



Serviços intermediários e produtividade agregada no Brasil*

Pedro Cavalcanti Ferreira[†] Bruno R. Delalibera ‡ FERNANDO VELOSOS

Sumano	
1. Introdução	346
2. Fatos estilizados	348
3. Modelo	354
4. Análise Empírica	357
5. Conclusão	364

Palavras-chave produtividade setorial, bens

Apêndice. 367

intermediários, desenvolvimento econômico

JEL Codes 010, 040, 050

Sumário

Resumo · Abstract

Este artigo avalia quantitativamente o efeito dos serviços intermediários na produtividade agregada através de seu impacto na produtividade dos demais setores, em particular da indústria. O modelo de equilíbrio geral computável segue a literatura de transformação estrutural ao introduzir não homoteticidade na função de produção. Adicionalmente, em nosso modelo, serviços, bens manufaturados e agrícolas não são somente bens de consumo final, mas também bens intermediários, de forma que ineficiência em um setor se propaga para toda a economia. Nossos resultados mostram que o impacto de variações da produtividade dos serviços sobre a produtividade agregada da economia é superior a variações da produtividade industrial. Além disto, a composição setorial explica muito pouco de nossa diferença de renda em relação aos EUA quando comparada à diferença de produtividade entre os setores correspondentes nos dois países.

1. Introdução

O setor de serviços concentra cerca de 63% do emprego e 70% do PIB no Brasil. Devido à grande importância do setor de serviços na geração de emprego e sua elevada participação no PIB, a evolução da produtividade neste setor afeta de forma significativa a produtividade agregada.

□ pedro.ferreira@fgv.br □ brunodelalibera@gmail.com □ fernando.veloso@fgv.br

^{*}Os autores gostariam de agradecer a Heron Rios pela excelente assistência de pesquisa. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeicoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Ferreira agradece ao financiamento do CNPQ e FAPERJ. Os autores também agradecem o financiamento da Rede de Pesquisa Aplicada da FGV.

[†]Fundação Getúlio Vargas, Escola Brasileira de Economia e Finanças (FGV EPGE) e FGV Crescimento & Desenvolvimento. Praia de Botafogo 190, Rio de Janeiro, RJ, CEP 22250-900, Brasil. D 0000-0001-9560-8200

[‡]FGV EPGE. (D) 0000-0002-5556-946X

[§]Fundação Getúlio Vargas, Instituto Brasileiro de Economia (FGV IBRE). 🔟 0000-0003-4464-9816

Além de seus efeitos diretos no emprego e na produção, os serviços têm impacto cada vez mais relevante na produtividade da indústria. Conforme mostram Eichengreen e Gupta (2013), Arbache (2014), e Arbache e Moreira (2015), existe atualmente uma relação complexa entre o setor de serviços e o setor industrial. De fato, a evidência empírica sugere que produtos e serviços estão se fundindo através de uma relação cada vez mais sinérgica para dar origem a um terceiro tipo de produto que não é nem um bem industrial tradicional nem um serviço convencional.

Esta complementaridade entre indústria e serviços requer que ambas as atividades sejam competitivas para que elas possam se beneficiar mutualmente. Na medida em que os insumos de serviços já compreendem uma parte substancial do valor da produção da manufatura, um setor de serviços competitivo parece ser um fator crítico para a economia crescer mais e de forma sustentável.

Este artigo tem como objetivo avaliar quantitativamente o efeito indireto dos serviços (e demais bens intermediários) na produtividade agregada através de seu impacto na produtividade da indústria. O modelo de equilíbrio geral computável será baseado em Duarte (2010) e Ferreira e Silva (2015). Entretanto, ao contrário destes artigos, em nosso modelo, serviços, manufaturados e bens agrícolas não são somente utilizados para o consumo final, mas também como bens intermediários. A ideia é que uma firma do setor industrial tenha uma função de produção que utiliza como insumos trabalho e bens intermediários. Neste caso, a baixa produtividade dos serviços afetaria a produtividade industrial.

Este modelo será calibrado e simulado para a economia brasileira, utilizando metodologia padrão da literatura. Como ficará claro na seção de resultados, o ajuste do modelo aos dados é muito bom, reproduzindo de perto, por exemplo, a série de produtividade do trabalho agregada e a distribuição de mão-de-obra entre os setores. Em seguida, implementamos exercícios contrafactuais onde variamos algum parâmetro ou variável exógena. Por exemplo, aumentamos a produtividade total dos fatores (PTF) de todos os setores ou de um setor de cada vez, mantendo a dos demais constante. Ou mudamos os parâmetros que representam a estrutura produtividade da economia de forma a representar a estrutura produtividade americana.

O objetivo de todos esses exercícios é entender o impacto de mudanças setoriais na economia como um todo, bem como mensurar e comparar os ganhos de mudanças da PTF e da estrutura produtiva da economia. Ao contrário de modelos sem bens intermediários, há agora um efeito multiplicativo sobre a produtividade agregada e produtividades setoriais que estes não capturam, e que pode ter efeitos relevantes sobre a economia. Neste sentido, o modelo está próximo de artigos que utilizam efeitos de encadeamento em economias com múltiplos setores, como Jones (2011a, 2011b), Acemoglu, Carvalho, Ozdaglar, e Tahbaz-Salehi (2012) e Baqaee e Farhi (2018).

Este artigo está organizado em cinco seções, incluindo esta Introdução. A seção 2 apresenta alguns fatos estilizados sobre a utilização de bens intermediários

na produção do Brasil e faz uma comparação com o padrão observado em outros países. A seção 3 desenvolve um modelo de equilíbrio geral com três setores (agricultura, indústria e serviços) e bens intermediários. A seção 4 apresenta os principais resultados e a seção 5 faz algumas considerações finais.

2. Fatos estilizados

Os dados foram obtidos do World Input-Output Database (WIOD), que combina informações da matriz insumo-produto para 27 países da União Europeia e 13 outros países (incluindo o Brasil) durante o período 1995–2011.¹

2.1 Participação dos serviços intermediários no produto

A Tabela 1 apresenta a participação dos bens intermediários produzidos por cada setor no valor total da produção agregada e dos três grandes setores (agricultura, indústria e serviços) do Brasil para o ano de 2011. A tabela inclui também a manufatura, que compõe o setor da indústria juntamente com a indústria extrativa mineral, construção civil e serviços de utilidade pública. O conceito de produto utilizado na WIOD abrange os bens intermediários, o valor adicionado a preços básicos e os impostos líquidos de subsídios.

A participação dos bens intermediários no valor da produção brasileira em 2011 foi de 43,7%, dos quais 19,7% correspondem aos serviços. A participação relativa da indústria foi um pouco maior (21,1%), enquanto os bens intermediários da agricultura contribuíram com somente 2,9%.

Destino Origem	Agricultura	Indústria	Manufatura	Serviços	Total
Agricultura	8,4	5,8	8,2	0,2	2,9
Indústria	20,5	35,9	38,6	10,0	21,1
Serviços	9,7	18,2	18,7	21,8	19,7
Total Interm.	38,6	59,9	65,5	32,0	43,7
VA	56,9	33,6	27,5	64,5	51,5
Impostos	4,5	6,5	7,0	3,5	4,8
Produto	100	100	100	100	100

Tabela 1. Matriz Insumo-Produto 2011 - Brasil (%)

Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database.

¹Para uma descrição do WIOD, ver Timmer, Dietzenbacher, Los, Stehrer, e De Vries (2015). A base de dados está disponível em http://www.wiod.org/database/wiots13

A proporção de bens intermediários na produção varia de forma significativa entre setores. Enquanto nos serviços sua parcela é de 32%, na indústria ela corresponde a 59,9% e é ainda maior na manufatura (65,5%). Os insumos intermediários do setor de serviços atingem 18,2% do valor da produção da indústria e 18,7% da manufatura.

Como mostra a Tabela 2, a matriz insumo-produto dos Estados Unidos apresenta semelhanças interessantes em comparação com a brasileira. Em particular, a participação dos bens intermediários no valor da produção é igual à brasileira (43,7%). A parcela dos serviços intermediários na produção manufatureira também é similar (19%).

A principal diferença é que a participação dos serviços intermediários na produção agregada é maior nos Estados Unidos, alcançando 26,5% em comparação com 19,7% no Brasil. Esse fato está relacionado à maior proporção dos serviços na produção do próprio setor nos Estados Unidos (29,6%) em comparação com o Brasil (21,8%).

Uma questão que se coloca é se a maior participação dos serviços intermediários no produto dos Estados Unidos reflete um padrão típico do processo de desenvolvimento. Para avaliar essa possibilidade, dividimos a amostra em países abaixo e acima da mediana de renda per capita em 2011.²

Como indica a Figura 1, a participação dos serviços intermediários no produto é maior para países com renda per capita acima da mediana. Enquanto a participação média nos países acima da mediana é de 24,9%, aqueles que se encontram abaixo da mediana apresentam uma proporção de 19,4%.³

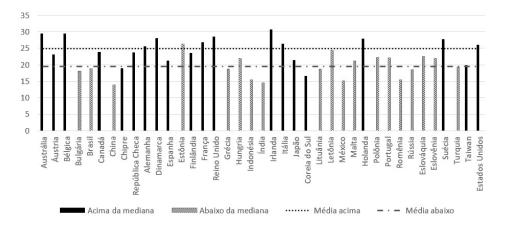
Destino Origem	Agricultura	Indústria	Manufatura	Serviços	Total
Agricultura	17,7	3,4	4,6	0,1	1,3
Indústria	23,2	36,7	41,0	7,9	15,9
Serviços	16,5	18,8	19,0	29,6	26,5
Total Interm,	57,3	58,9	64,6	37,6	43,7
VA	42,4	40,4	34,6	62,3	56,1
Impostos	0,3	0,7	0,8	0,1	0,3
Produto	100	100	100	100	100

Tabela 2. Matriz Insumo–Produto 2011 – Estados Unidos (%)

Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database.

²Os dados de PIB per capita foram obtidos da Penn World Table versão 9.0 (PWT) e são expressos em paridade de poder de compra (PPP). Para mais informações sobre a PWT 9.0, ver Feenstra, Inklaar, e Timmer (2015).

³Luxemburgo foi excluído da amostra por apresentar uma participação dos serviços no produto muito elevada (56%) em comparação com os demais países.



Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database e Penn World Table 9.0.

Figura 1. Participação Média dos Serviços Intermediários Relativa ao Produto 1995–2011 – Países Acima e Abaixo da Mediana de Renda per Capita (%)

Mesmo considerando a participação média dos serviços intermediários em relação ao produto de forma desagregada por setores, os países acima da mediana do PIB per capita têm em média uma participação maior em relação aos países abaixo da mediana em cada um dos setores, por exemplo, na manufatura (Figura 2).⁴

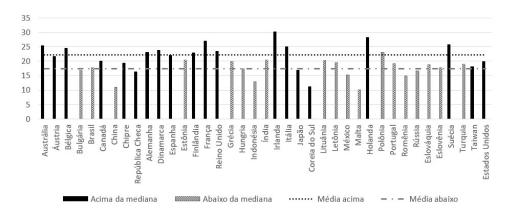
2.2 Participação dos Serviços no Total de Bens Intermediários

Como apresentado acima, a proporção de bens intermediários no total da produção do Brasil é similar à dos Estados Unidos. No entanto, a participação dos serviços intermediários é maior na economia norte-americana, e as evidências apresentadas indicam que a parcela dos serviços intermediários na produção aumenta com o nível de renda per capita. A seguir, examinamos de forma mais sistemática a composição do total de bens intermediários no Brasil e como ela varia com a renda per capita.

Como apresentado na Tabela 3, a participação dos serviços relativa ao total de bens intermediários no Brasil em 2011 foi de 45,2%. Essa parcela varia entre setores, com a parcela de serviços aumentando de 25,1% na agricultura para 30,4% na indústria (28,6% na manufatura) e 68,2% no próprio setor de serviços.

A Tabela 4 apresenta a composição de bens intermediários nos Estados Unidos. A participação dos serviços relativa ao total de bens intermediários na economia americana é bem maior que a do Brasil, alcançando 60,6% em 2011, em comparação com 45,2% no Brasil.

⁴Vale ressaltar que a participação média dos serviços relativa ao produto é menor na agricultura que nos demais setores. Além disso, a participação dos serviços no produto do próprio setor é maior que sua participação na indústria.



Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input–Output Database e Penn World Table 9.0.

Figura 2. Participação Média dos Serviços Intermediários Relativa ao Produto da Manufatura 1995–2011 – Países Acima e Abaixo da Mediana de Renda per Capita (%)

Tabela 3. Participação Setorial Relativa ao Total de Bens Intermediários em 2011 – Brasil (%)

Destino Origem	Agricultura	Indústria	Manufatura	Serviços	Total
Agricultura	21,8	9,6	12,6	0,7	6,6
Indústria	53,1	60,0	58,8	31,1	48,2
Serviços	25,1	30,4	28,6	68,2	45,2
Total	100	100	100	100	100

Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database.

Tabela 4. Participação Setorial Relativa ao Total de Bens Intermediários em 2011 – Estados Unidos (%)

Destino Origem	Agricultura	Indústria	Manufatura	Serviços	Total
Agricultura	30,9	5,7	7,1	0,2	2,9
Indústria	40,4	62,4	63,5	21,1	36,5
Serviços	28,7	31,9	29,4	78,7	60,6
Total	100	100	100	100	100

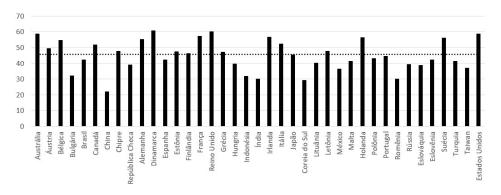
Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database.

Um fato interessante é que a proporção dos serviços no total de insumos intermediários utilizados pela manufatura é similar nos dois países, sendo de 28,6% no Brasil e 29,4% nos Estados Unidos. Por outro lado, a parcela dos serviços no próprio setor é bem superior nos Estados Unidos (78,7%) em comparação com o Brasil (68,2%).

A Figura 3 apresenta a participação média, no período 1995–2011, do setor de serviços relativa ao total de bens intermediários. De acordo com a Figura, a média dos países selecionados é relativamente elevada (45%). O Brasil tem uma participação de serviços um pouco inferior à média.⁵ Essa parcela é ainda menor na China (21,1%). Por outro lado, os Estados Unidos possuem participação relativamente elevada.

Um fato conhecido da literatura de transformação estrutural (ver, Herrendorf, Rogerson, & Valentityi, 2014, por exemplo) é que a participação dos serviços no valor adicionado aumenta ao longo do processo de desenvolvimento. O que a Figura 4 revela é que a participação de serviços no total de bens intermediários também cresce com a renda per capita.

De acordo com a Figura 4, a participação dos serviços no total de bens intermediários do Brasil está apenas um pouco acima do previsto pela renda per capita.⁶ Essa evidência é compatível com os resultados apresentados em Veloso, Matos, e Ferreira (2017), que indicam que a estrutura produtiva do Brasil está em linha com o padrão esperado em países com nosso nível de desenvolvimento.

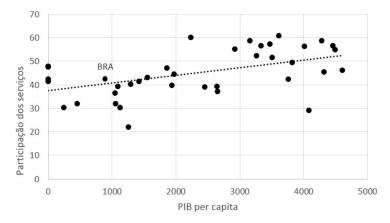


Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database e Penn World Table 9.0.

Figura 3. Participação Média dos Serviços Relativa ao Total de Bens Intermediários 1995–2011 – Brasil e Países Selecionados (%)

⁵Como mostra a Tabela 3, a participação dos serviços no total de bens intermediários no Brasil foi de 45% em 2011. No entanto, a Figura 3 considera a média de cada país no período 1995–2011. Nesse caso, a participação média do Brasil foi de 42%.

⁶Isso pode ser visualizado na Figura pelo fato de que o Brasil se encontra um pouco acima da reta de regressão da participação dos serviços na renda per capita.

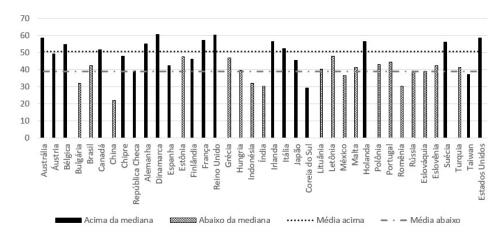


Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database e Penn World Table 9.0.

Figura 4. Relação entre Participação Média dos Serviços Relativa ao Total de Bens Intermediários e Renda per Capita 1995–2011

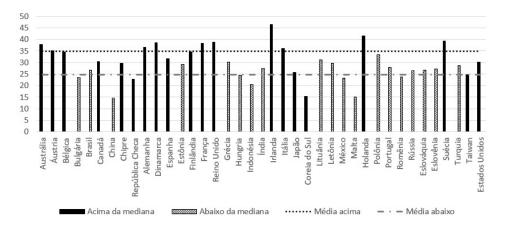
Podemos ilustrar essas evidências dividindo a amostra em países abaixo e acima da mediana de renda per capita. A Figura 5 mostra que a participação média dos serviços é maior nos países acima da mediana do PIB per capita. Enquanto a média nos países acima da mediana é de 50,7%, a média para aqueles abaixo da mediana é de 38,8%.

A participação média dos serviços também é maior para os países acima da mediana do PIB per capita quando calculada em relação aos grandes setores. Por



Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input-Output Database e Penn World Table 9.0.

Figura 5. Participação Média dos Serviços Relativa ao Total de Bens Intermediários 1995–2011 – Países Acima e Abaixo da Mediana de Renda per Capita (%)



Fonte: Elaboração própria com base em dados do World Input–Output Database e Penn World Table 9.0 .

Figura 6. Participação Média dos Serviços Relativa ao Total de Bens Intermediários da Manufatura 1995–2011 – Países Acima e Abaixo da Mediana de Renda per Capita (%)

exemplo, a participação dos serviços no total de bens intermediários utilizados na manufatura é maior para países acima da mediana de renda per capita (Figura 6).⁷

A Tabela 5 resume os fatos estilizados discutidos acima.

Os dados mostram, portanto, que à medida em que o país se desenvolve, os serviços tornam-se cada vez mais utilizados como bens intermediários na manufatura e na economia como um todo. Isso sugere que a produtividade dos serviços pode ter um impacto indireto importante sobre a produtividade agregada através de seu efeito na produtividade dos bens industriais, conforme investigaremos na próxima seção.

3. Modelo

Desenvolvemos um modelo de equilíbrio geral onde existem três tipos de bens e setores na economia: setor agrícola, indústria e serviços. Em cada setor, as firmas produzem bens que são destinados ao consumo dos indivíduos ou são utilizados por outras firmas como bens intermediários. As empresas decidem o quanto empregar de trabalho e o quanto utilizar de bens intermediários. A economia é povoada por uma infinidade de agentes homogêneos que ofertam trabalho inelasticamente e decidem o quanto consumir de cada um dos bens.

⁷Isso também se verifica para a participação dos serviços na agricultura, serviços e a indústria como um todo (que, além da manufatura, inclui a indústria extrativa, a construção civil e os serviços de utilidade pública).

	Relativa ao Total de	bens Intermediários	Relativa ao F	Relativa ao Produto Total		
	Acima da mediana do PIBpc	Abaixo da mediana do PIBpc	Acima da mediana do PIBpc	Abaixo da mediana do PIBpc		
Agricultura	34,70	25,76	17,38	11,75		
Indústria	33,25	26,56	20,99	17,00		
Manufatura	34,87	24,77	22,22	17,42		
Serviços	72,34	60,04	28,31	22,85		
Total	50,71	38,79	24,96	19,44		

Tabela 5. Participação média do setor de serviços – 1995–2011 (%)

Países: Austrália, Áustria, Bélgica, Bulgária, Brasil, Canadá, China, Chipre, República Checa, Alemanha, Dinamarca, Espanha, Estônia, Finlândia, França, Reino Unido, Grécia, Hungria, Indonésia, Índia, Irlanda, Itália, Japão, Coreia do Sul, Lituânia, Letônia, México, Malta, Holanda, Polônia, Portugal, Romênia, Rússia, Eslováquia, Eslovênia, Suécia, Turquia, Taiwan, Estados Unidos. Fonte: Elaboração própria a partir do World Input Output Database.

Firmas A tecnologia de cada bem é dada pela seguinte função de produção:

$$Q_i = A_i L_i^{\sigma_i} \left(\prod_{j \in \{a, m, s\}} X_{i, j}^{\beta_{i, j}} \right)^{1 - \sigma_i}, \qquad i \in \{a, m, s\},$$
 (1)

em que Q_i é o produto do setor i; A_i é a produtividade do setor; L_i é a quantidade de trabalho empregada; e $\{X_{i,j}\}_{j=1}^3$ é a quantidade de bens de agricultura, manufatura e serviços que são utilizadas como insumo intermediário na produção do bem i. Além disso, σ_i é a elasticidade do bem do setor i com respeito ao trabalho e $\beta_{i,j}$ é a elasticidade do conjunto de bens intermediários com respeito ao bem intermediário específico j.8 Assumimos que $\sum_{j\in\{a,m,s\}}\beta_{i,j}=1$. A cada período existe um contínuo de firmas competitivas produzindo cada um

A cada período existe um contínuo de firmas competitivas produzindo cada um dos três bens: agricultura, manufatura e serviços. Assim, dados os preços dos bens p_i e o salário do trabalhador w, cada uma das firmas determina seu nível de produção escolhendo otimamente a quantidade de trabalho e insumos intermediários:

$$\max_{\{L_{i,\{X_{i,j}\}}\}_{j\in\{a,m,s\}}\}} p_{i}Q_{i} - wL_{i} - \sum_{j\in\{a,m,s\}} p_{j}X_{i,j},$$
s.a. (1).

Cada bem produzido pode ser destinado ou ao consumo final dos indivíduos ou para a produção de uma outra empresa como insumo intermediário. Dessa forma,

$$Q_i = Y_i + \sum_{k \in \{a, m, s\}} X_{k,i}, \quad \text{para } i \in \{a, m, s\},$$
 (2)

em que Y_i é a quantidade de bens produzidos pelo setor i que são ofertados para o consumo final.

⁸Note que a elasticidade do produto em relação ao bem intermediário j é dada por $\beta_{i,j}(1-\sigma_i)$.

⁹As condições de primeira ordem estão enunciadas no apêndice.

Consumidores A economia é povoada por uma infinidade de indivíduos homogêneos que ofertam inelasticamente uma quantidade L de trabalho. O indivíduo tem preferência sobre o consumo dos três bens da economia e sua utilidade é dada por

$$u(c_a, c_m, c_s) = \alpha \log(c_a - \bar{a}) + (1 - \alpha) \log \left[bc_m^{\rho} + (1 - b)(c_s + \bar{s})^{\rho} \right]^{1/\rho}, \tag{3}$$

em que $\bar{a} > 0$, $b \in (0, 1)$, $\rho < 1$, e $\bar{s} > 0$.

A função acima é comumente utilizada na literatura de transformação estrutural devido à sua não-homoteticidade, ou de forma equivalente, a diferentes elasticidadesrenda em relação a cada um dos bens. A hipótese de $\bar{a}>0$, indicando um nível mínimo de subsistência com respeito ao consumo do bem agrícola, leva a que proporcionalmente indivíduos consumam menos bens agrícolas conforme suas rendas aumentam. Inversamente, a hipótese de que \bar{s} é maior que zero implica que a elasticidade-renda com respeito aos serviços é maior do que um. Assim, caso o indivíduo seja pobre ele irá alocar poucos recursos na aquisição de serviços (e muitos em bens agrícolas), enquanto que o oposto acontece quando o indivíduo é rico.

O problema do indivíduo é dado por¹⁰

$$\max_{\{c_i\}_{i \in \{a,m,s\}}} \alpha \log(c_a - \bar{a}) + (1 - \alpha) \log \left[bc_m^{\rho} + (1 - b)(c_s + \bar{s})^{\rho}\right]^{1/\rho},$$
s.a. $p_a c_a + p_m c_m + p c_s = wL.$ (4)

3.1 Equilíbrio

O equilíbrio competitivo é definido por um conjunto de preços $\{p_a, p_m, p_s\}$, salário w, alocações $\{c_i, Y_i, L_i, Q_i, X_{i,a}, X_{i,m}, X_{i,s}\}_{i \in \{a,m,s\}}$, tais que:

- 1. Dado $\{p_a, p_m, p_s\}$ e w, $\{c_a, c_m, c_s\}$ resolve o problema do indivíduo.
- 2. Dado $\{p_a, p_m, p_s\}$ e $w, \{L_i, X_{i,a}, X_{i,m}, X_{i,s}\}$ resolve o problema da firma i.
- 3. Markets clear
 - a) A demanda de trabalho pelas firmas tem que ser igual à oferta dos indivíduos.
 - b) O consumo de cada bem deve ser igual à oferta de produto destinada ao consumo.
 - c) O oferta de produto tem que ser igual à demanda das firmas e dos indivíduos:

$$Q_i = Y_i + \sum_{k \in \{a, m, s\}} X_{k,i}, \quad \text{para } i \in \{a, m, s\}.$$
 (5)

¹⁰ As condições de primeira ordem estão enunciadas no Apêndice.

4. Análise Empírica

4.1 Calibração

Dados

Construímos um painel com dados para o Brasil e os Estados Unidos cobrindo o período 1995–2009. Para tanto, utilizamos a metodologia proposta por Veloso et al. (2017), na qual se utiliza dados da Socio Economic Accounts (SEA)¹¹ para mensurar a produtividade setorial e agregada do trabalho. Essa medida de produtividade setorial é, basicamente, a razão entre o valor adicionado e a população ocupada em cada setor.¹²

Calibração

Seguindo a metodologia usualmente utilizada em trabalhos como esse, assumiremos que alguns parâmetros são diretamente observados nos dados, enquanto outros que não possuem uma clara correspondência nos dados serão estimados ou medidos a partir de condições de equilíbrio do modelo e targets dos dados.

Os parâmetros de elasticidade da função de produção, σ_i e $\beta_{i,j}$, são calibrados diretamente utilizando as equações de condições de primeira ordem da firma. Por exemplo, a elasticidade σ_i é trivialmente obtida de $\sigma_i = (wL_i/Q_ip_i)$, utilizando dados da SEA para onvalor da produção do setor i e o total de compensação ao trabalho no mesmo setor.

Há duas estratégias possíveis para ajustar os parâmetros da função de produção. Em uma, que seguiria uma estratégia mais comum na literatura de macroeconomia, σ_i e $\beta_{i,j}$ não variam no tempo. Nesse caso, utilizaríamos a média do período das variáveis relevantes — e.g., compensação do trabalho e valor da produção no caso σ_i — para obter esses parâmetros. Na segunda, calibraríamos a cada ponto no tempo esses dois parâmetros utilizando as mesmas equações e condições de equilíbrio. Nesse caso, ajustaríamos ano a ano, para o caso da participação do trabalho, a equação $\sigma_i = (wL_i/Q_ip_i)$. Não há, nesse caso, metodologia "certa" — as duas estratégias possuem vantagens e desvantagens — e optamos pela primeira devido ao seu melhor ajuste aos dados.

Os parâmetros de preferência, $\{\alpha, \bar{a}, \bar{s}, \rho, b\}$, e os parâmetros de produtividade, $\{A_{a,t}, A_{m,t}, A_{s,t}\}_{t=1995}^{2009}$, são calculados endogenamente no modelo, utilizando estatísticas geradas a partir do equilíbrio. Para calibrá-los, primeiramente assumimos que

¹¹A SEA é uma base de dados integrante do World Input-Output Database (WIOD) e contém informoções de produto, emprego, estoque de capital e nível educacional da mão de obra para 40 países e 35 setores da economia, abrangendo o período 1995–2009.

¹² Ao contrário da literatura, Veloso et al. (2017) consideram para o cálculo da produtividade os índices de preço setoriais referentes a cada país. Essa metodologia é fundamental quando dados internacionais são comparados.

os parâmetros de preferência são comuns entre todos os países e calibrados para a economia dos Estados Unidos, a qual neste artigo é considerada como economia de referência. Esta é uma estratégia comumente empregada na literatura (e.g., Ferreira & Silva, 2015, e Duarte, 2010). Com os parâmetros de preferência, calculamos os parâmetros de produtividade setorial para a economia brasileira ($A_i^{\rm BR}$).

Seguindo Duarte (2010) definimos $\alpha = 0.01$, o que implica que no longo prazo a parcela de trabalhadores na agricultura irá convergir para 1%, um número próximo da realidade americana e de muitos países desenvolvidos. Para os parâmetros endógenos, a estratégia de calibração é composta por três etapas interconectadas:

- 1. Para 1995, normalizamos a PTF da agricultura em um. Em seguida, dado ρ e b, os parâmetros \bar{c} , \bar{s} e as PTFs dos serviços e indústria em 1995 são escolhidos para reproduzirem a parcela de cada setor no produto total e a parcela dos trabalhadores em cada setor.
- 2. Dado \bar{a} , \bar{s} , ρ e b, calculamos para o restante do período (1996–2009) os parâmetros $A_{i,t}^{US}$ em que $i \in \{a,m,s\}$ e $t \in \{1996,...,2009\}$, de tal forma que o modelo reproduza a série de produtividade agregada e da parcela de trabalhadores observada para os Estados Unidos.
- 3. Por fim, ρ e b são escolhidos para reproduzirem a trajetória da parcela do produto agrícola e do produto industrial no produto total para o período analisado.

A Tabela 6 apresenta os resultado da calibração do modelo para os Estados Unidos.

Como já discutido, o parâmetro \bar{a} representa o consumo de subsistência, i.e. este parâmetro fornece um limite inferior para o consumo de bens agrícola. Assim, caso a parcela do setor agrícola no valor adicionado total não seja expressiva, a magnitude desse parâmetro também será pequena. De fato, o baixo valor de \bar{a} na Tabela 6 é devido ao baixo valor adicionado do setor agrícola relativo ao valor adicionado total — aproximadamente 2% em 1995. Para o parâmetro \bar{s} a argumentação é análoga.

Parâmetro	Valor	Target
α	0,01	Parcela de trabalhadores na agricultura no longo prazo
ā	7,81 E-05	Parcela do PIB agrícola no PIB total em 1995
\bar{S}	0,3871	Parcela do PIB de serviços no PIB total em 1995
b	0,0016	Parcela do PIB industrial no PIB total 1995–2009
ρ	-0,5561	Parcela do PIB de serviços no PIB total 1995–2009

Tabela 6. Parâmetros calibrados para os Estados Unidos para o período 1995–2009

Note que da equação (A-5),¹³ quanto maior \bar{s} , menor é o consumo de serviços. Assim, a alta parcela do PIB de serviços no PIB total induz a um baixo \bar{s} . Essas relações afetam tanto o peso que o consumo de bens industriais tem sobre a utilidade do agente (parâmetro b) quanto a substitubilidade dos bens industriais pelos bens de serviço (parâmetro ρ). Assim, note que apesar da menor importância do bem industrial na utilidade do indivíduo (baixo b), o valor negativo do parâmetro ρ indica que existe uma complementariedade no consumo entre os bens industriais e os serviços.

O modelo reproduz bem os dados de produtividade agregada e de parcela de trabalhadores de cada setor. ¹⁴ De fato, para a produtividade agregada o pior ajuste do modelo é com respeito ao ano de 2009, para o qual o modelo superestima a produtividade agregada em 5,74%. Com respeito à parcela de trabalhadores, temos que o erro médio é de 4,6%, 2,08% e 0,75% para a agricultura, indústria e serviços, respectivamente.

Brasil Utilizando os parâmetros de preferência calibrados para os Estados Unidos, calibramos a produtividade setorial brasileira para o período 1995–2009. Nesse sentido, escolhemos $A_{i,t}^{BR}$ para se ajustar a três estatísticas observadas no período: (i) parcela de trabalhadores na agricultura; (ii) parcela de trabalhadores na indústria; (iii) produtividade agregada. Como discutido anteriormente, o parâmetro \bar{s} afeta o tanto que o setor de serviços irá adicionar no PIB. Assim, ajustamos esse parâmetro tal que o modelo reproduza a parcela do PIB de serviços no PIB total para o ano de 1995, resultando em $\bar{s}=0.056$.

Como no caso americano, a parcela dos trabalhadores em cada um dos três setores entre 1995 e 2009, obtida a partir da simulação do modelo, segue de perto o que se observa nos dados. O ajuste da produtividade agregada relativa à produtividade americana também é satisfatório, embora no período entre 2000 e 2005 haja um pequeno descolamento em relação à série observada (ver Figura A-3 no Apêndice). De fato, 2003 é o pior ajuste, mas ainda assim o modelo superestima os dados em somente 1,63%.

4.2 Resultados

Nesta seção estamos interessados em entender como, em uma economia com diferentes setores e efeitos de propagação através de bens intermediários, mudanças setoriais afetam a economia como um todo e cada um dos setores isoladamente. Especificamente, a pergunta que buscaremos responder é como estaria o Brasil em

¹³As equações que solucionam o equilíbrio estão no Apêndice.

¹⁴No Apêndice são apresentadas as figuras do ajuste do modelo aos dados.

¹⁵Os dados do valor adicionado foram convertidos utilizando PPP (Purchasing Power Parity). Além disso, o valor adicionado brasileiro está em termos relativos aos Estados Unidos para o ano de 1995.

2009 caso as produtividades setoriais brasileiras fossem diferentes, e maiores, que a observada naquele ano?

Exercícios semelhantes ao proposto aqui já foram feitos anteriormente para o caso brasileiro (e.g., Ferreira & Silva, 2015) e para outros países (e.g., Duarte, 2010), mas em nenhum deles utilizou-se de um modelo dinâmico de equilíbrio geral com bens intermediários. Em Ferreira e Silva (2015), por exemplo, o único insumo é trabalho. Ao sofisticarmos aqui a parte teórica buscamos nos aproximar de uma realidade onde as linkages entre setores são importantes, o que possui o potencial de ampliar a propagação de choques e, no caso do exercício aqui proposto, de variações exógenas das produtividades setoriais.

A Tabela 7 apresenta os resultados de um primeiro exercício contrafactual em que dobramos as produtividades setoriais (A_i) em relação ao que se observa em 2009. Especificamente, na coluna 2 ("Agregado") apresentamos os resultados de uma simulação contrafactual onde a produtividade de todos os setores é dobrada conjuntamente. Estamos também interessados em investigar os efeitos isolados de aumentos da produtividade de cada setor. Assim, na coluna 3 ("Agric.") apresentamos o resultado de uma simulação onde apenas a produtividade da agricultura é dobrada, na coluna 4 ("Indus.") trazemos o resultado da simulação onde a produtividade da manufatura dobra e, por fim, na coluna 5 ("Serv.") a produtividade dos serviços é duas vezes maior que a observada em 2009, tudo mais permanecendo constante.

Um primeiro e importante resultado é que se todos os setores da economia fossem duas vezes mais produtivos, a produtividade agregada saltaria para 56,4% em relação à americana, aumentando cerca de quatro vezes. A ampliação do aumento setorial é fácil de entender quando se compara a distribuição de mão de obra entre setores antes e depois da mudança. Pelos dados, em 2009 quase 20% da mão de obra estava alocada à agricultura. Ao se dobrar a produtividade do setor — e de todos os outros da economia — a demanda relativa de bens agrícolas, tanto para consumo final quanto para insumo intermediário, cai, liberando mão-de-obra do

			Contrafa	ctual	
	Modelo	Agregado	Agric.	Indus.	Serv.
Produtividade Agregada	0,144	0,564	0,171	0,270	0,292
% Trabalhadores Agricultura	0,198	0,084	0,114	0,159	0,173
% Trabalhadores Industria	0,234	0,195	0,238	0,195	0,225
% Trabalhadores Serviços	0,567	0,721	0,647	0,645	0,601

Tabela 7. Contrafactuais, Produtividade setorial = $2 \times$ observada (2009)

Nota: Os valores da produtividade estão relativos aos EUA.

¹⁶É importante lembrar que "Agricultura" no modelo também inclui mineração.

setor. No novo equilíbrio somente 8,4% dos trabalhadores permanecem no setor. Esses trabalhadores irão para o setor de serviços — que passa a absorver 72,1% dos trabalhadores — cuja produtividade é muito superior à da agricultura. Assim, temos, além do ganho direto via duplicação da produtividade, um ganho indireto com a maior concentração de trabalhadores em setores cujo nível de produtividade é maior.

Outro fator importante é a modificação na estrutura de bens intermediários. A utilização de bens industriais como insumos intermediários no próprio setor e nos serviços aumenta, respectivamente, quatro vezes e seis vezes, e de insumos intermediários dos serviços nos mesmos setores em quatro e duas vezes e meia. Essas variações são significativamente maiores que a de bens intermediários agrícolas, que pouco variam.

Estamos interessados também em examinar os resultados das variações isoladas das produtividades setoriais. O efeito isolado mais forte se dá quando mudamos somente a produtividade do setor de serviços, o que pode ser visto na última coluna ("Serv."). Nesse caso, a produtividade relativa agregada no Brasil saltaria para 29% da americana, mais que dobrando. Nesse exercício, a parcela da mão-de-obra na manufatura pouco mudaria, indo de 23,8% para 22,5%, e a queda na agricultura seria expressiva, de mais de 2,5 pontos percentuais. Os serviços absorvem todos esses trabalhadores, que produzirão mais bens finais e bens intermediários. Nesse último caso, todos os 3 setores mais que dobram o uso de serviços como insumos. O aumento da produtividade agregada, no caso em que somente a produtividade industrial dobra, é também significativo, pulando para 27% da americana, um crescimento de 87% em relação aos dados observados. Como no caso anterior, parte dos ganhos advém da migração da mão-de-obra para o setor de serviço.

A Tabela 8 apresenta um segundo conjunto de exercícios, onde dobramos as produtividades setoriais, mas também trocamos os parâmetros da função de produção por parâmetros calibrados para os Estados Unidos. Isto é, na coluna "Modelo" temos a simulação do modelo com os parâmetros da função de produção

Tabela 8. Contrafactuais, Produtividade setorial = $2 \times$ observada, Parâmetros da função de produção igual ao dos EUA, (2009)

			Contrafa	ctual	
	Modelo	Agregado	Agric.	Indus.	Serv.
Produtividade Agregada	0,175	1,058	0,293	0,364	0,460
% Trabalhadores Agricultura	0,352	0,100	0,160	0,278	0,273
% Trabalhadores Industria	0,176	0,153	0,179	0,154	0,174
% Trabalhadores Serviços	0,472	0,747	0,661	0,568	0,552

Nota: Os valores da produtividade estão relativos aos EUA.

americana, tudo mais constante. Na coluna "Agregado" temos o efeito sobre essa economia de dobrarmos a PTF dos três setores. Nas demais colunas temos o efeito isolado da aumentarmos em duas vezes a PTF de cada um dos setores sobre a economia, mantendo a PTF dos demais setores constante.

Os resultados mostram, comparando com a tabela anterior, que há um efeito significativo oriundo das cost shares e diferentes pesos de insumos intermediários na estrutura produtiva. No lugar de aumentar quatro vezes, a produtividade agregada agora aumentaria 6 vezes, o que demonstra a importância da estrutura produtiva de um país em ampliar e propagar choques de produtividades.

Note também, como no caso anterior, que parte significativa do efeito vem de mudanças na distribuição da mão de obra, com uma significativa redução da participação da agricultura, o setor menos produtivo da economia. Mais de três quartos da mão-de-obra seria agora alocada no setor de serviços, um aumento bastante significativo.

O efeito isolado de choques de produtividade no setor de serviços domina choques nos outros dois setores. No experimento em que dobramos somente a produtividade do setor, mantendo constante a produtividade dos outros dois, a produtividade agregada da economia brasileira saltaria para 46% da americana, enquanto nos casos da agricultura e indústria a produtividade aumentaria para 29% e 36% somente, respectivamente.

É interessante notar que somente a mudança da estrutura produtiva já induziria um aumento de produtividade (ver Tabela 7 e 8). O Brasil com os coeficientes da função de produção americanos — e consequentemente, com elasticidades do produto em relação aos bens intermediárias iguais à desse país — mas tudo mais constante, teria uma produtividade 21% superior àquela observada nos dados. Isto é, a produtividade relativa saltaria de 14,4% da americana para 17,5%. Embora relevante, esse ganho é significativamente inferior ao que se observaria se déssemos, a cada um dos três setores, a produtividade dos setores correspondentes da economia norte-americana, mantendo a estrutura produtiva constante e igual à calibrada para a economia brasileira. Nesse caso a produtividade relativa seria aproximadamente 50% da norte-americana, um aumento de 3,5 vezes.

Esse resultado é bastante importante e está na mesma direção de resultados de Veloso et al. (2017) obtido com metodologia bastante diversa. Nesse artigo, o produto por trabalhador é observado como a soma da produtividade de cada setor da economia ponderada pela participação da mão de obra desse setor no total de trabalhadores brasileiros. Foram utilizados dados de valor adicionado e emprego da Socio Economic Account e a questão que se buscou investigar era em que medida a baixa produtividade brasileira em comparação com outros países está associada a diferenças no nível de produtividade setorial ou na alocação setorial do emprego. Citando uma passagem da conclusão desse artigo:

A análise revela que, embora a produtividade do Brasil possa aumentar se nossa alocação setorial de trabalho se aproximar da observada nos países desenvolvidos, os ganhos potenciais são muito maiores caso nossa produtividade setorial convirja para o nível observado nessas economias. Em particular, se o Brasil tivesse a mesma alocação da população ocupada observada nos Estados Unidos nossa produtividade aumentaria 68%. Por outro lado, se o Brasil tivesse produtividade igual à dos Estados Unidos em todos os setores, nossa produtividade aumentaria 430%, reduzindo grande parte da distância entre os dois países.

Embora os valores não sejam os mesmos, as ordens de magnitudes estão próximas nos dois experimentos, confirmando agora em um modelo teórico mais detalhado que o problema de produtividade do país é mais um problema de nível — todos os setores sendo pouco produtivos — que de composição — teríamos nos especializados em setores pouco produtivos. E como no caso anterior, os maiores ganhos estão nos serviços, como se pode ver pela última coluna da Tabela 8.

A Tabela 9 apresenta de forma resumida a produtividade agregada brasileira para diferentes exercícios de simulação envolvendo PTF e paramêtros americanos.

Como vimos anteriormente, nossa economia artificial com parâmetros da função de produção calibrados para os EUA apresenta um aumento de produtividade de 21,5% em relação ao benchmark (de 14,4% para 17,5% da produtividade norteamericana). Já no modelo com parâmetros brasileiros originais mas PTF setoriais americanas a produtividade do trabalho salta para 50% da norte-americana (de 14,4% para 50,1%) um aumento de 3,5 vezes, consideravelmente superior ao caso anterior. Já quando além da PTF setorial americana adicionamos os parâmetros da função de produção desse país, a diferença de produtividade entre Brasil e EUA quase que é anulada e a produtividade brasileira salta para 89% da americana. Assim, está claro que em termos relativos a baixa produtividade total de fatores em todos os setores é mais importante para explicar o gap de produtividade que a estrutura produtiva, como falado anteriormente. Entretanto, o efeito multiplicador de mudanças de PTF é muito importante e de magnitude considerável, algo que não

Tabela 9. P	rodutividade agregac	da: dados e simu	lações para a eco	onomia brasileira
-------------	----------------------	------------------	-------------------	-------------------

Modelo Simulado		PTF	Parâmetros
"Dados"	0,144	BRA	BRA
Parâmetros americanos	0,175	BRA	EUA
PTF Americana	0,501	EUA	BRA
PTF e Parâmetros Americanos	0,890	EUA	EUA

seria capturado em modelos mais simples sem bens intermediários ou em exercícios de equilíbrio parcial.

A Tabela 10 apresenta o aumento do produto por trabalhador setorial em experimentos onde dobramos, uma de cada vez mantendo tudo mais constante, a PTF setorial.

Os resultados mostram de forma explícita o efeito indireto de choques de produtividade em um setor sobre a produtividade dos outros. De acordo com a tabela, a produtividade por trabalhador de cada setor é mais sensível à sua própria PTF. Por exemplo, ao dobrarmos a produtividade dos serviços (indústria) a produtividade dos serviços (indústria) aumenta em 154% (176%).

Vale notar também que a PTF da agricultura afeta pouco a produtividade por trabalhador dos outros setores e que a o efeito percentual da PTF industrial sobre a produtividade dos serviços é menor que o efeito da PTF de serviços sobre a produtividade industrial. Isso ajuda a explicar os resultados encontrados na Tabela 9.

É importante notar que esse efeito transbordamento não é apenas devido à realocação de mão de obra entre os setores, como seria o caso em um modelo em que não se incorpora bens intermediários. De fato, além do efeito de realocação de mão de obra, o aumento da produtividade de um setor leva a uma maior eficiência na produção dos bens intermediários produzidos por esse setor. Como os bens intermediários são utilizados como insumo na produção dos outros bens da economia, isso leva a um aumento da produção em todos os outros setores.

Tahela 10	Produtividade setor	al quando dobramos a PTE	(parâmetro A.) de cada setor
iancia iv.	r i du di i vidade setoi	ai uuaiiuu uubiaiiius a r ii	(Daramento A:) de cada setor

PTF	Produtividade Setorial		
	Agricultura	Indústria	Serviços
Agricultura	85,74	14,38	6,59
Indústria	25,56	176,47	26,91
Serviços	13,06	29,79	154,29

Nota: Os valores indicam o aumento percentual relativamente ao modelo calibrado.

5. Conclusão

Este artigo tem como objetivo avaliar quantitativamente o efeito dos serviços intermediários na produtividade agregada através de seu impacto na produtividade dos demais setores, em particular da indústria.

O modelo de equilíbrio geral computável é baseado em Duarte (2010) e Ferreira e Silva (2015). Entretanto, ao contrário destes artigos, em nosso modelo os serviços não são somente um bem de consumo final, mas também um bem intermediário.

Neste caso, a baixa produtividade dos serviços afeta a produtividade da indústria e do próprio setor de serviços.

Os resultados mostram que somente a mudança da estrutura produtiva já induziria um aumento de produtividade. O Brasil com os coeficientes da função de produção americanos — e consequentemente, com elasticidades do produto em relação aos bens intermediárias iguais à desse país — mas tudo mais constante, teria uma produtividade 21% superior àquela observada nos dados. Isto é, a produtividade relativa saltaria de 14,4% da americana para 17,5%. Embora relevante, esse ganho é significativamente inferior ao que se observaria se déssemos, a cada um dos três setores, a produtividade dos setores correspondentes da economia norte-americana, mantendo a estrutura produtiva constante e igual à calibrada para a economia brasileira. Nesse caso a produtividade relativa seria aproximadamente 50% da norte-americana, um aumento de 3,5 vezes.

Esse resultado é bastante importante e está na mesma direção de resultados de Veloso et al. (2017) obtido com metodologia bastante diversa. Embora os valores não sejam os mesmos, as ordens de magnitudes estão próximas nos dois experimentos, confirmando agora em um modelo teórico mais detalhado que o problema de produtividade do país é mais um problema de nível — todos os setores sendo pouco produtivos — que de composição — teríamos nos especializados em setores pouco produtivos.

Os resultados mostram de forma explícita o efeito indireto de choques de produtividade em um setor sobre a produtividade dos outros. Em particular, a produtividade por trabalhador de cada setor é mais sensível à sua própria PTF. Por exemplo, ao dobrarmos a produtividade dos serviços (indústria) a produtividade dos serviços (indústria) aumenta em 154% (176%). Vale notar também que a PTF da agricultura afeta pouco a produtividade dos outros setores e que a o efeito percentual da PTF industrial sobre a produtividade dos serviços é menor que o efeito da PTF de serviços sobre a produtividade industrial.

Esse efeito não ocorre apenas devido à realocação de mão de obra entre os setores, como no caso do modelo em que não se incorpora bens intermediários. De fato, além do efeito de realocação de mão de obra, o aumento da produtividade de um setor leva a uma maior eficiência na produção dos bens intermediários produzidos por esse setor. Como os bens intermediários são utilizados como insumo na produção dos outros bens da economia, isso leva a um aumento da produção em todos os outros setores.

Esse experimento é importante para estabelecer quão relevante é incorporar bens intermediários quando estamos interessados em investigar impactos de mudanças setoriais — principalmente de variações na produtividade dos serviços — sobre a produtividade agregada da economia.

Referências bibliográficas

- **Acemoglu, D., Carvalho, V., Ozdaglar, A., & Tahbaz-Salehi, A.** (2012). The network origins of aggregate fluctuations. *Econometrica*, 80(5), 1977–2016. http://dx.doi.org/10.3982/ECTA9623
- **Arbache, J.** (2014). *Serviços e competitividade industrial no Brasil* (Texto para Discussão). Universidade de Brasília.
- **Arbache, J., & Moreira, R.** (2015). *How can services improve productivity? The case of Brazil* (Texto para Discussão). Universidade de Brasília.
- **Baqaee, D. R., & Farhi, E.** (2018, junho). *Macroeconomics with heterogeneous agents and input-output networks* (Working Paper Nº 24684). National Bureau of Economic Research (NBER). http://dx.doi.org/10.3386/w24684
- **Duarte, D., M. e Restuccia.** (2010). The role of the structural transformation in aggregate productivity. *Quarterly Journal of Economics*, 125(1), 129–173. http://dx.doi.org/10.1162/qjec.2010.125.1.129
- **Eichengreen, B., & Gupta, P.** (2013). The two waves of service-sector growth. *Oxford Economic Papers*, 65(1), 96–123. http://dx.doi.org/10.1093/oep/gpr059
- **Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P.** (2015). The next generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, *105*(10), 3150–3182. http://dx.doi.org/10.1257/aer.20130954
- **Ferreira, P. C., & Silva, L. F. d.** (2015). Structural transformation and productivity in Latin America. *The B. E. Journal of Macroeconomics*, *15*(2), 603–630. http://dx.doi.org/10.1515/bejm-2014-0020
- **Herrendorf, B., Rogerson, R., & Valentityi, A.** (2014). Growth and structural transformation. *In* P. Aguion & S. Durlauf (Orgs.), *Handbook of economic growth* (Vol. 2, pp. 855–941). Elsevier.
- **Jones, C.** (2011a). Intermediate goods and weak links in the theory of economic development. *American Economic Journal: Macroeconomics*, *3*(2), 1–28. http://dx.doi.org/10.1257/mac.3.2.1
- Jones, C. (2011b, janeiro). Misallocation, economic growth, and input-output economics (Working Paper No 16742). National Bureau of Economic Research (NBER). http://dx.doi.org/10.3386/w16742
- **Timmer, M. P., Dietzenbacher, E., Los, B., Stehrer, R., & De Vries, G. J.** (2015). An illustrated user guide to the World Input–Output Database: The case of global automotive production. *Review of International Economics*, *23*, 575–605. http://dx.doi.org/10.1111/roie.12178
- **Veloso, F., Matos, S., & Ferreira, B., P. and Coelho.** (2017). O Brasil em comparações internacionais de produtividade: Uma análise setorial. *In* R. Bonelli, F. Veloso, & A. Pinheiro (Orgs.), *Anatomia da produtividade no Brasil* (pp. 63–107). Rio de Janeiro: Elsevier.

Apêndice.

Solução do modelo

As condições de primeira ordem da firma são dadas por

$$[X_{i,j}]: p_i \beta_{i,j} (1 - \sigma_i) \frac{Q_i}{X_{i,j}} = p_j, \quad \text{para } j \in \{a, m, s\};$$
 (A-1)

$$\left[L_{i}\right]:\ p_{i}\sigma_{i}\frac{Q_{i}}{L_{i}}=w,\tag{A-2}$$

que trivialmente nos dão que firmas igualam preços dos insumos ao produto marginal.

Com respeito a C.P.O. do problema do consumidor encontramos as seguintes equações:

$$c_a = \alpha \left(\frac{wL + p_s \bar{s}}{p_a} \right) + (1 - \alpha)\bar{a}, \tag{A-3}$$

$$c_m = \left(\frac{wL + p_s \bar{s} - p_a \bar{a}}{p_m}\right) \left(\frac{(1 - \alpha)}{1 + \varphi(p_m, p_s)}\right),\tag{A-4}$$

$$c_{s} = \frac{\varphi(p_{m}, p_{s})}{1 + \varphi(p_{m}, p_{s})} \frac{(wL - p_{a}\bar{a})}{p_{s}} (1 - \alpha) - \frac{(1 + \alpha\varphi(p_{m}, p_{s}))}{1 + \varphi(p_{m}, p_{s})} \bar{s}, \tag{A-5}$$

em que

$$\varphi(p_m, p_s) = \left(\frac{p_m}{p_s}\right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \left(\frac{(1-b)}{b}\right)^{\frac{1}{1-\rho}}.$$

Como se poderia esperar, o consumo do bem agrícola depende positivamente da renda do indivíduo, inversamente do preço dos bens agrícolas e positivamente de bens substitutos (no caso, somente serviços). Resultados semelhantes valem para os outros bens.

Para resolver o equilíbrio, primeiro note que pela lei de Walras podemos normalizar o salário para um e, além disso, como estamos interessados em estudar a produtividade entre os setores também podemos normalizar a oferta de trabalho para um. Utilizando as equações (A-1) e (A-2) encontramos a demanda do bem $X_{i,j}$ em função de L_i :

$$X_{i,j}(p_a, p_m, p_s) = \frac{1 - \sigma_i}{\sigma_i} \frac{\beta_{i,j}}{p_j} L_i(p_a, p_m, p_s)$$
 (A-6)

Usando essa última equação na equação (1) encontramos a oferta do bem Q_i em função de L_i :

$$Q_{i}(p_{a}, p_{m}, p_{s}) = A_{i} \left(\frac{(1 - \sigma_{i})}{\sigma_{i}}\right)^{(1 - \sigma_{i})} \prod_{i \in \{a, m, s\}} \left(\frac{\beta_{i, j}}{p_{j}}\right)^{\beta_{i, j}(1 - \sigma_{i})} L_{i}(p_{a}, p_{m}, p_{s}) \quad (A-7)$$

Substituindo para cada setor a oferta total Q_i , equação (A-7), na C.P.O. da firma, equação (A-2), chegamos em um sistema de equações não lineares em que apenas os preços são variáveis endógenas. Dessa forma, conseguimos encontrar todos os preços da economia.

Agora defina os seguintes objetos:

$$B_{i,j}(p_j) = \frac{1 - \sigma_i}{\sigma_i} \frac{\beta_{i,j}}{p_j}; \tag{A-8}$$

$$G_{i}(p_{a}, p_{m}, p_{s}) = A_{i} \left(\frac{(1 - \sigma_{i})}{\sigma_{i}}\right)^{(1 - \sigma_{i})} \prod_{j \in \{a, m, s\}} \left(\frac{\beta_{i, j}}{p_{j}}\right)^{\beta_{i, j}(1 - \sigma_{i})}. \tag{A-9}$$

Substituinto as equações (A-3), (A-4), (A-5), (A-6), (A-7), (A-8), (A-9) e a equação de equilíbrio do mercado de bens finais na equação (5), temos que

$$G_{j}(p_{a}, p_{m}, p_{s})L_{j}(p_{a}, p_{m}, p_{s})$$

$$= \sum_{i \in \{a, m, s\}} B_{i,j}(p_{a}, p_{m}, p_{s})L_{i}(p_{a}, p_{m}, p_{s}) + c_{j}(p_{a}, p_{m}, p_{s}) \quad (A-10)$$

Agora podemos empilhar a equação (A-10) e chegar no seguinte sistema de equações:

$$\tilde{L} = \tilde{B}'\tilde{L} + \tilde{C},\tag{A-11}$$

em que \tilde{L} é um vetor 3×1 em que cada elemento i é a parcela de trabalhadores no setor i; \tilde{B} é uma matriz 3×3 formada por elementos $B_{i,j}$ dividido por G_j ; \tilde{C} é um vetor 3×1 em que o elemento j representa o consumo do bem j dividido por G_j . Assim, conseguimos resolver esse sistema tal que

$$\tilde{L}(p_a, p_m, p_s) = (I - \tilde{B}'(p_a, p_m, p_s))^{-1} \tilde{C}(p_a, p_m, p_s).$$
 (A-12)

Com $\{L_a, L_m, L_s\}$ e os preços $\{p_a, p_m, p_s\}$, encontramos as outras variáveis endógenas do modelo.

Ajuste do modelo aos dados

As Figuras A-1 e A-2 apresentam o ajuste do modelo aos dados americanos. As Figuras A-3 e A-4 apresentam o ajuste do modelo aos dados brasileiros.

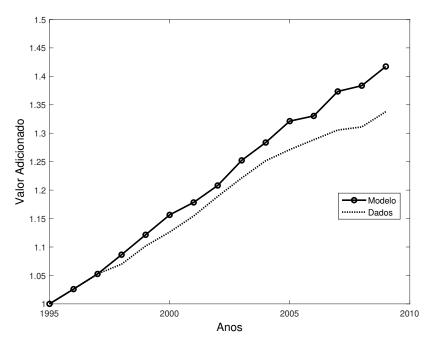


Figura A-1. Ajuste do modelo aos dados americanos para o período 1995–2009 – Valor adicionado por trabalhor relativo a 1995

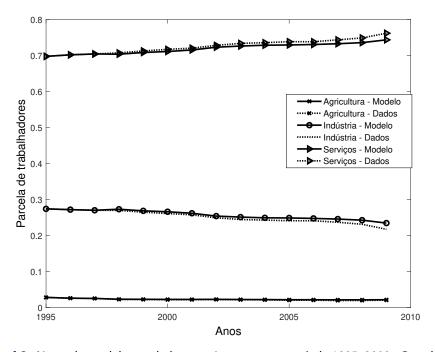


Figura A-2. Ajuste do modelo aos dados americanos para o período 1995–2009 – Parcela de trabalhadores

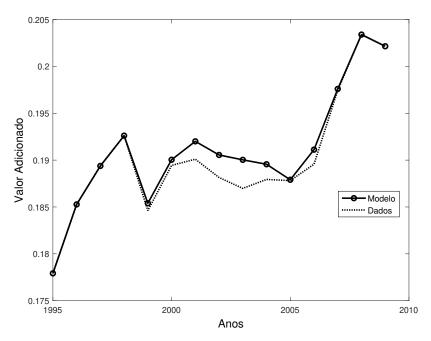


Figura A-3. Ajuste do modelo aos dados brasileiros para o período 1995–2009 – Valor adicionado por trabalhor relativo ao VA americano de 1995

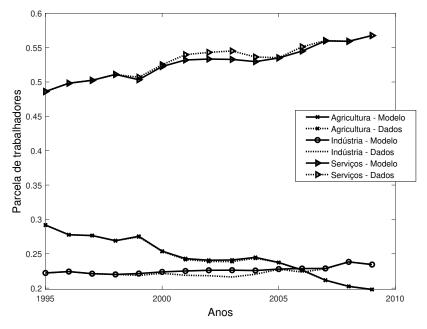


Figura A-4. Ajuste do modelo aos dados brasileiros para o período 1995–2009 – Parcela de trabalhadores