

Estratégias setoriais ótimas para a economia brasileira: exemplo de um problema de programação dinâmica*

Manuel Alcino R. da Fonseca **

Neste trabalho, utiliza-se um modelo econômico de otimização, dinâmico e inter-setorial, voltado para a análise de problemas de planejamento. Através da análise econômica intersetorial e da teoria de controle ótimo, obtêm-se estratégias de atuação do setor público que otimizam uma função-objetivo ao longo de um determinado período, dado um conjunto de restrições. Os resultados mostram que o setor Serviços é um setor estratégico na economia brasileira, isto é, que maximiza a geração de empregos dada uma restrição nas importações.

1. Introdução; 2. Descrição do modelo; 3. Análise dos resultados; 4. Conclusão.

1. Introdução

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo econômico de otimização, dinâmico e intersetorial, voltado para a análise de problemas de planejamento. Para atingir este objetivo, utiliza-se de alguns elementos de análise econômica intersetorial e da teoria de controle ótimo de forma a obter estratégias setoriais "ótimas" para a economia brasileira, isto é, estratégias de atuação do setor público tais que uma função-objetivo seja otimizada ao longo de um determinado período, dado um conjunto de restrições.

1.1 Análise econômica intersetorial

Esta área origina-se do trabalho teórico e empírico de Leontief.¹ Miyazawa incorporou no sistema teórico de Leontief a estrutura de distribuição de renda e a estrutura de consumo.² Um sistema de equações dinâmicas, obtido do trabalho

*Este artigo é baseado na tese de doutorado do autor que, durante o período em que a realizava, recebeu inúmeras sugestões de Werner Baer, José B. Cruz Jr. e Salim Rashid. Os dados utilizados foram obtidos por Joaquim José M. Guilhoto, em colaboração com o autor. Durante a elaboração da tese, o autor obteve ajuda financeira do CNPq e, posteriormente, do Departamento de Geografia e Ciência Regional da Universidade de Illinois. Por último, o presente artigo beneficiou-se dos comentários de Isaac Kerstenetzky e de um revisor anônimo desta revista.

**Do Instituto de Economia Industrial (IEI) da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

¹ Ver Leontief (1966).

² Ver Miyazawa (1960, 1976).

R. Bras. Econ.	Rio de Janeiro	v. 42	n.º 1	p. 83-93	jan./mar. 1988
----------------	----------------	-------	-------	----------	----------------

de Miyazawa pela introdução de um hiato de tempo entre geração de renda e consumo, é utilizado no item 2.³ Por outro lado, a análise aqui desenvolvida foi inspirada em alguns trabalhos recentes sobre a estrutura das economias subdesenvolvidas⁴ e, em particular, sobre a estrutura da economia brasileira.⁵

1.2 Teoria de controle ótimo

Num problema de controle ótimo, deseja-se encontrar valores ótimos para um conjunto de “variáveis de decisão”, isto é, valores que correspondem ao ótimo de uma função-objetivo num determinado intervalo de tempo, dada uma equação dinâmica e um conjunto de restrições.⁶ A maioria dos resultados analíticos disponíveis nesta área foi obtida para o caso em que a equação dinâmica é *linear* e a função-objetivo, a ser *minimizada*, é *quadrática*. Problemas deste tipo são chamados problemas *regulator* ou *traking*.⁷ No entanto, embora alguns problemas econômicos possam ser formulados como problemas do tipo *regulator*, muitos outros, como o modelo desenvolvido no item 2, não permitem tal tratamento. Nesses casos, desde que a função-objetivo satisfaça algumas propriedades gerais,⁸ a solução pode ser obtida (numericamente) utilizando-se o método da programação dinâmica.⁹ A solução do modelo do item 2 é obtida desta forma.

2. Descrição do modelo

2.1 Sistema de equações dinâmicas

Neste trabalho, o sistema econômico é representado através de equações lineares simultâneas, que descrevem as relações intersetoriais, a estrutura de consumo e a estrutura de distribuição de renda.¹⁰ Além disso, introduz-se um hiato de tempo (equivalente a um período) entre a geração de renda e a realização de gastos de consumo — ou seja, obtém-se um modelo dinâmico (na forma discreta).¹¹

O sistema de equações lineares simultâneas, na sua forma estática, pode ser representado por:

$$x = Ax + CVx + d^e \quad (1)$$

³Ver Fonseca & Guilhoto (1986, 1987).

⁴Ver Hewings (1982) e Pyatt & Roe (1977).

⁵Ver Baer, Fonseca & Guilhoto (1987).

⁶Ver Athans & Falb (1966), Gopal (1984) e Jacobs (1974).

⁷Um exemplo de problema *regulator* multidimensional aparece em Fonseca & Lopes (1984).

⁸Sobre estas propriedades, ver Bellman & Kalaba (1965), Jacobs (1967) e Nemhauser (1966).

⁹Ver Bellman (1957), Dano (1975), Jacobs (1967) e Nemhauser (1966).

¹⁰Ver Miyazawa (1960, 1976).

¹¹Ver Fonseca & Guilhoto (1986, 1987).

onde x é o vetor com as produções totais dos setores da economia, Ax é o vetor com as produções intermediárias (A é a matriz de coeficientes técnicos), CVx é o vetor com as demandas finais de *consumo* (C é a matriz com os coeficientes de consumo, e V é a matriz com os coeficientes de distribuição de renda – portanto, Vx é o vetor com os rendimentos totais dos grupos de renda), e d^e é o vetor com as demandas finais *exógenas*.¹²

Introduzindo-se um hiato de tempo, conforme já mencionado, entre a geração de renda (dada por Vx) e a realização de gastos de consumo, obtém-se o seguinte sistema dinâmico:

$$x_k = Ax_k + CVx_{k-1} + d^e \quad (2)$$

ou ainda:

$$x_k - BCVx_{k-1} = Bd^e \quad (3)$$

onde $B = (I - A)^{-1}$. Este é um sistema de equações lineares com diferenças de primeira ordem, não-homogêneo e com coeficientes constantes.¹³ Uma vez obtido o sistema dinâmico representado em (3), este pode ser usado para computar o vetor de produções totais, x , para diferentes períodos k , e para determinados vetores de demandas finais exógenas, d^e . No sistema de relações intersetoriais de Leontief, incluem-se em d^e os gastos do governo, os investimentos, as exportações e as variações de estoques.

Por último, deve-se levar em conta que os gastos do governo podem variar (e em geral variam) ao longo de diferentes períodos de tempo. Portanto, o sistema (3) deve ser reescrito como

$$x_k = BCVx_{k-1} + B(d^e + u_k) \quad (4)$$

onde u_k – que é chamado o *vetor-decisão* – representa as *mudanças* nos gastos do governo no período k . Evidentemente, as variações nos gastos do governo, u_k , constituem um importante instrumento de política econômica. Mais precisamente, o sistema de equações representado em (4) mostra, para diferentes períodos k , os efeitos sobre as produções setoriais de mudanças nos gastos do governo.

2.2 Função-objetivo e restrições

Conforme mencionado, o sistema (4) descreve os efeitos das mudanças nos gastos do governo sobre as produções setoriais. Supondo-se que o governo deseje utilizar este instrumento de política econômica – a saber, alterações no vetor de gastos num determinado período, u_k – visando estimular o crescimento econômico, existiriam inúmeras estratégias que conduziriam a este fim, ou seja, inúmeros vetores u_k . No entanto, seria importante determinar-se, dentre todos os possíveis vetores u_k , aquele que constitui o vetor *ótimo*, isto é, aquele que determi-

¹² Ibid.

¹³ Ibid.

na o valor ótimo de uma função-objetivo previamente especificada pelo governo. Neste trabalho, supõe-se que este objetivo seja a maximização do número de empregos existentes na economia. Dessa forma, a função-objetivo pode ser definida como:

$$g = \sum_{k=1}^N (w'x_k) (1 + \delta)^{-k} \quad (5)$$

onde w é um vetor com os coeficientes de mão-de-obra setoriais, e δ , $0 \leq \delta \leq 1$, é um “fator de desconto” cujo valor é escolhido pelos formuladores de políticas econômicas. Quanto maior o valor escolhido para δ , menor é a importância dos períodos futuros para o governo.

Supõe-se também que existam restrições na capacidade de importar e, em especial, na capacidade de importar insumos produtivos. Tais restrições podem ser representadas como

$$m'x_k \leq s \quad (6)$$

onde m é um vetor com os coeficientes setoriais de importações, e o escalar s representa o gasto máximo com importações de insumos produtivos, determinado pelos formuladores de política econômica. Finalmente, uma outra restrição que deve ser incluída é que os vetores-decisão, u_k , sejam não-negativos.¹⁴

Em resumo, este problema pode ser formulado como

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar:} & g = \sum_{k=1}^N (w'x_k) (1 + \delta)^{-k} \\ & u_k \end{array} \quad (5)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad x_k = BCVx_{k-1} + B(d^e + u_k) \quad (4)$$

$$m'x_k \leq s \quad (6)$$

e sujeito também à condição de não-negatividade, $u_k \geq 0$ (para todo k), e à condição inicial $x_1 = r$, onde r é um vetor de parâmetros. Este é um exemplo de um problema dinâmico de otimização, também chamado de problema de controle ótimo.

2.3 Considerações gerais sobre as especificações do modelo

A versão estática do modelo (equação 1) corresponde a um desenvolvimento do sistema de relações intersetoriais de Leontief. Portanto, da forma como está especificado, o modelo possui as mesmas limitações deste sistema. Por exemplo, na determinação dos coeficientes técnicos, utilizam-se coeficientes obtidos para

¹⁴Ver Fonseca (1986). Os componentes dos vetores-decisão são restritos a valores não-negativos porque, na maioria dos setores, a participação do governo na demanda final exógena é aproximadamente zero e, portanto, valores negativos não teriam significado econômico.

um período específico em períodos subsequentes. No caso da economia brasileira, a estrutura de importação de insumos industriais tem-se alterado significativamente nos últimos anos e, conseqüentemente, os coeficientes técnicos disponíveis correspondentes a estes insumos (e utilizados no modelo) encontram-se defasados.

Por outro lado, a versão dinâmica do modelo (equações 2 e 3) foi especificada, de acordo com uma linha teórica tradicional na análise econômica.¹⁵ com o consumo determinado em função da renda defasada de um período, e sem levar em conta os efeitos do investimento sobre a capacidade produtiva. Além disso, o comércio externo não é levado em conta no modelo.

Em relação à função-objetivo, seguindo-se o trabalho de autores representativos da literatura de planejamento econômico, optou-se por se maximizar um índice correspondente ao número de empregos existentes na economia num determinado intervalo de tempo¹⁶ ponderado por um fator de desconto, que reflete a importância dos períodos futuros na tomada de decisões no período atual.

3. Análise dos resultados

No item 2, derivou-se um modelo com um conjunto de equações lineares dinâmicas relacionando o nível de atividade de cada setor da economia com variações na demanda final do setor público. Por outro lado, supôs-se que um dos objetivos do governo é a maximização do número de empregos na economia (durante um determinado período), e que uma das restrições existentes é a limitação na capacidade de importar insumos produtivos. A solução deste modelo consiste num conjunto de vetores com aumentos na demanda final do setor público para diversos períodos. A solução do modelo, obtida através do método da programação dinâmica, é descrita no anexo 2.¹⁷

No modelo, a economia brasileira é dividida em 19 setores (ver anexo 1). As famílias são divididas em três grupos de renda, definidos em termos do salário mínimo médio de 1975: zero a cinco, mais de cinco a 20, e mais de 20 salários mínimos. As matrizes *A* (coeficientes técnicos), *V* (estrutura de distribuição de renda) e *C* (estrutura de consumo), todas correspondentes ao ano de 1975, aparecem em Fonseca & Guilhoto (1987).¹⁸

¹⁵ Ver, por exemplo, Samuelson (1939).

¹⁶ “Nos modelos matemáticos de planejamento do desenvolvimento (...) se supõem conhecidos os fins da política considerada, ou seja, dão-se valores concretos para algumas variáveis, a que chamaremos *variáveis-objetivo*, ou maximiza-se alguma função destas variáveis (...). Assim, por exemplo, pode acontecer que a política de desenvolvimento fixe algumas metas determinadas – digamos que sejam o aumento de 20% da renda nacional e de 10% do nível de emprego – ou que o poder público queira combinar de maneira ótima (...) estas variáveis” (Tinbergen & Bos, 1966, p. 4).

¹⁷ A solução é discutida em detalhe em Fonseca (1986).

¹⁸ As matrizes que aparecem em Fonseca & Guilhoto (1987) são mais desagregadas (têm 27 setores).

3.1 Determinação dos setores cujas demandas finais dependem do setor público

As demandas finais setoriais são compostas de consumo, formação de capital, gastos do governo, exportações e variações de estoques. Em geral, o governo pode afetar a demanda final *diretamente* através dos seus gastos e da formação de capital. Geralmente, a maior parte dos gastos do governo é dirigida ao setor Serviços (setor 19) e, no caso brasileiro, os gastos com Serviços correspondem a 63% do total de gastos do governo (dados de 1975).¹⁹ Por outro lado, o setor público (governo e empresas públicas) é responsável por uma parcela significativa da formação de capital. Em termos de setores, mostrou-se que a demanda de investimento do setor público é dirigida principalmente a Mecânica (setor 5), Material elétrico (setor 6), e Construção civil (setor 17).²⁰ Portanto, além das restrições que aparecem no item 2, uma restrição adicional foi incluída no modelo, a saber:

$$u_i = 0, i = 1, \dots, 4, 7, \dots, 16, 18 \quad (7)$$

onde u_i é o i -ésimo componente do vetor u_k (para todo k). Ou seja, o setor público pode afetar *diretamente* apenas a demanda final dos setores 5 (Mecânica), 6 (Material elétrico), 17 (Construção civil) e 19 (Serviços).

3.2 Solução do modelo

A solução do modelo foi obtida usando-se os seguintes parâmetros: $N = 3$, $\delta = 1,0$ e $s = 68.600$ (milhões de cruzeiros de 1975).²¹ O último número é um pouco maior que o total para o ano de 1975 (68.442). Além disso, os níveis de produção setoriais para 1975 foram usados na condição inicial $x_I = r$. Finalmente, o vetor de demandas finais exógenas, d^e , foi estimado através da equação (1).

A solução do modelo é dada por:

$$\begin{aligned} k = 2: \quad & u_5^* = u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 4.500 \\ k = 3: \quad & u_5^* = u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 1.000 \end{aligned} \quad (8)$$

onde u_i^* é o i -ésimo componente do vetor u_k^* . Todos os outros componentes de u_k^* ($k = 2, 3$) são iguais a zero — ver restrição (7). Os números correspondem a

¹⁹Ver Guilhoto (1986).

²⁰Ver Fonseca (1986).

²¹Na solução do modelo, optou-se pela definição de um intervalo correspondente a três períodos ($N = 3$) porque, em primeiro lugar, uma vez que não se levam em conta os efeitos do investimento sobre a capacidade produtiva, o modelo é mais apropriado para análises de médio prazo. Por outro lado, dada a complexidade da solução numérica, a resolução do modelo para intervalos muito longos não é operacional. Cada período definido no modelo corresponde a um ano.

milhões de cruzeiros de 1975. Ou seja, dados os níveis de produção setoriais de 1975 (período 1), o governo deveria expandir os gastos com Serviços de 4.500 milhões de cruzeiros no período 2. No período 3 (o último período levado em conta no modelo), dada a restrição de importações, o governo deveria reduzir os gastos, uma vez que o aumento do consumo (resultante da intervenção do governo) causará aumentos nos níveis de atividade setoriais e, portanto, um aumento dos gastos com insumos importados.²² As produções setoriais para o ano de 1975 são os dados mais recentes disponíveis; no entanto, os vetores ótimos u_k^* podem ser obtidos para qualquer outro período, desde que os dados necessários estejam disponíveis.

Para se obter a solução do modelo, o método numérico derivado da programação dinâmica (ver anexo 2) foi aplicado diversas vezes utilizando-se vários *grids* para os vetores x_k e u_k ($k = 2, 3$). Primeiro, *grids* “grossos” foram utilizados; posteriormente, usaram-se *grids* mais “finos.” A predominância dos serviços na solução pode ser explicada pelo desempenho superior do setor Serviços tanto na função-objetivo como na restrição de importações. Ou seja, o setor Serviços tem o maior coeficiente de mão-de-obra e o segundo menor coeficiente de importação.²³

3.3 Análise de sensibilidade

Um parâmetro que afeta a solução do modelo é o gasto máximo com insumos importados, s . Para se obter uma noção das alterações causadas por um valor diferente de s , o modelo foi resolvido utilizando-se um valor diferente para o parâmetro, a saber, $s = 68.700$. A solução é:

$$\begin{aligned} k = 2: \quad u_5^* &= u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 7.000 \\ k = 3: \quad u_5^* &= u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 3.000 \end{aligned} \tag{9}$$

O aumento da intervenção do governo na solução ótima reflete o fato, já mencionado, de que o fator limitante da ação do governo é a restrição na importação de insumos produtivos.

Um outro parâmetro que afeta a solução do modelo é o “fator de desconto”, δ . O modelo foi resolvido usando-se um valor diferente para δ , a saber, $\delta = 0,7$. A solução é:

$$\begin{aligned} k = 2: \quad u_5^* &= u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 4.000 \\ k = 3: \quad u_5^* &= u_6^* = u_{17}^* = 0, u_{19}^* = 2.000 \end{aligned} \tag{10}$$

o valor relativamente mais elevado para a intervenção no período 3 resulta da maior importância associada a este período (menor valor para δ).

²²Ver Fonseca (1986).

²³Ibid.

4. Conclusão

O objetivo básico deste trabalho é determinar a estratégia de atuação do setor público que maximiza o total de empregos na economia, dada uma restrição na capacidade de importar. Para atingir este objetivo, utiliza-se um modelo dinâmico relacionando as produções setoriais com os aumentos da demanda final do governo e das empresas públicas. Na solução do modelo, são utilizados dados intersetoriais para o ano de 1975. Por outro lado, o método de solução é derivado da programação dinâmica.

Os resultados mostram que o setor Serviços é um setor estratégico na economia brasileira. Ou seja, dada a restrição na capacidade de importar, um aumento da produção final do setor Serviços causa os maiores efeitos totais (isto é, diretos e indiretos) na geração de empregos. Particularmente, estes efeitos causados pela expansão dos Serviços são maiores que aqueles correspondentes aos setores produtores de bens de capital (e bens duráveis de consumo) e Construção civil.

Caso uma estratégia de governo com ênfase em Serviços seja adotada, e levando-se em conta as tremendas deficiências existentes nesta área, tal estratégia implicaria muito provavelmente um importante salto qualitativo na estrutura sócio-econômica do país. Além disso, no atual contexto de liberalização política, estratégias voltadas para a melhoria do padrão de vida da maior parte da população são inevitáveis. Neste trabalho, mostra-se que tais estratégias seriam não apenas soluções para problemas políticos, mas também para problemas econômicos.

(Anexo 1)

Classificação setorial

1. Agropecuária.
2. Mineração.
3. Minerais não-metálicos
4. Metalurgia.
5. Mecânica.
6. Material elétrico.
7. Material de transporte.
8. Madeira e mobiliário.
9. Papel e papelão.
10. Borracha.
11. Química.
12. Têxtil.
13. Vestuário e calçados.
14. Produtos alimentares e bebidas.
15. Diversos.
16. Energia, água e saneamento.
17. Construção civil.
18. Transporte e margem de comércio.
19. Serviços.

(Anexo 2)

Solução do modelo pela programação dinâmica

A programação dinâmica é um método de solução de problemas de otimização dinâmicos na forma discreta. Este método é representado pelas “equações fundamentais” da programação dinâmica, derivadas do “princípio de otimalidade” de Bellman. Definindo-se o funcional $G_N(x_1)$ como:

$$G_N(x_1) = \underset{u_1, \dots, u_N}{\text{mínimo}} \left\{ g(x_1, \dots, x_N, u_1, \dots, u_N) \right\}$$

que depende de N , o número total de períodos, e de x_1 , a condição inicial do problema, a primeira equação fundamental pode ser representada como:

$$G_N(x_1) = \underset{u_1}{\text{mínimo}} \left\{ g_1(x_1, u_1) + G_{N-1}(x_2) \right\}$$

onde $G_{N-1}(x_2)$ é o funcional correspondente ao segundo período do problema. O funcional que sempre pode ser calculado, seja analiticamente ou numericamente, é:

$$G_1(x_N) = \underset{u_N}{\text{mínimo}} \left\{ g_N(x_N, u_N) \right\}$$

Esta é a segunda equação fundamental. Dadas as equações fundamentais, a solução é obtida “recursivamente”, isto é, começando pelo período N e movendo-se um período de cada vez até atingir o período 1.

Na solução do modelo do item 2, os seguintes funcionais são utilizados:

$$G_1(x_N) = (w'x_N)(1 + \delta)^{-N}$$

$$\tilde{G}_2(x_{N-1}) = \max_{u_N} (w'x_{N-1})(1 + \delta)^{-(N-1)} + G_1(x_N)$$

onde:

$$x_N = x_N(x_{N-1}, u_N)$$

...

$$G_N(x_1) = \max_{u_2} (w'x_1)(1 + \delta)^{-1} + G_{N-1}(x_2)$$

onde:

$$x_2 = x_2(x_1, u_2)$$

Além disso, numa solução *numérica*, constroem-se *grids* para os vetores x_k^* e u_k^* . A solução é então calculada recursivamente, obtendo-se primeiro u_N^* , x_N^* e G_2^* , depois, u_{N-1}^* , x_{N-1}^* e G_3^* , etc., até obter-se u_2^* , x_2^* e G_N^* .

Abstract

In this work, an economic model of optimization, with several sectors and dynamic, is used in economic planning analysis. Making use of intersectoral analysis and optimum control theory, one obtains strategies for the Public sector which optimize an objective function for a given time interval and given a set of constraints. The results show that the Service sector is a strategic sector for the Brazilian economy, that is, a sector that maximizes employment creation given import restrictions.

Referências bibliográficas

Athans, Michael & Falb, Peter L. *Optimal control*. New York, McGraw-Hill, 1966.

Baer, Werner; Fonseca, Manuel A.R. & Guilhoto, Joaquim J.M. Structural changes in Brazil's industrial economy, 1960-1980. *World Development*, 15(2), 1987.

Bellman, Richard E. *Dynamic Programming*. Princeton, Princeton University Press, 1957.

——— & Kalaba, Robert. *Dynamic programming and modern control theory*. New York, Academic Press, 1965.

Dano, Sven. *Nonlinear and dynamic programming*. Vienna, Springer-Verlag, 1975.

Fonseca, Manuel Alcino R. da. An intersectoral model of planning for the Brazilian economy: an application of optimal control theory. Tese de doutorado. Universidade de Illinois, Departamento de Economia, 1986.

——— & Guilhoto, Joaquim José M. Simulations of government policies in the Brazilian economy: intersectoral flows and income distribution. USP, Fipe, 1986. (Trabalho para Discussão Interna, n. 12/86.)

——— & ———. Uma análise dos efeitos econômicos de estratégias setoriais. *Revista Brasileira de Economia*, 41(1):81-98, jan./mar. 1987.

——— & Lopes, Carlos Magno M. Towards an employment policy: optimal control theory and input-output analysis as instruments to planning. *Revista de Econometria*, 4(1), 1984.

Gopal, M. *Modern control system theory*. New Delhi, John Wiley, 1984.

Guilhoto, Joaquim José M. A model for economic planning and analysis for the Brazilian economy. Tese de doutorado. Universidade de Illinois, Departamento de Economia, 1986.

Hewings, G.J.D. Trade, structure and linkages in developing and regional economics. *Journal of Development Economics*, 11, 1982.

Jacobs, O.L.R. *An introduction to dynamic programming*. London, Chapman & Hall, 1967.

———. *Introduction to control theory*. Oxford, Clarendon Press, 1974.

Leontief, Wassily W. *The structure of the American economy; 1919-1939*. 2. ed. New York, Oxford University Press, 1966.

Miyazawa, Kenichi. Foreign trade multiplier, input-output analysis and the Consumption function. *Quarterly Journal of Economics*, 74(1/2), 1960.

———. *Input-output analysis and the structure of income distribution*. Berlim, Springer-Verlag, 1976.

Nemhauser, George L. *Introduction to dynamic programming*. New York, John Wiley, 1966.

Pyatt G. & Roe, A. *Social accounting for development planning*. Cambridge, Cambridge University Press, 1977.

Samuelson, Paul A. Interactions between the multiplier analysis and the principles of acceleration. *Review of Economic Statistics*, May, 1939.

Tinbergen, J. & Bos, H. *Modelos matemáticos del crecimiento Económico*. Madrid, Aguillar, 1966.