O Valor da Moeda e a Teoria dos Preços dos Ativos*

Fernando de Holanda Barbosa**

Palavras-chave: preço da moeda; bolhas x fundamentos; indeterminação do nível de preços; quantidade ótima de moeda; hiperinflação; substituição de moeda.

Códigos JEL: E31; E41; E52.

Este artigo usa o enfoque da teoria dos preços dos ativos na determinação do preço da moeda para apresentar uma resenha concisa sobre os seguintes tópicos da teoria monetária: i) preço da moeda: bolhas versus fundamentos; ii) equilíbrio múltiplo; iii) indeterminação do nível de preço ; iv) quantidade ótima de moeda ; v) hiperinflação; vi) substituição de moeda e vii) rigidez do preço no curto prazo.

The price of money, as the price of any financial asset, can be determined through asset pricing theory. Based on this approach, this paper presents a concise survey of the following topics of monetary theory: i) price of money: bubbles versus fundamentals; ii) multiple equilibria; iii) price level indeterminacy; iv) optimum quantity of money; v) hyperinflation; vi) currency substitution, and vii) price of money rigidity.

1. Introdução

A moeda é um ativo financeiro usado como meio de trocas. Portanto, seu preço é igual ao valor presente dos fluxos de serviços de liquidez que ela produz. Este modo de calcular o valor da moeda é bastante geral e abrange qualquer modelo

*Artigo recebido em out. 2003 e aprovado em ago. 2004. Este trabalho foi preparado para a Aula Magna do XXXI Encontro Nacional de Economia da ANPEC, em dezembro de 2003 em Porto Seguro, na Bahia. Agradeço as sugestões e (ou) comentários de Alexandre Barros da Cunha, Fernando de Holanda Barbosa Filho, José Luiz Oreiro, José Júlio Senna, Renato Fragelli Cardoso, Ricardo de Oliveira Cavalcanti, Samuel de Abreu Pessoa e Tito Nícias Filho

**Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas. E-mail: fholanda@fgv.br

monetário independente da existência ou não dos micro-fundamentos do mesmo.[1] A maneira pela qual os serviços de liquidez prestados pela moeda são especificados depende do modelo, mas o resultado final de cada abordagem é estabelecer uma equação de demanda de moeda, que será aqui tomada como dada.

O artigo está organizado do seguinte modo: a seção 2 deriva o preço da moeda a partir de uma condição de arbitragem, supondo certeza e mercados de capitais perfeitos, e mostra o resultado bem conhecido da literatura que o preço de um ativo financeiro pode ter um comportamento de bolha; a seção 3 trata da existência de equilíbrios múltiplos para o preço da moeda; a seção 4 discute o problema da indeterminação do preço da moeda quando o Banco Central fixa a taxa de juros nominal da economia; a seção 5 trata da quantidade ótima de moeda que maximiza o bem-estar da sociedade; a seção 6 mostra que em vários modelos de hiperinflação sua origem não é o déficit público, mas sim a existência de bolhas; a seção 7 apresenta um modelo em que a hiperinflação é causada por fundamentos e não por bolhas; a seção 8 trata do fenômeno da dolarização, quando uma moeda estrangeira também é usada como meio de trocas; a seção 9 discute a questão da rigidez do preço da moeda no curto prazo; a seção 10 conclui o trabalho.

2. Preço da Moeda: Bolhas x Fundamentos

O preço da moeda é igual à quantidade de bens e serviços que pode ser comprada com uma unidade do padrão monetário. Isto é, o preço da moeda (q) é igual ao inverso do nível de preços (P):

$$q = \frac{1}{P} = \frac{m}{M} \tag{1}$$

O termo depois do segundo sinal da igualdade mostra que o preço da moeda é igual à razão entre a quantidade real (m) e o estoque nominal (M) de moeda. O enfoque tradicional para determinar o valor da moeda consiste justamente em analisar as variáveis que afetam os estoques real e nominal da moeda.[2] Os indivíduos decidem a quantidade real de moeda que desejam ter nas suas carteiras de ativos financeiros, e o Banco Central dispõe de instrumentos para a compra e a venda de moeda que lhe permite controlar o seu estoque nominal.

[1]Esta afirmação será qualificada no último parágrafo da Seção 2.

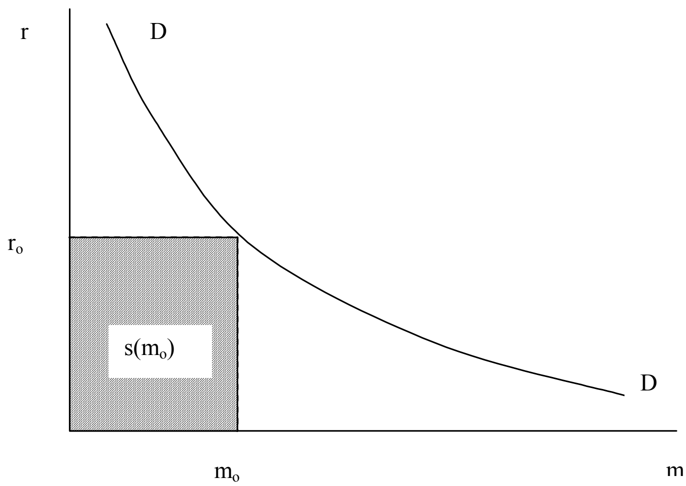
[2]Este enfoque tem uma longa história na teoria econômica. Uma referência clássica é Keynes (1923). Friedman (1956) apresenta a versão moderna da teoria quantitativa da moeda, que determina o valor da moeda, no longo prazo, a partir da análise da demanda e da oferta de moeda.

Um problema fundamental na teoria monetária é a provisão de micro-fundamentos da equação de demanda de moeda. Quatro enfoques têm sido usados com este propósito na literatura: i) moeda na função utilidade (MIU); ii) restrição prévia de liquidez (CIA); iii) custos de transação (TC) e iv) modelos de gerações superpostas (OLG).[3] O último enfoque foi abandonado porque ele não leva em consideração o principal atributo da moeda, a função de meio de trocas. Qualquer um destes enfoques produz uma equação inversa para a quantidade real demandada de moeda,

$$r = r\ (m)\,, \qquad r' < 0 \tag{2}$$

onde r, a taxa nominal de juros, é o custo de oportunidade de reter moeda.[4]

Figura 1



Os serviços de liquidez da moeda podem ser medidos pelo custo de oportunidade dos recursos usados na forma de moeda. Isto é:

$$s = rm = s\,(m) \tag{3}$$

[3]Os acrônimos são formados pelas iniciais das letras em inglês que denominam cada um destes enfoques. O livro texto de Walsh (1998) apresenta nos capítulos 2 e 3 vários destes modelos.

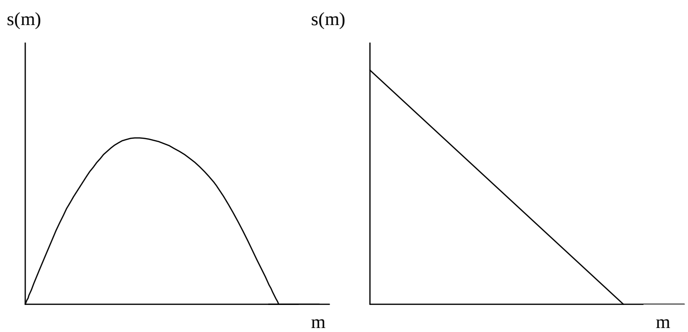
[4]A equação de demanda de moeda depende também de uma variável de escala, como a renda ou o consumo. Neste trabalho supõe-se que esta variável é constante.

que corresponde ao retângulo com a área tracejada da figura 1. Os serviços de liquidez por unidade de moeda são obtidos dividindo-se o fluxo de serviços (s) pelo estoque nominal de moeda: $s(m)/M$.

Exemplos usuais da função $s(m)$ correspondem às especificações da equação de demanda de moeda nas formas funcionais semi-logarítmica e dupla logarítmica. Na forma semi-logarítmica $logm = -\alpha r,\ \alpha > 0,\ s\left(m\right) = -\left(m \log m\right)/\alpha,\ s'\left(m\right) = 0$ quando $m = exp(-1)$ e $s"(m) < 0$. A forma funcional dupla logarítmica é um caso particular de $logm = -\in log\ (\beta + r), \in > 0$, quando $\beta = 0$. A função de serviços de liquidez neste caso é dada por $s\left(m\right) = m\left(m^{-\frac{1}{\in}} - \beta\right), s'\left(m\right) < 0$ e $s"\left(m\right) \geq 0$ quando $\in \leq 1$. Os gráficos da figura 2 correspondem aos casos particulares das equações semi-logarítmica e dupla logarítmica em que $\in = 1$. Na Figura 2a a elasticidade da quantidade real demandada de moeda com relação à taxa de juros varia entre zero e menos infinito. Na Figura 2b a elasticidade é menor do que um em valor absoluto e a moeda é definida neste caso como essencial.[5]

A moeda é essencial quando ela não é facilmente substituível por outros ativos financeiros na sua função de meio de trocas. A moeda é uma convenção social que depende tanto do arcabouço jurídico que estabelece as condições legais para a liquidação financeira dos contratos quanto do grau em que a sociedade é obrigada a cumprir as leis vigentes. Portanto, a essencialidade da moeda é determinada não somente pela tecnologia das transações econômicas mas também pelas instituições de cada país.

Figura 2



a) Moeda Não Essencial

b) Moeda Essencial

[5]A essencialidade da moeda é definida em Obstfeld e Rogoff (1983) e analisada em Barbosa e Sallum (2002) e Barbosa e Cunha (2003).

O preço de qualquer ativo em equilíbrio, quando existe certeza e os mercados de capitais são perfeitos, é tal que sua taxa de retorno é igual à taxa de juros. Caso contrário, existem oportunidades para arbitragem. Portanto, se ρ é a taxa de juros real, o preço da moeda satisfaz à seguinte condição de arbitragem:

$$\rho = \frac{\dot{q} + \frac{s(m)}{M}}{q} \tag{4}$$

onde $\dot{q} = dq/dt$ é o ganho (perda) de capital quando o preço da moeda aumenta (diminui). Para deduzir esta equação basta combinar-se $s(m) = rm$ e a equação de Fisher $r = \rho + \pi = \rho - \frac{\dot{q}}{q}$, ou seja, $s(m) = \left(\rho - \frac{\dot{q}}{q}\right) Mq$, levando-se em conta o fato de que $m = Mq$. A equação (4) também pode ser escrita do seguinte modo:

$$\dot{q} = \rho q - s(Mq)/M \tag{5}$$

A solução desta equação diferencial necessita da especificação da função que representa os serviços da moeda $s(m)$ e do processo que gera o estoque nominal (M) de moeda. Todavia, qualquer que seja a solução, ela tem dois componentes, uma de fundamentos e outra de bolha:

$$q(t) = q_f(t) + q_b(t) \tag{6}$$

A solução de bolha (q_b) é dada por:

$$q_b(t) = C\ e^{\rho t} \tag{7}$$

É fácil verificar que esta expressão é solução da equação (5). Com efeito, derivando-se ambos os lados de (6), levando-se em conta (7) e substituindo-se em (5), obtém-se:

$$\dot{q}_f + \rho\ C\ e^{\rho t} = \rho q_f + \rho\ C\ e^{\rho t} - s(m)/M$$

e simplificando-se:

$$\dot{q}_f = \rho\ q_f - s(m)/M$$

Logo, a solução da equação (5) tem dois componentes. A constante C da solução de bolha pode ser negativa pois no caso da moeda sem lastro nada impede que o seu preço seja igual a zero. A solução de fundamentos (q_f) é igual ao valor presente dos fluxos dos serviços da moeda. Isto é:[6]

$$q_f\left(t\right)=\int_t^{\infty}e^{-\rho(\tau-t)}\frac{s\left(m\right)}{M}\;d\tau \tag{8}$$

A afirmação de que a moeda é um ativo financeiro usado como meio de trocas e seu preço é igual ao valor presente dos fluxos de serviços de liquidez que ela produz deve ser qualificada. Esta proposição baseia-se no seguinte teorema: O preço da moeda é dado por (8) se e somente se $r=r(m)$ e $r=\rho+\pi$, onde $r(\;)$ é a função inversa da equação de demanda de moeda e $r=\rho+\pi$ é a equação de Fisher. A demonstração de que esta condição é suficiente já foi feita na obtenção de (8). Para demonstrar que esta condição é necessária basta derivar a expressão (8) com relação ao tempo e usar a definição da função $s(m)$.

3. Equilíbrio Múltiplo

Para analisar a questão de equilíbrio múltiplo admita-se que o estoque nominal de moeda é constante e igual a uma unidade: $M=1$. Esta hipótese simplifica o problema sem acarretar nenhuma perda de generalidade.[7] A equação diferencial (5) torna-se então,

$$\dot{q}=\rho q-s\left(q\right) \tag{9}$$

O diagrama de fases da figura 3 mostra que esta equação diferencial pode ter dois equilíbrios estacionários, ou apenas um, dependendo do limite da função $s(q)$, quando o preço da moeda aproxima-se de zero,

$$\lim_{q\to 0_+} s\left(q\right)\begin{cases}=0\\>0\end{cases} \tag{10}$$

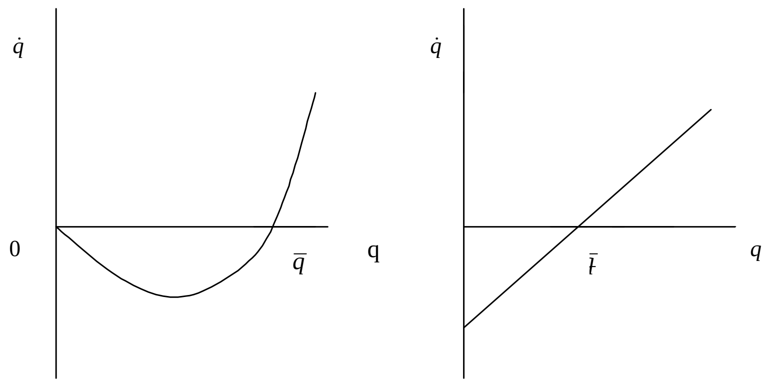
Quando a moeda for essencial este limite é positivo e existe apenas um equilíbrio. Quando a moeda não for essencial, o limite é igual a zero e existem dois pontos de equilíbrio. Num equilíbrio, a moeda não tem valor, e existem trajetórias de

[6] A equação (8) está implícita na seguinte afirmação de Friedman (1989:16): "The 'price' of money is the quantity of goods and services that must be given up to acquire a unit of money – the inverse of the price level. This is the price that is analogous to the price of land or of copper or of haircuts. The 'price' of money is not the interest rate, which is the 'price' of credit. The interest rate connects stocks with flows – the rental value of land with the price of land, the value of the service flow from a unit of money with the price of money."

[7] A questão de equilíbrio múltiplo foi analisada, entre outros, por Obstfeld e Rogoff (1983), Barbosa e Sallum (2002) e Barbosa e Cunha (2003).

hiperinflação que conduzem o valor da moeda para zero. As trajetórias que conduzem ao equilíbrio no qual o preço da moeda é igual a zero têm sido denominadas de bolhas. Todavia, elas não correspondem a soluções de bolhas propriamente ditas porque o valor da moeda em equilíbrio é igual a zero em virtude dos fluxos de serviços de liquidez da moeda neste caso serem iguais a zero.

Figura 3



a) Equilíbrio Múltiplo b) Equilíbrio Único

Como verificar empiricamente qual das duas situações é a relevante na prática? A resposta para esta pergunta é simples, porque se a moeda é essencial a elasticidade da quantidade real de moeda com relação à taxa de inflação é menor do que ou igual a um em valor absoluto. Quando a moeda não é essencial tal fato não ocorre. Logo, em princípio, dados de experiências de hiperinflação podem ser usados para testar esta hipótese.

4. Indeterminação do Preço da Moeda

O preço da moeda é indeterminado quando o Banco Central fixa a taxa de juros nominal $(r = \bar{r})$.[8] Nestas circunstâncias, o fluxo de serviços é constante,s$(m) = \bar{s}$, mas a quantidade nominal de moeda não é determinada. Logo, a equação diferencial (5) é dada por:

[8]Esta proposição está contida, por exemplo, em Patinkin (1965) e Sargent e Wallace (1975). McCallum (1986) mostra que a mudança da regra de política monetária resolve o problema da indeterminação.

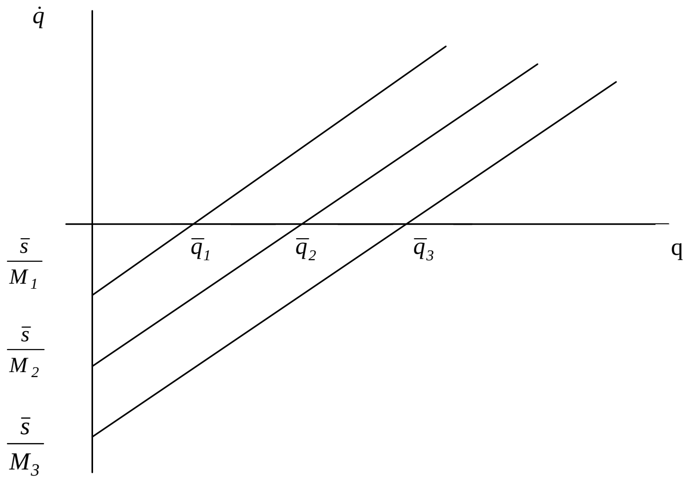
$$\dot{q} = \rho q - \frac{\bar{s}}{M} \tag{11}$$

O diagrama de fases da figura 4 mostra que para cada valor de M existe um valor de equilíbrio para o preço da moeda. A indeterminação pode ser resolvida caso o Banco Central mude a regra de fixação da taxa de juros, para uma regra do tipo:

$$r = \bar{r} + \alpha\left(\bar{q} - q\right), \alpha > 0 \tag{12}$$

onde $\bar{q}$ é a meta do preço da moeda para o Banco Central. Em equilíbrio, quando $r = \bar{r}$, $q = \bar{q}$, e o preço é determinado.

Figura 4



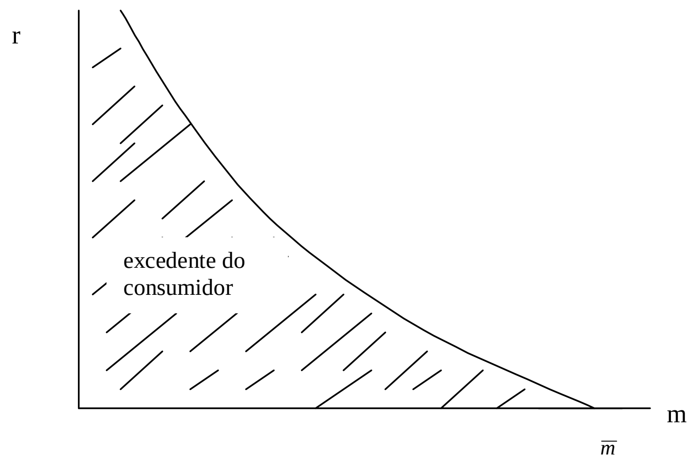
5. Quantidade Ótima de Moeda

O custo privado de oportunidade de reter moeda é a taxa de juros nominal. Numa economia com moeda sem lastro, o custo social de produzir a moeda é igual a zero. Nesta economia, como mostra a figura 5, o excedente do consumidor é máximo quando a taxa de juros nominal for igual a zero, e a quantidade real demandada de moeda igual a $\bar{m}$.[9] O valor dos fluxos de serviços da moeda, neste

[9] O trabalho clássico sobre a quantidade ótima de moeda deve-se a Friedman (1969). Neste artigo ele analisa o problema num modelo de equilíbrio geral, ao invés de equilíbrio parcial como

caso, é igual a zero: $s(\bar{m}) = 0$.

Figura 5



Quando o valor dos serviços de liquidez da moeda é igual a zero, a equação diferencial (5) é, então, dada por:

$$\dot{q} = \rho \; q \tag{13}$$

ou seja, o preço da moeda cresce a uma taxa igual à taxa de juros real da economia. O preço da moeda, pelos fundamentos, é igual a zero. Todavia, o preço da moeda é dado pelo componente de bolha. Esta solução pode parecer estranha, mas ela não é uma solução de bolha típica dos modelos de otimização intertemporal, em virtude da hipótese de existência de uma quantidade real de moeda finita quando a taxa de juros nominal é igual a zero. Ademais, a interpretação mais adequada neste caso não seria com uma bolha, mas com o preço de um ativo que não produz um fluxo de caixa como o ouro, cujo preço, em equilíbrio, num mundo sem incerteza e com mercados perfeitos, deve aumentar a uma taxa igual a taxa de juros real.[10]

estamos apresentando. Esta simplificação não acarreta nenhuma perda de generalidade, pois esta proposição tem sido analisada em diferentes contextos, e ela é bastante robusta, mesmo na presença de impostos distorcivos. Para uma análise da quantidade ótima de moeda em modelos de equilíbrio geral, em diferentes ambientes, ver as resenhas de Woodford (1990) e Chari e Kehoe (1999).

[10]A analogia neste caso é com a conhecida regra de Hotelling (1931) que aplica-se a recursos naturais não renováveis. Esta regra estabelece que o preço sombra de um recurso não renovável

A regra de Friedman, da taxa de juros nominal igual a zero, que determina a quantidade ótima de moeda sofre do problema da indeterminação analisado na seção anterior, se o Banco Central decidir implementá-la fixando a taxa de juros. O preço da moeda, nesta economia, no instante inicial não está definido, pois o valor presente dos fluxos dos serviços de liquidez da moeda é igual a zero, Esta condição, portanto, não pode ser usada para calcular o preço inicial da moeda. Logo, o Banco Central pode escolher qualquer valor inicial, de acordo com a regra modificada da equação (12). Isto equivale a dizer que existe um número infinito de trajetórias para o preço da moeda.

Qualquer que seja o seu valor inicial, o preço da moeda tem de satisfazer a condição de que ele cresça a uma taxa igual a taxa de juros real da economia. O Banco Central ao invés de fixar a taxa de juros pode, portanto, implementar a política monetária ótima estabelecendo a trajetória da quantidade de moeda, com o estoque nominal diminuindo a uma taxa igual a taxa de juros real. As duas formas de implementar a política ótima são equivalentes desde que o preço inicial escolhido na regra da taxa de juros corresponda ao estoque inicial de moeda da trajetória do estoque nominal de moeda.

6. Hiperinflação: Bolhas

A hiperinflação é o fenômeno no qual o preço da moeda converge para zero num tempo finito ($\lim_{t \to T} \ q_t = 0, 0 < T < \infty$). O modelo clássico de hiperinflação supõe que a emissão de moeda financia um déficit público (g)constante em termos reais ($g = \bar{g}$).[11] Isto é:

$$\dot{M} \ q = \bar{g} \tag{14}$$

deve crescer a uma taxa igual a taxa de juros. Quando o custo marginal de extração do recurso não renovável é igual a zero, o preço deste ativo aumenta a uma taxa igual a taxa de juros.

[11] O trabalho clássico sobre hiperinflação deve-se a Cagan (1956). A hipótese de um déficit real constante financiado por moeda foi certamente inspirada no artigo de Cagan, mas não foi feita por ele. Sargent e Wallace (1973) foram os primeiros a adotarem esta hipótese. Bruno (1990), Barbosa (1989), Barbosa et alii (1993), também usaram esta hipótese em seus trabalhos.

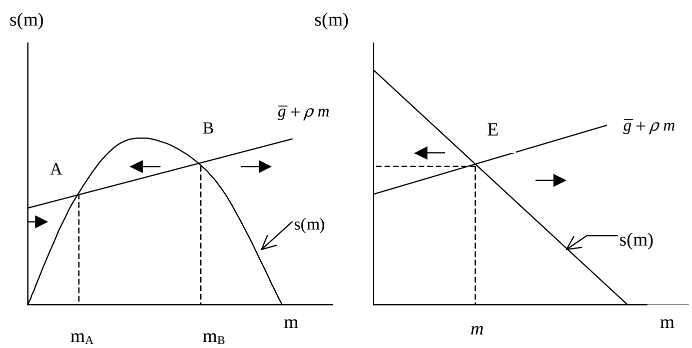
O preço da moeda é determinado pelas equações (5) e (14). Este modelo fica mais simples de ser analisado através da variável $m = Mq$. A equação diferencial de m é dada por:[12]

$$\dot{m} = \bar{g} + \rho m - s\,(m) \tag{15}$$

A figura 6 mostra duas possibilidades deste modelo dependendo do formato da função $s(m)$. No caso da figura 6a, existem dois pontos de equilíbrio. Em ambos os casos, o preço da moeda diminui a uma taxa constante, mas não existe hiperinflação, pois o equilíbrio do ponto A é estável como indica as setas do gráfico.

No caso da figura 6b existe apenas um ponto de equilíbrio e é possível a ocorrência de hiperinflação como uma bolha, de acordo com a seta direcionada para a origem.[13] Um caso particular ocorre na hipótese de s$(m = 0) = \bar{g}$. Isto é, quando o déficit público financiado por emissão de moeda for justamente igual ao valor dos serviços de liquidez da moeda, no ponto em que a quantidade real de moeda é igual a zero, existe um equilíbrio estacionário $[\dot{m} = m = 0]$ de hiperinflação. Esta possibilidade teórica não é muito atrativa do ponto de vista empírico porque não há registro histórico de que alguma hiperinflação tenha ocorrido de modo instantâneo.

Figura 6



a) Equilíbrio: Alta Inflação

b) Hiperinflação: Bolha

---

[12]Derivando-se $m = Mq$ com relação ao tempo tem-se $\dot{m} = \dot{M}q + M\dot{q}$. Por hipótese $\dot{M}q = \bar{g}$ e da equação (5) $\dot{M}q = \rho qM - s(m) = \rho m - s(m)$. Substituindo-se estes resultados na equação de $\dot{m}$ obtém-se, então, a equação (15).

[13]Flood e Garber (1994) testaram e rejeitaram a hipótese de que a hiperinflação alemã tenha sido gerada por bolha.

7. Hiperinflação: Fundamentos

O fenômeno da hiperinflação pode ser gerado num modelo com três ingredientes básicos: i) déficit público financiado através da emissão de moeda; ii) crise fiscal com o déficit público aumentando com o passar do tempo, e iii) moeda essencial.[14] Analiticamente, estas três hipóteses podem ser escritas do seguinte modo:

$$\dot{M}\ q = g \tag{16}$$

$$g = g\left(t\right), g' > 0 \tag{17}$$

$$\lim_{m \to 0^+} s\left(m\right) > 0 \tag{18}$$

Combinando-se estas três equações com a equação (5), obtém-se uma equação igual à equação (15), exceto pelo fato de que g não é uma constante. Isto é:

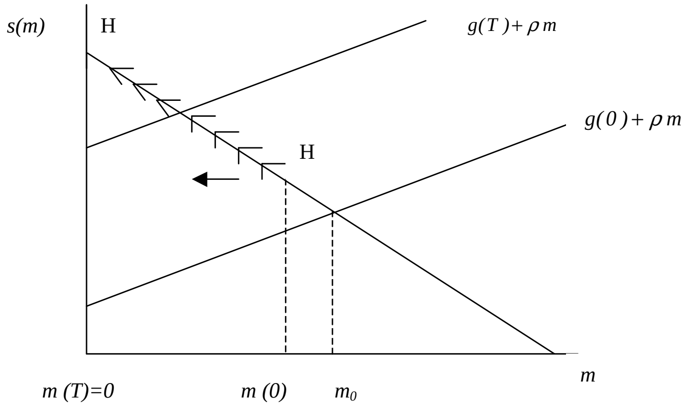
$$\dot{m} = g\left(t\right) + \rho m - s\left(m\right) \tag{19}$$

Esta equação diferencial não é uma equação autônoma porque $g(t)$ varia com o tempo, mas mesmo assim é possível fazer uma análise gráfica da dinâmica do modelo.

A figura 7 mostra uma representação gráfica do modelo. No instante inicial, o déficit público financiado por moeda é igual a $g(0)$, e o estoque real de moeda é igual a $m(0)$. Este valor inicial do estoque real de moeda é uma variável endógena do modelo, e sua determinação não é trivial.[15] O valor m_0 da figura 7 corresponde ao ponto em que a variação do estoque real de moeda é nula $[\dot{m}\left(0\right) = 0 \Longrightarrow g\left(0\right) + \rho m_0 = s\left(m_0\right)]$. Como a quantidade real de moeda diminui durante o processo de hiperinflação, o valor inicial $m(0)$ está à esquerda de m_0 como indicado na figura 7. A economia descreve, então, a trajetória de hiperinflação HH num intervalo de tempo finito T, ao final do qual o valor da moeda foi destruído.

[14] Este modelo é apresentado em Barbosa e Sallum (2002) e Barbosa et alii (2005).
[15] Para a determinação deste valor inicial ver Barbosa et alii (2005).

Figura 7



Quando a moeda não é essencial (figura 6a), a hipótese de que o déficit público financiado por moeda varia com o tempo não é capaz de produzir uma trajetória de hiperinflação, mas sim uma hiperinflação instantânea, pois a quantidade real de moeda no instante inicial é igual a zero. Portanto, neste modelo, a condição necessária e suficiente para que exista uma trajetória de hiperinflação é de que a moeda seja essencial.

8. Dolarização: Substituição da Moeda Doméstica

O uso da moeda estrangeira como meio de trocas, além da moeda doméstica, ficou conhecido na América Latina pelo nome de dolarização.[16] Esta substituição da moeda local afeta a quantidade real demandada de moeda, e conseqüentemente o valor dos serviços de liquidez da mesma.

A liquidez da economia quando existe substituição de moeda pode ser especificada através de uma função do tipo CES, cujos argumentos são as quantidades reais da moeda doméstica e da moeda estrangeira:

$$\ell = \gamma \ \left[\delta m^{-\phi} + (1-\delta)\, m_f^{-\phi}\right]^{-\frac{1}{\phi}} \tag{20}$$

[16] Uma resenha sobre o fenômeno de substituição da moeda é apresentada em Calvo e Végh (1996).

onde γ, δ e ϕ são parâmetros. A quantidade real de moeda estrangeira é obtida multiplicando-se a quantidade nominal de moeda estrangeira usada na economia local como meio de trocas pela taxa de câmbio, e dividindo-se este resultado pelo índice de preços doméstico. A elasticidade de substituição é definida por: $\sigma = 1/(1+\phi)$. Quando $\phi \to -1$, a elasticidade de substituição é infinita e as duas moedas são substitutas perfeitas. Quando $\phi \to -\infty$, a elasticidade de substituição é zero, e as moedas não são substitutas. Quando $\phi = 0$, a elasticidade de substituição é igual a um, e a função é Cobb-Douglas.

As equações de demanda da moeda doméstica e da moeda estrangeira podem ser derivadas a partir de um modelo no qual a liquidez é um argumento da função utilidade, que é aditiva no consumo e na liquidez, $U = u(c) + v(\ell)$, satisfazendo as propriedades tradicionais da teoria do consumidor. A taxa marginal de substituição entre consumo e moeda doméstica, em equilíbrio, é igual à taxa de juros doméstica:

$$\frac{\frac{\partial v}{\partial \ell}\frac{\partial \ell}{\partial m}}{\frac{\partial u}{\partial c}} = r \tag{21}$$

e a taxa marginal de substituição entre consumo e moeda estrangeira, em equilíbrio, é igual à taxa de juros externa:

$$\frac{\frac{\partial v}{\partial \ell}\frac{\partial \ell}{\partial m_f}}{\frac{\partial u}{\partial c}} = r^* \tag{22}$$

Dividindo-se a equação (21) pela equação (22) e levando-se em conta a especificação da liquidez obtém-se:

$$\frac{m}{m_f} = \left[\frac{\delta}{1-\delta}\frac{r}{r^*}\right]^{-\sigma} \tag{23}$$

A proporção entre os estoques das moedas doméstica e estrangeira depende da relação entre as taxas de juros. Quando a relação entre as taxas de juros aumenta de 1%, a proporção entre os estoques diminui de σ%, onde σ é a elasticidade de substituição entre as moedas.

O valor dos serviços de liquidez da moeda doméstica pode ser facilmente obtido da equação (21) admitindo-se, para simplificar, que $v(\ell) = \log\ \ell, u(c) = \log\ c$, e $c = 1$. Isto é:[17]

$$s(m, m_f) = \frac{1}{1 + \frac{1-\delta}{\delta}\left(\frac{m}{m_f}\right)^{\phi}} \tag{24}$$

Quando a elasticidade de substituição for menor ou igual a um, $\phi \geq 0$, é fácil verificar que:

$$\frac{\partial s(m, m_f)}{\partial m} \leq 0 \tag{25}$$

e

$$\frac{\partial s(m, m_f)}{\partial m_f} \geq 0 \tag{26}$$

A desigualdade (25) afirma que o valor dos serviços da moeda aumenta (diminui) quando a quantidade real de moeda diminui (aumenta) se a elasticidade de substituição entre as moedas for menor ou igual a um. Nestas circunstâncias, a desigualdade (26) diz que o valor dos serviços da moeda aumenta (diminui) quando o estoque real da moeda estrangeira aumenta (diminui).

A conclusão deste tipo de modelo de substituição da moeda doméstica é que seu preço é afetado pela existência de outra moeda que lhe substitui na função de meio de trocas. Este efeito depende da elasticidade de substituição entre as duas moedas. Quando a elasticidade for menor ou igual a um, a presença da moeda estrangeira não afeta a essencialidade da moeda doméstica.[18] Todavia, se a elasticidade de substituição for maior do que um a moeda doméstica torna-se descartável. Uma possível extensão deste modelo seria tratar a elasticidade de substituição como um parâmetro variável, e analisar a bifurcação do sistema dinâmico na vizinhança do ponto em que a elasticidade de substituição é igual a um.[19]

[17]Como $\frac{\partial v}{\partial \ell} = \frac{1}{\ell}, \frac{\partial u}{\partial c} = \frac{1}{c} = 1$, e $\frac{\partial \ell}{\partial m} = \frac{\ell m^{-\phi-1}}{\partial m^{-\phi} + (1-\delta) m_f^{-\phi}}$, segue-se da condição de equilíbrio (21) que $\frac{\partial v}{\partial \ell}\frac{\partial \ell}{\partial m} = \frac{\delta m^{-\phi-1}}{\delta m^{-\phi} + (1-\delta) m_f^{-\phi}} = r$. Desta expressão obtém-se o valor dos serviços da moeda s$(m, m_f) = rm$ da equação (24).

[18]Esta proposição está demonstrada em Barbosa e Cunha (2003).

[19]Para um exemplo de aplicação de bifurcação em modelos de hiperinflação ver Barbosa et alii (1993).

9. Rigidez do Preço da Moeda

Nos modelos com preços flexíveis e expectativas racionais, a política monetária antecipada não produz efeitos sobre as variáveis reais da economia. A hipótese de rigidez dos preços é capaz de explicar o fato de que a moeda não é neutra no curto prazo.[20]

No modelo de precificação da moeda como um ativo financeiro, apresentado nas seções anteriores, a taxa de juros real era suposta constante e o preço da moeda poderia mudar repentinamente de valor para atender à equação de arbitragem. A rigidez do preço da moeda no curto prazo impede que isto ocorra. Neste caso, o efeito liquidez supõe que a taxa de juros real muda de valor repentinamente para satisfazer à equação de arbitragem. A hipótese por trás deste comportamento é de que os mercados financeiros ajustam-se mais rapidamente do que os mercados de bens e serviços, onde o preço da moeda é determinado. Uma especificação consistente com esta hipótese é a seguinte:

$$\dot{\rho} = \alpha \left(\bar{\rho} - \rho \right), \alpha > 0 \tag{27}$$

onde $\bar{\rho}$ é a taxa de juros real de longo prazo. O problema com esta equação é a falta de micro-fundamentos que a justifiquem.[21] Todavia, do ponto de vista empírico, ela é consistente com os fatos observados.

O preço da moeda e a taxa de juros real são agora determinados pelo sistema dinâmico de duas equações diferenciais:

---

[20] A proposição de que a moeda não é neutra no curto prazo tem uma longa história na teoria econômica, e uma citação clássica é Hume (1970) que escreveu em 1752. Nos últimos cinquenta anos os trabalhos mais importantes sobre este tema foram Friedman (1968) e Lucas (1972). A questâo da rigidez dos preços foi tratada em Friedman (1971) com expectativa adaptativa e nos artigos de Fischer (1977) e Taylor (1979) com expectativas racionais.

[21] Esta equação pode ser derivada, por exemplo, de um modelo macroeconômico bastante simples com três equações: uma curva de Phillips, uma curva IS e uma regra de política monetária à la Taylor. A curva de Phillips supõe rigidez de preços e inércia na taxa de inflação, com a aceleração da taxa de inflação proporcional ao hiato do produto: $\dot{\pi} = \delta \left(y - \bar{y} \right), \delta > 0$. A curva IS é analiticamente representada por: $y - \bar{y} = -\gamma \left(\rho - \bar{\rho} \right), \gamma > 0$. Isto é, o hiato do produto é proporcional à diferença entre a taxa de juros real e a taxa de juros real de pleno emprego. A regra de política monetária supõe que o Banco Central fixa a taxa de juros nominal levando em conta o hiato do produto e a diferença entre a taxa de inflação e a meta fixada para a mesma, de acordo com: $r = \bar{\rho} + \pi + \beta \left(\pi - \bar{\pi} \right) + \phi \left(y - \bar{y} \right), \beta > 0, \phi > 0$. Derivando-se ambos lados da regra de política monetária com relação ao tempo obtém-se: $\dot{\rho} = \beta \, \dot{\pi} + \phi \, \dot{y}$. Da curva IS tem-se $\dot{y} = -\gamma \, \dot{\rho}$. Logo, $\dot{\rho} = \beta \, \dot{\pi} - \gamma \phi \dot{\rho}$, ou seja: $\dot{\rho} = \beta \, \dot{\pi} / \left(1 + \gamma \phi \right)$. Combinando-se as curvas de Phillips e IS resulta em: $\dot{\pi} = -\delta \gamma \left(\rho - \bar{\rho} \right)$. Substituindo-se esta expressão na equação anterior tem-se: $\dot{\rho} = \alpha \left(\bar{\rho} - \rho \right)$, onde $\alpha = \beta \gamma \delta / \left(1 + \gamma \phi \right)$.

$$\begin{cases} \dot{q} & = & \rho\, q - s\,(Mq)\,/M \\ \dot{\rho} & = & \alpha\,(\bar{\rho} - \rho) \end{cases}$$

cuja matriz jacobiana é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \rho} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho - s' & q \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz no ponto de equilíbrio estacionário é negativo se $s' < 0$. Isto é:

$$|J| = -\alpha\,(\bar{\rho} - s') < 0$$

Logo, o ponto de equilíbrio do sistema dinâmico é um ponto de sela, como indicado no diagrama de fases da figura 8. Na sela SS o preço da moeda e a taxa de juros real são correlacionados negativamente.

Figura 8

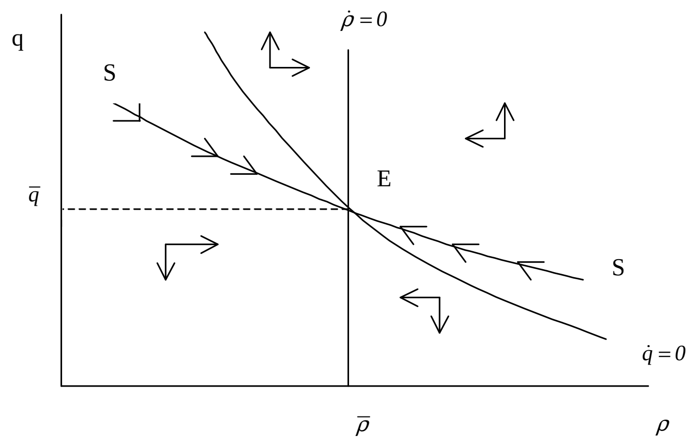
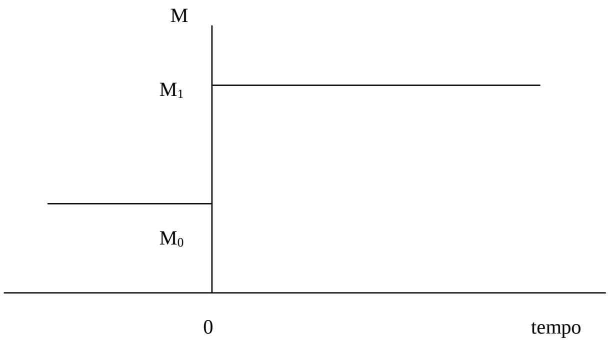
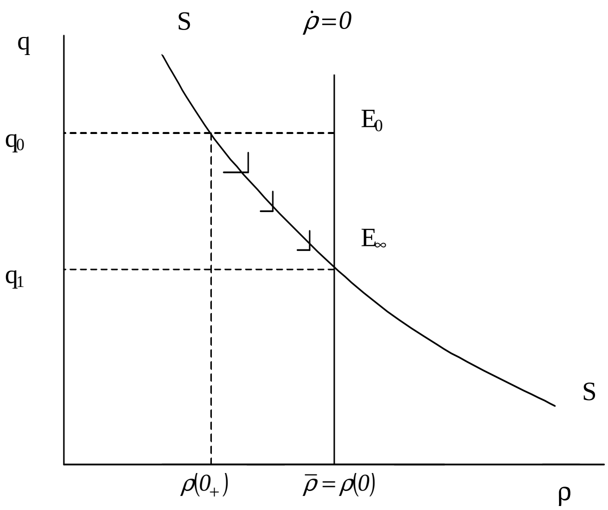


Figura 9



Considere o experimento de um aumento não antecipado de estoque de moeda de M0 para M1, como descrito na figura 9. O diagrama de fases da figura 10 mostra a dinâmica e o equilíbrio do modelo quando ocorre o choque monetário. Como o preço da moeda é rígido no curto prazo, a taxa de juros real muda instantaneamente de $\rho(0)$ para $\rho\,(0_+)$, e gradualmente converge para o equilíbrio de longo prazo. O preço da moeda cai gradualmente até atingir o valor q_1 no novo estado estacionário.

Figura 10



10. Conclusão

Os micro-fundamentos necessários para explicar de modo convincente os serviços de liquidez produzidos pela moeda constituem-se num desafio ainda não resolvido pela teoria monetária. Qualquer que seja o avanço nesta área no futuro próximo, estes micro-fundamentos devem ser consistentes com a evidência empírica acumulada desde meados do século passado sobre a equação de demanda de moeda. Todavia, esta lacuna não impede que na teoria monetária convencional o preço da moeda, no longo prazo, seja determinado através da análise do comportamento das variáveis que afetam a oferta e a demanda de moeda.

Este trabalho mostra que a combinação das equações de demanda de moeda e de Fisher permite interpretar o preço da moeda como resultado de um mecanismo de arbitragem, de modo semelhante ao que ocorre com os demais preços dos ativos financeiros. O preço da moeda, como qualquer ativo, é igual ao valor presente do fluxo de caixa que ela produz ao longo de sua existência. A diferença entre a moeda e os demais ativos financeiros é que o fluxo de caixa da moeda corresponde ao fluxo de serviços de liquidez que ela proporciona através de sua função de meio de trocas. Esta abordagem tem a vantagem de tratar de modo unificado, sistemático, e bastante simples, vários tópicos da teoria monetária que foram apresentados neste trabalho.

Referências

Barbosa, F. H. (1989). As origens e consequências da inflação na América Latina. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 19:505–523.

Barbosa, F. H. (1993). Hiperinflação e a forma funcional da equação de demanda de moeda. *Revista de Análise Econômica*, 20:93–110.

Barbosa, F. H. (2002). Hyperinflation: Inflation tax and economic policy regime. *Brazilian Review of Econometrics*, 22:215–238.

Barbosa, F. H. & Cunha, A. B. (2003). Inflation tax and money essentiality. *Economics Letters*, 78:187–195.

Barbosa, F. H., Cunha, A. B., & Sallum, E. M. (2005). Competitive equilibrium hyperinflation under rational expectations. Ensaios Econômicos da EPGE, n. 578.

Barbosa, F. H., Oliva, W. M., & Sallum, E. M. (1993). A dinâmica da hiperinflação. *Revista de Economia Política*, 13:5–24.

Barbosa, F. H. & Sallum, E. M. (2002). Hiperinflação: Um arcabouço teórico. *Revista Brasileira de Economia*, 56:517–549.

Bruno, M. e Fischer, S. (1990). Seigniorage, operating rules and high inflation trap. *Quarterly Journal of Economics*, 105:353–374.

Cagan, P. (1956). The monetary dynamics of hyperinflation. In *Studies in the Quantity Theory of Money*. Friedman, M. (org). University of Chicago Press, Chicago.

Calvo, G. & Végh, C. (1996). From currency substitution and beyond. In *Analytical and Policy Issues: Money, Exchange Rates and Output*. Calvo, G. (org). MIT Press, Cambridge, Ma.

Chari, V. V. & Kehoe, P. J. (1999). Optimal fiscal and monetary policy. In *Handbook of Macroeconomics, Vol. 1C*. Taylor, J. B. & Woodford, M. (orgs), Amsterdam: North Holland.

Fischer, S. (1977). Long-term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule. *Journal of Political Economy*, 85:191–206.

Flood, R. P. & Garber, P. M. (1994). Market fundamentals versus price-level bubbles: The first tests. In *Speculative Bubbles, Speculative Attacks and Policy Switching*. MIT Press, Cambridge, Ma. Flood, R. P. & Garber, P. M.

Friedman, M. (1956). The quantity theory of money – a restatement. In *Studies in the Quantity Theory of Money*. Friedman, M. (org). University of Chicago Press, Chicago.

Friedman, M. (1968). The role of monetary policy. *American Economic Review*, 58:1–17.

Friedman, M. (1969). The optimum quantity of money. In *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Friedman, M. (org). Aldine, Chicago.

Friedman, M. (1971). *A Theoretical Framework for Monetary Analysis*. NBER, Columbia University Press, Nova York.

Friedman, M. (1989). Quantity theory of money. In *Money – The New Palgrave*. Eatwell, J. ; Milgate, M. & Newman, P. (orgs). W. W. Norton, Nova York.

Hotelling, H. (1931). The economics of exhaustible resources. *Journal of Political Economy*, 39:137–175.

Hume, D. (1970). *Writings on Economics (Org. Por Eugene Rotwein)*. University of Wiscosin Press, Madison.

Keynes, J. M. (1923). *A Tract on Monetary Reform*. MacMillan, London.

Lucas, R. E., J. (1972). Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory*, 4:103–124.

McCallum, B. T. (1986). Price level determinacy with an interest rate policy rule and rational expectations. *Journal of Monetary Economics*, 8:319–329.

Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1983). Speculative hyperinflations in maximizing models: Can we rule them out? *Journal of Political Economy*, 91:675–687.

Patinkin, D. (1965). *Money, Interest and Prices*. Harper and Row, New York, 2 edition.

Sargent, T. J. & Wallace, N. (1973). Rational expectations and the dynamics of hyperinflation. *International Economic Review*, 14:328–350.

Sargent, T. J. & Wallace, N. (1975). Rational expectations, the optimal monetary instrument, and the optimal money supply rule. *Journal of Political Economy*, 83:241–254.

Taylor, J. B. (1979). Staggered wage setting in a macro model. *American Economic Review*, 69:108–113.

Walsh, C. E. (1998). *Monetary Theory and Policy*. MIT Press, Cambridge, Ma.

Woodford, M. (1990). The optimum quantity of money. In *Handbook of Monetary Economics, Vol. II*. Benjamin, M. F. & Hahn, F. H. (orgs), Amsterdam: North-Holland.