

# MISÉRIA OU ABUNDÂNCIA: ALGUNS MODELOS DE CRESCIMENTO PARA ECONOMIAS SUBDESENVOLVIDAS

LÚCIA SILVA KINGSTON (\*)

*"Yet after all there is no harm in being sometimes wrong — especially if one is promptly found out"*  
(J. M. Keynes in "Alfred Marshall, 1842-1924",  
*Economic Journal*, 1924, pág. 345).

## 1 — INTRODUÇÃO

### 1.1 — *A Teoria do Desenvolvimento Econômico em sua Perspectiva Histórica*

O estudo dos fenômenos de crescimento econômico só recentemente desenvolveu-se a ponto de constituir um capítulo autônomo na evolução do pensamento econômico. Este, expandiu-se predominantemente no sentido da análise dos aspectos estáticos dos fenômenos e, quando se passava à dinâmica, era sobretudo da teoria dos ciclos econômicos de que se cogitava, considerados estes como movimentos oscilatórios para cuja análise era necessário eliminar previamente a tendência secular subjacente.

É certo que houve precursores.<sup>1</sup> Malthus trouxe uma contribuição fundamental à dinâmica econômica a longo prazo. A sua teoria populacional levava a conclusões as mais pessimistas: a taxa potencial de cresci-

\* Centro de Aperfeiçoamento para Economistas, da Fundação Getúlio Vargas.

1) Veja-se, a propósito, o detalhado estudo de I. Adelman — *Theories of Economic Growth and Development* (Stanford, 1961).

mento das populações tenderia a exceder a taxa de crescimento dos bens que elas seriam capazes de produzir. Mas, a propensão a procriar persistiria muito forte, de modo que a quota de produção *per capita* tenderia a baixar até o nível de subsistência. Quando falhassem os meios preventivos, o que geralmente aconteceria pela ignorância vigente entre as populações pobres, ou por preconceitos sociais e religiosos, então seria a miséria — para não falar nas pestes e nas guerras — que condicionariam o crescimento populacional às possibilidades de utilização dos fatores naturais segundo a técnica de que dispusessem.

Os economistas clássicos previam assim:

“The development of the economy from a progressive state into a stationary state, the latter generally being considered less desirable than the former. This was considered to be a tendency manifesting itself through the whole of history, although the ultimate arrival at the stationary state with no net investment, subsistence wages, and low or even zero profits could possibly be postponed indefinitely by a stream of highly productive inventions.”<sup>2</sup>

Marx e Shumpeter constituem duas outras tentativas de construir uma teoria dinâmica capaz de explicar a evolução histórica dos fatos econômicos.

A primeira é baseada na conhecida “interpretação materialista da história”. O segundo procura as forças que impelem o progresso econômico no processo capitalista, e, encontra-as no conceito das “inovações”.

Mas, estas teorias, embora constituindo a *magnificent dynamics* a que alude Baumol, não alcançam uma explicação para as “dissimilaridades econômicas” que constatamos no mundo em que vivemos. Assim,

“There are regions where millions of people starve, others where such experiences are long since forgotten; there are regions where productivity is hampered by lack of the most obvious of tools and technological improvements; there are nations where people wade in books and magazines, others where the illiterates are in the majority; there are parts of the world where animals can have better medical attention than people in other areas get.”<sup>3</sup>

Dêste modo, o pós-guerra viu um renovado interesse em obter uma explicação para os fatores determinantes da evolução econômica, de

2) Baumol, W. J. — *Economic Dynamics* (New York, 1951), pág. 12.

3) Hæavelmo, T. — *A Study in the Theory of Economic Evolution* (Amsterdam, 1954).

modo a poder atuar o mais prestes possível, para eliminar as mencionadas “dissimilaridades” de nosso mundo.

### 1.2 – Os “Modelos” na Economia Quantitativa

O desejo de não apenas obter uma explicação, mas de poder também atuar, levou os economistas a usarem, cada vez mais, nas investigações da economia quantitativa, os chamados “modelos”.

Um modelo é constituído por um sistema de relações algébricas que descreve a interdependência das variáveis de um sistema econômico em globo, ou de algumas de suas partes.

O modelo compreende um conjunto de variáveis, um conjunto de relações ligando as mesmas, e um conjunto de parâmetros definidores das relações.

a) *Variáveis* — As variáveis integrantes do sistema são as quantidades, preços e valores relativos à produção, consumo e acumulação de capital. Consideraremos, para simplificar, modelos fechados, isto é, nos quais inexistem as transações internacionais.

Designaremos as variáveis por letras maiúsculas quando se referirem aos agregados concernentes à economia global, e por minúsculas às grandezas *per capita*.

b) *Relações* — As variáveis são interligadas mediante um certo número de (i) identidades contábeis e (ii) relações funcionais. As primeiras resultam da consolidação das contas no sistema de contabilidade nacional. As relações introduzidas no modelo traduzem os diferentes aspectos, seja do comportamento humano, seja da tecnologia.

c) *Parâmetros* — A maioria das relações funcionais contém parâmetros ou constantes. A determinação dos mesmos reduz-se a um problema de “estimação” estatística. No presente trabalho não nos deteremos nessa parte, porque nossa finalidade não é aproximar o modelo da realidade em nosso país, mas deduzir as consequências que defluem teoricamente de um dado modelo.

Examinaremos, inicialmente, o modelo de Harrod, que pode ser considerado como uma extensão dinâmica da análise de Keynes.<sup>4</sup> Esse modelo, entretanto, não atende aos requisitos das economias subdesenvolvidas, sobretudo nos seus aspectos de planificação, pelo que passaremos a estudar o modelo construído por Mahalanobis para a Índia. Em seguida, tendo em vista a “revolução populacional” a que assistimos contemporaneamente nos países subdesenvolvidos, apresentaremos o modelo de Stone, onde é explicitamente introduzida como variável a taxa de crescimento demográfico.

4) Baumol, W. J. — *Opus cit.*, pág. 36.

## 2 — O MODELO HARROD-DOMAR

### 2.1 — A Interação entre Multiplicador e Acelerador

A moderna teoria keynesiana evidenciou a importância dos conceitos de *multiplicador* e *acelerador*. O primeiro traduz uma relação estável, o segundo revela uma tendência explosiva. O que resulta da combinação de ambos?

Os modelos desse tipo, desenvolvidos por Harrod e Domar, mostram que a ação conjunta do multiplicador e acelerador tende a produzir um crescimento firme e persistente da renda ou produção no decorrer do tempo.

É conhecida a interação entre multiplicador e acelerador. Um aumento dos investimentos  $\Delta I$  provoca um aumento de produção na proporção  $k\Delta I$ , sendo  $k$  o multiplicador, cujo valor é inverso da propensão marginal a poupar. O aumento da produção põe em funcionamento o acelerador e conduz a uma expansão dos investimentos *induzidos*. Este, por sua vez, são expandidos em consonância com o multiplicador, e assim sucessivamente.

### 2.2 — O Modelo de Harrod

Fundamentalmente, o modelo de Harrod<sup>5</sup> tem a seguinte estrutura:

- i) — uma primeira relação funcional expressa que a poupança  $S$  constitui uma proporção fixa  $\sigma$  da renda ou produto  $y$ , isto é:

$$S = \sigma y \quad (1)$$

- ii) — a segunda relação estabelece que o investimento  $I$  é uma proporção constante  $\alpha$  da taxa de variação da renda  $\frac{dy}{dt}$ , isto é

$$I = \alpha \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

- iii) — a terceira relação é a identidade keynesiana

$$S = I \quad (3)$$

5) Harrod, R. F. — *Towards a Dynamic Economic* (London, 1951).

De acôrdo com esta identidade, podemos igualar os segundos membros das funções (1) e (2), donde, com  $\varphi = \sigma/\alpha$ , obtém-se:

$$\frac{dy}{dt} = \varphi y \quad (4)$$

equação diferencial de primeira ordem, cuja integração leva à

$$\log_e y = \varphi t + \log_e A$$

sendo  $\log_e A$  a constante de integração; e, tomando-se os antilogarítmos,

$$y = Ae^{\varphi t} \quad (5)$$

Determinando a constante de integração de forma que o montante da renda na época  $t = 0$  seja  $y_0$ , temos finalmente

$$y = y_0 e^{\varphi t} \quad (6)$$

Dêste modo, o modelo de Harrod prevê um crescimento exponencial da renda ou produção, a taxa instantânea de crescimento sendo  $\varphi = \sigma/\alpha$ . Como a propensão marginal a poupar tem, geralmente, um diminuto valor em comparação com o coeficiente de inversões  $\alpha$ , segue-se que  $\varphi$  será uma fração própria, também de diminuto valor. Por exemplo, para  $\sigma = 0,15$  e  $\alpha = 5$ , teremos  $\varphi = 0,03$ . A expansão da economia dar-se-á segundo uma progressão geométrica à taxa de 3% ao ano.

Como se vê, a taxa de crescimento é fixada pelas constantes estruturais,  $\sigma$  e  $\alpha$ , do sistema, e o acelerador tem um caráter explosivo, fazendo que a renda ou produto cresça indefinidamente com o decorrer do tempo.

### 2.3 — A Interpretação Alternativa de Domar

A equação básica (2) do modelo de Harrod, cujo primeiro termo indica o acelerador, liga os investimentos induzidos às alterações da produção. Domar<sup>6</sup> chega à mesma relação, mas, dando-lhe uma interpretação alternativa.

Introduzamos o parâmetro  $\beta$  representando a produtividade média do investimento. Noutros termos,  $\beta$  é a razão da produção adicional oriunda do investimento para o próprio investimento.

6) Domar, E. D. — "Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment" *Econométrica*, 1946, reproduzido em *Essays in the Theory of Economic Growth* (New York, 1957), pág. 70.

$$\beta = \frac{dy}{dt} / I \quad (7)$$

Por conseqüência, combinando (1), (3) e (7), teríamos

$$y = y_0 e^{\sigma \beta t} \quad (8)$$

É claro que  $\beta = 1/\alpha$ , e a equação diferencial passa a ser

$$\frac{dy}{dt} = (1/\alpha) I \quad (9)$$

Só formalmente é esta relação idêntica à (2). Nesta última,  $I$  depende de  $dy/dt$  pelo princípio do acelerador; na (9) é  $dy/dt$  que é a variável dependente, recebendo o impacto de  $I$  através da produtividade do investimento.

A interpretação de Domar implica que a produção e o investimento devem crescer segundo uma taxa geométrica. Com efeito, a equação (9) expressa que o aumento de renda necessário para a plena utilização do aumento de capacidade produtiva é proporcional ao investimento *ex ante*, que torna possível esta renda adicional.

#### 2.4 — As Implicações do Modelo Harrod-Domar

No modelo harrodiano, a economia tende a expandir-se segundo uma taxa "garantida" de crescimento, definida esta como:

"That over-all rate of advance which, if executed, will leave entrepreneurs in a state of mind in which they are prepared to carry on a similar advance."<sup>7</sup>

A menção de "garantida" decorre de que o crescimento se processa através de uma contínua igualização das poupanças e investimentos no decorrer do tempo. Desaparece a possibilidade de existirem poupanças e investimentos não intencionais.

Noutros termos, o avanço da economia a uma taxa geométrica constante exige que os empresários se disponham a fazer investimentos adicionais na mesma intensidade em que a comunidade está disposta a poupar, segundo o nível de renda atingido, e que a produção aumente em proporção com o crescimento de capital real que esses novos investimentos permitem; só então a economia manterá o seu capital real plenamente utilizado, e o seu progresso obedecerá à taxa "garantida".

7) Kurihara, K. K. — *The Keynesian Theory of Economic Development* (Londres, 1959), pág. 62.

Harrod procura responder a questão fundamental — quais são as condições necessárias para manter um crescimento estável numa economia capitalista?

Marx e Shumpeter tinham dado uma resposta pessimista, enquanto que Keynes contemplara um mundo onde predominava uma demanda efetiva insuficiente, em que a propensão à poupar excedia a intenção de investir, e onde, por conseguinte, surgia uma permanente tendência para a deflação cíclica e estagnação secular. É nesse mundo que vive Harrod, o qual dá uma ênfase especial ao papel predominante dos investimentos *induzidos*, ao perigo da capacidade produtiva, daí decorrente, sobrepujar a demanda efetiva, e, finalmente, à *instabilidade* do “*progressive equilibrium*”.

Se a taxa de crescimento atual, a que se ajusta, mediante um processo de “*trial and error*”, a economia cai abaixo da taxa “garantida” representando a capacidade produtiva necessária, surge a possibilidade de depressão *cíclica*; se aquela taxa tende a exceder a taxa “natural”, representando a máxima capacidade produtiva consistente com as tendências atuais da população e da tecnologia, segue-se possibilidade de estagnação secular. Assim, na concepção de Harrod, a economia progride sob essas duas constantes ameaças.

### 3 — APLICAÇÃO DO MODELO HARRODIANO AO ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO DO BRASIL

Mais como um exemplo de estimação estatística de uma relação funcional, aplicamos o modelo de Harrod para explicar a taxa geral de crescimento da economia brasileira nos últimos anos.

A lei harrodiana de crescimento

$$y = y_0 e^{\sigma/\alpha t} \quad (6)$$

contém três parâmetros, isto é,  $\sigma$ ,  $\alpha$  e  $y_0$ . O último não é a renda observada no tempo  $t = 0$ , mas o valor ajustado correspondente à exponencial interpolada.

Para obter o parâmetro  $\alpha$ , utilizamos a equação (2), posta sob a forma

$$\frac{dy}{dt} = 1/\alpha \cdot I$$

que representa uma reta passando pela origem como o coeficiente angular  $1/\alpha$ .

Devemos calcular, a partir dos dados observados, as derivadas  $\frac{dy}{dt}$ . Para esse fim, usamos a seguinte série do cálculo das Diferenças Finitas <sup>8</sup>

$$\frac{dy}{dt} = \Delta y(t) - \frac{1}{2} \Delta^2 y(t) + \frac{1}{3} \Delta^3 y(t) - \dots$$

limitada no nosso caso aos dois primeiros termos.

Os cálculos estão feitos na primeira parte do quadro 1. Obtivemos a coluna  $1/\alpha$ , e usamos a média aritmética como estimativa, obtendo  $1/\alpha = 0,340$ , ou seja  $\alpha = 2,94$ .

Agora, a função de crescimento (8) passa a conter apenas duas constantes. Pondo  $1/\alpha = \theta$ , podemos obter a linearização da exponencial, mediante uma transformação logarítmica, isto é,

$$\log_e y = \log_e y_0 + \sigma \theta$$

Para a determinação dos parâmetros, utilizamos o método dos mínimos quadrados, e, para simplificar os cálculos usamos uma versão modificada do sistema de equações normais, a saber:

$$\begin{cases} \sum (\log_e y - 5) = n \log_e y_0 + \sigma \sum \theta \\ \sum (\log_e y - 5) = \log_e y_0 \sum \theta + \sigma \sum \theta^2 \end{cases}$$

Do quadro I obtivemos os momentos-produtos, e, por consequência, o sistema

$$\begin{cases} 12 \log_e y_0 + 30,60 = 7,9072 \\ 30,60 \log_e y_0 + 94,56 \sigma = 22,8139 \end{cases}$$

cujá solução é  $\sigma = 0,161$ ,  $\log_e y_0 = 0,2483$ . Concluimos que a propensão média a economizar, no Brasil, é 16,1%.

Por conseguinte, temos:

$$\log_e Y = 5,2483 + 0,161\theta$$

isto é

$$Y = 190,2 e^{0,161\theta}$$

8) Davis, H. T. — *The Theory of Econometrics* (Bloomington, 1941), pág. 222.



ou, lembrando que  $\theta = 0,34 t$ ,

$$y = 190,2 e^{0,055 t} \quad (10)$$

Em consequência a economia brasileira expandiu-se no período considerado, com a taxa instantânea de crescimento de 5,5%.

## QUADRO II

### PROJEÇÃO DO PRODUTO NACIONAL BRUTO REAL

	1961	1962	1963	1964	1965
Modêlo de Harrod . . . . .	410,8	434,0	458,6	484,5	511,9
Exponencial BNDE * . . . .	413,6	437,4	468,5	469,1	517,2

\*) BNDE — *Opus cit.*, quadro IV.

Podemos comparar a extrapolação obtida com êste modêlo (quadro II) com a estimativa do BNDE (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico) para o período 1961-65. O Departamento Econômico dêsse Banco<sup>9</sup> ajustou uma função expencial diretamente à série temporal de nosso Produto Nacional Bruto,<sup>10</sup> cujos valôres calculados estão também transcritos no quadro II.

No gráfico I apresentamos a série observada do PNB real, bem como a projeção do modêlo de Harrod, que vimos de obter.

Como se vê, o BNDE estimou  $\varphi$  diretamente. Contudo  $\varphi$  não é um parâmetro independente, mas depende dos parâmetros  $\alpha$  e  $\sigma$  das equações “estruturais” (1) e (2). Essas são relações “autônomas”: autônomas no sentido de que não contém nenhum parâmetro estrutural comum. Elas nada mais são que as relações “primárias” descritas na Economia Matemática, e:

“The word primary is used in contradistinction to derived or reduced forms obtained, by any process of combination or elimination, from the primary relations. As a rule the primary

9) BNDE — *XIII Exposição sobre o Programa de Reparelhamento Econômico* (1963), quadro IV.

10) BNDE — *Opus cit.*, pág. 4. A equação ajustada ao Produto Nacional Líquido foi  $\gamma = 179.942 (1,05108)^t$ , e foi admitida uma taxa de depreciação de 5% para obter o PNB.

QUADRO I — CÁLCULO DOS PARÂMETROS NO MODELO DE HARROD

ANO	$Y(t)$	$\Delta Y(t)$	$\Delta^2 Y(t)$	$Y'(t)$	$I$	$I/\alpha$	$t$	$\theta$	$\theta^2$	$\log_e Y$	$\log_e Y - 5$	$\theta(\log_e Y - 5)$
1947	186,1	—	—	—	27,5	—	—	—	—	—	—	—
1948	203,8	17,7	—	—	30,8	—	—	—	—	—	—	—
1949	215,2	11,4	—6,3	14,55	28,2	0,516	2	0,68	0,4624	5,3716	0,3716	0,2527
1950	226,0	10,8	—0,6	11,1	26,3	0,422	3	1,02	1,0404	5,4205	0,4205	0,4289
1951	237,6	11,6	0,8	10,2	43,1	0,237	4	1,36	1,8496	5,4706	0,4706	0,6400
1952	250,9	13,3	1,7	12,45	52,5	0,237	5	1,70	2,8900	5,5251	0,5251	0,8927
1953	258,9	8,0	—5,3	10,65	39,3	0,271	6	2,04	4,1616	5,5564	0,5564	1,1351
1954	278,9	20,0	12,0	14,0	57,2	0,245	7	2,38	5,6644	5,6291	0,6291	1,4973
1955	297,8	18,9	—1,1	19,45	48,2	0,404	8	2,72	7,3984	5,6964	0,6964	1,8942
1956	303,4	5,6	—13,3	12,25	46,2	0,265	9	3,06	9,3636	5,7151	0,7151	2,1882
1957	324,3	20,9	15,3	13,25	51,0	0,260	10	3,40	11,5600	5,7817	0,7817	2,6578
1958	345,8	21,5	0,6	21,2	50,7	0,418	11	3,74	13,9876	5,8459	0,8459	3,1637
1959	371,2	25,4	3,9	23,45	62,1	0,378	12	4,08	16,6464	5,9167	0,9167	3,7401
1960	394,7	23,5	—1,9	24,45	57,8	0,423	13	4,42	19,5364	5,9781	0,9781	4,3232
					$1/\alpha=0,340$			$\Sigma=30,60$	94,5608		7,9072	22,8139

FONTE: BNDE — XII Exposição sobre o Programa de Reparelhamento Econômico (1963), quadros IV, VI e VIII.

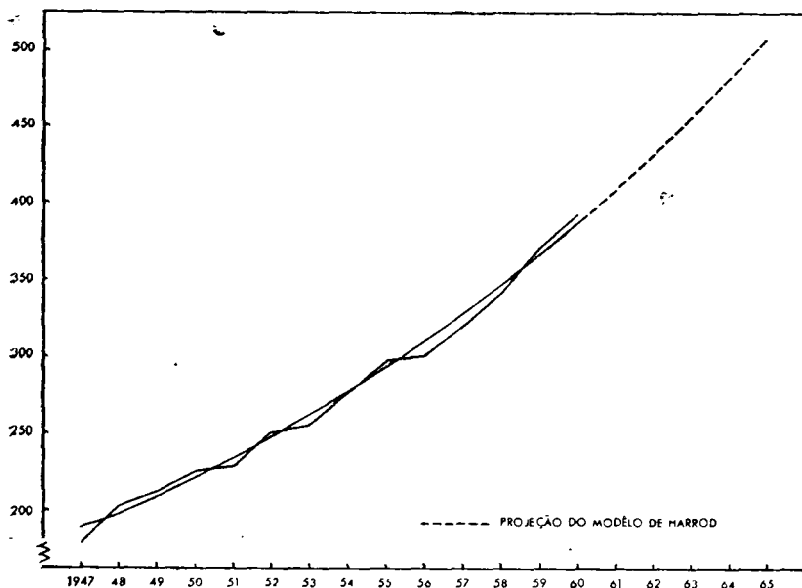
relations represented the direct logical ties between the variables introduced by economic behavior or by the logic of definition or technique.”<sup>11</sup>

Para questões de planejamento, este é um ponto importante, por isto que apenas as funções “estruturais” podem ter os seus parâmetros modificados por decisões de política econômica sem necessariamente afetar a estrutura do sistema geral.

Com o decorrer do tempo, a diferença entre a nossa extrapolação e a do BNDE tende a aumentar.

GRAFICO I

## EVOLUÇÃO DO PRODUTO NACIONAL BRUTO REAL DO BRASIL



## 4 – OS MODELOS PLURISSETORIAIS DE MAHALANOBIS

### 4.1 – O Problema das Economias Subdesenvolvidas

A exposição, que vimos de fazer, do modelo de Harrod-Domar mostra a sua inaplicabilidade às economias subdesenvolvidas.

Os países industrialmente evoluídos da Europa Ocidental já atingiram um alto padrão de vida, e o objetivo que colimam é manterem-se

11) Tinbergen, J. — *On the theory of Economic Policy* (Amsterdam, 1952), pág. 13.

nesse nível sem flutuações violentas. Nos Estados Unidos e Canadá, o padrão atingido ainda é mais elevado, embora ainda possuam vastas regiões suscetíveis de desenvolvimento. Para tais países, pois, as preocupações fundamentais são as flutuações cíclicas e o perigo de estagnação secular.

Diversa é a situação dos países subdesenvolvidos. Nêles, o atual padrão de vida é tão baixo que o problema crucial é a elevação de seu nível, até atingir uma meta que seja socialmente aceitável. Para êsses países, o que importa é que a sua economia se desenvolva com uma forte taxa de crescimento, não apenas nos setores de produções de bens de capital, mas ainda nos setores de investimentos de bens de consumo, e em face dêste rápido crescimento, pode-se, em primeira aproximação, desprezar a existência de ciclos econômicos, ou considerá-los como oscilações secundárias superpostos a uma tendência secular fundamental.

#### 4.2 — “Os Dois Brasis”

É certo que os países podem não apresentar, em tôda a sua extensão, as mesmas características de subdesenvolvimento.

Um exemplo típico é o de nosso país, onde São Paulo, já industrializado, contrasta com a penúria do Nordeste ou da bacia Amazônica.

“Os dois Brasis”. Essa dissociação de nossa cultura foi amplamente estudada pelo sociólogo francês Jacques Lambert, já professor em nossa Faculdade Nacional de Filosofia, que diz:

“Os brasileiros estão divididos em dois sistemas de organização econômica e social, diferentes nos níveis como nos métodos de vida. Essas duas sociedades não evoluíram no mesmo ritmo e não atingiram a mesma fase, não estão separadas por uma diferença de natureza, mas por diferenças de idade”.

“Mantendo por tôda a parte estreito contato, os dois Brasis, tão diferentes, estão unidos pelo mesmo sentimento nacional e por muitos valores comuns; não constituem duas civilizações diversas, mas sim, uma face da outra, duas épocas de uma mesma civilização: os dois Brasis são igualmente brasileiros, mas estão separados por vários séculos.”<sup>12</sup>

#### 4.3 — O “Dualismo” em nossa Economia

O Brasil constitui, assim, um exemplo típico de *economia dual*. Esse fenômeno foi recentemente estudado pelo Prof. Mário H. Simonsen

---

12) Lambert, J. — *Os dois Brasil* (Rio de Janeiro, 1959), págs. 105 e 107.

em seu trabalho sobre "Salário, Dualismo e Desemprego Estrutural". Diz êle:

"O fenômeno facilmente identificável no Brasil, e muitas vezes confundido com o desemprego estrutural, é o dualismo econômico. Coexistem dois grandes setores contrastantes, o rural e o urbano, e os contrastes que entre êles se observam parecem bem mais acentuados do que se poderiam atribuir aos simples fenômenos de fricção".

"Observa-se, todavia, a existência no Brasil de dois setores econômicos distribuídos: um mecanizado, progressista, capaz de pagar bons salários e de assegurar uma boa produtividade aos seus trabalhadores; outro descapitalizado, mais ou menos tendente à estagnação, e onde os salários e a produtividade se encontram em níveis extremamente baixos."<sup>13</sup>

E o Prof. Simonsen passa a estudar quatro variantes de um modelo analítico fundado na divisão originária de economia em dois setores, o rural e o urbano, o que enseja o exame das conseqüências da introdução de medidas governamentais na fixação compulsória dos salários urbanos. A elevação desses últimos, em termos reais, acima da paridade inicial, gera o *dualismo econômico*, originando-se:

"um contraste alarmante entre os padrões de vida e de produtividade do setor urbano e do setor rural. Esse contraste passa a dar origem a uma intensa migração rural-urbana, que, como assinala Benjamim Higgins a propósito da Índia, (*Economic Development*, pág. 44) "infelizmente não reflete a absorção pelas oportunidades de emprego nas cidades, e sim o empuxo da pobreza abismal e da falta de oportunidades nos campos."<sup>14</sup>

Mas, é outro o nosso objetivo. Constatando que grande parte da população vegeta com um padrão de vida inferior ao "mínimo vital", como deve atuar o programador a fim de elevar rapidamente esse padrão?

No modelo harrodiano, a ênfase era unicamente aumentar a produção em geral. Urge, agora, diversificar a produção em bens de capital e bens de consumo, a fim de poder atuar nesse último setor, e esse é o fim colimado por Mahalanobis.<sup>15</sup>

---

13) Simonsen, M. H. — "Salários, Dualismo e Desemprego Estrutural", *Revista Brasileira de Economia* (Dez. 1963), págs. 35 e 68.

14) Simonsen, M. H. — *Opus cit.*, pág. 67.

15) Mahalanobis, P. C. — *Some Observations on the Process of Growth of National Income*, *Sanhya* (Setembro, 1953) pág. 307.

Note-se uma diferença essencial entre o seu e os modelos de Harrod-Domar. Nestes, a renda, o consumo e os investimentos evoluem segundo a mesma taxa fixa; <sup>15a</sup> no primeiro, as taxas de crescimento dessas variáveis são diferentes.

#### 4.4 — O Modelo Bi-Setorial de Mahalanobis

O grande estatístico Mahalanobis, <sup>16</sup> que tem orientado a planificação econômica da Índia, considera o seguinte problema ao estabelecer a programação de uma economia, e previsto um certo volume de investimentos, uma das decisões que deve ser tomada é a alocação desses recursos entre as indústrias produtoras de bens de capital (Setor-K) e de bens de consumo (Setor-C).

As economias subdesenvolvidas defrontam-se aí com uma encruzilhada. Para elevar rapidamente o padrão de vida da população, uma considerável parte dos investimentos deve ser alocada às indústrias de bens de consumo, que, assim, intensificarão inicialmente a sua capacidade produtiva. Em compensação, tendo-se reduzido a quota de investimentos para as indústrias de bens de capital, estas crescerão lentamente. Se se mantém fixas as quotas de alocação, as primeiras indústrias passarão a receber uma forte proporção de um total, que só cresce lentamente. Dêse modo, à alta produção de bens de consumo que se observa a curto prazo, contrapõe-se, a longo prazo, uma produção bem mais restrita do que se obteria se, inicialmente, se tivesse avantajado a quota das indústrias de bens de capital. São as conseqüências dessas alternativas que o modelo de Mahalanobis permite avaliar.

Consideremos a renda (ou produção) total  $Y$  subdividida em duas partes, correspondendo respectivamente aos Setor-K e Setor-C.

Conceitualmente as indústrias produzindo matérias-primas ou produtos intermediários, seja para as indústrias de bens de consumo, seja para as de bens de capital, são respectivamente incluídas nos setores C ou K.

Sejam  $\beta_k$  e  $\beta_c$  as relações produto-capital nessas duas indústrias, e sejam  $\lambda_k$  e  $\lambda_c$  as proporções da produção de bens de capital que, em cada período, é destinada, respectivamente, ao setor-K e setor-C (sujeitas às condições  $\lambda_k + \lambda_c = 1$ ).

---

15a) Do mesmo modo, os modelos que envolvem equações há diferenças finitas, por exemplo, os estudados por R. Stone (*The Role of Measurement in Economic*, Cambridge, 1951, cap. IX) e P. A. Samuelson ("Interaction Between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration", *Review of Economic Studies*, 1939), todas as variáveis seguem a mesma equação de auto-regressão.

16) Mahalanobis, P. C. — *Opus cit.*, pág. 308.

Em um dado momento a taxa de investimentos no setor-K é  $\lambda_k I$ , de modo que a taxa de variação nas indústrias desse setor é  $\beta_k \lambda_k I$ . Temos assim:

$$\frac{dY}{dt} = \beta_k \lambda_k I \quad (11)$$

Integrando e fixando o constante de integração de modo que  $I = I_0$  para  $t = 0$ , vem

$$I = I_0 e^{\beta_k \lambda_k t} \quad (12)$$

Analogamente, para as indústrias do setor-C, teremos,

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} &= \beta_c \lambda_c I \\ &= \beta_c \lambda_c I_0 e^{\beta_k \lambda_k t} \end{aligned}$$

cuja integração leva a

$$C = \frac{\beta_c \lambda_c I_0}{\beta_k \lambda_k} = e^{\beta_k \lambda_k t} + A$$

Determinando, agora, a constante A de maneira a reproduzir o consumo inicial  $C_0$ , seguem-se que

$$A = C_0 - \frac{\beta_c \lambda_c I_0}{\beta_k \lambda_k}$$

e, por consequência

$$C = \left\{ Y_0 - \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda} \right] I_0 \right\} + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} I_0 e^{\beta_k \lambda_k t} \quad (13)$$

Finalmente, se juntarmos as equações (12 e (13) teremos:

$$Y = \left\{ Y_0 \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] I_0 + \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] I_0 e^{\beta_k \lambda_k t} \right\}$$

Introduzamos agora a taxa de investimento  $\alpha_t = \frac{I_t}{Y_t}$ .

Então,

$$Y = Y_0 \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_o}{\beta_k \lambda_k} \right] \alpha_o + \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] \alpha_o e^{\beta_k \lambda_k t} \right\}$$

onde  $\alpha_o$  é a taxa inicial de investimento.

Desenvolvendo em série a expressão  $e^{\beta_k \lambda_k t}$  e retendo somente os dois primeiros termos, o que envolve apenas uma pequena alteração no valor da exponencial, a equação passa ser:

$$\begin{aligned} Y &= Y_0 \left\{ 1 - \alpha \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] + \alpha_o \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] \left[ 1 + \beta_k \lambda_k t \right] \right\} \\ &\approx Y_0 \left\{ 1 + \alpha_o \left[ 1 + \frac{\beta_c \lambda_c}{\beta_k \lambda_k} \right] \left[ (1 + \beta_k \lambda_k)^t - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

Todavia, introduzamos ainda a taxa total  $\beta$  de incremento da renda para os investimentos, dada pela expressão:

$$\beta = \beta_c \lambda_c + \beta_k \lambda_k$$

Então:

$$Y = Y_0 \left\{ 1 - \alpha_o \frac{\beta}{\beta_k \lambda_k} \left[ (1 + \beta_k \lambda_k)^t + 1 \right] \right\} \quad (15)$$

expressão que é a equação fundamental do modelo de Mahalanobis.<sup>17</sup>

Esta equação traduz a renda nacional em função da renda inicial  $Y_0$ , da taxa inicial de investimentos  $\alpha_o$ , a dos parâmetros de alocação  $\lambda_k$  e  $\lambda_c$  (sobre os quais podemos atuar), e dos parâmetros contingentes  $\beta_k$  e  $\beta_c$  (que, no entanto, são determinados pela estrutura dos investimentos e condições do processo produtivo). Ela mostra que a produção dos bens de capital cresce exponencialmente, enquanto que a produção dos bens de consumo possui uma componente constante e outra exponencial.

#### 4.5 — A Alocação dos Investimentos entre o Setor-K e o Setor-C

O modelo de Mahalanobis permite avaliar os efeitos de uma diferente alocação de investimentos entre as indústrias de bens de capital e de bens de consumo.

Se a totalidade das inversões se faz no setor-K, isto é,  $\lambda_k = 1$ , segue-se que a produção dos bens de capital cresce tão rápido quanto pos-

17) Mahalanobis, P. C. — *Opus Cit.*, pág. 309.



sível, mas a equação (13) mostra que a produção dos bens de consumo permanece estacionária no valor inicial  $\gamma_0$ . É claro que esta concentração de investimentos no setor-K só seria admissível por um período transitório, com o objetivo de elevar a produção dos bens de capital o mais rápido possível até um nível convinável, e com a intenção de baixar, de então por diante, o valor de  $\lambda_k$ .

Mas, para os países subdesenvolvidos, usar  $\lambda_k = 1$  é quase impossível. A população destes países cresce a elevadas taxas, e isto significa que o nível de vida vigente, o qual já está próximo do mínimo vital, continuaria a descer cada vez mais através do tempo. Concentrar todos os investimentos no setor-K só pode ser feito num país sob regime ditatorial. A União Soviética, por exemplo, apresentou uma industrialização extremamente rápida em seus primeiros planos quinquenais. Mas, isto foi obtido através dos sofrimentos de seu povo, e, durante alguns períodos, a confiscação do produto agrícola para ser vendido ao estrangeiro, com a finalidade de permitir àquele país importar os bens de capital necessários, representou, para parte de seu povo, até a morte por inanição.

Admitamos que os investimentos se fazem em iguais proporções nos setores K e C, isto é, que  $\beta_k = \beta_c = \beta$ , e também que esta bipartição permanece indefinidamente. Em consequência, as equações (12) e (13) são substituídas pelas seguintes

$$I = I_0 e^{\beta \lambda_k t}$$

$$Y = Y_0 + \frac{1}{\lambda_k} I_0 (e^{\beta \lambda_k t} - 1) \quad (15)$$

Com o correr do tempo, I tende para  $\lambda_k \gamma$ , ou seja, a proporção da renda economizada e investida tende para a proporção  $\lambda_k$  de bens de capital alocada às indústrias de bens de capital.

Em geral,  $\beta_c$  será maior que  $\beta_k$ . Se, nos primórdios do plano de desenvolvimento, destinamos maior proporção de investimentos para as indústrias de bens de consumo,  $\lambda_c > \lambda_k$ , tanto maior será a renda produzida. Mas, esclarece Mahalanobis:

"But there is a critical range of time and as soon as this is passed, the larger the investment in investment goods industries the larger will be the income generated. Hence it would be desirable to invest relatively more on the consumer goods industries provided we are interested in the immediate future. If, on the other hand, we are interested in the more distant future, relatively larger investment on investment goods industries would give distinctly better results." <sup>18</sup>

No citado trabalho, Mahalanobis apresenta um quadro figurando o crescimento da renda nacional (a preços constantes) sob certas hipóteses para os valores dos parâmetros, a saber:

$$\gamma_0 = 100, \quad \alpha = 5\%_0, \quad \beta_c = 30\%_0, \quad \beta_k = 10\%_0$$

### QUADRO III

*Valôres de  $\gamma_t$  para o Modelo Bissetorial*

ANO	Valôres dos parâmetros $\lambda_c$		
	0.90	0.80	0.70
0	1 000	1 000	1 000
5	1 071	1 068	1 064
10	1 148	1 142	1 138
15	1 226	1 225	1 223
20	1 308	1 316	1 322
25	1 397	1 416	1 438
30	1 487	1 527	1 571
35	1 583	1 650	1 726
40	1 684	1 785	1 905

Como se vê, se 90% dos investimentos são destinados à ampliação do consumo, a renda nacional cresce mais rapidamente até o prazo de 15 anos; mas, de então por diante, os resultados são inferiores aos que se obteriam com maiores alocações para os investimentos nas indústrias de bens de capital.

Situações análogas observam-se quando êsses investimentos baixam a 80 e 70%.

Tanto quanto êste modelo possa traduzir a realidade, é essa uma conclusão importante. Se a programação é a curto prazo, e, sobretudo, se se considera vital a rápida elevação do padrão de vida no período inicial da programação, uma parte substancial dos investimentos deve caber às indústrias produtoras de bens de consumo.

Em trabalho posterior, Mahalanobis<sup>19</sup> publica extensas tabelas dando a evolução da renda nacional Y, a partir de valores determinados

18) Mahalanobis, P. C. — *Opus cit.*, pág. 309.

19) Mahalanobis, P. C. — *The Approach of Operational Research to Planning in India*, Sankhya (Dez. 1955), pág. 39.

de  $\alpha_0$ ,  $\beta_k$ ,  $\beta_c$  e  $\lambda_k$ . Das mesmas, vê-se que, para qualquer valor de  $\beta_c$  (com  $\beta_k$  variando entre 0,15 e 0,20), o crescimento econômico é análogo ao exposto na tabela anterior, isto é, é menor para valores maiores de  $\lambda_k$  até um *ponto crítico*. Uma vez ultrapassado este, quanto maiores forem os valores de  $\lambda_k$  ou  $\beta_k$ , ou de ambos, mais rápido será o incremento da renda durante longos períodos de 20 ou 30 anos.

Uma exemplificação,<sup>20</sup> usando parâmetros adaptados à atual situação econômica da Índia e baseada nas aludidas tabelas, melhor mostrará os efeitos da planificação. Tais parâmetros são  $\beta_k = 0,20$ ,  $\beta_c = 0,25$  e  $\lambda_k = 0,10$ . Se a economia indiana continuasse sem planificação, com tais características, a renda nacional cresceria de cerca de 42% em 20 anos. Se, ao contrário, mediante a planificação, consegue-se elevar os valores de  $\lambda_k$  de 0,10 a 0,30 deliberadamente, e admitindo que  $\beta_c$  aumente e razoavelmente possa atingir 0,50, então a renda dobrará dentro de 20 anos. Se a planificação ocasionar uma elevação de  $\beta_c$  para 0,75, então a renda aumentará de uma vez e meia dentro do vintênio.

#### 4.6 — O Modelo Tetrassetorial de Mahalanobis

O problema de alocação dos investimentos dos setores K e C pode ter soluções diferentes, conforme se trata de países industrializados ou subdesenvolvidos.

Para os primeiros, que já gozam de um alto padrão de vida, o aumento do consumo terá diminuto efeito sobre a eficiência dos trabalhadores. A produtividade da indústria depende principalmente da melhoria dos equipamentos de que dispõem. Diverso é o caso dos países subdesenvolvidos, onde é essencial a melhoria das condições da força de trabalho. Nestes, a possibilidade de terem uma alimentação adequada, e de se proverem de remédios, como os antimaláricos e outros, que eliminam as moléstias debilitantes, pode ter um efeito sensível sobre a eficiência do trabalho. Nesses países, a planificação não deve colimar uma política de altos salários, mas de abastecimentos abundantes a preços módicos, de alimentos e medicamentos, que possam elevar substancialmente a eficiência do trabalhador industrial no uso dos equipamentos de que dispõem.

Uma possibilidade de orientar a planificação nesse sentido é-nos fornecida pelo modelo tetrassetorial de Mahalanobis.<sup>21</sup> Parte êle do pressuposto de que, mediante o modelo bissetorial, fixaram-se os parâmetros  $\lambda_k$  e  $\lambda_c$ . Então, as indústrias produtoras de bens de consumo e serviços seriam divididos em três outros setores, a saber: (i) produção industrializada de bens de consumo (setor C-1); (ii) produção dos mesmos bens (inclusive produtos agrícolas) em indústrias de pequeno porte ou domi-

20) Mahalanobis, P. C. — *Opus cit.*, pág. 38.

21) Mahalanobis, P. C. — *Opus cit.*, pág. 26.

ciliares (setor C-2); e (iii) serviços tais como educação, saúde etc. (setor C-3). Dêste modo, além do parâmetro  $\lambda_k$ , temos três novos parâmetros, a saber  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$ , com a condição

$$\lambda_k + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (16)$$

Um dos objetivos fundamentais da planificação, como a idealizou Mahalanobis, é criar novos empregos para uma população que cresce rapidamente. Assim, introduziu um conjunto de parâmetros  $\theta'_s$ , que traduzem o investimento líquido necessário para a absorção de cada trabalhador. Se  $n$  é o montante da oferta de trabalho criada em dado setor, por unidade de investimento, teremos  $n = \lambda/\theta$ . Denotemos ainda por  $\beta_k$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  as razões do incremento da renda para o investimento; e por  $\theta_k$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  os investimentos líquidos necessários por unidade de trabalho em cada um dos quatro setores. Êsses parâmetros devem ser considerados como valores médios adequados ao período total para o qual se programou a evolução de economia, isto é, devem atender às mutações previsíveis durante êsse período.

Considerando o período total de planificação, digamos, um plano quinquenal, sejam ainda  $\eta_k$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  e  $\eta_3$  o número de trabalhadores adicionais empregados respectivamente em cada um dos setores, que totalizam

$$N = \eta_k + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \quad (17)$$

Se  $A$  é o investimento total durante o período quinquenal, tem-se

$$n_k = \lambda_k \frac{A}{\theta_k}, n_1 = \lambda_1 \frac{A}{\theta_1}, n_2 = \lambda_2 \frac{A}{\theta_2}, n_3 = \lambda_3 \frac{A}{\theta_3} \quad (18)$$

Como o investimento total deve ser tal a aparelhar adequadamente os novos ingressados na força de trabalho, teremos

$$A = n_k \theta_k + n_1 \theta_1 + n_2 \theta_2 + n_3 \theta_3$$

e, em virtude da relação (18),

$$A = \lambda_k A + \lambda_1 \theta_1 + \lambda_2 \theta_2 + \lambda_3 \theta_3 \quad (19)$$

Finalmente, se designarmos por  $E$  o aumento total da renda no período quinquenal, virá

$$E = \beta_k \theta_k n_k + \beta_1 \theta_1 n_1 + \beta_2 \theta_2 n_2 + \beta_3 \theta_3 n_3 \quad (20)$$

Admitindo agora que a economia se desenvolva segundo uma progressão geométrica constante de razão  $\eta\%$  por ano, teremos

$$E = Y_0 [(1 + \eta)^5 - 1] \quad (21)$$

sendo  $Y_0$  a renda nacional no início. Dêste modo,  $E$  fica determinado pela equação (20) a partir da renda inicial  $Y_0$ .

No modelo em tela, são considerados como parâmetros, de um lado os coeficientes produto/capital  $\beta_k, \beta_1, \beta_2$  e  $\beta_3$ , de outro os coeficientes de investimento líquido por trabalhador admitido  $\theta_k, \theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$ ; são eles determinados pelas condições da produção, e a estrutura dos investimentos dentro de cada um dos quatro setores.

Presume-se que os seus valores permaneçam mais ou menos constantes durante o desenrolar do plano. Ao contrário, as razões renda/investimento  $\lambda_k, \lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$ , embora permanecendo também constantes durante o período em consideração, constituem variáveis, das quais o programador pode dispor dentro de certos limites.

Nestas condições, o modelo funciona da seguinte forma: as taxas de aumento da renda ou do emprego gerado podem ser consideradas como as metas a serem atingidas, e a proporção do investimento total alocada às indústrias de bens de capital  $\lambda_k$  decidida mediante a consideração de mutações e longo prazo; então, as taxas de alocação para os outros setores  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$  podem-se obter como solução do sistema de equações simultâneas considerado anteriormente.

Podemos, destarte, fazendo variar os vários parâmetros, verificar como taxas de alocação  $\lambda'_s$  devem ser escolhidas de maneira a atingir as metas colimadas.

No modelo estudado por Mahalanobis para a Índia,<sup>22</sup> o objetivo era duplicar a renda nacional num período quinquenal, ou, mais precisamente, partindo da renda inicial  $Y_0 = \text{Rs } 10.800$  crores, conseguir a formação total de capital de  $A = \text{Rs } 5.600$  crores, com a criação de  $N = 11$  milhões de novos empregos. Admitiu-se uma taxa média de investimentos de  $9\%$ , e  $\eta = 5\%$  como a predeterminada taxa de aumento da renda nacional por ano. Finalmente, a partir de considerações sobre a evolução da economia a longo prazo, admitiu-se  $\lambda_k = 0,33$ .

Os coeficientes setoriais foram os seguintes:

$$\beta_k = 0.20, \quad \beta_1 = 0.35, \quad \beta_2 = 1.25, \quad \beta_3 = 0.45,$$

22) Mahalanobis, P. C. — *Opus cit*, pág. 34.

$\theta_k = \text{Rs. } 20,000$ ,  $\theta_1 = \text{Rs. } 8,750$ ,  $\theta_2 = \text{Rs. } 2,500$ ,

$\theta_3 = \text{Rs. } 3,750$ .

A aplicação da metodologia exposta levou aos seguintes resultados:

Setores	Investimentos (A) (Rs. crores)	Aumento da	
		Renda (E) (Rs. crores)	Emprêgo (N) (milhões)
K	1.850	370	0.9
C-1	980	340	1.1
C-2	1.180	1.470	4.7
C-3	1.600	720	4.3
Total	5.610	2.900	11.0

Dêste modo, obtém-se uma perspectiva da evolução da economia indiana, com a alocação do investimento total e do potencial de trabalho nos quatro setores fundamentais da economia.

## 5 — CRESCIMENTO POPULACIONAL E POUPANÇAS: O MODELO DE STONE

### 5.1 — A “Explosão” Demográfica

O modelo harrodiano, mesmo independentemente da circunstância de apresentar uma descrição por demais simplificada da complexa economia em que vivemos, mostra o que é provável acontecer quando se atinge um estado permanente, mas não o que se poderia esperar sob condições ideais. O contraste entre o ideal e o atual, pôsto de lado o comportamento estocástico dos indivíduos, parece revelar que há uma certa incompatibilidade entre os objetivos que determinam os hábitos de poupanças e consumo dos mesmos e a plena utilização das condições ambientais

e tecnológicas existentes. É este o problema que o Prof. Richard Stone, diretor do Departamento de Economia Aplicada da Universidade de Cambridge,<sup>23</sup> se propõe a examinar.

Além disso, no modelo é introduzida explicitamente, como parâmetro, a taxa de crescimento populacional, variável da máxima importância para os países subdesenvolvidos. Com efeito, assistimos, presentemente, a uma “explosão” demográfica. Os avanços da medicina moderna, os aperfeiçoamentos da técnica sanitária, a introdução das sulfas, antibióticos e outros novos medicamentos, permitiram reduzir fortemente, mesmo entre os países mais atrasados, as taxas de mortalidade. Ao contrário, as taxas de natalidade, que dependem dos usos e das crenças das populações, exceto em poucos países, pouco tem declinado. Dêste modo, a taxa de incremento natural tem-se alargado constantemente.

Examinando o assunto à luz dos dados estatísticos, o eminente demógrafo Georgio Mortara conclui:

“In sei dei diciotto paesi sottosviluppati, il quoziente d'incremento naturale supera 30 per 1.000 abitanti; in altri cinque, supera 25; in altri cinque, supera 20; e soltanto in due non raggiunge quest'ultimo limite.

In nessuno dei tredici paesi sviluppati, il quoziente d'incremento naturale reggiunge 20 per 1.000 abitanti; soltanto in cinque di essi supera 15; in altri tre supera 10; e nei rimanenti cinque resta sotto quest'ultimo livello.”<sup>24</sup>

## 5.2 — “Miséria ou Abundância”

Defrontamos, assim, com um problema fundamental: podem os países subdesenvolvidos manterem uma taxa de incremento natural da ordem de 3%, e, ao mesmo tempo, levantarem o seu padrão de vida?

“Miséria” foi o principal meio previsto por Malthus para constringer a proliferação excessiva das populações ao condicionamento dos meios alimentícios disponíveis. “Abundância” é a meta a atingir, quando as populações conseguem adaptar o seu comportamento de modo a usufruírem de toda a potencialidade dos recursos e tecnologia disponíveis. É interessante observar como, nos projetos de planificação econômica ela-

23) Este Departamento acha-se empenhado na construção de um modelo computável da economia britânica. Ver Stone “Models of the National Economy for Plannings Proposes”, *Operational Research Quarterly* (Março 1963) e a série de publicações do referido Departamento intitulada “A Programme for Growth”, da qual a primeira (“Computable Model of Economic Growth” 1962) dá uma descrição geral do modelo.

24) Mortara, G. — *Applicazioni Delle Statistiche Demografiche Nei paesi sottosviluppati* (Roma, 1960), pág. 44.

borados em nosso país, omite-se a existência desta variável. Celso Furtado, de penhores sociológicos tão acentuados, ao elaborar o "Plano Trienal de Desenvolvimento Econômico Social, 1963-1965", ao se propor assegurar uma taxa de crescimento da renda nacional de 7%, admite como uma "constante" a taxa de incremento populacional de 3,1%. O Ministro Roberto Campos, no planejamento governamental para 1964-65, também não alude às implicações econômicas que advêm de tão forte taxa de incremento.

Alguns países já compreenderam a seriedade do problema. O Japão é o exemplo de um país que, em decorrência da perda de suas possessões na última guerra mundial, planejou — e conseguiu — uma drástica redução de seu coeficiente de natalidade. A Índia é outro país que volta as suas atenções para o problema, tendo, ultimamente, criado um ministério para tratar especificamente do assunto.

Para os países subdesenvolvidos, a alternativa de não baixar o seu coeficiente de crescimento populacional é criar condições propícias a uma maciça importação de capitais estrangeiros.

### 5.3 — O Modelo de Stone

O modelo sugerido por Stone<sup>25</sup> compreende, como variáveis essenciais, a taxa de crescimento populacional e diversas grandezas contábeis, tais como os estoques de bens de capital e o fluxo do consumo. Além de certas identidades contábeis, existem quatro relações funcionais.

Examinemos cada um desses elementos de per si.

#### i) As identidades

As duas primeiras identidades são as que expressam a igualdade da renda ou produção ao consumo e formação de capitais *per capita*

$$y \equiv c + i \quad (22)$$

e do mesmo modo igualam as poupanças aos investimentos

$$s \equiv i \quad (23)$$

onde *s* denota o fluxo de poupanças *per capita*.

A terceira identidade liga o estoque dos bens de capital em termos reais no começo do período *A* ao estoque existente no fim do mesmo

$$EA \equiv A + I \quad (24)$$

25) Stone R. — "Misery and Bliss: A Comparisson of the Effect of Certain Forms of Saving Behavior on the Standard of Living of a Growing Economy", *Proceedings of the World Population Conference* (Roma 1954), vol. V, pág. 779.



sendo  $E$  um operador que faz avançar de uma unidade no tempo a variável sobre a qual age. Esta última identidade pode ser posta sob outra forma, que nos dá a formação de bens capital *per caput* necessária para manter um dado nível de capitalização numa população crescente.

Suponhamos que esta população cresce de  $\lambda$  em um período. Da equação (24) temos

$$\begin{aligned} I &= (E - 1) \Lambda \\ &= a (E - 1) n \\ &= a (\lambda - 1) n \end{aligned}$$

donde, tomando valores *per capita*,

$$i = a (\lambda - 1) \quad (25)$$

## ii) A função de produção

O pressuposto admitido por Stone é de que a economia utiliza apenas dois fatores: trabalho e capital, e que a produção se cinge a uma única mercadoria, que pode ser alternativamente usada para consumo ou para acréscimo do estoque de capitais.

Admite-se que a tecnologia permanece invariável, e que existe uma taxa ótima de capitais relativamente à força de trabalho, segundo a qual a produção *per capita* é um máximo.

Como função de produção compatível com essas premissas, Stone admite:

$$y = y^* - \beta (a - a^*)^2 \quad (26)$$

onde os símbolos  $y^*$ ,  $a^*$  e  $\beta$  são parâmetros, denotando  $y^*$  a máxima produção atingível *per capita*, que é alcançada quando o total dos bens de capital *per capita* é  $a^*$ .

Uma das características dessa função de produção é que ela limita o papel da poupança a obter ou manter a taxa ótima de capital/mão-de-obra  $a^*$ , compatível com as condições tecnológicas existentes. Além desse ponto, a utilidade de maiores poupanças por parte da comunidade só seria útil se acompanhada por uma melhoria tecnológica, que implicasse na elevação da taxa de capital *per capita*.

## iii) A função de poupanças

Em vez de admitir, como no modelo de Harrod, que a poupança é proporcional à renda, Stone generaliza a função, admitindo-a da forma

$$S = (1 - \gamma) Y - \delta A \quad (27)$$

onde  $\gamma$  é a propensão marginal a consumir a renda para um dado montante de capital, e  $\delta$  é a propensão marginal a consumir o capital para uma dada renda. É claro que a função harrodiana resulta de se impor  $\delta = 0$ .

Este parece ser um ponto fraco no esquema exposto. A função (27) tem sido utilizada na explicação dos hábitos de gastar e poupar nos Estados Unidos, que certamente difere da dos países subdesenvolvidos. Ela implica, como Modigliani e Bumberg mostraram, que cada indivíduo economiza somente para prover sua própria aposentadoria.

E, nesse ponto, pode-se pensar, não imediatamente, mas que no futuro ela se coadunará com o subdesenvolvimentismo. Com efeito, esses países revelam uma tendência socializante, com uma absorção cada vez maior dos meios de produção pelo Estado, com uma progressiva deterioração dos institutos da propriedade privada e da herança (por exemplo, através das leis do inquilinato ou do pagamento de desapropriações em títulos do governo). Conformando-se a essas diretrizes, é provável que o indivíduo seja levado a consumir tudo e que ganha, acima do que lhe permita assegurar-se uma aposentadoria adequada.

iv) *A influência do padrão de vida sobre o crescimento populacional*

É de se admitir, segundo os postulados malthusianos, que a população cresça tão mais rapidamente quanto mais abundantes sejam os recursos de que dispõe. Noutros termos.

$$\lambda = \theta + \mu_c \quad (28)$$

o consumo e caracterizando o padrão de vida.

Essa função é suficientemente geral para compreender, com  $\mu$  negativo, o caso das populações envelhecidas, em que um mais alto padrão de vida se associa a uma mais baixa taxa de crescimento demográfico.

#### 5.4 — Implicações do modelo de Stone

As identidades (22) e (23) permitem eliminar  $i$  e  $s$  do sistema, que se reduz a quatro equações relacionando as variáveis  $y$ ,  $a$ ,  $c$  e o parâmetro demográfico  $\lambda$ , a saber:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = y^* - \beta (a - a^*)^2 \\ y = c + a (\lambda - 1) \\ c = \gamma y + \delta a \\ \lambda = \theta + \mu_c \end{array} \right. \quad (29)$$

Eliminando-se ainda  $c$  entre as segunda e terceira equações do sistema, obtém-se

$$y = \frac{(\lambda + \delta - 1)}{(1 - \gamma)} a \quad (30)$$

Se considerarmos  $\lambda$  como um parâmetro, a primeira equação de (28) e a (30) constituem um sistema que permite determinar a renda ou produto  $y$  e o estoque real de bens de capital *per capita* a partir dos valores de  $\lambda$ . A primeira equação representa uma curva parabólica, a segunda um feixe de retas passando pela origem, e cujos coeficientes angulares crescem com  $\lambda$ . Um estado permanente possível se obtém pela interseção de uma das retas  $\lambda$  com a parábola; a horizontal passando por esse ponto corta o eixo das ordenadas segundo a renda resultante.

No gráfico II, a parábola e o feixe de retas foram traçadas com os valores das constantes observadas nos países industrializados; a relação capital/produto para a produção máxima é de  $4\frac{1}{2}$ , e a função de poupanças resulta das pesquisas de Modigliani e Bumberg. Determinados  $y$  e  $a$ , o valor de  $c$  obtém-se a terceira equação de (29).

Vê-se que os valores de  $y$ ,  $a$  e  $c$  diminuem rapidamente para valores crescentes de  $\lambda$ .

Os valores de  $\lambda$  que fixam as retas do gráfico são as taxas de crescimento das populações nos países industrializados. Quando se passa para as dos subdesenvolvidos, da ordem de 3% e mais, constata-se imediatamente que um estado permanente possível não se pode estabelecer em consonância com a tecnologia e taxa capital/produto daqueles primeiros países, com efeito, as retas com coeficiente  $\lambda = 2$  ou  $\lambda = 3$  cortariam a parábola com valores muito baixos para  $y$ .

Para os países subdesenvolvidos, outra tem de ser a tecnologia convinável: as taxas de capital/produto correspondentes à produção máxima devem ser menores, o que comprime e joga a parábola para a esquerda. Então, maiores valores de  $y$ ,  $a$  e  $c$  podem ser alcançados para maiores taxas  $\lambda$ .

Para o Brasil, tínhamos, no ajustamento do modelo de Harrod, encontrado  $1/a = 0,34$ , donde a taxa capital/produto de 2,94. Aliás, o BNDE<sup>26</sup> calculou a taxa implícita para o período 1950-60, encontrando valores compreendidos entre 2,11 e 3,76, com a média de 2,91.

Determinamos assim a parábola deslocando o seu máximo para  $a^* = 300$ , e fazendo cortar o eixo dos  $y$  em  $y = 11$ . Conseqüentemente, a equação da parábola resulta

$$y = 100 - 0,0001 (a - 300)^2$$

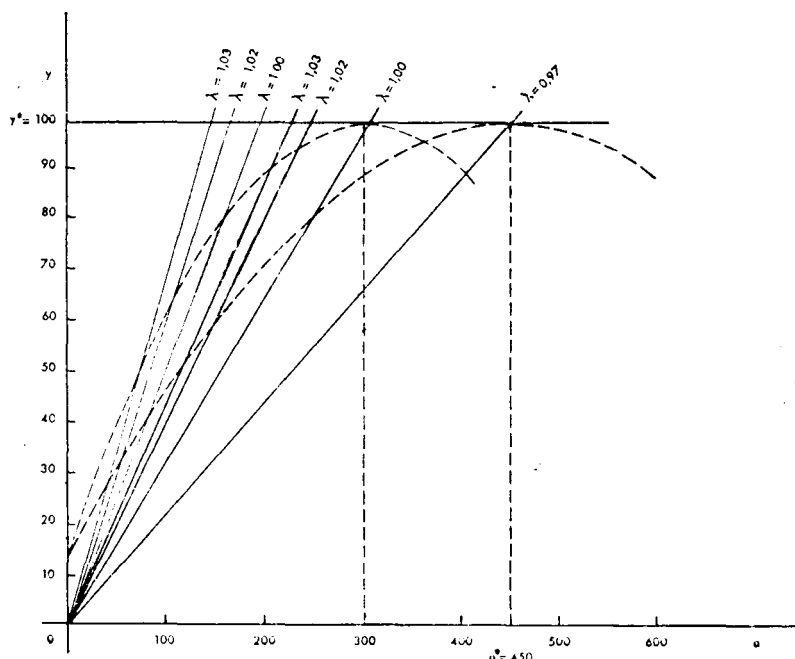
26) BNDE — *Opus cit.*, quadro IX.

Admitimos também uma maior propensão a gastar  $\gamma = 0,8$ , de modo que os coeficientes angulares das linhas do feixe também aumentam.

A nova parábola e feixe de retas foram traçadas no gráfico em linhas finais e podemos ver que, para a mesma taxa de crescimento  $\lambda$ , há um aumento substancial na formação da renda, não obstante o aumento admitido para  $\gamma$ .

GRÁFICO II

### INFLUÊNCIA DA RAZÃO DE CRESCIMENTO POPULACIONAL SOBRE A FORMAÇÃO DA RENDA



#### 5.5 — As poupanças e o “Estado Ótimo”

Stone define o “estado ótimo” em termos de capital *per capit*. Abandonando a restrição imposta por (27) e tratando  $\lambda$  como um parâmetro, esse “estado ótimo” é atingido quando a comunidade se dispõe a pagar tanto quanto for necessário para atender a certas metas de política econômica.

Então, apresentam-se duas alternativas: ou a maximização do produto *per capita* ou a maximização do consumo *per capita*. A consecução de um ou outro objetivo implica na fixação de um certo nível de capitais *per capit*.

Se se adota a primeira diretriz, a maximização de  $y$  obtém-se com a anulação da sua derivada de  $y$  em relação a  $a$  na primeira equação de (29), isto é,

$$\frac{dy}{da} = -2\beta (a - a^*) = 0. \quad (31)$$

donde

$$a_y = a^* \quad (32)$$

onde  $a_y$  representa o valor de  $a$  que maximiza a produção. Resultado, aliás, óbvio.

No segundo caso, podemos determinar o consumo  $c$  combinando as duas primeiras equações do sistema (29), obtendo

$$c = y^* - a(\lambda - 1) - \beta(a - a^*)^2$$

e o máximo  $a_c$  se obtém anulando a derivada parcial dessa equação em relação a  $a$ , ou seja

$$\frac{\partial c}{\partial a} = -(\lambda - 1) - 2\beta(a - a^*) = 0 \quad (33)$$

donde

$$a_c = a^* - \frac{(\lambda - 1)}{2\beta} \quad (34)$$

Como parâmetro  $\lambda$  é necessariamente positivo, para uma população crescente,  $\lambda > 1$ , segue-se que  $a_c$  é necessariamente menor que  $a_y$ . Conclui Stone:

"Since consumption per head is clearly the variable to be maximised, a steadily growing community should not endeavour to reach the maximum point on its production function since by aiming at a lower level of assets and output per head it will be able to enjoy a higher level of consumption per head. Indeed a comparison of (32) and (34) shows that in order to maximise consumption for a given value of  $\lambda$  assets should be acquired up to the point at which their marginal product is  $(\lambda - 1)$  and not beyond this to the point at which their marginal product falls to zero."<sup>27</sup>

27) Stone, R — *Opus cit.*, pág. 789.

Como se vê, o modelo de Stone traz novas luzes sobre a necessidade de, na programação das economias subdesenvolvidas, condicionar também a taxa de crescimento populacional  $\lambda$  e estabelecer como meta, não propriamente o aumento do produto nacional, mas a do consumo *per capita*.

"Miséria ou Abundância" são as duas alternativas, a que não há que fugir. E a variável  $\lambda$  não pode ser omitida, se se pretende usufruir, no máximo, as possibilidades ambientais e tecnológicas existentes.

### S U M M A R Y

*The paper uses it Harrod model to explain the rate growth of the Brazilian economy.*

*After explaining the processes followed to estimate the value of Harrod's parameters the author gives the projections of the Brazilian C.N.P. for years 1961-1962-1963-1964 and 1965 as compared with the figures estimated by the National Bank of Economic Development based on a exponential function fitted to a time series.*

*According to the figures arrived at it is clear to the author that Harrod's model does not apply to Brazil. It should therefore be combined with Mahalanobis and Stone models since our problem is not economic growth but rather the maximization of consumption per head for a population with a very high rate of growth.*