A equação suprimida e a função de oferta agregada *

Ruben D. Almonacid

1. Introdução; 2. Microestrutura da função de oferta agregada; 3. A função de oferta agregada; 4. A curva de oferta agregada e os preços percebidos; 5. A importância da função de oferta agregada para a compreensão de problemas econômicos correntes; 6. Conclusão.

Resumo

Este documento desenvolve um modelo da função de oferta agregada que, analisada em termos do plano P-y, tem inclinação positiva a curto prazo (como a função de oferta agregada keynesiana) e vertical a longo prazo (como a função clássica).

A chave dessa função é a existência de custos de informação e de diferença sistemática no modo pelo qual os agentes econômicos, pressupostamente racionais, tomam conhecimento dos preços do produto e dos insumos. Essa função de oferta agregada juntamente com uma curva de demanda agregada, de inclinação negativa, determinam o produto e o nível geral de preço. O modelo apresenta uma explicação sobre as variações de produto a curto prazo, compatíveis com a curva de Phillips, com o comportamento observado na taxa de salário real e com os movimentos cíclicos observados para o produto e para o nível de preços (estagflação, por exemplo).

1. Introdução

Em dois artigos publicados no Journal of Political Economy (1970 e 1971), Friedman apresenta modelos de tradição clássica para determinar como a renda nominal (ou qualquer mudança nela ocorrida) se divide entre o produto real e o nível de preço. No primeiro, postula duas equações: uma para a renda real (ou produto) e outra para o nível de preço, expressas como funções da renda nominal, oferta de dinheiro etc. No segundo, Friedman introduz uma relação entre a taxa de juros e a taxa de crescimento do produto real.

Os economistas de tradição keynesiana determinam o produto real e o nível de preço, supondo exógeno o salário nominal ou o nível de preço.

 Documento escrito durante o período em que o autor, atualmente professor da Universidade de São Paulo, exerceu o cargo de professor visitante na Universidade de Chicago.

O autor agradece aos Profs. Arnold Harberger, Milton Friedman, Robert Lucas Jr. e José Scheinkman, ao Sr. Michael Bazdarich e aos membros de Money and Banking Workshop, os valiosos comentários aos primeiros rascunhos deste documento. Declara quaisquer erros remanescentes como da sua responsabilidade.

Mais recentemente, a curva de Phillips, que relaciona a taxa de crescimento dos salários nominais ou do nível de preço à taxa de desemprego, foi acrescentada para complementar o modelo.

Nos dois modelos, a "equação suprimida" é postulada sem referência a qualquer comportamento maximizador, por parte dos agentes econômicos. Neste documento, a equação suprimida é determinada pela derivação de uma função de oferta agregada dinâmica ¹ baseada na essência da função de oferta das teorias clássica e keynesiana. Esta função de oferta dinâmica segue, até certo ponto, o espírito do modelo clássico, pois é derivada do comportamento maximizador de trabalhadores e empresários. Todavia, admite a possibilidade de os agentes econômicos disporem de informações incorretas sobre determinados preços, podendo, nesse caso, ocorrer variações a curto prazo do produto, consistentes, não obstante, com o comportamento maximizador. Em alguns aspectos, o tratamento adotado neste documento é paralelo ao tema e às linhas gerais da abordagem feita por Fisher (1973), Phelps et alii (1970) e Lucas (1969, 1972 e 1975), por exemplo; mas a análise e certas conclusões são suficientemente distintas para torná-lo um "produto diferente". ²

A função de oferta agregada clássica se baseia em dois postulados. ³ O primeiro estabelece que as empresas maximizam os lucros e, supondo fixos a curto prazo, tanto o estoque de capital como a tecnologia ⁴ identifica a demanda de trabalho com a curva do produto marginal do trabalho. O segundo estabelece que os trabalhadores maximizam a utilidade

Lá duas maneiras de interpretar uma oferta agregada dinâmica: uma, introduzindo fatores que requerem ajustamentos contínuos, mas com a maximização do lucro e da utilidade tomada em um momento, isto é, sem referência ao futuro; outra, considerando a relação intertemporal da maximização do lucro e da utilidade. De certo modo, apenas a segunda alternativa permite a análise dinâmica verdadeira. Porém neste documento o termo "oferta dinâmica" se refere à primeira alternativa. A maximização estática do lucro dará o mesmo resultado da maximização intertemporal, em qualquer das seguintes hipóteses: a) para os agentes econômicos, individualmente, o custo de substituição do estoque de capital não depende de suas taxas de investimento; b) há um mercado perfeito para o capital usado e os empresários maximizam os lucros, levando em conta o valor residual do estoque de capital.

² São exemplos: a teoria do ciclo dos negócios e a relação entre o ciclo do produto e o do nível de preços que analisei em 1971.

⁸ Como descreveu Keynes (1936, cap. 2).

⁴ A idéia, por trás da suposição de um estoque de capital constante, é a seguinte: se a razão capital-produto é 3 e a participação do capital é 0,3, por exemplo, uma alteração na taxa de investimento, de 10 a 20% da renda, produz um aumento, na contribuição do capital para a taxa de crescimento do produto de pleno emprego, de 1 a 2%. As variações verdadeiras da taxa de investimento durante o ciclo dos negócios são muito inferiores à de 100% do exemplo, e as mudanças no produto são muito superiores a 1%, explicável pelas alterações do produto de pleno emprego. Logo, as variações da taxa de acumulação do capital não podem desempenhar papel principal nas flutuações do produto, sendo, pois, desprezadas.

e relaciona a oferta de trabalho à desutilidade marginal do emprego. No sistema clássico, o equilíbrio do mercado de trabalho determina a taxa de salário real e o nível de emprego. Com o estoque de capital e a tecnologia dados, o emprego de equilíbrio determina o produto. Se não há mudanças nos fatores básicos do mercado de trabalho (estoque de capital, preferências dos trabalhadores e "estado das artes"), alterações na demanda agregada resultam em alterações proporcionais no nível de preço e na taxa de salário nominal, permanecendo inalterados a taxa de salário real e o produto. ⁵

Keynes (1936, p. 13), porém, rejeitou o postulado da maximização da utilidade pelos trabalhadores a curto prazo porque "... ao supor que a barganha salarial determina o salário real, a escola clássica incorreu em suposição ilegítima ...". A aceitar-se esta ótica, verifica-se que uma importante dificuldade do modelo clássico tem origem na suposição de que os mercados determinam os preços reais. Este é um modelo de economia de troca, 6 ao qual foi "enxertada" a equação da teoria quantitativa, para determinar o nível de preço.

O modelo keynesiano, porém, não é isento de dificuldade, a qual surge porque, tendo demonstrado que o desemprego pode resultar de outras causas além do monopólio (isto é, que a demanda agregada pode ser importante na determinação do nível de emprego), Keynes preocupouse excessivamente com a possibilidade de a economia atingir o equilíbrio com desemprego involuntário positivo. Para obter um modelo que permitisse o equilíbrio com desemprego, introduziu a ilusão monetária por parte dos trabalhadores, mudando o papel do mercado de trabalho, de determinador da taxa de salário nominal, para determinador do nível de preço. 7

O modelo aqui apresentado está construído sobre a base dos dois postulados clássicos e a idéia de que, em uma economia monetária, os mercados determinam os preços nominais, mais que os preços reais. Outrossim, faz distinção entre o estoque de capital e os serviços dele provenientes e admite que os serviços de capital variem, mesmo a curto prazo. Usa a

As substituições na composição do produto (como entre os bens de salário e de não-salário) podem afetar a demanda de trabalho em relação à oferta e, em conseqüência, o emprego e o produto. Essas substituições, todavia, são presumivelmente pequenas, pelo que foram desprezadas. É concebível que, mesmo em uma economia de troca, os preços verdadeiros e esperados difiram. Nesse caso, porém, os mercados determinam os preços relativos e, como os preços relativos não sobem ou descem todos ao mesmo tempo, os resultados apresentados neste documento não poderiam ocorrer em uma economia de troca. Assim, é importante a distinção entre a economia de troca e a monetária.

⁷ Conforme descreveram Hicks (1937) e Robinson (1969), por exemplo.

condição de equilíbrio de mercado, para os serviços de capital e trabalho, a fim de obter uma função de oferta agregada. Demonstra haver duas forças causando alterações no nível do produto agregado que os fornecedores gostariam de produzir:

- 1. Alterações na oferta dos fatores de produção ou na tecnologia.
- 2. Alterações no preço do produto, em relação ao preço dos insumos, decorrentes de duas possibilidades: a existência de custos de informação que fazem com que o conhecimento mais rápido sobre alguns preços seja objeto de decisão ou, em economias abertas, mudanças nos preços relativos de bens nacionais e estrangeiros.

Este documento considera o caso em que as alterações nos preços relativos se devem exclusivamente aos custos de informação. Os agentes econômicos podem ter informação incorreta sobre alguns preços relevantes, porque a informação correta é dispendiosa, e comportam-se como se não fossem maximizadores da utilidade ou do lucro, isto é, como se tivessem ilusão monetária ou fossem irracionais. Examinemos, por exemplo, o mercado de trabalho cujo equilíbrio determina o salário nominal (mais que o salário real), com base em toda a informação sobre os preços, de que disponham trabalhadores e empresários. ⁸ Se os trabalhadores têm informação incorreta sobre os preços ao consumidor, o número de horas de trabalho que oferecem é diferente daquele indicado por uma função de oferta que depende dos salários reais verdadeiros.

O problema, porém, é simétrico para trabalhadores e empresários. O mercado para qualquer artigo isolado determina seu preço nominal. Os empresários oferecem seus produtos por esse preço nominal, baseados em toda a informação que tenham sobre os preços de seus insumos. Em

Esta análise se refere a uma economia monetária sem cláusulas de correção monetária generalizada. Nesse caso, as negociações no mercado de trabalho são concluídas em termos de uma taxa de salário nominal. Assim, se trabalhadores e empresários dispõem de informação correta, percebem a mesma taxa de salário nominal. Entretanto, os trabalhadores se interessam pela taxa de salário real, em termos do preço de uma cesta de bens de consumo, enquanto que os empresários se interessam pela taxa de salário real, em termos do preço do produto que vendem. Conseqüentemente, no caso de uma indústria em particular, a taxa de salário real, relevante para os compradores de serviços de trabalho, pode diferir da que é relevante para os vendedores. Por outro lado, se consideramos uma economia fechada, a cesta de bens que a comunidade compra é exatamente igual à que vende. Se não levamos em conta as variações nos preços relativos entre bens de consumo e de investimento, o índice de preço verdadeiro, relevante para os trabalhadores, é o mesmo que para os empresários, e o salário real verdadeiro deve ser também o mesmo. Em um modelo de economia fechada, com tecnologia única para a produção de bens de consumo e de investimento, o salário real relevante para trabalhadores e empresários pode diferir somente se há custos de informação.

decorrência, se dispõem de informação incorreta sobre tais preços, seu produto é diferente daquele indicado por uma função de oferta que depende dos preços reais verdadeiros. Portanto, quando há custos de informação, os trabalhadores se afastam de sua curva de oferta de trabalho de longo prazo, e os empresários de sua curva de demanda de trabalho de longo prazo (isto é, de sua oferta de produto a longo prazo), 9 não porque tenham ilusão monetária, mas porque percebem ou prevêem incorretamente alguns de seus preços relevantes.

Entretanto, essas avaliações errôneas de preços alteram a dinâmica, não a estática comparativa do problema. Com o tempo, os agentes econômicos racionais terão conhecimento de todos os preços relevantes. O pleno equilíbrio será obtido somente quando os preços verdadeiros e aqueles utilizados pelos agentes em suas decisões econômicas coincidirem. ¹⁰ Este documento se vale do fato de que os agentes econômicos racionais investem em informação de modo ótimo, daí determinando a relação entre as curvas de oferta agregada de curto e de longo prazos. Demonstra que a curva de oferta de curto prazo apresenta inclinação positiva no plano de preçoproduto (caso keynesiano) e que a curva de oferta de longo prazo é perfeitamente inelástica (caso clássico).

O presente documento tem a seguinte composição: a seção 2 expõe alguns fundamentos microeconômicos das teorias da firma e da informa-

O longo prazo é utilizado para indicar que as curvas refletem a informação correta, visto que cada ponto nas respectivas curvas é uma posição de equilíbrio estável.

10 Os preços percebidos se referem aos preços correntes, segundo a percepção dos agentes, e podem, em princípio, ser conhecidos; os preços esperados se referem aos preços futuros e não podem ser conhecidos. Essa distinção significa que há duas espécies de desvios entre os preços de mercado e os preços relevantes para os responsáveis pelas decisões: os desvios entre os preços correntes, verdadeiros e epercebidos, e os desvios entre os preços futuros, verdadeiros e esperados. Qualquer das duas espécies pode ser utilizada para gerar a função de oferta agregada apresentada aqui. Na prática, sem dúvida, ambas estão presentes, reforçam-se mutuamente e ajudam a determinar os desenvolvimentos quantitativos. Para fins de simplificação, apenas os desvios entre os preços verdadeiros e percebidos são considerados neste documento. Deve-se enfatizar, porém, que embora a análise não exclua a possibilidade de os erros nas expectativas desempenharem papel importante, como demonstramos mais adiante, os erros nas percepções são essenciais para o completo entendimento do comportamento efetivo da economia.

Pode-se argumentar, como fez Fisher (1973), que os incentivos para mudar a produção, quando há alteração no nível de preços, provêm de uma terceira fonte: os desvios dos preços correntes, em relação aos preços esperados no passado. Conforme colocou Fisher, "... quando o nível de preço está em elevação, um empresário constata que suas receitas aumentam tão rapidamente, em média, quanto esse aumento geral de preços, mas não suas despesas, pois estas consistem, em grande parte, de compromissos fixados contratualmente, como os juros de obrigações ou os aluguéis, que podem ter sido fixados por 5, 10 ou 99 anos..." (p. 498). Esses desvios, porém, exceto no que diz respeito à sua contribuição para a percepção incorreta dos preços correntes ou para os erros na previsão dos preços futuros, afetariam somente a distribuição da riqueza e da renda e não os incentivos para produzir.

ção; o item 3 deriva a função de oferta agregada; a seção 4 determina o ajustamento dinâmico da curva de oferta agregada, acompanhando uma alteração da demanda agregada; e, finalmente, a seção 5 sugere uma interpretação alternativa de alguns fatos controversos.

2. Os fundamentos microeconômicos da função de oferta agregada

Esta seção enfatiza, primeiro, a distinção entre fatores de produção e serviços produtivos, particularmente entre o estoque de capital e o fluxo dos serviços derivados. O aspecto peculiar da determinação do nível de equilíbrio dos serviços de capital é que na prática uma empresa, à exceção das que alugam ou arrendam serviços de capital, é simultaneamente consumidora e fornecedora desses serviços. E o que é mais característico, apenas consome e fornece serviços de capital, de e para si mesma. Em certo sentido, é seu próprio mercado desses serviços. Como resultado do equilíbrio entre a oferta e a demanda dos serviços de capital, a empresa determina a taxa de utilização de seu estoque de capital e uma taxa de aluguel implícita.

Na segunda parte desta seção, a condição de equilíbrio de mercado, para os serviços de capital e trabalho, é usada para derivar a oferta da empresa de produto bruto e produto líquido (isto é, o valor adicionado). Finalmente, algumas conclusões derivadas da teoria da informação são aplicadas para indicar como a função de oferta da empresa é afetada pelos custos de informação.

2.1 Os serviços de capital e o estoque de capital

Os processos de produção em nosso modelo econômico são do tipo de produção em linha. Consequentemente, estão representados por funções de produção da espécie usual e não por funcionais. ¹¹ Assim, expressam-se todas as variáveis da função de produção como fluxos, isto é, os produtos são medidos pela taxa a que se obtém o produto (10 pares de sapatos por hora, semana ou ano, por exemplo) e os insumos, pelos serviços (fluxos) derivados dos fatores de produção (estoque).

¹¹ Ver Georgescu-Roegen (1970), para a diferença.

É comum encontrarem-se funções de produção nas quais o produto depende do estoque de capital. 12 Para que haja consistência com a teoria da produção, deve-se supor que os serviços de capital sejam proporcionais ao estoque. Esta é uma suposição crucial, posto que, como o estoque de capital é dado pelos investimentos passados, sendo portanto constante em cada momento, o produto só pode ser alterado pela mudança dos serviços de trabalho. O problema de maximização do lucro se reduz à determinação do nível de emprego. Na verdade, o número de máquinas/hora que pode ser obtido de dado estoque de máquinas é, no mínimo, tão variável quanto o número de horas trabalhadas de dada força de trabalho. Logo, os empresários devem também decidir a intensidade com que utilizarão o estoque de capital. O primeiro problema, então, é analisar as microestruturas subjacentes à determinação do fluxo dos serviços de capital.

As empresas têm, pelo menos, quatro formas de variar a taxa de utilização do estoque de capital. Podem, por exemplo, aumentá-la:

- a) colocando em uso máquinas menos eficientes (menores, menos produtivas, de uso mais dispendioso, menos seguras etc.); 13
- b) aumentando a velocidade de utilização das máquinas; 14
- c) ampliando a duração do dia de trabalho; 15
- d) adotando técnicas mais dispendiosas, ¹⁶ postergando a manutenção e reparação das máquinas ou operando-as quando é mais caro (à noite ou em fins de semana, por exemplo); substituindo componentes que poderiam ser consertados ou que ainda não precisavam de reposição; recorrendo

¹³ Essa tradição, iniciada pelos economistas clássicos e perpetuada por Keynes (1936, p. 4 a 22), muito contribui para a confusão ora existente na teoria macroeconômica. Os problemas principais são: o aparente paradoxo na explicação da produtividade do trabalho e os salários reais a curto prazo.

¹⁸ Ver o caso de usinas elétricas em Nelson (1964), como exemplo, cuja sugestão agradeço a Ricardo Arriazu.

¹⁴ Ver Alchian (1959) ou Alchian e Allen (1967), para uma boa apreciação sobre a diferença entre o volume e a velocidade e seus efeitos sobre os custos.

¹⁶ O custo marginal do aumento da duração do dia de trabalho pode ser crescente, porque: a) os custos se elevam à medida que a empresa se afasta das horas de trabalho mais atraentes e se aproxima das menos atraentes (como em Lucas (1970), o que afeta a decisão sobre quanto usar dos serviços de capital apenas indiretamente; b) a depreciação física das máquinas aumenta com o uso, como se vê em Taubman e Wilkinson (1970).

¹⁸ Como os bens de capital podem ser usados com maior ou menor intensidade, observamos que os automóveis, por exemplo, tendem a durar mais nos países subdesenvolvidos ou nas áreas rurais, que nos países desenvolvidos ou nas áreas urbanas. Ver, para exemplo, Pastore (1975).

a fornecedores potencialmente mais caros, por não poder investir em informação; sendo menos cuidadosos no uso de matérias-primas que implicam maior desperdício, mas também maior produção; mantendo grandes estoques de componentes e matérias-primas etc.

Todas essas formas de variar os serviços provenientes do estoque de capital são utilizadas no mundo real. Em certos casos, algumas podem ser mais importantes que outras, mas todas têm a propriedade de tornar o custo marginal da produção de serviços de capital, uma função variável da quantidade de serviços de capital obtida de determinado estoque de capital.

Podemos, agora, formalizar essas idéias em um modelo com as suposições simplificadoras a seguir apontadas.

- 1. Consideramos uma empresa que é tomadora de preços em todos os mercados de insumos.
- 2. Essa empresa reúne as instalações (Pa), a maquinaria (Ma), os inventários (In), as matérias-primas (RM), a reparação e manutenção (R), a depreciação (De), a capacidade gerencial (MC) etc., isto é, todos os insumos, exceto trabalho, em um único serviço produtivo, aqui denominado serviços de capital (K^S) . Isto pode ser representado pela seguinte função de produção:

$$K^8 = g \ (Pa, Ma, In, R, De, MC, RM, ...)^{17}$$
 (1)

Entre esses, estão alguns insumos de estoque, como instalações e maquinaria, e alguns insumos de fluxo, como reparação, manutenção e com-

¹⁷ De modo geral, a combinação dos diferentes insumos na produção de serviços de capital não é independente da taxa de salário ou dos serviços do trabalho, N^s , e será impossível escolher M, In, R etc., para obter K^s , sem escolher interior simultaneamente <math>interior simultaneamente <math>interior simultaneamente <math>interior simultaneamente <math>interior simultaneamente <math>interior simultaneamente simultaneamente <math>interior simultaneamente simultaneamente <math>interior simultaneamente simultaneamente o findice de todos os insumos de estoque. Adotou-se, porém, a fórmula (1) pelas seguintes razões: a) a interação entre <math>interior simultaneamente simultaneamente simultaneamente o problema em consideração; b) por motivos de exposição, é desejável enfatizar a simetria entre os problemas enfrentados por trabalhadores e empresários, isto <math>interior simultaneamente simultaneamente (estoque) e os bens de consumo para produzir serviços de trabalho; as empresas combinam o estoque existente de máquinas e alguns insumos intermediários para produzir serviços de capital. O uso da fórmula mais geral não alteraria diretamente qualquer das conclusões, no que diz respeito à oferta do produto, de uma só empresa ou do agregado. A única diferença consistiria em que os serviços de capital não poderiam ser definidos.

bustíveis. Para o propósito da maximização instantânea do lucro, os insumos de estoque são exógenos, visto que suas quantidades são dadas. Simplificando, tomemos um desses insumos e o chamemos o estoque de capital K, que inclui os insumos identificados por Keynes como capital fixo, de giro e financeiro de trabalho e líquido. ¹⁸ Os insumos remanescentes são de fluxo. Como foi feito com o insumo de estoque etc., consideremos apenas um insumo de fluxo e identifiquemo-lo por X. Esta é uma das variáveis que a empresa modificará na tentativa de minimizar os custos e maximizar os lucros.

O modelo enfatiza a diferença entre estoques e os fluxos dos insumos e o papel duplo que algumas formas de capital desempenham. Por exemplo, K inclui o estoque de matérias-primas mantido pela empresa. Os serviços produtivos desse estoque abrangem a segurança contra paralisações de produção devidas a atrasos nas entregas ou faltas temporárias, bem como a redução nos custos de transação e transporte, obtida pela compra de grandes quantidades de matérias-primas. X inclui o fluxo que ocorre enquanto as matérias-primas são transformadas em produto final. 19 A função de produção representativa da quantidade dos serviços de capital se reduz, então, a

$$K^g = G(K, X). (1')$$

Por analogia, os serviços derivados de máquinas e outros estoques podem ser divididos em duas partes. Os serviços provenientes do estoque resultam da simples presença inalterada das máquinas, enquanto o mesmo fluxo de insumos inclui a reparação e manutenção que deixam a máquina inalterada ou a depreciação da máquina. Este fluxo de insumos pode ser interpretado como o resultado da existência de um mercado perfeito para o capital usado, na ausência de custos de transação ou outros, para reposição das máquinas. Nesse caso, considerar-se-ia que a empresa continuamente venderia as máquinas usadas e compraria novas. O valor do fluxo de insumos seria pois a diferença entre o preço das máquinas novas e usadas.

Quando a empresa está em equilíbrio de estoque, a contribuição do insumo de estoque no preço do produto final é dada pelo valor do estoque por unidade do produto, vezes a taxa de juros real. A contribuição do insumo de fluxo é dada pelo valor desse insumo, por unidade de produto.

¹⁸ Keynes (1930, caps. 27, 28 e 29). Para alguns problemas, seria conveniente separar K em dois componentes. Este seria, provavelmente, o caso ao determinar o valor de equilíbrio de K e a política de investimento da empresa, visto que, presumivelmente, o capital fixo é mais afetado pelas mudanças da taxa de juros a longo prazo, enquanto que o capital de trabalho e o líquido dependem predominantemente da taxa de juros a curto prazo.

O estoque de matérias-primas rende serviços pela sua simples presença durante a produção. Já que depois de concluída a produção, ele permanece qualitativa e quantitativamente o mesmo, ao passo que o fluxo de matérias-primas se transforma em produto final, sendo, por conseguinte, consumido.

Da função de produção e de um dado preço do insumo de fluxo, uma curva de custo marginal dos serviços produtivos de capital pode ser derivada pela minimização do custo e terá a seguinte forma:

$$MC(K^8) = h(K^8, K, P_x)^{20}$$
 (2)

onde P_x é o preço do insumo de fluxo.

3. Além de certo ponto, esse custo marginal é uma função crescente da quantidade de serviços de capital produzidos e do preço do insumo de fluxo, e uma função decrescente do tamanho do estoque de capital, isto é, $h_1 > 0$, $h_2 < 0$ e $h_3 > 0$, onde

$$h_1 = \partial h(.) / \partial K^8$$
, $h_2 = \partial h(.) / \partial K \in h_3 = \partial h(.) / \partial P_s$.

- 4. Os empresários não têm ilusão monetária, logo a função h é homogênea de primeiro grau do preço do insumo de fluxo.
- 5. Finalmente, o custo marginal não é uma função da produção total de serviços de capital, mas dos serviços produzidos por unidade do estoque de capital. Assim, a função se torna

$$MC(K^s) = P_s H(k^s)^{-21}$$
 (2')

onde $k^s = K^s/K$.

Essa função determina o preço de oferta dos serviços de capital; dá o preço que a empresa teria de pagar se arrendasse esses bens de capital no mercado, ou o preço que uma empresa de prestação de serviços de capi-

Note-se que, ao minimizar esse custo, a empresa está produzindo duas coisas: um monto determinado de serviços de capital e um estoque de capital usado. Portanto, a empresa minimiza $MC(K^s)$ e maximiza o valor de K remanescente. Por exemplo: a depreciação pode depender da intensidade do uso da máquina, mas a reparação e manutenção podem ser efetuadas para aumentar o valor residual de K. O preço da máquina usada seria o preço interno, resultante da solução do problema de cálculo de variação (valor atual dos serviços futuros esperados da máquina) ou, quando há mercado para máquinas usadas, o preço que a máquina obteria no mercado.

m K^s teria dimensão análoga à de horas/máquinas por unidade de tempo por máquina, sendo pois um número puro por unidade de tempo; (K é um estoque e teria a dimensão das máquinas; K^s , como antes, teria a dimensão de horas/máquinas por unidade de tempo e é um fluxo).

tal (IBM, Hertz etc.) cobraria por eles. A função especifica um dos elementos essenciais para derivar as condições de equilíbrio do mercado de insumos que, por sua vez, afetará as funções de oferta dos bens. ²²

Pode-se supor que a taxa de oferta de locação (o custo marginal do usuário de capital, no vocabulário de Keynes) ²³ tenha a forma de U. Isto implicaria, provavelmente, um elevado custo marginal para taxas muito baixas de utilização e, certamente, um elevado custo para taxas muito altas. O que significa que, além de certo ponto, quanto maior a intensidade com que a empresa usa a máquina, mais alto é o seu custo marginal como usuária. ²⁴

2.2 O produto, o valor adicionado e a função de oferta

Esta seção deriva a função de oferta de uma empresa que maximiza o lucro, é tomadora de preços em todos os mercados e tem estoque de capital fixo. A análise admite que os serviços de capital se alterem a um custo dado pelo preço de oferta de locação, conforme descrito anteriormente. A tecnologia de produção do produto final é representada por uma função de produção, relacionando o fluxo do produto bruto (y_g) ao fluxo dos serviços de capital (K^s) e trabalho (N^s)

$$y_g = f(N^s, K^s). \tag{3}$$

Sob tais suposições, a função de lucro é

$$\pi = P_{g}f(N^{s}, K') - WN^{s} - K \int_{0}^{k^{s}} P_{x}H(r) dr - C$$
 (4)

onde o primeiro termo indica o total dos rendimentos; o segundo, a folha de salários; o terceiro, o custo total de produzir K^s unidades de serviços de capital; 25 e C, outros custos fixos. P_g é o preço do produto bruto e W a taxa de salário nominal.

- Keynes (1936, apêndice do cap. 6).
- 2 Para considerações sobre volume e taxa, ver Allen e Alchian (1967, cap. 14).
- $P_xH(K^s)$ é o custo marginal da produção de serviços de capital por unidade de capital; logo, a integral é o custo total por unidade de capital. Multiplicando por K, acha-se o custo total da produção de K^s .

Na prática, as empresas produzem os serviços de capital que utilizam na obtenção do produto final. Todavia, não haveria diferença conceitual se algumas empresas, se especializassem na produção de serviços de capital e outras, utilizassem esses serviços de capital para produzir bens. Por exemplo, a empresa norte-americana Yellow Cab poderia especializar-se em produzir serviços de táxi, alugando automóveis da Hertz. Nesse caso, a Hertz se especializaria em produzir serviços de automóveis e a Yellow Cab, serviços de táxi. A Yellow Cab alugaria serviços de automóveis no mercado, da mesma forma que alugam serviços de trabalho. No Brasil, as firmas de frotas têm o papel da Hertz, elas produzem serviços de táxi que alugam aos motoristas.

Da primeira condição para maximização do lucro, se obtém que N^s e K^s podem ser expressos como funções de P_g , P_x , W e Ks

$$N^{s} = D(P_{g}, P_{x}, W, K) e$$
 (5)

$$K^{\bullet} = E(P_g, P_x, W, K), \qquad (6)$$

que indicam a demanda da empresa por serviços de trabalho e a condição de equilíbrio no uso dos serviços de capital, respectivamente.

Define-se o produto nominal da (ou o valor adicionado pela) empresa, como

$$P.y = P_{g}f(N^{g}, K^{e}) - K \int_{0}^{k^{g}} P_{g}H(r) dr - C.$$
 (7)

Sendo arbitrárias as unidades em que y é medido, podemos escolher $P=P_g$. Usando as quantidades que maximizam o lucro de N^s e K^s , conforme definidas em (5) e (6), (7) obtém-se a oferta de produto da empresa

$$y^* = S(P, P_x, W, K). \tag{8}$$

Supondo que a função de produção definida em (3) é tal que: a) ambos os produtos marginais são funções contínuas, implicando f_{12} , $= f_{21}$; b) a produtividade marginal é decrescente para cada serviço produtivo, significando que f_{11} , $f_{22} < 0$; c) os serviços produtivos são complementares na produção, isto é $f_{12} = f_{21} > 0$; ²⁶ as equações (5), (6) e (8) terão as seguintes propriedades:

i)
$$N^{s} = D(P, P_{s}, W, K) \text{ com } D_{1} \in D_{4} > 0 \in D_{2} \in D_{3} < 0$$
,

ii)
$$K^{\bullet} = E(P, P_x, W, K) \text{ com } E_1 \in E_4 > 0 \in E_2 \in E_3 < 0$$
, (9)

iii)
$$y^* = S(P, P_x, W, K) \text{ com } S_1 \in S_4 > 0 \in S_2 \in S_3 < 0.$$

Além disso, as três funções em (9) são homogêneas de grau zero em P, P_x e W, e podem ser expressas como funções dos dois preços relativos, p_x e w, onde $p_x = P_x/P$ e w = W/P e ambas as derivadas são negativas nas três funções.

se Se K^s , $N^s>0$ e $f_{11}<0$ são dados, rendimentos constantes de escala são condição suficiente para obter $f_{13}>0$ e $f_{23}<0$. Ver Allen (1938).

2.3 A oferta do produto e os custos de informação

A otimização com respeito à obtenção de informações indica que os agentes econômicos têm propensão a investir mais em informações sobre os preços dos produtos que compram ou vendem em maior quantidade. ²⁷ Conseqüentemente, tendem a pagar preços mais baixos quando compram esses produtos e a cobrar preços mais altos quando os vendem. Tendem também a dispor de mais informações sobre as mercadorias que compram ou vendem com maior freqüência.

Como as empresas negociam com seu próprio produto em quantidades e freqüência maiores, têm interesse em saber mais sobre o preço desse produto que de outros e dispõem, em geral, da quantidade ótima de informação sobre o preço do produto que vendem. Logo, supõe-se que as empresas saibam o preço que cobram (se forem fixadoras de preço), ou o preço que conseguem (se forem tomadoras de preço), pelo seu próprio produto, isto é, P'=P, 28 onde o preço com uma plica (1) indica a percepção da empresa, quanto ao preço correspondente.

Uma vez que, para a maioria das empresas, o trabalho é um insumo muito importante que adquirem continuamente, as firmas tendem a conhecer a taxa de salário que pagam. Supõe-se, pois, que para as empresas, os salários percebidos e verdadeiros são os mesmos, todo o tempo, isto é, W' = W.

Todavia, as empresas utilizam também muitos outros insumos: alguns representam uma pequena parcela dos custos totais, outros são bens duráveis ou estocáveis, não comprados com muita freqüência. Portanto, é possível que as empresas tenham informação incorreta sobre os preços de alguns desses insumos, durante considerável período de tempo, particularmente quando a tendência desses preços está mudando. Logo, P_x' não é necessariamente igual a P_x em todo momento.

^{*7} Stigler (1961) e Rothschild (1973).

Isto, porém, não significa que as empresas tomadoras de preço conheçam a distribuição de preço do produto que vendem, ou as empresas colocadoras de preço, o preço de equilíbrio de seu produto. Por exemplo, uma empresa tomadora de preço, se subestimar a média da distribuição de preço, tem maior propensão a vender e deixar os estoques se desacumularem a qualquer preço dado, que se dispuser da informação correta sobre a distribuição de preço. Como isto tende a acontecer quando os preços estão em elevação, as empresas tomadoras de preço têm propensão a aceitar preços relativamente baixos e deixar os estoques se esvaziarem, quando a demanda agregada cresce inesperadamente. Analogamente, um colocador de preço que subestima a demanda estabelece um preço inferior ao de equilíbrio e deixa os estoques caírem a uma taxa (ex-post) indesejável. Da mesma forma, como é mais provável que subestime a demanda quando ela começa a crescer, um colocador de preço deixa os estoques se desacumularem e cobra preços menores que os de equilíbrio, após um aumento não antecipado da demanda agregada.

Mantendo-se, todo o tempo, as três suposições: a) P = P'; b) W = W'; c) $P_x \neq P'$, a oferta de produto se torna

$$y^* = S(P, W, P'_1, K)$$
, com $S_1 \in S_4 > 0 \in S_2 \in S_3 < 0$. (9iii)

Como esta função de oferta é homogênea de grau zero, com respeito às mudanças proporcionais em todos os preços, qualquer alteração em P e W, não acompanhada de uma alteração em P'_{z} , terá o seguinte efeito sobre o produto:

$$\frac{\partial y^{*}}{\partial P} \bigg|_{\hat{P} = \hat{W}} = P \ S_{1} + W \ S_{2} = -P'_{z} \ S_{3} > 0 \tag{9iii'}$$

onde o acento circunflexo indica uma taxa proporcional de mudança.

Esta seção argumentou que, mesmo quando os empresários conhecem o preço que obtêm pelos próprios produtos e a taxa de salário que pagam, precisam conhecer também os preços de todos os insumos utilizados para produzir serviços de capital, se quiserem tomar decisões corretas. Como em nossas economias há milhares de bens que, direta ou indiretamente, integram cada produto, alguns são comprados infreqüentemente e outros em pequenas quantidades, não sendo compensador, para empresários racionais, manter informação completa e permanente sobre todos os preços. Uma alteração no preço do produto final, em relação ao preço dos produtos intermediários, leva os empresários a modificar o fluxo dos serviços de capital e, conseqüentemente, a variar sua demanda de trabalho, mesmo que o estoque de capital e a tecnologia não mudem.

Há duas situações distintas em que essa alteração no preço relativo podem ocorrer:

- a) quando muda a demanda do produto de uma indústria, em relação às demais, causando alterações verdadeiras nos preços relativos; nesse caso, a decisão de mudar a produção e o emprego estará correta;
- b) quando muda a demanda agregada. Isto porque como os bens que são insumos para uma empresa são o produto final de outras, uma interpretação errônea de P_x leva a uma alteração aparente dos preços relativos. Por estar baseadas em informação correta, mudanças no nível de produção frente a estas variações de preços relativos, são inapropriadas.

O aumento de todos os preços nominais, causado pela alteração da demanda agregada, leva as empresas a aumentar o produto e deixar os estoques se desacumularem. ²⁹ Estas duas forças contribuem para a mudança na atividade econômica, pois tornam a alteração do preço menos do que proporcional à alteração da demanda agregada.

Argumentação análoga pode ser feita com respeito aos trabalhadores, os quais conduzem suas maiores e/ou mais frequentes negociações no mercado de trabalho. Tendem, portanto, a dispor de informação correta sobre a taxa de salário, podendo-se supor que, para os trabalhadores, W'=W. Todavia, trabalhadores gastam suas rendas em muitos bens diferentes ou individuais, alguns dos quais compram infreqüentemente, e outros em pequenas quantidades. Assim, não é compensador para trabalhadores racionais manterem continuamente informação correta sobre seus preços e, em consequência, sobre o nível de preço da cesta de bens que compram. Logo, é possível que P' não seja sempre igual a P. Esta idéia será incorporada na equação (10), na próxima seção.

3. A função de oferta agregada

O item anterior mostrou que, quando há alteração imprevista dos preços nominais, cada agente econômico tende a vê-la como uma alteração do preço do produto que vende, em relação a outros preços. Por exemplo, se há aumento no nível de todos os preços nominais verdadeiros, ³⁰ os trabalhadores tendem a perceber isto como o aumento dos salários reais, e as empresas, como o aumento do preço relativo de seu produto. Portanto, embora os salários reais verdadeiros não se tenham alterado, os trabalhadores ampliam a oferta de horas de trabalho, e as empresas, a demanda de serviços de capital e trabalho, enquanto buscam ampliar a produção. As empresas tendem, também, a permitir variações nos seus estoques.

²⁹ O conhecimento incorreto da distribuição de preço (para os tomadores de preço) ou do nível da demanda que enfrentam (para os colocadores de preço) leva as empresas a permitirem a alteração dos estoques a uma taxa ex-post indesejável.

Isto não significa que todos os preços e salários nominais subam simultaneamente e na mesma proporção. Pelo lado da oferta, isto ocorre porque a produção pode ser mais facilmente ajustada e a oferta dos produtos estocados é maior em certas indústrias que em outras. Pelo lado da demanda, a procura dos diferentes produtos não cresce necessariamente na mesma proporção. Este é o caso, mesmo quando o aumento da demanda agregada decorre de um aumento neutro da oferta de dinheiro, por exemplo, do tipo de helicóptero, sem efeitos na distribuição (ver Friedman (1969). De igual modo, nem a demanda, nem a oferta de serviços de trabalho de diferentes espécies são necessariamente afetados da mesma forma. Em consequência, durante o período de transição, ao se deslocarem de um nível de demanda agregada para outro, os preços relativos e os salários relativos para as diferentes especializações se alteram.

O aumento na produção de cada bem individual depende da elasticidade-preço da oferta, dos estoques existentes, da flexibilidade das taxas de câmbio ou dos preços no exterior, da rapidez de ajustamento das percepções de preço etc. Todavia, para simplificar, supõe-se que a produção de todos os bens se desloca na mesma proporção ³¹ e define-se o produto agregado como uma cesta de bens fixa, com y como o conjunto desses bens.

A função de oferta agregada é similar à função de oferta de uma empresa, exceto que, ao determinar a quantidade de equilíbrio dos serviços de trabalho, uma função de oferta de trabalho substitui a taxa de salário fixa. ³² A oferta agregada de trabalho, que pode ser obtida do comportamento maximizador da utilidade, por parte dos trabalhadores, define o preço de oferta do trabalho (W*) como:

$$W^{\bullet} = P'L(N^{\bullet}/N) \text{ com } L_1 > 0^{33}$$
 (10)

- EL Se os bens têm razão capital-trabalho diferente, é possível que as mudanças na composição da demanda agregada causem alterações na produtividade marginal do trabalho e, portanto, na demanda de trabalho. Essas modificações podem ocasionar variações a curto prazo no produto, sem que ninguém se tenha enganado. Parece, porém, que esta não é uma importante fonte empírica de flutuações cíclicas e, portanto, que muito pouco se perde, supondo modificações proporcionais na produção de diferentes bens.
- Note-se que não se supõe um processo similar de maximização de lucro, para o agregado. Cada empresa maximiza os lucros e determina uma demanda dos serviços produtivos que são, então, agregados em demandas para a economia.
- Lucas e Rapping (1969, p. 729) definem a função de oferta de trabalho em sua equação (II) que, com algumas modificações de notação, é

Ln
$$(N^s/N) = \beta_0 + \beta_1$$
 Ln $(w) - \beta_2$ Ln $(w^*) + \beta_3$ $[i - Ln (P^*/P)] - \beta_4$ Ln (a/N) , onde w^* é a taxa esperada de salário real, P^* o nível de preço esperado, i a taxa nominal de juros e a o valor dos ativos dos trabalhadores. β são constantes positivas e os demais símbolos têm o mesmo significado deste documento.

Como $i=r+\pi^e$, onde r é a taxa real de juros e π^e a taxa esperada de inflação, e $\pi^e=Ln$ (P^e/P) , segue-se que a equação II e reduz a

$$Ln \ (N^s/N) = \beta_0 + \beta_1 \ Ln \ (w) - \beta_2 \ Ln \ (w^{\bullet}) + \beta_3 \ r - \beta_4 \ Ln \ (a/N).$$

Logo, a oferta de serviços de trabalho não é afetada pelas alterações no nível de preço, a menos que tais alterações afetem um dos seguintes fatores:

- a) o nível dos ativos reais (considerado empiricamente sem importância, pelos autores, p. 730);
- b) a taxa real de juros (implicitamente excluída, com a exclusão da taxa nominal de juros, p. 730);
- c) o salário real verdadeiro (que supostamente, não é observado);
- d) o salário real esperado (que requereria uma assimetria na forma pela qual os trabalhadores formam suas expectativas sobre os salários nominais e o nível de preço e que os autores excluíram, supondo que λ , o parâmetro de reação, é o mesmo para W e P, p. 731).

A evidência empírica dos autores é consistente com a proposição aqui apresentada de que os trabalhadores percebem o nível de preço incorretamente, pois há bons motivos para existência de assimetria no modo pelo qual os trabalhadores tomam conhecimento do nível de preço e da taxa de salário nominal.

Mais recentemente (1972 e 1975), Lucas superou alguns defeitos desse modelo, enfatizando também o problema da informação sobre os preços correntes.

onde P' é o nível dos preços percebidos, relevantes para os trabalhadores, $N^{\mathfrak{s}}$ é o total dos serviços de trabalho por unidade de tempo e N é o número de trabalhadores.

A função de oferta agregada tem três elementos:

1. A soma do valor adicionado por todas as empresas (análogo à equação (7):

$$y^{\bullet} = F(N^{\bullet}, K^{\bullet}) - K \int_{0}^{k^{\bullet}} p'_{x} H(v) dv = F(N^{\bullet}, K^{\bullet}) - p'_{x} TC(k^{\bullet}, K)$$
 (11)

onde, como anteriormente: F(.) é o produto bruto; K é o estoque de capital; $k^s = K^s/K$; $p'_x TC(.)$ é o custo total da produção de K^s unidades de serviços de capital, medido em termos do produto final; e $p'_x = P'_z/P$, onde P é o preço nominal do produto que a empresa vende e P'_z , o preço nominal dos insumos usados na produção dos serviços de capital, segundo a percepção dos empresários.

- 2. A condição de equilíbrio no uso dos serviços de trabalho:
 - a) $W^d = PF_1 (N^{\bullet}, K^{\bullet})$
 - b) $W^{\mathfrak{g}} \equiv P'L \ (N^{\mathfrak{g}}/N)$
 - c) $W^d = W^s = W$; e
- 3. A condição de equilíbrio no uso dos serviços de capital: 34
 - a) $Q^d = PF_2 (N^a, K^a)$
 - b) $Q^{\bullet} = P'_{\bullet} H(K^{\bullet}/K)$
 - c) $Q^a = Q^a = Q$

onde Q^d e Q^s indicam os preços de demanda e oferta dos serviços de capital, respectivamente.

A necessidade de ter os serviços de capital como uma variável surge porque, com os serviços de capital fixos, se os empresários perceberem o preço de seu produto corretamente, a demanda dos serviços de trabalho não será afetada por alterações simultâneas em todos os preços nominais. Assim, o produto só mudaria se os salários reais também mudassem, significando que a taxa de salário real deve seguir um padrão contracíclico, que aparentemente não se observa. Esta controvérsia é anterior à época de Keynes. Ver Tarshis (1939) e Bodkin (1969), como exemplo.

Uma forma de resolver o problema seria admitir que os empresários podem enganar-se com respeito aos salários reais relevantes. Se trabalhadores e empresários se enganam, o emprego pode alterar-se, sem ter ncessariamente qualquer relação com a taxa de salário real. Todavia, no modelo de informação aqui desenvolvido, é improvável que os trabalhadores cometam enganos quanto à taxa de salário nominal que recebem, ou as empresas, não só quanto à taxa de salário nominal que pagam, como ao preço do produto que vendem. Portanto, é inconcebível que as empresas cometam erros significantes com referência à sua taxa de salário real relevante ou ao nível do emprego. Por essa razão, supõe-se que os empresários conheçam o salário real que pagam.

O ponto essencial, nesta função de oferta agregada implícita, é que a demanda de serviços produtivos depende de P, preço atual do produto que a empresa vende, pois supõe-se que as empresas têm informação correta sobre o preço verdadeiro que recebem. As ofertas de serviços produtivos, porém, dependem dos preços percebidos, P para os trabalhadores e P_z para os empresários, visto que os custos de informação impedem o ajustamento instantâneo dos níveis de preços percebidos.

Essa função de oferta agregada implícita pode reduzir-se a:

$$y^{s} = F(N^{s}, K^{s}) - P'_{x} TC(k^{s}, K)$$
 (11)

$$w = p'L(N^s/N) = F_1(N^s, K^s)$$
 (12)

$$q = p'_x H(K^s/K) = F_2(N^s, K^s)$$
 (13)

onde, como anteriormente, as letras minúsculas representam o preço nominal correspondente, dividido pelo nível de preço verdadeiro.

Para cada nível de P, P'_x , P', K e N, pode-se resolver (11)-(13) para y^s , N^s e K^s . Cada uma dessas variáveis endógenas será invariante com respeito a mudanças proporcionais de P, P' e P'_x , isto é, quando $\hat{P} = \hat{P} = \hat{P}'_x$, o produto independe do nível de preço e os resultados clássicos são válidos. Entretanto, como os preços percebidos não se alteram instantaneamente, no processo de ajustamento haverá uma diferença sistemática nos deslocamentos de P' e P'_x em relação a P. Especificamente, uma alteração de P não causará a imediata mudança proporcional de P' e P'_x , isto é, de início, $\partial P'/\partial P$ e $\partial P'_x/\partial P < 1$. Em consequência, enquanto essas relações prevalecerem, p será uma função crescente de p e as conclusões keynesianas permanecem válidas.

Para demonstrar este ponto diferenciamos (11)-(13) totalmente com respeito ao tempo e resolvemos para y^s , K' e N^s . Supondo que mudanças proporcionais de N^s e K' levam a alterações proporcionais do produto

Outra solução seria supor que os agentes econômicos percebem corretamente os preços correntes, mas consideram-nos acima dos níveis normais (como fizeram Lucas e Rapping (1969). Isto significaria que os agentes econômicos têm expectâncias regressivas, o que é inconsistente com o comportamento observado das taxas de juros (Friedman 1976). Aplicando as relações dadas na nota 33, p. 584, podemos representar a taxa de juro nominal como $i = r + Ln (P^*/P)$, onde $\partial i/\partial P = \partial r/\partial P - 1/P$. Não havendo motivo, teoricamente, para que $\partial r/\partial P$ seja diferente de zero, apenas erros nas expectâncias exigiriam que a taxa de juro nominal seguisse um padrão acíclico que não observamos.

Aparentemente, a única alternativa é reconhecer que as quantidades de outros insumos (grupados sob o título de serviços de capital) devem também ter variado a curto prazo e que os empresários não perceberam esses preços. Então, a demanda de trabalho pode mudar, mesmo que os empresários não se enganem sobre a taxa de salário real. Este é o caso analisado.

bruto (isto é, $F(N^s, K^s)$ é homogênea de primeiro grau), e considerando que mudanças proporcionais de N^s e N, por um lado, e de K^s e K, por outro, deixam o preço de oferta dos serviços de trabalho e capital constantes (isto é, $w = p'L(N^s/N)$ e $q = p'_x H(K^s/K)$ são homogêneas de grau zero), a taxa proporcional de variação do produto pode ser escrita

$$\hat{y}^{\bullet} = A_1 (\hat{P} - \hat{P}_z') + B_1(\hat{P} - \hat{P}') + (1 - \alpha) \hat{K} + \alpha \hat{N}, \quad (14)$$

onde $A_1 \in B_1 > 0 \in 0 < \alpha < 1$.

Duas forças determinam as mudanças no nível agregado do produto que os fornecedores gostariam de produzir: alterações na oferta dos fatores de produção (os dois últimos termos) e alterações no preço relativo entre produto e insumos (os dois primeiros termos). Supondo-se de natureza temporária as mudanças do preço relativo, as conseqüentes alterações do produto estão associadas às suas variações a curto prazo (o componente cíclico). Todavia, quaisquer mudanças decorrentes de alterações no estoque de fatores de produção modificam o nível de pleno emprego do produto (o componente de crescimento). ³⁵ Nesse caso, a taxa proporcional de mudança no produto é

$$\hat{y}' = A_1 (\hat{P} - \hat{P}'_x) + B_1 (\hat{P} - \hat{P}') + \hat{y}_t \tag{15}$$

onde $\hat{y}_f = (1 - \alpha) \hat{K} + \alpha \hat{N}$ é a taxa de crescimento do produto de pleno emprego (a taxa natural de crescimento).

 α , que mede o efeito de uma alteração da força de trabalho sobre o produto líquido, é diferente da participação do trabalho (α_N) . De fato, $\alpha = \alpha_N$. $\varepsilon_N s$, N, onde $\varepsilon_N s$, N = $\frac{dN^s}{dN}$ • $\frac{N}{N^s}$ é a elasticidade total da oferta de serviços de trabalho, com respeito a mudanças da força de trabalho. Se a curva de oferta de trabalho tem inclinação positiva, $0 < \varepsilon_N s$, N < 1 significando que $\alpha < \alpha_N$.

Para qualquer dada alteração da força de trabalho, a mudança percentual do produto será menor que a mudança percentual da força de trabalho, porque as rendas provenientes do trabalho e do capital são medidas assimetricamente. De acordo com a definição usual de renda, aqui adotada, o valor adicionado (renda) é igual ao total de salários mais o rendimento líquido do capital. Segue-se que, em equilíbrio, a contri-

[🍍] Em um modelo mais geral, este componente incluiria também as mudanças tecnológicas.

buição marginal dos serviços de trabalho para esta medida da renda é igual à taxa de salário, enquanto que a dos serviços de capital é igual a zero. 36 Um aumento de N fará com que N^s cresça menos do que proporcionalmente a N, porque como N^s se eleva em relação a K^s , a taxa de salário deve cair. Isto incentivará os trabalhadores a reduzirem N^s/N . A queda de N^s/N , que na margem terá efeito zero sobre a renda verdadeira, aparecerá como tendo um efeito negativo sobre a renda medida. Este último efeito é que torna α inferior a α_N .

De igual modo, um aumento de K ocasionará uma redução de K^s/K e uma elevação de N^s . Na margem, a queda de K^s/K terá efeito zero, ao passo que o aumento de N^s provocará um efeito positivo sobre a renda medida, o que faz $(1-\alpha)$ exceder a participação do capital. ³⁷ Quando F(.) é homogênea de primeiro grau, a taxa proporcional da mudança de N^s e K^s pode ser expressa como

$$\hat{N}^{s} = A_{2} (\hat{P} - \hat{P}_{z}') + B_{2} (\hat{P} - \hat{P}') + \hat{N}_{I}^{s}$$
(16)

$$\hat{K}' = A_3 (\hat{P} - \hat{P}_z') + B_3 (\hat{P} - \hat{P}') + \hat{K}_f'$$
 (17)

onde
$$A_2$$
, A_3 , B_2 , e B_3 , > 0 $\hat{N}_f^{\bullet} = (1 - \varepsilon_{N^{\bullet},N}) \hat{K} + \varepsilon_{N^{\bullet},N} \hat{N}$ e $\hat{K}_f^{\bullet} = (1 - \varepsilon_{K_{\bullet},K}) \hat{K} + \varepsilon_{K^{\bullet},K} \hat{N}$

são as taxas de crescimento de pleno emprego do trabalho e capital, respectivamente

$$\varepsilon_{N^{\bullet},N} = \frac{dN^{\bullet}}{dN} \frac{N}{N^{\bullet}}$$
 e $\varepsilon_{K^{\bullet},K} = \frac{dK^{\bullet}}{dK} \frac{K}{K^{\bullet}}$ são menores que um.

es Esta proposição pode ser facilmente comprovada, diferenciando (1) parcialmente em relação a K^a e N^a , com as restrições impostas por (2) e (3).

so A mudança da renda medida, devida à alteração de N, é:

$$\frac{dy}{dN} = \frac{\partial y}{\partial N^{\circ}} \circ \frac{dN^{\circ}}{dN} + \frac{\partial y}{\partial K^{\circ}} \circ \frac{dK^{\circ}}{dN} \text{ ou}$$

$$\frac{N}{y} \circ \frac{dy}{dN} = \frac{N^{\circ}}{y} \circ \frac{\partial y}{\partial N^{\circ}} \circ \frac{dN^{\circ}}{dN} \circ \frac{N}{N^{\circ}} = \alpha_{N} \in N^{\circ}, N$$

visto que, em equilíbrio, $\partial y/\partial K^{s} = 0$ e $\partial y/\partial N^{s} = w$.

A mudança devida à alteração de K é:

$$\frac{dy}{dK} = \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dK} + \frac{\partial y}{\partial K^s} \cdot \frac{dK^s}{dK} + \frac{\partial y}{\partial K} \text{ ou}$$

$$\frac{K}{y} \cdot \frac{dy}{dK} = \frac{N^s}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial N^s} \cdot \frac{dN^s}{dK} \cdot \frac{K}{N^s} + r = \alpha N(1 - \varepsilon_{N^s}, N) + r$$
visto ainda que $\frac{\partial y}{\partial K^s} = 0$ e $\frac{\partial y}{\partial N^s} = w$. Finalmente, $r = k^s q - \int_0^{k^s} P_x^r H_v(dv)$

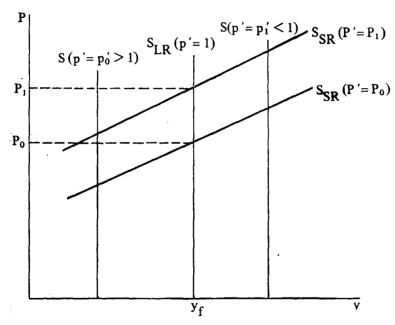
é o rendimento líquido por unidade de capital.

O gráfico 1 ilustra algumas propriedades dessa função de oferta agregada no plano P-y. Para fins de simplificação, supomos $P'=P'_{z}$ 88 e $\hat{N}=\hat{K}=0$, de modo que a economia não esteja em crescimento.

Quando P e P' crescem à mesma taxa, o produto permanece constante. Isto é, cada nível de P'/P determina um nível correspondente de y e, assim, define uma relação vertical entre P e y. Quando P'/P é igual a 1, obtemos o nível de pleno emprego do produto. Nesta curva, as percepções são corretas, isto é, não só P = P', como P = P'. Todos os pontos representam o pleno equilíbrio no uso de ambos os insumos.

Assim, corresponde à curva clássica de oferta agregada, exceto que a quantidade ótima de serviços de capital foi derivada internamente.

Gráfico 1
A função de oferta agregada no plano *P*—y



 $S_{LR}=$ curva de oferta agregada de longo prazo $S_{SR}=$ curva de oferta agregada de curto prazo

Ao longo de todas as linhas verticais à esquerda de y_t , P'/P > 1, isto é, os níveis de preço estão superestimados. Trabalhadores e empresá-

⁸⁸ No caso aqui considerado, de uma economia fechada, com tecnologia única, $P=P_{x}$ requer apenas a escolha adequada das unidades.

rios percebem preços relativos para seus produtos, inferiores aos que de fato obtêm e, em decorrência, oferecem quantidades menores de N^s e K^s . Conseqüentemente, o produto é menor que y_f . Em relação ao equilíbrio estacionário de pleno emprego, do modelo clássico, os dois insumos estão subutilizados. A participação da força de trabalho e o emprego são menores; o "desemprego de busca" (search un employment) é maior que em equilíbrio de pleno emprego; e as máquinas estão ociosas. Portanto, em todos os pontos à esquerda de y_f haverá desemprego dos recursos. Quando $P' = P'_{z_f}$ mas nenhum deles é igual a P_f , os serviços de capital e de trabalho estarão desempregados. Todavia, é concebível que ou P' = P ou $P'_f = P$ e, nesse caso, o trabalho ou o capital estará plenamente utilizado. 39

Analogamente, ao longo da linha vertical à direita de y_f , os preços estão subestimados (P'/P < 1). Os agentes econômicos percebem preços relativos superiores aos que de fato encontram para seus produtos, e oferecem quantidades maiores; N^s e K^s são maiores que em pleno emprego; e há superemprego dos recursos. 40

Se P' permanece constante, as variações de P acarretam variações de P'/P e, conseqüentemente, de y. Isto ocorre porque a elevação de P amplia a demanda de K' e N^s . Como P' é dado, as ofertas não se alteram e, assim, Q e W aumentam, o que implica aumento dos rendimentos reais percebidos, e os agentes econômicos desejarão ampliar as quantidades oferecidas. De fato, para dado rendimento real verdadeiro, ampliarão a oferta. Os trabalhadores mudarão a oferta de serviços de trabalho, e as empresas, a demanda de serviços de capital e trabalho, e a produção se alterará. A elasticidade da oferta agregada quando $P' = P'_a$ é dada por

$$\frac{P}{y} \frac{\partial y}{\partial P} = A_1^7 + B_1 > 0$$

Assim, se P for constante e os preços verdadeiros subirem, o produto, o emprego e os serviços de capital subirão, em relação aos níveis de pleno emprego. Se os preços verdadeiros caírem, o produto, o emprego

^{**} Se os trabalhadores perceberem corretamente seu nível de preço ao consumidor, por exemplo, o salário verdadeiro e o salário real percebido serão iguais e os trabalhadores estarão em sua curva de oferta estática. Porém, dado que $P_z' < P$, as empresas estarão usando menos serviços de capital e a demanda de trabalho será menor que em equilíbrio estático. Logo, mesmo que os trabalhadores percebam corretamente seu nível de preço, o nível de equilíbrio do emprego será menor que em pleno equilíbrio.

⁴⁰ Em uma economia em crescimento (quando N e K estão mudando), \hat{y}_f será diferente de zero e o nível de pleno emprego do produto se estará alterando. A análise anterior ainda será válida, exceto que, agora, o componente cíclico do produto é definido em relação às variações do nível de produto de pleno emprego.

e os serviços de capital cairão. 41 As alterações dos preços verdadeiros provocarão deslocamentos ao longo de uma curva de oferta agregada, de inclinação positiva. Para cada P há uma curva desse tipo (S_{SR}) . Ao longo de qualquer dessas curvas de oferta, P é igual ao nível de preço no qual a oferta agregada positiva corta a curva de oferta agregada de pleno emprego (S_{LR}) . O aumento dos preços percebidos faz com que a curva de oferta agregada a curto prazo (S_{SR}) se desloque para cima e para a esquerda.

4. A curva de oferta agregada e os preços percebidos

A seção anterior demonstrou que a função de oferta agregada pode ser expressa como $y = S(P,P'_x,P'_y,K,N)$, com as seguintes propriedades: a) para dados preços percebidos, a curva de oferta tem inclinação positiva no plano P-y; b) quando os preços verdadeiros e percebidos limitam-se a mudanças proporcionais, a curva se torna perfeitamente inelástica. Entretanto, as percepções de preço não são exógenas e, assim, não se pode supor nem que P' e P'_x se deslocam em conjunto com P, nem que eles são constantes. Logo, para especificar completamente a função de oferta agregada, é necessário definir a evolução de P' e P'_x no tempo. Os movimentos verdadeiros de P' e P'_x são determinados pelo comportamento dos trabalhadores e empresários ao tentar conhecer os preços. Uma vez identificados esses movimentos, pode-se determinar o comportamento da curva de oferta agregada, no tempo.

Esta seção analisa a mudança de posição da curva de oferta no plano P-y, quando os preços percebidos se ajustam com o passar do tempo. É postulado que se pode ter uma aproximação do comportamento dos agentes econômicos ao tentar conhecerem os preços, por meio de um modelo

Se permitirmos crescimento econômico ($y_j^a \neq 0$), a mudança no produto implícita na curva de oferta agregada não será a mudança total do produto, mas as mudanças em relação ao produto de pleno emprego, isto é, as alterações devidas ao crescimento serão subtraídas da variação total no produto e a equação (15) pode ser expressa como:

$$\hat{y}^{2} - y^{2}_{1} = (A_{1} + B_{1}) (\hat{P} - \hat{P}). \tag{15'}$$

⁴¹ Em um caso mais geral, quando se admite que P' também se altere, as mesmas conclusões prevalecem, exceto que agora não efetivamente é necessário que os preços caiam, para haver uma redução do produto. Será preciso, apenas, que os preços atuais caiam em relação aos preços percebidos.

de percepção adaptativo. ⁴² O aspecto essencial deste modelo é que, sendo racionais, os agentes econômicos acabam percebendo qualquer movimento de preços. O caso mais simples é aquele em que o nível de preço varia em torno de uma constante, durante considerável espaço de tempo, e as flutuações não são muito amplas. Os agentes econômicos, então, têm percepções quanto à taxa de inflação. Pareceria razoável que nesse caso eles agiriam como se apenas percebessem o comportamento do nível de preço, conforme é indicado por

$$\hat{P} = k_1 (Ln P - Ln P), \qquad (18)$$

onde, para simplificar, supõe-se uma relação linear. Se todos tiverem a mesma função de percepção e o nível de preço verdadeiro for igual para todos, haverá apenas um índice de preço percebido, isto é, $P_x' = P$. Obtém-se o movimento dos preços percebidos, resolvendo esta equação diferencial para qualquer movimento dos preços verdadeiros. A solução é

$$Ln P' = \overline{e}^{k_1 t} \int_{t_0}^{t_0} k_1 e^{k_1 v} Ln P(v) dv + Ln P'(t_0) \overline{e}^{k_1 (t - t_0)}$$
 (18')

Supondo que em t_0 a economia estava em um ponto da curva de oferta de longo prazo, de modo que $P'(t_0) = P(t_0)$, e que haja uma mudança permanente da demanda agregada, ocasionando a alteração de P, qual seria o comportamento de P' e qual a oferta agregada correspondente a cada momento? Para responder estas perguntas, imagine-se que ocorra o deslocamento na trajetória de P no tempo, provocado por uma alteração do parâmetro α (digamos, uma alteração da demanda agregada). ⁴³ A mudança do nível do preço percebido através do tempo é dada por

$$\frac{\partial Ln \ P'}{\partial \alpha} = \overline{e}^{k_1 t} \int_{t_0}^{t} k_1 e^{k_1 v} \frac{\partial Ln \ P}{\partial \alpha} (v) dv \tag{19}$$

42 Se o problema é de informação sobre os preços correntes, é lícito julgar que o mecanismo pelo qual cada um ajusta os preços seja adaptável, como indica a equação (18). Mas se diz respeito aos preços futuros, o mecanismo pode ser uma combinação de componentes adaptáveis e regressivos, conforme postula Frenkel (1975). Para que a produção aumente quando apenas as expectativas são importantes, porém, o elemento regressivo deve ser dominante, pois os agentes econômicos precisam esperar que os preços, de fato, serão mais baixos no futuro, a fim de aumentar a produção corrente. Quando o problema é tanto de percepções como de expectativas, e sendo as percepções adaptáveis e as expectativas dominadas pelo elemento regressivo, a oferta agregada de curto prazo é ainda mais elástica que se apenas um desses fatores operasse (ver nota 41). 43 Por motivos de apresentação, a análise que se segue abandona a interdependência entre os níveis de preço verdadeiro e preço percebido. Se a demanda e a oferta agregadas fossem consideradas simultaneamente, o aumento inicial da demanda elevaria o preço, mas os desvios ascendentes sucessivos da curva de oferta agregada, resultantes do ajustamento das percepções, aumentariam posteriormente os preços verdadeiros (se a demanda agregada tiver inclinação negativa) até que o preço verdadeiro e o preço percebido estivessem outra vez iguais e o produto voltasse ao nível de pleno emprego. Nesse caso, os resultados seriam mantidos, se a demanda agregada fosse perfeitamente elástica e independente de P. A única diferença essencial entre este modelo e outro que admita uma função de demanda agregada mais geral é que, no segundo, os preços (e o produto) podem convergir para o equilíbrio, seguindo movimentos oscilatórios.

Se a mudança do preço é tal que $\partial^2 Ln \ P/\partial t\partial \alpha = 0$, a nova função de $Ln \ P(t)$ é paralela à antiga e (19) pode ser expressa como

$$\frac{\partial Ln \ P'}{\partial Ln \ P} = \overline{e}^{k_1 t} \int_{t_0}^t k_1 e^{k_1 v} \ dv \tag{19'}$$

O ajustamento dos preços percebidos ao impacto inicial terá, então, as seguintes propriedades:

a)
$$\frac{\partial Ln \ P'}{\partial Ln \ P} (t_0) = 0, \tag{20}$$

b)
$$\frac{\partial \left(\frac{\partial Ln \ P'}{\partial Ln \ P}\right)}{\partial t} = k_1 \overline{e}^{k_1 t - t_0} > 0$$

c)
$$\lim_{t \to \infty} \frac{\partial Ln \ P'}{\partial Ln \ P} = \lim_{t \to \infty} \left[1 - e^{-k_1(t - t_0)} \right] = 1$$

A equação (20a) mostra que, dada uma mudança qualquer de uma vez para sempre nos preços, a reação inicial seria uma mudança do produto e dos preços ao longo de uma curva de oferta caracterizada por preços percebidos constantes e com a elasticidade dada por $A_1 + B_1 > 0$. Subseqüentemente, como indica a equação (20b), os preços percebidos se ajustariam, mas de tal forma que quanto menor o tempo transcorrido desde a mudança inicial de P, menor o efeito sobre P. A longo prazo, as percepções estariam, novamente, corretas (20c). A relação entre as curvas de oferta agregada e o tempo admitido para o ajustamento está representada no gráfico 2. Ao se mover de S_0 para S_1 , S_i e S_n , uma fração crescente de qualquer alteração de preço é percebida e, em S_n , o preço percebido e o preço verdadeiro coincidem. ⁴⁴ O experimento conceitual descrito no gráfico 2 é análogo aquele usado por Marshall para ilustrar o deslocamento da curva de oferta no tempo, quando a empresa ou a indústria se ajusta à alteração dos preços relativos. ⁴⁵

⁴⁴ Até onde a análise considerou os pontos na função de oferta agregada (isto é, os pontos da produção verdadeira), a qual abandona a possibilidade de as empresas venderem os produtos estocados. Admitindo-se estas vendas, discrepâncias imprevistas entre a demanda agregada e a produção serão inicialmente atendidas com os estoques ou adicionadas a eles. Em consequência, a curto prazo, a oferta do produto será mais elástica ainda que a da produção.

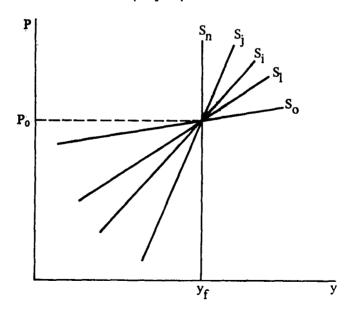
Leijonhufvud (1968) e Friedman (1970) argumentaram que Keynes inverteu os papéis dos preços e das quantidades da análise marshalliana. Parece-nos, porém, que a análise aqui apresentada difere intrinsecamente da que foi objeto de suas observações.

Cada curva indica qual seria o valor do produto, em distintos pontos no tempo, se partindo de P_0 houvesse uma alteração definitiva de P para qualquer valor alternativo. Em outras palavras, S_i representa a função da oferta à época i, dado que P à época zero é igual a P_0 .

As conclusões a que chegamos aqui, porém, são diametralmente opostas às de Marshall. No modelo marshalliano de equilíbrio parcial, a oferta é inelástica a curto prazo e torna-se gradualmente tanto mais elástica, quanto maior o número de insumos cuja alteração é admitida. No modelo ora apresentado, a oferta a curto prazo é mais elástica, de modo que o aumento maior do produto ocorre inicialmente. 46 A medida que se acumula a informação, os preços percebidos vão-se ajustando e a curva de oferta agregada se torna menos elástica. Especificamente, quando as percepções de preço se ajustarem ao nível de P, a oferta agregada será perfeitamente inelástica. As diferentes curvas de oferta agregada descrevem o nível de produto que as empresas e os trabalhadores, em conjunto, desejariam produzir, à medida que se avolumam as informações.

Gráfico 2

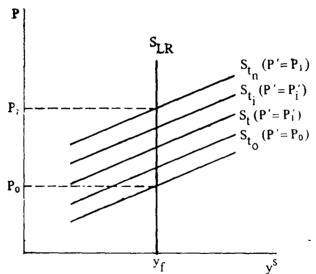
A curva de oferta agregada e a trajetória dos preços percebidos



⁴⁹ Não haveria mudança essencial, na hipótese de a taxa de produção não poder alterar-se instantânea e gratuitamente. Nesse caso, porém, os efeitos iniciais das mudanças da demanda serão apenas sobre os estoques existentes e não sobre a produção.

Alternativamente, o processo de ajustamento pode ser descrito, enfocando-se as curvas de oferta agregada a curto prazo. Sendo os preços percebidos, como na equação (18), uma função contínua de tempo, haverá determinado nível de preços percebidos a cada momento. A curva de oferta agregada a curto prazo, com preços percebidos constantes, terá uma elasticidade de preço igual a $A_1 + B_1 > 0$. Suponhamos que o nível de preço percebido prevalecente em t_0 seja $P'(t_0)$. Então, a curva de oferta agregada é dada por S_{to} no gráfico 3. Se o nível de preço inicial é P_0 e há uma alta do preço, digamos para P_1 , P' começa a subir. A medida que P' se ajusta, a curva de oferta para o nível prevalecente de P' se desloca para cima e para a esquerda, e P' se aproxima de P_1 . No limite, quando as percepções se tornarem consistentes com o novo nível de preço, a curva de oferta de curto prazo será S_{to} que cortará a curva de oferta de longo prazo no nível de preço prevalecente (P_1) .

Gráfico 3
A curva de oferta agregada e as percepções de preço



Quando o preço verdadeiro e o percebido são iguais, a economia está simultaneamente na oferta agregada de curto e de longo prazos, e ambos os preços são constantes. Se, ao nível de preço prevalecente, a demanda agregada for igual ao produto de pleno emprego, o produto será constante e o mercado do produto estará em pleno equilíbrio. 47

⁴⁷ Se, ao nível de preço prevalecente, a demanda agregada não for igual ao nível do produto de pleno emprego, os estoques existentes estarão alterando-se a uma taxa indesejável. Isto levará as empresas a modificar este nível e a mudar o preço.

Até aqui, a análise considerou uma economia que não experimenta crescimento nem inflação. Entretanto as conclusões permanecem essencialmente as mesmas, quando se admitem esses efeitos. No caso de crescimento (causado por alterações nas ofertas dos fatores ou na tecnologia), os resultados diferem apenas em que o pleno equilíbrio será um, onde o produto é constante em relação ao nível de pleno emprego (isto é, $y = y_f = \hat{y} = \hat{y}_f$; ver equação (15). Colocando de outra maneira, a fim de alterar a análise anterior para o caso de crescimento, basta apenas substituir a frase "constante em relação à tendência", sempre que a palavra "constante" apareça.

Quando há inflação, o problema se torna ligeiramente mais complicado. Nesse caso, para perceber com exatidão os preços, são necessárias duas funções de percepção, uma para o nível de preço e outra para a taxa de inflação. 48 A fim de que as percepções sejam corretas, o preço e a taxa de inflação percebidos devem ser respectivamente iguais ao preço e à taxa de inflação verdadeiros. A função de oferta agregada de curto prazo terá inclinação positiva para variações de uma vez do nível de preço, da taxa de inflação ou de ambos. Novamente, o produto a curto prazo convergirá monotonicamente para o nível do produto de pleno emprego, de forma que análoga das equações (20), permanecerão válidas.

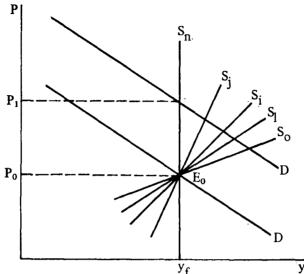
5. A importância da função de oferta agregada para a compreensão de problemas econômicos correntes

Vários problemas correntes podem, agora, ser discutidos à luz desta função de oferta agregada. Usando a função representada no gráfico 2 (repetido como gráfico 4), imagine-se uma curva de demanda agregada de inclinação negativa que passa por E_0 (a curva designada por D). A economia está, pois, em equilíbrio estável ao nível de pleno emprego do produto e ao nível de preço P_0 .

Suponha-se que haja um aumento imprevisto, de uma vez para sempre da demanda, para D'. Como inicialmente os estoques caem, os preços não se ajustam de imediato. Além disso, os agentes econômicos não percebem as mudanças do preço verdadeiro, de modo que a economia se movimenta ao longo da curva de oferta agregada de curto prazo (S_0) . O emprego, o produto e os preços sobem; ou seja, a economia entra em boom. Se a demanda agregada permanece neste nível mais alto, os empresários começam a perceber o pequeno aumento inicial do preço, oca-

Este problema é discutido no apêndice.

Gráfico 4 Equilíbrio do mercado do produto



sionando o deslocamento da curva de oferta agregada de S_0 para S_1 , para S_2 etc. Dado que a curva de demanda agregada tem inclinação negativa, os preços continuam a subir, mas o produto principia a cair. Eventualmente, o produto retorna ao nível de pleno emprego, com o nível de preço igual a P_1 . Esta nova posição representa o equilíbrio estacionário consistente com D.

Com base nesse exercício, é possível extrair as seguintes conclusões:

- 1. Alterações imprevistas da demanda agregada provocam efeitos temporários na atividade econômica, mesmo quando os agentes econômicos não têm ilusão monetária.
- 2. A menos que o deslocamento da demanda agregada reverta rapidamente, ⁴⁹ o aumento inicial do produto e dos preços é seguido por uma redução do produto, com elevações posteriores dos preços ("estagflação"). ⁵⁰

Se o movimento da demanda reverte rapidamente, mas só depois que o produto e os preços já subiram, é provável que o ajustamento dinâmico do produto se movimente para baixo do nível de pleno emprego.

O modelo de Lucas (1975), no qual o produto e o nível de preço estão positivamente correlacionados, não pode explicar a "estagflação" e, nele, o efeito de aceleração é essencial para que o produto esteja seriamente correlacionado. A função de oferta agregada apresentada neste documento não só é consistente com os dois tipos de fenômeno, como admite a hipótese de sua ocorrência. De fato, a estagflação só pode ocorrer se o efeito de aceleração não dominar os deslocamentos da demanda agregada. Estes pontos foram discutidos por Almonacid (1971).

- 3. A dinâmica da função de oferta agregada é tal que todos os preços nominais tendem a subir quando o produto e o emprego são anormalmente altos (isto é, o desemprego é anormalmente baixo) e declinam quando são baixos (isto é, o desemprego é alto). Isto produz uma relação com as mesmas propriedades da curva de Phillips. ⁵¹
- 4. Se o nível de demanda agregada não segue rumo errático, há períodos em que os preços caminham na mesma direção (inflação ou deflação de demanda) e períodos nos quais seguem direções opostas (inflação ou deflação de custos). 52

6. Conclusão

Este documento deriva uma versão alternativa da equação suprimida. Sugere que essa equação é a função de oferta agregada e pode ser obtida com base no comportamento otimizador de trabalhadores e empresários.

A análise demonstra que a curva de oferta agregada tem inclinação positiva a curto prazo (dando assim o resultado keynesiano) e é perfeitamente inelástica a longo prazo (dando assim o resultado clássico). As chaves para o comportamento dinâmico da curva de oferta agregada são a existência de custos de informação e a conclusão, supondo-se serem os agentes econômicos racionais, de que há diferença sistemática no modo pelo qual esses agentes tomam conhecimento dos preços de seu produto e de seus insumos.

A interseção de demanda agregada de inclinação negativa e da função de oferta agregada determina os níveis de equilíbrio do produto e do preço. A função de oferta agregada é tal que um aumento imprevisto da demanda agregada tem o efeito inicial de aumentar o produto, mesmo se a economia estava inicialmente em equilíbrio de pleno emprego. A abordagem da função de oferta agregada fornece explicação alternativa para os seguintes problemas: a estagflação, o fenômeno da curva de Phillips, e a controvérsia entre as teorias da inflação da demanda e de custo. Entretanto, a função de oferta agregada é também consistente com as propriedades a longo prazo do comportamento racional e conclui que, a longo prazo, as alterações da demanda agregada não têm efeitos reais significantes.

⁵¹ Phillips (1958). Ver Fisher (1973), para evidências anteriores do fenômeno.

⁶² Ver Bronfenbrenner e Holzman (1965) e Harberger (1975).

O modelo contém importantes conclusões empíricas. Visto ser o nível de pleno emprego do produto o único nível ótimo, tanto do ponto de vista dos trabalhadores como dos empresários, qualquer nível do produto menor ou maior resulta em renda "verdadeira" menor. Esta função de oferta agregada, diferentemente daquelas do tipo keynesiano (além de outras), não implica que os salários reais se movimentem anticiclicamente e os lucros reais, ciclicamente.

Apêndice

A.1 Derivação da função de oferta agregada

Tomando o sistema de equações (11-13), diferenciando totalmente para resolver para y^s , N^s e K^s , e representando os resultados em forma de matriz, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & -N^{s}F_{1} & 0 \\ 0 & N^{s}F_{11} - p'N^{s}L_{N^{s}} & K^{s}F_{12} \\ 0 & N^{s}F_{21} & K^{s}F_{22} - p'_{x}K^{s}H_{K^{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}^{s} \\ \hat{N}^{s} \\ \hat{K}^{s} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} p'_{x}TC(\cdot) \\ 0 \\ -q \end{bmatrix} (\hat{P} - \hat{P}'_{x}) \begin{bmatrix} 0 \\ w \\ 0 \end{bmatrix} (\hat{P} - \hat{P}')$$

$$\begin{bmatrix} q^{K^{s}} - p'_{x} & TC(\cdot)_{K} \\ 0 \\ p'_{x} & KH_{K} \end{bmatrix} \hat{K} + \begin{bmatrix} 0 \\ p' & NL_{N} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{N}$$

onde, como antes, a variável com plica indica uma derivada em relação ao tempo, e aquela com acento circunflexo, sua taxa proporcional de mudança. Para resolver para y^s , N^s e K^s , pela regra de Cramer, necessitam-se dos seguintes determinantes:

$$\Delta = (N^{s}F_{11} - p'N^{s}L_{N^{s}}) (K^{s}F_{22} - p'_{x}K^{s}H_{K^{s}}) - N^{s}K^{s}F_{12}F_{21}$$
 (A.1)

que é positiva se as empresas forem maximizadoras de lucro;

$$\Delta_{v^{s}} = \stackrel{r}{[}p'_{x}TC(\cdot) \Delta + N^{s}wK^{s} qF_{12}] (\hat{P} - \hat{P}'_{x}) - N^{s}w^{2}(K^{s}F_{22} - p'_{x}K^{s}H_{K^{s}}) (\hat{P} - \hat{P}')$$

$$+ \{ [K^{s}q - p'_{x} TC(\cdot)] \Delta + N^{s} w[- p'_{x}KH_{K} K^{s}F_{12} + p'NL_{N} K^{s}F_{22} - p'NL_{N} p'_{x}K^{s}H_{K^{s}}] \} \hat{K}$$

$$+ N^{s}w(p'NL_{N} K^{s}F_{22} - p'NL_{N} p'_{x}K^{s}H_{K^{s}}) (\hat{N} - \hat{K});$$

$$\Delta_{N^{s}} = K^{s} qF_{12} (\hat{P} - \hat{P}'_{x}) - w(K^{s}F_{22} - p'_{x}K^{s}H_{K^{s}}) (\hat{P} - \hat{P}')$$

$$- p'_{x} KH_{K} K^{s}F_{12}\hat{K} + p'NL_{N}(K^{s}F_{22} - p'_{x} K^{s}H_{K^{s}})\hat{N}$$

$$\Delta_{K^{s}} = - q(N^{s}F_{11} - p'N^{s}L_{N^{s}}) (\hat{P} - \hat{P}'_{x}) + wN^{s}F_{21} (\hat{P} - \hat{P}')$$

$$+ p'_{x}KH_{K} (N^{s}F_{11} - p'N^{s}L_{N^{s}}) \hat{K} - N^{s}F_{21} p'NL_{N} \hat{N}.$$

$$(A.2)$$

Supondo que $F(N^s, K^s)$ é homogênea de primeiro grau:

a)
$$F(N^s, K^s) \equiv N^s w + K^s q$$
, (A.5)

b)
$$K^s F_{12} \equiv -N^s F_{11}$$

c)
$$F_{11}F_{22} \equiv F_{12}F_{21}$$

Visto que os preços de oferta dos dois insumos são supostamente homogêneos de grau zero,

$$NL_N \equiv -N^s L_{N^s} \tag{A.6}$$

$$KH_K \equiv -K^s H_{K^s}.$$

Usando todas essas relações, (A.1) - (A.4) torna-se

$$\Delta = p'_{x} KH_{K} N^{s}F_{11} + p' NL_{N}(K^{s}F_{22} + p'_{x} KH_{K}) \text{ ou} \qquad (A.1')$$

$$\Delta = p'_{x} KH_{K}(N^{s}F_{11} + p' NL_{N}) + p' NL_{N} K^{s}F_{22};$$

$$\Delta_{y^{s}} = [p'_{x}TC(\cdot) \Delta + N^{s}w K^{s}q F_{12}](\widehat{P} - \widehat{P}'_{x}) - N^{s}w^{2}(K^{s}F_{22} + p'_{x}KH_{K})(\widehat{P} - \widehat{P}') \qquad (A.2')$$

$$+ y^{s}\Delta \widehat{K} + N^{s}w p'NL_{N}(K^{s}F_{22} + p'_{x}KH_{K})(\widehat{N} - \widehat{K});$$

$$\Delta_{N^{s}} = K^{s}q F_{12}(\widehat{P} - \widehat{P}'_{x}) - w(K^{s}F_{22} + p'_{x} KH_{K})(\widehat{P} - \widehat{P}'!) \qquad (A.3')$$

$$+ p'_{x}KH_{K} N^{s}F_{11} \widehat{K} + p'NL_{N}(K^{s}F_{22} + p'_{x} KH_{K})\widehat{N}$$

$$\Delta_{K^{s}} = -q(N^{s}F_{11} + p' NL_{N})(\widehat{P} - \widehat{P}'_{x}) + w N^{s}F_{21}(\widehat{P} - \widehat{P}') \qquad (A.4')$$

$$+ p'_{x} KH_{K}(N^{s}F_{11} + p' NL_{N})\widehat{K} + p' NL_{N} K^{s}F_{22}\widehat{N}.$$

Finalmente, obtêm-se as derivadas totais para y^s , N^s e K^s dividindo (A.2') - (A.4') pelo determinante principal

$$\hat{y}^* = A_1(\hat{P} - \hat{P}_x') + B_1(\hat{P} - \hat{P}') + (1 - \alpha)\hat{K} + \alpha \hat{N}, \quad (A.2'')$$

(A.2') é também dividido por y^a,

$$\hat{N}^{s} = A_{2}(\hat{P} - \hat{P}'_{x}) + B_{2}(\hat{P} - \hat{P}') + (1 - \varepsilon_{N^{s}, N})\hat{K} + \varepsilon_{N^{s}, N}^{\hat{N}} \quad (A.3'')$$

$$\hat{K}^{s} = A_{3}(\hat{P} - \hat{P}'_{x}) + B_{3}(\hat{P} - \hat{P}') + \varepsilon_{K^{s}, K}\hat{K} + (1 - \varepsilon_{K^{s}, K})\hat{N}, \quad (A.4'')$$

onde A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 e $B_3 > 0$ e $\alpha = \alpha_N \cdot \epsilon_{Ns}$, ϵ_N , ϵ_N é a participação do trabalho na renda líquida, e ϵ_{Ns} , ϵ_N e ϵ_{Ks} , ϵ_N são as elasticidades da oferta de serviços de trabalho e capital, com respeito às mudanças nos estoques, de modo que ϵ_{Ns} , ϵ_N , ϵ_{Ks} , ϵ_N ϵ_N (A.2") - (A.4") são as equações (15), (16) e (17) do texto.

A.2 O comportamento dos preços percebidos em um processo inflacionário *

O texto considerou uma economia na qual o nível de preço não tem uma tendência sistemática e as flutuações de preço são pequenas. Por conseguinte, os agentes econômicos não percebem qualquer taxa de inflação. Examinemos o caso em que as flutuações de preço são grandes ou a economia tem uma tendência inflacionária (deflacionária) variável, com a condição de que as flutuações da taxa de inflação não sejam muito acentuadas, de modo que o povo não percebe qualquer aceleração (desaceleração) na taxa de inflação. Assim, o modelo de percepção tem duas funções de percepção, uma para ajustar o nível de preço percebido (equação (A.5), e outra para ajustar o nível de preço percebido (equação (A.6). Quando a velocidade de ajustamento das duas funções de percepção é constante, o modelo de percepção assume a seguinte forma:

$$\dot{\pi}' = k_1(\pi - \pi') \tag{A.5}$$

$$\hat{P}' = k_2 (Ln \ P - Ln \ P') + \pi' \tag{A.6}$$

onde π e π ' são as taxas de inflação, verdadeira e percebida respectivamente, e onde, como antes, a plica indica uma derivada em relação ao tempo, e o acento circunflexo, sua taxa proporcional de mudança.

Mesmo neste caso, condições análogas àquelas representadas pela equação (20) do texto são válidas. Para demonstrá-lo, resolve-se o sistema de equações diferenciais formado por (A.5) e (A.6).

A solução da equação (A.5) é

$$\pi'(s) = \pi'(t_o) \ \overline{e}^{k_1(s-t_0)} + \overline{e}^{k_1's} \int_{t_0}^{s} k_1 \ e^{k_1(r)} \ \pi(r) dr. \tag{A 5'}$$

Visto que $\frac{d}{ds} [Ln \ (P') \ e^{k_2 s}] = P' \ e^{k_2 s} + k_2 (Ln \ P') d^{k_2 s}, \ (A.5') \ pode ser$

substituída por (A.6) para permitir

$$Ln (P') e^{k_2 s} \bigg|_{t_0}^t = \int_{t_0}^t e^{-k_2 s} \left\{ k_2 Ln P + \right.$$

$$+ \pi'(t_0) e^{-k_1 (s - t_0)} + e^{-k_1 s} \int_{t_0}^s k_1 e^{k_1 r} \pi(r) dr \right\} ds.$$

• Esta parte do apêndice foi escrita com a colaboração de Michael Bazdarich.

O resultado, após várias transformações, é

$$Ln \ P'(t) = e^{-k_2't - t_0} \ Ln \ P'(t_0) + \left\{\pi'(t_0) \ [e^{-k_1't - t_0}] - e^{-k_2't - t_0}\right\}$$

$$+ e^{-k_2t} \left[\int_{t_0}^t k_2 e^{k_2s} Ln \ P(s) \, ds + \int_{t_0}^t e^{-k_2 - k_1's} \int_{t_0}^s k_1 \ e^{k_1r} \ \pi(r) \, dr ds \right]$$

$$Como \ Ln \ P(s) = Ln \ P(t_0) + \int_{t_0}^s \pi(r) \, dr, \text{ segue-se que}$$

$$Ln \ P'(t) = Ln \ P'(t_0) \ e^{-k_2't - t_0} + \frac{\pi'(t_0)}{(k_2 - k_1)} \left[e^{-k_1't - t_0} - e^{-k_2't - t_0} \right]$$

$$+ Ln \ P(t_0) \left[1 - e^{-k_2't - t_0} \right] + e^{-k_2t} \left\{ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^s \pi(r) \left[k_2 e^{k_2s} + k_1 e^{(k_2 - k_1)s} e^{k_1r} \right] dr ds \right\}$$

$$e \ P'(t) \ e \ expresso \ em \ termos \ do \ movimento \ da \ taxa \ verdadeira \ de \ in-$$

flação e das condições iniciais.

Considerem-se os três casos apontados na figura A.1 (que, para simplificar, apresenta os casos em que a taxa de inflação é constante). Os

Figura A.1

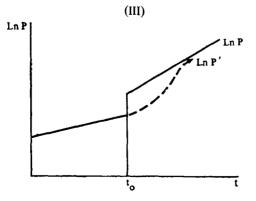
(I)

Ln P

Ln P

Ln P

to to t



três tipos de deslocamento podem ser representados por uma alteração no parâmetro α . Sendo P'(t) e $\pi'(t)$ funções contínuas de tempo, $\frac{\partial Ln\ P'(t_0)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi'(t_0)}{\partial \alpha} = 0$ nos três casos.

1. Um salto de P sem mudança de π : como o novo movimento de P é paralelo ao antigo, $\frac{\partial \pi(t)}{\partial \alpha} \equiv 0$ para todo o t. Logo, diferenciando (A.8) com respeito a α tem-se

$$\frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha} \left[1 - \overline{e}^{k_2(t-t_0)} \right] \tag{A.9}$$

Segue-se que

a)
$$\frac{\partial Ln \ P'(t_0)}{\partial \alpha} = 0$$

b)
$$\frac{\partial^2 Ln \ P'(t)}{\partial t \ \partial Ln \ P(t_0)} = k_2 e^{-k_2 (t - t_0)} > 0 \quad \text{para todo o } t, \quad (A.9)$$

c)
$$\lim_{t \to \infty} \frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial Ln \ P(t_0)} = 1.$$

Este movimento de Ln P' (t) está ilustrado na figura A.1 (I).

2. Um salto de π sem salto de $P(t_0)$: como não há salto de P, $\partial Ln\ P(t_0)/\partial \alpha = 0$. O novo movimento de $\pi(t)$ será paralelo ao antigo, assim $\partial \pi(t)/\partial \alpha = \partial \pi(t_0)/\partial \alpha$ para todo o t. A diferenciação de (A.8) dá

$$\frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = \bar{e}^{-k_2 t} \left\{ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^s \frac{\partial \pi (r)}{\partial \alpha} \left[k_2 \hat{e}^{-k_2 s} + k_1 e^{(k_2 - k_1) s} e^{k_1 r} \right] dr ds \right\}. \quad (A.10)$$

Como $\frac{\partial \pi(r)}{\partial \alpha}$ é independente de r e s, (A.10) se reduz a:

$$\frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \left[(t - t_0) - \frac{\overline{e}^{k_1(t - t_0)} - \overline{e}^{k_2(t - t_0)}}{k_2 - k_1} \right]. \quad (A.107)$$

Como, também, $\frac{\partial Ln\ P(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi\ (t_0)}{\partial \alpha} \quad (t-t_0)$, esta expressão

juntamente com (A.10') dá

$$X = \frac{\partial Ln \ P(t)}{\partial \alpha} - \frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha} \quad \frac{\overline{e}^{k_1(t-t_0)} \ \overline{e}^{k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1}, \quad (A.11)$$

que tem o mesmo sinal que

$$\frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha}$$
 para todo o $t > t_0$.

Como, além disso,

a)
$$X(t_0) = 0$$
, (A.11')

b)
$$\lim_{t\to\infty}X(t)=0,$$

c)
$$\frac{\partial X(t)}{\partial t} = -\frac{k_1 e^{k_1(t-t_0)} - k_2 e^{k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_1}$$
 é tal que

$$\frac{\partial X(t_0)}{\partial t} = 1 > 0$$

e tem um único ponto, valor crítico, o movimento de Ln P' apresentado na figura A.1 (II) deve permanecer válido.

3. Saltos simultâneos de $P(t_0)$ e $\pi(t_0)$: neste caso, que é a combinação dos casos (a) e (b),

$$\partial Ln \ P(t)/\partial \alpha = \partial Ln \ P(t_0)/\partial \alpha + \left[\partial \pi (t_0)/\partial \alpha\right] (t - t_0) \tag{A.12}$$

A diferenciação de (A.8) dá:

$$\frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = \frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha} \left[1 - e^{-k_2/t - t_0} \right] + \frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha} \left[(t - t_0) - \frac{e^{-k_1/t - t_0}}{k_2 - k_1} \right].$$
(A.13)

Logo, usando (A.12) e (A.13), define-se

$$\frac{\partial Ln \ P(t)}{\partial \alpha} - \frac{\partial Ln \ P'(t)}{\partial \alpha} = Y(t) = \frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha} \frac{e^{-k_2'(t-t_0)}}{e^{-k_2'(t-t_0)}} + \frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha} \frac{e^{-k_1'(t-t_0)} - e^{-k_2'(t-t_0)}}{k_2 - k_1}$$
(A.14)

Segue-se que:

a)
$$Y(t_0) = \frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha}$$
 (A.14')

b)
$$\lim_{t \to \infty} Y(t) = 0$$

c)
$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = -\frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha} k_2 \ \overline{e}^{k_2(t-t_0)} - \frac{\partial \pi(t_0)}{\partial \alpha} \frac{k_1 \ \overline{e}^{k_1(t-t_0)} - k_2 \ \overline{e}^{k_2(t-t_0)}}{k_2 - k_2}.$$

O segundo termo de (A.14'.c) é análogo a (A.11'.c), logo

c')
$$\frac{\partial Y(t_0)}{\partial t} = -k_2 \frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha} + \frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha} \geq 0.$$

Portanto, se $\frac{\partial Ln \ P(t_0)}{\partial \alpha}$ e $\frac{\partial \pi (t_0)}{\partial \alpha}$ são ambos positivos, por exemplo,

segue-se que

$$\mathbf{c''}) \quad \frac{\partial Y(t)}{\partial (t)} > 0$$

para cada t maior que algum t*.

Abstract

This paper develops a model of the aggregate supply function which, when analyzed in terms of the P-y plane, is positively sloped in the short-run (as the Keynesian aggregate supply function) and vertical in the long-run (as the classical function). The key to this aggregate supply function is the existence of information costs and the implication, from the assumption that economic agents are rational, that there will be a systematic difference in the way they learn about the prices of their output and of their inputs. This aggregate supply function, together with a negatively sloped aggregate demand curve, determines output and the price level. The model gives an explanation of short-run variations in output compatible with the Phillips curve, with the observed behavior of the real wage rate, and with the observed pattern of cyclical movements in output and the price level (stagflation, for example).

Bibliografia

Alchian, Armen. Costs and outputs. In: Abramovitz, Moses, ed. The allocation of economic resources: essays in honor of B. F. Haley. Stanford, Stanford University Press, 1959.

Allen, Roy G. D. Mathematical analysis for economists. London, Macmillan, 1938.

Almonacid, Ruben D. Nominal income, output and prices in the short run. Unpublished Ph.D. dissertation, University of Chicago, 1971.

Bodkin, Ronald G. Real wages and cyclical variations in employment: a re-examination of the evidence. *Reprint*, The University of Western Ontario, n. 36, 1969.

Bronfenbrenner, Martin & Holzman, Franklyn. A survey of inflation theory. Surveys of Economic Theory. London, The American Economic Association and The Royal Economic Society, 1965. v. 1: Money, interest and walfare, p. 46-107.

Fisher, Irving. I discovered the Phillips curve. Journal of Political Economy, 81, part 2: 496-502, Mar./Apr. 1973.

Frenkel, Jacob. Inflation and the formation of expectations. *Journal of Monetary Economics*, 1, (4): 403-21, Oct. 1975.

Friedman, M. A theoretical framework for monetary analysis. Journal of Political Economy, 78: 193-238, Mar./Apr. 1970.

_____. A monetary theory of nominal income. Journal of Political Economy, 79: 323-37, Mar./Apr. 1971.

_____. Money and interest rates. Money and Banking Workshop Paper, University of Chicago, Jan. 17, 1976.

____. The optimum quantity of money and other essays. Chicago, Aldine, 1969.

Georgescu-Roegen, N. The economics of production. American Economic Review, 15: 1-9, May 1970.

Harberger, A. C. A modern view of the phenomenon of inflation. A paper prepared for the Banco Nacional de México, Mar. 1975.

Hicks, J. R. Mr. Keynes and the 'classics': a suggested interpretation. *Econometrica*, 5: 147-59, Apr. 1937.

Keynes, John Maynard. The general theory of employment, interest and money. London and New York, Macmillan, 1936.

A treatise on money. London Macmillan, 1930. v. 2.

Leijonhufvud, A. On Keynesian economics and the economics of Keynes: a study in monetary theory. New York, Oxford University Press, 1968.

- Lucas, R. E., Jr. & Rapping, L. H. Real wages, employment, and inflation. Journal of Political Economy, 77: 721-54, Sep./Oct. 1969.
- Expectations and the neutrality of money. Journal of Economic Theory, 4: 103-24, Apr. 1972.
- An equilibrium model of the business cycle. Journal of Political Economy, 83: 1.113-45, 1975.

Nelson, James R. Marginal cost pricing in practice. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1964.

Pastore, Affonso et alii. The Brazilian market for used cars. Unpublished paper, University of São Paulo, 1975.

Phelps, E. S. Money wage dynamics and labor market equilibrium. Journal of Political Economy, 76: 678-711, July/Aug. 1968.

Philipps, A. W. The relation between unemployment and the rate of change of money wages in the U. K., 1862-1957. *Econometrica*, 26: 283-99, Nov. 1958.

Robinson, J. Introduction to the theory of employment. 2. ed. London, Macmillan, 1969.

Rothschild, M. Models of market organization with imperfect information: a survey. *Journal of Political Economy*, 81, (6): 1.283-308, Nov./Dec. 1973.

Stigler, G. The economics of information. Journal of Political Economy, 69: 213-25, June 1961.

Tarshis, L. Changes in real and money wages. *Economic Journal*, 49: 150-4, Mar. 1939.

Taubman, Paul & Wilkinson, Maurice. User cost, capital utilization and investment theory. *International Economic Review*, 11, (2): 209-15, June 1970.