# Transferências Voluntárias e Ciclo Político-Orçamentário no Federalismo Fiscal Brasileiro\*

Ivan F. S. Ferreira<sup>†</sup>, Mauricio S. Bugarin<sup>‡</sup>

Sumário: 1. Introdução; 2. Evidência empírica: motivação política para as receitas de transferências no federalismo fiscal brasileiro; 3. Um modelo de ciclos político-orçamentários aplicado a um estado federativo; 4. Equilíbrio sob informação completa; 5. O equilíbrio eleitoral sob informação assimétrica; 6. Conclusões; A. Demonstração da Proposição 4.1:; B. Demonstração da Proposição 5.1:; C. Demonstração da Proposição 5.3:.

**Palavras-chave:** Federalismo fiscal; transferências partidárias; ciclos político-orçamentários. **Códigos JEL:** D72; H77; C72.

Este artigo apresenta um estudo econométrico sugerindo que as transferências inter-governamentais no Brasil são significantemente influenciadas por motivações político-partidárias. Diante desse fato estilizado, desenvolvese uma extensão do modelo de Rogoff (1990) para analisar o efeito dessas transferências politicamente motivadas sobre os equilíbrios eleitoral e fiscal subnacionais. Mostra-se que as transferências politicamente motivadas podem anular o principal aspecto positivo do ciclo político-orçamentário. De fato, essas transferências podem, por um lado, eliminar o ciclo político-orçamentário, resolvendo o problema de risco moral, mas, por outro lado, elas podem colocar no poder um titular incompetente, gerando um problema de seleção adversa.

This article presents an econometric study suggesting that intergovernmental transfers to Brazilian municipalities are strongly partisan motivated. In light of that stylized fact, it develops an extension to Rogoff (1990)'s model to analyze the effect of partisan motivated transfers into sub-national electoral

<sup>\*</sup>As opiniões expressas neste artigo são de inteira responsabilidade dos autores e não expressam a visão do Banco Central do Brasil e nem de sua diretoria. Os autores agradecem Werner Baer, Mirta Bugarin, Esteves Conalgo Jr., Giovanni Facchini, Brian Gaines, Naercio Menezes, Mattias Polborn, Leonardo Rezende, os participantes do XXV Encontro da Sociedade Brasileira de Econometria, da 17th International Conference on Game Theory (Stony Brook) e do Political Economy Workshop da Universidade de Illinois, além dos dois pareceristas anônimos, pelos valorosos comentários e sugestões. Agradecem ainda o apoio financeiro do CNPq, da CAPES, da FINATEC e do Programa de Pós-Graduação do Banco Central do Brasil.

<sup>†</sup>Banco Central do Brasil e Unieuro. E-mail: i van . fecury@bcb . go v . br.

<sup>†</sup>Ibmec São Paulo. Favor enviar correspondência para: Maurício Bugarin, Ibmec-São Paulo, Rua Quatá 300, Vila Olímpia 04546-042, São Paulo-SP, Brasil. Fone (11)4504-2439. E-mail: bugarin@isp.edu.br.



and fiscal equilibria. The main finding is that important partisan transfers may undo the positive selection aspect of political budget cycles. Indeed, partisan transfers may, on one hand, eliminate the political budget cycle, solving a moral hazard problem, but, on the other hand, they may retain an incompetent incumbent in office, bringing about an adverse selection problem.

# 1. INTRODUÇÃO

A literatura econômica há tempos se mostra intrigada com a coincidência existente entre flutuações econômicas e eleições. Já em 1944, Kerr (1944) apresenta estudo preliminar sugerindo que condições econômicas favoráveis encontram-se positivamente relacionadas com o voto republicano nos Estados Unidos. Desde então, diversos estudos econométricos ou teóricos tentam discernir essa relação entre crescimento e eleições. Merece destaque o estudo econométrico pioneiro Kramer (1971) que analisa o voto americano para a presidência e o Congresso de 1896 a 1964, concluindo que uma redução de 10% na renda pessoal per capita gera uma perda de aproximadamente 5% das cadeiras ocupadas pelo partido do presidente no Congresso. Além disso, o trabalho sugere que flutuações econômicas explicam aproximadamente 50% da variância do voto no Legislativo daquele país.

Considerando a importância que os eleitores atribuem ao desempenho da economia no momento de votar, fica clara a existência de incentivos para que políticos no poder tentem induzir maior crescimento econômico em períodos próximos às eleições de forma a receber o bônus eleitoral desse crescimento.

O trabalho pioneiro que tenta explicar esse comportamento do governante é Nordhaus (1975), que cunha a expressão *Political Business Cycle* (ciclo político de negócios). Segundo esse estudo, ao perceber o efeito da economia no voto, o presidente decide aumentar a oferta da moeda em ano eleitoral de forma a conseguir incremento na produção do país e, assim, diminuir o desemprego. Em conseqüência, os eleitores reagem positivamente nas urnas, ignorando o fato de que o ato do governo federal provocará inflação, trazendo novos problemas à sociedade no futuro.

O estudo seminal de Nordhaus pode ser questionado à luz da teoria das expectativas racionais na medida em que o modelo admite a possibilidade de os eleitores serem constantemente enganados pelo governante, apesar do limitado efeito que a política de expansão monetária traz ao crescimento econômico no médio prazo. Um refinamento dessa teoria conhecido como*Political Budget Cycle* (ciclo político-orçamentário), desenvolvido em Rogoff (1990), foca a estratégia do governante na política fiscal. Segundo esse estudo, os eleitores não observam diretamente a competência administrativa dos políticos. A existência de informação incompleta proporciona ao político competente o incentivo de distorcer a política fiscal pré-eleitoral de forma a aumentar sua probabilidade de reeleição.

A conclusão central do artigo é que, apesar dos efeitos nocivos de desestabilização da economia associados aos ciclos, estes constituem mecanismos eficientes de revelação de informações atualizadas sobre a competência do administrador, permitindo que os eleitores, em geral, elejam apenas os políticos de maior competência. Dessa forma, Rogoff (1990) reconcilia a literatura de ciclos políticos de negócios com a abordagem da escolha racional para a economia política. Note que o estudo de Rogoff conclui que o ciclo político-orçamentário é subótimo, tendo em vista a existência de informação assimétrica entre os eleitores e os seus representantes eleitos. No entanto, o ciclo político-orçamentário surge como um compromisso em que os eleitores abrem mão de algum controle eleitoral, na medida em que eles não conseguem evitar que o governante distorça a política fiscal, um problema de risco moral, para ganhar na qualidade dos representantes eleitos, um problema de seleção adversa.

A modelagem de Rogoff abriu caminho para grande número de estudos tanto teóricos como empíricos sobre ciclos orçamentários correlacionados com o ciclo eleitoral. Uma importante variação desenvolvida em Persson e Tabellini (2000) foca a atenção no problema de incentivo (moral hazard), em

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Vide também Rogoff e Sibert (1988).

contraposição ao problema de seleção enfatizado no modelo básico, ao supor que o próprio titular desconhece sua competência no momento de definir a política fiscal. Nesse caso deixa de existir assimetria de informação entre o político e os eleitores, de forma que qualquer tipo de político passa a ter o mesmo incentivo a deturpar a política fiscal em período eleitoral. Essa variação apresenta implicações empíricas mais claras, uma vez que prevê ciclo orçamentário independentemente do tipo do político titular e foi amplamente testada para vários países, confirmando a presença de ciclo orçamentário tanto a nível nacional quanto subnacional.<sup>2</sup> Outras variações teóricas foram propostas. Ito (1990), por exemplo, analisa o equilíbrio em um regime parlamentarista em que as datas das eleições são definidas endogenamente, como o Japão, e conclui que em vez de desviar da política fiscal ótima, o partido no poder evita eleições em períodos de fraco desempenho econômico, promovendo eleições apenas em períodos de bom desempenho. Portanto, em vez de manipular a política fiscal, o partido no poder manipula a seu favor a data da eleição. Schultz (1995), por outro lado, sugere que quando as datas das eleições são rígidas, como nos regimes presidencialistas, o grau de desvio da política ótima de informação completa por parte do titular depende de sua "segurança política", de modo que se o titular estima elevada sua chance de reeleição, então haverá menos desvio.3 Streb (2005) argumenta que se os eleitores tiverem informação imperfeita sobre quanto vale para o titular permanecer no poder (ego-rent), então não é mais o titular de maior competência e sim aquele de maior ego-rent, quem causa o ciclo orçamentário. Finalmente, é importante mencionar que Drazen (2001) introduz a política monetária em sua extensão, chamada de AFPM (Active Fiscal Policy Passive Monetary Policy), concluindo que mesmo um Banco Central independente pode ter incentivo a afrouxar a política monetária em ano eleitoral para reduzir os efeitos perversos sobre a taxa de juros de uma política fiscal inflada pelos incentivos eleitorais.

Apesar da existência de ciclos político-orçamentários ter sido razoavelmente testada para municípios em diversos países, a literatura teórica tende a focar em escolhas de política fiscal de um governo unitário, desconsiderando as relações inter-governamentais que são a base de federações fiscais. Neste sentido surge o seguinte questionamento: como o complexo sistema de transferências entre diferentes esferas de governo de uma federação pode afetar o equilíbrio do ciclo político-orçamentário dos entes subnacionais, tais como os estados e os municípios? O principal propósito desse artigo é explorar os efeitos das transferências voluntárias provenientes do governo federal e dos estados sobre a política fiscal e o comportamento eleitoral nos municípios.

Com esse propósito, o artigo está organizado da seguinte forma. A segunda seção explora dados dos municípios brasileiros e conclui que existe evidência empírica de que parte das receitas de transferências voluntárias recebidas pelos governos municipais é politicamente motivada, isto é os municípios, na média, recebem maior volume de transferências voluntárias se o prefeito do município pertencer à coligação que elegeu o governador do estado ou ao mesmo partido que o Presidente da República. Após o estabelecimento desse fato estilizado, o restante do artigo caracteriza o efeito potencial de tais transferências no equilíbrio político.

A terceira seção estende o modelo básico de Rogoff (1990) de forma a incluir dois níveis de governo. Por uma questão de simplificação nosso modelo considera apenas governos estaduais e municipais, com eleições intercaladas para governadores e prefeitos. Os governadores são agentes passivos que transferem recursos aos prefeitos com a mesma filiação partidária. Os prefeitos então decidem a política fiscal local levando em conta os recursos disponíveis e os incentivos eleitorais.

A quarta seção resolve o jogo eleitoral entre prefeitos, candidatos de oposição e eleitores no caso mais simples em que existe informação perfeita sobre a competência dos prefeitos empossados. O principal resultado é que, mesmo sob a ótica da informação completa, as transferências politicamente motivadas podem constituir uma fricção suficientemente forte para fazer com que os eleitores prefiram

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Vide Shi e Svensson (2003) para uma recente revisão de trabalhos teóricos e empíricos.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Argumento semelhante é apresentado em Meneguin e Bugarin (2001).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Para o caso do Brasil vide, por exemplo, Sakurai (2005); para o caso de Portugal, vide Veiga e Veiga (2007), para o Canadá, vide Blais e Nadeau (1992), para uma cuidadosa revisão dos estudos para os EUA vide Besley e Case (2003).



reeleger um político incompetente pertencente ao partido do governador, em vez de trocá-lo por um representante de maior competência esperada, mas que pertença a um partido de oposição. Alternativamente os eleitores podem preferir não reeleger um titular competente em detrimento de um opositor de menor competência esperada, mas politicamente aliado ao governador de estado.

A quinta seção estende esses resultados para o contexto da informação incompleta sobre a real competência do prefeito. Neste caso o ciclo politico-orçamentário pode ocorrer em equilíbrio, e de fato, pode ser até ampliado em comparação com aquele encontrado em Rogoff (1990), quando o alinhamento político com o governador aumentar as possibilidades de distorção da política fiscal escolhida pelo atual prefeito. Desta forma, as transferências politicamente motivadas podem aumentar o custo do risco moral associado ao ciclo político-orçamentário municipal.

Adicionalmente, quando as transferências forem suficientemente importantes, elas podem anular totalmente qualquer preocupação com sinalização de forma que, em equilíbrio, não ocorrerá nenhum ciclo político-orçamentário. Em tal caso os eleitores escolherão o candidato apoiado pelo governador, sem levar em consideração aspectos relacionados à competência administrativa. Portanto, neste caso não existe custo associado ao risco moral, mas existe sim o custo associado à seleção adversa devido à possível eleição de um candidato de menor competência administrativa.

A principal mensagem deste estudo, discutida na sexta seção, é que as transferências voluntárias inter-governamentais não são tecnicamente inócuas. Pelo contrário, elas apresentam importantes implicações nos equilíbrios políticos subnacionais, devendo, portanto, ser cuidadosamente reguladas de forma a evitar as distorções geradoras de ineficiência no processo eleitoral municipal.

# 2. EVIDÊNCIA EMPÍRICA: MOTIVAÇÃO POLÍTICA PARA AS RECEITAS DE TRANSFERÊN-CIAS NO FEDERALISMO FISCAL BRASILEIRO

A organização político-administrativa da República Federativa do Brasil compreende a União, os estados e os municípios, todos eles autônomos. A Constituição brasileira estabelece quais tributos podem ser coletados em cada nível de governo, assim como determina transferências obrigatórias de recursos dos níveis mais altos do pacto federativo para os entes mais abaixo. A tabela 1 mostra o total de receitas arrecadada por cada nível de governo no Brasil, assim como a receita final em cada nível, líquida de transferências entre os anos 2000 e 2003. Os dados confirmam que os municípios brasileiros são fortemente dependentes de transferências dos estados e do governo federal. De fato, na média, menos de 25% da receita total dos municípios são provenientes de arrecadação tributária própria.

2000 2001 2002 2003 Receita União 247,420 69.14 100.00 280.197 68.92 100.00 334.325 69.91 100.00 376.694 69.40 100.00 (-) transf. p/ estados 26.793 10,79 União (-) transf. p/ munic. 18.041 5 04 20.477 5.04 25.412 5.31 7.60 26.813 4.94 7.12 renda líquida 312.039 Receita própria estados 94.216 26.33 100.00 108.066 26.58 100.00 123.683 25.86 100.00 142.284 26.22 100.00 7,90 43.272 (-) transf. p/ munic 29.253 8,18 31,05 33.568 8,26 31,06 37.802 30,56 7,97 30,41 Estados + transf. da União 26.793 7.49 8.44 30.001 7.38 27.77 36.060 7.54 29.16 37.842 6.97 26.60 renda líquida Receita própria município s 16.195 100.00 18.302 4.50 100.00 20.244 4.23 100.00 23.774 4.38 100.00 180,63 182,01 8,26 37.802 7,90 43.272 7,97 8,18 183,41 186,73 Municípios 5,31 17,45 4,94 17,29 + transf. da União 18.041 111.40 20.477 5,04 111.88 25.412 125.53 26.813 112.78 5,04 394,80 = renda líquida Total 406.565

Tabela 1 – Receitas Tributárias e Receitas Totais (2000-2003)

Fonte: Ministério da Fazenda – Secretaria da Receita Federal

Adicionalmente, a tabela 2 ilustra a participação relativa das transferências voluntárias no total de transferências da União para os estados e municípios entre os anos de 1995 e 2000, segundo Prado (2001). Verifica-se que a participação das transferências voluntárias no período analisado, além de significante, é crescente. Um importante componente de transferências não-constitucionais é o custo de manutenção do Sistema Único de Saúde – SUS. Embora essas transferências não sejam constitucionais, elas são regidas por uma legislação própria detalhada. Portanto, poderia ser argumentado que tais gastos do governo federal não seriam corretamente classificados como transferências voluntárias. As duas últimas colunas da tabela fazem o ajuste referente às transferências deste programa, e encontram uma menor participação das transferências voluntárias, mas ainda no nível médio de 12,3% do total de transferências.

**Tabela 2** – Participação Relativa das Transferências Voluntárias sobre o Total das Transferências da União para os Estados e Municípios

Ano	Transferências	Transferências	Participação	Transferências	Participação
	Constitucio-	Voluntárias	Relativa	Ajustadas	Relativa Ajus-
	nais			pelo SUS	tada pelo
					SUS
	(CT)	(VT)	(VT/CT)*100	(AVT)	(AVT/CT)*100
1995	28.327.821	5.092.845	18,0		
1996	29.650.070	7.547.512	25,5		
1997	32.144.421	9.503.989	29,6	3.995.818	12,4
1998	36.475.625	13.656.605	37,4	6.539.343	17,9
1999	38.190.489	11.877.612	31,1	3.164.650	8,3
2000	37.296.297	13.477.239	36,1	3.937.132	10,6

Fonte: Prado (2001), tabela 3. Os valores absolutos de transferências estão expressos em R\$ Mil, a preços de 2000.

Uma segunda característica importante do sistema político brasileiro é que os mandatos do executivo duram quatro anos. No entanto, enquanto as eleições para os governos estaduais e federal são concomitantes, elas são intercaladas pelas eleições municipais no meio dos mandatos dos governadores e do Presidente da República. Desta forma, eleições ocorrem a cada dois anos no Brasil. Assim, as eleições intercaladas podem motivar os titulares dos governos estaduais e federal a fazer uso das transferências voluntárias para favorecer prefeitos aliados. Esta seção apresenta um estudo econométrico com o objetivo de determinar se de fato existe evidência da motivação partidária. Nosso teste é centrado nas receitas de transferências voluntárias dos municípios. A motivação partidária é modelada por variáveis *dummy* que assumem valor unitário quando houver alinhamento político do prefeito com o governador, o Presidente da República<sup>5</sup> ou com as coligações que os elegeram, e zero no caso contrário. A hipótese sendo testada é que estas transferências são superiores em presença de tais alinhamentos.

Os dados financeiros utilizados são de execução orçamentária dos municípios entre os períodos de 1999 e 2004 (R\$ a preços correntes), e estão disponíveis no sítio da Secretaria do Tesouro Nacional; as informações eleitorais são de candidatos eleitos no período que vai de 1998 a 2004, e estão disponibi-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> É importante ressaltar que enquanto no campo estadual os dados incluem os 27 estados, com duas eleições, gerando uma grande gama de governadores/partidos políticos no poder; no campo federal, em todo o período analisado, houve apenas dois Presidentes da República e, consequentemente, dois partidos políticos no poder, o que pode ter gerado algum viés para este nível de comparação.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Os dados até 1999 foram extraídos em 28 de outubro de 2005; os dados de 2000 a 2003 foram extraídos em 2 de abril de 2005; e os dados de 2004 foram extraídos em 2 de setembro de 2005. Todos os dados foram retirados do documento "Finanças do Brasil – Receitas e Despesas dos Municípios" no endereço www.stn.fazenda.gov.br.



lizadas no sítio do Tribunal Superior Eleitoral; finalmente, as informações de estimativas populacionais dos municípios foram coletadas no sítio do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

Nossa amostra consiste de 2090 municípios. Este número é resultado da exclusão dos municípios que deixaram de informar seus dados orçamentários em pelo menos um dos anos observados. Um importante aspecto a ser ressaltado é que desde a Constituição de 1988, houve um expressivo crescimento no número de municípios no Brasil. Neste estudo, excluímos tanto as novas cidades que foram criadas quanto os municípios que foram divididos entre 1999 e 2004.

A variável dependente estimada é uma *proxy* das receitas de transferências voluntárias recebidas pelos municípios, provenientes dos governos estaduais e federal, obtida adicionando-se as seguintes rubricas constantes no banco de dados: demais transferências correntes (da União e dos estados) e transferências de capital (da União e dos estados).. Nossa especificação controla essas receitas por uma *proxy* das transferências obrigatórias (*TCOMP*) que é o resultado da diferença entre as receitas de transferências correntes (recebidas dos estados e do governo federal) e a rubrica demais transferências correntes (também provenientes dos governos estaduais e federal). Como resultado desta operação, as rubricas orçamentárias mais relevantes e que estão incluídas em nossa *proxy* de transferências obrigatórias são: 1) da parte da União – cota FPM, cota ITR, cota IOF ouro, SUS união, FNAS e FNDE. Além disso, controlamos pela receita tributária, por uma variável de tendência temporal, pelo índice de desenvolvimento humano (renda) do município e por variáveis *dummy* que identificam o alinhamento político entre prefeitos e governadores e entre prefeitos e a Presidência da República. A regressão segue a metodologia de dados de painel com efeitos fixos<sup>7</sup> no modelo a seguir:

$$TV_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 TComp_{i,t} + \alpha_3 RT_{i,t} + \alpha_4 Ano_t + \alpha_5 D_E Colig_{i,t} + \alpha_6 D_P Colig_{i,t} + \alpha_7 D_{Ei,t} + \alpha_8 D_{Pi,t} + \alpha_9 D_{PEi,t} + \alpha_{10} IDHr_{i,t} + \epsilon_{i,t}$$

Na expressão acima, os subscritos i,t indicam observações retiradas do município i no período t. A variável dependente TV denota o logaritmo natural da proxy das receitas de transferências voluntárias recebidas dos governos estaduais e federal.

A variável explicativa TComp é o logaritmo natural da proxy das receitas de transferências obrigatórias; RT representa o logaritmo natural das receitas tributárias; Ano é uma variável de tendência temporal;  $D_E$  é uma variável dummy, que é igual a um sempre que o governador e o prefeito do município forem do mesmo partido político, e zero no caso contrário;  $D_P$  é uma outra variável dummy que assume valor unitário quando o Presidente da República e o prefeito pertencerem ao mesmo partido;  $D_{PE}$  é uma terceira variável dummy que assume valor 1 quando o partido do prefeito coincide ao mesmo tempo com o partido do governador e do presidente e IDHr representa o índice de desenvolvimento humano-Renda do município conforme informações disponíveis em cada período. Além disso, as variáveis  $D_EColig$  e  $D_PColig$  representam a existência de alinhamento político entre o prefeito do município e a coligação que elegeu o governador de estado e a coligação que elegeu o Presidente da República, respectivamente.

O principal propósito da regressão é checar o sinal e a significância das variáveis que indicam alinhamento político:  $D_E, D_P, D_{PE}, D_EColig$  e  $D_PColig$ . Um coeficiente significante e com sinal positivo sugere que o respectivo tipo de alinhamento político interfere positivamente, na média, no recebimento de receitas adicionais de transferências quando comparados com os demais municípios. Os resultados da regressão estão apresentados na tabela 3.8

Os testes econométricos produzem dois importantes resultados.

Em primeiro lugar, o estudo encontra uma correlação positiva entre o alinhamento político de prefeitos com as coligações que elegeram os governadores e as transferências voluntárias recebidas pelos

 $<sup>^7</sup>$ O teste de Hausman rejeitou a hipótese nula a favor de efeitos aleatórios.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>A regressão utiliza o estimador de efeitos fixos, também conhecido como estimador within. A opção robusta foi especificada de modo a obter a matriz de variância robusta a heterocedasticidade.

municípios (coeficiente da variável  $D_EColig$ ); Além disso, também evidencia correlação positiva entre o alinhamento político de prefeitos com o Presidente da República (vide coeficiente da variável  $D_P$ ) e as transferências voluntárias. A não significância da variável  $D_E$  sugere que a coligação de apoio ao governador desempenha papel mais importante na decisão desse governante de transferir recursos voluntários ao município do que o fato do prefeito pertencer a exatamente o mesmo partido que o governador. Ou seja, a nível local (relação prefeito-governador), as coligações têm papel fundamental na definição das transferências voluntárias. Por outro lado, a não significância da variável  $D_PColig$  sugere que a coligação de apoio nacional ao presidente não afeta tanto sua decisão de transferir recursos voluntários federais ao município quanto o fato do prefeito estar filiado ao partido do presidente. Ou seja, a nível federal (relação prefeito-presidente), o que realmente importa é a pertinência ao partido do presidente. De toda forma, a significância de duas variáveis de motivação política já sugere a necessidade de um modelo estendido para estudar o ciclo político-orçamentário em federações fiscais, tais como a brasileira, levando em consideração as transferências politicamente motivadas.

Tabela 3 – Testando Transferências Politicamente Motivadas no Brasil

$TV_{i,t}$	Coef.	Robusto	t	P> t	Intervalo Conf. 95%	
		Erro Padrão	o			
$TComp_{i,t}$	0,751	0,07	10,72	0	0,614	0,889
$RT_{i,t}$	-0,168	0,018	-9,36	0	-0,203	-0,133
$Ano_t$	-0,02	0,011	-1,9	0,06	-0,041	0,001
$D_EColig_{i,t}$	0,102	0,039	2,61	0,01	0,025	0,179
$D_pColig_{i,t}$	-0,028	0,032	-0,88	0,38	-0,092	0,035
$D_{Ei,t}$	-0,072	0,05	-1,42	0,16	-0,17	0,027
$D_{Pi,t}$	0,115	0,057	2,02	0,04	0,003	0,226
$D_{PEi,t}$	-0,128	0,086	-1,48	0,14	-0,297	0,042
$IDH_{ri,t}$	-1,86	0,516	-3,61	0	-2,872	-0,849
$lpha_1$	44,738	20,597	2,17	0,03	4,365	85,112

Número de obs: 11925 Número de grupos: 2090

R2 (within): 0,04 Prob>F: 0

Em segundo lugar, o estudo traz uma correlação negativa entre a receita de transferência voluntária com o IDHr do município, indicando que aquelas transferências são mais importantes nos municípios com menor renda.

Os resultados econométricos instigam o principal questionamento teórico por trás desta pesquisa: Que conseqüências trazem as transferências politicamente motivadas para o equilíbrio eleitoral em uma federação fiscal? Para responder a esta questão, a próxima seção apresenta uma extensão ao modelo de Rogoff, incluindo as transferências politicamente motivadas e as eleições intercaladas no modelo.

# 3. UM MODELO DE CICLOS POLÍTICO-ORÇAMENTÁRIOS APLICADO A UM ESTADO FEDERATIVO

O presente modelo é uma extensão àquele formulado em Rogoff (1990), com a inclusão dos fatos estilizados encontrados na análise econométrica anterior. Inicialmente, existem dois níveis de governos: estaduais e municipais, com a ocorrência de eleições intercaladas. Em seguida, há as transferências partidárias dos governos estaduais para os municipais.



# 3.1. Hipóteses básicas do modelo

A economia é composta por um grande número de agentes, idênticosex ante, que assumem o papel tanto de eleitores (todos os cidadãos), quanto de políticos (apenas dois candidatos em cada eleição). Tanto os eleitores quanto os políticos são agentes maximizadores de utilidade. O eleitor representativo deseja maximizar o valor esperado de sua função utilidade,  $E_t(\Gamma_t)$ , em que  $E_t$  denota o operador valor esperado do eleitor, em t, e  $\Gamma_t$  representa o valor presente da utilidade do eleitor representativo no instante t, sendo modelado pela equação (1).

$$\Gamma_t = \sum_{s=t}^{T} \beta^{s-t} [U(c_s, g_s) + V(k_s) + q_s]$$
(1)

Na expressão acima,  $\beta$  representa o fator de desconto intertemporal do cidadão representativo (0 <  $\beta$  < 1); Tindica o horizonte temporal, que pode ser finito ou infinito;c representa o consumo de bem privado; g o consumo de bem público, per capita; k corresponde ao investimento realizado no período anterior em outro bem público, per capita, mas que somente gera utilidade (e pode ser observado) no período atual. Escolas públicas, hospitais, bibliotecas e pontes são exemplos de investimentos que contam com a propriedade de os agentes esperarem um período para usufruírem de seu consumo. A importante propriedade associada a estes investimentos de longo prazo é que os eleitores somente verificam a quantidade investida um período após o efetivo gasto. Este fato traz uma assimetria informacional entre o representante eleito, que decide a política fiscal a ser implementada, e o eleitor, que deve esperar um período para verificar esta componente de política fiscal.

A função U(c,g) mede a utilidade do eleitor com o consumo do bem privado, c, e do bem público, g, que é produzido pelo governo municipal. A função V(k) mede a utilidade do eleitor com o consumo do outro bem público, k, que se presume ter utilidade aditivamente separável do consumo dos bens c e g. U e V são estritamente côncavas e estritamente crescentes em todos os argumentos, satisfazendo:  $\lim_{k\to 0}V(k)=-\infty$ ; para todo  $c\geq 0$ ,  $\lim_{g\to 0}U_g(c,g)=+\infty$  e  $\lim_{g\to \infty}U_g(c,g)=0$ ; e para todo  $g\geq 0$ ,  $\lim_{c\to 0}U_c(c,g)=+\infty$  e  $\lim_{c\to \infty}U_c(c,g)=0$ . Adicionalmente, todos os três bens, c,g e k são, por hipótese, bens normais.

O termo  $q_s$ é um choque aleatório, observado pelos eleitores no final do período s-1, com valor esperado zero. Considere-o um choque de aparência que reflete a popularidade do titular em cada um dos períodos considerados ( $s=t,\ldots,T$ ). A inclusão desse termo segue a tradição dos modelos de voto probabilístico<sup>10</sup> que buscam introduzir incerteza na competição eleitoral. A principal justificativa é que existem outros fatores que afetam a decisão dos eleitores e que são alheios aos elementos básicos do modelo. Consideramos  $q_s$  independente para todo período  $t\neq s$  e identicamente distribuído em  $[-\bar{q},\bar{q}]$ , com função de distribuição de probabilidade G. Quando  $q_s>0$ , então, o choque de aparência é favorável ao titular, enquanto se  $q_s<0$  o choque beneficia o opositor.<sup>11</sup>

### 3.2. Tecnologia

No início de cada período, cada cidadão recebe exogenamente y unidades de um bem não armazenável, que pode ser consumido privadamente ou usado para pagamento de impostos. Os impostos,  $\tau_t$  são do tipo lump-sum, de forma que a restrição orçamentária dos indivíduos é dada por:

 $<sup>^9</sup>U_c$  e  $U_g$  medem a utilidade marginal em consumir uma unidade a mais de bem privado (c) e bem público (g), respectivamente.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Os primeiros artigos a fazer uso do voto probabilístico são Davis et alii (1970) e Hinish et alii (1972), Hinich et alii (1973). Para uma discussão mais detalhada desses modelos vide, por exemplo, Mueller (1989).

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Vale observar que no modelo original em Rogoff (1990) o choque de popularidade segue um processo estocástico do tipo MA(1), de forma a modelar certa permanência no choque. Nossa hipótese simplifica a análise do modelo sem perder qualquer de seus resultados fundamentais.

$$C_t = y - \tau_t \tag{2}$$

Os impostos são utilizados na produção de bens públicos. Em adição aos impostos, a produção desses bens requer um titular (prefeito), cuja competência administrativa é representada por uma variável aleatória  $\epsilon$ . A função de produção do bem público toma a seguinte forma:

$$g_t + k_{t+1} = \tau_t + \epsilon_t + F_t \tag{3}$$

O lado esquerdo da equação (3) representa a aplicação de recursos definida pelo titular. A receita disponível é gasta na produção dos bens públicos de consumo g e de investimento k. O lado direito mostra as origens dos recursos. A variável  $\tau_t$  corresponde à arrecadação tributária. O termo  $F_t$  representa as transferências, recebidas pelo município. Ambos os termos são  $per\ capita$ . A presente modelagem postula que as receitas de transferências seguem a expressão:

$$F_t = a + bD_t \tag{4}$$

Na expressão 4, o parâmetro a ( $a \geq 0$ ) representa as transferências obrigatórias ( $per\ capita$ ) e  $bD_t$  as transferências voluntárias,  $per\ capita$ , determinadas por fatores políticos; a variável  $dummy\ D_t$  assume valor unitário se o prefeito for do mesmo partido do governador do seu estado, e é igual a zero, caso contrário; b é o incremento nas transferências (F) devido à parte voluntária ( $b \geq 0$ ), conforme teste econométrico anterior.

Qualquer agente pode vir a ser o titular. Em qualquer período t, os indivíduos diferem em relação à sua habilidade administrativa. A competência (potencial) de cada indivíduo i evolui de acordo com um processo de média móvel MA(1): $^{12}$ 

$$\epsilon_t^i = \alpha_t^i + \alpha_{t-1}^i \tag{5}$$

Na expressão acima,  $\alpha_t^i$  representa o choque de competência do indivíduo i no período t. Esses choques são independentes entre os indivíduos e com relação ao tempo, além de identicamente distribuídos, podendo assumir um dos dois valores  $\alpha^H$  ou  $\alpha^L$  com  $\alpha^H > \alpha^L > 0$ , seguindo a distribuição de probabilidade  $\rho = Prob[\alpha = \alpha^H]$  e  $1 - \rho = Prob[\alpha = \alpha^L]$ .

Um valor alto para  $\epsilon$  significa que o titular é competente. Um titular competente pode, de acordo com (3), prover maior quantidade de bens e investimentos públicos (fixando-se os impostos e as transferências); ou então, pode prover a mesma quantidade de bens públicos e investimentos públicos cobrando menos impostos da população (fixadas as transferências). Por outro lado, um valor baixo para  $\epsilon$  significa que o titular é incompetente e o raciocínio anterior se inverte. Neste estudo definimos o titular competente no período t (ou do tipo t), como:  $\epsilon^{H}=\alpha_{t-1}+\alpha^{H}$ ; e o titular incompetente (ou do tipo t), como t0.

# 3.3. A função de utilidade do titular

A função de utilidade de um titular, I, possui dois componentes. O primeiro componente representa a utilidade que ele deriva como cidadão comum, recebendo bens e serviços públicos e pagando impostos. O segundo componente representa a utilidade que o titular recebe por estar no poder. Portanto, a função utilidade de um titular é dada pela expressão abaixo:

<sup>12</sup> Rogoff (1990) também utiliza um processo MA (1) com o objetivo de introduzir persistência temporal na competência do titular. Diferentemente do que ocorre com o choque de popularidade, há uma distinção qualitativa relevante ao se passar de um processo sem memória (iid) para um processo MA(1). Claramente, tanto em Rogoff (1990) como no presente modelo, processos de memória mais longa, do tipo MA(k), poderiam melhor representar o efeito de longo prazo da competência atual. No entanto, essa modelagem complicaria fortemente a resolução dos modelos, sem trazer resultados qualitativamente distintos. Por essa razão decidimos manter a estrutura MA(1) apesar de agora estarmos trabalhando com um horizonte temporal de quatro anos.



$$E_t^I(\Gamma_t) + \sum_{s=t}^T \beta^{s-t} X \pi_{t,s} \tag{6}$$

Na expressão 6, I representa o titular;  $\Gamma_t$  é dado pela equação 1;  $E_t^I$  denota as expectativas do titular baseadas no conjunto de informações existentes em t;  $\pi_{t,s}$  é a estimativa que o titular tem, em t, de sua probabilidade de estar no poder no período s; e X representa o  $ego\ rent$ , ou seja, o adicional de utilidade que o titular deriva diretamente por ocupar o cargo de prefeito.

Pode-se interpretar (6) como o titular pondo algum peso no bem-estar social (onde ele se inclui como consumidor) e algum peso nos retornos pessoais que ele aufere por estar no poder.

# 3.4. A estrutura das eleições

As eleições nos municípios ocorrem a cada quatro anos. Intercaladamente ao final do segundo ano de mandato ocorrem eleições para os governos dos estados. Por simplicidade vamos supor um federalismo com apenas esses dois níveis de governo, ignorando o papel do governo federal. O titular pode se candidatar à reeleição infinitas vezes. O candidato da oposição é escolhido de forma aleatória dentre os demais indivíduos na população. *Ex ante*, todos os indivíduos são iguais. Assim, a única informação que o eleitor tem sobre o candidato da oposição é a probabilidade *ex ante* de que ele seja competente,  $\rho$ .

Existem dois partidos políticos. Se o titular for do partido do governador, o opositor não o será. Por outro lado, se o titular for de partido diferente do governador, então, no presente modelo, o candidato da oposição será aliado do governador. Essa informação é previamente conhecida pelos eleitores. Por hipótese de simplificação, nas eleições estaduais que ocorrem dois anos após as eleições municipais o governador e seu opositor têm as mesmas chances de vitória.

A escolha dos eleitores municipais está entre reeleger o titular ou eleger o candidato opositor para ocupar o cargo de prefeito nos quatro anos seguintes.

#### 3.5. As estruturas informacional e temporal

Em cada período t=1,2,3, correspondendo respectivamente ao primeiro, segundo e terceiro anos de mandato, o titular observa  $\alpha_t$  e recebe  $F_t$  do governo do estado. Em seguida, escolhe  $\tau_t, g_t, k_{t+1}$ . Os eleitores observam  $\tau_t, g_t, k_t, F_t$  e utilizam essas observações para formarem inferências sobre  $\alpha_t$  e  $k_{t+1}$ , os quais somente poderão ser diretamente observados no período seguinte.

O quarto ano de mandato (t=4) é o ano das eleições municipais. O titular observa  $\alpha_t$  e recebe  $F_t$ . Em seguida, escolhe  $\tau_t, g_t, k_{t+1}$ . Os eleitores observam  $\tau_t g_t, k_t, F_t$ . Baseados nessas informações, os eleitores deduzem  $\alpha_{t-1}$  e fazem inferências sobre  $\alpha_t$ . Ao final do quarto ano de mandato, o choque de aparência  $q_{t+1}$  é realizado. Os eleitores, então, verificam se o prefeito é aliado do governador e votam. A Figura 1 ilustra a estrutura temporal do modelo.

Observe que devido à competência do titular evoluir de acordo com um processo MA(1), o período relevante para o eleitor no quesito competência do titular consistirá apenas do ano da eleição e do ano imediatamente seguinte. De fato, como  $\alpha_t$  é identicamente distribuída, a probabilidade, avaliada no período t, de que a competência do titular  $\epsilon_{t+2}$  seja alta é a mesma tanto para o titular competente, quanto para o titular incompetente, quanto para o opositor. Portanto, o intervalo de tempo relevante para os eleitores no que se refere à problemática da seleção adversa inclui o último ano do mandato do prefeito atual e o primeiro ano do mandato do prefeito seguinte.

Por outro lado, como os municípios recebem transferências dos estados, o fator político toma grande importância nesse modelo. Se t for ano de eleições municipais, o eleitor, ao tomar sua decisão, sabe de antemão se o governador pertence ao partido do atual prefeito ou do candidato da oposição. No entanto, no início de t+3 assumirá um novo governador, que, por hipótese tem 50% de probabilidade de ser

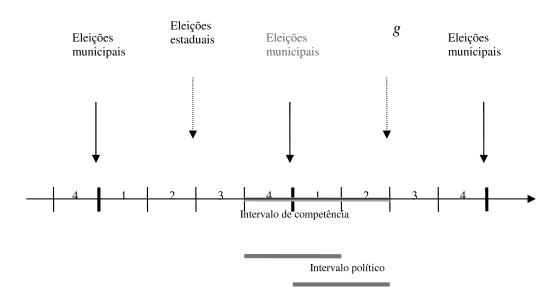


Figura 1 – Estrutura temporal do modelo

co-partidário de um ou de outro. Portanto, somente os dois anos seguintes ao pleito eleitoral formam o intervalo político relevante na análise do eleitor.

Os eleitores observam  $au_t, F_t$  e  $g_t$  contemporaneamente e usam essas informações para formar inferências sobre  $k_{t+1}$  e o choque de competência do titular  $lpha_t$ . No entanto, eles não podem confirmar essas inferências até o próximo período. Portanto, o titular tem uma vantagem informacional temporária sobre os eleitores.

Na hora de decidir o seu voto, o eleitor representativo compara a sua utilidade esperada com cada um dos dois candidatos, o titular e o candidato da oposição, e decide se vota no titular  $(\nu=1)$  ou no opositor  $(\nu=0)$ . Portanto, sua decisão no período eleitoral t será:

$$\begin{array}{ll} \nu=1, & \text{se} & E_t(\Gamma_{t+1}) \geq E_t(\Gamma_{t+1}^P) \\ \nu=0, \text{caso contrário.} \end{array} \tag{7}$$

Na expressão acima,  $E_t(\Gamma_{t+1})$  representa a expectativa que o eleitor tem, em t, do valor presente, em t+1, da utilidade que ele terá com a permanência do atual prefeito no governo, dado o conjunto de informações disponíveis; e  $E_t(\Gamma_{t+1}^P)$  simboliza a mesma avaliação, mas desta vez com o candidato da oposição no poder a partir de t+1.

A próxima seção resolve o jogo eleitoral no caso especial em que os eleitores observam o tipo do titular, ou seja, em que a informação é completa.

# 4. EQUILÍBRIO SOB INFORMAÇÃO COMPLETA

Suponha, em primeiro lugar, que não existe assimetria de informação entre o eleitor e o titular, ou seja, os eleitores observam a competência corrente do titular antes de votarem. Nesse caso, a política



pré-eleitoral do titular não altera as expectativas dos eleitores quanto a sua competência pós-eleitoral. De acordo com 6, o problema do titular é:

$$\max_{\{\tau_{s}\}_{s=t}^{T},\{c_{s}\}_{s=t}^{T},\{g_{s}\}_{s=t}^{T},\{k_{s}\}_{s=t+1}^{T}}E_{t}^{I}(\Gamma_{t})+\sum_{s=t}^{T}\beta^{s-t}X\pi_{t,s}$$

Note que neste modelo de expectativas racionais, os eleitores ao votarem no final do período t, contabilizam utilidade apenas do período t+1 em diante. Portanto, no momento de votar, três variáveis são relevantes na análise do eleitor. Primeiro, dado que o choque de competência segue um processo MA(1) com  $\epsilon_t=\alpha_{t-1}+\alpha_t$ , o choque de competência do período t,  $\alpha_t$ , importa. Segundo, o choque de aparência do titular,  $q_{t+1}$ , o qual impactará a utilidade do eleitor no primeiro ano seguinte ao processo eleitoral também é relevante. Finalmente, o eleitor também se preocupa com o montante de transferências voluntárias que cada candidato trará consigo no primeiro e no segundo anos de mandato,  $bD_{t+1}$  e  $bD_{t+2}$ . Uma vez que todas essas variáveis são independentes das decisões tomadas pelo prefeito atual, não há nada que ele possa fazer em termos de política fiscal para aumentar suas chances de vitória eleitoral. Portanto,  $\pi_{t,s}$  é exógeno e maximizar a expressão acima é equivalente a maximizar apenas o primeiro termo, ou seja, maximizar o bem-estar do cidadão representativo.

Dadas a tecnologia de produção e a ausência de armazenamento, a solução do problema dinâmico original é equivalente a resolver uma sequência de problemas de otimização estáticos em que o titular maximiza sua utilidade em cada período, de t a T:

$$\begin{aligned} & \underset{\tau_{t}, c_{t}, g_{t}, k_{t+1}}{Max} U(c_{t}, g_{t}) + \beta.V(k_{t+1}), & \forall t \geq T \\ s.a. & c_{t} = y - \tau_{t}, g_{t} + k_{t+1} = \tau_{t} + \epsilon_{t} + F_{t}, k_{t+1}, c_{t}, g_{t} \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Substituindo as duas restrições iniciais na função objetivo e usando a notação  $W(g_t, \tau_t, \epsilon_t, F_t) \equiv U(c_t, g_t) + \beta.V(k_{t+1})$ , podemos reescrever o problema acima de forma mais conveniente:

$$\begin{aligned} & \underset{\tau,g}{Max} \, W(g,\tau,\epsilon,F) \equiv U(y-\tau,g) + \beta.V(\tau+\epsilon+F-g) \\ & s.a. \ \, g \geq 0, y-\tau \geq 0, \tau+\epsilon+F-g \geq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Dadas as condições iniciais, a solução deste problema de maximização é interior, de forma que as condições de primeira ordem levam aos seguintes resultados:<sup>13</sup>

$$U_c(y - \tau, g) = \beta V'(\tau + \epsilon + F - g) \tag{10}$$

$$U_c(y - \tau, g) = U_q(y - \tau, g) \tag{11}$$

A equação 10 iguala a utilidade marginal de consumir bem privado (c) com a utilidade marginal do investimento (k), ponderada pelo fator de desconto,  $\beta$ , devido ao prazo de maturação de um ano para o investimento realizado. A equação 11 iguala as utilidades marginais contemporâneas de consumir bem privado e de consumir bem público (g).

Uma vez que U(.) e V(.) são funções estritamente côncavas, para cada valor de F e de  $\epsilon$ , existe um único  $g^*(\epsilon,F)$  e um único  $\tau^*(\epsilon,F)$  que satisfazem simultaneamente 10 e 11. Defina  $W^*(\epsilon,F)=W^*(g^*(\epsilon,F),\tau^*(\epsilon,F),\epsilon,F)$ . Claramente esta função é estritamente crescente nos argumentos  $\epsilon$  e F. Além disso,  $c^*(\epsilon,F),g^*(\epsilon,F)$  e  $k^*(\epsilon,F)$  também serão estritamente crescentes em ambos os argumentos dada a hipótese de que todos os bens são normais. Pelo mesmo raciocínio, por 2 ,  $\tau^*(\epsilon,F)$  é estritamente decrescente nos dois argumentos. Ainda, da restrição orçamentária municipal, segue que

 $<sup>^{13}</sup>Uc$  representa a derivada parcial da função utilidade em relação ao primeiro argumento, c, e Ug representa a derivada parcial em relação ao segundo argumento, g.

se  $\epsilon+F=\epsilon'+F'$ , então,  $W^*(\epsilon,F)=W^*(\epsilon',F')$ . Portanto, mais adiante utilizaremos a notação simplificada  $w^*(\epsilon+F)=W^*(\epsilon,F)$ .

Considere agora a decisão do eleitor. Devido ao fato de que no ano eleitoral t, os eleitores estão indiferentes entre o atual titular e seu opositor no período de dois anos adiante, da equação 7 concluímos que o eleitor representativo reelegerá o titular ( $\nu=1$ ) se e somente se:

$$E_{t}[W * (\epsilon_{t+1}, F_{t+1})] + \beta E_{t}[W * (\epsilon_{t+2}, F_{t+2})] + q_{t+1} \ge E_{t}[(W * (\epsilon_{t+1}^{P}, F_{t+1}^{P}))] + \beta E_{t}[(W * (\epsilon_{t+2}^{P}, F_{t+2}^{P}))]$$

$$(12)$$

O lado esquerdo da equação 12 expressa a utilidade do eleitor no período t para os próximos dois períodos com a reeleição do atual titular, e o lado direito de 12 apresenta a correspondente utilidade esperada com a eleição do candidato opositor.

Defina  $\Omega^{I,D_t}$  (respectivamente, $\Omega^{P,D_t^P}$ ) como sendo a utilidade esperada do eleitor em t para os próximos dois períodos, como função do choque de competência e do fator político, com a permanência do atual prefeito (I=L,H) no poder (respectivamente, com o opositor tendo vencido a eleição). Se os eleitores observam diretamente  $\alpha_t$  antes das eleições, então, os dois primeiros somandos do lado esquerdo de 12 são dados por:

a) Se o prefeito for do partido do governador,  $D_t=1$ , então  $F_{t+1}=F_{t+2}=a+b$ . E, para I=L,H.

$$\begin{split} &\Omega^{I,1} = \{E_t[W*(\epsilon_{t+1},F_{t+1})] + \beta E_t[W*(\epsilon_{t+2},F_{t+2})] | \alpha_t = \alpha^I; D_t = 1\} = \\ &= \rho w^*(\alpha^I + \alpha^H + a + b) + (1 - \rho) w^*(\alpha^I + \alpha^L + a + b) + \beta [\rho^2 w^*(2\alpha^H + a + b) \\ &+ 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a + b)] \end{split} \tag{13}$$

b) Se o prefeito for de partido diferente do governador,  $D_t = 0$ , então  $F_{t+1} = F_{t+2} = a$ . Portanto, para I = L, H,

$$\Omega^{I,0} = \{ E_t[W * (\epsilon_{t+1}, F_{t+1})] + \beta E_t[W * (\epsilon_{t+2}, F_{t+2})] | \alpha_t = \alpha^I; D_t = 0 \} = \\ = \rho w^* (\alpha^I + \alpha^H + a) + (1 - \rho) w^* (\alpha^I + \alpha^L + a) + \beta [\rho^2 w^* (2\alpha^H + a) \\ + 2\rho (1 - \rho) w^* (\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)^2 w^* (2\alpha^L + a) ]$$
(14)

Os eleitores não observam o choque de competência do candidato da oposição,  $\alpha_t$ , uma vez que ele não se encontra no poder, conhecendo apenas a distribuição desse choque. Assim, os dois primeiros somandos do lado direito de 12 são dados por:

a) Se o candidato de oposição não for do mesmo partido do governador  $(D^P_t=0)$ . Então,  $F^P_{t+1}=F^P_{t+2}=a$  e,

$$\Omega^{P,0} = \{ E_t[W * (\epsilon_{t+1}^P, F_{t+1}^P)] + \beta E_t[W * (\epsilon_{t+2}^P, F_{t+2}^P)] | D_t^P = 0 \} =$$

$$= [1+\beta] \{ \rho^2 w^* (2\alpha^H + a) + 2\rho (1-\rho) w^* (\alpha^H + \alpha^L + a) +$$

$$+ (1-\rho)^2 w^* (2\alpha^L + a) \}$$
(15)

b) Se o opositor for do partido do governador  $(D_t^P=1)$ . Então,  $F_{t+1}^P=F_{t+2}^P=a+b$ . E,

$$\begin{split} \Omega^{P,1} &= \{E_t[W*(\epsilon_{t+1}^P, F_{t+1}^P)] + \beta E_t[W*(\epsilon_{t+2}^P, F_{t+2}^P)] | D_t^P = 1\} = \\ &= [1+\beta] \{\rho^2 w^*(2\alpha^H + a + b) + 2\rho(1-\rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + \\ &+ (1-\rho)^2 w^*(2\alpha^L + a + b)\} \end{split} \tag{16}$$



Claramente, para quaisquer  $\rho \in (0,1)$  e b>0,  $\Omega^{H,1}>\Omega^{H,0}>\Omega^{P,0}>\Omega^{L,0}$ . Além disso, é imediato que  $\Omega^{H,1}$  e  $\Omega^{L,0}$  representam a maior e a menor utilidade esperada, respectivamente, dentre todas as possíveis combinações de choques de competência e interferência política. A questão é onde se encaixa na desigualdade acima a desigualdade  $\Omega^{P,1}>\Omega^{L,1}>\Omega^{L,0}$ . Não sabemos a relação entre  $\Omega^{H,0}$  e  $\Omega^{P,1}$ , ou seja, se é melhor para os eleitores reeleger um titular competente mas de um partido de oposição ao governador do estado, ou substituí-lo por um candidato alternativo de competência desconhecida mas que receberá as transferências voluntárias do governador. Analogamente, não está clara a relação entre  $\Omega^{L,1}$  (utilidade associada à reeleição de um titular incompetente mas do partido do governador) e  $\Omega^{P,0}$  (utilidade associada à eleição de um candidato alternativo de competência desconhecida, logo mais competente em termos esperados, mas sem apoio do governador). Essas desigualdades dependerão do valor das transferências voluntárias, b, da probabilidade do choque de competência ser elevado,  $\rho$ , e da diferença de choque de competência ( $\alpha^H-\alpha^L$ ). A proposição 4.1, abaixo, apresenta condições de suficiência para que as transferências voluntárias tenham papel decisivo no resultado eleitoral.

**Proposição 4.1.** (i) Suponha que os parâmetros  $b, \alpha^H, \alpha^L$  e  $\rho$  sejam tais que a condição a seguir seja satisfeita.

$$\rho^{2}w^{*}(2\alpha^{H} + a + b) + 2\rho(1 - \rho)w^{*}(\alpha^{H} + \alpha^{L} + a + b) + + (1 - \rho)^{2}w^{*}(2\alpha^{L} + a + b) \ge \rho w^{*}(2\alpha^{H} + a) + (1 - \rho)w^{*}(\alpha^{H} + \alpha^{L} + a)$$

$$(17)$$

Então,  $\Omega^{P,1}>\Omega^{H,0}$ . Neste caso, em termos esperados, o candidato da oposição que pertence ao mesmo partido do governador vencerá a corrida eleitoral contra o titular competente (do tipo H) de partido diferente do governador.

(ii) Analogamente, suponha que os parâmetros  $b, \alpha^H, \alpha^L$  e  $\rho$  sejam tais que a condição 18 seja satisfeita.

$$\rho w^*(\alpha^L + \alpha^H + a + b) + (1 - \rho)w^*(2\alpha^L + a + b) \ge \rho^2 w^*(2\alpha^H + a) + 2\rho(1 - \rho)w^*(\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a)$$
(18)

Então,  $\Omega^{L,1}>\Omega^{P,0}$ . Portanto, um titular incompetente (tipo L) que pertença ao partido político do governador é esperado vencer na corrida eleitoral o candidato de oposição com maior expectativa de competência, mas que não traga consigo transferências partidárias do governador.

(iii) Suponha que as transferências politicamente motivadas, b, excedam o diferencial de competência  $\alpha^H-\alpha^L$ , i.e.,  $b\geq \alpha^H-\alpha^L$ . Então,  $\Omega^{P,1}>\Omega^{H,0}$  e  $\Omega^{L,1}>\Omega^{P,0}$ , independentemente da distribuição de probabilidade do choque de competência. Nesse caso, o governador sempre determinará o resultado do processo eleitoral, em termos esperados. Em particular, quanto maior for o montante das transferências voluntárias, b, e quanto menor for o diferencial de competência  $\alpha^H-\alpha^L$ , maior é a probabilidade de o governador vir a desempenhar papel decisivo na determinação do resultado eleitoral.

Demonstração. Vide Apêndice

As condições 17 e 18 expressam a substitutibilidade entre competência administrativa e alinhamento político: se as transferências voluntárias forem suficientemente altas comparadas com a possível perda de competência, então os eleitores elegerão o representante que pertencer ao partido político do governador, a menos que o choque de popularidade suficientemente alto mude as preferências do eleitor.

 $<sup>^{14}\</sup>Omega^{H,1}$  corresponde à situação em que o titular é competente e pertence ao mesmo partido do governador, recebendo assim as transferências voluntárias. Já  $\Omega^{L,0}$  corresponde à situação oposta em que o titular é incompetente e não recebe transferências do governador.

A proposição 4.1 destaca a importância do papel desempenhado pelo governador de estado nas eleições municipais. De fato, dependendo do montante de transferências sinalizado, o governador pode inclusive reverter a propriedade da seleção do candidato de maior competência administrativa, propriedade esta que é o principal resultado encontrado em Rogoff (1990). Se pelo menos uma das condições 17 ou 18 for satisfeita, então todo o processo eleitoral perde significância uma vez que o efeito transferências politicamente motivadas passa a dominar totalmente o efeito competência.

Convém destacar que a escolha eleitoral pelo candidato de menor competência administrativa é totalmente racional sob o estrito ponto de vista dos eleitores locais, uma vez que o vencedor conseguirá trazer mais receitas do estado, mais do que compensando sua menor competência administrativa no gerenciamento dos escassos recursos disponíveis. No entanto, se os eleitores pudessem continuar recebendo as transferências do estado independentemente do partido político do prefeito eleito, então esses mesmos eleitores teriam maior utilidade elegendo o candidato de maior competência esperada. Assim, embora a escolha dos eleitores seja ótima dada as restrição de transferências, o equilíbrio é socialmente ineficiente. Esse resultado está descrito no corolário abaixo.

**Corolário 4.2.** Suponha que os parâmetros b,  $\alpha^H$ ,  $\alpha^L$  e  $\rho$  sejam tais que as condições 17 ou 18 seja satisfeita. Então, o equilíbrio com transferências politicamente motivadas é subótimo para os eleitores.

Demonstração. É suficiente para tanto comparar com a situação em que o município recebe transferências independentemente de alinhamento partidário. Neste caso a escolha dos eleitores se dá pelo candidato mais competente e as receitas de transferências não são reduzidas, aumentando assim o bem estar dos eleitores.

# 5. O EQUILÍBRIO ELEITORAL SOB INFORMAÇÃO ASSIMÉTRICA

Suponha agora que os eleitores não observam o choque de competência do  $\alpha_t$  no período t. Suponha ainda que o jogo tem horizonte finito, i.e., T é finito. O jogo começa no período t=T-4, o qual é o último período em que os eleitores fazem sua escolha eleitoral municipal. Nesse ano eleitoral o titular observa  $\alpha_t$ , recebe as transferências  $F_t$  e escolhe a política fiscal  $\tau_t$ ,  $g_t$  e  $k_{t+1}$ . Os eleitores por sua vez observam  $\tau_t$ ,  $g_t$ ,  $k_t$  e  $F_t$  e deduzem o valor de  $\alpha_{t-1}$ . Então, os eleitores formam crenças sobre o choque de competência contemporâneo  $\alpha_t$  baseados em suas observações. Seja  $\hat{\rho}(g_t,\tau_t,F_t)$  a crença dos eleitores de que o titular seja competente ( $\alpha_t=\alpha^H$ ). No final do ano eleitoral, o choque de popularidade  $q_{t+1}$  é realizado e os eleitores finalmente fazem sua escolha. Perceba que assim como no caso de informação completa, um choque de popularidade positivo  $q_{t+1}>0$  favorece o atual representante político, enquanto que um choque negativo favorece o oponente.

O prefeito eleito permanece no poder durante os quatro anos seguintes, e então o jogo termina. Portanto, não há nenhuma eleição municipal adicional nos quatro últimos períodos do jogo. Da mesma forma que no ano eleitoral, em cada um dos quatro períodos finais t=T-3, T-2, T-1, T, o titular observa  $\alpha_t$ , recebe as transferências  $F_t$  e escolhe a política fiscal  $\tau_t$ ,  $g_t$  e  $k_{t+1}$ . O período t=T-2 representa o último ano de eleições estaduais. No período T-4, tanto o prefeito quanto os eleitores estimam, indistintamente, que ambos os partidos tenham a mesma probabilidade de estar no governo a partir do período T-1. Portanto, considerando que o efeito do choque de competência dura apenas um período adicional, podemos ignorar totalmente o jogo após o período T-2.

A Figura 2 apresenta o jogo na sua forma extensiva. A metade inferior do jogo representa uma realização genérica do choque de aparência q. A metade superior do jogo apresenta uma realização alternativa do choque de aparência q'. A metade esquerda da figura reflete o choque de competência  $\alpha_{T-4}=\alpha^H$  enquanto que a metade direita apresenta o choque de competência  $\alpha_{T-4}=\alpha^L$ . As curvas pontilhadas indicam a existência de infinitas escolhas possíveis para o titular e para o oponente.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Na verdade, os eleitores são representados pelo eleitor mediano com respeito à realização do choque de aparência q. No entanto, deste ponto em diante manteremos a expressão mais curta (e intuitiva) "eleitores".



Somente uma delas é explicitamente representada no diagrama. Assim, enquanto os nós t0, t1 e  $t_1^{'}$  correspondem a um único nó de decisão, os nós t2 a t12 e  $t_2^{'}$  a  $t_{12}^{'}$  representam infinitas seqüências possíveis para o jogo que começa com a escolha inicial do titular. O termo  $k_+$  reflete o fato de que as escolhas de investimentos têm um período de maturação de um ano. Como usual, as linhas horizontais pontilhadas correspondem a conjunto de informações para os eleitores.

Seja a expressão  $\Gamma^j_{t,s}=\beta^{s-t}[U(c^j_s,g^j_s)+V(k^j_s)+q_s]$  representativa do valor presente (em t) da utilidade do eleitor no período s com o titular (j=I) ou o opositor (j=P) vencendo o processo eleitoral. Então, conforme observado anteriormente,  $E[\Gamma^I_{T-4,T-1}]=E[\Gamma^P_{T-4,T-1}]$  e  $E[\Gamma^I_{T-4,T}]=E[\Gamma^P_{T-4,T}]$ . Portanto, os dois últimos períodos do jogo são irrelevantes para a decisão do eleitor no período T-4 e não estão incluídos no desenho do jogo apresentado na Figura 2.

As funções  $U_I(.),U_E(.)$  e  $U_P(.)$  indicam as utilidades do titular, do eleitor e do opositor, respectivamente obtidas no final do jogo modelado na Figura 2. O argumento  $\sigma$  simboliza, de forma simplificada, a história do jogo.

#### Solução:

O jogo representado pela Figura 2 é simétrico. Após a natureza escolher o choque de aparência do titular, tanto o eleitor quanto o titular conseguem distinguir entre a parte superior (quando o choque de aparência realizado é igual a q') e a parte inferior do jogo (choque q). Desta forma, vamos resolver apenas a metade inferior.

Indução retroativa indica que nos nós terminais (t11 e t12,  $t'_{11}$  e  $t'_{12}$ ) os titulares escolherão as políticas que maximizam suas utilidades como cidadãos comuns, ou seja, escolherão a estratégia  $(g,\tau)^{16}$  de forma a igualar as utilidades marginais de consumir bem público e bem privado e com a utilidade marginal de consumir investimento público (descontado), conforme equações 10 e 11 já comentadas. Isso se deve ao fato de que não há novas eleições e, portanto, o titular não tem como se beneficiar de um desvio do ótimo social. O mesmo raciocínio vale para as estratégias escolhidas nos nós t9, t10,  $t'_9$  e  $t'_{10}$ . Então,  $E_{T-4}[W(\epsilon_{T-s},F_{T-s})]=E_{T-4}[W^*(\epsilon_{T-s}^i,F_{T-s})], \forall i=I,P,\forall s=0,1,2,3$ .

No conjunto de informação  $\{t_8,t_8'\}$ , o eleitor tem a oportunidade de votar e escolher quem será o próximo prefeito. O prefeito será reeleito se e somente se  $E[\Gamma_{T-4}^I] \geq E[\Gamma_{T-4}^P]$ . O eleitor ao final de T-4, preocupa-se apenas com o período T-3 em diante, de forma que sua escolha será v=1, se  $E[\sum_{s=T-3}^T \Gamma_{T-4,s}^I] \geq E[\sum_{s=T-3}^T \Gamma_{T-4,s}^P]$ , ou ainda,  $E[\Gamma_{T-4,T-3}^I + \Gamma_{T-4,T-2}^I + \Gamma_{T-4,T-1}^I + \Gamma_{T-4,T-1}^I + \Gamma_{T-4,T-3}^I +$ 

 $\begin{array}{l} \text{Mas, } E[\Gamma^{I}_{T-4,T-2} + \Gamma^{I}_{T-4,T-1} + \Gamma^{I}_{T-4,T$ 

$$u=1$$
 se e somente se  $q_{T-3} \geq \Omega^{P,D^P} - \hat{\rho}\Omega^{H,D^I} - (1-\hat{\rho})\Omega^{L,D^I}$  (19)

A equação 19 nos informa que o eleitor vai reeleger o titular se e somente se o choque de aparência do titular for superior à diferença de utilidade esperada que ele obtém entre escolher o candidato da oposição ou reconduzir o atual titular ao cargo.

Considere agora a estratégia do titular nos nós t1 e  $t_1'$ . Restringimos nossa busca do equilíbrio apenas às estratégias puras. Lembre que o titular, ao estabelecer sua política fiscal no início de cada ano, não conhece a realização do choque de aparência. No entanto, em equilíbrio,  $(g,\tau)$ deve ser uma melhor resposta às crenças  $\hat{\rho}(g,\tau,F)$ . Dadas essas crenças, o titular será reeleito se e somente se  $q \geq \Omega^{P,D^P} - \hat{\rho}\Omega^{H,D^I} - (1-\hat{\rho})\Omega^{L,D^I}$ .

Seja  $\pi[\hat{\rho}(g,\tau,F),D^I]$  a estimativa que o titular possui de vencer as eleições. Como q possui função de distribuição G, temos,

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>O titular escolhe a estratégia  $(g,\tau,k_+)$ , porém, uma vez que  $k_+$  é obtido de forma residual pela equação (3), simplificaremos a notação para  $(g,\tau)$ .

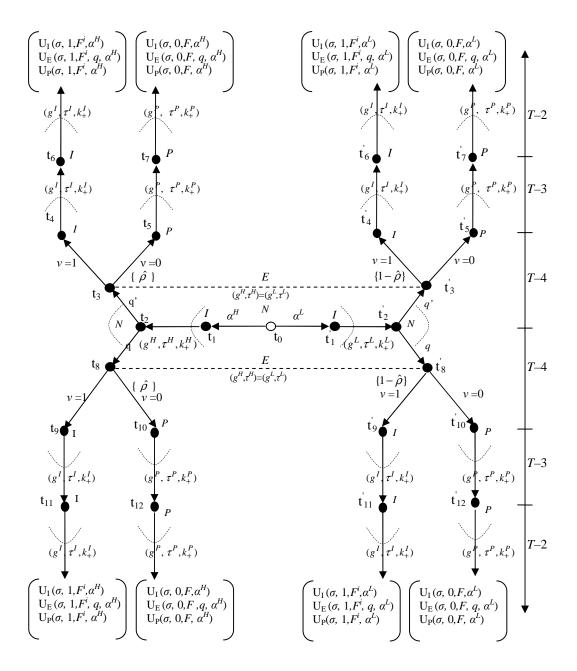


Figura 2 – Jogo com informação assimétrica



$$\pi(\hat{\rho}(g,\tau,F),D^{I}) = E^{I}[\nu|g,\tau,F] = Prob[q \ge \Omega^{P,D^{P}} - \hat{\rho}\Omega^{H,D^{I}} - (1-\hat{\rho})\Omega^{L,D^{I}}]$$

$$= 1 - G[\Omega^{P,D^{P}} - \hat{\rho}\Omega^{H,D^{I}} - (1-\hat{\rho})\Omega^{L,D^{I}}]$$
(20)

Então, quanto maior  $[\Omega^{P,D^P} - \hat{\rho}\Omega^{H,D^I} - (1-\hat{\rho})\Omega^{L,D^I}]$ , maior será o valor da função G(.) e então, menor será a probabilidade  $\pi(.)$  do titular vencer a corrida eleitoral. Esta discussão é similar à encontrada em Rogoff (1990).

Este é um típico jogo de sinalização, em que o primeiro jogador (no caso, o titular) conhece o seu tipo (H ou L) e envia um sinal  $(g,\tau)$  para que o segundo jogador (o eleitor) interprete o sinal recebido de forma a descobrir o tipo do titular e votar racionalmente. A possibilidade de sinalização existe porque há um limite máximo de distorção da política fiscal que o titular estaria disposto a implantar. Este limite deve-se ao fato do titular receber utilidade tanto na sua atuação como agente representativo quanto como prefeito.

Na seção 3.2 definimos o titular competente (tipo H), como:  $\epsilon^H = \alpha_{t-1} + \alpha^H$ ; e o titular incompetente (tipo L),  $\epsilon^L = \alpha_{t-1} + \alpha^L$ . O titular, qualquer que seja o seu tipo  $\epsilon^i$ , i = H, L, escolherá a estratégia  $(g,\tau)$ de forma a maximizar a sua utilidade, ou seja, resolverá o seguinte problema de maximização:

$$\begin{array}{l} \mathop{Max}\limits_{g,\tau} Z[g,\tau,F,\hat{\rho}(g,\tau,F),\epsilon^i] \\ s.a \; g \geq 0, c = y - \tau \geq 0, k = \tau + \epsilon^i + F - g \geq 0; \quad i = H,L \end{array} \tag{21}$$

Em que,

$$Z[g,\tau,F,\hat{\rho}(g,\tau,F),\epsilon^{i}] = W(g,\tau,\epsilon^{i},F) + X^{i,D^{I}}\pi[\hat{\rho}(g,\tau,F),D^{I}]$$
 (22)

A equação 23 detalha melhor o termo  $X^{i,D^I}$ . Observe que este termo é uma função do adicional de utilidade, X, que o titular recebe diretamente por permanecer no poder em cada um dos quatro anos de seu mandato, acrescido da utilidade que ele teria como cidadão comum se ele permanecesse no poder, subtraído da utilidade que ele teria (também como cidadão comum) se o opositor vencesse a disputa eleitoral, tudo isso ponderado pelos devidos fatores de desconto intertemporal.

$$X^{i,D^{I}} = \beta [X(1 + \beta + \beta^{2} + \beta^{3}) + \Omega^{I,D^{I}} - \Omega^{P,D^{P}}]$$
 (23)

Defina  $v(\hat{\rho}(g,\tau,F),q,D^I)$  como sendo a estratégia escolhida pelo eleitor no conjunto de informação  $\{t_8,t_8'\}$ . Então, o perfil de estratégias  $\{[(g^i,\tau^i),v(\hat{\rho}(g,\tau,F),q,D^I)];i=H,L\}$  descreve um equilíbrio Bayesiano perfeito se:  $(g^i,\tau^i)$  é determinado por 21; se o sistema de crenças for consistente sob o ponto de vista de *Bayes*; e se a estratégia dos eleitores  $\{\nu(.)\; ;\; \nu(.)\in\{0,1\}\}$  for tal que  $\nu(.)=1$  se a equação 19 for satisfeita (ou a equação (20), conforme o caso) e  $\nu(.)=0$ , caso contrário.

Jogos de sinalização tipicamente permitem a existência de infinitas soluções envolvendo equilíbrios de tipo separador e também agregador. A próxima seção analisa a possibilidade de haver equilíbrios não dominados e intuitivos, no sentido proposto por Cho e Kreps (1987).

# 5.1. Equilíbrios separadores

Em um equilíbrio do tipo separador, a estratégia do titular no nó t1 é diferente da estratégia no nó  $t_1'$ :  $(g^H, \tau^H) \neq (g^L, \tau^L)$ . Neste tipo de equilíbrio, os eleitores atualizam suas crenças de tal forma que  $\hat{\rho}(g^L, \tau^L, F) = 0$  e  $\hat{\rho}(g^H, \tau^H, F) = 1$ .

 $<sup>^{17}</sup>$ Por hipótese, $X^{i,D^i} > 0$ ,  $\forall i = I,P; \ \forall D^i$ . Ou ainda, qualquer que seja a competência do titular, ele deriva utilidade positiva como prefeito, mesmo que ele não receba transferências voluntárias do governador.

É importante salientar que a solução deste modelo pode envolver dois diferentes tipos de equilíbrios separadores, os quais denominamos de equilíbrio custoso com sinalização e equilíbrio separador sem sinalização (não-custoso). No primeiro tipo, se o titular competente escolher sua estratégia ótima do jogo com informação completa, então o titular incompetente terá um incentivo eleitoral de copiar a mesma estratégia. Então, o titular competente escolherá distorcer sua política fiscal ótima até o ponto em que o titular incompetente não será mais capaz de copiar aquela política. Esse equilíbrio envolve sinalização (custosa) por parte do titular competente. No segundo tipo de equilíbrio separador, o titular incompetente não tem incentivo eleitoral suficiente para copiar a estratégia do titular competente quando este último adota a política fiscal ótima de informação completa. Assim, ambos os tipos de titulares adotam suas respectivas estratégias ótimas de informação completa. Este segundo tipo de equilíbrio é chamado de equilíbrio separador sem sinalização (não-custoso).

Estudaremos dois casos. No caso 1, o oponente é favorecido pelo governador,  $(D^I=0,D^P=1)$ . No Segundo caso, o governador apóia o atual representante,  $(D^I=1,D^P=0)$ .

Caso 1. Prefeito e governador do mesmo partido, ou seja,  $D^I=1, D^P=0.$ 

Inicialmente suponha que  $\Omega^{P,0}>\Omega^{L,1}$ , i.e., as transferências partidárias não são dominantes comparativamente ao efeito competência. Então, a condição 19 prevalecerá para a realização esperada do choque de popularidade, q=0, quando  $\hat{\rho}=1$ , mas não prevalecerá na situação em que  $\hat{\rho}=0$ . A análise do equilíbrio separador é um espelho da realizada em Rogoff (1990).

Sob a hipótese atual, os eleitores preferem reeleger um candidato competente e trocar um candidato incompetente apesar disto significar menos transferências intergovernamentais nos dois anos seguintes. Assim, a estratégia ótima para o titular incompetente é exatamente a mesma que a encontrada no modelo com informação completa, ou seja:

$$(g^{L}, \tau^{L}) = [g^{*}(\epsilon^{L}, F), \tau^{*}(\epsilon^{L}, F)] = [g^{*}(\epsilon^{L}, a+b), \tau^{*}(\epsilon^{L}, a+b)]$$
(24)

Suponha agora que as crenças fora do caminho de equilíbrio sejam  $\hat{\rho}(g,\tau,F)=0, \ \forall (g,\tau)\neq (g^H,\tau^H)$ . Para que a estratégia  $[g^*(\epsilon^L,a+b),\tau^*(\epsilon^L,a+b)]$  seja parte de um equilíbrio separador, o titular do tipo L não pode ter incentivo para copiar a estratégia do titular do tipo H. Em termos matemáticos:

$$Z(q^*(\epsilon^L, a+b), \tau^*(\epsilon^L, a+b), a+b, 0, \epsilon^L) > Z(q, \tau, a+b, 1, \epsilon^L).$$

Defina  $A_1$  como o conjunto de todos  $(g,\tau)$  tais que o titular do tipo L prefira escolher sua estratégia ótima de informação completa a copiar a estratégia do titular do tipo H.

$$A_1 = \{ (q,\tau) | Z(q,\tau,a+b,1,\epsilon^L) \le Z(q^*(\epsilon^L,a+b),\tau^*(\epsilon^L,a+b),a+b,0,\epsilon^L) \}$$
 (25)

Na Figura 3, o conjunto  $A_1$  corresponde a todos os pontos que estão sobre ou fora da elipse pontilhada. A curva  $\tau=\varphi(g,F)$  corresponde à solução da condição de otimalidade estática 11, ou seja, representa o conjunto de políticas que iguala as utilidades marginais de consumir bem privado e bem público contemporaneamente. Os pontos  $Ie\ J$  correspondem às escolhas ótimas dos titulares dos tipos L e H, respectivamente, no jogo com informação completa. Mantendo-se a hipótese de normalidade dos bens, então o ponto J estará posicionado a sudeste do ponto I.

 $<sup>^{18}</sup>$ A estratégia ótima do titular tipo L, que corresponde ao ponto  $I=[g^*(\epsilon^L,a+b),\tau^*(\epsilon^L,a+b)]$  é tal que  $I\notin A_1$ . Para confirmar, substitua essa estratégia em (26). Lembre que  $W(g,\tau,\epsilon,F)=U(y-\tau,g)+\beta V(\tau+\epsilon+F-g)$  e que U(.) e V(.) são funções contínuas e bem comportadas. Então existe um conjunto convexo, na vizinhança de I, tal que este conjunto também não está contido em  $A_1$ . Portanto,  $A_1$  pode ser representado na Figura 3 como sendo o conjunto formado por todos os pontos que estão sobre ou fora da elipse pontilhada.



Defina  $B_1$  o conjunto de todas as estratégias  $(g,\tau)$  tais que o titular competente prefira escolhê-las e ter a certeza de que o eleitor não o confundirá com um titular do tipo incompetente, e assim reelegê-lo, a escolher sua estratégia ótima de informação completa e não ser reeleito.

$$B_1 = \{ (g,\tau) | Z(g,\tau,a+b,1,\epsilon^H) \ge Z(g^*(\epsilon^H,a+b),\tau * (\epsilon^H,a+b),a+b,0,\epsilon^H) \}$$
 (26)

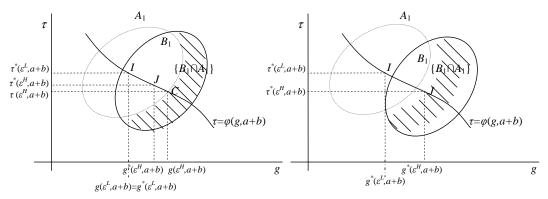
Então, uma segunda condição para o equilíbrio separador é que  $(g^H, \tau^H) \in B_1$ . Na Figura 3, o conjunto  $B_1$  corresponde à área dentro ou sobre a elipse cheia. A região marcada  $B_1 \cap A_1$  corresponde ao *locus* de todas as estratégias que podem resultar em equilíbrio separador.

**Proposição 5.1.** Suponha que  $\Omega^{P,0}>\Omega^{L,1}$ . Então, o conjunto de todos os equilíbrios separadores é não-vazio e caracterizado por  $(g^L,\tau^L)=[g^*(\epsilon^L,a+b),\tau^*(\epsilon^L,a+b)]$  e  $(g^H\tau^H)\in B_1\bigcap A_1$ . Além disso, existe um único equilíbrio separador não dominado. Este equilíbrio corresponde à escolha da estratégia  $(g^H,\tau^H)\in B_1\bigcap A_1$  sobre a curva ótima  $\tau=\varphi(g,a+b)$  que está mais próxima da escolha ótima de informação completa  $[g^*(\epsilon^H,a+b),\tau^*(\epsilon^H,a+b)]$ .

Demonstração. Apêndice.

De acordo com a Proposição 5.1, existe um único equilíbrio separador não-dominado no jogo com informação assimétrica. Note que se a estratégia ótima para o titular do tipo H no jogo com informação completa, representado pelo ponto J na Figura 3, for tal que  $J \in B_1 \bigcap A_1$ , então o equilíbrio separador emergirá naturalmente sem a necessidade de nenhum tipo de sinalização custosa para o titular competente (Figura 3 b). Caso contrário, a separação será custosa (política C na Figura 3 a). Perceba que quando  $\Omega^{P,0} > \Omega^{L,1}$  então as transferências partidárias não alteram a propriedade encontrada em Rogoff (1990) de seleção do candidato de maior competência.

Figura 3 – Equilíbrio separador com apoio do governador



a. Equilíbrio separador custoso

b. Equilíbrio separador não-custoso

Suponha agora que  $\Omega^{P,0}<\Omega^{L,1}$ . Então, a condição 19 prevalecerá para a realização esperada do choque de popularidade, q=0. Portanto, o titular terá a expectativa de ser reeleito mesmo que os

 $<sup>^{19}</sup>J = [g^*(\epsilon^H, a+b), \tau^*(\epsilon^H, a+b)] \in B_1$ . Para confirmar, substitua J em (27). Lembre que  $W(g, \tau, \epsilon, a+b) = U(y-\tau, g) + \beta V(\tau + \epsilon + a + b - g)$ . Além disso, uma vez que U(.) e V(.) são funções contínuas e bem comportadas, então existe um conjunto convexo, na vizinhança de J, tal que este conjunto também está contido em  $B_1$ . Portanto, B1 pode ser representado na Figura 3 como sendo o conjunto formado por todos os pontos que estão dentro ou sobre a elipse de linha cheia.

eleitores tenham a certeza de que ele seja do tipo incompetente. Mas então, o titular, qualquer que seja seu tipo, escolherá sua política ótima de informação completa. Este é o caso de equilíbrio separador no qual o titular será sempre reeleito, não importando sua competência. Este caso ocorre quando as transferências inter-governamentais são suficientemente altas de modo a compensar totalmente os possíveis benefícios de uma maior competência administrativa. A solução, única, para este caso extremo destaca o papel desempenhado pelas transferências politicamente motivadas no equilíbrio eleitoral municipal e como isto leva a um resultado diametralmente oposto ao obtido em Rogoff (1990). De fato, Rogoff (1990) conclui que o ciclo político-orçamentário é um compromisso em que os eleitores abrem mão de uma parcela de sua preocupação fiscal (risco moral) com o objetivo de escolher o candidato mais competente (problema de seleção adversa). No presente equilíbrio, no entanto, os eleitores se abstêm totalmente da possibilidade de eleger o candidato mais competente, mas ganham com o fim do risco moral à medida que ambos os tipos de titulares escolhem suas políticas ótimas de informação completa.

Caso 2. Prefeito de partido diferente do governador, ou seja,  $D^I=0,\,D^P=1.$ 

A análise é análoga àquela apresentada no caso anterior e está apresentada abaixo em razão de maior transparência.

Suponha inicialmente que  $\Omega^{P,1} < \Omega^{H,0}$ , i.e., a condição 20 prevalece para a realização esperada do choque de popularidade, q=0, se  $\hat{\rho}=1$ . Vamos analisar a situação de equilíbrio separador.

Neste caso, o titular incompetente está na pior situação possível: além de ser incompetente, os eleitores sabem que ele não pertence ao partido do governador, de forma que a cidade receberá apenas as transferências de caráter obrigatório (F=a) se ele permanecer no governo. Então, o prefeito sabe que, salvo um magnífico choque de competência a seu favor, ele não será reeleito ( $\pi(0,0)<0.5$ ). Este é o mesmo resultado obtido no jogo com informação completa  $\Omega^{L0}<\Omega^{P,1}$ . Assim, a estratégia ótima para o titular incompetente no equilíbrio separador é exatamente a mesma encontrada no modelo com informação completa, isto é:

$$(g^L, \tau^L) = |g^*(\epsilon^L, F), \tau^*(\epsilon^L, F)| = |g^*(\epsilon^L, a), \tau^*(\epsilon^L, a)|$$
(27)

Suponha agora que as trajetórias fora do caminho de equilíbrio sejam tais que  $\hat{\rho}(g,\tau,F)=0,\ \forall (g,\tau)\neq (g^H,\tau^H)$ . Para que a estratégia  $[g*(\epsilon^L,a),\tau*(\epsilon^L,a)]$ seja parte de um equilíbrio separador, o titular do tipo L não poderá ter incentivo para copiar a estratégia do titular do tipo H. Portanto, este é o caso a seguir:

$$Z(g^*(\epsilon^L, a), \tau^*(\epsilon^L, a), a, 0, \epsilon^L) \geq Z(g, \tau, a, 1, \epsilon^L).$$

Defina novamente o conjunto  $A_1$  tal como na equação 25, e  $B_1$  tal como 26, mas desta vez com o prefeito pertencendo ao partido que faz oposição ao governador.

$$A_1 = \{(g,\tau)|Z(g,\tau,a,1,\epsilon^L) \leq Z(g^*(\epsilon^L,a),\tau^*(\epsilon^L,a),a,0,\epsilon^L)\} \tag{28}$$

$$B_1 = \{(g,\tau) | Z(g,\tau,a,1,\epsilon^H) \ge Z(g^*(\epsilon^H,a),\tau^*(\epsilon^H,a),a,0,\epsilon^H) \}$$
 (29)

Então, uma segunda condição para o equilíbrio separador é que  $(g^H, \tau^H) \in B_1$ .

**Proposição 5.2.** Suponha que  $\Omega^{P,1} < \Omega^{H,0}$ . Então, o conjunto de todos os equilíbrios separadores é nãovazio e caracterizado por  $(g^L, \tau^L) = [g^*(\epsilon^L, a), \tau^*(\epsilon^L, a)]$  e  $(g^H, \tau^H) \in B_1 \cap A_1$ . Além disso, existe um único equilíbrio separador não dominado. Este equilíbrio corresponde à escolha da estratégia  $(g^H \tau^H) \in B_1 \cap A_1$  sobre a curva ótima  $\tau = \varphi(g, a)$  que está mais próxima da escolha ótima de informação completa  $[g^*(\epsilon^H, a), \tau^*(\epsilon^H, a)]$ .

Demonstração. Análoga à demonstração da Proposição 5.1. Veja no apêndice.



Enquanto a Proposição 5.1 traz as condições para que, em termos esperados, o eleitor não reeleja um titular incompetente mesmo que ele seja do partido do governador, a Proposição 5.2 traz as condições para que o titular competente, mas de partido diferente do governador, seja escolhido, na média, pelo eleitor. Assim como na Proposição 5.1, de acordo com a Proposição 5.2, existe um único equilíbrio separador não-dominado no jogo com informação assimétrica. Note que se a estratégia ótima para o titular do tipo H no jogo com informação completa, representado pelo ponto J na Figura 3, for tal que  $J \in B_1 \bigcap A_1$ , então o equilíbrio separador emergirá naturalmente sem a necessidade de nenhum tipo de sinalização custosa para o titular competente (Figura 4 b). Caso contrário, a separação será custosa (política C na Figura 4 a). Perceba que quando  $\Omega^{P,1} < \Omega^{H,0}$  então as transferências partidárias não alteram a propriedade encontrada em Rogoff (1990) de seleção do candidato de maior competência.

Figura 4 – Equilíbrio separador sem o apoio do governador

a. Equilíbrio separador custoso

b. Equilíbrio separador não-custoso

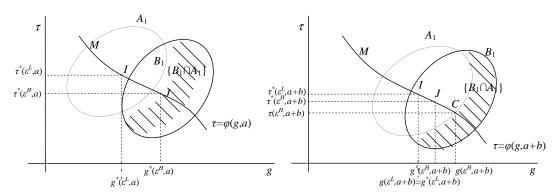
Suponha agora que  $\Omega^{P,1}>\Omega^{H,0}$ . Então, a condição 19 não será satisfeita para a realização esperada do choque de popularidade, q=0. Portanto, o titular espera não ser reeleito mesmo se os eleitores estiverem confiantes de que ele é do tipo H. Mas então, o titular de cada tipo escolherá sua política ótima do jogo com informação completa. Este é o caso de equilíbrio separador em que o titular não é reeleito, não importando qual seja a sua competência administrativa. Isto pode ocorrer se as transferências inter-governamentais a favor do opositor forem amplas o suficiente para compensar totalmente os benefícios de uma maior competência administrativa. Este resultado revela mais uma vez o importante papel desempenhado pelas transferências politicamente motivadas no equilíbrio eleitoral municipal.

Comparando os dois casos em que existe equilíbrio custoso, vale ressaltar que as elipses desenhadas na Figura 3 a estariam posicionadas mais a sudeste e deveriam ser maiores do que as elipses correspondentes na Figura 4 a. Isto se deve ao fato de que a restrição orçamentária do titular é mais frouxa no caso apresentado na Figura 3 a em razão do adicional de transferência voluntária, b. Portanto, espera-se que a distorção associada ao ciclo político orçamentário seja mais intensa na situação exposta na Figura 3 a. Assim, uma extrapolação natural para uma comparação com o caso em que não há transferências sugere que a presença de transferências voluntárias pode, de fato, aumentar a distorção causada pelo ciclo político orçamentário.

Mais ainda, sob certas condições, a existência de transferências politicamente motivadas pode criar um ciclo político-orçamentário onde ele não ocorreria na ausência dessas transferências. Isto pode advir porque as transferências reduzem a importância da diferença entre um titular mais e um menos competente quando o titular é apoiado pelo governador de estado. De fato, pode ocorrer que, na ausência das transferências, a vantagem comparativa devida à maior competência seja suficientemente

significante a ponto de o titular incompetente não ter incentivo para copiar a estratégia escolhida pelo titular competente, mesmo quando este último escolhe sua estratégia ótima de informação completa. Neste caso, não haveria custo de sinalização. No entanto, quando há transferências voluntárias, como ambos os titulares se tornam relativamente mais próximos em termos de suas capacidades de produção, o novo equilíbrio gerado pode exigir que o titular com maior competência sinalize o seu tipo, desviando da política ótima e gerando então um ciclo político-orçamentário. Essa situação está apresentada na Figura 5.

Figura 5 – Ciclo politico-orçamentário criado pelas transferências partidárias



a. Equilíbrio separador não-custoso na ausência de transferências partidárias

b. Equilíbrio separador custoso em presença de transferências partidárias

#### 5.2. Equilíbrios agregadores

Inicialmente perceba que um equilíbrio agregador somente pode ocorrer se as transferências intergovernamentais não forem bastante significantes, i.e., quando  $\Omega^{L,1}<\Omega^{P,0}<\Omega^{H,1}$  para o caso em que o prefeito pertencer ao mesmo partido político do governador, ou quando  $\Omega^{L,0}<\Omega^{P,1}<\Omega^{H,0}$  para o caso em que o prefeito fizer oposição ao governador. Nessas situações, em qualquer equilíbrio agregador, a estratégia do titular do tipo H no nó t2 é a mesma do titular do tipo L no nó  $t'_2:(g^L,\tau^L)=(g^H,\tau^H)$ . Neste tipo de equilíbrio, os eleitores não podem atualizar suas crenças, assim,  $\hat{\rho}(g,\tau,F)=\rho$ , em que F=a ou F=a+b de acordo com o caso.

assim,  $\hat{\rho}(g,\tau,F)=\rho$ , em que F=a ou F=a+b de acordo com o caso. Se  $J\notin B_1\bigcap A_1$ , ou seja, se  $[g^*(\epsilon^H,F),\tau^*(\epsilon^H,F)]$  não for parte de equilíbrio separador, então,  $(g^L,\tau^L)=(g^H,\tau^H)=[g^*(\epsilon^H,F),\tau^*(\epsilon^H,F)]$  e  $\hat{\rho}(g^H,\tau^H,F)=\rho$  pode ser parte de um equilíbrio Bayesiano perfeito. Mas este perfil de estratégia, ou qualquer outro, somente será um equilíbrio agregador se o titular do tipo L for capaz de ganhar pelo menos o mesmo que ele ganharia se ele escolhesse  $(g^L,\tau^L)=[g^*(\epsilon^L,F),\tau^*(\epsilon^L,F)]$ . Portanto,  $(g,\tau)$  será parte de um equilíbrio agregador somente se:

1. 
$$Z(g,\tau,F,\rho,\epsilon^L) \geq Z(g^*(\epsilon^L,F),\tau*(\epsilon^L,F),F,0,\epsilon^L)$$
, e

2. 
$$(g,\tau)$$
 for tal que  $g \geq g^*(\epsilon^H,F)$  e  $\tau \leq \tau^*(\epsilon^H,F)$ .

Existe uma multiplicidade de equilíbrios agregadores não dominados. Esta multiplicidade de equilíbrios decorre do fato de as crenças fora do caminho de equilíbrio não serem restringidas pela definição de equilíbrio Bayesiano Perfeito. De fato, sempre existem crenças fora do caminho de equilíbrio que justificam um dado equilíbrio. Para excluir essa multiplicidade de equilíbrios agregadores, lançamos mão



do critério intuitivo de refinamento do equilíbrio Bayesiano Perfeito proposto por Cho e Kreps (1987). Ao fazer isso todos os equilíbrios agregadores desse jogo são excluídos.

Proposição 5.3. Todo equilíbrio agregador é não intuitivo.

Demonstração. Vide Apêndice.

De acordo com as Proposições 5.2 e 5.3, os únicos equilíbrios intuitivos do jogo com informação assimétrica são os equilíbrios separadores. Portanto, independentemente de o titular competente ser escolhido ou não, todos os equilíbrios intuitivos Bayesiano perfeitos revelam totalmente a competência do titular.

#### 6. CONCLUSÕES

Tanto a análise teórica quanto a evidência empírica relatam clara relação, nos mais variados países, entre resultado macroeconômico e desempenho eleitoral. Essa relação tem incentivado governantes a inflar a política fiscal em anos eleitorais, de forma a induzir uma melhora artificial na economia nesses períodos, com a conseqüente piora nos anos seguintes, produzindo o que se conhece popularmente como um ciclo político-orçamentário, após a análise seminal de Rogoff (1990).

De acordo com aquele estudo, os ciclos politico-orçamentários são equilíbrios ineficientes devido à escolha subótima de política fiscal, mas permitem aos eleitores identificar e eleger os candidatos de maior competência. No entanto, o estudo de Rogoff não leva em conta um aspecto fundamental presente na maioria dos pactos federativos, que trata da existência de diferentes níveis de governo com importantes transferências inter-governamentais.

Esta característica sugere uma análise adicional com o objetivo de entender o papel das transferências no equilíbrio eleitoral. A primeira parte deste estudo foi dedicada a uma análise econométrica dessa questão para o caso brasileiro e encontrou evidências de um viés nas transferências voluntárias no sentido de que eles são parcialmente explicados por uma identificação política entre o prefeito do município com os governos estaduais e/ou federal.

A segunda parte deste estudo foi dedicada a estender o trabalho seminal de Rogoff (1990) incorporando um segundo nível de governo, o estado, com uma estrutura de eleições intercaladas entre diferentes níveis de governo, de forma a determinar seu efeito no resultado das eleições municipais.

O principal resultado teórico do modelo é que as transferências voluntárias têm o efeito potencial de quebrar o resultado positivo associado aos ciclos político-orçamentários obtidos em Rogoff (1990), qual seja a seleção do político com choque de competência mais favorável. De fato, nossa análise teórica mostra que mesmo no jogo com informação completa, em que a competência do titular é de conhecimento comum, os eleitores podem decidir racionalmente não reeleger um político administrativamente competente, caso ele não seja apoiado pelo governador. Essa escolha ocorre porque os eleitores entendem que o adicional de transferências que o candidato de oposição receberá caso seja eleito mais do que compensará sua deficiência administrativa. De modo similar, os eleitores podem achar ótimo escolher o titular incompetente que pertença ao mesmo partido do governador para manter o fluxo mais favorável de transferências provenientes do estado.

Quando inserimos no modelo a assimetria de informação, os resultados encontrados confirmam as conclusões de Rogoff (1990) sob determinadas circunstâncias, mas também geram resultados bastante diferentes no sentido que a seleção adversa pode subsistir em equilíbrio.

Primeiro, o risco moral, definido como a escolha de uma política fiscal subótima, ocorrerá em equilíbrio sob a forma de ciclo político-orçamentário se as transferências partidárias não forem muito altas. Nesse caso, a eleição do político mais competente fica preservada.

A seleção adversa ocorre em duas situações simétricas. Primeiro, quando um governador apóia um titular incompetente, que é reeleito devido às elevadas transferências politicamente motivadas.

Segundo, quando um titular competente não é reeleito devido ao apoio do governador ao candidato de oposição. Em ambos os casos há total revelação da competência do atual representante político sem a ocorrência de ciclo político-orçamentário.

Nosso modelo destaca o papel das transferências partidárias na determinação do tipo de fenômeno que ocorrerá em equilíbrio: o risco moral (ciclos político-orçamentários) ou a seleção adversa (eleição de um candidato incompetente). De fato, se as transferências politicamente motivadas forem suficientemente altas, os eleitores preferem eleger um candidato do mesmo partido do governador e, em equilíbrio, não há ciclo político-orçamentário algum. Alternativamente, se as transferências partidárias não forem muito significativas, os eleitores escolherão o candidato de maior competência, mas poderá ocorrer ciclo político-orçamentário em equilíbrio.

As recomendações de política do presente estudo são bastante claras. Se a sociedade acreditar que o problema da seleção adversa lhe é muito prejudicial, então as transferências voluntárias intergovernamentais devem ser cuidadosamente reguladas a fim de evitar o seu uso partidário.

Este artigo é uma primeira tentativa de estender o modelo de Rogoff (1990) para a análise de questões voltadas para o federalismo fiscal. O estudo poderia ser ampliado em diversos aspectos para aprofundar a compreensão da economia política em um pacto federativo. Inicialmente poder-se-ia perguntar o que aconteceria se houvesse um viés na direção de um partido político específico nas eleições intercaladas. Em segundo lugar, e de forma mais geral, poder-se-ia apresentar um modelo mais completo em que os eleitores escolhessem concomitantemente os prefeitos e os governadores em um mesmo processo eleitoral. Nesse caso, a decisão do governador com relação a quais municípios receberiam transferências, e em que quantidade, seria endógena ao modelo. Essas extensões são deixadas como sugestão para pesquisas futuras.

### Referências Bibliográficas

- Alesina, A. & Rosenthal, H. (1996). A theory of divided government. *Econometrica*, 64(6):1311-41. available at http://ideas.repec.org/a/ecm/emetrp/v64y1996i6p1311-41.html.
- Besley, T. & Case, A. (2003). Political institutions and policy choices: Evidence from the united states. Journal of Economic Literature, 41(1):7-73. available at http://ideas.repec.org/a/aea/jeclit/v41y2003i1p7-73.html.
- Blais, A. & Nadeau, R. (1992). The electoral budget cycle. *Public Choice*, 74(4):389-403. available at http://ideas.repec.org/a/kap/pubcho/v74y1992i4p389-403.html.
- Brasil (1997). Lei  $n^o$  9.504, de 29 de setembro de 1997. estabelece normas para as eleições.
- Brasil (2000). Lei complementar nº 101, de 04 de maio de 2000. estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências.
- Cho, I.-K. & Kreps, D. M. (1987). Signaling games and stable equilibria. *The Quarterly Journal of Economics*, 102(2):179-221. available at http://ideas.repec.org/a/tpr/qjecon/v102y1987i2p179-221.html.
- Davis, O. A., Hinich, M. J., & Ordeshook, P. C. (1970). An expository development of a mathematical model of the electoral process. *American Political Science Review*, 64:426–448.
- do Tesouro Nacional, S. (2004). Documento finanças do brasil. disponível em http://www.stn.fazenda.gov.br/estados/municipios/index.asp. Acesso em: 12 ago. 2004.
- Drazen, A. (2001). The political business cycle after 25 years. In e K. Rogoff, B. B., editor, *NBER Macroe-conomics Annual 2000*. MIT press, Cambridge.



- Greene, W. H. (2000). Econometric Analysis. Prentice Hall, New Jersey, 4 edition.
- Hinich, M. J., Ledyard, J. O., & Ordeshook, P. C. (1973). Nonvoting and the existence of equilibrium under majority rule. *Journal of Economic Theory*, 4(2):144–153. available at http://ideas.repec.org/a/eee/jetheo/v4y1972i2p144-153.html.
- Hinish, M. J., Ledyard, J. O., & Ordeshook, P. C. (1972). A theory of electoral equilibrium: A spatial analysis based on the theory of games. *Journal of Politics*, 35:154–93. available at http://ideas.repec.org/a/tpr/qjecon/v102y1987i2p179-221.html.
- Ito, T. (1990). The timing of elections and political business cycles in japan. *Journal of Asian Economics*, 1(1):135–156. available at http://ideas.repec.org/a/eee/asieco/v1y1990i1p135-156.html.
- Kerr, W. A. (1944). A quantitative study of political behavior. Journal of Social Psychology, 19:263-81.
- Kramer, G. H. (1971). Short term fluctuations in u.s. voting behavior, 1896–1964. *American Political Science Review*, 65:130–43.
- Meneguin, F. & Bugarin, M. (2001). Reeleição e política fiscal: Um estudo dos efeitos da reeleição nos gastos públicos. *Economia Aplicada*, 5(3):601–22.
- Mueller, D. (1989). Public Choice II. Cambridge University Press, Cambridge.
- Nordhaus, W. D. (1975). The review of economic studies. The Political Business Cycle, 42(2):169-190.
- Persson, T. & Tabellini, G. (2000). Political Economics: Explaining Economic Policy. MIT press, Cambridge.
- Prado, S. (2001). Transferências fiscais e financiamento municipal no brasil. Mimeo, UNICAMP.
- Rogoff, K. (1990). Equilibrium political budget cycles. The American Economic Review, 80(1):20–36.
- Sakurai, S. (2005). Testando a hipótese de ciclos eleitorais racionais nas eleições dos municípios paulistas. *Estudos Econômicos*, 35:297–315.
- Schultz, K. A. (1995). The politics of political business cycle. British Journal of Political Science, 5:79–99.
- Shi, M. & Svensson, J. (2003). Political budget cycles: A review of recent developments. *Nordic Journal of Political Economy*, 29(1):67–76.
- Streb, J. M. (2005). Signaling in political budget cycles: How far are you willing to go? *Journal of Public Economic Theory*, 7(2):229–252.
- Veiga, L. & Veiga, F. (2007). Political business cycles at the municipal level. *Public Choice*, 127(1):45–64. available at http://ideas.repec.org/a/kap/pubcho/v131y2007i1p45-64.html.
- Wooldridge, J. (2002). Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. MIT press, Cambridge.

# A. DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 4.1:

A partir das expressões 13, 14 e 15, podemos escrever:  $\Omega^{H,0}=u+v$ ,  $\Omega^{P,1}=x+y$ ,  $\Omega^{L,1}=z+w$ ,  $\Omega^{P,0}=m+n$ , em que,

$$\begin{split} u &= \rho w^*(2\alpha^H + a) + (1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a), \\ v &= \beta[\rho^2 w^*(2\alpha^H + a) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a)], \\ x &= \rho^2 w^*(2\alpha^H + a + b) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a + b), \\ y &= \beta[\rho^2 w^*(2\alpha^H + a + b) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a + b)], \\ z &= \rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho) w^*(2\alpha^L + a + b), \\ w &= \beta[\rho^2 w^*(2\alpha^H + a + b) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a + b)], \\ m &= \rho^2 w^*(2\alpha^H + a) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a), \\ n &= \beta[\rho^2 w^*(2\alpha^H + a) + 2\rho(1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)^2 w^*(2\alpha^L + a)] \end{split}$$

(i) Considere a comparação entre  $\Omega^{H,0}=u+v$  e  $\Omega^{P,1}=x+y.$ 

Note que, para qualquer b>0, y>v. Portanto, uma condição de suficiência para que  $\Omega^{P,1}$  seja maior que  $\Omega^{H,0}$  é que  $x\geq u$ , o qual é a condição 17.

- (ii) Considere agora a comparação entre  $\Omega^{L,1}=z+w$ , e  $\Omega^{P,0}=m+n$ . Note primeiro que, para qualquer b>0, w>n. Então, uma condição de suficiência para que  $\Omega^{L,1}$  supere  $\Omega^{P,0}$  é que z>m, o qual é a condição 18.
- (iii) Note primeiramente que  $\boldsymbol{x}$  pode ser reescrito como:

$$x = \rho[\rho w^*(2\alpha^H + a + b) + (1 - \rho)w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b)] + (1 - \rho)[\rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)w^*(2\alpha^L + a + b)].$$
 Portanto,  $x > u$ , e então,  $\Omega^{P,1} > \Omega^{H,0}$ , sempre que:

$$\rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho) w^*(2\alpha^L + a + b) \geq \rho w^*(2\alpha^H + a) + (1 - \rho) w^*(\alpha^H + \alpha^L + a).$$

Suponha agora que  $b \geq \alpha^H - \alpha^L$ . Então, substituindo b por  $\alpha^H - \alpha^L$  no lado esquerdo na desigualdade anterior, temos:

$$\rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)w^*(2\alpha^L + a + b) \ge \rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + \alpha^H - \alpha^L) + (1 - \rho)w^*(2\alpha^L + a + \alpha^H - \alpha^L) = \rho w^*(2\alpha^H + a) + (1 - \rho)w^*(\alpha^H + \alpha^L + a)$$

Similarmente, m pode ser reescrito:

$$m = \rho[\rho w^* (2\alpha^H + a) + (1 - \rho)w^* (\alpha^H + \alpha^L + a)] + (1 - \rho)[\rho w^* (\alpha^H + \alpha^L + a) + (1 - \rho)w^* (2\alpha^L + a)].$$

Portanto, z > m, em cujo caso,  $\Omega^{L,1} > \Omega^{P,0}$ , sempre que:

$$\rho w^*(\alpha^H + \alpha^L + a + b) + (1 - \rho)w^*(2\alpha^L + a + b) \ge \rho w^*(2\alpha^H + a) + (1 - \rho)w^*(\alpha^H + \alpha^L + a).$$

Mas esta é a mesma condição que nós demonstramos ocorrer se  $b \geq \alpha^H - \alpha^L.$ 



# B. DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 5.1:

Iniciamos mostrando que  $B_1 \cap A_1 \neq \emptyset$ . De 23, uma vez que  $X^{i,D^I} = \beta[X(1+\beta) + \Omega^{i,D^I} - \Omega^{P,D^P}]$ , então,  $X^{H,D^I} > X^{L,D^I}$ . De 3, mantendo-se g e  $\tau$  constantes, um tipo H investe  $(\alpha^H - \alpha^L)$  mais unidades que um tipo L. Então,  $W(g,\tau,\epsilon^H,F) > W(g,\tau,\epsilon^L,F)$ . Assim, dada a hipótese inicial de que V''(k) < 0, um tipo H pode, mantendo  $(g,\tau)$  constantes, cortar investimentos a um menor custo marginal que um tipo L. Assim, como V(.) é contínua e estritamente crescente e  $\lim_{k \to 0} V(k) = -\infty$ ,

existe um  $\tilde{k}$  tal que para todo  $k \leq \tilde{k}$  a desutilidade do tipo L é tão alta que ele não tentaria nenhuma redução adicional de investimentos (k). Desse ponto em diante o equilíbrio é separador.

Agora demonstraremos que existe um único equilíbrio separador não-dominado, e que nesse equilíbrio,  $U_c(y-\tau,g)=U_g(y-\tau,g)$ . Sabemos que pela consistência Bayesiana, qualquer  $(g,\tau)\in B_1\cap A_1$  garante que  $\hat{\rho}=1$ . Mas então, um tipo H está livre para escolher um  $[(g,\tau)\in B_1\cap A_1]$  que seja mais adequado a ele. Então, ele irá

$$\begin{aligned} & \underset{g,\tau}{Max} \ W(g,\tau,\epsilon^H,F) + X^{H,D^I} \pi[1,D^I] \\ & s.a.g \geq 0 \\ & c = y - \tau \geq 0 \\ & k = \tau + \epsilon^H + F - g \geq 0 \\ & (g,\tau) \in B_1 \bigcap A_1 \end{aligned}$$

Novamente o Segundo termo da função objetivo é exógeno<sup>20</sup> Assim, um tipo H maximizará o primeiro termo, tornando este problema similar ao de informação completa, mas com uma restrição adicional:  $(g,\tau)\in B_1\cap A_1$ .

Este problema foi resolvido na equação 11 e a solução,  $U_c(c,g)=U_g(c,g)$ , traz o formato da curva  $\tau=\varphi(g,F)$  mostrada na Figura 3. Se  $J\in B_1\cap A_1$ , então,  $[g^*(\epsilon^H,a),\tau^*(\epsilon^H,a)]$  será uma estratégia de equilíbrio separador para o tipo H.

Se  $J \notin B_1 \cap A_1$ , então, dado que  $\varphi' < 0$ , c e g são bens normais, o único equilíbrio separador não-dominado será dado por  $C = (g,\tau)$  na Figura 3. este é o ponto da curva  $\tau = \varphi(g,F)$  – com  $(g,\tau) \in B_1 \cap A_1$  – que está mais perto da solução ótima do jogo com informação completa (Ponto J). Esta alocação é eficiente no sentido de que nenhuma outra realocação entre bens privados e públicos pode gerar um ganho superior de bem estar aos eleitores. Observe que, na Figura 3,  $g(\epsilon^H, a+b) > g^*(\epsilon^H, a+b)$  e  $\tau(\epsilon^H, a+b) < \tau^*(\epsilon^H, a+b)$ .

# C. DEMONSTRAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 5.3:

Aplicando-se a definição em Cho e Kreps (1987) diz-se que um equilíbrio  $\{(g^L, \tau^L), (g^H, \tau^H)\}$  é não intuitivo se existe um ponto  $(\bar{g}, \bar{\tau})$  tal que as duas equações abaixo sejam simultaneamente atendidas:

$$Z(g^L, \tau^L, \hat{\rho}(g^L, \tau^L, F), \epsilon^L) > Z(\bar{g}, \bar{\tau}, 1, \epsilon^L)$$
(30)

$$Z(g^H, \tau^H, \hat{\rho}(g^H, \tau^H, F), \epsilon^H) < Z(\bar{g}, \bar{\tau}, 1, \epsilon^H)$$
(31)

A equação 30 estipula que um titular do tipo L prefere estritamente a estratégia de equilíbrio  $(g^L, \tau^L)$ , mesmo que o eleitor não consiga atualizar suas crenças, à estratégia  $(\bar{g}, \bar{\tau})$  a qual ilude o

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>Assim como na solução de informação completa, no equilíbrio separador o tipo do titular é revelado justificando o termo ser exógeno.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>O ponto  $C=(g(\epsilon H,a), \tau(\epsilon H,a))$  corresponde à estratégia do titular tipo H que garante o equilibrio separador não-dominado. Uma outra forma de encontrá-lo, que não a gráfica, seria: C corresponde à estratégia  $\{(g,\tau)|g+\tau=k+\epsilon^L+F,k=\tilde{k},U_c(.)=U_g(.)\}$  que o titular tipo L escolheria se optasse por um montante de investimentos  $k=\tilde{k}$ .

eleitor fazendo-o acreditar que ele é do tipo H. A equação 31 diz que um titular do tipo H prefere estritamente escolher a estratégia  $(\bar{g},\bar{\tau})$ , a qual garante ao eleitor que ele é realmente do tipo H, a escolher a estratégia  $(g^H,\tau^H)$  e fazer com que eleitor não consiga atualizar suas crenças.

Suponha  $(g^a,\tau^a)$  seja qualquer ponto selecionado com probabilidade positiva por ambos os tipos. Seja,  $R(g,\tau)$  um excedente de utilidade do titular do tipo i(i=L,H) caso ele escolha uma estratégia  $(g,\tau)$  que faça o eleitor acreditar que ele seja do tipo H com probabilidade 1, em relação a uma estratégia  $(g^a,\tau^a)$  que não permita ao eleitor atualizar suas crenças:

$$R^i(g,\tau) = Z(g,\tau,1,\epsilon^i) - Z(g^a,\tau^a,\hat{\rho}(g^a,\tau^a,F),\epsilon^i), \quad i = L,H$$

Em seguida, considere a estratégia  $[(\bar{g},\bar{\tau});\bar{\tau}=\varphi(\bar{g},F)]$  tal que:

- a)  $\varphi(\bar{g},F)-\bar{g}<\tau^*(\epsilon^H,F)-g^*(\epsilon^H,F)$ . Isso indica que o par  $[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]$  está posicionado, na Figura 4, mais a sudeste do que  $[g^*(\epsilon^H,F),\tau^*(\epsilon^H,F)]$ .
- b)  $R^H[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]=0\Leftrightarrow Z(\bar{g},\varphi(\bar{g},F),1,\epsilon^H)-Z(g^a,\tau^a,\hat{\rho}(g^a,\tau^a,F),\epsilon^H)=0.$  Esta condição deixa o titular do tipo H indiferente entre escolher  $[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]$  e sinalizar ao eleitor o seu tipo ou escolher  $[g^a,\varphi(g^a,F)]$  e o eleitor não conseguir atualizar suas crenças.

Note que se  $\pi[1,F]>\pi[\hat{\rho},F]$  então, por 22 e 23,  $W(\bar{g},\varphi(\bar{g},F),\epsilon^H,F)< W(g^a,\tau^a,\epsilon^H,F)$ . Mas então, o par  $(g^a,\tau^a)$  está mais próximo de  $[g^*(\epsilon^H,F),\tau^*(\epsilon^H,F)]$  do que o par  $[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]$ , ou seja,  $(g^a,\tau^a)$  está posicionado a noroeste de  $[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]$  na Figura 6. Então,  $\varphi(\bar{g},F)-\bar{g}<\tau^a-g^a$ . Ainda, de 3,  $g_t+k_{t+1}=\tau_t+\epsilon_t+F_t$ , e se a condição (b) for satisfeita, ou seja,  $R^H[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]=0\Leftrightarrow Z(\bar{g},\varphi(\bar{g},F),1,\epsilon^H,F)=Z(g^a,\tau^a,\hat{\rho}(g^a,\tau^a,F),\epsilon^H,F)$ . Mas então, como  $V^{''}(k_{t+1})<0$ , concluímos que  $R^L[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]<0$  Então, por continuidade de  $R^i$ , existe um  $\delta>0$  tal que:

$$R^{L}[\bar{g} - \delta, \varphi(\bar{g} - \delta, F)] < 0 \Rightarrow Z(\bar{g} - \delta, \varphi(\bar{g} - \delta, F), 1, \epsilon^{L}, F) - Z(g^{a}, \tau^{a}, \hat{\rho}(g^{a}, \tau^{a}, F), \epsilon^{L}, F) < 0,$$

e

$$R^{H}[\bar{g} - \delta, \varphi(\bar{g} - \delta, F)] > 0 \Rightarrow Z(\bar{g} - \delta, \varphi(\bar{g} - \delta, F), 1, \epsilon^{H}, F) - Z(g^{a}, \tau^{a}, \hat{\rho}(g^{a}, \tau^{a}, F), \epsilon^{H}, F) > 0.$$

Note que para todo  $\delta>0$ , dado que  $\varphi(g,F)$  é decrescente em g, o ponto  $[\bar{g}-\delta,\varphi(\bar{g}-\delta,F)]$  está posicionado a noroeste de  $[\bar{g},\varphi(\bar{g},F)]$  na Figura 6, se aproximando da estratégia ótima  $[(g^*(\epsilon^H,F),\tau^*(\epsilon^H,F))]$  de informação completa. Então,  $R^H[\bar{g}-\delta,\varphi(\bar{g}-\delta,F)]>0$ .

Mas como no equilíbrio agregador  $[g^L, \tau^L, \hat{\rho}(g^L, \tau^L, F)] = [g^H, \tau^H, \hat{\rho}(g^H, \tau^H, F)]$ , então, as equações 30 e 31 ficam, respectivamente:

$$Z(g^L,\tau^L,\hat{\rho}(g^L,\tau^L,F),\epsilon^L) > Z(\bar{g},\bar{\tau},1,\epsilon^L,F)$$

e

$$Z(g^H, \tau^H, \hat{\rho}(g^H, \tau^H, F), \epsilon^H, F) < Z(\bar{g}, \bar{\tau}, 1, \epsilon^H, F)$$

Mas isto prova que o equilíbrio original  $[(g^L, \tau^L), (g^H, \tau^H)]$  é não intuitivo de acordo com o critério estabelecido por Cho e Kreps (1987).

1

**Figura 6** – Equilíbrio Agregador

