

Uma Medida de PIB Mensal Para o Brasil Usando o *Term Spread*

JOÃO VICTOR ISSLER^{*,†}
LUANA MOREIRA DE MIRANDA PIMENTEL^{*}

Sumário

1. Introdução	53
2. Modelo na forma Espaço de Estados e Filtro de Kalman	56
3. Modelo Estrutural	58
4. Dados	60
5. Resultados Empíricos	63
6. Comparação com outros indicadores da atividade econômica	67
7. Conclusão	73

Palavras-chave

PIB mensal, interpolação, atividade econômica, *back-cast*, *nowcast*

JEL Codes

C32, E32, E37

Resumo • Abstract

Neste trabalho, construímos uma medida de PIB mensal brasileiro utilizando um modelo na forma espaço de estados, estimado via filtro de Kalman impondo uma restrição de agregação no tempo: a soma da taxa instantânea de crescimento do PIB mensal nos meses de cada trimestre é igual à taxa instantânea de crescimento trimestral do PIB divulgado pelo IBGE. As variáveis explicativas do modelo foram selecionadas utilizando critérios estatísticos e tendo em vista um modelo estrutural, fundamentado na Equação de Apreçamento dos Ativos. A performance de previsão do PIB mensal se mostrou superior à do IBC-Br (BACEN) e do IAE (FGV).

1. Introdução

Um dos principais interesses dos agentes em uma economia é enxergar de forma clara o estado atual da atividade econômica. Todavia, grande parte dos dados econômicos são publicados com defasagem e sofrem revisões frequentes, gerando incerteza sobre o estado atual da economia. O PIB é a série econômica mais utilizada para representar a atividade econômica de um país, porém está disponível apenas trimestralmente e com grande atraso na sua divulgação. Por conta disso, a partir do trabalho pioneiro de Burns e Mitchell (1946), os indicadores coincidentes e antecedentes da atividade econômica passaram a ser amplamente utilizados como *proxies* do estado corrente e futuro da atividade econômica, podendo ser estimados em tempo real.

Atualmente, no contexto internacional, destacam-se os indicadores antecedentes compostos (CLI) divulgados mensalmente pela *Organisation for Economic Co-operation and*

^{*}Fundação Getúlio Vargas, Escola Brasileira de Economia e Finanças (FGV/EPGE). Praia de Botafogo 190, sala 1100, Rio de Janeiro, RJ, CEP 22250-900, Brasil.

[†]João Victor Issler agradece ao apoio financeiro do CNPq, da FAPERJ e do INCT. Este estudo foi parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal a Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código 001.

✉ joao.issler@fgv.br ✉ luana.miranda@fgv.br

Development (OECD), contemplando uma variedade de países. A construção desse indicador é feita através da agregação de séries pré-selecionadas através de esquemas simples de ponderação e o propósito desse indicador é sinalizar antecipadamente os *turning points* da atividade econômica. Para a Zona do Euro, destaca-se o indicador antecedente do ciclo de negócios (ALI) divulgado pelo *European Central Bank*, cuja metodologia se baseia na aplicação do filtro *band pass* em um conjunto de séries econômicas antecedentes. Para os Estados Unidos, merecem destaque os indicadores coincidentes e antecedentes divulgados pelo *The Conference Board* (TCB) e pelo *Federal Reserve Bank of Philadelphia*.

No contexto nacional, a Fundação Getúlio Vargas (FGV), em parceria com o TCB, divulga um indicador mensal cujo objetivo é antecipar a direção da economia brasileira no curto prazo: o Indicador Antecedente Composto da Economia (IACE). O indicador permite uma comparação direta dos ciclos econômicos do Brasil com os de outros 11 países e regiões já cobertos pelo TCB. Complementar ao IACE, a FGV e o TCB coordenam o Indicador Coincidente Composto da Economia (ICCE), que mede as condições econômicas atuais e a intensidade da atividade econômica em bases mensais. Vale menção também o esforço do Banco Central do Brasil, que publica mensalmente o IBC-Br — o Índice de Atividade Econômica do Banco Central do Brasil — que é um indicador criado para tentar antecipar o resultado do PIB brasileiro em tempo real.

Embora esses indicadores sejam amplamente utilizados, a metodologia neles empregada é extremamente simples, não envolvendo fundamentos econômicos que justifiquem a escolha dos pesos e das variáveis. Nesse sentido, carecem do uso de um modelo estrutural que possa guiar como combinar as co-variáveis a serem usadas no *backcast*, *nowcast* e *forecast* da atividade econômica.

O objetivo deste trabalho é criar o PIB mensal da economia brasileira, um indicador capaz de prever o crescimento do PIB tanto em trimestres passados ainda não divulgados (*backcast*) quanto no trimestre corrente (*nowcast*). Ao contrário dos indicadores listados acima, o nosso será construído a partir de um modelo estrutural baseado na *Equação de Apreçamento dos Ativos* (cf. [Cochrane, 2002](#)). O modelo econométrico será colocado na forma espaço de estados, em linha com o proposto em [Bernanke, Gertler, e Watson \(1997\)](#) e [Mönch e Uhlig \(2005\)](#), e estimado por meio do filtro de Kalman. Faremos uso de variáveis auxiliares escolhidas com base em critérios estatísticos e também tendo em vista um modelo estrutural que relaciona *spreads* de retornos de ativos com vencimentos distintos – o *term spread*.

Esse indicador permitirá um acompanhamento mais eficaz da atividade econômica, trazendo informações complementares ao PIB em dois aspectos. O primeiro é a frequência mais alta das estimativas, isto é, mensais ao invés de trimestrais. O segundo é o fato de ser capaz de gerar estimativas da atividade econômica em tempo real, resolvendo o problema de defasagem na divulgação dos dados de PIB.

Sob a perspectiva de análise do ciclo de negócios, este trabalho se relaciona com os trabalhos de [Cuche e Hess \(2000\)](#), [Liu e Hall \(2001\)](#), [Mariano e Murasawa \(2003\)](#), [Aruoba, Diebold, e Scotti \(2009\)](#), [Altissimo, Cristadoro, Forni, Lippi, e Veronese \(2010\)](#), [Issler, Notini, Rodrigues, e Soares \(2013\)](#) e [Issler e Notini \(2016\)](#).

Uma contribuição original deste trabalho é a construção e implementação empírica de um modelo estrutural que integra macroeconomia e finanças, abrindo a possibilidade de utilizar dados financeiros nos modelos de previsão da atividade econômica. A partir deste modelo, que se fundamenta na Equação de Apreçamento dos Ativos, verificamos que o

spread atual entre os retornos de ativos com maturidades distintas é um importante previsor da taxa de crescimento da atividade econômica futura.

Do ponto de vista empírico, a capacidade dos retornos dos ativos de prever a taxa de crescimento de agregados macroeconômicos é extensamente documentada na literatura. Estrella e Hardouvelis (1991), Haubrich e Dombrosky (1996) e Hamilton e Kim (2002) documentam que o *spread* entre as taxas de juros de longo e curto prazos é útil para anteceder o nível da atividade econômica futura dos Estados Unidos, inclusive Estrella e Mishkin (1998) mostram que *spread* da curva de juros foi útil para prever recessões da economia norte-americana em análises de performance fora da amostra. Estrella e Mishkin (1997) mostraram que esse poder preditivo também se aplica às economias da Europa.

Outros trabalhos também evidenciam que a utilização de variáveis financeiras pode melhorar sensivelmente a performance dos modelos de previsão da atividade econômica. Andreou, Ghysels, e Kourtellis (2013) mostram que os modelos de frequência mista (MIDAS) que fazem uso de dados financeiros diários representam uma evolução em relação aos modelos de previsão tradicionais baseados apenas em dados agregados, além de serem úteis para estimar o estado atual da atividade econômica (*nowcast*). Na mesma linha, Ferrara e Marsilli (2013) mostram que dados financeiros possuíam poder preditivo de antecipar o crescimento do PIB da zona do euro durante o período da crise financeira de 2008.

Podemos citar também algumas contribuições que envolvem modelos econométricos de valor presente ligados à Equação de Apreçamento dos Ativos. Dentre eles destacam-se Guillén, Hecq, Issler, e Saraiva (2015) e Castro e Issler (2016). Em ambos os casos, a ideia é prever retornos usando dados macroeconômicos, mas a lógica pode ser facilmente invertida: usar dados financeiros para prever a atividade econômica.

O modelo na forma espaço de estados desenvolvido neste trabalho permite obter uma estimativa consistente do crescimento da atividade econômica mensal não observada, respeitando a restrição de que a soma da taxa de crescimento instantânea do PIB mensal dos três meses correspondentes a um dado trimestre deve ser igual a taxa de crescimento instantânea trimestral do PIB observado, divulgado pelo IBGE.

Os resultados empíricos do modelo mostraram que essa restrição imposta nas observações dentro da amostra gera maior precisão também nas estimativas do modelo fora da amostra. Quando comparamos a performance de previsão do PIB mensal àquela de dois indicadores importantes para o Brasil — o IBC-Br do BACEN e o Indicador de Atividade Econômica (IAE) da FGV — temos os seguintes resultados: desde 2004:T1 até 2018:T1, para o exercício de *backcast*, nossa proxy do PIB mensal reduziu a estatística da raiz do erro quadrático médio da previsão fora da amostra em 53,8% vis-à-vis aquela do IBC-Br e em 45,5% vis-à-vis a do IAE-FGV. No exercício de *nowcast* a redução foi um pouco menor — de 11,8% em relação ao IBC-Br e 5,8% em relação ao IAE. Vale notar que, nesse último exercício, usamos um conjunto de informação mais antigo do que usam tanto o IBC-Br quanto o IAE-FGV.

Este trabalho encontra-se estruturado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta uma descrição sobre o modelo na forma espaço de estados utilizado na construção do PIB mensal; a seção 3 detalha um modelo teórico estrutural que justifica o uso de variáveis financeiras em modelos de previsão da atividade econômica; os dados utilizados na implementação empírica dos modelos encontram-se detalhados na seção 4; os resultados empíricos dos modelos são apresentados na seção 5; a seção 6 compara os nossos resultados com outros indicadores da atividade econômica existentes no Brasil; por fim, a seção 7 conclui o trabalho.

2. Modelo na forma Espaço de Estados e Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um método computacional recursivo capaz de gerar estimativas eficientes dos estados passado, presente e futuro de um processo estocástico. A partir de uma variável observável é possível estimar eficientemente uma variável não observável de interesse, uma vez que este filtro permite a estimação de parâmetros desconhecidos do modelo através da maximização da verossimilhança via decomposição do erro de previsão. Para que o sistema dinâmico possa ser analisado por meio do filtro de Kalman ele deve ser escrito em sua forma espaço de estados. Uma descrição mais detalhada pode ser encontrada em [Harvey \(1981\)](#) e [Hamilton \(1994\)](#).

A representação espaço de estados é composta por dois vetores de equações, a primeira é a equação de estado ou de transição, que descreve o processo Markoviano de primeira ordem que gera a variável não observada (ξ_t) que gostaríamos de estimar, a segunda é a equação de observação ou de mensuração, que relaciona a variável de estado à variável observável (y_t) e séries relacionadas (x_t), que são exógenas e pré-determinadas.

A representação espaço de estados para a dinâmica de y_t , $t = 1, \dots, T$, onde T é o número de observações na amostra, é dado pelo seguinte sistema de duas equações:

$$\xi_{t+1} = F\xi_t + v_{t+1} \quad (1)$$

$$y_t = A'x_t + H'\xi_t + w_t, \quad (2)$$

onde F , A' e H' são matrizes de parâmetros com dimensões $(r \times r)$, $(n \times k)$ e $(n \times r)$, respectivamente. Assumimos que os termos de erro v_t e w_t , com dimensões $(r \times 1)$ e $(n \times 1)$, respectivamente, possuem distribuição Normal multivariada:

$$\begin{bmatrix} v_t \\ w_t \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}\right).$$

Tanto as matrizes de coeficientes F , A' e H' quanto as matrizes de variância-covariância Q e R podem ser consistentemente estimadas por meio da maximização da função de máxima verossimilhança condicional do sistema, dadas condições iniciais para $\xi_{1|0}$ e sua matriz de variância-covariância $P_{1|0}$.

2.1 Modelo de Interpolação

Antes de descrever o modelo utilizado, é importante fazer algumas observações a respeito do termo *interpolação*. O PIB é uma variável de fluxo com observações trimestrais que gostaríamos de *distribuir* entre os meses de cada trimestre. Porém, vale notar que originalmente o problema de alocar uma variável de fluxo desta forma se refere a *distribuição*, enquanto o termo *interpolação* está ligado à variáveis de estoque (ver [Harvey, 1990](#)). Apesar disso, grande parte da literatura recente sobre o assunto utiliza o termo *PIB interpolado*, o que justifica o nome utilizado para o modelo desta seção.

Para obter o PIB mensal da economia brasileira, faremos uso de um modelo de interpolação baseado em [Bernanke et al. \(1997\)](#) e aplicado ao contexto brasileiro por [Issler e Notini \(2016\)](#). Nossa maior contribuição é a escolha das co-variáveis que entram no modelo estado de espaços. Aqui, nos baseamos na *Equação de Apreçamento dos Ativos* para propor o *Term Spread* como co-variável chave.

Assumimos que a taxa de crescimento instantânea do PIB mensal não observado — definido por $\Delta \ln y_t^+$ — segue um processo $AR(p)$ e é explicado por regressores $\Delta \ln x_t$ e

um termo de erro $AR(1)$. As variáveis em $\Delta \ln x_t$ são pré-determinadas e possuem alta correlação com o PIB. O modelo proposto para $\Delta \ln y_t^+$ é:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) \Delta \ln y_t^+ &= \beta \Delta \ln x_t + u_t \\ u_t &= \rho u_{t-1} + \epsilon_t. \end{aligned} \quad (3)$$

A taxa instantânea de crescimento do PIB trimestral observado — definido por $\Delta \ln y_t$ — é a variável a ser interpolada da frequência trimestral para mensal. Sendo assim, imporemos que a estimativa mensal $\Delta \ln y_t^+$ obedeça

$$\Delta \ln y_t = \begin{cases} \sum_{i=0}^2 \Delta \ln y_{t-i}^+, & \text{se } t = 3, 6, 9, 12, \dots, T; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4)$$

Assim, a taxa instantânea de crescimento do PIB trimestral, que pode ser observada apenas nos meses $t = 3, 6, 9, 12, \dots, T$, é a soma das taxas de crescimento dos PIBs mensais correspondentes ao trimestre. Nos demais meses em que não temos informação do PIB, imputamos o valor zero. Esses valores fictícios imputados quando não temos observação serão substituídos pela técnica utilizada no filtro de Kalman, uma vez que se imponha uma variância alta para os dados fictícios.

Assumindo que o polinômio $(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p)$ em (3) é de ordem um, isto é, $p = 1$, com coeficiente ϕ , a representação espaço de estados é da forma

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \Delta \ln y_t^+ \\ \Delta \ln y_{t-1}^+ \\ \Delta \ln y_{t-2}^+ \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & 0 & 0 & \rho \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ln y_{t-1}^+ \\ \Delta \ln y_{t-2}^+ \\ \Delta \ln y_{t-3}^+ \\ u_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta \Delta \ln x_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t \\ 0 \\ 0 \\ \epsilon_t \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\Delta \ln y_t = H_t' \xi_t, \quad (6)$$

onde (5) é a equação de estado e (6) é a equação de observação. Além disso, ϕ é o coeficiente autorregressivo da taxa de crescimento do PIB mensal, ρ é o coeficiente autorregressivo do termo de erro u_t (vide equação (3)) e β é o vetor de coeficientes das variáveis auxiliares presentes em $\Delta \ln x_t$.

A matriz H_t' varia no tempo e possui o seguinte formato:

$$H_t' = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, & \text{se } t = 3, 6, 9, 12, \dots, T; \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

Por meio deste modelo é possível obter estimativas mensais do PIB que sinalizam o quão aquecida está a economia em um determinado período de tempo, sendo possível realizar tanto o *backcast* quanto o *nowcast* da atividade econômica. Definimos como *backcast* a previsão do PIB de um trimestre que já se realizou, mas cuja estatística ainda não foi divulgada pelo IBGE, enquanto o *nowcast* é a previsão do PIB do trimestre corrente.

Para a construção do PIB mensal, basta que tenhamos observações das variáveis auxiliares até o mês de referência. Para realizar o *backcast*, faremos uso de variáveis coincidentes em relação ao ciclo de negócios, ao passo que para o *nowcast* utilizaremos variáveis antecedentes com avanço de alguns meses.

3. Modelo Estrutural

Na busca por fundamentos econômicos para a construção do PIB mensal, usaremos a chamada Equação de Apreçamento dos Ativos, que diz que o preço do retorno futuro de todo ativo é igual à unidade, 1, em todo período de tempo. Para qualquer ativo, esse retorno é descontado usando-se o fator estocástico de descontos, isto é, usa-se o mesmo desconto para todos os retornos. Logo, o fator estocástico de descontos é um fator comum aos retornos da economia. Em modelos com preferências *Constant Relative Risk Aversion* (CRRA), o fator estocástico de descontos é uma função da taxa de crescimento do consumo. Logo, há uma associação entre retornos e atividade econômica implícita à Equação de Apreçamento.

Considere um mundo onde os retornos e as taxas de crescimento do consumo tenham a distribuição Log-Normal. Nesse caso, pode-se resolver explicitamente a equação de apreçamento de um ativo de i períodos que não paga dividendos como

$$p_t = \mathbb{E}_t[m_{t,t+i}p_t^i], \quad (8)$$

onde p_t é o preço no período t do ativo de i períodos; p_t^i é o preço do ativo em $t + i$ já conhecido em t ; $m_{t,t+i}$ é o fator estocástico de descontos entre os períodos t e $t + i$; e $\mathbb{E}_t[\cdot]$ denota a esperança condicionada à informação disponível no período t . Dividindo ambos os lados da equação (8) por p_t , obtemos

$$1 = \mathbb{E}_t\left[m_{t,t+i} \frac{p_t^i}{p_t}\right] = \mathbb{E}_t[m_{t,t+i} R_t^i], \quad (9)$$

onde R_t^i é o retorno bruto acumulado do ativo de i períodos, que já é conhecido no período t .

Note que podemos reescrever (9) como

$$1 = \exp\left\{\mathbb{E}_t[\ln(m_{t,t+i} R_t^i)] + \frac{\sigma_i^2}{2}\right\}, \quad (10)$$

onde σ_i^2 é a variância condicional de $\ln(m_{t,t+i} R_t^i)$, que é constante sob a hipótese de homocedasticidade no tempo (ver Hansen & Singleton, 1983).

Tomando-se o logaritmo natural de (10), obtemos

$$\ln R_t^i = -\ln m_{t,t+i} - \frac{\sigma_i^2}{2} + e_{i,t}, \quad (11)$$

onde $e_{i,t} = \ln(m_{t,t+i} R_t^i) - \mathbb{E}_t[\ln(m_{t,t+i} R_t^i)]$. Sob a hipótese de função utilidade CRRA, o fator estocástico de descontos é dado por $m_{t,t+i} = \beta^i (c_{t+i}/c_t)^{-\gamma}$, onde c_t denota o consumo no período t , γ é a aversão relativa ao risco e β é a taxa de desconto da utilidade futura. Tomando o logaritmo natural de $m_{t,t+i}$, temos:

$$\ln m_{t,t+i} = i \ln \beta - \gamma (\ln c_{t+i} - \ln c_t), \quad (12)$$

em que $\ln c_{t+i} - \ln c_t$ é a taxa de crescimento instantânea do consumo agregado i períodos à frente.

Combinando (11) e (12):

$$\ln c_{t+i} - \ln c_t = \frac{1}{\gamma} \left(i \ln \beta + \ln R_t^i + \frac{\sigma_i^2}{2} - e_{i,t} \right). \quad (13)$$

A equação (13) nos mostra que há uma relação contemporânea entre a taxa de crescimento instantânea do consumo i períodos à frente e o logaritmo do retorno do ativo de i períodos. Ela serve de base para a construção de indicadores coincidentes para o consumo baseados em retornos.

A Equação de Apreçamento também existe numa versão multi-períodos. Suponha que R_t^1 seja o retorno do ativo que transfere riqueza de hoje para um período à frente e R_t^k seja o retorno do ativo que transfere riqueza de hoje para k períodos à frente. Usando a equação (13) para os dois retornos e subtraindo a última da primeira, obtemos

$$\ln c_{t+k} - \ln c_{t+1} = \frac{k-1}{\gamma} \ln \beta + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\sigma_k^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) - \frac{1}{\gamma} (\ln R_t^1 - \ln R_t^k) + \frac{1}{\gamma} (e_{1,t} - e_{k,t}). \quad (14)$$

A equação (14) ainda pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \Delta \ln c_{t+k} + \Delta \ln c_{t+k-1} + \dots + \Delta \ln c_{t+2} &= \frac{k-1}{\gamma} \ln \beta + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\sigma_k^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma} (\ln R_t^1 - \ln R_t^k) + \frac{1}{\gamma} (e_{1,t} - e_{k,t}) \end{aligned} \quad (15)$$

Deste modo, do ponto de vista teórico, o *spread* do logaritmo dos retornos de ativos com maturidades distintas, que é conhecido no período atual, antecede a taxa instantânea de crescimento acumulada do consumo futuro.

Vale notar que, a taxa de crescimento do PIB e a taxa de crescimento do consumo são sincronizadas, como atestam diversos estudos empíricos (ver, por exemplo, Issler & Vahid, 2001). De fato, Campbell e Mankiw (1989) argumentam que há uma proporcionalidade entre os dois no curto prazo, advinda da existência de restrição à liquidez de alguns agentes, de modo que:

$$\Delta \ln c_t = \lambda \Delta \ln y_t + (1 - \lambda) \epsilon_t, \quad (16)$$

onde $\Delta \ln y_t$ é a taxa instantânea de crescimento do PIB; $\Delta \ln c_t$ é a taxa instantânea de crescimento do consumo agregado; λ é a proporção de agentes com restrição à liquidez; e ϵ_t é um termo de erro imprevisível.

Combinando (14) e (16), obtêm-se uma equação que relaciona o *spread* entre o logaritmo dos retornos de ativos com maturidade de 1 e k períodos com a taxa instantânea de crescimento do PIB $k - 1$ períodos à frente.

$$\begin{aligned} \ln y_{t+k} - \ln y_{t+1} &= \frac{k-1}{\gamma \lambda} \ln \beta + \frac{1}{\gamma \lambda} \left(\frac{\sigma_k^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) - \frac{1}{\gamma \lambda} (\ln R_t^1 - \ln R_t^k) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma \lambda} (e_{1,t} - e_{k,t}) - \frac{1-\lambda}{\lambda} (\epsilon_{t+2} + \dots + \epsilon_{t+k}). \end{aligned} \quad (17)$$

A equação (17) ainda pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \Delta \ln y_{t+k} + \Delta \ln y_{t+k-1} + \dots + \Delta \ln y_{t+2} &= \frac{k-1}{\gamma \lambda} \ln \beta + \frac{1}{\gamma \lambda} \left(\frac{\sigma_k^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma \lambda} (\ln R_t^1 - \ln R_t^k) + \frac{1}{\gamma \lambda} (e_{1,t} - e_{k,t}) - \frac{1-\lambda}{\lambda} (\epsilon_{t+2} + \dots + \epsilon_{t+k}). \end{aligned} \quad (18)$$

Como ilustrado acima, o approach integrado de macroeconomia e finanças abre a possibilidade de usar dados financeiros para prever o estado atual da atividade econômica.

4. Dados

Com o objetivo de realizar um teste empírico do modelo da [seção 3](#), fizemos uso das variáveis descritas na [Tabela 1](#). Após deflacionar a taxa de juros CDI e as taxas referenciais de swaps DI pré-fixadas a partir da mediana das expectativas de mercado do IPCA, serão construídos os *spreads* dos retornos reais, definidos como $\ln(1 + CDI - \text{swap DI})$.

Para a implementação do modelo de interpolação por meio do filtro de Kalman, foram utilizadas algumas séries temporais de variáveis econômicas auxiliares com frequência mensal e que possuem alta correlação com o PIB para compor o vetor $\Delta \ln x_t$. Dentre elas encontram-se variáveis coincidentes e antecedentes em relação ao ciclo de negócios, que serão usadas respectivamente para o *backcast* e o *nowcast* da atividade econômica. As variáveis antecedentes serão utilizadas com o avanço de alguns meses, de modo a torná-las coincidentes. Defina como $A(\cdot)$ o operador avanço, para qualquer variável auxiliar antecedente w_t , teremos: $A^i(w_t) = w_{t+i}$, onde i é o número de meses que iremos avançar a variável para torná-la coincidente.

A [Tabela 2](#) mostra a base de dados utilizada na implementação empírica do modelo para realizar o *backcast* do PIB e as respectivas fontes, enquanto a [Tabela 3](#) exhibe as séries utilizadas no *nowcast* do PIB.

A seleção das variáveis coincidentes, presentes na base de dados de *Backcast*, baseou-se na procura por séries de periodicidade mensal frequentemente utilizadas em análises do ciclo de negócios. [Mariano e Murasawa \(2003\)](#) argumentam que candidatos naturais seriam: Produção Industrial, Vendas no Varejo e Emprego. Com o objetivo de aumentar o número de séries coincidentes, seguimos [Cardoso \(1980\)](#) e selecionamos uma Variável de Produção de Autoveículos, além de uma variável de Sondagem produzida pela Fundação Getulio Vargas (FGV).

O próximo passo envolveu testar se essas variáveis selecionadas satisfazem alguns critérios estatísticos desejáveis. Primeiro testamos se as variáveis possuem a mesma ordem de integração do PIB. Por meio da aplicação do teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Tabela 1. Base de Dados para o Teste Empírico do Modelo Estrutural.

Série	Fonte
Taxa de juros – CDI	Banco Central do Brasil
Taxa referencial de swaps DI pré-fixada (BM&F) — prazo de 90 dias (fim de período)	Banco Central do Brasil
Taxa referencial de swaps DI pré-fixada (BM&F) — prazo de 180 dias (fim de período)	Banco Central do Brasil
Taxa referencial de swaps DI pré-fixada (BM&F) — prazo de 360 dias (fim de período)	Banco Central do Brasil
PIB	IBGE
Mediana da Expectativa de Mercado do IPCA	Banco Central do Brasil

Tabela 2. Base de Dados (*Backcast*).

Série	Fonte
Produção Industrial Mensal	IBGE
Vendas Reais no Varejo	IBGE
Índice do Emprego Formal	Ministério do Trabalho e Emprego
Produção de Autoveículos	ANFAVEA
Índice de Confiança Empresarial (Situação Atual)	FGV

nas séries em log e em primeira diferença, concluímos que tanto o PIB quanto as séries explicativas são $I(1)$, como mostra a [Tabela 4](#). Afim de verificar se as séries são coincidentes, o segundo passo envolveu analisar as correlações cruzadas entre as variáveis candidatas e o PIB, contemporaneamente e com defasagem, como mostra a [Tabela 5](#). Trabalhou-se com as primeiras diferenças das séries dessazonalizadas em logaritmo. Para todas as séries coincidentes, a correlação é maximizada quando as séries são tomadas contemporaneamente, como esperado. Adicionalmente, investigamos a existência de tendência comum entre as séries coincidentes e o PIB por meio do teste de cointegração de [Johansen \(1991\)](#). A hipótese de não-existência de vetor de cointegração foi rejeitada ao nível de significância de 1% ([Tabela 6](#)). O procedimento de seleção das variáveis baseou-se em [Duarte, Issler, e Spacov \(2004\)](#).

O critério para a seleção das variáveis antecedentes baseou-se em [Stock e Watson \(1989\)](#), [Stock e Watson \(1993\)](#) e também aplicado ao contexto brasileiro em [Duarte et al. \(2004\)](#). O procedimento adotado se resume na escolha de variáveis que possuem poder preditivo em relação ao PIB. Após concluir que as variáveis candidatas possuem raiz unitária, trabalhamos com as séries dessazonalizadas, em logaritmo e primeira diferença. Por fim, as variáveis foram submetidas a testes de causalidade de Granger com o PIB, incluindo 3 lags. A [Tabela 7](#) mostra que para ambas as séries analisadas, rejeita-se a hipótese nula de não-causalidade do PIB no sentido de Granger. Ademais, a utilização do *spread* dos retornos como uma das variáveis antecedentes auxiliares do modelo é justificada na [seção 3](#).

Feita a seleção da base de dados, todas as séries foram utilizadas no modelo com ajuste sazonal (método ARIMA X-13), em logaritmo e em primeira diferença. Além disso, as variáveis foram padronizadas, isto é, divididas pelo seu desvio padrão.

Tabela 3. Base de Dados (*Nowcast*).

Série	Fonte
Taxa de juros – CDI	Banco Central do Brasil
Taxa referencial de swaps DI pré-fixada (BM&F) — prazo de 90 dias (fim de período)	Banco Central do Brasil
Indicador Serasa de Atividade do Comércio (ISAC)	Serasa Experian
Indicador Antecedente Composto da Atividade Econômica (IACE)	Fundação Getulio Vargas

Tabela 4. Teste ADF de Raiz Unitária.

Variável	$H_0 : z \text{ é } I(1)$		$H_0 : z \text{ é } I(2)$	
	Estatística τ	lags	Estatística τ	lags
PIB *	-0,9	1	-2,5	2
Produção Industrial Mensal *	-1,9	1	-9,1	1
Vendas Reais no Varejo *	-0,3	5	-3,2	4
Índice do Emprego Formal *	-0,7	3	-1,7	1
Produção de Autoveículos *	-2,1	4	-9,4	3
Índice de Confiança Empresarial (Situação Atual)	-0,1	2	-5,8	1

Notas: (i) Todas as séries estão em logs; (ii) o asterisco * indica que uma tendência linear foi incluída na equação; (iii) o valor crítico ao nível de significância de 10% é -1,6 para equação sem tendência e -3,1 com tendência; (iv) os lags foram escolhidos pelo critério AIC.

Fonte: IBGE, MTE, Anfavea e FGV. Elaboração própria.

Tabela 5. Análise de Correlação entre *lags* das variáveis auxiliares e PIB.

Variável	$t - 4$	$t - 3$	$t - 2$	$t - 1$	t
Produção Industrial Mensal	−0,04	0,07	0,12	0,39	0,69
Vendas Reais no Varejo	0,11	0,15	0,38	0,45	0,63
Índice do Emprego Formal	0,17	0,22	0,28	0,46	0,71
Índice da Situação Atual	0,008	0,10	0,22	0,46	0,66
Produção de Autoveículos	−0,04	0,06	0,12	0,32	0,37

Fonte: IBGE, MTE, Anfavea e FGV. Elaboração própria.

Tabela 6. Teste de Cointegração de Johansen.

Hipóteses	Estatística de teste	Valor Crítico	Conclusão
<i>PIB & Produção Industrial Mensal</i>			
$H_0 : r = 0$ vs $H_1 : r > 0$	44,79	24,60	rejeita H_0
$H_0 : r = 1$ vs $H_1 : r > 1$	5,31	12,97	não rejeita H_0
<i>PIB & Vendas Reais no Varejo</i>			
$H_0 : r = 0$ vs $H_1 : r > 0$	30,21	24,60	rejeita H_0
$H_0 : r = 1$ vs $H_1 : r > 1$	10,39	12,97	não rejeita H_0
<i>PIB & Índice do Emprego Formal</i>			
$H_0 : r = 0$ vs $H_1 : r > 0$	28,74	24,60	rejeita H_0
$H_0 : r = 1$ vs $H_1 : r > 1$	9,75	12,97	não rejeita H_0
<i>PIB & Produção de Autoveículos</i>			
$H_0 : r = 0$ vs $H_1 : r > 0$	27,07	24,60	rejeita H_0
$H_0 : r = 1$ vs $H_1 : r > 1$	6,76	12,97	não rejeita H_0
<i>PIB & Índice de Confiança Empresarial (Situação Atual)</i>			
$H_0 : r = 0$ vs $H_1 : r > 0$	43,87	24,60	rejeita H_0
$H_0 : r = 1$ vs $H_1 : r > 1$	4,25	12,97	não rejeita H_0

Nota: Valores críticos ao nível de significância de 1%.

Fonte: IBGE, MTE, Anfavea e FGV. Elaboração própria.

Tabela 7. Teste de Causalidade de Granger.

Hipótese Nula	P-valor
ISAC não causa PIB no sentido de Granger	0,0398
IACE não causa PIB no sentido de Granger	0,0105

Nota: Foram utilizados 3 *lags* em cada teste.

Fonte: FGV, IBGE e Serasa Experian. Elaboração própria.

5. Resultados Empíricos

5.1 Resultados Empíricos do Modelo Estrutural

A partir do modelo estrutural desenvolvido na [seção 3](#), encontramos uma relação teórica entre o *spread* dos retornos conhecido no período atual entre dois ativos com maturidades distintas e a taxa de crescimento do consumo futuro. Agora nosso objetivo é investigar se essa relação também é observada empiricamente. A equação (14) pode ser reescrita como

$$\ln c_{t+k} - \ln c_{t+1} = \alpha + \theta S_t + \epsilon_t, \quad (19)$$

onde $\ln c_{t+k} - \ln c_{t+1}$ é a taxa de crescimento instantânea acumulada do consumo nos próximos $k-1$ trimestres; α é uma constante dada por $\alpha = ((k-1)/\gamma) \ln \beta + (1/\gamma)(\sigma_k^2/2 - \sigma_1^2/2)$; $\theta = -(1/\gamma)$; S_t é o *spread* dos retornos dado pela diferença entre o retorno do ativo de prazo mais curto e o retorno do ativo de prazo mais longo; e ϵ_t é o termo de erro dado por $\epsilon_t = (1/\gamma)(e_{1,t} - e_{k,t})$.

Vale notar que para a previsão da taxa de crescimento do consumo acumulada 1 trimestre à frente construímos o *spread* dos retornos com base na taxa de curto prazo dada pelo CDI e na taxa de prazo mais longo dada pela taxa Swap DI pré-fixada com prazo de 90 dias. Para 2 trimestres à frente utilizamos a taxa de juros CDI e a taxa Swap DI pré-fixada com prazo de 180 dias, enquanto para 3 trimestres à frente utilizamos a diferença entre a taxa Swap DI pré-fixada com prazo de 90 dias e 360 dias¹ e para 4 trimestres à frente as taxas CDI e Swap DI pré-fixada com prazo de 360 dias. Todas as taxas foram deflacionadas utilizando a mediana das expectativas de mercado do IPCA, divulgadas pelo Banco Central do Brasil.

A [Tabela 8](#) exhibe os resultados da estimação da regressão (19) por MQO separadamente para diferentes horizontes de tempo, utilizando erros-padrão consistentes com heterocedasticidade e autocorrelação (HAC). Nota-se que o coeficiente da inclinação da curva de juros é sempre significativo e positivo, conforme era esperado.

É possível ainda utilizar o método *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR) para obter estimadores mais eficientes, uma vez que espera-se que os erros das regressões reportadas acima sejam correlacionados. A [Tabela 9](#) mostra o resultado deste exercício, confirmando que o conteúdo informacional atual presente na curva de juros é útil para prever o consumo futuro.

Com o intuito de associar a taxa de crescimento do consumo com a taxa de crescimento do PIB, o exercício desenvolvido por [Campbell e Mankiw \(1989\)](#) foi replicado para o Brasil. Estimou-se a seguinte regressão pelo método de Variáveis Instrumentais:

$$\Delta \ln c_t = \mu + \lambda \Delta \ln y_t. \quad (20)$$

A [Tabela 10](#) exhibe os resultados. Na primeira estimativa, foram utilizados como instrumentos *lags* da taxa de crescimento do consumo, na segunda estimativa utilizou-se *lags* da taxa de crescimento da taxa de juros Selic e, por fim, na terceira utilizou-se *lags* da taxa de crescimento do PIB, do consumo, da taxa de juros Selic e a razão entre consumo e PIB. Em todas as estimativas, foram obtidos valores de λ significativamente diferentes de zero, além de não haver evidências de sobreidentificação nas restrições do modelo.

¹Neste caso, não utilizamos o *spread* entre a taxa CDI e a taxa Swap DI pré-fixada com prazo de 270 dias pela indisponibilidade da última no site do Banco Central do Brasil.

Tabela 8. Prevendo o crescimento do consumo $k - 1$ períodos à frente usando o *spread* da curva de juros.
$$\ln c_{t+k} - \ln c_{t+1} = \alpha + \theta S_t$$

$k - 1$ (trimestres)	α	θ	R^2
1	0,007*** (0,002)	0,112* (0,057)	0,06
2	0,014*** (0,002)	0,134** (0,056)	0,9
3	0,020*** (0,003)	0,174* (0,094)	0,06
4	0,027*** (0,004)	0,176** (0,069)	0,10

Nota: Coeficiente significativo ao nível de *** 1%, ** 5%, * 10%.

Fonte: BACEN e IBGE. Elaboração própria.

Tabela 9. Prevendo o crescimento do consumo $k - 1$ períodos à frente usando o *spread* da curva de juros (Método SUR).
$$\ln c_{t+k} - \ln c_{t+1} = \alpha + \theta S_t$$

$k - 1$ (trimestres)	α	θ	R^2
1	0,007*** (0,001)	0,086** (0,036)	0,06
2	0,014*** (0,002)	0,066** (0,027)	0,06
3	0,021*** (0,003)	0,079** (0,035)	0,04
4	0,028*** (0,004)	0,048* (0,028)	0,05

Nota: Coeficiente significativo ao nível de *** 1%, ** 5%, * 10%.

Fonte: BACEN e IBGE. Elaboração própria.

Tabela 10. Teste de proporcionalidade entre consumo e PIB.
$$\Delta \ln c_t = \mu + \lambda \Delta \ln y_t$$

Instrumentos	λ	Teste de sobreidentificação
$\Delta \ln c_{t-2}, \dots, \Delta \ln c_{t-4}$	0,81*** (0,19)	0,858 (0,354)
$\Delta \ln i_{t-2}, \dots, \Delta \ln i_{t-4}$	0,71*** (0,24)	3,515 (0,172)
$\Delta \ln y_{t-2}, \Delta \ln c_{t-3}, \ln(c_{t-2}/y_{t-2}), \Delta \ln i_{t-4}$	0,86*** (0,19)	5,320 (0,149)

Nota: Coeficiente significativo ao nível de *** 1%, ** 5%, * 10%.

Fonte: BACEN e IBGE. Elaboração própria.

Esses resultados sugerem que a taxa de crescimento do consumo e do PIB, ambas centradas, são proporcionais ao longo do tempo. Logo, é possível estimar (17) para diversos horizontes de tempo. Reescrevendo (17), obtemos:

$$\ln y_{t+k} - \ln y_{t+1} = \alpha' + \theta' S_t + \epsilon'_t, \quad (21)$$

onde

$$\begin{aligned} \alpha' &= \frac{(k-1)}{\gamma\lambda} \ln \beta + \frac{1}{\gamma\lambda} \left(\frac{\sigma_k^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{2} \right), \\ \theta' &= -\frac{1}{\gamma\lambda}, \\ \epsilon'_t &= \frac{1}{\gamma\lambda} (e_{1,t} - e_{k,t}) - \frac{1-\lambda}{\lambda} (\epsilon_{t+2} + \dots + \epsilon_{t+k}). \end{aligned}$$

A Tabela 11 exibe os resultados desse exercício. Nota-se que todas as estimativas são significativas, sinalizando que, de fato, o *spread* possui poder preditivo em relação à taxa de crescimento do PIB.

5.2 Resultados do Filtro de Kalman

Uma vez comprovada empiricamente a capacidade preditiva do *spread* dos retornos, propomos a utilização desta variável para a construção do PIB mensal do Brasil a partir do modelo desenvolvido na seção 2.

A Tabela 12 exibe os parâmetros do modelo estimados por meio do filtro de Kalman, os coeficientes das variáveis auxiliares presentes no vetor $\Delta \ln x_t$ e seus respectivos desvios padrão entre parênteses. Para inicializar os parâmetros ϕ , ρ e β , agregamos as variáveis auxiliares da frequência mensal para trimestral e estimamos um MQO de y_t em y_{t-1} e x_t ; assim obtemos estimativas iniciais para ϕ e β . Afim de gerar uma estimativa inicial para ρ , regredimos o termo de erro u_t da regressão anterior em u_{t-1} .

Para avaliar a qualidade da interpolação realizada pelo modelo, calculamos uma medida de R^2 proposta por Bernanke et al. (1997):

$$R^2 = \frac{\text{VAR}(\Delta \hat{y}_{t|T}^+)}{\text{VAR}(\Delta \hat{y}_{t|T}^+) + \text{VAR}(\Delta \hat{u}_{t|T})},$$

onde $\hat{y}_{t|T}^+$ é o nosso PIB mensal, dado todo o conjunto de informação, e $\hat{u}_{t|T}$ é a mesma estimativa para o termo de erro u_t . O R^2 de 0,89 sugere que as variáveis auxiliares utilizadas explicam grande parte da variabilidade da taxa instantânea de crescimento da atividade econômica. Vale ressaltar que pelo fato de termos obtido uma estimativa do parâmetro ρ muito próxima de zero e não significativa, optamos por estimar o modelo com parâmetros $\rho = 0$ e ϕ variável.

O modelo provê estimativas mensais para a taxa instantânea de crescimento mensal da atividade econômica ($\Delta \ln y_t^+$) para qualquer período de tempo no qual tenhamos as variáveis auxiliares disponíveis.

A partir das taxas de crescimento estimadas pelo modelo, construímos um índice mensal para o PIB. A Figura 1 mostra que, dentro da amostra, o PIB mensal construído se aproxima bastante do PIB trimestral divulgado pelo IBGE.

Tabela 11. Prevendo o crescimento do PIB $k - 1$ períodos à frente usando o *spread* da curva de juros (Método SUR).

$$\ln y_{t+k} - \ln y_{t+1} = \alpha' + \theta' S_t$$

$k - 1$ (trimestres)	α'	θ'	R^2
1	0,005 *** (0,001)	0,179 *** (0,039)	0,12
2	0,010 *** (0,002)	0,131 *** (0,029)	0,13
3	0,016 *** (0,003)	0,126 *** (0,040)	0,06
4	0,023 *** (0,004)	0,059 * (0,031)	0,07

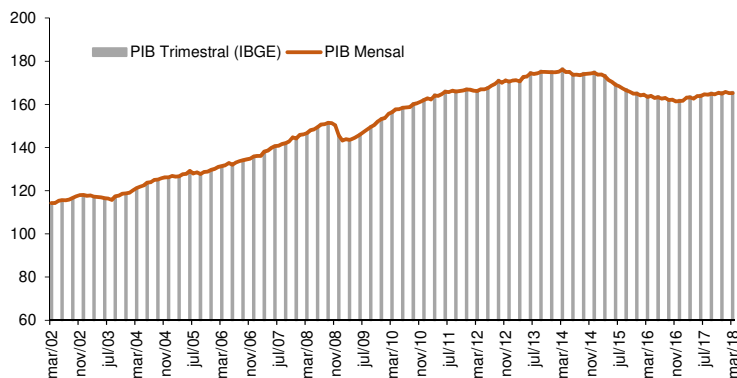
Nota: Coeficiente significativo ao nível de *** 1%, ** 5%, * 10%.

Fonte: BACEN e IBGE. Elaboração própria.

Tabela 12. Resultados do Filtro de Kalman.

Parâmetro	
ϕ	-0,54 (0,09)
Produção Industrial Mensal	0,38 (0,22)
Vendas Reais no Varejo	0,10 (0,14)
Índice do Emprego Formal	0,28 (0,08)
Produção de Autoveículos	0,01 (0,21)
Índice da Situação Atual	0,29 (0,13)
R^2	0,89

Fonte: IBGE, MTE, Anfavea e FGV. Elaboração própria.



Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 1. PIB Mensal e PIB Trimestral (IBGE).

5.3 Previsão Fora da Amostra

O modelo utilizado para a construção do PIB mensal possui uma restrição de que a soma da taxa instantânea de crescimento do PIB mensal nos meses correspondentes ao trimestre deve ser igual a taxa instantânea de crescimento do PIB trimestral, divulgado pelo IBGE. Deste modo, ao trimestralizar o PIB mensal, obtemos uma aderência perfeita dentro da amostra. Nos resta, portanto, avaliar as estimativas do modelo fora da amostra.

Entretanto, devemos ressaltar que a amostra que utilizamos equivale ao último dado do PIB disponibilizado pelo IBGE, isto é, após possíveis revisões terem sido feitas. Sendo assim, não testamos o modelo para a previsão das vintage do PIB, algo que pode ser feito em um trabalho futuro caso esses dados estejam disponíveis.

5.3.1 Backcast

O *backcast* da atividade econômica é a previsão do PIB do trimestre passado, mas que ainda não foi divulgado pelo IBGE, o que significa prever um trimestre à frente em relação ao último dado de PIB disponível.

Avaliaremos a acurácia dessas previsões a partir de um exercício de *pseudo-real-time* do primeiro trimestre de 2004 até o primeiro trimestre de 2018, isto é, em cada ponto do tempo são consideradas todas as informações disponíveis até aquele momento e então é feita a estimação do PIB mensal. Esse exercício permite avaliar o quão boas são as estimativas do modelo para o PIB um trimestre à frente (*backcast*).

As figuras 2, 3 e 4 comparam os resultados fora da amostra do PIB mensal trimestralizado com o PIB do IBGE, sendo que a Figura 2 avalia a variação ano contra ano (em relação ao mesmo trimestre do ano anterior), enquanto a Figura 3 exibe a variação trimestral (em relação ao trimestre imediatamente anterior) e a Figura 4 avalia o PIB mensal em nível. Nota-se que foi possível obter uma boa aproximação da taxa de crescimento do PIB um trimestre à frente.

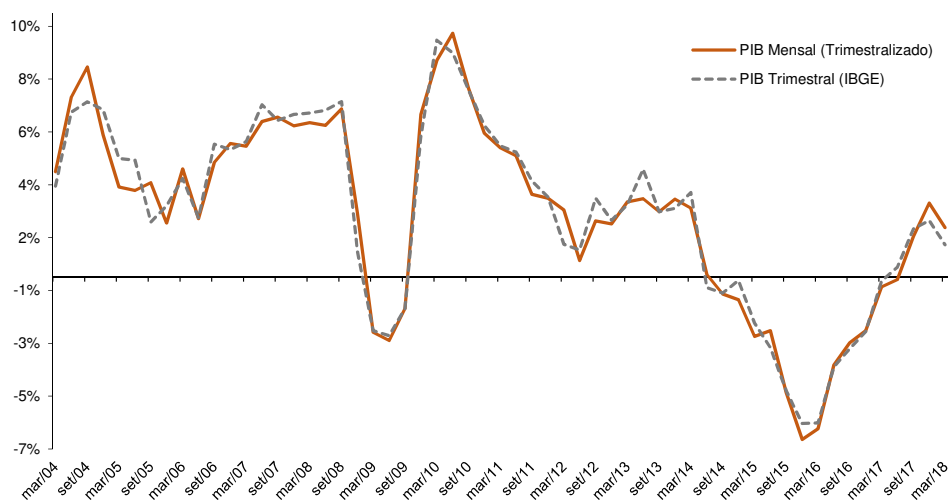
5.3.2 Nowcast

O *nowcast* da atividade econômica é a previsão do PIB do trimestre corrente, o que significa prever dois trimestres à frente em relação ao último dado de PIB disponibilizado pelo IBGE. Para isto, utilizaremos a mesma estrutura do modelo de interpolação da seção 2.1, mas fazendo uso apenas de variáveis auxiliares antecedentes em relação ao ciclo de negócios. Utilizaremos estas variáveis com avanço de três meses, conforme já ressaltado na seção 4. A Tabela 13 exibe os parâmetros estimados pelo filtro de Kalman quando utilizamos apenas variáveis auxiliares antecedentes e a medida de R^2 , que sugere uma boa qualidade de interpolação.

Realizamos mais um exercício de *pseudo-real-time*, contemplando o período do primeiro trimestre de 2010 até o primeiro trimestre de 2018, mas desta vez nosso objetivo foi avaliar o *nowcast* do PIB mensal construído. A Figura 5 exibe as previsões de *nowcast* do nosso PIB mensal e as realizações do PIB do IBGE, considerando a variação ano contra ano, enquanto a Figura 6 ilustra a variação trimestral.

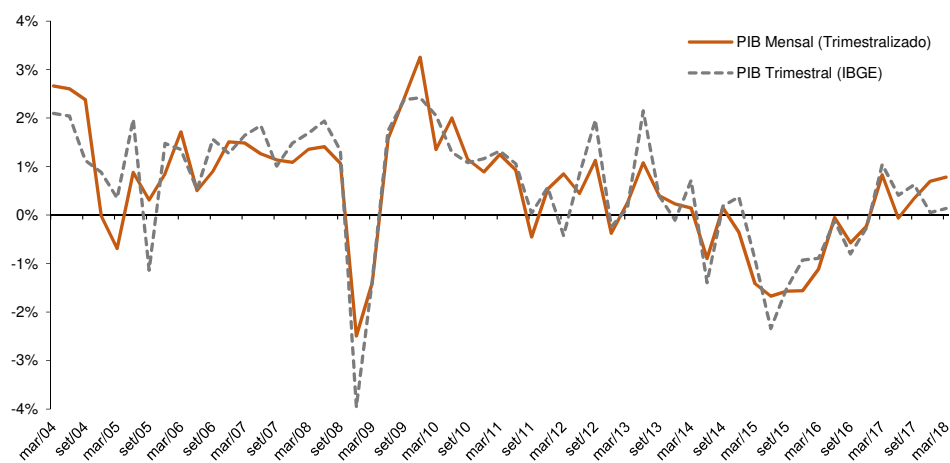
6. Comparação com outros indicadores da atividade econômica

O *backcast* da atividade econômica é a previsão do PIB do trimestre passado. Já o *nowcast* da atividade econômica é a previsão do PIB do trimestre corrente. Apesar dos nomes, ambos



Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 2. Estimativa fora da Amostra do *Backcast* do PIB Mensal Trimestralizado e PIB do IBGE (Variação Ano contra Ano).



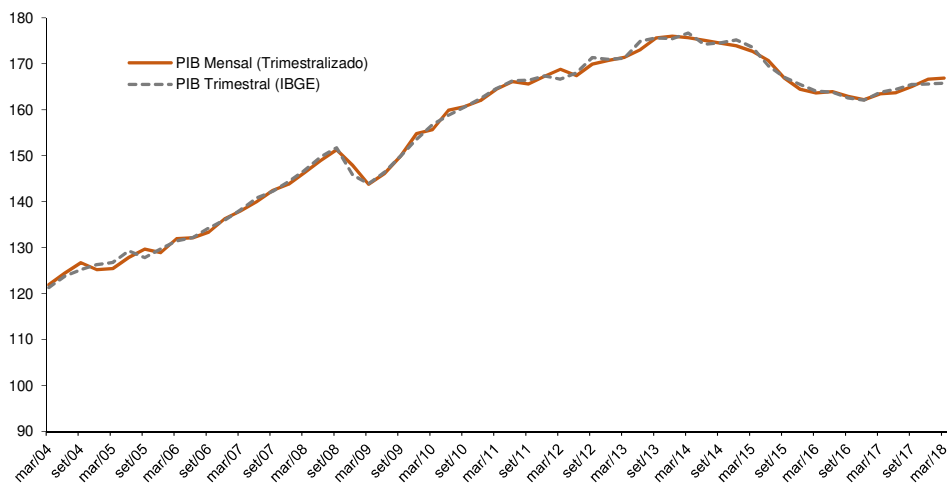
Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 3. Estimativa fora da Amostra do *Backcast* do PIB Mensal Trimestralizado e PIB do IBGE (Variação Trimestral).

Tabela 13. Resultados do Filtro de Kalman (*Nowcast*).

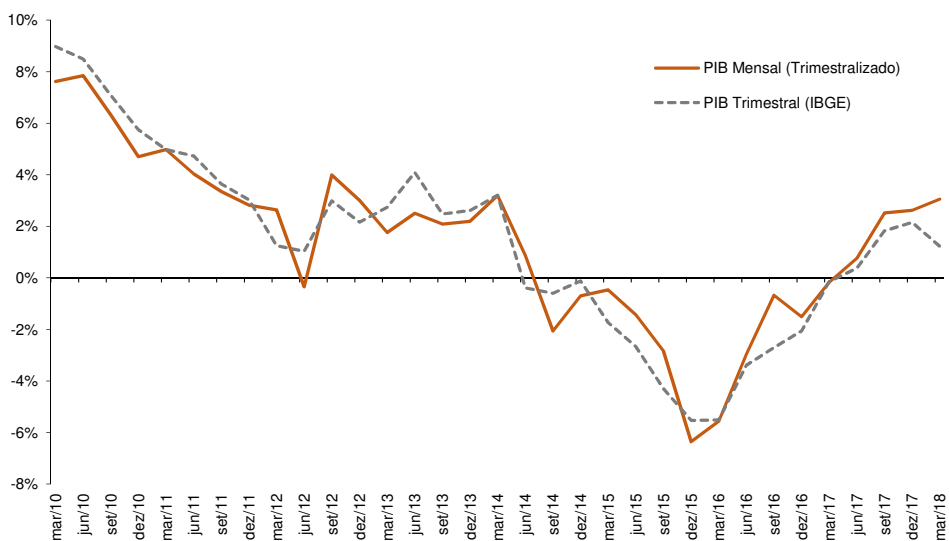
Parâmetro	
ϕ	-0,47 (0,11)
<i>Spread</i> da taxa de juros	0,13 (0,08)
IACE	0,35 (0,13)
ISAC	0,51 (0,15)
R^2	0,82

Fonte: BACEN, FGV e Serasa Experian. Elaboração própria.



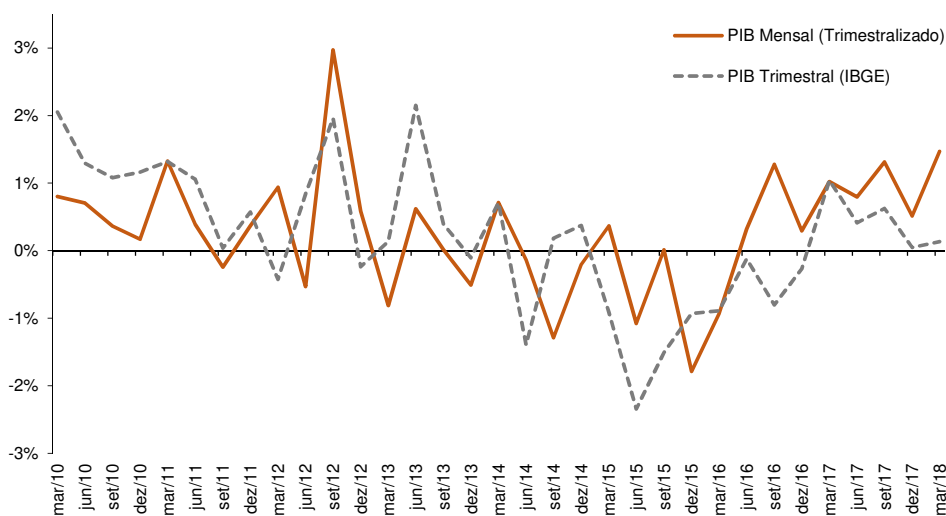
Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 4. Estimativa fora da Amostra do *Backcast* do PIB Mensal Trimestralizado e PIB do IBGE (Nível).



Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 5. Estimativa fora da Amostra do *Nowcast* do PIB Mensal Trimestralizado e do PIB do IBGE (Variação Ano contra Ano).



Fonte: IBGE. Elaboração própria.

Figura 6. Estimativa fora da Amostra do Nowcast do PIB Mensal Trimestralizado e do PIB do IBGE (Variação Trimestral).

são previsões *fora da amostra*, pois o PIB é divulgado com uma defasagem maior do que um trimestre.

Nessa seção, avaliamos se nosso PIB mensal possui vantagens preditivas com relação a outras *proxies* de atividade econômica brasileiras. Um dos indicadores de atividade mais conhecidos no Brasil é o Índice de Atividade Econômica do Banco Central (IBC-Br) (BCB, 2016). Com o auxílio das tabelas de recursos e usos do Sistema de Contas Nacionais do IBGE, o IBC-Br é construído a partir da agregação de variáveis *proxies* para o volume de produção da agropecuária, da indústria, do setor de serviços e o volume de impostos, agregados com pesos apropriados.

Nosso PIB mensal possui vantagens importantes em relação ao IBC-Br. A primeira delas é o ganho computacional. Enquanto o IBC-Br utiliza dezenas de séries temporais em sua construção, nosso PIB mensal faz uso de apenas seis variáveis econômicas altamente correlacionadas com o PIB. A segunda vantagem está no fato da metodologia do PIB mensal aqui proposto impor uma restrição para que o indicador trimestralizado coincida com o PIB, de modo que o PIB mensal reflita o mesmo comportamento que o PIB do IBGE tanto no curto quanto no longo prazo, por construção. O IBC-Br, por outro lado, não exige que seus ciclos de crescimento sejam sincronizados com os ciclos do PIB. Outra questão é a defasagem de cerca de dois meses na divulgação do IBC-Br representando, portanto, um *backcast* da atividade econômica. Em contrapartida, o modelo na forma espaço de estados permite realizar também o *nowcast* da atividade econômica.

Com o objetivo de realizar uma análise comparativa justa entre esses dois indicadores, iremos contrapor as previsões fora da amostra do *backcast* do nosso PIB mensal com as do IBC-Br, ambos trimestralizados, e compará-las com os resultados oficiais do PIB desde o primeiro trimestre de 2004 até o primeiro trimestre de 2018. A Figura 7 exibe a taxa de crescimento trimestral do IBC-Br, as previsões fora da amostra do *backcast* do PIB mensal construído neste trabalho e a taxa de crescimento trimestral do PIB. Nota-se que as previsões do nosso PIB mensal se aproximam mais do resultado efetivamente registrado pelo PIB.

Enquanto a raiz do erro quadrático médio de previsão (REQM) do nosso indicador é de 0,6%, no caso do IBC-Br chega a 1,3%, como mostra a [Tabela 14](#).

A Fundação Getulio Vargas (FGV) também desenvolveu o chamado Indicador de Atividade Econômica (IAE),² um indicador que visa reproduzir o desempenho da atividade brasileira em bases mensais. Assim como o IBC-Br, esse indicador também é divulgado com defasagem de cerca de dois meses, correspondendo a um *backcast* da atividade econômica. A [Figura 8](#) ilustra as previsões fora da amostra do *backcast* do nosso PIB mensal, o IAE e o PIB oficial, todos em variação trimestral. Como mostra a [Tabela 14](#), nosso indicador coincidente também registrou um REQM de previsão menor que o IAE.

Concluimos, portanto, que o PIB mensal aqui elaborado representou uma performance de *backcast* que superou tanto o IBC-Br quanto o IAE usando-se o REQM — a raiz quadrada do erro quadrático médio de previsão. Contudo, gostaríamos de ir além e comparar os erros do *nowcast* do nosso modelo com os erros do *backcast* da atividade feita pelo IAE e pelo IBC-Br, isto é, iremos contrapor os erros de previsão de dois trimestres à frente do nosso PIB mensal com os erros de previsão de um trimestre à frente dos indicadores do Banco Central e da Fundação Getulio Vargas, considerando o período do primeiro trimestre de 2010 até o primeiro trimestre de 2018, período que inclui a nossa maior recessão.

Vale notar que essa compração nos é desfavorável, dado que tanto o IBC-Br quanto o IAE-FGV usam informações mais recentes do que a nossa proxy de PIB mensal. Os resultados desse exercício encontram-se na [Tabela 15](#) e mostram que, mesmo em um exercício onde nosso indicador foi colocado em desvantagem, o resultado da compração ainda nos foi favorável. De fato, nosso modelo tem uma REQM 11,8% menor do que a do IBC-Br no *nowcast* do PIB e uma REQM 5,8% menor do que a do IAE-FGV.

Tabela 14. Análise Comparativa dos Erros de Previsão. Amostra: 2004T1 a 2018T1.

Indicador	Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM)
PIB Mensal (<i>Backcast</i>)	0,6%
IBC-Br	1,3%
IAE (FGV)	1,1%

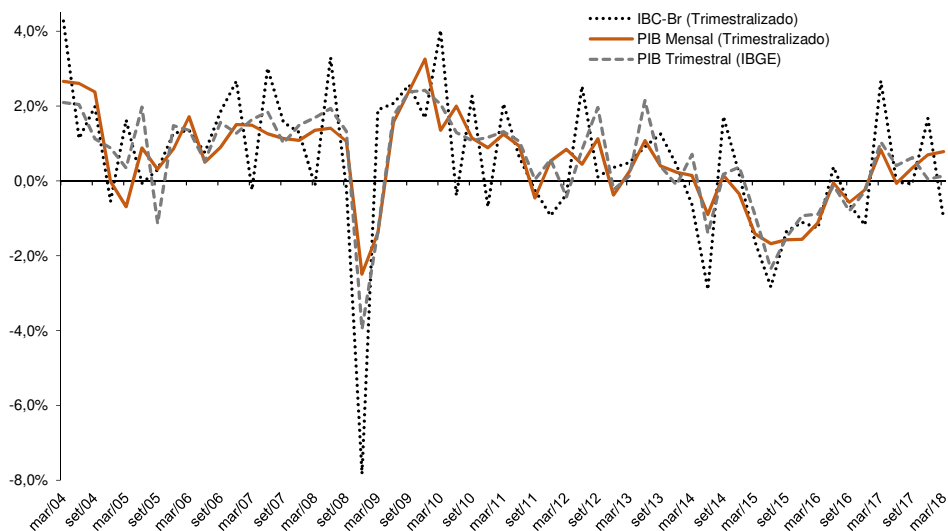
Fonte: BACEN e FGV. Elaboração própria.

Tabela 15. Análise Comparativa dos Erros de Previsão. Amostra: 2010T1 a 2018T1.

Indicador	Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM)
PIB Mensal (<i>Nowcast</i>)	0,97%
IBC-Br	1,10%
IAE (FGV)	1,03%

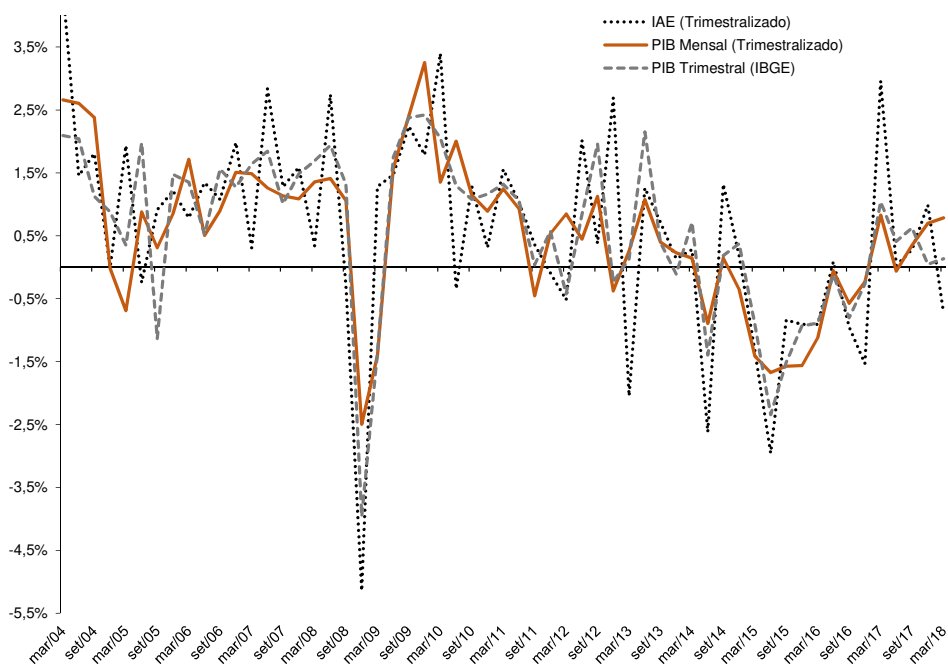
Fonte: BACEN e FGV. Elaboração própria.

²O Indicador de Atividade Econômica (IAE) é uma série econômica de uso interno da FGV/IBRE.



Fonte: IBGE e FGV. Elaboração própria.

Figura 7. Previsão fora da Amostra do PIB Mensal, IBC-Br e PIB do IBGE (Variação Trimestral).



Fonte: IBGE e FGV. Elaboração própria.

Figura 8. Previsão fora da Amostra do PIB Mensal, IAE (FGV) e PIB do IBGE (Variação Trimestral).

7. Conclusão

Neste trabalho, desenvolvemos um PIB mensal para a economia brasileira para o período de 2002 a 2018. Nosso indicador foi baseado em um modelo na forma espaço de estados, cuja estimação envolveu a utilização da técnica do filtro de Kalman. O modelo impõe uma disciplina de que a soma da taxa de crescimento instantânea do nosso PIB mensal nos meses correspondentes ao trimestre deve se igualar à taxa de crescimento instantânea trimestral do PIB observado, divulgado pelo IBGE. Essa disciplina imposta pelo modelo e a escolha minuciosa de variáveis altamente correlacionadas com o PIB para compor o modelo de interpolação, permitiu obter resultados satisfatórios nas análises dentro e fora da amostra.

Uma importante variável auxiliar do modelo para realizar o *nowcast* da atividade econômica é o *spread* do retornos, cuja escolha se justificou por meio do modelo estrutural desenvolvido neste trabalho, que se fundamenta na Equação de Apreçamento dos Ativos. O modelo teórico mostrou que a diferença atual dos retornos de ativos com maturidades distintas é útil para prever a atividade econômica futura e esta tese foi confirmada empiricamente. As outras variáveis auxiliares utilizadas foram escolhidas por meio do critério estatístico de alta correlação com o PIB, porém os pesos de cada uma delas foi estimado via máxima verossilhança por meio da aplicação do filtro de Kalman.

Realizamos alguns exercícios para avaliar a acurácia das previsões fora da amostra do modelo e também comparamos com outros indicadores da atividade econômica existentes no Brasil. Os resultados mostraram que o PIB mensal construído neste trabalho registrou erros de previsão, tanto de *backcast* quanto de *nowcast*, menores do que o indicador de atividade econômica do Banco Central, o IBC-Br, e também se mostrou superior ao IAE, indicador mensal da atividade elaborado pela Fundação Getulio Vargas. Portanto, o PIB mensal aqui construído representa uma evolução em relação a outros indicadores de atividade existentes no país.

Referências bibliográficas

- Altissimo, F., Cristadoro, R., Forni, M., Lippi, M., & Veronese, G. (2010). New Eurocoin: Tracking economic growth in real time. *The Review of Economics and Statistics*, 92(4), 1024–1034. http://dx.doi.org/10.1162/REST_a_00045
- Andreou, E., Ghysels, E., & Kourtellis, A. (2013). Should macroeconomic forecasters use daily financial data and how? *Journal of Business & Economic Statistics*, 31(2), 240–251. <http://dx.doi.org/10.1080/07350015.2013.767199>
- Aruoba, S. B., Diebold, F. X., & Scotti, C. (2009). Real-time measurement of business conditions. *Journal of Business & Economic Statistics*, 27(4), 417–427.
- BCB — Banco Central do Brasil. (2016). Índice de Atividade Econômica do Banco Central (IBC-Br): revisão metodológica. *Relatório de Inflação*, 18(1), 23–27. <https://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2016/03/ri201603P.pdf>
- Bernanke, B. S., Gertler, M., & Watson, M. (1997). Systematic monetary policy and the effects of oil price shocks. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1997(1), 91–157. <https://www.brookings.edu/bpea-articles/systematic-monetary-policy-and-the-effects-of-oil-price-shocks>
- Burns, A. F., & Mitchell, W. C. (1946). *Measuring business cycles* [NBER Book Series Studies in Business Cycles]. National Bureau of Economic Research (NBER). <https://www.nber.org/books/burn46-1>

- Campbell, J. Y., & Mankiw, N. G. (1989). Consumption, income, and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. In O. J. Blanchard & S. Fischer (Orgs.), *NBER macroeconomics annual 1989, volume 4* (pp. 185–245). <https://www.nber.org/chapters/c10965>
- Cardoso, E. A. (1980, novembro). *Uma equação para a demanda de moeda no Brasil* (Texto para Discussão Interna Nº 31). Brasília, DF: Instituto de Planejamento Econômico e Social (IPEA). http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_0031.pdf
- Castro, A. M. d., & Issler, J. V. (2016). Consumption–wealth ratio and expected stock returns: Evidence from panel data on G7 countries. *Revista Brasileira de Economia*, 70(4), 419–440. <http://dx.doi.org/10.5935/0034-7140.20160022>
- Cochrane, J. H. (2002). *Asset pricing*. Princeton University Press.
- Cuche, N. A., & Hess, M. K. (2000). Estimating monthly GDP in a general Kalman filter framework: Evidence from Switzerland. *Economic and Financial Modelling*, 7(4), 153–194. <http://cuche.net/download/pdf/papers/monthlygdpefm.pdf>
- Duarte, A. J. M., Issler, J. V., & Spacov, A. (2004). Indicadores coincidentes de atividade econômica e uma cronologia de recessões para o Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 34(1). <http://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/4635>
- Estrella, A., & Hardouvelis, G. A. (1991). The term structure as a predictor of real economic activity. *The Journal of Finance*, 46(2), 555–576. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1991.tb02674.x>
- Estrella, A., & Mishkin, F. S. (1997). The predictive power of the term structure of interest rates in Europe and the United States: Implications for the European Central Bank. *European Economic Review*, 41(7), 1375–1401. [http://dx.doi.org/10.1016/S0014-2921\(96\)00050-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0014-2921(96)00050-5)
- Estrella, A., & Mishkin, F. S. (1998). Predicting U.S. recessions: Financial variables as leading indicators. *Review of Economics and Statistics*, 80(1), 45–61. <http://dx.doi.org/10.1162/003465398557320>
- Ferrara, L., & Marsilli, C. (2013). Financial variables as leading indicators of GDP growth: Evidence from a MIDAS approach during the Great Recession. *Applied Economics Letters*, 20(3), 233–237. <http://dx.doi.org/10.1080/13504851.2012.689099>
- Guillén, O. T., Hecq, A., Issler, J. V., & Saraiva, D. (2015). Forecasting multivariate time series under present-value model short- and long-run co-movement restrictions. *International Journal of Forecasting*, 31(3), 862–875. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2015.02.002>
- Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis* (Vol. 2). Princeton University Press.
- Hamilton, J. D., & Kim, D. H. (2002). A re-examination of the predictability of the yield spread for real economic activity. *Journal of Money, Credit and Banking*, 34(2), 340–360. <http://www.jstor.org/stable/3270691>
- Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1983). Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. *Journal of Political Economy*, 91(2), 249–265. <https://www.jstor.org/stable/1832056>
- Harvey, A. C. (1981). *Time series models*. Oxford: Philip Allan.
- Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge University Press.
- Haubrich, J. G., & Dombrosky, A. M. (1996). Predicting real growth using the yield curve. *Federal Reserve Bank of Cleveland, Economic Review*, 32(1), 26–35. <https://www.clevelandfed.org/newsroom-and-events/publications/discontinued-publications/economic-review/1996-economic-review/er-1996q1-predicting-real-growth-using-the-yield-curve.aspx>
- Issler, J. V., & Notini, H. H. (2016). Estimating Brazilian monthly GDP: A state-space approach. *Revista Brasileira de Economia*, 70(1), 41–59. <http://dx.doi.org/10.5935/0034-7140.20160003>

- Issler, J. V., Notini, H. H., Rodrigues, C. F., & Soares, A. F. (2013). Constructing coincident indices of economic activity for the Latin American economy. *Revista Brasileira de Economia*, 67(1), 67–96. <http://dx.doi.org/10.1590/S0034-71402013000100004>
- Issler, J. V., & Vahid, F. (2001). Common cycles and the importance of transitory shocks to macroeconomic aggregates. *Journal of Monetary Economics*, 47(3), 449–475. [http://dx.doi.org/10.1016/S0304-3932\(01\)00052-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0304-3932(01)00052-6)
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59(6), 1551–1580. <http://dx.doi.org/10.2307/2938278>
- Liu, H., & Hall, S. G. (2001). Creating high-frequency national accounts with state-space modelling: A Monte Carlo experiment. *Journal of Forecasting*, 20(6), 441–449. <http://dx.doi.org/10.1002/for.810>
- Mariano, R. S., & Murasawa, Y. (2003). A new coincident index of business cycles based on monthly and quarterly series. *Journal of Applied Econometrics*, 18(4), 427–443. <http://dx.doi.org/10.1002/jae.695>
- Mönch, E., & Uhlig, H. (2005). Towards a monthly business cycle chronology for the Euro area. *Journal of Business Cycle Measurement and Analysis*, 2(1). <http://dx.doi.org/10.1787/jbcm-a-2005-5km7v183t48r>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1989). New indexes of coincident and leading economic indicators. In O. J. Blanchard & S. Fischer (Orgs.), *NBER macroeconomics annual 1989, volume 4* (pp. 351–394). <https://www.nber.org/chapters/c10968>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1993). A procedure for predicting recessions with leading indicators: Econometric issues and recent experience. In J. H. Stock & M. W. Watson (Orgs.), *Business cycles, indicators and forecasting* (pp. 95–156). University of Chicago Press.