SÔBRE A TEORIA DO MULTIPLICADOR

Jorge Kingston

1. — Os compêndios usuais de teoria econômica costumam apresentar a teoria do multiplicador com certos defeitos de exposição, particularmente no que tange à confusão entre "rendimentos" e "recebimentos".

Na exemplificação apresentada pelos mesmos, está implícita a hipótese de que os rendimentos sucessivamente dispendidos constituem, na sua totalidade, os rendimentos de outros indivíduos nos períodos posteriores. Despreza-se a existência das emprêsas, através das quais se faz a repartição dêsses rendimentos; ou seja, admite-se a instantaneidade das transferências dos recebimentos de umas emprêsas às outras, até alcançarem os agentes finais da produção.

Muita razão assiste ao emérito professor Eugênio Gudin em ressaltar, nos seus excelentes *Princípios de Economia Monetária* (1), que esta esquematização se aparta da realidade, e em acentuar que, dos recebimentos efetuados num dado período, apenas uma parte constitui os "rendimentos", sôbre os quais se exerce a "propensão a consumir". Com efeito, parte dos recebimentos havidos pelas emprêsas é imediatamente transferida a outras fornecedoras de artigos manufaturados, ou semi-elaborados, ou ainda de matérias primas; tais pagamentos só vão constituir "rendimentos" dos agentes finais em períodos seguintes do processo econômico. Destarte, em cada etapa da produção ,apenas o "valor adicionado" é que contribuiu para o esquema multiplicativo da Renda Nacional.

Mostra ainda o Professor Gudin que o efeito final de amplificação do multiplicador é o mesmo em ambas as hipóteses; mas, ao contrário da lição dos textos usuais, a propagação dêsses efeitos

(1) — Rio de Janeiro, 1952, vol. 2, pág. 176. Também, do mesmo autor, «Alguns Reparos sôbre a Teoria do Multiplicador», **Revista Brasileira de Economia,** março/1951, pág. 137.

é agora muito mas lenta, o que afeta a eficácia do processo como um meio de incentivar a atividade econômica. No exemplo formulado, o efeito inicial de um dado recebimento se desdobra por um número "finito" de períodos; através dos redispêndios secundários, terciários, etc., obtém-se uma série infinita e convergente, que dá o valor da amplificação total.

No presente trabalho, procuramos determinar a expressão geral do multiplicador, sob uma hipótese mais lata, supondo que o efeito de cada um dos recebimentos parciais se propaga, esmorecendo, indefinidamente. Noutros têrmos, em vez de admitir que o valor adicionado é uma percentagem constante do valor *inicial*, subtendemos que êsse valor é uma percentagem constante do valor *residual* em cada etapa da produção. Por outro lado, faremos uma tentativa de avaliação do número de períodos necessários à plena propagação do efeito do multiplicador.

2. — Suponhamos que, num período i, as emprêsas recebem pagamentos no montante de R_i. Dos mesmos, distribuem a parte $d\%$ aos fatôres de produção (em salários, juros, dividendos, etc.), passando o restante a outras emprêsas, fornecedoras de materiais e serviços de consumo intermediário. Supondo o coeficiente de "propensão e consumir" de $c\%$, sôbre a parcela distribuída dR_i incidirá, no período $i + 1$, o consumo cdR_i. A parcela $(1 - d)\ R_i$, transmitida às emprêsas fornecedoras, assim como a resultante dos dispêndios acima, serão do mesmo modo subdivididas no período $i + 2$, guardando a mesma proporção de d para $1, - d$, isto é, entre o valor adicionado e os pagamentos a outras emprêsas; e assim sucessivamente.

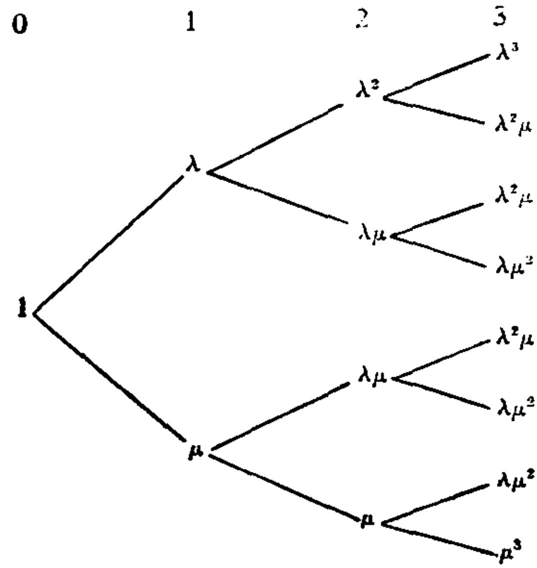
A fim de obter a expressão geral dos dispêndios num dado período, introduzamos os *operadores* λ e μ, definidos como $\lambda = cd$ e $\mu = 1 - d$, os quais permitem passar dos recebimentos R_i num dado período i respectivamente às despesas ou transferências a outras emprêsas no período seguinte. Isto é, temos que

$$\lambda\ R_i = [cdR_i]_{i+1}$$
$$\mu\ R_i = [(1 - d)\ R_i]_{i+1}$$

em que os índices denotam o período a que se referem os dispêndios.

A propagação dos dispêndios, a partir da quantia inicial, considerada igual à unidade, será então dada pelo esquema:

Períodos



Daí concluiu-se uma fórmula recurrente para determinar o total dos dispêndios em cada período. Temos

$$[\text{Dispêndios}]_i = \lambda \; [\text{Recebimentos}]_{i-1}$$

Ora, como cada recebimento dá origem a dois outros, correspondentes ao operadores λ e μ, o total dos recebimentos no período i será $(\lambda + \mu)^i$. Por conseguinte

$$[\text{Dispêndios}]_i = \lambda \; (\lambda + \mu)^{i+1}$$

A partir dessa fórmula, podemos organizar o quadro dos dispêndios nos períodos sucessivos:

Período	Dispêndios
0	1
1	λ
2	$\lambda \; (\lambda + \mu)$
3	$\lambda \; (\lambda + \mu)^2$
.	,,
.	,,
.	,,
i	$\lambda \; (\lambda + \mu)^{i-1}$

A soma total dos dispêndios até o período *i* será assim dada pela série

$$S_i = 1 + \lambda \; [\, 1 + (\lambda + \mu) + (\lambda + \mu)^2 + \ldots + (\lambda+\mu)^{i-1}]$$

$$= 1 + \lambda \left[\frac{1 - (\lambda + \mu)^i}{1 - (\lambda + \mu)} \right]$$

$$= 1 + \frac{c}{1 - c} \left\{ 1 - [1 - d\,(1 - c)]^i \right\}$$

Como $\lambda + \mu = 1 - d\,(1 - c)$, e d e c são menores do que a unidade, tem-se $\lambda + \mu < 1$, e a série é convergente. Por conseguinte para i tendente para o infinito, teremos

$$S_\infty = \frac{1 - \mu}{1 - (\lambda + \mu)} = \frac{1}{1 - c}$$

em consonância com a teoria clássica do multiplicador.

A variação dos resultados obtidos sob as diversas hipóteses pode ser melhor avaliada mediante um exemplo. Consideremos a propensão a consumir de 4/5, e a parte distribuída em cada etapa de 1/5. A teoria usual conduziria, no fim do sexto período, a um acréscimo de

$$\left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{4}{5}\right)^5 = 2{,}69$$

seja 269%. No esquema apresentado pelo professor Gudin, o acréscimo seria tão sòmente de 108%. Aplicando a fórmula ora deduzida, termos, $S_6 = 1{,}75$, isto é o acréscimo seria de apenas 75%. Como era de se prever, sob as novas hipóteses, a propagação do multiplicador é muito mais lenta do que na teoria clássica.

3. — Bem adverte o Prof. Gudin que, ao focalizar a atenção sôbre os rendimentos, embora o total da renda multiplicada seja o mesmo, o número de períodos necessários para que essa amplificação se realize é consideràvelmente maior.

Para medir o alongamento de tempo necessário para operar-se o efeito multiplicativo, não podemos, é claro, considerar o efeito total, que exige um tempo infinito. Consideremos, ao invés, a parte útil do multiplicador, isto é, aquela em que o seu efeito atinge uma proporção α %, do efeito total, e calculemos o número de períodos necessários de acôrdo com a condição $S_{\overline{i}} = \alpha S_{\infty}$

No caso da teoria usual, temos $\dfrac{1 - c^{i+1}}{1 - c} = \dfrac{\alpha}{1 - c}$

donde se conclui $i = \dfrac{\log \dfrac{1 - \alpha}{c}}{\log c}$

No caso generalizado, que vimos de considerar, resulta

$$\lambda \left[\frac{1 - (\lambda + \mu)^{i}}{1 - (\lambda + \mu)} \right] = \frac{\alpha}{1 - c} - 1$$

obtendo-se

$$i_{\alpha} = \frac{\log \dfrac{1 - \alpha}{c}}{\log [1 - d (1 - c)]}$$

Retomemos o exemplo anterior, com $c = 0{,}80$ e $d = 0{,}20$, e calculemos o tempo necessário para o multiplicador atingir 90 % de sua capacidade. Pela teoria usual viria

$$i = \frac{\log (0{,}1 \div 0{,}80)}{\log 0{,}80} = 9{,}3$$

A fórmula generalizada daria

$$i_{\alpha} = \frac{\log (0{,}1 \div 0{,}80)}{\log (1 - 0{,}20 \times 0{,}20)} = 50{,}9$$

4. — Podemos também calcular o *coeficiente de aumento* do número de períodos, comparando as duas expressões do parágrafo anterior:

$$\delta = \frac{i \propto}{i} = \frac{\log c}{\log [1 - d (1 - c)]}$$

Cumpre observar, que o coeficiente δ independe do valor de i; noutros têrmos, o alongamento do período se dá uniformemente durante todo o processo multiplicativo.

Por outro lado, o coeficiente δ tem um valor próximo da razão $\frac{1}{d}$. Com efeito, desenvolvendo os logaritmos em série temos (2)

$$\delta = \frac{(c - 1) - \frac{1}{2} (c - 1)^2 + \ldots}{d (c - 1) - \frac{1}{2} d^2 (c - 1)^2 + \ldots} \simeq \frac{1}{d} \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - d \right) \left(1 - c \right) \right]$$

No exemplo antes mencionado temos $d = 1/5$. Daí segue-se que δ é aproximadamente igual a 5; o têrmo corretivo é apenas 0,4, o que eleva o valor de δ a 5,4. Calculando pela fórmula exata, temos que $\delta = 5{,}47$.

5. — As fórmulas que vimos de deduzir padecem de um defeito: é que consideram constante a percentagem d do valor adicionado que é transmitido de uma a outra emprêsa.

Na realidade, a velocidade de transmissão dos rendimentos depende das características econômicas institucionais e conjunturais do país em foco. Ela é maior no caso de serviços pessoais de que no comércio, maior nas indústrias extrativas ou de manufaturas simples do que nas dependentes de vários estágios de produção, varia com a fase do ciclo econômico que se atravessa. Ao calcular o tempo que leva o rendimento inicialmente despendido para atin-

(2) — Dwight, H. B. — Tables of Integrals and other Mathematical Data (New York, 1934), pág. 116.

gir o produtor, cumpre considerar um percurso que, partindo do varegista, passasse, por exemplo, pelo atacadista, pelo industrial de produtos acabados, pelo industrial de semi-manufaturas, até chegar ao produtor de matérias primas, cada um dêsses elementos caracterizando-se por um particular valor do coeficiente *d*, e, ainda mais, participando do circuito econômico com intensidades diversas.

Seria possível substituir os diversos valores dos coeficientes $d', d'' \ldots d^k$, sujeitos *às ponderações* $S', S'' \ldots S^k$, por um único d, que conduzisse ao mesmo efeito final?

O total dos recebimentos, nesta última hipótese, seria $(\lambda + \mu)^k$, que deveria assim igualar

$$(\lambda + \mu)^k = (\lambda' + \mu')^{s'} (\lambda'' + \mu'')^{s''} \ldots (\lambda^k + \mu^k)\, s^k$$

sujeito à condição $S' + S'' + \ldots + S^k = K$

Ou seja, explicitando os valores dos operadores λ e μ,

$$[1 - d\,(1 - c)]^k = [\,1 - d'\,(1 - c]^{s'}\,[1 - d''\,(1 - c]^{s''} \ldots$$
$$\ldots [1 - d^k\,(1 - c)]^k$$

Resolvendo essa expressão relativamente a d, obtém-se

$$d = \frac{1}{1 - c} - \left[\left(\frac{1}{1 - c} - d' \right)^{s'} \left(\frac{1}{1 - c} - d'' \right)^{s''} \ldots \right.$$
$$\left. \ldots \left(\frac{1}{1 - c} - d^k \right)^{s^k} \right]$$

Dêste modo, calculando as fórmulas anteriores com o valor de d, definido como acima, encontramos o mesmo resultado para os períodos em que i seja múltiplo de k, e resultados aproximados para os períodos intermediários.

Valor adicionado em 1949

(Cr$ 1 000 000,00)

ESPÉCIE	VALOR TOTAL	ÍNDICE %	VALOR ADIC.	%
Comércio varejista (1)	63.412	22	—	22
» atacadista (2)	115.879	40	—	16
Produção manufatureira (3)	83.319	29	34.059	41
» semi-manuf. (3)	23.809	8	13.525	57
» extrativa (4)	1.457	1	1.200	82
	287.876	100		

(1) — VI Recenseamento — Censo Comercial e dos Serviços, pág. 10. O valor de d foi estimado pelo Recenseamento de 1940.

(2) — Idem, pág. 68.

(3) — VI Recenseamento — Censo Industrial, pág. 18. Consideraram-se como semi-manufaturas as classes: Transformação de minerais não-metálicos, metalúrgica, mecânica, madeira, papel e papelão, borracha, couros e peles; como manufaturas, as demais classes.

(4) — Recenseamento — Censo Industrial, pág. 18.

6. — Apliquemos as fórmulas deduzidas a um exemplo, que se aproxime das condições de nosso país. Pelo Recenseamento de 1950, podemos organizar o quadro anexo, dando o valor adicionado. Admitindo uma propensão a consumir de c = 0,80, teremos que os coeficientes d' e d^k poderão ser substituídos pelo coeficiente único d = 0,34.

Calculemos o tempo necessário para que o multiplicador atinja 90 % do efeito total, isto é, = 0,90. Será então

$$x = \frac{\log (0{,}1 \div 0{,}80)}{\log (1 - 0{,}34 \times 0{,}20)} = 29{,}5$$

A teoria clássica daria nesse caso como vimos, apenas 9,3.

7. — Vê-se assim que a existência de uma defazagem entre os recebimentos pelas emprêsas e os pagamentos aos fatôres produtivos desempenha um papel capital na determinação do compasso de tempo necessário para que o multiplicador exerça sua ação amplificadora.

As fórmulas que encontramos pressupõem uma estrutura esquematizada, mas ao menos permitem avaliar a ordem de grandeza do período do multiplicador; a determinação do valor real dêste último depende, evidentemente, de investigações estatísticas, que levem em conta tôdas as peculiaridades estruturais e a situação conjuntural da economia do país.

SUMMARY

The Author points out that there is a certain ambiguity in the presentation of the multiplier mecanism as shown in the textbooks of economic theory. The inaccuracy, according to him, emmerges from the hypothesis which implies in the instantaneous transfers of receipts between enterprises till they reach the final production agents.

In the present article the Author tried to determine the general expression of the multiplier within a wider sense which assumes that the effect of each partial receipt spreads in such a way that it fades away indefinitely. In other words, instead of supposing that the production net value added is a constant of the initial value, the Author admits that it is a constant of the residual value Along the productive process. Besides, the Author makes an effort to determine the number of periods which would be necessary for a complete propagation of the effects of the multiplier.

After reaching a general expression of the multiplier the Author calculates, on the basis of results of economic censuses in Brazil, a magnitude of the multiplier within the usual hypothesis and the hypothesis considered here.

The Author concludes that the existance of a time-lag between receipts collected by enterprises and payments made to factors of production is an important factor in determining the period of time necessary for the multiplier to carry out its amplifying effect. In conclusion he points out that the formulas which he worked out, although they assume a frame which is too simplified, they

allow for the calculation of length of time of the multiplier period, and that the determining of the true value of same depends, obviously, on statistical observations which take into account the structural characteristics and the short-run situation of each economy.

RESUME

L'auteur signale que le mécanisme du multiplicateur tel qu'il est exposé dans les manuels ordinaires de théorie économique pré sente une certaine ambiguité. L'imprécision découle, selon lui, de hypothèse qui admet l'instantanéité des transférences de payements d'une entreprise à l'autre, jusqu'à ce qu'ils atteignent les agents ultimes de la production.

Dans cet article, l'auteur se propose de déterminer l'expression générale du multiplicateur à l'intérieur d'une hypothèse plus large, laquelle suppose que l'effet de chacun des payements partiels se propage de telle manière qu'il s'affaiblit indéfiniment. En d'autres termes, au lieu de supposer que la valeur nette ajoutée de la production représente un pourcentage consystant de la valeur initiale, l'alteur admet qu'elle représente un pourcentage constant de la valeur résiduelle dans chacune des phases du processus productif. Il se propose, en outre, de déterminer le nombre de périodes nécessaires à la propagation totale des effets du multiplicateur.

Une fois atteinte l'expression généralisée du multiplicateur, l'auteur, se basant sur les résultats des recensements économiques brésiliens, calcule l'amplitude du multiplicateur à l'intérieur de hypothèse ordinaire et à l'intérieur de l'hypothèse ici utilisée.

L'auteur conclut que l'existence d'un déphasage entre les payements reçus par les entreprises et les payements faits aux facteurs productifs joue un rôle capital dans la détermination de l'espace de temps nécessaire pour que le multiplicateur exerce son action amplificatrice. Il signale que les formules déterminées par lui, bien que supposant une structure par trop schématisée, permettent d'évaluer l'ordre de grandeur de la période du multiplicateur et que la détermination de la valeur réelle de ce dernier dépend, évidemment, d'observations statistiques qui tiendront compte des caractéristiques structurelles et de la conjoncture de chaque économie.