

# Produtividade e eficiência relativa de produção em sistemas de produção de pesquisa agropecuária\*

Geraldo da Silva e Souza\*\*

Eliseu Alves\*\*

Antonio Flávio Dias Ávila\*\*

Elmar Rodrigues da Cruz\*\*

Sumário: 1. Introdução; 2. Modelos de envoltória de dados; 3. O sistema de produção da Embrapa; 4. Análise do sistema de produção da Embrapa; 5. Conclusão e perspectivas futuras.

Palavras-chave: fronteiras de produção; eficiência técnica; medida radial de eficiência; produtividade; pesquisa agropecuária.

Este artigo apresenta um modelo de produção não-paramétrico para avaliação das relações de produção em instituições de pesquisa agropecuária. A noção básica que permite avaliações comparativas entre unidades produtoras de pesquisa é a de medida radial de eficiência relativa de produção. Esta medida de eficiência, aplicada neste estudo aos centros de pesquisa da Embrapa, é geral e pode ser estendida a outros contextos. A abordagem utilizada na definição do conceito de eficiência é a do estudo de fronteiras econômicas via envoltória de dados-modelos DEA.

We present a nonparametric production model for the evaluation of input-output observations in institutions of agricultural research. The basic notion that allows comparative evaluations between research units is the radial measure of relative efficiency of production. This measure of efficiency, applied in this study to Embrapa's research centers, is general and can be extended to other contexts. The approach used to define the concept of technical efficiency is the study of production frontiers via data envelopment analysis-DEA models.

## 1. Introdução

É de importância para a administração de uma instituição de pesquisa dispor de medidas e procedimentos que permitam avaliar o *quantum* de sua produtividade e a eficiência de seu processo produtivo. Em tempos de competitividade e de redução orçamentária, uma instituição precisa ter noção de quanto seu produto pode crescer com qualidade sem absorção adicional de recursos. O acompanhamento quantitativo do processo produtivo permite uma gestão efetiva das aplicações dos recursos disponíveis quanto ao cumprimento de metas de eficiência e a observação de direcionamentos definidos pela política de produção da empresa. Nesse contexto, desenvolvemos um modelo de produção com base nas observações de insumo-produto das unidades de pesquisa da Embrapa, o qual permite avaliações e o acompanhamento dos níveis absolutos e relativos de produtividade da empresa.

A base teórica de nosso modelo de produção é a análise de fronteiras de produção. Fazemos uso intensivo dos modelos DEA (*data envelopment analysis*) descritos em Seiford &

\* Artigo recebido em set. e aprovado em dez. 1996. Esta pesquisa foi realizada com o suporte do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

\*\* Pesquisadores da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa).

Thrall (1990); Färe, Grosskopf & Lovell (1994); Charnes, Lewin & Seiford (1995); Sengupta (1995) e Alves (1996). Consistem em modelos de programação linear que essencialmente generalizam a noção de produtividade. A exploração da interpretação econômica do modelo DEA, visto como modelo de produção a partir de seu dual, permite o estudo das escalas relativas de produção, bem como o acesso ao efeito congestivo dos insumos no processo de produção. Nossa discussão apresenta em detalhes, na seção 2, os modelos DEA e seus duais. Enfatizamos as noções de medida radial de eficiência relativa, fronteira e fronteira eficiente. O teorema da folga complementar (teorema dual), estabelecendo as relações entre as soluções ótimas do primal e dual, tem papel de importância crítica nesta discussão. Na seção 3 apresentamos o sistema Embrapa de produção de pesquisa. Este é definido essencialmente pela listagem de seus atributos de insumo e produto. Essa seção introduz também a forma de cálculo dos indicadores de produção e a noção de produtividade em uso na Embrapa. Na seção 4 apresentamos os resultados empíricos observados para a Embrapa. A análise é feita separadamente e combinada para os anos de 1992-95. Finalmente, na seção 5, apresentamos as conclusões da análise e perspectivas para estudos futuros.

Uma versão preliminar do trabalho de pesquisa que apresentamos aqui aparece em Souza, Alves, Ávila & Cruz (1996). A versão que ora apresentamos estende e aprofunda substancialmente a discussão teórica dos modelos DEA, além de corrigir os erros computacionais da versão anterior.

## 2. Modelos de envoltória de dados

Consideremos um sistema de produção composto de  $n$  unidades produtoras (ou unidades tomadoras de decisão — UTD — de produção). Cada UTD consome quantidades diversas de  $m$  insumos para produzir quantidades variáveis de  $s$  produtos. Denotemos por

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

a matriz  $s \times n$  de produção das  $n$  UTDs. Note-se que a  $r$ -ésima coluna de  $Y$  representa o vetor de produção da  $r$ -ésima UTD. Denote por

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

a matriz  $m \times n$  de uso de insumos das  $n$  UTDs. A  $r$ -ésima coluna de  $X$  representa o vetor de uso de insumos da  $r$ -ésima UTD. As matrizes  $Y = (y_{ij})$  e  $X = (x_{ij})$  devem satisfazer as seguintes propriedades:  $p_{ij} \geq 0$ ,  $\sum_i p_{ij} > 0$  e  $\sum_j p_{ij} > 0$ , onde  $p$  representa  $x$  ou  $y$ .

**Definição 2.1** — A eficiência relativa de produção da UTD  $o \in \{1, 2, \dots, n\}$ , representada por  $E^{RC}(o)$ , é a solução do problema de programação (retornos constantes — RC)

$$E^{RC}(o) = \max_{u,v} \frac{y'_0 u}{x'_0 v}$$

sujeito às seguintes restrições:

- a)  $x'_0 v = 1$ ;
- b)  $y'_j u - x'_j v \leq 0, j = 1, 2, \dots, n$ ;
- c)  $u \geq 0, v \geq 0$ .

Se interpretarmos os coeficientes  $u$  e  $v$  como preços de produtos e insumos, respectivamente, vê-se que a noção de eficiência relativa de produção é bem próxima da de rentabilidade ou produtividade (receita/gastos). Procuramos o sistema de preços  $(u, v)$  que produza a maior produtividade relativa possível para a UTD  $o$ . Uma boa motivação para a definição de eficiência relativa se obtém considerando o caso  $s = m = 1$ . Nesta instância, a condição de normalização do preço do insumo implica que para a UTD  $o$

$$v = \frac{1}{x_0}$$

Seja agora

$$R = \max_{j=1, \dots, n} \frac{y_j}{x_j}$$

a maior produtividade observada no conjunto das UTDs. O conjunto de restrições (b) e (c) implica:

$$0 \leq u \leq \frac{1}{x_0 R}$$

Portanto

$$E^{RC}(o) = \frac{y_0}{x_0 R}$$

obtida quando

$$u = \frac{1}{x_0 R}$$

Vemos, portanto, que no caso de um único *input* e um único *output* a noção de eficiência relativa de produção é uma regra de três simples. A maior produtividade observada no conjunto das UTDs tem eficiência unitária e as demais têm eficiência relativa calculada de modo proporcional. Note-se que a quantidade  $E^{RC}(o)$  representa também, neste contexto simples, a redução proporcional que devemos aplicar ao nível de insumos  $x_0$  para que a UTD  $o$  atinja o nível de produtividade máxima  $R$ . De forma equivalente, o inverso da eficiência relativa define o aumento proporcional de produto que a UTD sob análise deve levar a efeito para que possa atingir a produtividade  $R$ . Esta é a essência dos modelos DEA.

O dual do modelo de programação linear da definição 2.1. tem uma interpretação econômica que é interessante e muito importante explorar. As nuances do caso  $s = m = 1$  se tornam bem mais evidentes no contexto do problema dual. Mas antes de levarmos a efeito essa interpretação, é conveniente que discutamos alguns aspectos teóricos envolvendo problemas de programação linear.

Tabela 1  
Formas de problemas primal e dual

Problema primal	Restrições (primal)	Problema dual	Restrições (dual)
$\max_x c'x$	$Ax = b, x \geq 0$	$\min_w b'w$	$A'w \geq c$
$\min_x c'x$	$Ax = b, x \geq 0$	$\max_w b'w$	$A'w \leq c$

A tabela 1 apresenta as formulações clássicas dos problemas primal e dual de interesse em nossa exposição. O teorema seguinte estabelece a relação existente entre as soluções dos problemas primal e dual (Mas-Colell, Whinston & Green, 1995, e Gass, 1969).

*Teorema 2.1 (teorema dual)* — Existe uma solução ótima para o primal se e somente se existir uma solução ótima para o dual. As soluções ótimas do primal e do dual, quando existem, são coincidentes.

Uma formulação equivalente do teorema 2.1, de muita importância para os modelos DEA, vem dada pelo teorema 2.2. Usualmente, este teorema é apresentado na literatura na forma simétrica do par primal-dual. Como nossa formulação dos problemas primal e dual é não-simétrica, apresentamos a seguir uma demonstração do teorema da folga complementar.

*Teorema 2.2 (teorema da folga complementar)* — Quanto aos valores das variáveis nas soluções ótimas dos problemas primal e dual pode-se dizer o seguinte: se ocorrer desigualdade estrita na  $j$ -ésima restrição de um dos problemas duais, o valor da  $j$ -ésima variável do primal correspondente será nulo. Se o valor da  $j$ -ésima variável na solução ótima de um dos problemas primais for positivo, a  $j$ -ésima restrição do dual correspondente será uma igualdade.

*Demonstração* — Consideremos o primeiro par de problemas da tabela 1. O resultado para o segundo par é análogo. Suponhamos que a matriz  $A = (a_{ij})$  é  $m \times n$ ,  $c$  é  $n \times 1$ ,  $x$  é  $n \times 1$ ,  $b$  é  $m \times 1$  e  $w$  é  $m \times 1$ . Representemos por  $f(x)$  e  $g(w)$  as funções objetivo dos problemas primal e dual, respectivamente. Sejam  $w_{m+j}$  variáveis de folga não-negativas tais que:

$$a_{1j}w_1 + a_{2j}w_2 + \dots + a_{mj}w_m - w_{m+j} = c_j \quad j = 1, \dots, n$$

Multiplicando esta equação por  $x_j$ , somando em  $j$  e subtraindo  $g(w)$  do resultado, obtemos:

$$f(x) - g(w) = (b_1 - \sum_{j=1}^n a_{1j}x_j)w_1 + \dots + (b_m - \sum_{j=1}^n a_{mj}x_j)w_m + \sum_{j=1}^n x_j w_{m+j} = \sum_{j=1}^n x_j w_{m+j}$$

Segue que para as soluções ótimas  $\hat{x}$  e  $\hat{w}$  do primal e do dual temos  $\sum_{j=1}^n \hat{x}_j \hat{w}_{m+j} = 0$ . Como as variáveis  $x_j$  e  $w_{m+j}$  estão restritas a serem não-negativas temos  $\hat{x}_j \hat{w}_{m+j} = 0$  para todo  $j$ . Daí o resultado.

Em forma matricial, podemos escrever o modelo RC da definição 2.1 como:

$$\max_{u,v,\delta} (y'_0, 0, 0) \begin{pmatrix} u \\ v \\ \delta \end{pmatrix}$$

sujeito às restrições:

$$\begin{pmatrix} 0 & x'_0 & 0 \\ Y' & -X' & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

onde  $\delta$  é um vetor de variáveis de folga e  $I$  é a matriz identidade de ordem  $n$ .

O problema dual correspondente é  $\min_{\theta,\lambda} \theta$ , sujeito às restrições:

$$\begin{pmatrix} 0 & Y \\ x_0 & -X \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \lambda \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} y_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ou, equivalentemente,  $\min_{\theta,\lambda} \theta$  sujeito às restrições:

- a)  $Y\lambda \geq y_0$ ;
- b)  $X\lambda \leq \theta x_0$ ;
- c)  $\lambda \geq 0$  e  $\theta$  livre.

Os produtos matriciais  $Y\lambda$  e  $X\lambda$  com  $\lambda \geq 0$  representam combinações lineares das colunas  $Y$  e  $X$  respectivamente. Obtém-se, assim, para cada  $\lambda$ , novas relações de produção (que incluem as relações observadas nas UTDs 1, 2, ...,  $n$ ). Nestes termos, a pergunta que o dual responde é: que redução proporcional de insumos  $\theta x_0$  é possível levar a efeito para a unidade sob análise,  $o$ , e ainda assim produzir pelo menos o vetor  $y_0$ ? A solução  $\theta^*(x_0, y_0)$  do dual é o menor  $\theta$  com esta propriedade. Neste contexto, a quantidade  $\theta^*(x_0, y_0)$  é conhecida como medida radial de eficiência (num programa de redução de insumos). A medida é radial no

sentido de que a redução se aplica uniformemente no vetor de insumos. A analogia com o caso  $s = m = 1$  é perfeita.

As duas noções relevantes para o estudo não-paramétrico da eficiência de produção são os conceitos de envelope ou envoltória e o de dominância entre relações de produção. A idéia de envelope é emprestada das restrições do problema dual. Formalmente, o envelope é definido pelo conjunto

$$E = \{(x, y); \exists \lambda \geq 0, X\lambda \leq x, Y\lambda \geq y\}$$

e define o conjunto de produtores que se permite participar no processo de otimização. A componente  $x$  de um ponto  $(x, y)$  de  $E$  representa insumo, e a componente  $y$ , *output*. Se  $(z, w)$  e  $(x, y)$  são pontos distintos do envelope  $E$ , diz-se que  $(z, w)$  domina  $(x, y)$  quando e apenas quando  $z \leq x$  e  $w \geq y$ . Em outras palavras, quando se consegue produzir mais gastando menos.

A fronteira econômica (isoquanta) do programa de redução de insumos é dada pelo conjunto:

$$F = \{(x_0, y_0); \theta^*(x_0, y_0) = 1\}$$

A fronteira eficiente de produção do programa de redução de insumos é dada pelo conjunto:<sup>1</sup>

$$FE = \{(x_0, y_0); (x_0, y_0) \text{ não pode ser denominado em } E\}$$

*Proposição 2.1* — A fronteira eficiente  $FE$  é um subconjunto de  $F$ .

*Demonstração* — Suponhamos  $FE$  não-vazio e  $(x_0, y_0)$  um ponto de  $FE$ . Consideremos o problema (RC) dual. O ótimo  $\theta^* = \theta^*(x_0, y_0)$  ocorre quando  $\lambda = \lambda^*$ . Suponhamos que  $0 < \theta^* < 1$ . Neste caso, seja  $z = X\lambda^*$  e  $w = Y\lambda^*$ . É claro que  $(z, w) \in E$  e  $(z, w)$  é distinto de  $(x_0, y_0)$ . Logo,  $(z, w)$  domina  $(x_0, y_0)$  e, portanto,  $(x_0, y_0)$  não pode pertencer a  $FE$ , uma contradição.

*Proposição 2.2* — Consideremos uma UTD  $o$  para a qual  $E^{RC}(o) = 1$ . A condição necessária e suficiente para que  $o$  esteja em  $FE$  é que os multiplicadores (preços) ótimos  $u^*$  e  $v^*$  tenham componentes estritamente positivas.

*Demonstração* — A condição é suficiente. De fato, suponhamos a condição satisfeita e que a relação de produção  $(x_0, y_0)$  de  $o$  não pertença a  $FE$ . Então existe  $(z, w)$  em  $E$  que domina  $(x_0, y_0)$ . Segue, portanto, que existe  $\bar{\lambda} \geq 0$  tal que  $X\bar{\lambda} \leq x_0$  e  $Y\bar{\lambda} \geq y_0$ . Logo,  $(1, \bar{\lambda})$  é viável e, portanto, ótima para o dual. Como  $X\bar{\lambda} \neq x_0$  ou  $Y\bar{\lambda} \neq y_0$ , tem-se uma contradição

<sup>1</sup> O vetor  $(0, 0)$  é um ponto do envelope  $E$  que não pode ser dominado. Nossa definição de  $FE$ , contudo, não inclui o vetor nulo. As definições de  $F$  e  $FE$  restringem-se aos vetores de produção definidos pelas UTDs em  $\{0, \dots, n\}$ .

pelo teorema da folga complementar. Logo,  $(x_0, y_0) \in FE$ . A condição é também necessária. De fato, suponhamos que  $(x_0, y_0)$  seja um ponto de  $FE$  e que algum componente dos preços ótimos  $u^*$  e  $v^*$  seja nulo. Nessas condições, existe um par  $(\bar{x}, \bar{y})$  distinto de  $(x_0, y_0)$ , tal que  $\bar{x} \leq x_0$ ,  $\bar{x}'v^* = 1$ ,  $\bar{y} \geq y_0$  e  $\bar{y}'u^* = 1$ . Consideremos o problema de programação linear  $\max_{u,v} \bar{y}'u$  sujeito às restrições  $\bar{x}'v = 1$  e  $y'_j u - x'_j v \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$ . Este problema atinge o ótimo em  $u = u^*$  e  $v = v^*$ . Pelo teorema 2.1, o dual deste problema também tem solução ótima. Existe, portanto,  $\lambda^* \geq 0$  tal que  $X\lambda^* \leq \bar{x} \leq x_0$  e  $Y\lambda^* \geq \bar{y} \geq y_0$ . Segue que  $(x_0, y_0)$  é dominado no envelope  $E$ , uma contradição.

A versão dual da proposição 2.2 exige  $Y\lambda^* = y_0$  e  $X\lambda^* = x_0$  no ótimo da solução dual.

Podemos tornar uma UTD ineficiente mais eficiente projetando-a na isoquanta. A projeção se obtém através da aplicação  $(x_0, y_0) \rightarrow (\theta^* x_0, y_0)$ . A projeção resulta num ponto de  $FE$  quando  $X\lambda^* = \theta^* x_0$  e  $Y\lambda^* = y_0$ .

Pode-se definir a noção de eficiência relativa de produção num contexto de insumos fixos em vez de produção fixa, isto é, num programa de aumento de produção. Nesse ambiente, a eficiência relativa de produção da UTD  $o$ , sob retornos constantes, é definida como  $\phi^*(x_0, y_0) = \max_{\phi, \lambda} \phi$  sujeito às restrições:

- a)  $Y\lambda \geq \phi y_0$ ;
- b)  $X\lambda \leq x_0$ ;
- c)  $\lambda \geq 0$ ,  $\phi$  livre.

No programa de aumento de produção, o que se pergunta é que aumento proporcional  $\phi$  pode ser uniformemente aplicado ao vetor de produção  $y_0$  sem aumentar o nível de insumo  $x_0$ . A solução  $\phi^*$  é o maior  $\phi$  com esta propriedade. A projeção na fronteira com insumos fixos se dá através da aplicação  $(x_0, y_0) \rightarrow (x_0, \phi^* y_0)$ . Tem-se  $\phi^* = 1/\theta^*$ . Novamente a analogia com o caso  $s = m = 1$  é perfeita.

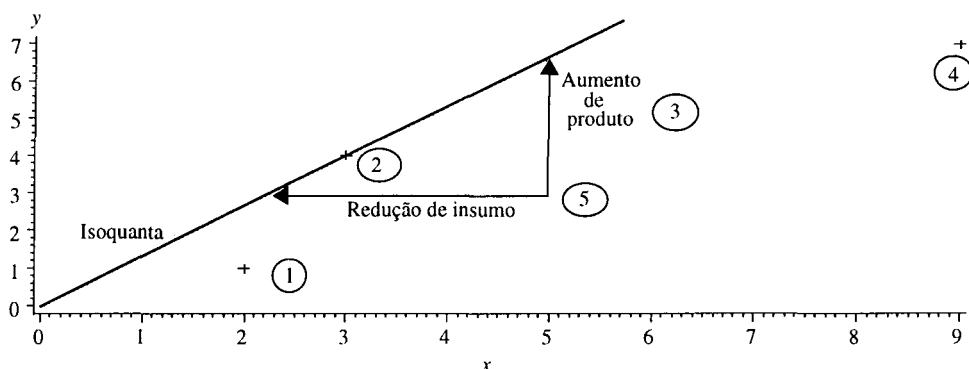
Vamos ilustrar agora os conceitos envolvidos em nossa definição de eficiência relativa de produção. Utilizamos um exemplo simples extraído de Seiford & Thrall (1990).

Tabela 2  
Dados de produção e medidas de produtividade e eficiência

UTD	$x$ (insumo)	$y$ (produto)	Produtividade	$\theta^*$	$\phi^*$
1	2	1	0,5000	0,3750	2,6667
2	3	4	1,3333	1,0000	1,0000
3	6	6	1,0000	0,7500	1,3333
4	9	7	0,7777	0,5833	1,7144
5	5	3	0,6000	0,4500	2,2222

Têm-se cinco UTDs com os dados de produção da tabela 2, que mostra também produtividades e eficiências relativas de produção. Note-se que unidades produtivas não são necessariamente eficientes. Este é o caso da UTD 3, que tem produtividade unitária e é ineficiente. A figura 1 ilustra as projeções na fronteira da UTD 5, segundo os programas de redução de insumo e aumento de produção, respectivamente. A isoquanta é determinada pela UTD de melhor produtividade: a unidade tomadora de decisão 2.

Figura 1  
Projeções na fronteira, rendimentos constantes



Nosso objetivo agora é definir modelos de eficiência que permitam caracterizar uma nova medida de eficiência técnica: a de escala de operação. Essa medida, que representaremos por  $\theta_{esc}^*$ , também varia no intervalo  $(0,1)$ , com valores menores do que 1 indicando ineficiência. Queremos saber se uma relação de produção  $(x_0, y_0)$  é ineficiente no problema RC porque pertence a uma região do conjunto de possibilidades de produção de retornos crescentes ou decrescentes. No primeiro caso,  $y_0$  é demasiadamente pequeno para que  $(x_0, y_0)$  seja eficiente. No segundo caso,  $x_0$  é demasiadamente grande. Tais informações são de extrema relevância para o estabelecimento de políticas de produção. Ineficiência na região de retornos crescentes exige, possivelmente, projeção na fronteira via o programa de aumento da produção. Na região de retornos decrescentes, a projeção pode ser feita via redução de insumos.

A noção de escala de produção se tornará mais clara com o uso dos conjuntos de produção (programa de redução de insumos — *output* fixo) seguintes e que estão discutidos em detalhes em Färe, Grosskopf & Lovell (1994). Tal como anteriormente, seja  $y_0$  o vetor de produção da UTD sob análise.

Conjunto de produção sob retornos constantes:

$$L(y_0, RC, P) = \{x; (x, y_0) \in E\}$$

Conjunto de produção sob retornos decrescentes:

$$L(y_0, RD, P) = \{x; (x, y_0) \in E_1\}$$



Conjunto de produção sob retornos variáveis:

$$L(y_0, RV, P) = \{x; (x, y_0) \in E_2\}$$

Os conjuntos  $E_1$  e  $E_2$  são obtidos do envelope  $E$ , impondo-se as restrições  $\sum_i \lambda_i \leq 1$  e  $\sum_i \lambda_i = 1$ , respectivamente. Pode-se definir também o conjunto de produção com retornos crescentes impondo-se em  $E$  a condição  $\sum_i \lambda_i \geq 1$ . Não necessitaremos formalmente desta definição. Os três conjuntos de produção possuem disponibilidade plena ( $P$ ) no sentido de que  $x \in L$ , então se  $z \geq x$ ,  $z \in L$ . Em outras palavras, ocorre disponibilidade plena quando com mais insumos se produz pelo menos o mesmo.

O conjunto de produção  $L(y_0, RC, P)$  apresenta retornos constantes no sentido de que para todo  $\alpha > 0$ :

$$L(\alpha y_0, RC, P) = \alpha L(y_0, RC, P)$$

Observe-se que:

$$\begin{aligned} E^{RC}(o) &= E^{RC,P}(o) \\ &= \theta_{RC,P}^*(x_0, y_0) \\ &= \min_{\theta \in (0,1)} \{\theta; \theta x_0 \in L(y_0, RC, P)\} \end{aligned}$$

O conjunto  $L(y_0, RD, P)$  tem rendimentos decrescentes no sentido de que

$$L(\alpha y_0, RD, P) \subseteq \alpha L(y_0, RD, P)$$

para todo  $\alpha > 0$ .

Denotemos por  $\theta_{RD,P}^*(x_0, y_0)$  a solução ótima do problema  $\min_{\theta, \lambda} \theta$ , sujeito às restrições:

- a)  $Y\lambda \geq y_0$ ;
- b)  $X\lambda \leq \theta x_0$ ;
- c)  $\sum_i \lambda_i \leq 1$ ,  $\lambda_i \geq 0$ ,  $\theta$  livre.

Tem-se:

$$\begin{aligned} E^{RD}(o) &= E^{RD,P}(o) \\ &= \theta_{RD,P}^*(x_0, y_0) \\ &= \min_{\theta \in (0,1)} \{\theta; \theta x_0 \in L(y_0, RD, P)\} \end{aligned}$$

Observamos que  $E^{RD}(o)$  é a eficiência relativa da UTD  $o$  sob a hipótese de rendimentos decrescentes.

De modo análogo, definimos a eficiência relativa de produção sob a hipótese de rendimentos variáveis:

$$E^{RV,P}(o) = \theta_{RV,P}^*(x_0, y_0) = \min_{\theta \in (0,1)} \{\theta; \theta x_0 \in L(y_0, RV, P)\}$$

Vemos também que  $\theta_{RV,P}^*(x_0, y_0)$  é o ótimo do problema  $\min_{\theta, \lambda} \theta$ , sujeito às restrições:

- a)  $Y\lambda \geq y_0$ ;
- b)  $X\lambda \leq \theta x_0$ ;
- c)  $\sum_i \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, \theta$  livre.

Temos:

$$E^{RC,P}(o) \leq E^{RD,P}(o) \leq E^{RV,P}(o)$$

A medida de eficiência escala é definida pela comparação entre as eficiências técnicas sob retornos decrescentes e variáveis:

$$\theta_{esc}^*(x_0, y_0) = \frac{\theta_{RC,P}^*(x_0, y_0)}{\theta_{RV,P}^*(x_0, y_0)}$$

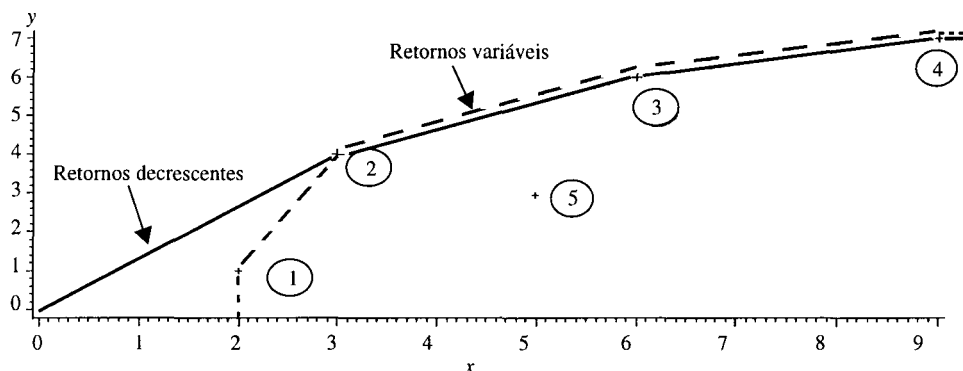
Suponhamos  $\theta_{esc}^*(x_0, y_0) < 1$ . Se  $\theta_{RC,P}^*(x_0, y_0) = \theta_{RD,P}^*(x_0, y_0)$ , a UTD  $o$  opera numa região de retornos crescentes. Se  $\theta_{RC,P}^*(x_0, y_0) < \theta_{RD,P}^*(x_0, y_0)$ , a UTD opera numa região de retornos decrescentes.

Tabela 3  
Eficiência técnica escala de produção

UTD	$x$	$y$	$\theta_{RC,P}^*$	$\theta_{RD,P}^*$	$\theta_{RV,P}^*$	$\theta_{esc}^*$	Retorno
1	2	1	0,3750	0,3750	1,0000	0,3750	Crescente
2	3	4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	Eficiente
3	6	6	0,7500	1,0000	1,0000	0,7500	Decrescente
4	9	7	0,5833	1,0000	1,0000	0,5833	Decrescente
5	5	3	0,4500	0,4500	0,5333	0,8438	Crescente

A tabela 3 apresenta as soluções dos problemas de programação necessários à avaliação da escala de produção do exemplo constante da tabela 2. A figura 2 ilustra os resultados encontrados.

Figura 2  
Isoquantas, rendimentos decrescentes e variáveis



Agora vamos definir uma medida que permite determinar se existem componentes do vetor de insumos que sejam congestivos, isto é, componentes de custo cujo aumento na intensidade de uso implique a redução de algum componente do vetor de produção. A presença de insumos congestivos vai destruir a propriedade de disponibilidade plena. A nova medida de eficiência técnica é denominada eficiência congestiva e representada por  $\theta_{\text{cong}}^*$ . A definição de congestividade envolve a comparação de dois modelos: um sob disponibilidade plena e outro sob disponibilidade fraca; ambos sob retornos variáveis. A disponibilidade fraca é caracterizada a partir do seguinte conjunto de produção:

$$L(y_0, RV, F) = \{x; \exists \lambda \geq 0 \text{ e } 0 < \sigma \leq 1 \text{ tq } Y\lambda \geq y_0; X\lambda = \sigma x_0; \sum_i \lambda_i = 1\}$$

A eficiência relativa sob a hipótese de rendimentos variáveis e disponibilidade fraca é dada por:

$$E^{RV,F}(o) = \theta_{RV,F}^*(x_0, y_0) = \min_{\theta \in (0,1)} \{\theta; \theta x_0 \in L(y_0, RV, F)\}$$

É claro que:

$$E^{RC,P}(o) \leq E^{RD,P}(o) \leq E^{RV,P}(o) \leq E^{RV,F}(o)$$

Equivalentemente,  $E^{RV,F}(o)$  pode ser determinada como a solução do problema de programação linear  $\min_{\theta, \lambda} \theta$  sujeito às restrições:

- a)  $Y\lambda \geq y_0$ ;
- b)  $X\lambda = \theta x_0$ ;
- c)  $\sum_i \lambda_i = 1; \lambda_i \geq 0, \theta \text{ livre.}$

Definimos:

$$\theta_{\text{cong}}^*(x_0, y_0) = \frac{\theta_{RV,P}^*(x_0, y_0)}{\theta_{RV,F}^*(x_0, y_0)}$$

Quando  $\theta_{\text{cong}}^*(x_0, y_0) < 1$ , é de interesse determinar que insumos, ou combinação de insumos, são responsáveis pela congestão. Isso é feito com a utilização de medidas parciais de eficiência técnica. Seja  $B$  um subconjunto de  $\{1, 2, \dots, s\}$  com pelo menos um elemento, e  $B^c$  seu complemento. Queremos determinar se o conjunto de insumos  $B^c$  é congestivo. Decomponhamos  $X$  e  $x_0$  de acordo com a partição induzida por  $B$ , isto é:

$$X = \begin{pmatrix} X^B \\ X^{B^c} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad x_0 = \begin{pmatrix} x_0^B \\ x_0^{B^c} \end{pmatrix}$$

Determinemos a solução  $\theta_{\text{cong},B}^*(x_0, y_0)$  do problema de programação linear  $\min_{\theta, \lambda} \theta$  sujeito a:

- a)  $Y\lambda \geq y_0$ ;
- b)  $X^B\lambda \leq \theta x_0^B$ ;
- c)  $X^{B^c}\lambda = \theta x_0^{B^c}$ ;
- d)  $\sum_i \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, \theta$  livre.

Se  $\theta_{\text{cong},B}^*(x_0, y_0) = \theta_{RV,P}^*(x_0, y_0)$ , o subvetor de insumos  $B^c$  obstrui a produção. Note-se que não existe unicidade na noção de congestividade. Na presença de congestão, a análise deve ser repetida para todos os subconjuntos (plausíveis) de insumos.

Tem-se, portanto, a decomposição seguinte da eficiência técnica sob retornos constantes:

$$E^{RC,P}(o) = \theta_{\text{esc}}^*(x_0, y_0) \theta_{\text{cong}}^*(x_0, y_0) E^{RV,F}(o)$$

Segue que uma UTD é ineficiente por problemas de escala, congestão ou por não pertencer à isoquanta do problema de produção com disponibilidade fraca e retornos variáveis.

Tabela 4  
Análise da congestão

UTD	$\theta_{RV,F}^*$	$\theta_{\text{cong}}^*$
1	1,0000	1,0000
2	1,0000	1,0000
3	1,0000	1,0000
4	1,0000	1,0000
5	0,5333	1,0000

A tabela 4 apresenta os resultados da análise de congestão do exemplo de Seiford e Thrall (1990). A UTD 5 não pertence à fronteira do problema de retornos variáveis e disponibilidade fraca.

Para finalizar esta seção, apresentamos os quatro problemas principais de programação linear utilizados em nossas definições, em forma primal, explorando as relações definidas na tabela 1. De um modo geral procura-se por:

$$\max_{u, v, u^*} y'_0 u + u^*$$

sujeito às restrições  $x'_0 v = 1$  e  $Y'u - X'v + u^* \leq 0$ . Restrições adicionais sobre as variáveis  $u$ ,  $v$ , e  $u^*$  geram os diferentes problemas:

- a) retornos constantes —  $u, v \geq 0$  e  $u^* = 0$ ;
- b) retornos decrescentes —  $u, v \geq 0$  e  $u^* \leq 0$ ;
- c) retornos variáveis —  $u, v \geq 0$  e  $u^*$  livre;
- d) retornos variáveis e disponibilidade fraca —  $u \geq 0$  e  $u^*, v$  livre.

### 3. O sistema de produção da Embrapa

O sistema de produção da Embrapa, composto por 37 unidades ou centros de pesquisa, foi definido a partir de um conjunto de indicadores de desempenho que já vem sendo usado pela empresa desde 1991 para o acompanhamento dos centros através dos planos anuais de trabalho. O sistema está detalhado no documento Embrapa (1996b). Com a participação da diretoria executiva e das unidades de pesquisa que compreendem o universo Embrapa de atuação, selecionaram-se 28 indicadores de produto e três de insumo representativos da produção da empresa. Um passo importante para a avaliação da produção via tais indicadores foi a preparação do glossário Embrapa (1996a), onde são conceituados todos os itens de produção utilizados no sistema.

A discussão do sistema Embrapa de produção começa com o *output*. Os atributos de produto foram classificados em quatro categorias: produção técnico-científica (PTC), produção de publicações técnicas (PPT), difusão de tecnologia e imagem (PDTI) e desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos (PDTPP).

Por produção técnico-científica entende-se a produção de artigos ou capítulos de livros destinados essencialmente ao meio científico. Exige-se que cada atributo considerado na categoria seja especificado com referência bibliográfica completa. São considerados os artigos no prelo, em virtude da grande variação nos prazos de publicação de revistas. Considera-se artigo no prelo aquele em que o autor foi notificado pelo editor da revista que o artigo foi aceito para publicação. Especificamente, o grupo de produção técnico-científica inclui os seguintes atributos:

- a) artigo em periódico nacional (com corpo editorial) e capítulo escrito em livro nacional;

b) artigo em periódico estrangeiro (com corpo editorial) e capítulo escrito em livro estrangeiro;

c) artigos e resumos publicados em anais de congresso.

A categoria de produção de publicações técnicas engloba as publicações geradas por uma unidade de pesquisa e que têm impacto direto para o negócio agrícola. Especificamente, nesta categoria consideram-se os seguintes atributos:

a) circular técnica — publicação seriada, escrita em linguagem técnica, contendo um conjunto de recomendações e/ou informações baseadas em resultados experimentais ou em observações de interesse local, regional ou nacional;

b) boletim de pesquisa — publicação seriada, escrita em linguagem técnico-científica, contendo relato completo de pesquisa, apresentado segundo a estrutura usual do artigo técnico-científico; objetiva divulgar resultados de trabalhos de pesquisa;

c) comunicado técnico — publicação seriada, escrita em linguagem técnica, contendo recomendações e/ou informações de interesse da economia local, regional ou nacional, de forma sucinta e objetiva, alimentada por trabalho técnico-científico ou observações dos pesquisadores;

d) periódicos (série *Documentos*) — publicação seriada, contendo relato de pesquisa, observações, informações tecnológicas, ou conteúdos que não se enquadram nas demais publicações da Embrapa (lançamentos de cultivares, atas e anais de reuniões e congressos, relatos de expedições científicas, dados concernentes a recursos genéticos e naturais, trabalhos de cunho científico-social e econômico, relatório de reuniões técnicas, programas de pesquisa, palestras técnicas, relatórios de administração e apoio, inventários e diagnósticos, traduções, trabalhos provenientes de teses etc.);

e) recomendações/instruções técnicas — publicação de periodicidade irregular, de caráter técnico simplificado, destinada a divulgar sistemas de produção a um público técnico-extensionista e a agricultores em geral.

A categoria de difusão de tecnologia e imagem compreende ações de produção que têm a ver com o esforço da Embrapa em tornar público o seu produto e divulgar sua imagem. Nesta categoria os itens de produto considerados foram:

a) Dia de Campo — evento realizado nas unidades de pesquisa visando à difusão de conhecimentos, tecnologias e inovações; o evento visa principalmente a agricultores, técnicos de extensão, cooperativas e estudantes de graduação; o público-alvo do Dia de Campo é constituído de, pelo menos 40 pessoas; o período da atividade de difusão é de, no mínimo, quatro horas;

b) organização de congressos e seminários — eventos promovidos sob a efetiva responsabilidade de uma unidade de pesquisa em sua coordenação e organização; são computados apenas os eventos com período não inferior a três dias de duração;

c) palestras — apresentação de um tema técnico ou científico dentro ou fora de uma unidade de pesquisa; são considerados como palestras apenas as apresentações com duração mínima de uma hora e público de pelo menos 20 pessoas.

d) participação em exposições e feiras — a participação de uma unidade de pesquisa nesses eventos só é considerada quando é montado estande próprio, apresentando atividades da unidade por meio audiovisuais e distribuição de publicações unicamente relativas ao tema do evento, ou quando a unidade é co-patrocinadora do evento;

e) cursos oferecidos — curso organizado e oferecido por uma unidade de pesquisa, devidamente registrado internamente, com carga horária e conteúdo; são considerados cursos a partir de oito horas de duração, podendo ser ministrados pela unidade em suas instalações ou não; não são consideradas disciplinas ministradas como parte de cursos de universidades;

f) estagiários treinados — concessão de estágios a técnicos, estudantes etc. São considerados os estágios com uma duração a partir de 80 horas; não são considerados estágios de estudantes de nível médio;

g) bolsistas orientados — orientação de bolsistas no âmbito de uma unidade de pesquisa; a orientação só é considerada quando o período da bolsa é igual ou superior a seis meses, com carga horária mínima de 240 horas;

h) *folders* produzidos — consideram-se somente *folders* produzidos a partir de resultados técnico-científicos; reedições do mesmo *folder* não são consideradas; a idéia aqui é considerar na produção de imagem os *folders* de divulgação de eventos ou novas tecnologias e não os institucionais;

i) vídeos produzidos — os vídeos deste item de produção contêm resultados, tecnologias e conhecimentos gerados por uma unidade da Embrapa e utilizáveis pelos seus usuários e clientes; são considerados apenas vídeos de produtos, serviços e processos, com divulgação institucional limitada ao mínimo para assegurar credibilidade técnica; os vídeos têm duração mínima de 12 minutos;

j) pesquisa em andamento — publicação seriada produzida por uma unidade de pesquisa, escrita em linguagem técnico-científica, sucinta e objetiva, abordando aspectos de um problema de pesquisa e/ou objetivos e metodologias envolvidos na pesquisa, podendo conter informações e/ou observações de cunho científico.

k) unidades demonstrativas — demonstração de resultados de tecnologias geradas por uma unidade de pesquisa na forma de produto acabado, geralmente com a co-participação de um órgão de assistência técnica privado ou oficial;

l) unidades de observação — observação (validação) de resultados, em escala comercial, em diferentes ambientes e épocas, antes de a tecnologia estar terminada; as unidades de observação são feitas na área de uma unidade de pesquisa ou fora dela, com a colaboração de produtores, cooperativas ou outro órgão de pesquisa ou instituições privadas.

Finalmente, a categoria de desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos é definida por indicadores que estão relacionados com o esforço de desenvolvimento levado a efeito por uma unidade de pesquisa, a fim de tornar sua produção disponível à sociedade na forma de produto acabado. Incluem-se nesta categoria de produção apenas tecnologias, produtos e processos novos, devidamente testados no nível de clientes e usuários, através de testes de ajustes, protótipos ou unidades demonstrativas, ou já em processo de registro (marca ou patente). Especificamente:

- a) cultivar — lançamento de cultivar (variedade, híbrido ou clone);
- b) prática e processo agropecuário — conjunto de procedimentos utilizados sobre matérias-primas da agropecuária, visando a sua transformação em produtos agropecuários;
- c) insumo agropecuário — toda matéria-prima utilizável ou transformável para a obtenção de produtos agropecuários, incluindo estirpes;
- d) processo agroindustrial — operação ou conjunto encadeado de operações utilizadas comercial ou industrialmente nas etapas da colheita (extração), pós-colheita, transformação e preservação de produtos agrícolas, visando ao aproveitamento econômico;
- e) máquina (equipamento) — máquina ou equipamento desenvolvido por uma unidade de pesquisa;
- f) metodologia científica — aquela desenvolvida por uma unidade como produto de suas pesquisas;
- g) *software*;
- h) monitoramento, zoneamento e mapeamento — monitoramento de meio ambiente, geração de mapas e zoneamento agroecológico ou sócio-econômico.

Os insumos do processo produtivo têm seu *quantum* de utilização medido através do custeio e da despesa de capital. Especificamente, consideramos os seguintes componentes de custos:

- a) despesa com pessoal — folha de pagamento anual da unidade de pesquisa, incluindo todos os encargos sociais, férias e décimo-terceiro salário;
- b) outros custeios — todas as despesas correntes (material de consumo, diárias, locomoção, serviços de terceiros etc.) realizadas por uma unidade de pesquisa; excluem-se do total do custeio as receitas geradas por projetos de produção;
- c) depreciação (custo do capital) — valor da depreciação anual.

### *Indicadores de produção e insumos*

Como indicadores da atividade de produção (insumos e produtos), consideramos um sistema de índices relativos. A idéia, do ponto de vista do *output*, foi definir um indicador com-



binado de produção como uma média ponderada desses indicadores. Os índices relativos são calculados para cada atributo e para cada unidade de pesquisa, em cada ano, dividindo-se o quantitativo observado na atividade de produção para a unidade em questão por 1 mais a média por unidade do atributo. Só entram no cálculo dos índices relativos e da média as unidades que potencialmente realizam a atividade de produção considerada. Vê-se, portanto, que 1 mais a média dentro de anos, por unidade, serve de base no cálculo dos relativos. Medidas representativas e menos influenciáveis à presença de *outliers* podem ser obtidas *winsorizando* essas médias. Isso equivale a eliminar observações do começo e fim de cada atividade ordenada. O nível de *winsorização* que estamos usando é de cerca de 8%. Nesse nível, o procedimento elimina três observações do começo (três menores) e três observações do fim (três maiores) do arquivo de cada atividade.

Como componente de produção  $y_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  de cada categoria de produto toma-se a média ponderada dos índices relativos (parciais) que compõem a categoria. Represente-se por  $o$  a unidade sob análise. Tem-se:

$$y_i^0 = \sum_{j=1}^{k_i} a_{ji}^0 y_{ji}^0; \quad 0 \leq a_{ji}^0; \quad \sum_{j=1}^{k_i} a_{ji}^0 = 1$$

onde:

$a_{ji}^0$ ,  $j = 1, \dots, k_i$  é o sistema de pesos para a unidade  $o$  na categoria de produção  $i$ ;

$k_i$  é o número de indicadores de produção que compõem  $i$ ;

$y_{ji}^0$  é o índice relativo de produção  $j$ .

Para que as produções das unidades de pesquisa possam ser comparadas, é necessário um esforço no sentido de definir uma medida que reduza a um denominador comum as diferenças operacionais de cada unidade. No nível dos componentes de produção, isso se obtém permitindo que os pesos dos índices relativos variem por unidade. No nível do produto combinado, induzimos esse efeito com a utilização de coeficientes de especialização. Especificamente, o produto combinado  $y^0$  da unidade  $o$  é definido pela média ponderada

$$y^0 = \text{coef}(1, o)y_1^0 + \text{coef}(2, o)y_2^0 + \text{coef}(3, o)y_3^0 + \text{coef}(4, o)y_4^0$$

onde os pesos são os coeficientes de especialização  $\text{coef}(i, o)$ . Tomamos como coeficiente de especialização da categoria  $i$  o quociente

$$\text{coef}(i, o) = \frac{\bar{y}_i^0}{\bar{y}_1^0 + \bar{y}_2^0 + \bar{y}_3^0 + \bar{y}_4^0}$$

onde  $\bar{y}_i^0$  é a média histórica das observações de  $y_i^0$ .

Tal como definidos, os coeficientes de especialização são favoráveis às unidades no sentido de que ponderam mais fortemente o que cada unidade tem de melhor, independentemente do direcionamento de políticas de pesquisa. O sistema, contudo, é flexível o suficiente para

absorver modificações. Por exemplo, na aplicação que levamos a efeito na seção 4 exploramos a classificação das unidades de pesquisa da Embrapa em tipos e definimos como sistema de pesos para cada categoria de produção a mediana relativa dos coeficientes de especialização por tipo. Desse modo, unidades do mesmo tipo têm o mesmo coeficiente de especialização. Esta abordagem, além de simplificar os cálculos, torna a distribuição dos pesos pela categoria de produção menos sensível (robusta) à presença de concentrações extremas.

Os indicadores relativos de insumos (despesas) são representados por  $x_i^0$ ,  $i = 1, 2, 3$  e representam pessoal, custeio e capital, respectivamente. Como medida combinada de despesa, tomamos o relativo  $d^0$ , obtido dividindo-se o total de gastos com insumo de cada unidade (pessoal + custeio + capital) por 1 mais a média *winsorizada* dos gastos da empresa. Em linguagem econômica, estamos trabalhando com índices de despesa tendo por base 1 mais a média *winsorizada*.

Definimos a produtividade de uma unidade de pesquisa como o quociente

$$\text{Prod} = \frac{y}{d}$$

observado para a unidade. Esta medida pode ser calculada dentro de anos e entre anos, considerando-se, por exemplo, a razão de médias (sobre anos):

$$\text{Prod}_c = \frac{\bar{y}}{\bar{d}}$$

As unidades de pesquisa produtivas são aquelas que apresentam produtividade igual ou superior a 1.

#### 4. Análise do sistema de produção da Embrapa

O sistema de produção da Embrapa é composto de 37 centros de pesquisas nacionais, classificados em três tipos, de acordo com suas missões e objetivos de pesquisa: centros ecorregionais (*E*, 13 unidades), de produtos (*P*, 15 unidades) e temáticos (*T*, nove unidades). Em nossa apresentação, estes centros de pesquisa aparecem codificados. Como descrito na seção 3, o sistema de produção envolve 28 atributos de produto e três insumos. Os atributos de produto são reduzidos a uma única variável de produção com a utilização de um sistema de pesos variável por unidade (centro) de pesquisa no contexto da seção 3. A análise de eficiência do sistema foi levada a efeito com o auxílio de duas macros SAS: uma para o cálculo de eficiência relativa (EFIC) e outra para a análise da congestão (CONGEST).<sup>2</sup> As duas macros assumem a existência de um conjunto de dados, END1,<sup>3</sup> contendo os valores da variável *output* ( $y$ ) e dos *inputs* ( $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ) e a identificação das unidades produtoras (ID). As macros podem ser facilmente generalizadas para um número maior de insumos e produtos.

<sup>2</sup> As macros EFIC e CONGEST, utilizadas na avaliação dos atributos de produção, estão disponíveis via *ftp* anônimo no endereço <ftp:sede.embrapa.br/pub/dea/>.

<sup>3</sup> Também disponível no diretório <ftp:sede.embrapa.br/pub/dea/>.

A tabela 5 mostra os coeficientes de variação, entre médias históricas de quatro anos, por unidade, calculados para cada um dos 28 atributos de produção avaliados. Esses coeficientes de variação são a base do sistema de pesos descritos na seção 2. Intuitivamente, as variáveis mais difíceis de produzir têm maior variabilidade relativa e, em consequência, maior CV e mais peso. Esse sistema de pesos via CVs é uma alternativa natural a procedimentos multivariados, tais como análise fatorial e de componentes principais, que podem produzir pesos negativos. A abordagem é também competitiva com a técnica de hierarquização de processos de Saaty (1990) e com a técnica de julgamentos categorizados de Thurston descrita em Souza (1988).

Tabela 5  
Coeficientes de variação das médias históricas, *winsorizadas*, do período 1992-95

Atributo	Variável	CV
• Produção técnico-científica (variável $y_1$ )		
Artigo nacional + cap. nacional	$y_{11}$	62,04
Artigo estrangeiro + cap. estrangeiro	$y_{21}$	76,19
Resumo + art. congresso	$y_{31}$	52,28
• Publicações técnicas (variável $y_2$ )		
Circular técnica	$y_{12}$	106,40
Boletim técnico	$y_{22}$	104,03
Comunicado técnico	$y_{32}$	59,40
Periódico	$y_{42}$	86,43
Recomendações/instruções técnicas	$y_{52}$	120,22
• Difusão de tecnologia e imagem (variável $y_3$ )		
Dias de Campo	$y_{13}$	94,28
Organização de congressos	$y_{23}$	85,42
Palestras	$y_{33}$	78,20
Feiras e exposições	$y_{43}$	48,19
Cursos oferecidos	$y_{53}$	53,83
Estagiários treinados	$y_{63}$	81,89
Bolsistas orientados	$y_{73}$	80,39
Folders produzidos	$y_{83}$	53,01
Vídeos produzidos	$y_{93}$	108,78
Pesquisa em andamento	$y_{103}$	85,93
Unidades demonstrativas	$y_{113}$	142,81
Unidades de observação	$y_{123}$	107,43
• Desenvolvimento de tecnologias, produtos e processo (variável $y_4$ )		
Variedade	$y_{14}$	80,80
Prática/processo agropecuário	$y_{24}$	113,16
Insumo (+ estirpe)	$y_{34}$	199,03
Processo agroindustrial	$y_{44}$	270,69
Metodologia científica	$y_{54}$	112,47
Máquina/equipamento	$y_{64}$	104,15
Software	$y_{74}$	129,71
Monitoramento	$y_{84}$	119,02

Quando uma unidade não produz um determinado atributo, o peso deste é nulo, isto é, o sistema de pesos da unidade fica definido somente pelos coeficientes de variação, relativos à soma total dessas quantidades, que realmente compõem a carteira de atividades da unidade em questão. Esta abordagem induz um sistema de pesos diferente para cada unidade de pesquisa. Observamos que, também no cálculo dos coeficientes de variação gerados pelas médias históricas, excluem-se as unidades de pesquisa que não exercem uma dada atividade produtiva. Estas exclusões (exceções de produção) só ocorrem na categoria associada à variável  $y_4$  (desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos) e são como segue. Para  $y_{14}$  (variedade, total de 10), as unidades FH, GI, EI, IK, QR, BD, GL, IL, EF e ZZ. Para  $y_{24}$  (prática/processo agropecuário, total de seis) as unidades EI, IK, GL, AC, EF e ZZ. Para  $y_{34}$  (insumos, total de 12) as unidades FH, GI, EI, IK, QR, GL, AD, BC, EG, GK, EF e ZZ. Para  $y_{44}$  (processo agroindustrial, total de 15), as unidades II, EI, AB, EH, IK, GH, QR, DF, GJ, FF, BC, GG, GM, AC e ZZ. Para  $y_{54}$  (metodologia científica, total de sete), as unidades AB, FG, AD, FF, BC, GG e GM. Para  $y_{64}$  (máquina/equipamento, total de 24), as unidades ZP, FH, EI, AB, EH, IK, EE, QR, GL, FG, FJ, LL, ZQ, AD, FF, BC, GG, BB, IL, GM, EG, AC, GK e ZZ. Para  $y_{75}$  (*software*, total de 18), as unidades II, IJ, EH, IM, EE, DF, FG, FJ, LL, ZQ, AD, FF, BC, BB, GM, DE, GK e EF. Finalmente, para  $y_{84}$  (monitoramento, total de oito), as unidades FH, AB, IM, BD, FJ, FF, BC e EF.

A tabela 6 mostra os coeficientes de especialização para as unidades da Embrapa e as medianas por tipo de centro. A distribuição dos coeficientes de especialização não é uniforme dentro dos tipos por categoria de produção. Existem concentrações extremas para todos os tipos de unidade, notadamente nas categorias de difusão de tecnologia e imagem e desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos. Os centros temáticos diferem substancialmente dos centros de produto e ecorregionais, que mostram uma distribuição semelhante de especializações. Os centros temáticos apresentam concentração de atividades ligeiramente superior na categoria de produção técnico-científica, bem superior no desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos, e são dominados na produção de publicações técnicas e difusão de tecnologias e imagem.

A tabela 7 mostra a evolução da produtividade na Embrapa. Os tipos temáticos e de produto têm produtividade bem mais elevada que os ecorregionais. A evolução das medianas para a Embrapa indica uma tendência decrescente no período 1992-94, com uma significativa recuperação em 1995, quando a empresa se torna produtiva. Os centros temáticos e ecorregionais têm papel significativo na recuperação do sistema produtivo. Estes centros, na mediana, aumentaram sua produtividade em 23,7 e 28%, respectivamente, no período 1994/95.

A tabela 8 mostra a evolução da eficiência relativa sob a hipótese de retorno constante. A impressão geral é a mesma do quadro de produtividade. Os centros temáticos e de produto dominam. De um modo geral, contudo, as eficiências relativas medianas são baixas. Parece haver espaço para crescimento substancial da eficiência técnica em muitas unidades. Tal como no caso da produtividade, a eficiência relativa mostra uma recuperação significativa da empresa como um todo no período de 1994/95 (aumento de 26% na mediana). Na média, as unidades LL, II, EE e ZZ estão na fronteira. Somente ZZ está na fronteira eficiente. Em 1992, estão na fronteira II, EE, LL e ZZ. Somente ZZ está na fronteira eficiente. Em 1993, são eficientes FG, EE e GK. Somente EE está na fronteira eficiente. Em 1994 são eficientes EE, FG e ZZ. Nenhuma está na fronteira eficiente. Neste ano, parece haver problemas na utilização do recurso pessoal, pois este coeficiente (preço) é nulo para todas as unidades eficientes. Em 1995, são eficientes II, GH, LL e ZZ e nenhuma unidade está na fronteira eficiente. Segue, portanto, que as unidades mais eficientes são EE e ZZ com quatro aparições com eficiência unitária no período analisado, seguidas de II e LL com três, FG com duas e GK e GH com uma cada.

Tabela 6  
Coeficientes de especialização por unidade de pesquisa e medianas por tipo

Unidade	Tipo	PTC ( $y_1$ )	PPT ( $y_2$ )	PDTI ( $y_3$ )	PDTTP ( $y_4$ )
AD	E	0,0929	0,2945	0,4678	0,1449
BB	E	0,3189	0,2448	0,1700	0,2663
BC	E	0,0260	0,7006	0,1644	0,1089
DE	E	0,2501	0,4935	0,2138	0,0427
EG	E	0,2178	0,3165	0,3442	0,1215
FF	E	0,2797	0,1882	0,4698	0,0624
FJ	E	0,3623	0,1462	0,2328	0,2588
GG	E	0,1769	0,1915	0,5368	0,0948
GJ	E	0,4331	0,2045	0,2928	0,0697
GM	E	0,2713	0,3475	0,3570	0,0241
IL	E	0,4476	0,1430	0,3100	0,0994
LL	E	0,1456	0,1910	0,5969	0,0665
ZQ	E	0,1942	0,4017	0,4040	0,0000
Mediana	E	0,2501	0,2448	0,3442	0,0948
AA	P	0,3485	0,2899	0,3038	0,0578
AB	P	0,4475	0,2366	0,2787	0,0371
AC	P	0,3426	0,1889	0,3092	0,1592
BD	P	0,2233	0,3342	0,2080	0,2346
DD	P	0,2674	0,2135	0,4261	0,0930
DF	P	0,3365	0,1480	0,3726	0,1429
EE	P	0,2971	0,4756	0,1693	0,0580
EH	P	0,2145	0,3587	0,4114	0,0153
EI	P	0,2009	0,3232	0,3594	0,1165
FG	P	0,1698	0,1919	0,5068	0,1315
FH	P	0,2163	0,2809	0,4796	0,0232
GH	P	0,1676	0,1082	0,6716	0,0526
GK	P	0,3132	0,2683	0,3454	0,0730
II	P	0,2562	0,0940	0,5746	0,0752
IM	P	0,6218	0,7071	0,1357	0,1654
Mediana	P	0,2674	0,2366	0,3594	0,0752
EF	T	0,1019	0,2105	0,0826	0,6050
FI	T	0,4172	0,1470	0,1667	0,2690
GI	T	0,7953	0,0000	0,1714	0,0334
GL	T	0,1810	0,2557	0,3691	0,1942
IJ	T	0,0992	0,2880	0,5551	0,0577
IK	T	0,4493	0,0257	0,3430	0,1819
QR	T	0,1850	0,1362	0,0913	0,5874
ZP	T	0,5866	0,1602	0,2131	0,0400
ZZ	T	0,2869	0,0297	0,0814	0,6020
Mediana	T	0,2869	0,1470	0,1714	0,1942

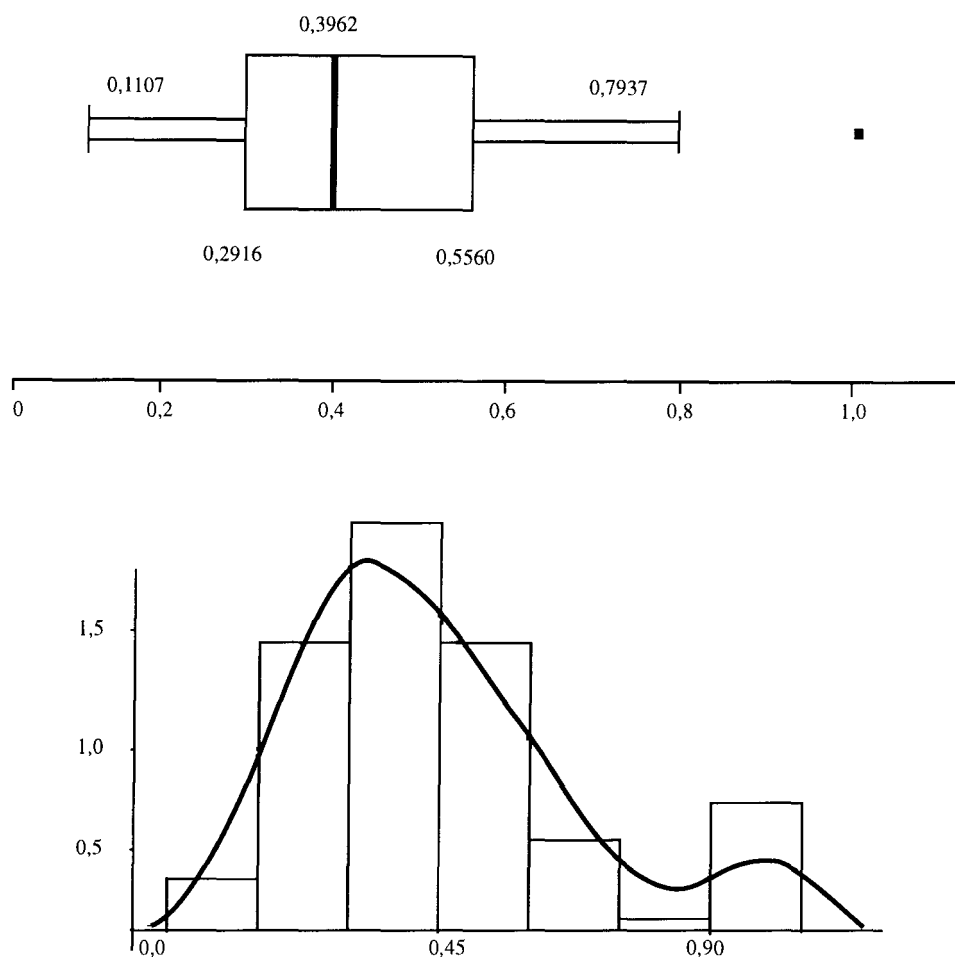
Tabela 7  
Produtividades anuais (P92-95) e combinada (PCO) para o período 1992-95

Unidade	Tipo	P92	P93	P94	P95	PCO
AD	E	0,9584	0,4044	0,2042	0,8952	0,5971
BB	E	1,0321	1,1388	0,6944	0,9500	0,9505
BC	E	0,6891	1,5678	1,9544	2,0021	1,5488
DE	E	0,6255	0,8078	1,0231	0,7765	0,7813
EG	E	0,7542	0,6743	0,3077	0,5044	0,5615
FF	E	2,0533	0,8913	0,6436	0,8246	1,1059
FJ	E	0,2841	0,2154	0,2115	0,3025	0,2510
GG	E	0,8687	0,2673	0,3973	0,7198	0,5537
GJ	E	0,7649	0,5391	0,7637	1,1389	0,7919
GM	E	0,4812	0,2534	0,5924	0,2889	0,4013
IL	E	0,3300	0,5005	0,5311	0,7656	0,5301
LL	E	2,1233	1,6860	2,8167	2,1817	2,2567
ZQ	E	1,7312	0,6623	0,7738	0,8510	0,9996
Mediana	E	0,7649	0,6623	0,6436	0,8246	0,7813
AA	P	0,7134	0,5277	0,7417	0,9183	0,7218
AB	P	0,7452	0,8084	0,8147	0,6204	0,7457
AC	P	1,3464	0,9596	0,9449	1,1769	1,1147
BD	P	0,9655	1,6240	0,8819	1,0829	1,1234
DD	P	0,8275	2,5802	1,2198	1,7516	1,5848
DF	P	0,7674	1,2014	1,3669	1,2345	1,1376
EE	P	1,5109	3,0569	2,1470	1,6676	2,0996
EH	P	1,4993	0,9259	1,3048	1,1534	1,2250
EI	P	1,0968	1,5280	2,0343	0,6319	1,3004
FG	P	1,3540	1,9409	1,4513	1,1868	1,4793
FH	P	1,0755	0,3187	0,6183	1,0316	0,7446
GH	P	2,0340	2,4421	2,2427	2,4033	2,2799
GK	P	1,7512	1,4353	1,9052	1,0036	1,5420
II	P	1,6812	1,7246	1,2310	1,9789	1,6491
IM	P	0,7353	1,2249	1,4220	0,6382	0,9971
Mediana	P	1,0968	1,4353	1,3048	1,1534	1,2250
EF	T	1,8352	2,5138	1,3399	2,5036	2,0672
FI	T	2,0176	1,7289	1,7721	1,6007	1,7807
GI	T	1,6105	1,2187	1,1947	1,8977	1,4914
GL	T	0,7899	0,7479	0,5819	1,0672	0,8107
IJ	T	0,4410	0,9215	0,9244	1,0122	0,8545
IK	T	0,9160	0,9474	0,8525	0,6462	0,8279
QR	T	0,6676	0,6427	0,8179	1,4777	0,8553
ZP	T	0,9875	1,3788	1,8243	0,8912	1,2706
ZZ	T	4,9655	2,6027	4,9709	3,7720	4,1002
Mediana	T	0,9875	1,2187	1,1947	1,4777	1,2706
Mediana empresa		0,9655	0,9596	0,9449	1,0316	1,1059

**Tabela 8**  
Eficiências relativas anuais (E92-95) e combinada (ECO) para o período 1992-95

Unidade	Tipo	E92	E93	E94	E95	ECO
AD	E	0,3038	0,1344	0,0619	0,2774	0,1942
BB	E	0,3247	0,3939	0,1977	0,3475	0,3434
BC	E	0,2507	0,5201	0,6454	0,6279	0,5411
DE	E	0,2732	0,3139	0,2382	0,3264	0,2270
EG	E	0,5239	0,3324	0,1856	0,2916	0,3713
FF	E	0,8401	0,2983	0,1801	0,2818	0,3884
FJ	E	0,1547	0,0808	0,0773	0,1316	0,1184
GG	E	0,3498	0,0883	0,1525	0,3011	0,2258
GJ	E	0,4270	0,2205	0,3215	0,5228	0,4527
GM	E	0,1902	0,0976	0,2167	0,1107	0,1713
IL	E	0,1680	0,1853	0,1475	0,2158	0,1996
LL	E	1,0000	0,5617	0,8411	1,0000	1,0000
ZQ	E	0,7776	0,2794	0,3147	0,3015	0,4693
Mediana	E	0,3247	0,2794	0,1977	0,3011	0,3434
AA	P	0,3621	0,1855	0,3074	0,3724	0,3234
AB	P	0,2969	0,3011	0,2492	0,2512	0,3049
AC	P	0,4800	0,3159	0,2426	0,4221	0,4077
BD	P	0,2014	0,5480	0,1887	0,3679	0,2939
DD	P	0,3545	0,9520	0,3929	0,5986	0,6595
DF	P	0,3910	0,4279	0,4753	0,5560	0,4977
EE	P	1,0000	1,0000	1,0000	0,7937	1,0000
EH	P	0,5286	0,3588	0,5549	0,5204	0,5638
EI	P	0,4666	0,5201	0,4456	0,2049	0,4612
FG	P	0,3815	1,0000	1,0000	0,4534	0,7042
FH	P	0,3767	0,1045	0,2226	0,3667	0,2819
GH	P	0,6337	0,8330	0,9527	1,0000	0,9223
GK	P	0,6372	1,0000	0,9253	0,6911	0,9387
II	P	1,0000	0,7685	0,5425	1,0000	1,0000
IM	P	0,3358	0,4215	0,3839	0,2567	0,4233
Mediana	P	0,3910	0,5201	0,4456	0,4534	0,4977
EF	T	0,6776	0,8670	0,2754	0,7059	0,6096
FI	T	0,8413	0,6065	0,3640	0,5343	0,6392
GI	T	0,6778	0,4201	0,2412	0,5368	0,4451
GL	T	0,2840	0,2665	0,2083	0,3963	0,3036
IJ	T	0,1593	0,3056	0,4156	0,4309	0,3718
IK	T	0,2763	0,3264	0,1814	0,1961	0,2258
QR	T	0,3783	0,2573	0,3140	0,5001	0,3806
ZP	T	0,4416	0,4520	0,5627	0,3194	0,4880
ZZ	T	1,0000	0,8835	1,0000	1,0000	1,0000
Mediana	T	0,4416	0,4201	0,3140	0,5001	0,4451
Mediana empresa		0,3815	0,3588	0,3140	0,3963	0,4233

Figura 3  
Diagrama de caixa, histograma e densidade de E95



De particular interesse para a instituição é o ano de 1995, por ser o mais recente e o ano em que as unidades realmente se conscientizaram do processo de avaliação. Para esse ano, levamos a efeito também a análise de congestão e escala. A figura 3 mostra os aspectos distribucionais da eficiência relativa retornos constantes. É clara a presença de duas modas na distribuição. Os valores dos quartis e da mediana no diagrama de caixa são modestos.

As medidas de eficiência escala e congestão aparecem na tabela 9. A coluna de retornos (RET) indica as direções a serem seguidas no processo de tornar as unidades mais eficientes. Para a região de retornos crescentes, possivelmente aumento de produção com despesa constante. Para a região de retornos decrescentes, possivelmente redução de custos com produção constante. Os casos sérios de congestão para 1995, CONG inferior a 0,5, estão listados na tabela 10, onde se reporta também o valor da eficiência técnica sob a hipótese de retornos variáveis e disponibilidade plena. Vê-se, portanto, que IM tem o custeio congestivo, EG tem o capital, o custeio e o par custeio-capital congestivos e BD tem o custeio congestivo.



Tabela 9  
Eficiências relativas com retorno constante (RC), decrescente (RD), variável (RV) e  
variável disponibilidade fraca (RG) para o ano de 1995\*

Unidade	RC	RD	RV	RG	ESC	RET	CONG
GM	0,1107	0,1107	0,3175	0,3178	0,3486	<i>c</i>	0,9990
FJ	0,1316	0,1316	0,2702	0,3259	0,4873	<i>c</i>	0,8290
IK	0,1961	0,1961	0,2771	0,3757	0,7075	<i>c</i>	0,7377
EI	0,2049	0,2049	0,2775	0,2962	0,7385	<i>c</i>	0,9367
IL	0,2158	0,2158	0,2876	0,2901	0,7502	<i>c</i>	0,9914
AB	0,2512	0,2512	0,2878	0,3007	0,8729	<i>c</i>	0,9569
IM	0,2567	0,2567	0,3692	1,0000	0,6952	<i>c</i>	0,3692
AD	0,2774	0,2773	0,6621	0,6749	0,4189	<i>c</i>	0,9810
FF	0,2818	0,2818	0,3822	0,4173	0,7373	<i>c</i>	0,9159
EG	0,2916	0,2916	0,2932	1,0000	0,9944	<i>c</i>	0,2932
GG	0,3011	0,3011	0,4270	0,5449	0,7051	<i>c</i>	0,7835
ZQ	0,3015	0,3015	0,4868	0,5404	0,6193	<i>c</i>	0,9008
ZP	0,3194	0,3355	0,3355	0,3355	0,9520	<i>d</i>	1,0000
DE	0,3264	0,3264	0,3274	0,3364	0,9971	<i>c</i>	0,9732
BB	0,3475	0,3475	0,6373	0,8237	0,5452	<i>c</i>	0,7737
FH	0,3667	0,3667	0,4254	0,4392	0,8620	<i>c</i>	0,9685
BD	0,3679	0,3679	0,3903	1,0000	0,9426	<i>c</i>	0,3903
AA	0,3724	0,3724	0,4340	0,4633	0,8582	<i>c</i>	0,9367
GL	0,3963	0,3963	0,8677	1,0000	0,4568	<i>c</i>	0,8677
AC	0,4221	0,4221	0,5105	0,6282	0,8268	<i>c</i>	0,8127
IJ	0,4309	0,4309	0,6318	1,0000	0,6821	<i>c</i>	0,6318
FG	0,4534	0,4534	0,5821	1,0000	0,7788	<i>c</i>	0,5821
QR	0,5001	0,5074	0,5074	0,5074	0,9857	<i>d</i>	1,0000
EH	0,5204	0,5204	0,5221	0,5284	0,9968	<i>c</i>	0,9880
GJ	0,5228	0,5228	0,5516	0,5981	0,9478	<i>c</i>	0,9224
FI	0,5343	0,5352	0,5352	0,6199	0,9984	<i>d</i>	0,8634
GI	0,5368	0,5368	0,6817	0,7214	0,7875	<i>c</i>	0,9449
DF	0,5560	0,5560	0,5577	0,5748	0,9968	<i>c</i>	0,9704
DD	0,5986	0,7347	0,7347	0,7564	0,8147	<i>d</i>	0,9712
BC	0,6279	0,6279	0,6946	0,7248	0,9039	<i>c</i>	0,9584
GK	0,6911	0,6911	1,0000	1,0000	0,6911	<i>c</i>	1,0000
EF	0,7059	1,0000	1,0000	1,0000	0,7059	<i>d</i>	1,0000
EE	0,7937	0,7937	0,8356	1,0000	0,9498	<i>c</i>	0,8356
II	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	ok	1,0000
GH	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	ok	1,0000
LL	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	ok	1,0000
ZZ	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	ok	1,0000

\* ESC é a eficiência escala e CONG a eficiência congestiva. Denota-se por *c* retornos (RET) crescentes e por *d* retornos decrescentes.

Tabela 10  
Eficiências relativas para a análise da congestão de insumos para o ano de 1995

Unidade	Capital	Custeio	Pessoal	Custeio-capital	Pessoal-capital	Pessoal-custeio	RV
IM	1,0000	0,3692	0,3718	1,0000	1,0000	0,3718	0,3692
EG	0,2932	0,2932	1,0000	0,2932	1,0000	1,0000	0,2932
BD	1,0000	0,3903	0,3920	1,0000	1,0000	0,3920	0,3903

## 5. Conclusão e perspectivas futuras

Apresentamos a análise de eficiência do sistema de produção de pesquisa agropecuária do país sob a responsabilidade da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa). A evolução das medidas de eficiência e produtividade mostra um *trend* negativo no período 1992-94, com uma significativa recuperação em 1995. São modestos os valores representativos da eficiência técnica para vários centros de pesquisa, indicando que há espaço para melhorias substanciais. De um modo geral, os centros temáticos e de produto são dominantes, embora os ecorregionais venham mostrando melhoras. Há alguns problemas de eficiência congestiva. O padrão não é típico e varia por unidade. A presença de concentrações extremas nos coeficientes de especialização, principalmente nas categorias de difusão de tecnologias e imagem, e desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos, pode ser indicativa de erros potenciais de informação. Nesse contexto, o sistema de avaliação tende a um ajuste gradual no longo prazo, com a implementação de mecanismos de controle de qualidade da informação mais sofisticados e à medida que as unidades vão-se tornando mais familiarizadas com o processo de avaliação levado a efeito pela direção da Embrapa.

Direções para estudos futuros envolvem os modelos dinâmicos de Färe e Grosskopf (1996), a abordagem de custos descrita em Färe, Grosskopf & Lovell (1994), a abordagem de custos estocástica (paramétrica) e o estudo aprofundado das alternativas de Saaty (1990) e Souza (1988) para o estabelecimento de sistemas de pesos representativos. Na abordagem de custos, podemos utilizar como sistema de preços os coeficientes do problema primal descrito na seção 3. Esses coeficientes são essencialmente preços-sombra. Da análise de custos resulta uma medida adicional de eficiência técnica — a eficiência-custo. Essa medida DEA acrescentará nuances de interesse à nossa análise da seção 3 e novas decomposições da eficiência técnica. Finalmente, de interesse, não somente aplicado mas também teórico, é a avaliação dos resultados obtidos com os modelos DEA à luz da abordagem paramétrica, que caracteriza a ineficiência técnica através da especificação de um modelo econométrico. Esse modelo postula uma função de custo paramétrica e um comportamento estocástico para o sistema de produção. As ineficiências entram no processo como componentes de erro (Bauer, 1990). Dois problemas surgem no contexto da aplicação desta abordagem na Embrapa. Primeiramente, tem-se o problema da comparação de soluções de problemas em princípio distintos. O outro tem a ver com a definição de um sistema de preços que suporte a utilização de uma forma flexível, como a do translog, por exemplo. A presença de preços nulos na solução do primal cria dificuldades nesse contexto.

## Referências bibliográficas

- Alves, E. Medida de eficiência, métodos não-paramétricos. *Revista da Sober*. Brasília, Embrapa, 1996.
- Bauer, P. W. Recent developments in the econometric estimation of frontiers. *Journal of Econometrics*, 46:39-56, 1990.
- Charnes, A.; Lewin A. L. & Seiford L. M. *Data envelopment analysis: theory, methodology and applications*. Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1995.
- Embrapa. *Sistema de avaliação de unidades: glossário de termos técnicos e indicadores de desempenho utilizados no modelo de análise de produtividade, eficiência relativa das unidades descentralizadas da Embrapa*. Brasília, Embrapa, 1996a.
- . *Sistema de informação gerencial dos planos anuais de trabalho — Sispat: manual do usuário*. Brasília, Embrapa, 1996b.
- Färe, R. & Grosskopf, S. *Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA*. Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1996.
- ; ——— & Lovell, C. A. K. *Production frontiers*. New York, Cambridge University Press, 1994.
- Gass, S. I. *Linear programming*. New York, McGraw-Hill, 1969.
- Mas-Colell; Whinston D. M. & Green, J. G. *Microeconomic theory*. New York, Oxford University Press, 1995.
- Saaty, T. L. *The analytic hierarchy process*. Pittsburgh, RWS, 1990.
- Seiford, L. M. & Thrall R. M. Recent developments in DEA, the mathematical programming approach to frontier analysis. *Journal of Econometrics*, 46:7-38, 1990.
- Sengupta, J. K. *Dynamics of data envelopment analysis, theory of systems efficiency*. Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1995.
- Souza, J. *Métodos de escalagem psicossocial*. Brasília, Thesaurus, 1988.
- Souza, G. S.; Alves, E.; Ávila, A. F. D. & Cruz, E. R. Eficiência relativa na avaliação de instituição de pesquisa agropecuária. *Cadernos de Ciência & Tecnologia*, 13:251-73, Embrapa, 1996.