de difusão

d_0, \dots, d_2 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

e_0, \dots, e_2 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

F - constante de Faraday

f - função do número de unidades de carga que foram consumidas nos modelos estocásticos

f_0, \dots, f_2 - parâmetros que necessitam ser estimados no Modelo Elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I e nos modelos híbridos A e B

f_1 - número de ciclos

f_2 - temperatura

h_1 - altura da fonte de carga disponível do Modelo Analítico Cinético

h_2 - altura da fonte de carga limitada do Modelo Analítico Cinético

I - corrente constante de descarga

I_{batt} - corrente elétrica da bateria

i_{cell} - corrente de descarga

I_k - corrente, onde $k = 0, \dots, n$ e $k \in N$

$i(t)$ - corrente de descarga

$J(x, t)$ - fluxo de espécies eletroativas

k - razão de fluxo de carga entre as fontes de carga do Modelo Analítico Cinético

k' - constante relacionada com a taxa de vazão de fluxo de carga entre as fontes de

carga do Modelo Analítico Cinético

L - tempo de vida da bateria

L_{series} - indutância em série

$l(t)$ - carga total consumida pelo sistema

N - número de unidades de carga disponíveis

$N + 1$ - estados da Cadeia de Markov

$p_j(f)$ - probabilidade de recuperação de unidades de carga

q_i - probabilidade de i unidades de carga serem solicitadas

$R_{self-discharge}$ - resistência de auto-descarga

R_{series} - resistência em série

$R_{transient}$ - resistência transiente

$R_{transient_L}$ - resistência transiente de longa duração

$R_{transient_S}$ - resistência transiente de curta duração

$r_j(f)$ - probabilidade de permanecer no mesmo estado

SOC - estado de carga

$SOC_{initial}$ - estado de carga inicial

T - número de unidades de carga

TV_{exp} - tempo de vida experimental

TV_{expm} - tempo de vida experimental médio

TV_{simA} - tempo de vida simulado pelo Modelo Híbrido A

TV_{simB} - tempo de vida simulado pelo Modelo Híbrido B

TV_{simRV} - tempo de vida simulado pelo Modelo RV

t_d - tempo de duração da corrente de descarga do Modelo Analítico Linear e do Modelo Híbrido A para descargas variáveis no tempo

t_k - tempo, onde $k = 0, \dots, n$ e $k \in N$

t_r - tempo de descanso da corrente de descarga do modelo Modelo Híbrido A para descargas variáveis no tempo

$U(t)$ - função degrau

u - capacidade indisponível

V_{cell} - tensão

V_{lost} - queda de tensão para perdas internas

V_{OC} - tensão de circuito aberto

V_{SOC} - tensão inicial

$V_{transient}$ - tensão transiente

$V_{transientL}$ - tensão transiente de longa duração

$V_{transientS}$ - tensão transiente de curta duração

v - número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica

y_0 - quantidade total de carga do Modelo Analítico Cinético

y_1 - quantidade de carga da fonte disponível do Modelo Analítico Cinético

$y_1(0)$ - quantidade de carga disponível em $t = 0$ do Modelo Analítico Cinético

y_2 - quantidade de carga da fonte limitada do Modelo Analítico Cinético

$y_2(0)$ - quantidade de carga limitada em $t = 0$ do Modelo Analítico Cinético

Lista de Tabelas

2.1	Comparação entre as categorias [1, 2].	17
4.1	Verificação das correntes de acordo com as tarefas executadas.	48
4.2	Perfil I - P1.	48
4.3	Perfil II - P2.	49
4.4	Perfil III - P3.	50
4.5	Perfil IV - P4.	50
4.6	Perfil V - P5.	50
4.7	Perfil VI - P6.	51
4.8	Perfil VII - P7.	52
4.9	Perfil VIII - P8.	53
4.10	Dados experimentais utilizados para validação dos modelos híbridos.	54
4.11	Dados utilizados para estimação dos parâmetros dos modelos híbridos [3].	55
4.12	Parâmetros da parte elétrica do modelo [4].	57
5.1	Validação do MHA.	60
5.2	Validação do MHB.	61
5.3	Parâmetros do Modelo RV.	62
5.4	Validação do Modelo RV.	62
5.5	Comparação entre os Modelos Híbridos A e B e o Modelo RV.	63

Lista de Figuras

2.1	Operação de uma célula eletroquímica (descarga) [5].	11
2.2	Ilustração de diferentes estados de operação da bateria [6].	13
2.3	Densidade de energia e ano de implantação comercial das baterias [7,8]. . .	14
2.4	Esquema básico funcional para todos os tipos de modelos elétricos [9,10]. .	17
2.5	Ilustração do modelo elétrico para Predizer <i>Runtime</i> e Características V-I de uma bateria [1].	18
2.6	Representação de um sistema [11].	22
2.7	Degrau representativo de perfil de descarga com correntes variáveis [6]. . .	25
3.1	Ilustração da distribuição de carga, na fonte de carga limitada e disponível, do modelo KiBaM [9].	31
3.2	Ilustração do MHA [3].	36
3.3	Diagrama de blocos do MHA.	40
3.4	Diagrama de Blocos do <i>Subsystem C_{unavailable}</i>	40
3.5	Diagrama de Blocos do <i>Subsystem V_{transient}</i>	41
3.6	Ilustração do MHB [3].	41
3.7	Diagrama de Blocos do <i>Subsystem C_{unavailable}</i>	43
4.1	Foto da plataforma de testes.	46
4.2	Ilustração do procedimento adotado para a determinação dos perfis de cor- rentes.	47
4.3	Perfil P1.	48
4.4	Perfil P2.	49
4.5	Perfil P3.	50
4.6	Perfil P4.	51
4.7	Perfil P5.	51
4.8	Perfil P6.	52
4.9	Perfil P7.	52
4.10	Perfil P8.	53
4.11	Capacidade x corrente [3].	56

4.12 Ajuste de potência [3].	57
5.1 Análise comparativa entre os MHA, MHB e o Modelo RV.	63

Sumário

1	Apresentação da Dissertação	5
1.1	Introdução	5
1.2	Motivação	7
1.3	Objetivos	7
1.3.1	Objetivo Geral	7
1.3.2	Objetivos Específicos	7
1.4	Contribuições	8
1.5	Estrutura do Documento	8
2	Revisão Bibliográfica	10
2.1	Introdução	10
2.2	Baterias	10
2.2.1	Características e Efeitos Não Lineares	11
2.3	Tipos de Baterias	13
2.4	Modelos de Baterias	15
2.4.1	Modelos Eletroquímicos	16
2.4.2	Modelos de Circuitos Elétricos	16
2.4.3	Modelos Estocáticos	20
2.4.4	Modelos via Teoria de Identificação de Sistemas	22
2.4.5	Modelos Analíticos	23
2.4.6	Modelos Híbridos	27
2.5	Resumo do Capítulo	28
3	Modelagem Matemática	30
3.1	Introdução	30
3.2	Modelos Matemáticos	31
3.2.1	Modelo KiBaM	31
3.2.2	Modelo RV	33
3.3	Modelos Híbridos	36

3.3.1	Modelo Híbrido A - MHA	36
3.3.2	Modelo Híbrido B - MHB	40
3.4	Resumo do Capítulo	44
4	Apresentação dos Dados e Estimação dos Parâmetros dos Modelos Híbridos	45
4.1	Introdução	45
4.2	Descrição da Plataforma de Testes	45
4.3	Obtenção dos Dados na Plataforma de Testes	47
4.3.1	Determinação dos Perfis de Descarga Variáveis	47
4.3.2	Metodologia para a Coleta dos Dados	52
4.3.3	Apresentação dos Dados	54
4.4	Metodologia para a Estimação dos Parâmetros	54
4.4.1	Estimação dos Parâmetros do MHA	54
4.4.2	Estimação dos Parâmetros do MHB	57
4.5	Resumo do Capítulo	58
5	Resultados das Simulações e Análise	59
5.1	Introdução	59
5.2	Metodologia adotada para a Validação dos Modelos	60
5.3	Validação dos MHA e MHB	60
5.4	Validação Modelo RV	61
5.5	Análise Comparativa entre os MHA, MHB e o Modelo RV	62
5.6	Resumo do Capítulo	64
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	65
	Referências Bibliográficas	67
A	Publicações Relacionadas à Dissertação	71
A.1	Artigos Aceitos em Eventos	71
A.2	Artigos Submetidos em Eventos	71

Capítulo 1

Apresentação da Dissertação

1.1 Introdução

O avanço tecnológico tem ocorrido em ritmo acelerado nas últimas décadas, provocando mudanças positivas e benefícios nos diferentes segmentos culturais e sociais do mundo moderno. Neste contexto, a possibilidade de acesso instantâneo às informações, em qualquer lugar do mundo, faz com que os dispositivos móveis, tais como, telefones celulares, *smartphones*, *notebooks*, *tablets*, entre outros, tornem-se cada vez mais populares. Entretanto, toda comodidade e mobilidade oferecidas por estes dispositivos dependem da duração de uma fonte de energia, ou seja, do tempo de vida da bateria, que torna o aparelho operacional.

As baterias recarregáveis que alimentam os dispositivos móveis apresentam capacidade finita de energia, necessitando a cada intervalo de tempo, uma nova recarga [12]. Desta forma, é importante estudar métodos para prever o seu tempo de vida e, por conseguinte, conhecer o tempo que a bateria é capaz de manter o aparelho em pleno funcionamento. Uma das estratégias para realizar esta previsão é através de experimentos físicos, entretanto, muitas vezes, tal processo torna-se inviável devido ao alto custo de implementação e gerenciamento. Outra possibilidade ocorre através da utilização de modelos matemáticos que descrevem o comportamento da bateria sob várias condições de carga e descarga.

Ao longo dos anos, diferentes modelos vêm sendo desenvolvidos e aplicados para a previsão do tempo de vida de baterias de diferentes tipos, como por exemplo, os modelos eletroquímicos [9, 12], os modelos de circuitos elétricos [1, 9], os modelos estocásticos [8, 9, 13, 14], os modelos analíticos [3, 6, 7, 9], os modelos via teoria de Identificação de Sistemas [11, 15], e mais recentemente os modelos híbridos [3, 4, 13], que merecem destaque, quando comparados aos demais modelos citados, pois são uma nova tendência em modelagem matemática, construídos a partir da união de dois ou mais modelos com características diferentes. O novo modelo possui como principal benefício ter as vantagens que ambos

possuem quando usados separadamente.

Kim [4] desenvolveu um modelo híbrido a partir da união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico *Kinetic Battery Model* (KiBaM). O modelo elétrico utilizado tem a função de capturar as características dinâmicas da bateria, tais como, capacidade utilizável, tensão em circuito aberto e resposta transiente, e o modelo analítico KiBaM, captura os efeitos não lineares que estão presentes no processo de descarga, tais como, o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade. Este modelo híbrido também foi utilizado por Duarte [13] para a modelagem do tempo de vida de baterias de Lítio Íon (Li-Ion), considerando correntes de descarga constantes.

Zhang et al. [16] desenvolveu um modelo híbrido a partir da união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico de difusão de Rakhmatov e Vrudhula [12]. Do mesmo modo que no modelo de Kim [4], o modelo elétrico utilizado tem a função de capturar as características dinâmicas da bateria, e o modelo RV tem a função de capturar os efeitos não lineares que atuam no processo da descarga. Fransozi [3], utilizou ambos os modelos híbridos para a modelagem do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po), considerando correntes de descarga constantes.

Na prática, observa-se que quando um dispositivo móvel encontra-se em uso, a bateria não é descarregada com a mesma intensidade de corrente, dependendo das diferentes funções que são realizadas pelo usuário do aparelho, o tempo de vida da bateria sofre alterações. Neste contexto, o principal objetivo deste trabalho é realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po), a partir da aplicação dos modelos híbridos citados anteriormente, o modelo de Kim [4] e o modelo de Zhang et al. [16], considerando correntes de descarga variáveis determinadas a partir de diferentes funcionalidades desempenhadas por um telefone celular do tipo *smartphone*.

Os dados experimentais são extraídos de uma plataforma de testes, desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, e as baterias utilizadas nos testes experimentais são do tipo Li-Po, modelo PL 383562-2C. Em paralelo à extração dos dados experimentais, é realizada a implementação e simulação dos modelos híbridos na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*. E por fim, os resultados encontrados são comparados com demais modelos, considerados de alta acurácia pela literatura.

O restante deste capítulo está organizado como segue. Na Seção 1.2 é apresentada a motivação. Na Seção 1.3 são apresentados os objetivos geral e específicos. Na Seção 1.4 são apresentadas as contribuições. E por fim, na Seção 1.5 é apresentada a organização deste documento.

1.2 Motivação

O progresso tecnológico e o avanço digital dos últimos anos, tem favorecido a popularização do uso de dispositivos móveis, os quais têm se tornado objetos indispensáveis, seja no âmbito pessoal, social e/ou profissional. O aumento do número de suas funcionalidades, a melhoria no *design* e a diversidade de vantagens das quais dispõe, fazem com que sua circulação cresça a cada dia entre a população. Entretanto, como a mobilidade é uma de suas principais características, estes aparelhos não podem manter-se conectados diretamente com a rede elétrica, e para suprir esta necessidade, estão condicionados ao tempo de vida de baterias. Este fato, desencadeia o desafio de propor uma metodologia, através da modelagem matemática, para prever o tempo de vida em que o dispositivo será capaz de manter-se operacional a partir da capacidade da bateria que o alimenta.

Neste contexto, a pesquisa desenvolvida tem como motivação, contribuir por meio da modelagem matemática, com os projetistas de baterias de dispositivos móveis, a pensar em uma forma inteligente de melhorar a eficiência energética de baterias, prevendo o seu tempo de vida. Para isso, são utilizados modelos matemáticos híbridos e perfis de descarga realísticos. As correntes utilizadas na construção dos perfis são mensuradas a partir das principais funcionalidades executadas em um *smartphone*, como por exemplo, chamada, SMS, acesso a Internet, câmera, jogos, música entre outros. Isto para que os resultados encontrados nas simulações aproximem-se o máximo possível dos resultados provenientes de um processo real de descarga.

1.3 Objetivos

Nesta seção são apresentados os objetivos deste trabalho. Para melhor compreensão, encontram-se divididos em objetivo geral e objetivos específicos, detalhados a seguir.

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Li-Po a partir de modelos híbridos considerando correntes de descarga variáveis, determinadas a partir de diferentes funcionalidades desempenhadas por um telefone celular do tipo *smartphone*.

1.3.2 Objetivos Específicos

Com a finalidade de alcançar o objetivo geral, alguns objetivos específicos são traçados:

- Realizar uma revisão bibliográfica das características das baterias e dos diferentes modelos matemáticos, disponíveis na literatura, que descrevem o processo de descarga de uma bateria, e conseqüentemente, conseguem prever o seu tempo de vida;
- Estudar os modelos híbridos de baterias presentes na literatura técnica;
- Obter a partir de uma plataforma de testes, um conjunto de dados experimentais, considerando um conjunto de correntes variáveis de baterias Li-Po, baseadas em diferentes funcionalidades desempenhadas por um telefone celular do tipo *smartphone*;
- Implementar os modelos híbridos, utilizando a ferramenta computacional *MatLab/Simulink*;
- Realizar a validação dos modelos híbridos, comparando os resultados simulados com os dados obtidos experimentalmente;
- Comparar os resultados encontrados a partir dos modelos híbridos com o modelo RV, que é um modelo de alta acurácia da literatura.

1.4 Contribuições

As principais contribuições deste trabalho são:

1. Estudo e aplicação de dois modelos híbridos utilizados na predição do tempo de vida de baterias de Li-Po. O primeiro, desenvolvido através da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico KiBaM [4]. O segundo, formado a partir da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo RV [16].
2. Simulação e análise dos modelos híbridos considerando correntes de descargas variáveis, mensuradas a partir das funcionalidades desempenhadas por um telefone celular do tipo *smartphone*.
3. Análise comparativa entre, os modelos híbridos estudados, os dados experimentais obtidos de uma plataforma de testes, e o modelo RV.

1.5 Estrutura do Documento

Este trabalho está organizado conforme a estrutura a seguir:

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre baterias utilizadas em dispositivos móveis. São abordadas as principais propriedades, as características não lineares e os tipos de baterias disponíveis comercialmente. Também são descritos alguns modelos matemáticos, encontrados na literatura, que simulam o tempo de vida de baterias.

No Capítulo 3 são descritas as equações matemáticas, correspondentes aos modelos analíticos KiBaM e RV, os quais juntamente com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, formam, respectivamente, os dois modelos híbridos estudados neste trabalho. Realiza-se ainda, a apresentação das características e do conjunto de equações destes modelos híbridos, assim como, do diagrama de blocos, desenvolvido no *MatLab/Simulink*, utilizado na simulação e validação dos modelos.

No Capítulo 4 é apresentada a plataforma de testes, os perfis de descarga com correntes variáveis utilizados nos testes e a metodologia adotada para a coleta dos dados experimentais obtidos durante o descarregamento das baterias. Um estudo sobre a estimação dos parâmetros empíricos relacionados à cada modelo também é realizado neste capítulo.

No Capítulo 5 é realizada a validação dos modelos híbridos a partir da comparação dos resultados obtidos nas simulações computacionais com os dados experimentais provenientes da plataforma de testes. Além dos modelos híbridos, o modelo RV também é validado, com o intuito de realizar uma análise comparativa entre os modelos híbridos e o modelo RV, a qual é apresentada no final deste capítulo.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste estudo e as indicações de possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Nesta seção são apresentados alguns conceitos básicos relacionados à bateria, sua constituição e funcionamento, bem como, algumas propriedades e características não lineares que influenciam em seu tempo de vida. Em seguida, são descritos diferentes tipos de baterias disponíveis comercialmente, e os principais modelos matemáticos, encontrados na literatura, utilizados para prever o tempo de vida de baterias que alimentam dispositivos móveis.

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 2.2 são descritas as principais propriedades e características físicas das baterias. Na Seção 2.3 são apresentados alguns tipos de baterias que alimentam dispositivos móveis. Na Seção 2.4 são expostos os principais modelos de baterias referenciados na literatura técnica. Na Seção 2.5 é apresentado o resumo do capítulo.

2.2 Baterias

Uma bateria é composta basicamente por um conjunto de células eletroquímicas conectadas em série, em paralelo, ou ainda, através de uma combinação de ambas. Nestas células ocorre a conversão da energia química armazenada em energia elétrica, por meio de reações de oxidação e redução (reações eletroquímicas) [9, 17]. Na Figura 2.1 é apresentado um desenho esquemático de uma célula eletroquímica, contendo a disposição dos elementos que a constituem.

Cada célula é formada por dois eletrodos metálicos, por onde entra ou sai a corrente elétrica no sistema: um com polaridade positiva denominado cátodo e outro com polaridade negativa denominado ânodo. Os eletrodos encontram-se separados por um eletrólito (ou solução eletrolítica) condutor de eletricidade, o qual pode ser líquido ou sólido e é

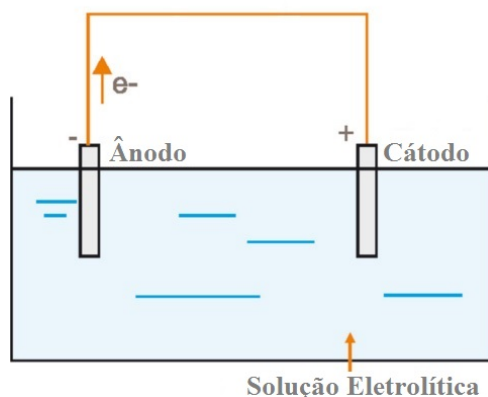


Figura 2.1: Operação de uma célula eletroquímica (descarga) [5].

responsável pelo transporte de cargas por meio de íons [10]. Quando a bateria está em processo de descarregamento (i. e., consumo de energia), ocorre uma reação de oxidação no ânodo, que libera elétrons ao sistema, já no cátodo, ocorre uma reação de redução, o qual recebe elétrons do sistema. Em contrapartida quando a bateria está sendo carregada este processo ocorre inversamente [17].

Uma bateria apresenta duas importantes propriedades: a voltagem, expressa em Volts (V), e a capacidade, geralmente expressa em Ampère-Hora (Ah). O produto destas duas grandezas resulta na quantidade de energia armazenada na bateria. Considerando um processo de descarga ideal, a tensão permanece constante durante todo o tempo de descarga e cai para zero no momento em que a bateria fica descarregada [18]. Entretanto, sabe-se que em uma situação real, isso não ocorre devido aos efeitos não-lineares que interferem na descarga, e dessa forma, no tempo de vida da bateria. Estes efeitos são descritos detalhadamente a seguir.

2.2.1 Características e Efeitos Não Lineares

Considerar os efeitos não lineares que estão presentes no processo de descarga de uma bateria faz com que os resultados obtidos por meio da modelagem matemática tornem-se mais próximos da situação real. Neste sentido, inicialmente são descritos três conceitos importantes para a compreensão do processo de descarga: o nível de *cutoff*, o tempo de vida e o estado de carga da bateria (SOC). Logo após, são descritos dois efeitos não lineares que influenciam no tempo de vida: o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade.

Nível de *Cutoff*

O nível de *cutoff* é caracterizado como o estado mínimo de carga da bateria, no qual o sistema não consegue mais manter-se operacional, mesmo havendo presença de elétrons (Figura 2.2 (E)). Ao atingir o nível de *cutoff* as reações eletroquímicas responsáveis pelo fornecimento de energia ao sistema, cessam, e a partir deste momento a bateria é considerada descarregada [13].

Tempo de Vida

O tempo de vida de uma bateria, é considerado o tempo que ela demora para atingir o nível de *cutoff*, ou seja, para atingir a quantidade mínima de carga, capaz de manter o sistema operacional.

Estado de Carga (*SOC*)

O estado de carga é definido como o percentual de capacidade máxima disponível na bateria. Assim, o SOC é de 100%, se a bateria estiver totalmente carregada, e de 0% se a bateria estiver totalmente descarregada [4].

Efeito de Recuperação

Define-se por efeito de recuperação a reorganização uniforme dos elétrons disponíveis no eletrólito durante um período de relaxação, ou seja, período em que a corrente de descarga é reduzida significativamente, ou até mesmo, interrompida [10]. Este efeito faz com que a capacidade da bateria seja aumentada, pois uma maior quantidade de carga torna-se disponível até que o nível de *cutoff* seja alcançado. É importante ressaltar que a energia recuperada nunca será igual ou superior à energia inicial. Na Figura 2.2 é possível observar os estados de operação de uma bateria, onde o efeito de recuperação encontra-se presente.

Na Figura 2.2 (A), verifica-se que há concentração de espécies eletroativas em todo o comprimento w do eletrólito, ou seja, a bateria encontra-se totalmente carregada. Ao iniciar o processo de descarga (Figura 2.2 (B)), as reações eletroquímicas reduzem as espécies eletroativas próximas ao eletrodo. Esta redução faz com que seja formado um gradiente de concentração, fazendo com que a capacidade efetiva da bateria seja diminuída. Porém, quando há uma redução da corrente de descarga (i. e., relaxação), os elétrons passam a se reorganizar de maneira uniforme, reequilibrando o sistema (Figura 2.2 (C)). Neste momento é gerado um gradiente de concentração nulo no eletrólito, que aumenta a concentração de espécies eletroativas próximas ao eletrodo, disponibilizando uma maior quantidade de carga ao sistema, (Figura 2.2 (D))). Quando a bateria atinge o estado

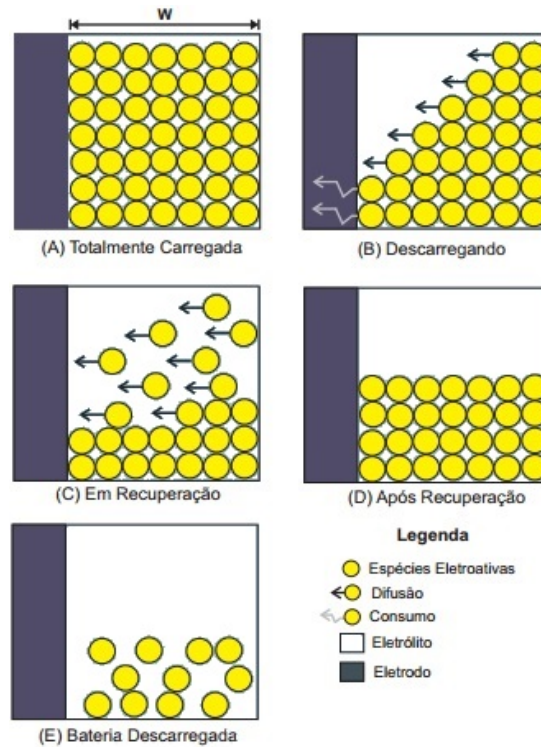


Figura 2.2: Ilustração de diferentes estados de operação da bateria [6].

mínimo de carga (i. e., nível de *cutoff*), não ocorrem mais reações eletroquímicas e a bateria é considerada descarregada. As espécies eletroativas que ainda se encontram no eletrólito são incapazes de manter o sistema operacional (Figura 2.2 (E)).

Efeito da Taxa de Capacidade

O efeito da taxa de capacidade [8, 18] depende da capacidade atual da bateria e da intensidade da corrente de descarga. Quando há períodos de descarga com correntes altas, o efeito de recuperação não ocorre, pois não há tempo para que as espécies eletroativas se reorganizem no eletrólito, e isto faz com que a capacidade efetiva da bateria torne-se baixa. Por outro lado, quando a corrente de descarga é alternada, a capacidade da bateria é aumentada, pois na troca de uma corrente alta para uma corrente baixa, ou até mesmo quando não há corrente, os elétrons se reorganizam no eletrólito, permitindo que ocorra o efeito de recuperação.

2.3 Tipos de Baterias

O avanço no desenvolvimento de baterias pode ser considerado um processo que ocorre lentamente, se comparado com o avanço no setor de tecnologias de informação [19]. No decorrer dos anos tem-se buscado desenvolver baterias recarregáveis com maior capacidade e menor dimensão e peso. Na Figura 2.3 é apresentado um gráfico com o ano de

implantação comercial das principais baterias comparando-as em termos de densidade de energia.

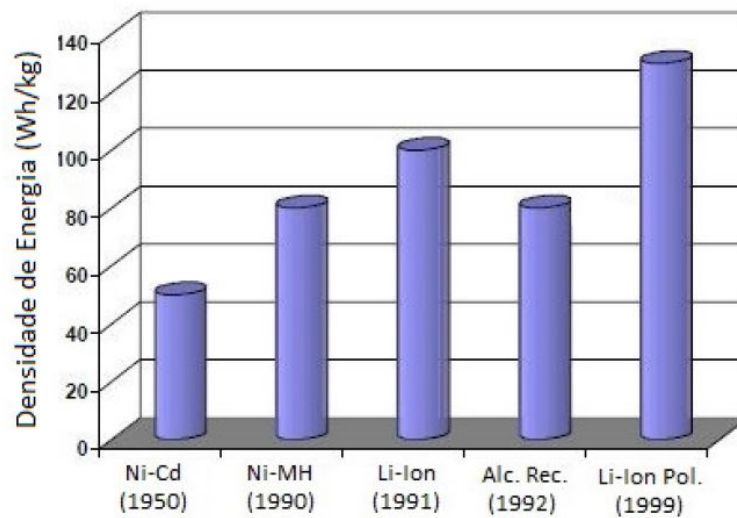


Figura 2.3: Densidade de energia e ano de implantação comercial das baterias [7,8].

A seguir são descritas algumas características das principais tecnologias de baterias que vem sendo comercializadas ao longo dos anos, para uso em dispositivos móveis e demais aparelhos eletrônicos.

Níquel-Cádmio (Ni-Cd)

Esta tecnologia foi utilizada com sucesso no desenvolvimento de baterias recarregáveis, para aparelhos eletrônicos portáteis, até a década de 90. Além de possuir baixo custo, outra vantagem das baterias de Ni-Cd é a sua projeção para demanda de altas taxas de descarga. Entretanto, nos últimos anos, vem perdendo espaço comercial, devido a sua baixa densidade de energia e alta toxicidade [7,8].

Níquel Metal-Hidreto (Ni-MH)

Estas baterias, tem sido utilizadas, nos últimos anos, para alimentação de *notebooks*. Embora apresentem duas vezes a densidade de energia das baterias de Ni-Cd, possuem curto tempo de vida, custo mais elevado e não operam com eficiência em altas taxas de descarga [7,8].

Lítio Íon (Li-Ion)

Esta tecnologia é a que mais está crescendo atualmente, devido ao longo tempo de vida que proporciona à bateria. Sua densidade de energia é superior, e seu ciclo de vida é cerca de duas vezes maior, que o das baterias de Ni-MH. Este tipo de bateria além de

ocupar pouco espaço e armazenar muita energia, não sofre com o efeito memória, ou seja, não vicia. Por outro lado, é mais cara, mais sensível às características da corrente, e pode ser perigosa, chegando a explodir se utilizada de forma inadequada [7,8].

Alcalina Recarregável

Esta tecnologia de bateria foi desenvolvida para ser uma alternativa de baixo custo. No entanto, a densidade de energia e o ciclo de vida são comprometidos. Inicialmente, a densidade de energia de uma bateria alcalina recarregável é superior a de Ni-Cd, porém após 10 ciclos, verifica-se uma redução de 50% desta densidade, e após 50 ciclos, uma redução de 75% [7,8].

Lítio Íon Polímero (Li-Po)

Esta tecnologia permite a fabricação de baterias ultrafinas (menos de 1 mm de espessura), e espera-se atender às necessidades de peso e tamanho da próxima geração de computadores e dispositivos portáteis. Relacionando esta tecnologia com as baterias de Li-Ion, busca-se melhoria na densidade de energia e segurança. Entretanto, seu custo é elevado e pode haver problemas no gerenciamento térmico interno [7,8]. É importante ressaltar que os experimentos desta pesquisa foram realizados com um conjunto de baterias do tipo Li-Po.

2.4 Modelos de Baterias

O principal objetivo ao realizar a modelagem matemática de um sistema dinâmico, consiste em descrever, interpretar e analisar o comportamento de um problema real, apropriando-se para isto, da linguagem matemática. Na literatura técnica, são encontrados modelos matemáticos que capturam as características reais de operação de uma bateria, e podem ser utilizados para prever o seu tempo de vida sob várias condições de carga e descarga [10]. Os modelos diferem entre si, no que se refere à acurácia e grau de complexidade, são considerados de maior acurácia os modelos físicos que capturam os efeitos não lineares presentes no processo de descarga da bateria.

A seguir são apresentadas as especificidades e características dos principais modelos matemáticos encontrados na literatura técnica para a predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis.

2.4.1 Modelos Eletroquímicos

Os modelos eletroquímicos baseiam-se nos processos químicos que ocorrem no interior da bateria e são considerados modelos acurados. Entretanto a sua implementação torna-se complexa, uma vez que é necessário conhecer detalhadamente a bateria e estimar um grande número de parâmetros (aproximadamente 50) [8, 9, 13].

Doyle, Fuller e Newmann [10] desenvolveram um dos modelos eletroquímicos mais acurados encontrado na literatura, composto por um sistema de seis Equações Diferenciais Parciais (EDPs) não lineares. A resolução destas equações fornece a tensão e a corrente em função do tempo, as fases de potencial no interior do eletrólito e eletrodo, a concentração salina e a taxa de reação e densidade de corrente no eletrólito [7].

A implementação computacional deste modelo deu origem a um simulador de baterias, denominado *Fortran Dualfoil*, disponível gratuitamente para *download* na internet. Ele calcula a mudança das propriedades da bateria ao longo do tempo para um perfil de descarga definido pelo usuário, e a partir dos dados de saída, é possível obter o tempo de vida da bateria. Para utilizar este programa é preciso ajustar aproximadamente cinquenta parâmetros relacionados à bateria, mas em compensação o grau de acurácia do programa é elevado. Ele é utilizado com frequência na comparação com outros modelos, substituindo o uso de dados experimentais [9, 10].

2.4.2 Modelos de Circuitos Elétricos

Modelos de circuitos elétricos, ou apenas, modelos elétricos, descrevem a bateria na forma de circuito, utilizando para isso, a combinação de componentes elétricos como fontes, resistores, capacitores e indutores [13]. Este tipo de modelo é utilizado para analisar diferentes tecnologias de baterias e pode considerar tanto descargas com correntes contínuas, quanto com correntes variáveis no tempo. Sua simulação é de fácil compreensão, e em geral, considera o efeito de recuperação presente na descarga, já o efeito da taxa de capacidade não é capturado em todos os modelos desta categoria. Se comparado com os modelos eletroquímicos, os modelos elétricos apresentam menor acurácia [1, 10].

Hageman [9] está entre os pioneiros no desenvolvimento deste tipo de modelo. Ele utilizou um circuito *PSpice*¹ simples para simular baterias de níquel-cádmio, chumbo-ácido e alcalinas. A essência dos modelos para os diferentes tipos de baterias é o mesmo, sendo necessário, apenas pequenas mudanças para adequação ao tipo de célula considerada. Em linhas gerais, o modelo compõe-se de um capacitor que representa a capacidade da bateria, uma taxa de descarga normalizadora que determina a perda de capacidade em altas correntes de descarga, um circuito para o consumo da capacidade da bateria, uma tabela

¹Simulador digital de circuitos eletrônicos, que emula os comportamentos de um circuito real.

de pesquisa da tensão *versus* estado da carga e um resistor que representa a resistência interna da bateria [9–11].

Na Figura 2.4 é apresentado um esquema básico de circuito para modelar uma célula arbitrária, sujeito a adequações para células específicas.

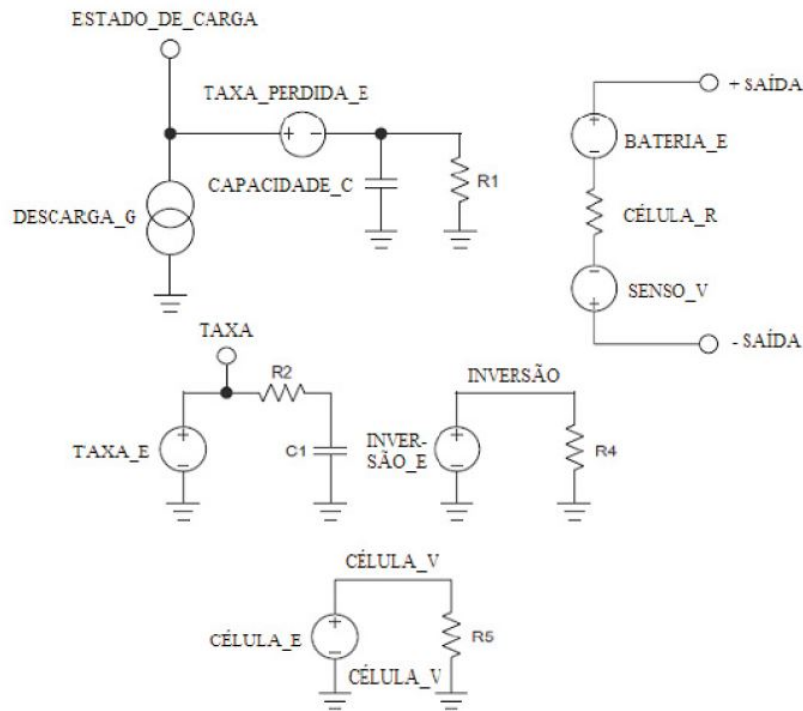


Figura 2.4: Esquema básico funcional para todos os tipos de modelos elétricos [9,10].

Como modelo elétrico de alta acurácia, destaca-se na literatura, o modelo para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria. É um modelo abrangente, intuitivo e de alta precisão que integra as três categorias básicas de modelos elétricos: Modelo de Thevenin (MT), Modelo de Impedância (MI) e Modelo de *Runtime* (MR). Na Tabela 2.1 é apresentado um comparativo entre as principais características destas categorias.

Tabela 2.1: Comparação entre as categorias [1,2].

Capacidade de Previsão	MT	MI	MR
Corrente Contínua (<i>CC</i>)	Não	Não	Sim
Corrente Alternada (<i>CV</i>)	Limitado	Sim	Não
Transiente	Sim	Limitado	Limitado
Tempo de vida	Não	Não	Sim

O modelo para Predizer *Runtime* e Características V-I torna-se preciso, pois consegue unir as capacidades transientes do MT, as características de Corrente Variável (CV) do MI e a informação do tempo de vida do MR [1]. Este modelo prevê o tempo de vida da bateria e o estado estacionário, além de capturar todas as características elétricas dinâmicas da bateria, como por exemplo, capacidade utilizável, tensão em circuito aberto e resposta transiente [13].

A Figura 2.5 apresenta uma ilustração do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, na qual é possível observar a presença de dois circuitos separados, relacionados entre si, por uma fonte de tensão e uma fonte de corrente.

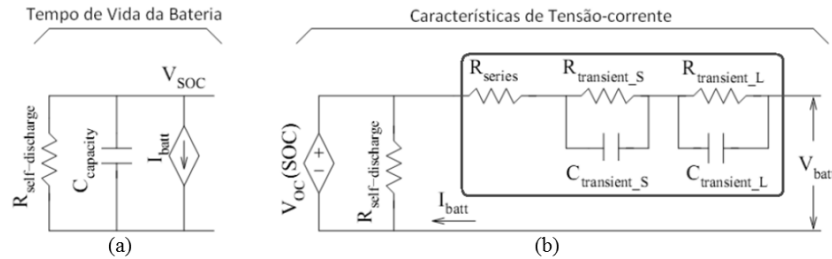


Figura 2.5: Ilustração do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria [1].

O circuito (a) está relacionado com a capacidade de armazenamento de energia da bateria durante os processos de carga e descarga. Já o circuito (b) descreve a resistência interna da bateria e o comportamento transiente sob aplicação de diferentes correntes. [20].

Nesta figura também são ilustrados os elementos responsáveis pela modelagem da capacidade utilizável da bateria, que nada mais é do que a energia extraída quando a bateria sofre descarga, partindo de um estado carregado para um estado em que a tensão final é atingida. Esta capacidade pode ser modelada por um capacitor carregado, um resistor de auto descarga $R_{self-discharge}$ e um resistor equivalente, resultante da soma da resistência em série (R_{series}), resistência transiente de curta duração ($R_{transienteS}$) e resistência transiente de longa duração ($R_{transienteL}$) [2]. A carga total armazenada pela bateria é representada por um capacitor carregado ($C_{capacity}$), definida por

$$C_{capacity} = 3600 \cdot Capacity \cdot f_1(ciclo) \cdot f_2(temp) \quad (2.1)$$

onde: $Capacity$ é a capacidade nominal em Ah , $f_1(ciclo)$ e $f_2(temp)$ são fatores de correção dependentes do número de ciclos e da temperatura da bateria. Ao definir a tensão inicial V_{SOC} em $1V$ ou $0V$, a bateria é inicializada em seu estado totalmente carregada (SOC de 100%) ou totalmente descarregada (SOC de 0%). Assim, a fonte de tensão $V_{OC}(V_{SOC})$ representa a dependência entre o estado de carga SOC e a tensão de circuito aberto V_{OC} . O resistor de auto-descarga $R_{self-discharge}$ é utilizado para caracterizar a perda de energia de auto-descarga quando as baterias são armazenadas por um longo tempo e pode ser simplificado como um resistor de alto valor ou ignorado [1, 3].

A rede resistiva capacitiva (RC) é constituída por um resistor R_{series} e duas redes paralelas compostas pelo resistor $R_{transienteS}$ e o capacitor $C_{transienteS}$, e pelo resistor $R_{transienteL}$ e o capacitor $C_{transienteL}$. O resistor R_{series} é responsável pela queda de tensão instantânea

em caso de correntes variáveis (degrau). As resistências $R_{transientS}$ e $R_{transientL}$ e capacidades $C_{transientS}$ e $C_{transientL}$ são utilizadas para descrever a resposta transiente de curta e longa duração, respectivamente [2,3].

As equações que descrevem os elementos da rede RC são dadas por

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0 e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (2.2)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{-b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (2.3)$$

$$R_{transientS}[SOC(t)] = c_0 e^{-c_1[SOC(t)]} + c_2 \quad (2.4)$$

$$C_{transientS}[SOC(t)] = d_0 e^{d_1[SOC(t)]} + d_2 \quad (2.5)$$

$$R_{transientL}[SOC(t)] = f_0 e^{f_1[SOC(t)]} + f_2 \quad (2.6)$$

$$C_{transientL}[SOC(t)] = g_0 e^{g_1[SOC(t)]} + g_2. \quad (2.7)$$

O modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, juntamente com os analíticos, constituem os modelos híbridos, para predizer o tempo de vida de baterias, utilizados neste trabalho.

Outro modelo elétrico, encontrado na literatura técnica e presente na ferramenta computacional *MatLab/Simulink* é o modelo *Battery*. Este modelo, além de fácil implementação, apresenta um processo prático para extração dos parâmetros e simula a descarga dos mais populares tipos de baterias recarregáveis.

Porciúncula [2], em seu trabalho, realizou a aplicação e avaliação do modelo elétrico *Battery* para a predição do tempo de vida de baterias de Li-Ion. Para isso, o modelo foi implementado na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*, a partir de um circuito em diagrama de blocos. A avaliação do modelo *Battery* aconteceu de duas maneiras distintas. Primeiramente, foi realizada uma análise comparativa dos resultados simulados pelo modelo, utilizando os parâmetros de uma bateria de Li-Ion, com os resultados experimentais obtidos a partir de uma plataforma de testes. Em um segundo momento foi realizada uma análise comparativa dos resultados simulados pelo modelo, utilizando os parâmetros de uma bateria de Li-Po, modelo PL-383562, com os resultados simulados a partir do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Característica V-I, que é considerado na literatura um modelo elétrico de alta acurácia. Os testes foram realizados, tanto para correntes de descarga constantes, quanto para variáveis.

Como resultados das simulações do modelo elétrico *Battery*, Porciúncula [2] verificou, que para descargas contínuas o modelo apresentou resultados satisfatórios com um erro no tempo de vida abaixo de 5%, o que é esperado para modelos elétricos. O menor erro para o caso de descargas contínuas foi de 2,12% e ocorreu na corrente nominal de

calibração de $650mA$. Já para o caso de descargas variáveis, o menor erro no tempo de vida foi de 1,79% e ocorreu nas correntes nominais de calibração de $250mA$ e $350mA$. A partir da comparação realizada entre os resultados das simulações do modelo *Battery* e os resultados das simulações do modelo para prever Runtime e Características V-I de uma bateria, considerando os mesmos cenários de descarga, Porciúncula [2] verificou uma pequena discrepância entre os modelos, sendo de apenas 0,139% para descarga contínua e de 1,283% para descarga variável. De forma geral o autor concluiu que o modelo elétrico *Battery* é um modelo simples, de fácil implementação e capaz de apresentar resultados satisfatórios.

Brondani [21], por sua vez, também utilizou em seu trabalho, o modelo elétrico *Battery*, para modelar o tempo de vida de baterias de Li-Po, considerando correntes de descarga constantes. No entanto, propôs um Algoritmo Genético (AG) para a estimação dos parâmetros empíricos deste modelo. Observa-se que os AGs, são modelos computacionais que imitam os mecanismos da evolução natural para resolver problemas de otimização. Além de realizar as simulações utilizando os parâmetros estimados pelo AG proposto, considerou ainda, parâmetros estimados através de duas metodologias baseadas na análise visual de curvas características de descarga: escolha de uma curva aleatória e escolha da curva com o tempo de vida experimental, mais próximo do tempo de vida experimental médio. Todas as simulações computacionais foram realizadas na ferramenta computacional *Matlab/Simulink*, e a validação do modelo foi realizada a partir da comparação entre os tempos de vida simulados e os tempos de vida experimentais médios obtidos a partir de uma plataforma de testes.

Os resultados de Brondani [21] demonstraram a superioridade do Algoritmo Genético na estimação dos parâmetros, já que com esta metodologia, o modelo obteve uma taxa média de erro de 1,437%, enquanto que com os métodos subjetivos de determinação dos parâmetros por análise visual de curvas, as taxas de erro foram de 3,707% no caso da escolha de curva aleatória, e de 2,057% no caso de escolha da curva mais próxima do tempo de vida experimental médio. Da mesma forma, Brondani [21] concluiu que o modelo *Battery* apresenta bons resultados na predição do tempo de vida de baterias, se sobressaindo quando a estimação de seus parâmetros empíricos é realizada a partir da metodologia do AG.

2.4.3 Modelos Estocásticos

Os modelos estocásticos utilizam a abstração para descrever a bateria, e consideram a descarga e o efeito de recuperação processos estocásticos. Neste tipo de modelo a bateria é representada por um número finito de unidades de carga, e o comportamento da descarga é modelado utilizando um processo estocástico transitório no tempo discreto. A medida

que o tempo evolui, este processo é dividido em intervalos iguais, e o estado da bateria é controlado pelo número de unidades restantes de carga [8].

Em cada intervalo de tempo, a corrente média de descarga é medida e utilizada para determinar o número de unidades de carga consumidas. Se esta média for diferente de zero, o número de unidades de carga drenada é obtido por meio de uma tabela que contém dados das taxas de capacidade. Nos casos em que nenhuma corrente é drenada, ou seja, quando não há descarga, a bateria recupera certo número de unidades de carga. Este processo representa o efeito de recuperação da bateria. O número exato de unidades recuperadas é obtido a partir de uma função exponencial decrescente probabilística de densidade, a qual está baseada no estado da carga da bateria e nos coeficientes, que dependem do tipo da bateria utilizada, bem como das características de descarga [13].

Segundo a literatura técnica, um dos primeiros modelos estocásticos foi desenvolvido entre os anos de 1999 e 2001 por Chiasserini e Rao [9, 14]. Este modelo apresenta duas versões e ambas utilizam cadeias de Markov [22] para modelar a descarga da bateria. No primeiro modelo, considerado o mais simples, a bateria é descrita por uma cadeia de Markov no tempo discreto com $N + 1$ estados, numerados de 0 a N . O número de estados representa o número de unidades de carga disponíveis na bateria. E N representa o número de unidades de carga diretamente disponível com base no uso contínuo.

A cada período de tempo uma unidade é consumida com probabilidade $a_1 = q$ ou recuperada com probabilidade $a_0 = 1 - q$. A bateria é considerada descarregada quando o estado 0 é atingido, ou quando um número máximo de unidades de carga T for consumido ($T > N$) [23].

O segundo modelo é uma versão estendida do primeiro, diferenciando-se pela possibilidade de serem consumidas mais de uma unidade de carga a cada período de tempo. O número máximo de unidades é representado por M , onde $M \leq N$. Desta forma, é possível modelar mais etapas do consumo de energia. Outro aspecto a ser considerado, é a existência de uma probabilidade diferente de zero de permanecer no mesmo estado, ou seja, nenhum consumo ou recuperação ocorre durante um determinado período de tempo.

Buscando obter melhores resultados, o segundo modelo foi aperfeiçoado, tornando a probabilidade de recuperação dependente do estado. Neste contexto, quanto maior for o número de cargas consumidas (representado por uma função fase (f)), menor será o número de unidades de carga disponíveis, e consequentemente, menor será a probabilidade de recuperação. Durante períodos inativos, a bateria pode permanecer no mesmo estado com probabilidade $r_j(f)$ ou pode recuperar unidades de carga com probabilidade $p_j(f)$. Deste modo, define-se a recuperação por [11]:

$$p_j(f) = q_0 e^{(N-j)gN-gC(f)}, \quad (2.8)$$

onde: gN e $gC(f)$ dependem do comportamento de recuperação da bateria.

Chiasserini e Rao consideram o ganho (G) a principal propriedade a ser investigada neste processo, o mesmo é obtido por uma descarga pulsante em relação a uma descarga constante e pode aumentar quando a descarga é reduzida, devido a maior probabilidade de recuperação. O modelo estocástico fornece uma boa descrição qualitativa do comportamento de baterias sob cargas variáveis, entretanto não está clara a sua acurácia em termos quantitativos, uma vez que apenas números relativos de tempos de vida são comparados. Outro aspecto que o torna um modelo limitado, é o fato de considerar apenas o efeito de recuperação no processo de descarga [9].

2.4.4 Modelos via Teoria de Identificação de Sistemas

A literatura apresenta a Identificação de Sistemas como uma técnica alternativa para a modelagem matemática de sistemas dinâmicos, em que é possível explicar a relação entre a causa (entrada $u(t)$) e efeito (saída $y(t)$) de um conjunto de dados, a partir de um modelo matemático [24]. Nesta técnica de modelagem, não há necessidade de envolver as leis físicas presentes no processo, é suficiente utilizar os dados observados no sistema, unidos a algum conhecimento prévio desejado. Na Figura 2.6 é representado um sistema e a sua relação de entrada e saída.

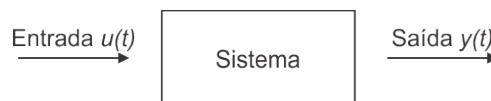


Figura 2.6: Representação de um sistema [11].

A modelagem matemática via Identificação de Sistemas, pode ser feita com base em duas técnicas distintas. A primeira delas consiste na modelagem caixa-preta, na qual não se tem nenhum conhecimento prévio do sistema a ser modelado, neste caso utiliza-se apenas os dados de entrada e saída do processo. Já a outra técnica, a modelagem caixa-cinza, é utilizada quando se tem algum conhecimento referente ao sistema. Nesta categoria, as informações prévias não estão relacionadas ao conjunto de dados do sistema, e a forma com que serão aplicadas depende do modelo que será construído. A modelagem caixa-cinza encontra-se entre a modelagem pela física do processo e a identificação caixa-preta [24].

Dentre os modelos utilizados na teoria via Identificação de Sistemas encontram-se os modelos paramétricos lineares, dos quais podem ser citados os modelos: AutoRegressivo (AR), AutoRegressivo com entradas eXternas (ARX), AutoRegressivo com Médias móveis e entrAdas eXternas (ARMAX), Erro de Saída (ES) e Box-Jenkins (BJ); os modelos paramétricos não lineares, dentre os quais destacam-se os modelos: Não linear AutoRe-

gressivo com entradas eXternas (NARX) e Não linear AutoRegressivo com Médias móveis e entradas eXternas (NARMAX). E ainda, os modelos não paramétricos que são dados no domínio da frequência, dentre os quais pode ser citado o modelo de Análise Epectral [15].

Romio [11] utilizou a teoria da Identificação de Sistemas para a predição do tempo de vida de baterias usadas em dispositivos móveis. Para isso considerou as estruturas dos modelos paramétricos lineares, ARX, ARMAX, ES e JB. Todos os modelos foram implementados na ferramenta computacional MatLab, uma vez que este software apresenta em suas bibliotecas um *toolbox*, destinado exclusivamente, para o trabalho com a teoria da Identificação de Sistemas, denominado *Ident*. Os dados experimentais foram coletados de uma plataforma de testes e as baterias utilizadas no trabalho, do tipo Li-Íon. Os modelos ARX, ARMAX, ES e BJ foram validados a partir da análise comparativa dos dados experimentais com os resultados das simulações dos modelos, e o modelo ARX, apresentou a melhor acurácia, no domínio de tempo discreto, com erro médio de 3,39%. Este modelo foi convertido para tempo contínuo, por meio de dois discretizadores, o ZOH (*Zero Order Hold*) e o Tustin, apresentando erro médio de 7,39%. Este modelo, ainda foi comparado com o modelo RV, por ser considerado pela literatura técnica, como o mais acurado entre os analíticos, o qual apresentou, nas mesmas condições de descarga, um erro de 5,68%. Como conclusões do trabalho tem-se que o modelo ARX em tempo discreto apresentou os melhores resultados.

Machado [15] também utilizou em seu trabalho os modelos paramétricos lineares ARX, ARMAX, ES e JB, porém acrescentou a eles o modelo AR. As simulações foram realizadas no Matlab e os dados experimentais provenientes de uma plataforma de testes, considerando baterias do tipo Li-Ion. Os modelos foram validados e o modelo AR, no domínio do tempo discreto, foi o que apresentou a melhor acurácia, com um erro médio de 0,72%. Este modelo também foi convertido para tempo contínuo e apresentou um erro médio de 3,39%. Por fim, estes modelos ainda foram comparados com o modelo RV, o qual apresentou um erro de 1,3%. Com isso, concluiu que o modelo AR se destaca entre os demais presentes na categoria via teoria de Identificação de Sistemas e tem bom desempenho na predição do tempo de vida de baterias.

2.4.5 Modelos Analíticos

Os modelos analíticos são na sua maioria modelos físicos e de fácil implementação, pois utilizam um conjunto pequeno de equações para modelar as principais características de uma bateria. Além disso, conseguem capturar os efeitos não lineares presentes no processo de descarga e podem ser utilizados tanto para correntes de descarga constantes, quanto variáveis [9]. A seguir são descritos os principais modelos analíticos encontrados

na literatura: modelo Linear, Lei de Peukert, modelo de Rakhmatov e Vrudhula e modelo KiBaM.

Modelo Linear

O modelo Linear [7, 9, 18], como o próprio nome já diz, considera a bateria como um recipiente linear de corrente, não levando em conta os efeitos não lineares que estão presentes no processo de descarga. Este modelo apesar de simples, não oferece boa precisão. A equação que descreve a capacidade (C) restante da bateria é dada por:

$$C = C' - It_d, \quad (2.9)$$

onde: C' é a capacidade no início da operação, I é a corrente de descarga constante durante a operação, e t_d é o tempo de duração da operação. A capacidade remanescente é calculada sempre que a corrente de descarga for alterada [25].

Lei de Peukert

A Lei de Peukert [7, 9] se diferencia do modelo Linear, pois consegue capturar parte das propriedades não lineares da bateria. Ela captura apenas a relação não linear entre o tempo de vida da bateria e a sua taxa de descarga, não considerando o efeito de recuperação.

De acordo com a Lei de Peukert o tempo de vida (L) aproximado da bateria é dado por:

$$L = \frac{a}{I^b}, \quad (2.10)$$

onde: I é a corrente de descarga e, a e b são parâmetros que dependem da bateria, obtidos a partir de dados experimentais. Em casos ideais, o valor de a deveria ser igual a capacidade da bateria, e b deveria ser igual a 1. Entretanto na prática isto não ocorre, normalmente a possui um valor próximo ao da capacidade da bateria, e b um valor superior a 1.

Para correntes de descarga constantes, a Lei de Peukert pode apresentar bons resultados no que se refere ao tempo de vida de baterias, já quando as correntes de descarga passam a variar, os resultados são menos satisfatórios [10].

Modelo RV

Rakhmatov e Vrudhula [3, 7, 9] desenvolveram um modelo analítico baseado na difusão de íons no eletrólito. Este modelo descreve a evolução da concentração das espécies eletroativas no eletrólito durante um descarregamento, considerando o processo idêntico para ambos os eletrodos (ânodo/cátodo).

A difusão é considerada unidimensional em uma região de comprimento ω do eletrólito e $C(x, t)$ é a concentração de espécies eletroativas no tempo $t \in [0, L]$ e na distância $x \in [0, \omega]$. Em uma bateria totalmente carregada a concentração inicial de espécies eletroativas é constante em todo o comprimento ω do eletrólito, isto é $C(x, 0) = C^*$, onde C^* representa a capacidade inicial da bateria. Quando $C(0, t)$ atingir um valor inferior ao nível de *cutoff* a bateria é considerada descarregada. A evolução da concentração é descrita pelas Leis de Fick dadas por um sistema de EDPs, detalhado no Capítulo 3.

Em linhas gerais, o modelo RV consiste em um sistema de EDPs com condições de fronteira de segunda espécie e dois parâmetros empíricos, α e β , que necessitam ser estimados a partir de dados experimentais.

Este modelo pode ser utilizado para estimação do tempo de vida de baterias considerando correntes de descargas constantes ou variáveis. Em se tratando de perfis com correntes variáveis, o tempo total de descarga é dividido em vários períodos aproximados, de correntes constantes por partes.

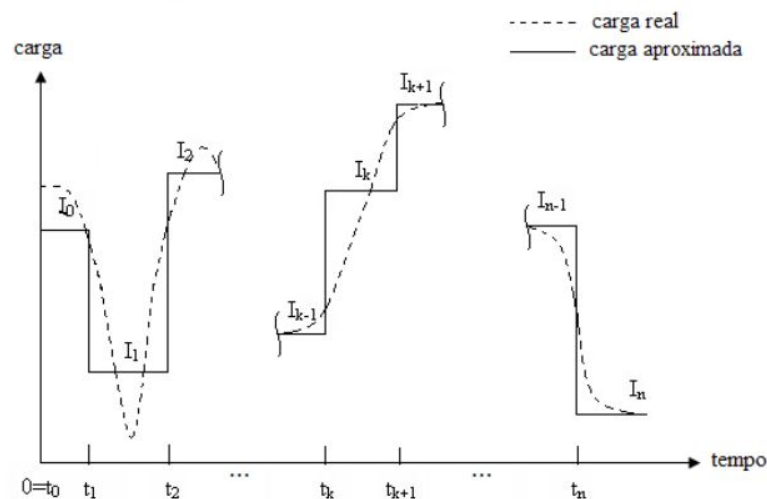


Figura 2.7: Degrau representativo de perfil de descarga com correntes variáveis [6].

Na Figura 2.7, é possível observar que do tempo t_0 ao tempo t_1 a corrente que age no sistema é a corrente inicial, I_0 . Já a corrente I_1 atua no sistema durante o período de tempo t_1 ao tempo t_2 . E assim, as correntes são alternadas até a bateria ser considerada descarregada, isto é, não conseguir mais fornecer energia ao sistema.

Modelo KiBaM

O modelo KiBaM [3, 4, 9], desenvolvido por Manwell e McGowan para baterias de chumbo-ácido, é um modelo de fácil compreensão e implementação computacional, está

fundamentado nos processos cinéticos que ocorrem no interior da bateria, ou seja, considera a velocidade das reações químicas do processo, e os fatores que as influenciam. Neste modelo a capacidade total da bateria é distribuída em duas fontes, denominadas fonte de carga disponível e fonte de carga limitada.

Os modelos KiBaM e RV são modelos físicos que capturam as não linearidades presentes no processo de descarga. No Capítulo 3 os modelos KiBaM e RV são abordados de forma detalhada, principalmente no que se refere às equações que os descrevem, em função da utilização dos mesmos na formação dos modelos híbridos estudados nesta dissertação.

Schneider [7] realizou uma análise comparativa entre três modelos analíticos da literatura utilizados para a predição do tempo de vida de baterias: o modelo Linear, a Lei de Peukert e o modelo RV. Todos os modelos foram implementados e simulados na ferramenta computacional Matlab, para um conjunto de correntes de descargas constantes, considerando os parâmetros de uma bateria de Li-Ion. Os resultados das simulações foram comparados com os dados obtidos a partir de uma plataforma de testes. Como resultado do trabalho de Schneider [7], o modelo Linear apresentou os maiores erros atingindo um valor médio de 22,06%, o modelo RV atingiu erro médio de 1,05% e a Lei de Peukert de 1,96%. O fato de considerar os principais efeitos não lineares presentes no processo de descarga de uma bateria justifica os bons resultados encontrados pelo modelo RV.

Esta mesma análise comparativa, considerando baterias de Li-Ion, foi realizada por Oliveira [10], porém em seu trabalho, as correntes de descarga não se limitaram apenas a valores constantes, mas sim contemplaram também, correntes de descargas variáveis. Outro diferencial entre o trabalho de [7] e [10] encontra-se na metodologia utilizada na estimação dos parâmetros empíricos dos modelos. Em [7] foi utilizado o método dos Mínimos Quadrados, enquanto que em [10], foi realizada uma comparação entre duas metodologias de estimação de parâmetros, o método dos Mínimos Quadrados e o método de Gauss. Os resultados encontrados no trabalho de Oliveira [10], considerando o método do Mínimos Quadrados, para correntes de descarga constantes foram de 5,71% para o modelo RV, 7,10% para a Lei de Peukert e 17,42% para o modelo Linear. Já para os perfis de correntes de descargas variáveis, os erros médios aumentaram, atingindo 6,53% para o modelo RV, 7,93% para a Lei de Peukert e 30,76% para o modelo Linear; considerando a método de Gauss para correntes de descarga constantes o erro médio do modelo RV foi de 5,26% e da Lei de Peukert foi de 4,41%, já para correntes de descarga variáveis, o modelo RV teve um erro médio de 5,98% e a Lei de Peukert, de 7,80%. Não foram realizadas simulações com esta metodologia para o modelo Linear. Oliveira [10] concluiu que o modelo com melhor desempenho é o RV considerando a metodologia proposta por Gauss para estimação dos parâmetros.

Freitas, em seu trabalho [26], estudou três modelos analíticos, a Lei de Peukert, o

modelo KiBaM e o modelo RV, e propôs para cada um deles melhorias. As simulações computacionais, utilizadas para a validação dos modelos, foram realizadas na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*. Os resultados obtidos, nas simulações, foram comparados com um conjunto de dados adquiridos em uma plataforma de testes. Nos ensaios experimentais foram utilizadas baterias do tipo Li-Po, modelo PL-383562-2C. O primeiro modelo estudado por [26] foi a Lei de Peukert, sendo que para este modelo foi proposta uma extensão para correntes de descargas constantes e variáveis, através da minimização funcional por comparação de derivadas. Verificou-se, inicialmente, que para correntes de descargas constantes a Lei de Peukert descreveu os dados experimentais com um erro médio de 1,41%, já o modelo proposto, como extensão do modelo original da Lei de Peukert, descreveu os dados experimentais com um erro médio menor, de apenas 1,07%. Para descargas variáveis, o modelo proposto obteve um melhor desempenho quando comparado ao modelo original, a Lei de Peukert apresentou um erro médio de 2,79% enquanto o modelo estendido da Lei de Peukert apresentou um erro médio de 2,57%.

O segundo modelo estudado por Freitas [26] foi o modelo KiBaM. Na literatura técnica a solução conhecida para este modelo ocorre através da aplicação de Transformada de Laplace e sua Inversa [4], Freitas [26] propõe uma solução utilizando o método de Variação de Parâmetros, considerando apenas descargas constantes. Verificou-se que o modelo KiBaM, solucionado utilizando Transformada de Laplace descreveu os dados experimentais com um erro médio de 1,07%. Já o modelo KiBaM solucionado através do método de Variação de Parâmetros, descreveu os dados experimentais com erro médio de 1,04%. Neste caso, não houve diferença significativa entre os modelos.

E finalmente, o terceiro modelo estudado por Freitas [26], foi o modelo RV, na literatura técnica a solução conhecida para este modelo também ocorre através da aplicação de Transformada de Laplace e sua Inversa [12], Freitas [26] propõe uma solução utilizando o método de Fourier. Verificou-se que o modelo RV, utilizando Transformada de Laplace, descreveu os dados experimentais com um erro médio de 1,12%. Já o modelo RV utilizando o método de Fourier descreveu os dados experimentais com um erro médio de apenas 1,03%. De modo geral, o autor concluiu que os modelos matemáticos acrescidos das propostas de modificações obtiveram um desempenho superior em relação às suas versões originais.

2.4.6 Modelos Híbridos

Os modelos híbridos [3, 4, 13] constituem uma nova tendência de modelos matemáticos utilizados para simular o tempo de vida de baterias. O destaque dos modelos híbridos, em relação aos demais modelos, é a possibilidade de acoplar dois modelos distintos, unindo as vantagens de ambos, em um só.

Kim [4] desenvolveu um modelo híbrido a partir da união do modelo analítico Ki-BaM [27] com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria [1], que permite capturar os efeitos não lineares e ao mesmo tempo as características dinâmicas do circuito da bateria. Este modelo foi utilizado por Duarte [13] para a modelagem de baterias do tipo Li-Ion considerando correntes de descarga constantes. As simulações computacionais e validação foram realizadas na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*, considerando dados obtidos de uma plataforma de testes, para baterias de Li-Ion. Os resultados das simulações foram comparados com um conjunto de dados experimentais, e o erro médio do modelo híbrido foi de 3,91%. Os resultados do modelo híbrido foram comparados aos resultados obtidos por meio das simulações do modelo RV, que nas mesmas condições de descarga obteve um erro médio de 1,36%.

Zhang et al. [16] realizou a proposição de um novo modelo híbrido a partir da união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria [1] com o modelo analítico RV [6]. Como o modelo RV é considerado o modelo analítico de mais alta acurácia encontrado na literatura, a sua presença na formação deste segundo modelo híbrido contribui em termos de precisão na estimação do tempo de vida de baterias. Fransozi [3] utilizou ambos os modelos para modelagem de baterias do tipo Li-Po, também considerando correntes de descarga constantes. As simulações com os modelos híbridos foram realizadas na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*, e os resultados encontrados foram comparados com os dados experimentais obtidos de uma plataforma de testes.

Neste contexto, o modelo híbrido baseado no trabalho de Kim [4], obteve erro médio de 2,41% e o modelo baseado no trabalho de Zhang et. al. [16], erro médio de 1,12%. Ainda no processo de validação, os resultados provenientes dos modelos híbridos foram comparados com os resultados obtidos a partir das simulações do modelo RV, o qual apresentou um erro médio de 1,16%. De modo geral, [3] concluiu que os modelos híbridos apresentaram resultados satisfatórios para a predição do tempo de vida de baterias. Os dois modelos híbridos citados, são detalhados no próximo capítulo, e utilizados neste trabalho para modelar baterias de Li-Po a partir de perfis de descarga com correntes variáveis no tempo.

2.5 Resumo do Capítulo

Este capítulo é constituído por uma revisão bibliográfica a respeito de baterias utilizadas em dispositivos móveis, suas principais características e efeitos não lineares. Em seguida são apresentadas algumas das tecnologias de baterias que alimentam energeticamente os dispositivos. Por fim, são expostos os principais modelos matemáticos encontra-

dos na literatura, e os trabalhos correlatos, para predição do tempo de vida de baterias, sendo eles, modelos eletroquímicos [9, 12], modelos de circuitos elétricos [1, 9], modelos estocásticos [9, 13], modelos via teoria de Identificação de Sistemas [8, 11, 14, 15], modelos analíticos [3, 6, 7, 9], e modelos híbridos [3, 4, 13].

No próximo capítulo são descritos especificadamente os modelos analíticos KiBaM e RV, em função destes constituírem, juntamente com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, já detalhado neste capítulo, os modelos híbridos utilizados nesta dissertação. Posteriormente, são apresentadas as equações dos modelos híbridos considerados, e o diagrama de blocos, desenvolvido no *MatLab/Simulink*, correspondente a cada um deles.

Capítulo 3

Modelagem Matemática

3.1 Introdução

A modelagem matemática consiste em um conjunto de etapas utilizadas para descrever um determinado fenômeno do mundo real, a fim de prever o seu comportamento em situações futuras ou reproduzi-lo em situações passadas. Para isto, faz-se o levantamento e a análise de uma série de dados experimentais, os quais são confrontados com resultados obtidos por meio de modelos matemáticos, construídos a partir de equações.

Neste capítulo são apresentados de forma detalhada os dois modelos híbridos utilizados neste trabalho: o modelo desenvolvido por Kim [4], denominado por conveniência de Modelo Híbrido A (MHA), e o modelo desenvolvido por Zhang et al. [16], denominado de Modelo Híbrido B (MHB). Tanto o MHA, quanto o MHB, possuem em sua estrutura a presença do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, já descrito no Capítulo 2.

Destaca-se que a diferença entre os modelos híbridos utilizados encontra-se no modelo analítico que foi acoplado ao elétrico. O MHA possui a presença do modelo analítico KiBaM, enquanto o MHB, é constituído em conjunto com o modelo RV. Buscando compreender com clareza o processo de formação de ambos modelos híbridos, inicialmente são descritas as equações dos modelos analíticos KiBaM e RV. Na sequência, são apresentadas as equações dos MHA e MHB, seguidas do diagrama de blocos utilizado nas simulações computacionais.

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 3.2 são detalhados os modelos analíticos KiBaM e RV. Na Seção 3.3 é realizada a descrição dos modelos híbridos utilizados neste trabalho, juntamente com seus respectivos diagramas de blocos desenvolvidos no *Matlab/Simulink*. E por fim, na Seção 3.4 é apresentado um resumo do capítulo.

3.2 Modelos Matemáticos

Nesta seção são descritos os modelos analíticos KiBaM e RV, respectivamente, utilizados com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, na composição dos modelos híbridos aplicados nesta dissertação.

3.2.1 Modelo KiBaM

O modelo KiBaM considera a carga da bateria distribuída em duas fontes: a fonte de carga disponível e a fonte de carga limitada, o que pode ser observado na Figura 3.1.

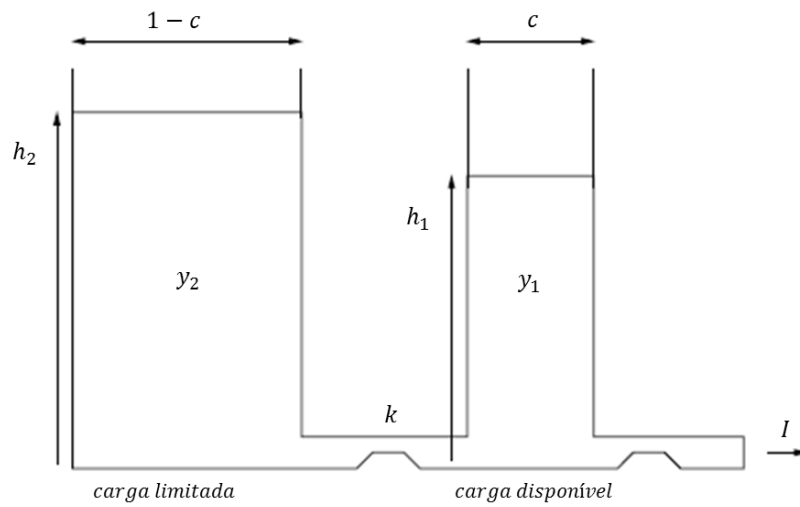


Figura 3.1: Ilustração da distribuição de carga, na fonte de carga limitada e disponível, do modelo KiBaM [9].

Verifica-se a presença de uma fração c da capacidade total C , distribuída na fonte de carga disponível, e uma fração $1 - c$ distribuída na fonte de carga limitada. Neste esquema a fonte de carga limitada disponibiliza elétrons para a fonte de carga disponível, que fornece elétrons diretamente à corrente $i(t)$. A taxa na qual a carga flui entre as fontes depende da diferença de alturas h_1 e h_2 , e de um parâmetro k , que representa a razão de fluxo de carga entre as fontes. As alturas $h_1(t)$ e $h_2(t)$ e o parâmetro k' são representados respectivamente por

$$h_1(t) = \frac{y_1(t)}{c} \quad (3.1)$$

$$h_2(t) = \frac{y_2(t)}{1-c} \quad (3.2)$$

$$k' = \frac{k}{c(1-c)} \quad (3.3)$$

onde: $y_1(t)$ e $y_2(t)$ são as quantidades de carga em cada fonte. A variação de carga em ambas as fontes é dada pelo seguinte sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)

$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} = -i(t) + k(h_2(t) - h_1(t)) \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = -k(h_2(t) - h_1(t)), \end{cases} \quad (3.4)$$

onde: $i(t)$ é a corrente de descarga.

As condições iniciais deste sistema de EDO são dadas por

$$y_1(0) = cC \quad (3.5)$$

$$y_2(0) = (1 - c)C, \quad (3.6)$$

onde: $y_1(0)$ e $y_2(0)$ são as quantidades de carga disponível e limitada em $t = 0$, respectivamente, e C é a capacidade total da bateria, que é considerada descarregada quando a carga na fonte de carga disponível é zero.

No momento em que uma corrente de descarga é aplicada na bateria, a carga na fonte de carga disponível diminui, e consequentemente a diferença entre as alturas $h_1(t)$ e $h_2(t)$ aumenta. Quando a corrente torna-se nula, ocorre um fluxo da fonte de carga limitada para a fonte de carga disponível, até que as alturas se igualem. Desta forma, durante períodos de relaxação, uma maior quantidade de carga torna-se disponível para o sistema e, por conseguinte, a bateria atinge um tempo de vida maior, este processo representa o efeito de recuperação. O efeito da taxa de capacidade também é representado por este modelo, uma vez que para correntes de descargas altas a carga, na fonte disponível, é drenada rapidamente, fazendo com que não ocorra o efeito de recuperação. Isto faz com que mais carga fique na fonte de carga limitada, sem ser utilizada, o que reduz a capacidade efetiva da bateria [4].

Na resolução deste modelo, considerando correntes de descarga constantes, ou seja, $i(t) = I$, inicialmente substitui-se as equações (3.1), (3.2) e (3.3), na equação (3.4), obtendo-se o seguinte sistema de EDOs

$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} = -i(t) - k(1 - c)y_1(t) + kcy_2(t), \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = k(1 - c)y_1(t) - kcy_2(t). \end{cases} \quad (3.7)$$

Aplica-se, então, o método de Transformada de Laplace e Transformada de Laplace Inversa no sistema de EDOs apresentado na equação (3.7), obtendo-se como resultado

$$\begin{cases} y_1(t) = y_1(0)e^{-k't} + \frac{(y_0k'c - I)(1 - e^{-k't})}{k'} - \frac{Ic(k't - 1 + e^{-k't})}{k'}, \\ y_2(t) = y_2(0)e^{-k't} + y_0(1 - c)(1 - e^{-k't}) - \frac{I(1 - c)[k't - 1 + e^{-k't}]}{k'}. \end{cases} \quad (3.8)$$

A diferença de altura entre as duas fontes $\delta(t)$ é representada por

$$\delta(t) = h_2(t) - h_1(t) = \frac{y_2(t)}{1-c} - \frac{y_1(t)}{c}. \quad (3.9)$$

A bateria é considerada descarregada quando $y_1(t)$ torna-se zero e por conseguinte o *SOC*. Quando isto ocorre a carga indisponível $u(t)$ é dada por

$$u(t) = (1-c)\delta(t). \quad (3.10)$$

Maiores detalhes a cerca do desenvolvimento esta modelagem pode ser encontrado em [3].

3.2.2 Modelo RV

O modelo RV descreve a evolução da concentração das espécies eletroativas no eletrólito durante um descarregamento. O processo de difusão destas espécies ocorre em uma região unidimensional finita e é descrito pelas Leis de Fick, dada pelo seguinte sistema de EDPs descrito a seguir

$$\begin{cases} J(x, t) = D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x}, \\ \frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.11)$$

onde: $J(x, t)$ é o fluxo das espécies eletroativas em função do tempo t e de uma distância x do eletrodo, $C(x, t)$ é a concentração de eletrólitos e D é a constante de difusão. Em uma bateria totalmente carregada a concentração de espécies eletroativas é constante em todo o comprimento w do eletrólito, o que proporciona a seguinte condição inicial

$$C(x, 0) = C^*. \quad (3.12)$$

De acordo com a Lei de Faraday [28], o fluxo em uma das extremidades do eletrodo é proporcional à corrente de descarga, e na outra é nulo. Assim, considerando no processo de descarga uma corrente $i(t)$, tem-se como condições de fronteira

$$D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{i(t)}{vFA}. \quad (3.13)$$

$$D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=w} = 0. \quad (3.14)$$

onde: A é a área da superfície do eletrodo, F é a constante de Faraday e v é o número de elétrons envolvidos na reação química na superfície do eletrodo.

Para a resolução do modelo, aplica-se o método da Transformada de Laplace na segunda equação do sistema (3.11). Após uma série de manipulações matemáticas que

podem ser encontradas detalhadamente em [3], e da aplicação da Transformada de Laplace Inversa, obtém-se

$$\rho(t) = \frac{1}{vFA\sqrt{\pi DC^*}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2 n^2}{D(t-\tau)}}}_{A} d\tau \quad (3.15)$$

onde: $\rho(t) = 1 - \frac{C(0,t)}{C^*}$.

A partir de uma identidade presente na teoria de funções theta [29] é possível realizar uma troca de variáveis na equação (3.15), na qual

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-yn^2} = \sqrt{\frac{\pi}{y}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{y}}, \text{Re}(y) > 0 \quad (3.16)$$

e o valor de y na equação (3.16), é dado por $y = \frac{\omega^2}{D(t-\tau)} > 0$.

Considerando $n = 0$ no somatório A da equação (3.15) o resultado da expressão é igual a 1. E quando n for um número negativo o resultado será sempre positivo, pois n está elevado ao quadrado. Desta forma,

$$\rho(t) = \frac{1}{vFA\sqrt{\pi DC^*}} \int_0^t i(\tau) \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau)n^2}{\omega^2}} \right] d\tau. \quad (3.17)$$

Integrando a equação (3.17) termo a termo

$$\rho(t) = \frac{1}{vFA\omega C^*} \int_0^t i(\tau) d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t i(\tau) e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau)n^2}{\omega^2}} d\tau. \quad (3.18)$$

e considerando

$$\beta = \frac{\pi\sqrt{D}}{\omega} \quad (3.19)$$

o parâmetro que está relacionado ao comportamento não linear da bateria, e

$$\alpha = vFA\omega C^* \rho(L) \quad (3.20)$$

o parâmetro que está relacionado com a sua capacidade. O tempo de vida bateria em $t = L$ é dado por

$$\alpha = \int_0^L i(\tau) d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L i(\tau) e^{-\beta^2 n^2 (L-\tau)} d\tau \quad (3.21)$$

A equação (3.21) relaciona o tempo de vida L de uma bateria a partir de um determinado perfil de descarga $i(\tau)$. Este tempo de vida L é o momento em que a concentração das espécies eletroativas na superfície do eletrodo atinge o nível de *cutoff*.

A carga total consumida pelo sistema é representada pelo primeiro termo da equação (3.21), e a quantidade de carga indisponível, ou seja, aquela não consumida pelo sistema é representada pelo segundo termo [12]. Assim,

$$u(t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L i(\tau) e^{-\beta^2 n^2 (L-\tau)} d\tau. \quad (3.22)$$

O modelo RV permite o cálculo do tempo de vida de baterias utilizando correntes de descargas constantes e variáveis. Especificamente, para uma corrente de descarga constante, ou seja, $i(\tau) = I$, após a resolução das integrais a equação (3.21) se reduz a

$$\alpha = IL \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 L}}{\beta^2 n^2 L} \right] \quad (3.23)$$

na qual, relaciona o tempo de vida L da bateria a partir de um perfil de descarga constante.

Em um perfil de descarga variável é representado por uma função escada de n degraus [7], dada por

$$i(\tau) = \sum_{k=0}^{n-1} I_k [U(\tau - t_k) - U(\tau - t_{k+1})], \quad (3.24)$$

onde: I_k é a carga constante e $U(\tau)$ é uma função degrau expressa por

$$U(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{se } t < 0. \end{cases} \quad (3.25)$$

Substituindo a equação (3.24) na equação (3.21), obtém-se

$$\begin{aligned} \alpha = & \sum_{k=0}^{n-1} \int_0^L I_k [U(\tau - t_k) - U(\tau - t_{k+1})] d\tau \\ & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \int_0^L I_k [U(\tau - t_k) - U(\tau - t_{k+1})] e^{-\beta^2 n^2 (L-\tau)} d\tau. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Para sair da função degrau, considera-se o limite inferior da integral igual a t_k e o limite superior da integral igual a t_{k+1} . Como $[U(\tau - t_k) - U(\tau - t_{k+1})] = 1$ e I_k é constante obtém-se

$$\alpha = \sum_{k=0}^{n-1} I_k \left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\beta^2 n^2 (L-\tau)} d\tau \right]. \quad (3.27)$$

Resolvendo a primeira integral de forma direta, e a segunda pelo método de substitui-

ção de variáveis, obtém-se a equação

$$\alpha = \sum_{k=0}^{n-1} I_k \left[t_{k+1} - t_k + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2 n^2 (L-t_{k+1})} - e^{-\beta^2 n^2 (L-t_k)}}{\beta^2 n^2} \right] \quad (3.28)$$

a qual, determina o tempo de vida L da bateria, considerando correntes de descarga variáveis [3].

3.3 Modelos Híbridos

Os modelos híbridos são formados a partir da união de dois ou mais modelos de categorias distintas, permitindo somar as vantagens que correspondem a cada um deles. Nesta seção, são apresentados os modelos híbridos utilizados nesta dissertação: Modelo Híbrido A (MHA) e Modelo Híbrido B (MHB). Ambos seguem acompanhados das equações matemáticas que os constituem, assim como da respectiva implementação computacional no ferramenta *MatLab/Simulink*.

3.3.1 Modelo Híbrido A - MHA

O MHA foi desenvolvido por Kim [4], a partir da união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico KiBaM. Destaca-se que o modelo elétrico é capaz de capturar as características dinâmicas relacionadas ao circuito da bateria, e o modelo analítico captura os efeitos não lineares presentes em um processo de descarga. Observa-se que o MHA [4] foi construído a partir da substituição dos componentes responsáveis pelo estado de carga e tempo de vida da bateria, no modelo elétrico (lado esquerdo da Figura 2.5), pelas equações do modelo KiBaM, conforme pode ser observado na Figura 3.2. Na sequência são apresentadas as equações do MHA.

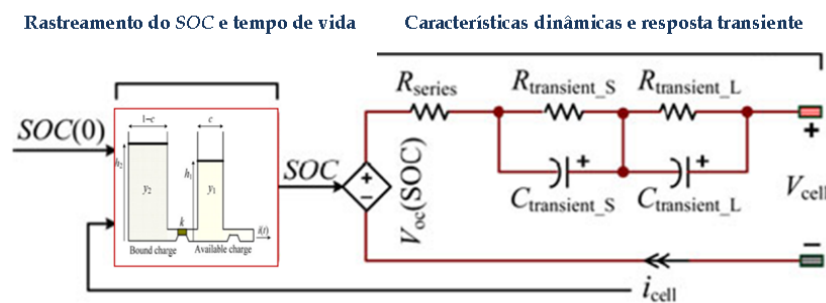


Figura 3.2: Ilustração do MHA [3].

Equações do MHA

Considerando um período total $t_0 < t < t_r$, a bateria é descarregada com uma corrente constante $i_{cell} = I > 0$ no período de $t_0 < t < t_d$ (com $t_d < t_r$), e então repousa, com $i_{cell} = 0$, no período de $t_d < t < t_r$. Nestas condições o estado de carga (*SOC*) é dado por

$$SOC(t) = \frac{C_{available}(t)}{C_{max}} \quad (3.29)$$

onde: $C_{available}(t)$ é a capacidade disponível da bateria e C_{max} é a capacidade nominal da bateria.

A capacidade disponível da bateria, $C_{available}(t)$, é determinada por

$$C_{available}(t) = C_{initial} - l(t) - C_{unavailable}(t), \quad (3.30)$$

onde: $C_{initial}$ é a capacidade inicial da bateria, $l(t)$ é a carga total consumida pelo sistema dada por

$$l(t) = \int i_{cell}(t)dt. \quad (3.31)$$

O termo $C_{unavailable}(t)$ representa a capacidade indisponível da bateria no tempo t , ou seja a carga que não foi consumida pelo sistema, e é descrito por $u(t)$, proveniente do modelo KiBaM

$$C_{unavailable}(t) = u(t). \quad (3.32)$$

A expressão $u(t)$ é obtida a partir da substituição do sistema de equações (3.8), em (3.9) e posteriormente em (3.10), de modo que

$$u(t) = \begin{cases} (1-c) \left[\delta(t_0) e^{-k'(t-t_0) + \frac{I}{c} \left(\frac{1-e^{-k'(t-t_0)}}{k'} \right)} \right], & t_0 < t < t_d, \\ (1-c) \delta(t_d) e^{-k'(t-t_d)}, & t_d < t < t_r, \end{cases} \quad (3.33)$$

onde: c é uma fração da capacidade total da bateria, $\delta(t_0)$ é a diferença de altura entre as duas fontes no início da descarga do modelo KiBaM, k' é uma constante relacionada com a taxa de difusão de energia entre as fontes, $\delta(t_d)$ é a diferença de altura entre as duas fontes no tempo final de descarga do modelo KiBaM, I é a corrente de descarga, t_0 é o tempo inicial, t_d é o tempo final da descarga e t_r é o tempo que resta para terminar o período.

Durante a descarga, no intervalo de tempo $t_0 < t < t_d$, $u(t)$ aumenta, o que representa o efeito da taxa de capacidade. Durante o intervalo de tempo de repouso $t_d < t < t_r$, $u(t)$ diminui, porque ocorre fluxo de carga da fonte limitada para a disponível representando o efeito de recuperação [4].

Com base nas equações (3.32) e (3.33), a $C_{unavailable}(t)$ pode ser expressa por

$$C_{unavailable}(t) = \begin{cases} C_{unavailable}(t_0)e^{-k'(t-t_0)} + (1-c)\frac{I}{c}\left(\frac{1-e^{-k'(t-t_0)}}{k'}\right), & t_0 < t < t_d \\ C_{unavailable}(t_d)e^{-k'(t-t_d)}, & t_d < t < t_r, \end{cases} \quad (3.34)$$

onde: $C_{unavailable}(t_0)$ é a capacidade indisponível da bateria no início da descarga, $C_{unavailable}(t_d)$ é a capacidade indisponível da bateria no final do tempo de descarga.

De modo geral, se a bateria é descarregada com correntes variáveis o tempo total de descarga é dividido em diferentes períodos, sendo que, em cada período a corrente aproximada de uma é corrente, contínua ou igual a zero. A equação (3.34) pode ser aplicada em cada intervalo fornecendo continuamente a capacidade indisponível da bateria [3].

Portanto, o estado de carga (SOC) é dado por

$$SOC(t) = SOC_{initial} - \frac{1}{C_{max}} \left[\int i_{cell}(t)dt + C_{unavailable}(t) \right]. \quad (3.35)$$

A tensão do modelo é representada por

$$V_{cell}(t) = V_{oc}[SOC(t)] - i_{cell}(t)R_{series}[SOC(t)] - V_{transient}(t) \quad (3.36)$$

onde: $V_{cell}(t)$ é a tensão final, $V_{oc}[SOC(t)]$ é a tensão de circuito aberto, $R_{series}[SOC(t)]$ é a resistência em série e $V_{transient}(t)$ é a tensão transiente. Os elementos da equação (3.36) são determinados por

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (3.37)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0e^{-b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (3.38)$$

$$V_{transient}(t) = V_{transientS}(t) + V_{transientL}(t) \quad (3.39)$$

onde: $V_{transientS}(t)$ é a tensão transiente de curta duração dada pela equação (3.40) e $V_{transientL}(t)$ é a tensão transiente de longa duração dada pela equação (3.41)

$$V_{transientS}(t) = \begin{cases} R_{transientS}i_{cell}(t) \left[1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_S}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{transientS}(t_d)e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_S}}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (3.40)$$

onde: $R_{transientS}$ é a resistência transiente de curta duração, $V_{transientS}(t_d)$ é a tensão transiente de curta duração no tempo final de descarga, $\tau_S = R_{transientS}.C_{transientS}$ e

$C_{transientS}$ é a capacitância transiente de curta duração.

$$V_{transientL}(t) = \begin{cases} R_{transientL} i_{cell}(t) \left[1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_L}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{transientL}(t_d) e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_L}}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (3.41)$$

onde: $R_{transientL}$ é a resistência transiente de longa duração, $V_{transientL}(t_d)$ é a tensão transiente de longa duração no tempo final de descarga, $\tau_L = R_{transientL} \cdot C_{transientL}$ e $C_{transientL}$ é a capacitância transiente de longa duração.

Os parâmetros que modelam a tensão transiente são funções do SOC dados por

$$\begin{cases} R_{transientS}[SOC(t)] = c_0 e^{-c1[SOC(t)]} + c_2, \\ C_{transientS}[SOC(t)] = d_0 e^{-d1[SOC(t)]} + d_2, \\ R_{transientL}[SOC(t)] = e_0 e^{-e1[SOC(t)]} + e_2, \\ C_{transientL}[SOC(t)] = f_0 e^{-f1[SOC(t)]} + f_2. \end{cases} \quad (3.42)$$

Estes parâmetros são praticamente constantes quando o SOC é elevado (20-100%) e mudam exponencialmente quando o SOC varia abaixo de um determinado valor (20-0%) devido a reações eletroquímicas no interior da bateria [3,4,13]. A seguir é apresentada a implementação computacional das equações do MHA no *MatLab/Simulink*.

Diagrama de Blocos do MHA no *Matlab/Simulink*

Nesta seção é apresentado o diagrama de blocos correspondente ao MHA, implementado na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*. A partir do uso deste diagrama e da estimação dos parâmetros do modelo, pode-se realizar as simulações computacionais para a obtenção do tempo de vida de diferentes tipos de baterias recarregáveis.

Para que a estrutura e o funcionamento do diagrama de blocos sejam compreendidos com clareza a Figura 3.3 foi dividida em partes, indicadas pelas letras A, B, C, D e E. A entrada dos perfis de descarga, sejam eles constituídos por correntes constantes ou variáveis, assim como a entrada da capacidade nominal da bateria é realizada na Figura 3.3 (E). Na Figura 3.3 (A) é realizado o cálculo do SOC , ou seja, do estado de carga da bateria ao longo do tempo. A capacidade indisponível é calculada por meio das equações provenientes do modelo KiBaM encontradas no *subsystems* $C_{unavailable}$ da Figura 3.3 (B). O decaimento da tensão é calculado no *Subsystem* $V_{transient}$ da Figura 3.3 (D), por meio de equações provenientes no modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I. Este cálculo é contínuo até que o nível de *cutoff* seja atingido. Na Figura 3.3 (C) é calculado o valor de V_{oc} e da R_{series} . Nesta parte do diagrama também é atualizado o valor da tensão de saída a partir de valores provenientes do *Subsystem* $V_{transient}$. E por fim, a tensão de saída, o estado final de carga e a capacidade indisponível ao término da

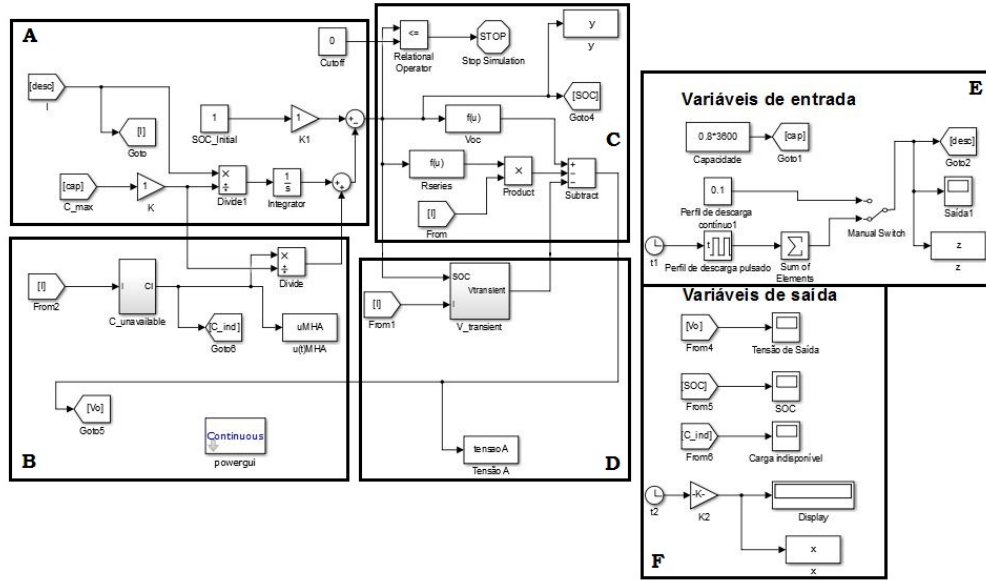
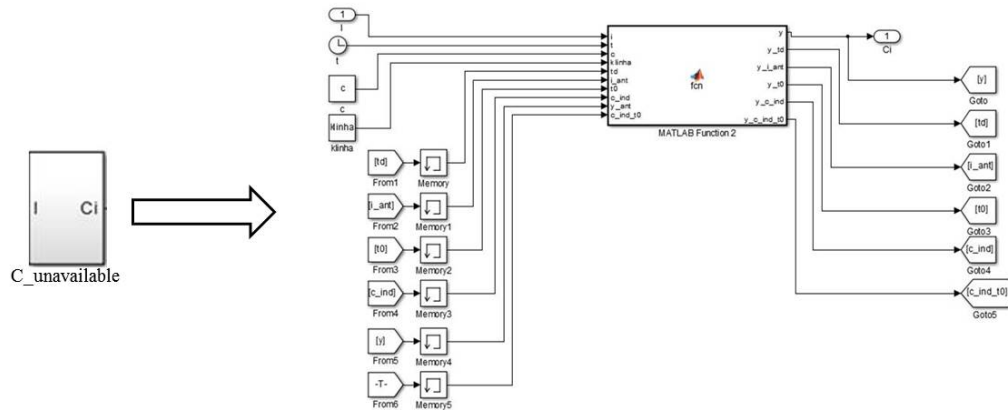


Figura 3.3: Diagrama de blocos do MHA.

descarga da bateria são encontrados na Figura 3.3 (F).

As equações que estão nos *Subsystems* $C_{unavailable}$ e $V_{transient}$ são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 3.4 e 3.5.

Figura 3.4: Diagrama de Blocos do *Subsystem* $C_{unavailable}$.

Os parâmetros do modelo são informadas em um editor de texto do *MatLab* e devem ser carregadas antes de iniciar a simulação.

3.3.2 Modelo Híbrido B - MHB

O MHB foi desenvolvido por Zhang et al. [16] a partir da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria, com o modelo analítico RV. Fazendo uma análise comparativa entre os MHA e MHB, pode-se destacar, neste segundo

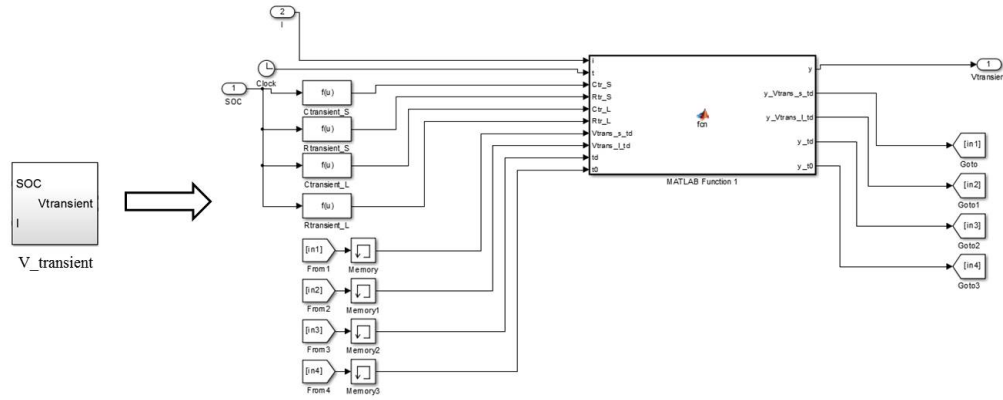


Figura 3.5: Diagrama de Blocos do *Subsystem* $V_{transient}$.

modelo, a permanência do modelo elétrico e a substituição do modelo analítico KiBaM pelo modelo RV. O modelo RV é considerado pela literatura técnica como o modelo analítico de maior acurácia, o que favorece a obtenção de resultados mais precisos se comparado com os demais modelos desta categoria. [7, 10].

A união do modelo elétrico ao analítico na formação do MHB, ocorre de modo idêntico ao realizado na formação do MHA. Os componentes responsáveis pelo estado de carga e o tempo de vida da bateria, do modelo elétrico (lado esquerdo da Figura 2.5) são substituídos pela equações do modelo RV, conforme pode ser observado na Figura 3.6 [3]. Na sequência são apresentadas as equações do MHB.

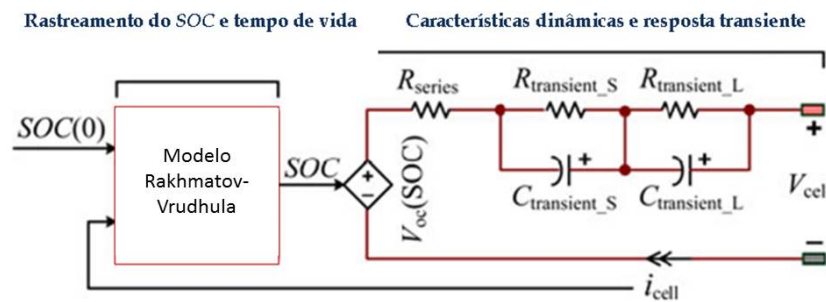


Figura 3.6: Ilustração do MHB [3].

Equações do MHB

O estado de carga (SOC) é descrito pela equação

$$SOC(t) = \frac{C_{available}(t)}{C_{max}} \quad (3.43)$$

onde: $C_{available}(t)$ é a capacidade disponível da bateria e C_{max} é a capacidade nominal da bateria.

A capacidade disponível da bateria, $C_{available}(t)$, é dada por

$$C_{available}(t) = C_{initial} - l(t) - C_{unavailable}(t), \quad (3.44)$$

onde: $C_{initial}$ é a capacidade inicial da bateria, e $l(t)$ é a carga total consumida pelo sistema representada pela equação

$$l(t) = It. \quad (3.45)$$

A capacidade indisponível da bateria $C_{unavailable}(t)$, que representa a quantidade de carga não utilizada pelo sistema, é descrita por $u(t)$, proveniente do modelo RV, ou seja,

$$C_{unavailable}(t) = u(t). \quad (3.46)$$

A expressão $u(t)$ é obtida a partir da equação (3.22), e definida por

$$C_{unavailable} = 2I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 L}}{\beta^2 n^2 L}. \quad (3.47)$$

Desta forma, o estado de carga (SOC) é dado pela expressão

$$SOC(t) = SOC_{initial} - \frac{1}{C_{max}} \left[\int i_{cell}(t) dt + C_{unavailable}(t) \right]. \quad (3.48)$$

A tensão do modelo é representada por

$$V_{cell}(t) = V_{oc}[SOC(t)] - i_{cell}(t)R_{series}[SOC(t)] - V_{transient}(t) \quad (3.49)$$

onde: $V_{cell}(t)$ é a tensão, $V_{oc}[SOC(t)]$ é a tensão de circuito aberto, $R_{series}[SOC(t)]$ é a resistência em série e $V_{transient}(t)$ é a tensão transiente. Os elementos da equação (3.49) são determinados pelas equações

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0 e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (3.50)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{-b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (3.51)$$

$$V_{transient}(t) = V_{transient_S}(t) + V_{transient_L}(t) \quad (3.52)$$

onde: $V_{transient_S}(t)$ é a tensão transiente de curta duração dada pela equação (3.53) e $V_{transient_L}(t)$ é a tensão transiente de longa duração dada pela equação (3.54)

$$V_{transient_S}(t) = R_{transient_S} i_{cell}(t) \left[1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_S}} \right] \quad (3.53)$$

onde: $R_{transient_S}$ é a resistência transiente de curta duração, $V_{transient_S}(t_d)$ é a tensão

transiente de curta duração no tempo final de descarga, $\tau_S = R_{transient_S} \cdot C_{transient_S}$ e $C_{transient_S}$ é a capacitância transiente de curta duração.

$$V_{transient_L}(t) = R_{transient_L} i_{cell}(t) \left[1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_L}} \right] \quad (3.54)$$

onde: $R_{transient_L}$ é a resistência transiente de longa duração, $V_{transient_L}(t_d)$ é a tensão transiente de longa duração no tempo final de descarga, $\tau_L = R_{transient_L} \cdot C_{transient_L}$ e $C_{transient_L}$ é a capacitância transiente de longa duração.

Os parâmetros que modelam a tensão transiente são funções do *SOC* dados por

$$\begin{cases} R_{transient_S}[SOC(t)] = c_0 e^{-c_1[SOC(t)]} + c_2 \\ C_{transient_S}[SOC(t)] = d_0 e^{-d_1[SOC(t)]} + d_2 \\ R_{transient_L}[SOC(t)] = e_0 e^{-e_1[SOC(t)]} + e_2 \\ C_{transient_L}[SOC(t)] = f_0 e^{-f_1[SOC(t)]} + f_2 \end{cases} \quad (3.55)$$

Diagrama de Blocos do MHB no *Matlab/Simulink*

O diagrama de blocos, implementado na ferramenta computacional *MatLab/Simulink*, para simulações do MHB, apresenta estrutura e funcionamento semelhantes ao da Figura 3.3. O que o difere do diagrama correspondente ao MHA, são as equações contidas no *subsystem* $C_{unavailable}$, as quais, neste segundo modelo, são provenientes do modelo analítico RV. Na Figura 3.7 é apresentada a composição deste *subsystem*.

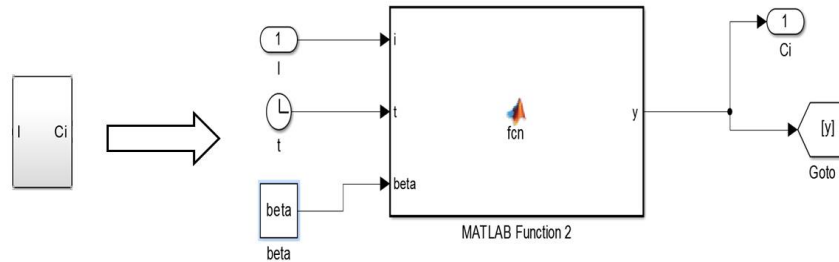


Figura 3.7: Diagrama de Blocos do *Subsystem* $C_{unavailable}$.

Assim como no primeiro modelo, os parâmetros são informadas em um editor de texto do *MatLab* e devem ser carregados antes de iniciar a simulação. As variáveis de saída obtidas a partir do diagrama são a tensão, a capacidade indisponível e o estado de carga da bateria.

3.4 Resumo do Capítulo

Neste capítulo são apresentados de forma detalhada os modelos híbridos utilizados neste trabalho. O primeiro modelo, denominado Modelo Híbrido A (MHA), é formado a partir da união do modelo analítico KiBaM com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria. O modelo elétrico é responsável por capturar as características elétricas da bateria. Já o modelo analítico KiBaM, é responsável por capturar os efeitos não lineares, tais como, o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade. O segundo modelo, denominado Modelo Híbrido B (MHB), une o modelo analítico RV com o modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria.

A implementação computacional de ambos os modelos é realizada no *MatLab/Simulink*, através de um diagrama de blocos. Tanto um, quanto outro modelo, permite a predição do tempo de vida de baterias, considerando correntes de descargas constantes ou variáveis no tempo. No entanto, este trabalho, tem como foco, apenas a predição do tempo de vida de baterias de Li-Po, utilizando perfis de correntes variáveis no tempo. No próximo capítulo é apresentado a metodologia usada para a estimação dos parâmetros destes modelos.

Capítulo 4

Apresentação dos Dados e Estimação dos Parâmetros dos Modelos Híbridos

4.1 Introdução

Neste capítulo inicialmente é realizada uma apresentação da plataforma de testes, utilizada para a coleta dos dados experimentais, provenientes do descarregamento de baterias de Li-Po. Na sequência, são descritos os perfis de descargas variáveis utilizados nos testes, baseados nas funcionalidades de um telefone celular do tipo *smartphone*, e o processo metodológico adotado para a coleta dos dados, seguido da apresentação dos mesmos.

É importante destacar que os modelos híbridos apresentados no capítulo anterior, são modelos parametrizados, ou seja, só é possível realizar o processo de simulação dos mesmos, quando são conhecidos os valores de seus parâmetros empíricos. Portanto, ainda neste capítulo é apresentado um estudo referente a estimação dos parâmetros dos modelos com base em [3], por meio da aplicação do Método Numérico de Newton-Raphson.

Este capítulo está dividido como segue. Na Seção 4.2 é realizada a caracterização da plataforma de testes. Na Seção 4.3 é realizada a apresentação da metodologia adotada, assim como dos dados experimentais obtidos a partir dela. Na Seção 4.4 é descrito o estudo realizado à cerca da metodologia utilizada para a estimação dos parâmetros dos modelos híbridos. E por fim, na seção 4.5 é apresentado um resumo do capítulo.

4.2 Descrição da Plataforma de Testes

A plataforma de testes, utilizada neste trabalho, para a realização de todos os ensaios experimentais com baterias do tipo Li-Po, foi desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), no Laboratório de Sensores Inteligentes (LSI), localizado no

Departamento de Ciências Exatas e Engenharias (DCEEng) da Unijuí. Esta plataforma (Figura 4.1), permite capturar as curvas e características reais de um processo de descarga, a partir da operação conjunta de suas três partes constituintes: (i) sistema de controle (*software*), (ii) *hardware* e (iii) baterias. Possibilita também, realizar até quatro descargas simultâneas, armazenando as informações de cada uma delas em arquivos separados, facilitando a consulta dos dados [26].

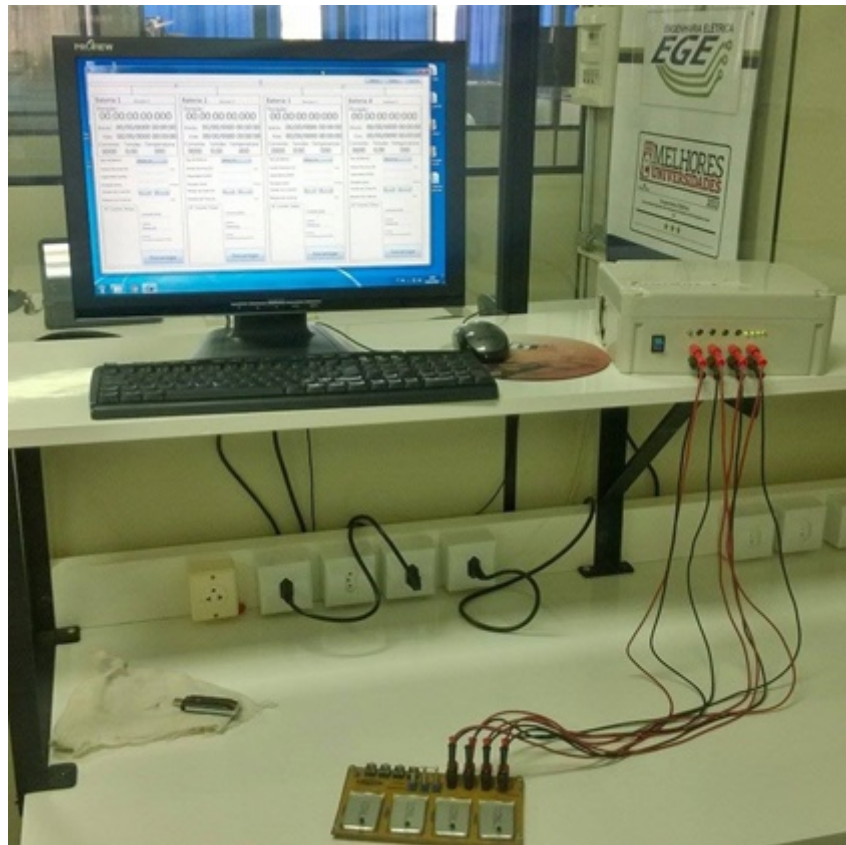


Figura 4.1: Foto da plataforma de testes.

O *software*, desenvolvido em *C++*, possui uma interface intuitiva para a informação dos parâmetros da bateria, e é responsável por enviar ao *hardware*, as configurações do tipo de descarga, a qual a bateria vai ser submetida. Após o preenchimento dos dados solicitados na interface, o software administra o controle da descarga aplicada à bateria, sendo responsável pela manutenção dos perfis, que podem ser variáveis ou constantes. Além disso, possibilita salvar as imagens dos gráficos em *bitmap* e os relatórios em formato texto. Destaca-se que durante um experimento, em caso de falhas na comunicação serial entre o *hardware* e o *software*, ou quando a curva de tensão da bateria simulada pela plataforma atingir o nível de *cutoff* configurado no *software*, a plataforma para de operar imediatamente [13, 26].

A comunicação com o computador e a administração dos módulos de sensoriamento e controle de descarga são realizados por meio do *hardware*. Este, por sua vez, é composto

por três placas eletrônicas, sendo que em uma delas, está localizado um microcontrolador, responsável por verificar valores relacionados à temperatura, tensão e corrente. O microcontrolador utiliza um algoritmo de controle Proporcional Integral (PI) para controlar a corrente de descarga [13, 15]. Maiores detalhes em relação ao desenvolvimento e funcionamento desta plataforma podem ser obtidos em [30].

4.3 Obtenção dos Dados na Plataforma de Testes

Nesta seção, inicialmente são apresentados os perfis de descarga variáveis utilizados nos testes experimentais, para baterias de Li-Po. Destaca-se que os perfis escolhidos são constituídos de correntes variáveis, mensuradas a partir das principais funcionalidades executadas em um telefone celular do tipo *smartphone*. Por fim, é realizada a descrição metodológica utilizada para a coleta dos dados da plataforma de testes, assim como é feita a apresentação destes dados.

4.3.1 Determinação dos Perfis de Descarga Variáveis

Os testes experimentais deste trabalho são realizados com oito perfis de descarga, distintos entre si, no que se refere, ao valor da corrente aplicada e ao tempo de atuação. A verificação e determinação dos perfis de correntes que são usados nos testes experimentais é realizada a partir da conexão em série de três elementos: (i) bateria do tipo Li-Po, (ii) *smartphone*, no qual são executadas as tarefas, e (iii) amperímetro. Este último faz a mensuração da corrente de descarga usada, de acordo com a funcionalidade executada. Na Figura 4.2, é ilustrado este procedimento.

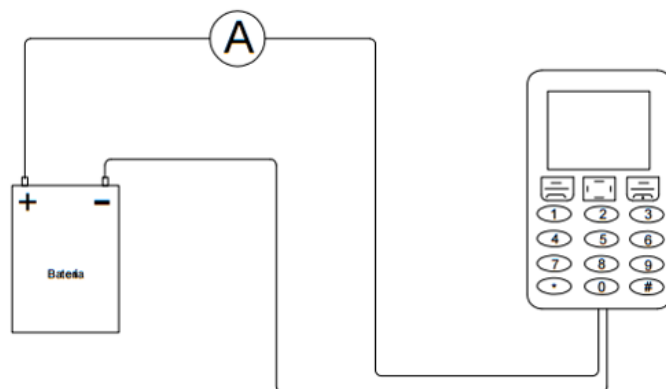


Figura 4.2: Ilustração do procedimento adotado para a determinação dos perfis de correntes.

A partir deste procedimento é possível encontrar o valor da corrente que está relacio-

nada, especificamente, a cada uma das funcionalidades executadas no aparelho. O valor destas correntes são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Verificação das correntes de acordo com as tarefas executadas.

Descrição das Tarefas	Corrente (mA)
Em <i>Stand by</i>	10
Tela ligada e uso do aparelho com brilho mínimo	40
Tela ligada e uso do aparelho com brilho máximo	70
Uso da câmera	80
Ligação em viva voz	150
Ligação normal	100
Visualização de imagens	100
Ouvir música no volume máximo	200
Ouvir música no volume mínimo	100
Acesso à Internet	200
Uso da calculadora	50
Escrever SMS	70
Acesso a jogos do aparelho	40
Uso do Alarme	200
Gravação de áudio	90
Ouvir música no rádio (volume máximo)	230

Com base nestes valores, são formados os perfis de descarga realísticos, utilizados nos testes experimentais deste trabalho. A descrição de cada perfil é realizada a seguir, assim como a ilustração do degrau representativo.

Tabela 4.2: Perfil I - P1.

Tarefa	Corrente (mA)	Tempo (min)
Ligação normal	100	5
<i>Stand by</i>	10	5
Ligação em viva voz	150	5
<i>Stand by</i>	10	5
Visualização de imagens	100	5
<i>Stand by</i>	10	5
Acesso à Internet	200	10

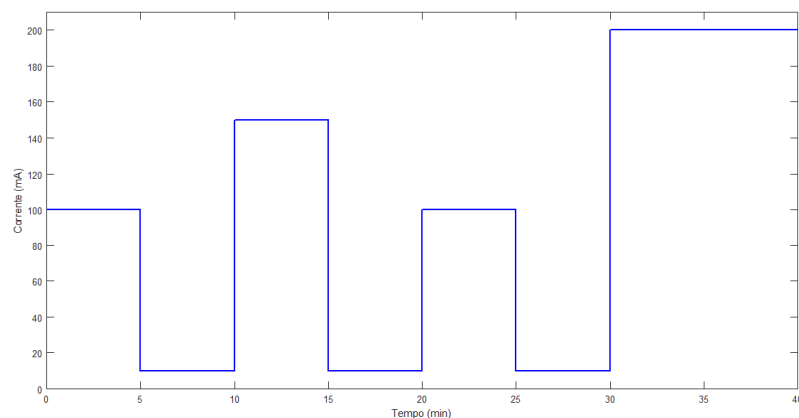


Figura 4.3: Perfil P1.

O Perfil I (P1), descrito pela Tabela 4.2, e ilustrado pelos degraus da Figura 4.3, é constituído por correntes relativamente baixas, sendo que a maior delas é 200 mA, que corresponde ao acesso a Internet (desconsiderando o brilho da tela). Neste perfil,

também há a presença de períodos de relaxação (*Stand by*), momento em que o efeito de recuperação atua no processo de descarga. Os tempos de atuação de cada corrente de descarga são de 5 minutos, mudando para 10 minutos apenas na última tarefa. Tanto neste primeiro caso, como nos demais, o perfil se repete continuamente até que a bateria atinja o nível de *cutoff*.

Já o Perfil II (P2), apresentado na Tabela 4.3 e na Figura 4.4, é formado por correntes mais altas se comparado ao P1. A maior delas é 270 mA , que corresponde ao acesso à internet. Observa-se que neste perfil o brilho de tela é considerado em todas as tarefas executadas, e também há períodos de relaxação. Os tempos de atuação de cada corrente de descargas são maiores que do perfil anterior, variando de 5 a 30 minutos.

Tabela 4.3: Perfil II - P2.

Tarefa	Corrente (mA)	Tempo (min)
Ligação normal	170	5
Acesso à Internet	270	20
<i>Stand by</i>	10	30
Enviar SMS	140	10
Ouvir música no rádio (volume máximo)	230	20
<i>Stand by</i>	10	10
Acesso à Internet	270	30

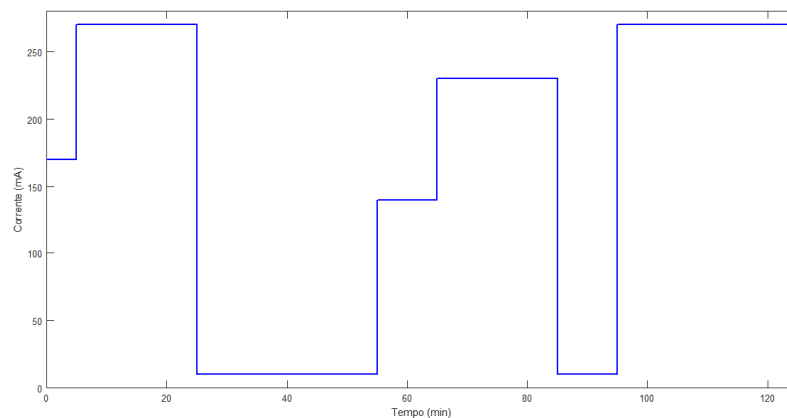


Figura 4.4: Perfil P2.

O Perfil III (P3), assim como o anterior, também apresenta sua maior corrente de descarga em 270 mA , que representa o uso do alarme e o acesso à internet. Entretanto, os tempos de atuação das correntes de descarga, neste perfil, são baixos, variando no tempo de aplicação entre 5, 10 e 15 minutos. A descrição deste perfil é feita na Tabela 4.4 e os seus degraus representativos estão representados na Figura 4.5.

Estes três perfis, são considerados realísticos, uma vez que são formados a partir de correntes de descargas que representam às funcionalidades executadas pelo usuário em um dispositivo móvel. Entretanto, ao observar a Tabela 4.1 é possível perceber, que independente da tarefa, as correntes de descarga atuantes são baixas. Logo, buscando

Tabela 4.4: Perfil III - P3.

Tarefa	Corrente (mA)	Tempo (min)
Alarme	270	5
<i>Stand by</i>	10	10
Uso da Calculadora	120	10
Ligação normal	170	15
<i>Stand by</i>	10	10
Acesso à Internet	270	15
Visualização de imagens	170	5

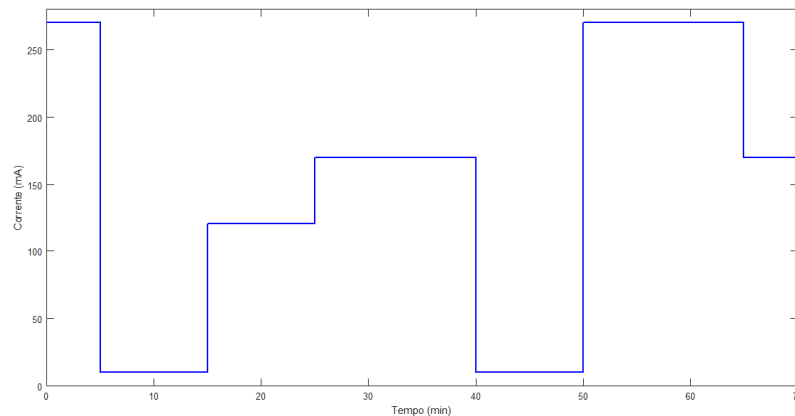


Figura 4.5: Perfil P3.

observar o comportamento dos modelos híbridos, sob a atuação de correntes médias e altas, são criados alguns perfis com correntes variáveis aleatórios.

No Perfil IV (P4), descrito na Tabela 4.5 e na Figura 4.6, há a presença de correntes médias, sendo que a maior delas atinge o valor de 550 mA e a menor um valor de 50 mA .

Tabela 4.5: Perfil IV - P4.

Corrente (mA)	Tempo (min)
250	10
400	10
50	5
200	15
550	10

O Perfil V (P5), por sua vez, apresenta correntes de descarga altas, atingindo o valor máximo de 750 mA e o mínimo de 100 mA . Sua descrição é feita na Tabela 4.6 e na Figura 4.7.

Tabela 4.6: Perfil V - P5.

Corrente (mA)	Tempo (min)
750	5
450	10
200	10
150	5
250	5
100	10

O Perfil VI (P6), é um perfil totalmente crescente, em que a corrente de descarga inicial é de 100 mA e aumenta gradativamente com intervalos de 100 mA , até atingir o

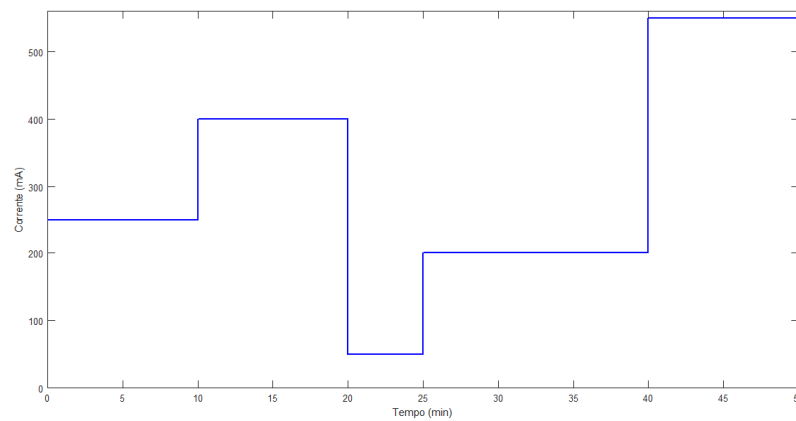


Figura 4.6: Perfil P4.

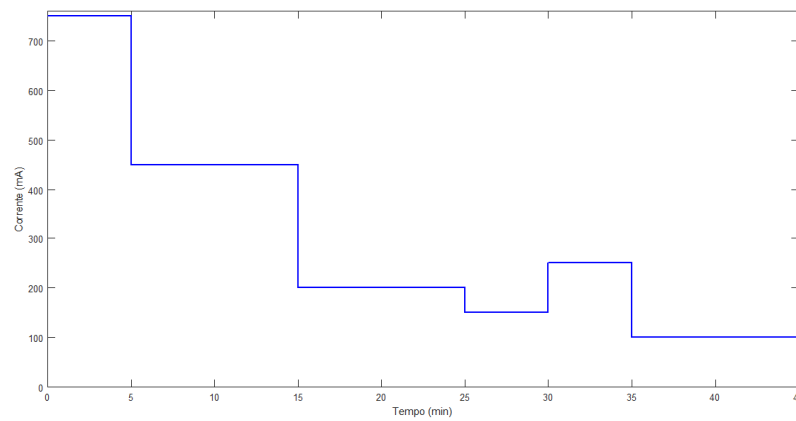


Figura 4.7: Perfil P5.

valor final de 700 mA . O tempo de atuação de cada corrente de descarga é igual a 10 minutos. A Tabela 4.7 e a Figura 4.8, descrevem este perfil.

Tabela 4.7: Perfil VI - P6.

Corrente (mA)	Tempo (min)
100	10
200	10
300	10
400	10
500	10
600	10
700	10

De forma oposta ao P6, o Perfil VII (P7), é totalmente decrescente. A corrente de descarga inicia em 700 mA e diminui gradativamente com intervalos de 100 mA , até atingir o valor final de 100 mA . Os tempos de atuação das correntes de descarga são de 10 minutos, para todas as correntes. Sua descrição é feita na Tabela 4.8 e na Figura 4.9.

E por fim o Perfil VIII (P8), é constituído com base no P1, porém as correntes de descarga dobram de valor e o tempo de atuação de cada uma delas se reduz à metade,

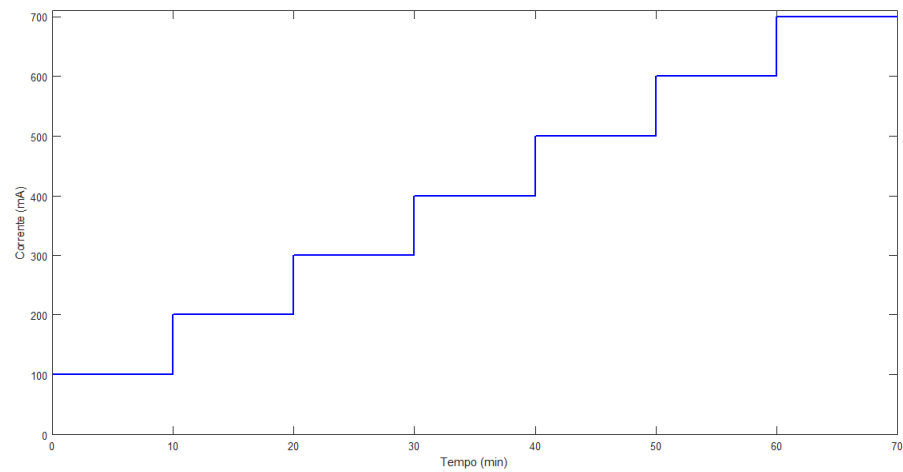


Figura 4.8: Perfil P6.

Tabela 4.8: Perfil VII - P7.

Corrente (mA)	Tempo (min)
700	10
600	10
500	10
400	10
300	10
200	10
100	10

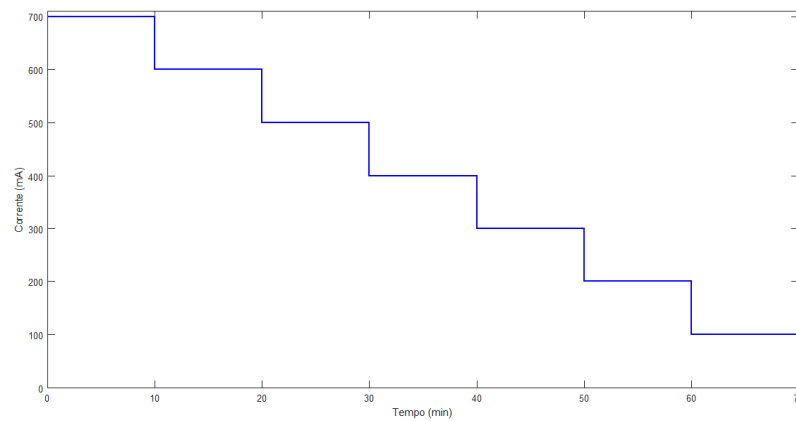


Figura 4.9: Perfil P7.

com exceção dos períodos em *Stand by* que permanecem inalterados. Isto é feito para manter iguais as capacidades de P1 e P8. A descrição deste perfil é feita na Tabela 4.9 e o seu degrau é ilustrado na Figura 4.10.

4.3.2 Metodologia para a Coleta dos Dados

Todos os testes experimentais são realizados seguindo um padrão único, com o intuito de evitar qualquer alteração nos resultados finais. O procedimento para a coleta de dados

Tabela 4.9: Perfil VIII - P8.

Corrente (mA)	Tempo (min)
200	2,5
10	5
300	2,5
10	5
200	2,5
10	5
400	5

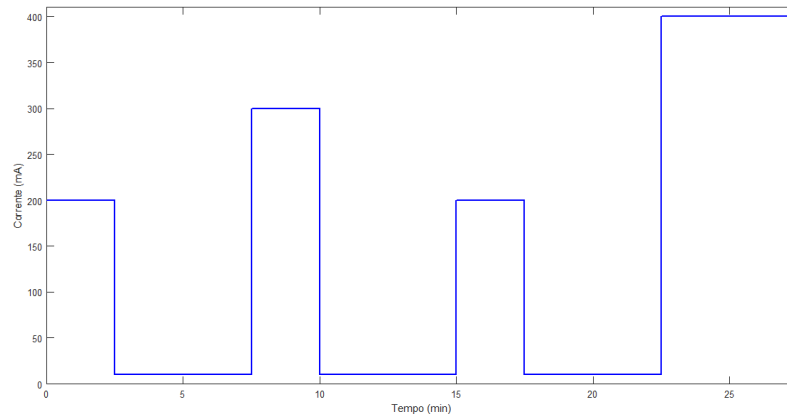


Figura 4.10: Perfil P8.

é descrito a seguir. Inicialmente, as baterias são conectadas a uma fonte de carregamento externa, sendo submetidas a um processo de carga completo, até atingirem o valor máximo de tensão, neste caso o valor de $4,2 \text{ volts}$. A metodologia utilizada no carregamento consiste em aplicar uma carga lenta e constante, correspondendo a 20% da capacidade nominal da bateria [17], equivalendo a 160 mA . Ao alcançar o valor máximo, as baterias são desconectadas da fonte de carga, e posteriormente, conectadas à plataforma para iniciar o processo de descarga.

Com as baterias totalmente carregadas e acopladas na plataforma de testes, é necessário configurar alguns parâmetros, na interface do *software*, tais como: (i) tipo de bateria: Li-Po; (ii) tensão nominal: $3,7 \text{ volts}$; (iii) capacidade nominal: 800 mAh ; (iv) perfis de descarga; (v) tensão de *cutoff*: $2,7 \text{ volts}$. O tempo de duração do processo de descarga é o tempo em que a bateria demora até atingir a tensão de *cutoff*. No momento em que esta tensão é alcançada obtém-se o tempo de vida da bateria. Após cada descarga, a bateria é submetida novamente a um carregamento adotando a metodologia descrita anteriormente.

Os perfis de descargas, utilizados na realização dos testes experimentais, contemplam diferentes níveis de descarga abrangendo correntes baixas, médias e altas, descritas anteriormente. Para cada um dos oito perfis, os ensaios experimentais são repetidos oito vezes. Destaca-se que nos experimentos realizados para este trabalho foram adquiridas 8 baterias novas de Li-Po, modelo PL 383562-2C.

4.3.3 Apresentação dos Dados

Nesta seção é apresentada a tabela de dados experimentais, extraídos da plataforma de testes e utilizados para a validação dos modelos híbridos. Na Tabela 4.10, para cada perfil (P1-P8), TV_{expj} representa em minutos, o tempo de vida experimental encontrado a partir da descarga de cada uma das 8 baterias, sendo $1 \leq j \leq 8$ o número do experimento realizado, e TV_{expm} representa em minutos, o tempo de vida experimental médio, calculado a partir da média dos valores encontrados em cada experimento, para cada perfil de descarga.

Tabela 4.10: Dados experimentais utilizados para validação dos modelos híbridos.

Perfil	TV_{exp1}	TV_{exp2}	TV_{exp3}	TV_{exp4}	TV_{exp5}	TV_{exp6}	TV_{exp7}	TV_{exp8}	TV_{expm}
P1	463,81	512,01	470,10	490,25	463,33	494,11	470,91	473,20	479,67
P2	265,38	263,61	321,45	264,56	263,86	319,26	270,50	310,88	284,94
P3	340,23	330,50	308,86	313,81	304,16	333,60	331,00	303,93	322,01
P4	146,53	147,68	156,13	149,15	146,80	148,48	147,98	152,28	149,38
P5	143,68	144,90	143,96	145,69	139,96	139,96	136,53	139,35	141,75
P6	135,49	133,50	125,56	124,68	124,23	122,68	120,00	126,79	126,62
P7	99,21	105,73	99,93	97,00	95,98	99,21	93,31	97,71	98,51
P8	327,48	352,51	326,28	327,55	326,03	319,95	311,78	301,75	324,17

4.4 Metodologia para a Estimação dos Parâmetros

Nesta seção é realizada uma breve descrição da metodologia adotada para a estimação dos parâmetros dos MHA e MHB. Destaca-se que esta metodologia foi utilizada por Fransozi em [3], que considerou para a estimação dos parâmetros dos modelos híbridos, um conjunto de correntes de descarga constantes, visto que este era o foco do seu trabalho. Em [6] é realizado um estudo, na qual é concluído que para a estimação de parâmetros de modelos que descrevem o descarregamento de baterias, perfis de descargas constantes são suficientes.

Considerando que os modelos híbridos, estudados neste trabalho, são formados a partir da união de um modelo elétrico, com um modelo analítico, observa-se que há parâmetros específicos para cada uma destas partes, que são estimados separadamente. Na Tabela 4.11 são descritos os dados experimentais, para a estimação dos parâmetros de ambos, MHA e MHB [3]. O conjunto de dados compreende 16 perfis de descargas constantes, que variam de 50 mA a 800 mA, com intervalos de 50 mA, entre um e outro, o tempo de vida é medido em minutos.

4.4.1 Estimação dos Parâmetros do MHA

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a estimação dos parâmetros do MHA, com base no trabalho de [3]. Na parte analítica, este modelo tem-se como

Tabela 4.11: Dados utilizados para estimação dos parâmetros dos modelos híbridos [3].

Descarga (mA)	TV_{exp1}	TV_{exp2}	TV_{exp3}	TV_{exp4}	TV_{exp5}	TV_{exp6}	TV_{exp7}	TV_{exp8}	TV_{expm}
50	964,07	980,42	860,43	922,15	920,43	993,96	931,38	950,08	940,37
100	464,71	474,42	460,45	466,3	470,75	459,03	445,53	486,62	465,98
150	283,02	311,72	302,97	307,58	345,03	297,62	279,48	305,38	304,1
200	232,2	219,18	213,95	236,18	218,83	235,7	239,72	228,12	227,99
250	191,23	173,47	167,72	188,93	182,78	190,15	193,12	184,65	184,01
300	156,15	148,23	142,28	156,65	157,58	140,68	138,83	155,37	149,47
350	126,53	137,71	139,57	131,23	133,43	123,65	118,67	132,97	130,47
400	115,55	117,75	121,52	115,78	118,8	107,9	101,9	117,5	114,59
450	102,45	105,05	109,6	103,15	106,82	89,8	87,28	103,15	100,91
500	91,98	93,93	97,11	92,68	96,7	83,13	78,65	90,45	90,58
550	83,77	85,06	88,77	82,48	87,46	72,67	68,9	84,42	81,69
600	77,1	77,98	81,31	76,15	80,57	65,5	62,68	76,25	74,69
650	71,05	71,67	74,67	70,03	74,13	59,42	55,9	70,38	68,41
700	65,9	66,37	69,48	64,73	69,76	54,73	51,85	65,28	63,51
750	64,12	50,2	47,06	60,87	61,32	61,72	64,42	59,72	58,68
800	60,1	46,32	42,5	56,92	57,3	57,78	60,07	56,13	54,64

parâmetros c (fração da capacidade total na fonte de carga disponível) e k' (taxa de vazão da corrente a partir da fonte de carga limitada para a fonte de carga disponível), os quais juntamente com as equações do modelo determinam o estado de carga da bateria (SOC). A parte elétrica é composta pelos parâmetros das equações da tensão transiente, tensão de circuito aberto e resistência em série.

O parâmetro c é determinado a partir da substituição das condições iniciais das equações (3.5) e (3.6) na equação dada por

$$y_0 = y_1(0) + y_2(0). \quad (4.1)$$

A partir disto, obtém-se

$$\begin{aligned} y_0 &= cC + (1 - c)C \\ y_0 &= cC + C - cC \\ y_0 &= C. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Desta forma, a quantidade de carga inicial y_0 é igual a capacidade total C da bateria. Ao substituir a equação (4.2) na equação (3.5) obtém-se

$$\begin{aligned} y_1(0) &= cy_0 \\ c &= \frac{y_1(0)}{y_0}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Assim, o valor de c depende da determinação da condição inicial da fonte de carga disponível $y_1(0)$, e da capacidade total máxima disponível y_0 . Os valores de $y_1(0)$ e y_0 são determinados a partir da análise visual do gráfico apresentado na Figura 4.11 que é construído a partir dos dados da Tabela 4.11.

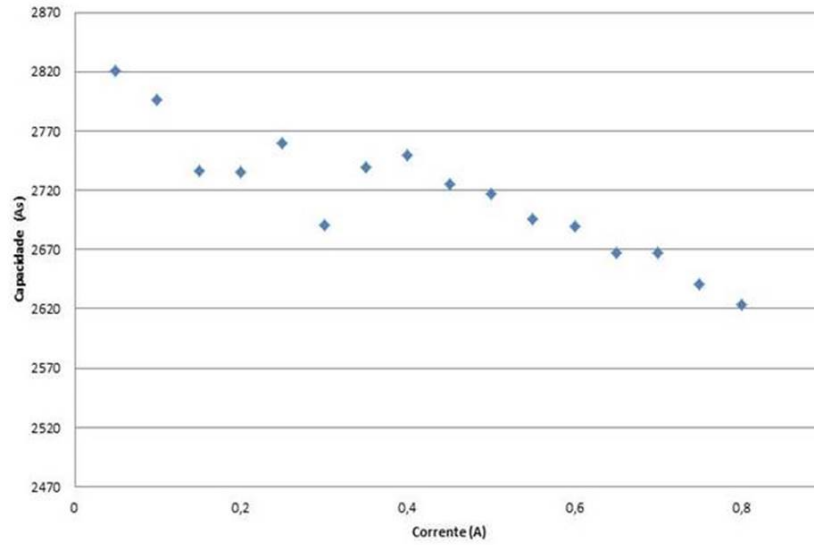


Figura 4.11: Capacidade x corrente [3].

O valor de y_0 é a capacidade total máxima disponível na bateria. Para obter este valor é preciso considerar toda a carga presente nas fontes de carga limitada e fonte de carga disponível (y_1 e y_2). Esta análise de carga é feita observando a atuação de correntes de descarga pequenas, uma vez que, neste contexto, existe a possibilidade de toda a carga da fonte limitada fluir para a fonte de carga disponível, e consequentemente, toda a capacidade armazenada em ambas as fontes são fornecidas ao sistema. Neste sentido, o maior valor obtido para a capacidade y_0 é 2821,1 As, ou seja, 47018,4 mAmin [3].

O valor de $y_1(0)$ representa a quantidade de carga inicial na fonte disponível. Para obter este valor é preciso observar a aplicação de correntes de descarga altas, uma vez que, neste caso, não ocorre a passagem de carga da fonte limitada para a fonte disponível (i.e., efeito de recuperação), sendo utilizada somente a carga da fonte y_1 . Para obter este valor é realizado um ajuste de potência na curva do gráfico expresso pela Figura 4.11. O ajuste pode ser observado no gráfico da Figura 4.12 e o valor de $y_1(0)$ é o valor de capacidade para a qual a curva está tendendo, ou seja, $y_1(0) = 2520$ As ou 42000 mAmin. Consequentemente, conforme a equação (4.3) o parâmetro c possui um valor estimado de 0,8933 [3].

O parâmetro k' é determinado a partir da equação (3.34) da capacidade indisponível da bateria (i.e., $C_{unavailable}$), e dos dados experimentais. Sabe-se que o valor da capacidade indisponível ($C_{unavailable}(t)$) varia de acordo com a corrente de descarga aplicada. Durante a atuação de correntes baixas, devido ao efeito de recuperação, a capacidade restante na fonte de carga indisponível é pequena. Por outro lado, conforme a corrente de descarga aumenta, mais carga resta na fonte de carga indisponível, pois não há tempo suficiente para que flua carga da fonte indisponível à disponível. Portanto, a determinação da $C_{unavailable}(t)$ depende da capacidade fornecida ao sistema a partir de um determinado

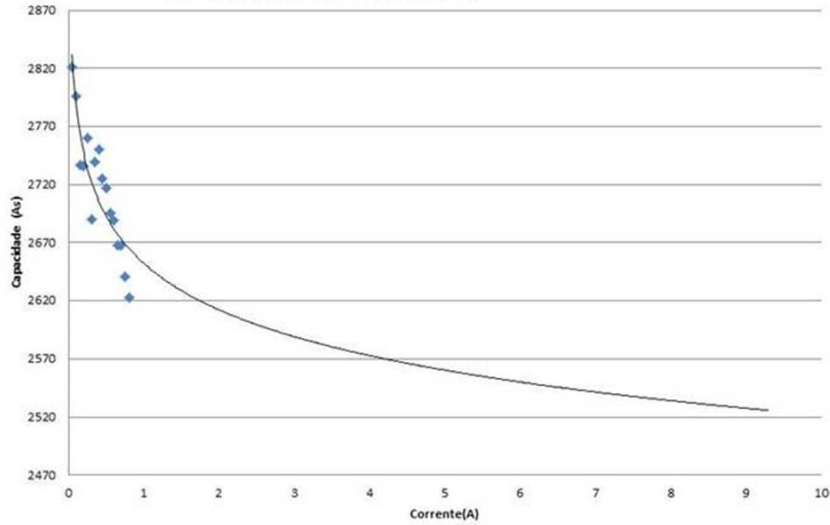


Figura 4.12: Ajuste de potência [3].

tempo de vida e corrente experimental, e da capacidade máxima disponível. Com isso,

$$C_{unavailable}(t) = y_0 - l(t) \quad (4.4)$$

Na equação (3.34), c e $C_{unavailable}(t)$ são conhecidos, a $C_{unavailable}(t_0) = 0$ em $t_0 = 0$, os valores de I e t são obtidos a partir de uma corrente experimental e um tempo de vida experimental da plataforma de testes. Após a substituição destes valores na equação (3.34) são geradas diferentes equações transcendentais formadas por uma função exponencial que não pode ser reduzida na forma polinomial [31]. As expressões dependem de uma única variável e portanto, o valor de k' representa a raiz desta equação. Em [3] o valor desta raiz é descoberto pelo método iterativo de Newton-Raphson, sendo $k' = 0,0005$.

Os parâmetros referentes à parte elétrica do modelo são obtidos de [4], e descritos na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Parâmetros da parte elétrica do modelo [4].

a0	-0.852	b0	0.1463	c0	0.1063	e0	0.0712
a1	63.867	b1	30.27	c1	62.49	e1	61.4
a2	3.6297	b2	0.1037	c2	0.0437	e2	0.0288
a3	0.559	b3	0.0584	d0	-200	f0	-3083
a4	0.51	b4	0.17473	d1	-138	f1	180
a5	0.508	b5	0.1288	d2	300	f2	5088

4.4.2 Estimação dos Parâmetros do MHB

Nesta seção é descrito o procedimento adotado por [3] para estimar os parâmetros do MHB. Os parâmetros da parte elétrica são iguais ao do MHA e estão descritos na Tabela 4.12 da seção anterior. Na parte analítica, é preciso estimar o parâmetro *beta*, que auxilia na obtenção da capacidade indisponível e no cálculo do estado de carga da bateria.

A estimação deste parâmetro [3] é feita a partir de dados experimentais e, algumas manipulações matemáticas na equação da capacidade indisponível (3.47), que resulta em

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 t}}{n^2} \right] - \frac{\beta^2 u(t)}{2I} = 0 \quad (4.5)$$

onde: $u(t) = C_{unavailable}(t)$.

Na equação (4.5), a $C_{unavailable}(t)$ é definida, de forma análoga ao MHA, a partir da equação (4.4), e os valores de I e t são obtidos a partir de uma corrente experimental e um tempo de vida experimental descritos na Tabela 4.10. O valor máximo de n é igual ao número de dados utilizados para a estimação dos parâmetros, ou seja, $n = 16$. Realizando a substituição destes valores na equação (4.5) obtém-se diferentes equações transcendentais para cada perfil de descarga aplicado. Estas expressões dependem de uma única variável e portanto, o valor de β representa a raiz da equação. Em [3] o valor desta raiz é obtido pelo método iterativo de Newton-Raphson, sendo $beta = 0, 1$.

4.5 Resumo do Capítulo

Neste capítulo, inicialmente é apresentada a plataforma de testes, utilizada para a coleta dos dados experimentais. Os testes foram realizados com 8 baterias do tipo Li-Po, modelo PL 383562-2C. Em um segundo momento, são descritos detalhadamente os perfis de descarga variáveis utilizados nesta pesquisa. Cada perfil foi formado a partir de algumas das principais funcionalidades executadas por um telefone celular do tipo *smatphone*.

A metodologia adotada para a coleta de dados, também é descrita neste capítulo. A bateria é totalmente carregada em uma fonte de energia externa até atingir a tensão máxima de 4,2 volts, aí então é conectada a plataforma e submetida aos testes de descarga. Os experimentos são realizados com 8 perfis variáveis distintos entre si. Na sequência do capítulo é realizada a apresentação dos dados experimentais que são os tempos de vida encontrados para cada perfil de descarga. E por fim, é realizada uma breve descrição referente à metodologia utilizada em [3], para a estimação dos parâmetros empíricos presentes em cada um dos modelos híbridos.

No próximo capítulo é realizada a validação dos MHA e MHB e, posteriormente é apresentada uma análise comparativa entre os modelos híbridos aplicados nesta pesquisa para correntes de descargas constantes, e o modelo RV.

Capítulo 5

Resultados das Simulações e Análise

5.1 Introdução

A validação de um modelo matemático consiste no procedimento empregado para verificar se os valores gerados através da simulação do modelo apresentam coerência com os dados obtidos de uma plataforma de testes, que representa o processo real, no caso deste trabalho, o descarregamento de baterias de Li-Po usadas em dispositivos móveis. Uma das formas de realizar a validação é simplesmente comparar os dados experimentais com resultados obtidos a partir das simulações computacionais [32]. Sabe-se que devido a complexidade dos sistemas reais, dificilmente um modelo matemático vai conseguir descrever exatamente todas as suas características, porém ele pode ser considerado válido quando representar as características fundamentais do sistema que será modelado de forma satisfatória e com uma boa acurácia [3].

Nesta seção é apresentada inicialmente a metodologia adotada para a validação dos modelos utilizados no trabalho. Em seguida, é realizada a validação dos modelos MHA e MHB, e do modelo analítico RV. Tendo em vista que o modelo RV é considerado pela literatura, um modelo de alta acurácia, posteriormente é realizada uma análise comparativa entre os modelos.

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 5.2 é apresentada a metodologia para a validação dos modelos híbridos. Na Seção 5.3 é realizada a validação dos MHA e MHB. Na Seção 5.4 é realizada a validação do modelo RV. Na Seção 5.5 é apresentada uma análise comparativa entre os MHA e MHB e o modelo RV. Por fim, na Seção 5.6 é apresentado um resumo do capítulo.

5.2 Metodologia adotada para a Validação dos Modelos

A metodologia utilizada para a validação dos modelos é composta pelas seguintes etapas: (i) estudo dos parâmetros empíricos, estimados por Fransozi em [3] e descritos nas Seções 4.4.1 e 4.4.2 do Capítulo 4; (ii) simulação dos modelos no *MatLab/Simulink* considerando os diagramas de blocos do Capítulo 3 os perfis de descarga variáveis descritos no Capítulo 4; (iii) cálculo do tempo de vida das baterias para cada perfil de descarga; (iv) comparação do tempo de vida simulado pelo modelo (TV_{sim}) com o tempo de vida experimental médio (TV_{expm}).

A diferença entre o tempo de vida experimental e o tempo de vida calculado pelo modelo para cada perfil de descarga é denominada erro, dado por

$$Erro = 100 \cdot \left(\frac{TV_{expm} - TV_{sim}}{TV_{expm}} \right) \quad (5.1)$$

que é a média aritmética dos erros encontrados para cada perfil de descarga.

5.3 Validação dos MHA e MHB

Nesta seção é apresentado o processo de validação dos MHA e MHB. Para isto, é realizado uma análise comparativa entre os tempos de vida obtidos por meio das simulações computacionais dos modelos, realizadas no *MatLab/Simulink*, com os tempos de vida experimentais médios, para cada perfil de descarga, obtidos a partir da plataforma de testes e já apresentados no capítulo anterior.

Na Tabela 5.1 são descritos, para cada perfil de descarga, o tempo de vida experimental médio (TV_{expm}) obtido a partir da plataforma de testes e os resultados do tempo de vida simulados a partir do MHA (TV_{simA}). Também são apresentados os erros obtidos entre os tempos de vida experimental e simulado, assim como o erro médio do modelo.

Tabela 5.1: Validação do MHA.

Perfil	$TV_{expm}(min)$	$TV_{simA}(min)$	$Erro (\%)$
P1	479,67	490,35	2,23%
P2	284,94	271,95	4,56%
P3	322,01	333,06	3,43%
P4	149,38	155,06	3,80%
P5	141,75	146,07	3,04%
P6	126,62	124,45	1,72%
P7	98,51	101,21	2,73%
P8	324,17	329,02	1,50%
			Erro médio 2,87%

As descargas variáveis apresentam alterações de corrente ao longo do tempo, assim, os efeitos não lineares têm maior presença. Durante a atuação de correntes baixas, ou durante momentos de relaxação (*Stand by*), o efeito de recuperação está presente, fazendo

com que ocorra a reorganização dos elétrons no sistema, e consequentemente, o aumento da capacidade efetiva da bateria. Já em períodos com atuação de correntes altas, ou com bruscas variações de corrente, alternando repentinamente entre baixas e altas, não há tempo para que ocorra esta reorganização. Logo a capacidade efetiva da bateria diminui.

Analisando a Tabela 5.1, e considerando a presença destes efeitos, é possível observar que o maior erro está relacionado ao P2, com um valor de 4,56%, e o menor erro, relacionado ao P8, com um valor de 1,50%. O erro médio encontrado para este modelo é de 2,87%. A literatura técnica afirma, que o erro máximo aceitável, para que um modelo seja considerado acurado é de 5% [33]. Neste contexto, estando dentro da margem de erro, o desempenho do MHA, para correntes de descarga variáveis, é satisfatório.

Na Tabela 5.2 são descritos, para cada perfil de descarga, o tempo de vida experimental médio (TV_{expm}), e o tempo de vida calculado por meio das simulações computacionais do MHB (TV_{simB}). Também são apresentados os erros provenientes da análise comparativa destes valores e o erro médio do modelo.

Tabela 5.2: Validação do MHB.

Perfil	$TV_{expm}(min)$	$TV_{simB}(min)$	Erro (%)
P1	479,67	490,00	2,15%
P2	284,94	270,65	5,02%
P3	322,01	331,76	3,02%
P4	149,38	148,81	0,38%
P5	141,75	144,72	2,09%
P6	126,62	123,05	2,82%
P7	98,51	98,72	0,20%
P8	324,17	327,72	1,10%
			Erro médio 2,09%

Os dados da Tabela 5.2 mostram que os erros encontrados a partir do MHB, de modo geral, são menores do que os erros provenientes do MHA. Assim como no modelo anterior, o maior erro está relacionado ao P2, com um valor de 5,02%. Já o menor erro, está relacionado ao P7, com um valor de 0,20%. A substituição do modelo analítico KiBaM, integrante do MHA, pelo modelo RV de maior precisão, MHB, contribuiu para que o erro médio deste segundo modelo diminuísse, atingindo um valor de 2,09%. Este valor, apresenta-se dentro do limite de erro de 5% considerado acurado. Logo o MHB tem bom desempenho no que se refere à estimação do tempo de vida de baterias de dispositivos móveis, considerando perfis de descarga variáveis.

5.4 Validação Modelo RV

Nesta seção é apresentada a validação do modelo RV, para os perfis de descargas variáveis, apresentados no Capítulo 4. A implementação deste modelo é realizada na ferramenta computacional *MatLab*, com o auxílio da equação (3.23). Os parâmetros α e β

utilizados na simulação, foram estimados por Fransozi em [3], através do método de otimização dos Mínimos Quadrados. Este método é uma técnica de otimização matemática que tem por objetivo encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, buscando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor calculado pelo modelo e os dados experimentais [34]. Os valores de α e β podem ser visualizados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Parâmetros do Modelo RV.

Parâmetro	Valor
alfa (α)	24392
beta (β)	3,4465

Após a estimação dos parâmetros, é possível realizar as simulações computacionais do modelo RV. Na Tabela 5.4, são descritos, para cada perfil de descarga, o tempo de vida experimental médio (TV_{expm}), obtido a partir da plataforma de testes, e os tempos de vida obtidos das simulações computacionais (TV_{simRV}). São apresentados também, os erros resultantes da análise comparativa destes dados e o erro médio do modelo.

Tabela 5.4: Validação do Modelo RV.

Perfil	$TV_{expm}(min)$	$TV_{simRV}(min)$	Erro (%)
P1	479,67	478,10	0,33%
P2	284,94	268,50	5,77%
P3	322,01	330,90	2,76%
P4	149,38	148,50	0,59%
P5	141,75	143,90	1,51%
P6	126,62	122,90	2,94%
P7	98,51	98,20	0,32%
P8	324,17	327,20	0,93%
			Erro médio 1,89%

Os resultados da Tabela 5.4 expressam a acurácia do modelo analítico RV. O maior erro encontrado está relacionado ao P2, com um valor de 5,77%, e o menor erro, relacionado ao P7, com um valor de 0,32%. O erro médio de 1,89%, apresentado pelo modelo, torna o seu desempenho satisfatório, uma vez que é inferior ao erro máximo de 5% que um modelo acurado pode apresentar. A seguir é realizada uma análise comparativa entre os modelos simulados neste capítulo.

5.5 Análise Comparativa entre os MHA, MHB e o Modelo RV

Para a realização da análise comparativa entre os MHA, MHB e Modelo RV, observa-se que os valores relacionados ao tempo de vida experimental médio (TV_{exp}), o tempo de vida simulado pelos modelos (TV_{simA} , TV_{simB} e TV_{simRV}) e o erro ($Erro$), correspondentes a cada perfil de descarga, são descritos na Tabela 5.5. Do mesmo modo, outra análise comparativa entre os modelos, do tempo de vida, é realizada na Figura 5.1

Tabela 5.5: Comparação entre os Modelos Híbridos A e B e o Modelo RV.

Perfil	$TV_{exp}(min)$	$TV_{simA}(min)$	Erro	$TV_{simB}(min)$	Erro	$TV_{simRV}(min)$	Erro (%)
P1	479,67	490,35	2,23%	490,00	2,15%	478,10	0,33%
P2	284,94	271,95	4,56%	270,65	5,02%	268,50	5,77%
P3	322,01	333,06	3,43%	331,76	3,02%	330,90	2,76%
P4	149,38	155,06	3,80%	148,81	0,38%	148,50	0,59%
P5	141,75	146,07	3,04%	144,72	2,09%	143,90	1,51%
P6	126,62	124,45	1,72%	123,05	2,82%	122,90	2,94%
P7	98,51	101,21	2,73%	98,72	0,20%	98,20	0,32%
P8	324,17	329,02	1,50%	327,72	1,10%	327,20	0,93%
Erro Médio:			2,87%		2,09%		1,89%

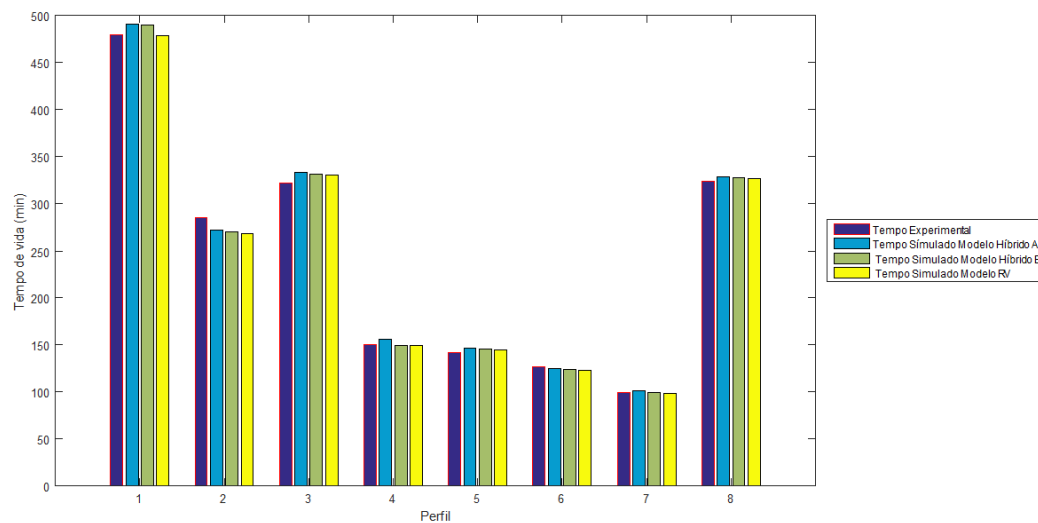


Figura 5.1: Análise comparativa entre os MHA, MHB e o Modelo RV.

Dos dados descritos na tabela, verifica-se que o MHA apresenta o maior erro médio, com um valor de 2,87%, seguido do MHB com um erro de 2,09%. Os melhores resultados são encontrados a partir das simulações do Modelo RV. O erro médio deste modelo é de 1,89%. É importante destacar que as equações responsáveis por determinar o tempo de vida, no MHB e no RV, são semelhantes, o que favorece para que ambos os modelos alcancem erros menores, se comparados ao MHA. Embora o modelo RV seja o mais preciso, segundo os dados analisados, ele descreve apenas o comportamento da capacidade da bateria, prevendo o seu tempo de vida. Por outro lado os modelos híbridos, se destacam, pois além de conseguir fazer essa previsão, são capazes de considerar as características e processos elétricos que ocorrem no interior da bateria, descrevendo, o decaimento da tensão, o SOC, a resposta transiente, entre outros.

Considerando, apenas os MHA e MHB, nota-se que o MHB descreve com melhor acurácia o tempo de vida de baterias quando comparado ao MHA. Esta diferença pode ser explicada, devido ao fato de que, o modelo analítico utilizado no MHB (Modelo RV) apresenta uma melhor acurácia em relação ao modelo KiBaM, utilizado no MHA. No entanto, os valores para o tempo de vida determinados pelo MHA são satisfatórios, mesmo

apresentando um erro médio superior ao valor encontrado pelo MHB.

De forma geral, conclui-se que os Modelos Híbridos, estudados nesta dissertação, apresentam bom desempenho e são capazes de prever satisfatoriamente o tempo de vida de baterias, considerando perfis de descarga variáveis, que descrevem as funcionalidades de um aparelho celular do tipo *smartphone*. Analisando os modelos híbridos, sob uma ótica de encontrar o mais indicado para esta predição, verifica-se que o MHB realiza de modo mais eficaz esta função.

5.6 Resumo do Capítulo

Neste capítulo é realizada a validação dos MHA, MHB, e do modelo RV, seguida de uma análise comparativa entre os mesmos. De forma sequencial o MHA, o MHB e o modelo RV, são simulados no *MatLab/simulink*, com a indicação da capacidade nominal bateria, dos parâmetros estimados em [3] para cada modelo, e dos perfis de descarga com correntes variáveis descritos no Capítulo 4. Em seguida, considerando os perfis de descarga de P1 a P8, são apresentados na forma de tabela, os tempos de vida experimentais médios e os tempos de vida simulados para cada modelo. A análise comparativa entre estes dados permite calcular o percentual de erro dos modelos. O erro médio obtido pelo MHA é igual a 2,87%, já o erro médio do MHB é igual a 2,09%, e por fim o modelo RV apresenta erro médio de 1,89%.

Com base nestes valores, é realizada uma análise comparativa entre os MHA, MHB e o modelo RV. De uma forma geral, nota-se que o erro médio encontrado pelos MHA e MHB, para descarga de baterias com correntes variáveis, de 2,87% e 2,09%, respectivamente, são satisfatórios, quando comparado com um modelo acurado (i.e., modelo RV), que obteve um erro médio de 1,89%. Todos os valores encontram-se dentro da margem de 5% de erro aceitável pela literatura. O que eleva a qualidade dos modelos híbridos é o fato de unirem em um único modelo as vantagens provenientes da união de dois modelos distintos, no caso deste trabalho, união do modelo elétrico para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria com um modelo analítico, ou seja, no MHA o KiBaM, e no MHB o modelo RV.

A seguir são apresentadas as conclusões deste trabalho, assim como as possibilidades de trabalhos futuros.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

A evolução tecnológica dos últimos anos tem provocado mudanças na forma com que as pessoas se relacionam com o mundo. Todos estão sendo desafiados a participar desta realidade potencializadora dos meios de informação e comunicação. Neste cenário inovador é crescente a demanda por dispositivos móveis, uma vez que estes proporcionam aos usuários, comodidade, mobilidade e auxílio na execução de tarefas diárias. No entanto, estes dispositivos têm o tempo de funcionamento limitado pela duração da fonte de energia, ou seja, pelo tempo de vida da bateria que o alimenta.

As baterias possuem capacidade finita de carga, e necessitam a cada intervalo de tempo, uma nova recarga. Por isso, é importante a realização de estudos, à cerca de métodos capazes de prever o tempo que uma bateria consegue manter um dispositivo em funcionamento. Uma das formas de realizar esta previsão é através da modelagem matemática, utilizando modelos que simulam o comportamento dinâmico do processo de descarga das baterias. Ao longo dos anos foram desenvolvidos diferentes modelos matemáticos que estão divididos por categorias de acordo com as suas particularidades, são eles: modelos eletroquímicos, modelos estocásticos, modelos de circuitos elétricos, modelos analíticos, modelos via teoria de Identificação de Sistemas e modelos híbridos.

Neste trabalho, foram estudados dois modelos híbridos, os quais se destacam, pela capacidade que possuem de unir em um único modelo, as vantagens de dois ou mais modelos distintos. O primeiro deles, denominado nesta dissertação como Modelo Híbrido A, é gerado a partir da união do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico KiBaM. O segundo modelo, denominado Modelo Híbrido B, tem em sua estrutura a permanência do modelo elétrico para Prever *Runtime* e Características V-I de uma bateria, unido a um modelo analítico de alta acurácia, o RV. Tanto o Modelo Híbrido A, quanto o B consegue capturar as características elétricas da bateria e os efeitos não lineares que ocorrem em um processo de descarga.

Para a validação dos modelos, foram realizadas simulações computacionais no *software*

MatLab/Simulink. Os resultados encontrados foram comparados com um conjunto de dados experimentais, provenientes da plataforma de testes, desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC). É importante destacar que os perfis de descarga utilizados nos testes, são constituídos por correntes de descarga variáveis determinadas a partir das funcionalidades de um *smartphone*, o que as torna semelhantes a um perfil de descarga real. Com isso, constatou-se que o Modelo Híbrido A apresentou um erro médio de 2,87% e o Modelo Híbrido B um erro médio de 2,09%.

Buscando uma maior consistência à cerca dos resultados obtidos, foi realizada uma análise comparativa entre os Modelos Híbridos A e B com o Modelo Analítico RV, devido a este último ser considerado acurado na literatura técnica. Após a realização das simulações do Modelo RV na ferramenta computacional *MatLab*, verificou-se um erro médio de 1,89%.

De forma geral, conclui-se que os modelos híbridos estudados apresentam bom desempenho no que se refere à predição do tempo de vida de baterias, considerando correntes de descarga variáveis. Destaca-se ainda, que estes modelos conseguem descrever satisfatoriamente as características elétricas e analíticas de um processo de descarga de uma bateria. Como trabalhos futuros, sugere-se o desenvolvimento de outros modelos híbridos, a partir da união de modelos de outras categorias presentes na literatura.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Chen and G. Rincón-Mora, “Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no. 2, pp. 504–511, June 2006.
- [2] C. M. D. Porciuncula, “Aplicação de modelos elétricos de baterias na predição do tempo de vida de dispositivos móveis,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Abril 2012.
- [3] L. Fransozi, “Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de modelos híbridos,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, fevereiro 2015.
- [4] T. Kim, “A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics an nonlinear capacity effects,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, no. 4, pp. 1172–1180, December 2011.
- [5] “Esquema de funcionamento de uma célula eletrolítica,” disponível em http://www.mecatronicaatual.com.br/files/image/Analise02_2_.jpg.
- [6] D. Rakhmatov and S. Vrudhula, “An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems,” in *Proceedings of the 2001 IEEE/ACM International Conference on Computer-aided Design*, ser. ICCAD '01. Piscataway, USA: IEEE Press, 2001, pp. 488–493.
- [7] K. K. Schneider, “Modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Março 2011.
- [8] S. D. K. Lahiri, A. Raghunathan and D. Panigrahi, “Battery-driven system design: A new frontier in low power design,” in *Proceedings of the 2002 Asia and South Pacific Design Automation Conference*. IEEE Computer Society, January 2002, pp. 261–267.

- [9] M. R. Jongerden and B. Haverkort, “Battery modeling,” *Technical Report in Faculty Electrical Engineering*, Janeiro 2008.
- [10] A. Oliveira, “Análise comparativa de metodologias de estimação de parâmetros aplicada a modelos analíticos utilizados na predição do tempo de vida de uma bateria,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Março 2012.
- [11] L. C. Romio, “Modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizando a teoria de identificação de sistemas,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Março 2013.
- [12] D. Rakhmatov and S. Vrudhula, “Energy management for battery-powered embedded systems,” *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*, vol. 2, no. 3, pp. 277–324, August 2003.
- [13] K. P. Duarte, “Aplicação de um modelo híbrido para predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Abril 2014.
- [14] C. Chiasserini and R. Rao, “Pulsed battery discharge in communication devices,” in *Proceedings of the 5th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing and Networking*, ser. MobiCom’99. USA: ACM, August 1999, pp. 88–95.
- [15] M. V. Machado, “Modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizando modelos autorregressivos,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Abril 2014.
- [16] J. Zhang, S. Ci, H. Sharif, and M. Alahmad, “An enhanced circuit-based model for single-cell battery,” *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2010.
- [17] D. Linden and T. B. Reddy, *Handbook of Batteries*, third edition ed. McGraw-Hill Handbooks, 1995.
- [18] M. R. Jongerden and B. Haverkort, “Which battery model to use?” *Imperial College London*, pp. 76–88, 2008.
- [19] T. T. S. Pinto, “Evolução das memórias, baterias processadores para dispositivos móveis,” Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de São Paulo, São Paulo - SP, Junho 2012.

- [20] R. Iglesias, A. Lago, A. Nogueiras, C. Martínez-Peñalver, J. Marcos, C. Quintans, M. J. Moure, and M. D. Valdés, “Modelado y simulación de una batería de ion-lítio comercial multicelda,” *Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación*, 2012.
- [21] M. F. Brondani, “Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero utilizando algoritmos genéticos,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, fevereiro 2015.
- [22] F. Nogueira, *Modelagem e Simulação – Cadeias de Markov*, Disponível em <http://www.ufjf.br/epd042/files/2009/02/cadeiaMarkov1.pdf>, 2009.
- [23] A. Bentevis, “Mobile phone data collection and analysis with open battery,” Dissertação de Mestrado, Imperial College London, 2013.
- [24] L. A. Aguirre, *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*, second edition ed. Editora UFMG, 2004.
- [25] P. S. Sausen, “Gerenciamento integrado de energia e controle de topologia em redes de sensores sem fio,” Tese de Doutorado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, Julho 2008.
- [26] D. J. B. Freitas, “Estudo e aplicação de modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: proposição de extensões aos modelos tradicionais,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, set. 2015.
- [27] J. F. Manwell and J. G. McGowan, “Lead acid battery storage model for hybrid energy systems,” *Solar Energy*, vol. 50, no. 5, pp. 399–405, 1993.
- [28] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of power electronics*, 2nd ed. New York: Kluwer Academic, 2004.
- [29] R. Bellman, *A Brief Introduction to Theta Functions*, R. New York : Holt and Winston, Eds. International Thomson Publishing, 1961.
- [30] L. F. Sauthier, P. S. Sausen, M. de Campos, A. Sausen, and L. Motyczka, “Aperfeiçoamento de uma plataforma para avaliação de modelos matemáticos aplicados a predição do tempo de vida de baterias,” *7º Seminário de Eletrônica de Potência e Controle (SEPOC)*, Julho 2013.
- [31] W. L. Roque, *Introdução ao Cálculo Numérico - Um Texto Integrado com DERIVE*. Atlas: Porto Alegre, 2000.

- [32] R. C. Bassanezi, *Temas & Modelos*. São Paulo: Editora Unicamp, 2012.
- [33] M. F. Triola, *Introdução à Estatística*. Rio de Janeiro - RJ: LTC, 1999.
- [34] B. F. Silva, A. Z. R. Sausen, P. S. Sausen, and M. M. P. Reibold, “Método da procura em rede melhorado: Uma proposta para a estimação dos parâmetros do modelo de rakhmatov e vrudhula,” *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional (TEMA)*, vol. 14, no. 3, pp. 463–482, 2013.

Apêndice A

Publicações Relacionadas à Dissertação

A.1 Artigos Aceitos em Eventos

R. S. Kusiak, D. J. B. Freitas, A. T. Z. R. Sausen and P. S. Sausen, “Predição do tempo de vida de baterias de lithium-ion polymer utilizando interpolação polinomial,” in *XX Jornada de Pesquisa*, Ijuí-RS, set. 2015.

D. J. B. Freitas, R. S. Kusiak, P. S. Sausen and A. T. Z. R. Sausen, “Predição do tempo de vida de baterias: uma perspectiva via ajuste de curvas e o teorema de Pascal,” in *XX Jornada de Pesquisa*, Ijuí-RS, set. 2015.

D. J. B. Freitas, R. S. Kusiak, P. S. Sausen and A. T. Z. R. Sausen, “Modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizando conceitos de geometria analítica,” in *XVII Mostra de Ensino, Extensão e Pesquisa*, Lajeado-RS, out. 2015.

A.2 Artigos Submetidos em Eventos

L. Fransozi, R. S. Kusiak, A. T. Z. R. Sausen and P. S. Sausen, “Aplicação de um modelo híbrido para predição do tempo de vida de baterias de Li-Po considerando correntes de descarga contantes e pulsadas,” in *XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Gramado-RS, 2016.