

Efeitos de tamanho da sala no desempenho dos alunos: Evidências usando regressões descontínuas no Brasil

IEDA RODRIGUES MATAVELLI^{*}
NAERCIO AQUINO MENEZES FILHO[†]

Sumário

1. Introdução	352
2. Metodologia.....	359
3. Dados e Análise Descriptiva.....	364
4. Resultados.....	368
5. Evidências para Minas Gerais e Santa Catarina..	377
6. Conclusão.....	385
Apêndice A.	388
Apêndice B.	401

Palavras-chave

tamanho da sala, notas dos alunos, regressão descontínua

JEL Codes

C26, C36, I21, I26, I28



Resumo • Abstract

Este estudo utiliza a metodologia de regressão descontínua *fuzzy*, considerando o tamanho da sala preido pela função de Maimonides (Angrist & Lavy, 1999) como instrumento para o tamanho da sala observado, para avaliar o impacto de políticas públicas que estipulem um número máximo de alunos por turma no Brasil. Em particular, foram analisados os efeitos de resoluções e portarias municipal e estadual de São Paulo, Minas Gerais e Santa Catarina sobre as notas de alunos do 5º e 9º ano na Prova Brasil 2015. Os resultados mostram que não existam evidências estatisticamente significantes de que o tamanho da sala tenha impacto nas notas dos alunos. As análises de robustez performadas também concluem não haver efeito.

1. Introdução

Em decorrência da inversão da pirâmide demográfica e a consequente queda das matrículas do ensino básico no Brasil, uma potencial medida de política pública é limitar o número de alunos por sala de aula. Nesse contexto, o objetivo principal deste estudo é avaliar o impacto dessas políticas nas notas em Matemática e Português da Prova Brasil de alunos do 5º ano da rede municipal da cidade de São Paulo e 9º ano estadual de todo o estado de São Paulo. Além de ser um importante assunto a

*University of British Columbia, Vancouver School of Economics. 6000 Iona Drive, Vancouver, British Columbia, Canadá.
 0000-0003-2912-8641

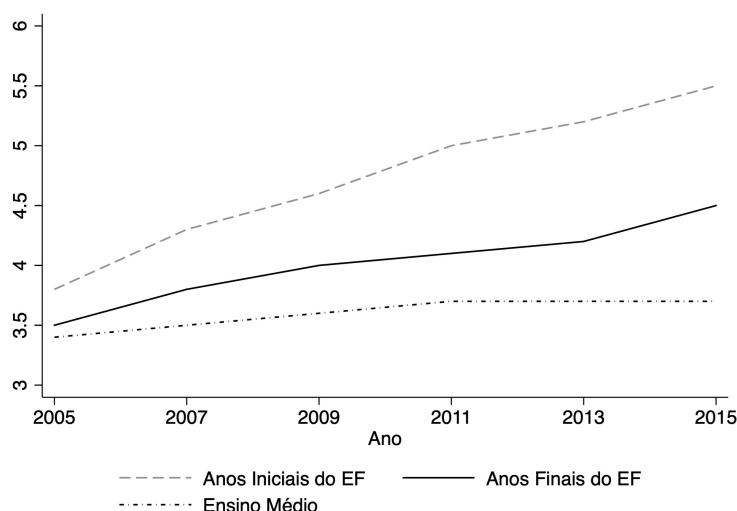
[†]Insper, Cátedra Ruth Cardoso; e Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade(USP/FEA). Av. Prof. Luciano Gualberto, 908, Butantã, São Paulo, SP, CEP 05508-010, Brasil. 0000-0003-1241-6188

iedarmatavelli@gmail.com naercioamf@insper.edu.br

ser discutido do ponto de vista acadêmico, esta temática tem grande relevância no debate sobre políticas educacionais no Brasil.

O Brasil, apesar de ser a 9^a maior economia do mundo (FMI, 2015), ainda precisa de melhorias significativas na qualidade do ensino público para se equiparar a países de seu porte econômico em termos de qualidade da educação. No último teste PISA,¹ em 2015, o país figurou entre as seis últimas posições em Matemática, oito últimas em Ciências e doze últimas em leitura, de um total de 72 países. O Brasil ficou à frente apenas de países como Kosovo, Algéria e República Dominicana. Além disso, desde 2006, não houve melhorias nos desempenhos em ciências e leitura.

No contexto interno, indicadores de qualidade da educação mostram uma melhora na educação básica, mas que difere consideravelmente entre os ciclos de ensino, como observado na *Figura 1*. Os primeiros anos do Ensino Fundamental apresentaram maior progresso, aumentando cerca de 44% entre 2005 e 2015 (de 3,8 para 5,5). Já nos anos finais, esse aumento foi de 28% (de 3,5 para 4,5). No Ensino Médio, por outro lado, o indicador avançou muito pouco entre 2005 e 2011, estagnando-se nos anos subsequentes.



Fonte: Inep. Elaboração Própria.

Figura 1. Evolução do Ideb² por ciclos de ensino – 2005 a 2015.

¹ Programme for International Student Assessment, aplicado trienalmente pela OCDE (Organização da Cooperação e Desenvolvimento Econômico).

²O Ideb é um índice desenvolvido pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) para mensurar a qualidade do ensino público. Consiste numa ponderação entre a taxa de aprovação e as médias de desempenho nos exames padronizados aplicados pelo INEP.

Uma oportunidade para se recuperar o atraso educacional do país é o atual processo de inversão da pirâmide etária ([Figura 2](#)). Esse processo levará a uma queda das matrículas do ensino básico, tendência que já pode ser observada para o ensino fundamental de escolas estaduais e municipais desde 2003 ([Figura 3](#)).

Nesse contexto de diminuição das matrículas, o menor número de alunos pode ser visto como uma oportunidade para que os governos invistam em políticas públicas que visem melhorar a qualidade do ensino público. Uma potencial medida seria reduzir, ou limitar, o número de alunos por sala de aula. Políticas que determinam um número máximo de alunos por sala estão amplamente presentes nos países, como ficará claro na seção de Revisão de Literatura.

No Brasil, a Câmara dos Deputados aprovou em 2012 um Projeto de Lei que limita a 25 alunos por sala nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a 35 nos anos finais e Ensino Médio. O Projeto ainda deve ser aprovado pelo senado para que entre em vigor. Entretanto, mesmo que isso não ocorra, já existem diversas leis, resoluções e portarias estaduais ou municipais que estipulam um valor máximo de alunos por turma para as respectivas redes estaduais e municipais de ensino.³

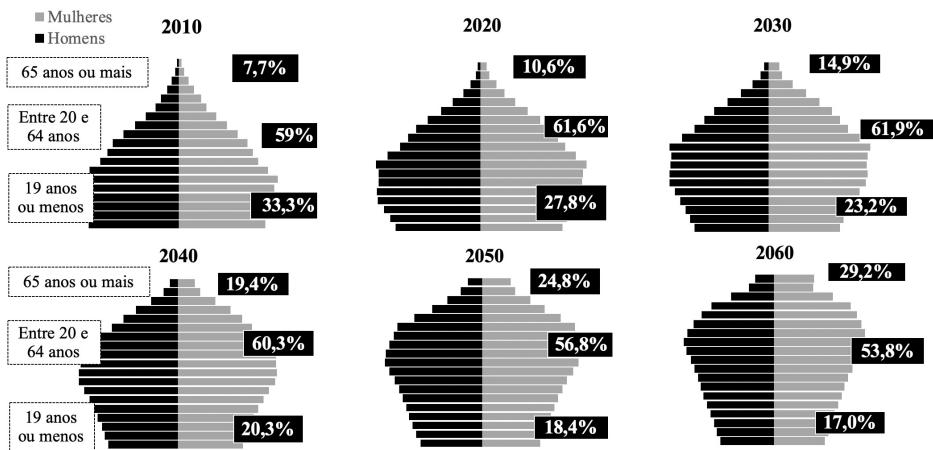
Em particular, o objetivo principal desta dissertação é avaliar os efeitos de uma portaria municipal da cidade de São Paulo e uma resolução estadual de São Paulo que estabelece um número máximo de 35 alunos por turma nos respectivos 5º e 9º ano do Ensino Fundamental sobre as notas dos alunos dessas séries em Matemática e Português na Prova Brasil. Os resultados serão primeiramente estimados para São Paulo por este ser o estado que mais perderá população em idade escolar com a transição demográfica.⁴ A princípio, analisar-se-á o 5º ano da rede municipal da cidade de São Paulo, e não estadual, uma vez que a maioria dos alunos desse ano escolar estudam em escolas municipais. Já no 9º ano do estado de São Paulo, a maioria das escolas pertencem ao regime estadual, e por isso estas serão nosso objeto de análise.⁵

Para conseguir isolar o efeito causal de interesse, serão empregadas técnicas de regressão descontínua *fuzzy*, seguindo a abordagem de [Angrist e Lavy \(1999\)](#). A ideia é utilizar a regra de Maimonides proposta pelos autores, que calcula o tamanho predito da sala caso o máximo estabelecido pela respectiva portaria ou resolução fosse perfeitamente seguido pelas escolas, como instrumento para o tamanho da sala

³ As seguintes redes de ensino estaduais possuem alguma regulação referente ao número máximo de alunos por turma: São Paulo, Amapá, Minas Gerais, Santa Catarina, Tocantins, Goiás, Mato Grosso, Sergipe, Pará, Maranhão, Pernambuco, Alagoas, Piauí, Paraná e Rio de Janeiro.

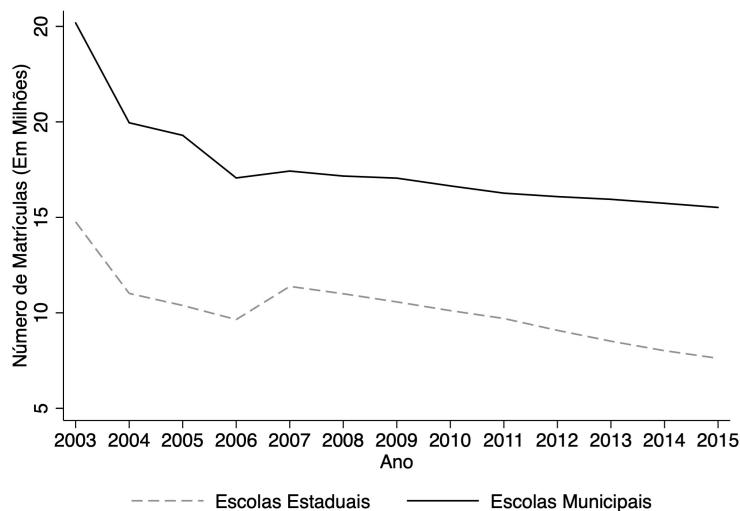
⁴ Segundo projeções do IBGE, espera-se que, de 2018 a 2030, a população em idade escolar do estado de São Paulo reduza-se em cerca de 1,3 milhão de pessoas, seguida por uma queda de cerca de 730 mil pessoas no estado de Minas Gerais.

⁵ De acordo com dados do Censo Escolar 2015, 57,47% dos alunos de 5º ano do estado de São Paulo são de escola municipal e 23,32% de estadual. Por outro lado, no 9º ano, 62,14% dos alunos são de escola estadual e 21,09% municipal.



Fonte: IBGE. Elaboração Própria.

Figura 2. Projeção da pirâmide etária do Brasil por gênero e faixa etária.



Fonte: Censo Escolar. Elaboração Própria.

Figura 3. Evolução do Total de Matrículas do Ensino Fundamental – Escolas Estaduais e Municipais.

realizado numa equação de primeiro estágio. Depois, no segundo estágio, estima-se o efeito sobre as notas dos alunos.

Os resultados mostram que não há impactos estatisticamente significantes com o aumento do tamanho da sala nas notas dos alunos, tanto para a amostra toda como ao redor de cada um dos múltiplos pontos de corte analisados. Visando trazer maior validade externa, o efeito de interesse foi estimado para outras redes de ensino (5º e 9º ano estadual de Minas Gerais e Santa Catarina), obtendo-se a mesma conclusão. As análises de robustez performadas também concluem não haver efeitos.

No Brasil, apenas o estudo de Oliveira (2010) avalia o impacto do tamanho da sala nas notas dos alunos para o Brasil todo, concluindo que há um efeito negativo. Entretanto, os autores o fazem utilizando dados do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), que consiste numa pesquisa amostral, além de utilizar a metodologia de *propensity score matching*. Portanto, este estudo possui duas grandes contribuições para a literatura nacional no tema: a principal consiste em utilizar técnicas de regressão descontínua, que é mais transparente e exige hipóteses mais fracas do que a empregada por Oliveira (2010) para estimar o efeito causal de interesse; a segunda é utilizar a avaliação censitária Prova Brasil, permitindo encontrar os efeitos por estado.

Este estudo está divido da seguinte forma: a seção 2 descreve os métodos empregados; a seção 3 descreve os dados utilizados e faz uma análise descritiva da amostra. A seção 4 expõe os resultados encontrados para São Paulo e a seção 5, para Minas Gerais e Santa Catarina.

1.1 Revisão de Literatura

O debate sobre o efeito do tamanho da sala no desempenho dos alunos se intensificou com a implementação do projeto STAR (Student/Teacher Achievement Ratio) em Connecticut, nos Estados Unidos, onde alunos e professores foram aleatoriamente alocados a salas de tamanhos distintos. Vários artigos utilizaram dados desse projeto para verificar se há uma relação causal entre número de alunos numa classe e notas, encontrando que estudantes em classes menores desempenhavam melhor em matemática e leitura do que aqueles em classes de tamanho regular (Finn & Achilles, 1990; Folger e Breda (1989) e Word et al. (1990)).

Ainda avaliando o projeto STAR, Krueger (1999) concluiu que as notas dos alunos aumentaram 4 percentis no primeiro ano em que foram realocados para classes menores e que continuaram a aumentar cerca de 1 percentil em cada ano subsequente. Krueger e Whitmore (2001), a fim de analisar os efeitos de longo prazo do projeto, acompanharam os alunos participantes e verificaram que aqueles que foram alocados para salas menores no ensino fundamental tinham maior probabilidade de frequentar uma universidade no futuro.

Também com dados dos Estados Unidos, há evidências de que exista uma relação positiva entre redução do tamanho das salas e desempenho dos alunos nas

séries iniciais do ensino fundamental ([Jepsen & Rivkin, 2009](#)). Porém, argumentam que uma questão importante a se analisar é se os benefícios do programa compensam seu alto custo de implementação.

Em outros países, [Angrist e Lavy \(1999\)](#), com dados de estudantes de 4^a e 5^a séries de Israel e aplicando a metodologia de regressão descontínua, encontraram um resultado negativo entre maior tamanho da sala e desempenho nos exames de matemática e interpretação de textos. Entretanto, em trabalho recente, [Angrist, Lavy, Leder-Luis, e Shany \(2017\)](#) mostram que existem evidências de manipulação nas matrícululas totais utilizadas no artigo de 1999, de modo que as conclusões obtidas não estariam válidas. Por isso, nesse último os autores constroem uma nova variável de matrícula, baseando-se na data de nascimento dos alunos. Os autores concluem que não há efeito estatisticamente significante do tamanho da sala nas notas dos alunos em matemática e interpretação de textos.

Aplicando também a metodologia de regressão descontínua, [Sapelli e Illanes \(2016\)](#) mostram que há um efeito negativo do aumento do tamanho da sala no desempenho, mas que esse efeito pode ser ofuscado pelo impacto também negativo de um professor dando aula em universidade pela primeira vez.

Na Itália, o efeito exógeno de um aumento no tamanho da sala piora significativamente o desempenho em matemática, enquanto não afeta o desempenho em línguas ([De Paola, Ponzo, & Scoppa, 2013](#)). Na mesma linha, na Colômbia há evidências de que um aluno a mais em sala diminui, em média, 2,4 pontos no exame de matemática dos demais alunos ([Breton, 2014](#)).

Entretanto, não há um consenso na literatura de que exista efeito significante do tamanho da sala no desempenho dos alunos. Segundo [Hoxby \(2000\)](#), baseado num experimento em escolas de Connecticut, diminuir o tamanho das salas não impacta o desempenho dos alunos. A autora argumenta que o problema de variável omitida e endogeneidade geralmente presentes nos demais estudos sobre o tema são muito menos prováveis de ocorrer neste caso, pois a variação no tamanho da sala é exógena (não é afetada pela decisão dos pais por exemplo) e os participantes não sabem que estão sendo avaliados.

Com dados do UTD Texas School Project, [Rivkin, Hanushek, e Kain \(2005\)](#) encontram evidências de que a qualidade dos professores, mais do que a redução no tamanho da sala, impacta positivamente o desempenho dos alunos em matemática e interpretação de textos. Da mesma forma, [Funkhouser \(2009\)](#) conclui que há um efeito muito pequeno de reduzir as salas de aula na pré-escola no desempenho nas provas da 2^a série, especialmente quando comparado a outros determinantes da nota.

Na Noruega, [Leuven, Oosterbeek, e Rønning \(2008\)](#) aplicam a mesma metodologia de [Angrist e Lavy \(1999\)](#), encontrando resultados diferentes. O estudo conclui que não há efeitos significantes da redução do tamanho das salas de 5º a 9º anos do ensino fundamental no desempenho dos alunos em testes aplicados no 9º ano. Os

resultados se mantêm para escolas com diferentes características, como background socioeconômico dos alunos e currículo de professores.

Esses resultados contraditórios podem ser atribuídos a possíveis problemas econométricos como endogeneidade, o que dificulta recuperar o efeito causal do tamanho da sala na performance dos alunos. Por exemplo, melhores professores podem ser designados a salas maiores ou alunos com menos habilidades podem ser alocados a salas menores (De Paola et al., 2013).

Além disso, a falta de consenso na literatura pode ser explicada pelo fato de que a adição de um aluno afeta o desempenho dos demais via dois fatores, que possivelmente agem em sentidos opostos: o tamanho da sala e o efeito par (ou *peer effect*). O primeiro afeta o desempenho negativamente por diminuir a razão professor/aluno (efeito conhecido como “*teacher resource*”) e/ou por levar a problemas relacionados à disciplina da turma (conhecido como “*crowding effect*”). Por outro lado, espera-se que o efeito de introduzir um aluno a mais na sala (efeito par) possa gerar externalidades positivas ou negativas.

1.2 Contexto Institucional

No Brasil, ainda não há uma legislação nacional em vigor que limite o número de alunos por sala no ensino básico, tanto no privado como no público. Entretanto, existe um projeto de lei, aprovado pela Comissão de Educação do Senado em outubro de 2012, que estabelece um máximo de 25 estudantes por sala na pré-escola e nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental e de 35 nos demais anos. Esse projeto ainda estabelece que esses limites possam ser até 20% maiores caso as escolas possuam espaço físico para acomodar tais estudantes.

No estado de São Paulo, a Resolução SE 86, de 28/11/2008, discorre sobre as diretrizes e os procedimentos para atendimento à demanda escolar da rede estadual de ensino. Em particular, o artigo número 2 dessa resolução estabelece que, na média, o número máximo de alunos por turma deve ser de 30 alunos para os anos iniciais do Ensino Fundamental e 35 alunos para os anos finais. A resolução também afirma que “Casos excepcionais deverão ser submetidos à análise da Diretoria de Ensino e à homologação anual da respectiva Coordenadoria.” O Apêndice B contém o artigo 2 dessa resolução.

Já no município de São Paulo, anualmente é lançada uma portaria que apresenta as normas acerca da organização das unidades escolares da rede municipal de ensino. Desde 2009, essa portaria estabelece que as classes do primeiro ano do Ciclo I⁶ do Ensino Fundamental regular devam ser formadas com até 32 alunos e as demais classes do Ensino Fundamental, com até 35 alunos.⁷ O Apêndice B contém o artigo 20

⁶O Ciclo I compreende do 1º ao 5º anos iniciais do ensino fundamental

⁷Em novembro de 2014, a Portaria nº 6.572, de 25 de Novembro de 2014, diminuiu para 33 o número máximo de alunos por turma do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, afirma que será

dessa resolução. A *Tabela 1* expõe os respectivos máximos estabelecidos do 5º e 9º ano das redes estaduais e municipais de São Paulo.

As secretarias estaduais e municipais de educação fiscalizam o cumprimento do número máximo de alunos por turma por meio das respectivas diretorias de ensino, que enviam supervisores para visitarem as escolas. Entretanto, ainda assim existem casos de superlotação das salas. Sobre eles, as secretarias argumentam serem casos excepcionais de escolas em regiões onde não é possível construir outras unidades (como áreas de manancial ou de regularização fundiária); ou mesmo casos em que há alguma determinação judicial para que mais alunos estudem ali.

Além disso, em regiões com grande demanda, evidências anedóticas apontam que é frequente as escolas recusarem alunos por detrimento de recursos físicos para atendê-los, alegando que não há mais vagas no respectivo ano escolar. Quando isso ocorre, os alunos são colocados em lista de espera ou indicados a procurar uma outra unidade escolar mais próxima.

O contexto aqui apresentado também serve como justificativa adicional para o presente trabalho. A existência de uma resolução ou portaria, seu cumprimento, mesmo que imperfeito, e seus efeitos são pontos essenciais na análise de impactos de políticas públicas.

Tabela 1. Número Máximo de Alunos por Turma nas Redes Estadual e Municipal de São Paulo.

Rede de Ensino	Espécie Normativa	Máximo 5º ano	Máximo 9º ano
SP (Municipal)	Portaria nº 4.722, de 16 de Outubro de 2009	35	35
SP (Estadual)	Resolução SE-86, de 28 de Novembro de 2008	30	35

2. Metodologia

Para estimar o impacto do tamanho da sala no desempenho dos alunos, seria ideal que houvesse um experimento aleatório que designasse alunos a salas de aula de tamanhos diferentes. Entretanto, na ausência de um experimento, as metodologias que buscam replicá-lo da maneira mais próxima possível, chamadas de métodos quase-experimentais, podem ser utilizadas para recuperar o efeito causal de interesse. Dentre elas,⁸ o método de desenhos de regressão descontínua (ou RDD, do inglês *Regression Discontinuity Design*) é o mais crível e transparente para encontrar o efeito de programas ou políticas (Lee & Lemieux, 2010). Sob determinadas condições

uma medida gradual. Por isso, nos dados de 2015 analisados ainda não existem evidências de que essa nova portaria esteja sendo seguida.

⁸Outras metodologias quase-experimentais seriam diferenças em diferenças, variáveis instrumentais, *propensity score matching*.

detalhadas nas próximas sub-seções, esse método é capaz de isolar o efeito do tratamento de maneira tão boa quanto se ele tivesse sido aleatorizado.

O uso de RDD se aplica a dois cenários distintos: o primeiro, conhecido como *sharp* RDD, é quando o tratamento de interesse é uma função determinística e descontínua de uma dada variável (chamada de *running variable*); o segundo, conhecido como *fuzzy* RDD, ocorre quando há uma descontinuidade no valor esperado ou na probabilidade do tratamento condicional à *running variable*. No presente estudo, o valor esperado do tamanho da sala (variável de tratamento) é uma função descontínua do total de alunos matriculados (*running variable*), consistindo num *fuzzy* RDD.

Dadas as regras expostas na seção anterior que estipulam em 35 o número máximo de alunos por sala no 5º ano municipal e 9º ano estadual de São Paulo, as escolas devem ajustar a quantidade de alunos por turma condicional ao total de matrículas. Isso implica que, considerando que a regra seja seguida, se houver 36 alunos matriculados, seriam formadas duas salas com 18 alunos em cada uma. Dessa forma, haveria uma descontinuidade no tamanho da sala (de uma para duas salas) no exato ponto em que a matrícula total aumenta de 35 para 36. Se não existir nenhuma outra característica que também seja descontínua nesse ponto, então alunos em salas com 35 pessoas seriam um bom contrafactual para alunos em salas com 18 estudantes. Por esse raciocínio, a descontinuidade ocorrerá em quaisquer valores de matrícula total que sejam múltiplos de 35.

Como essas determinações não são perfeitamente seguidas pelas escolas, trata-se de um *fuzzy* RDD. A ideia é utilizar o tamanho da sala predito pela respectiva regra como instrumento para o tamanho da sala realizado. Nesse contexto, o objetivo deste estudo é comparar o desempenho na Prova Brasil em português e matemática de alunos que estejam em salas de aula com número de alunos à esquerda e à direita da regra (ou múltiplos dela) de tamanho máximo da sala.

2.1 Regressão Descontínua Fuzzy

Seguindo [Angrist e Pischke \(2008\)](#), o RDD *fuzzy* explora descontinuidades na probabilidade ou no valor esperado do tratamento condicional a uma covariada. A própria descontinuidade se torna uma variável instrumental para o status de tratamento, em vez de determiná-lo de maneira compulsória. Há, então, um salto na probabilidade de tratamento. Formalmente, definindo D_i como a variável binária que denota o tratamento (sendo igual a 1 se tratado e 0 caso contrário); x_i como sendo a *running variable* e c_1 o ponto de corte, tem-se que:

$$P(D_i = 1 | x_i) = \begin{cases} g_0(x_i), & \text{se } x_i \leq c_1 \\ g_1(x_i), & \text{se } x_i > c_1 \end{cases},$$

onde $g_0(x_i)$ e $g_1(x_i)$ podem ser quaisquer polinômios de ordem p desde que sejam diferentes ao redor de c_1 .

Desse modo, a relação entre a probabilidade de tratamento e x_i pode ser escrita por:

$$\mathbb{E}(D_i = 1 | x_i) = P(D_i = 1 | x_i) = g_0(x_i) + [g_1(x_i) - g_0(x_i)]T_i, \quad (1)$$

onde

$$T_i = 1(x_i \geq c_1),$$

em que a variável binária T_i indica o ponto onde $\mathbb{E}(D_i = 1 | x_i)$ é descontínua.

O RDD *fuzzy* pode ser naturalmente estimado por Mínimos Quadrados em 2 Estágios (MQ2E), em que a equação (1) é o primeiro estágio de interesse, com T_i funcionando como um instrumento para o tratamento D_i . O segundo estágio é então dado por uma regressão de uma variável dependente Y_i no valor estimado de $\mathbb{E}(D_i = 1 | x_i)$, controlando por funções da *running variable* x_i . Formalmente, o efeito de interesse é calculado por:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathbb{E}[Y_i | c_1 < x_i < c_1 + h] - \mathbb{E}[Y_i | c_1 - h < x_i < c_1]}{\mathbb{E}[D_i | c_1 < x_i < c_1 + h] - \mathbb{E}[D_i | c_1 - h < x_i < c_1]} = \rho.$$

Nesse caso, sendo T_i um instrumento binário para o tratamento D_i numa h -vizinhança de c_1 , o estimador acima consiste no conhecido estimador de Wald. [Hahn, Todd, e Van der Klaauw \(2001\)](#) foram os primeiros a interpretá-lo no caso do RDD *fuzzy* como o efeito do tratamento sobre os *compliers*. Nesse contexto, os *compliers* são indivíduos tratados somente por estarem à direita do ponto de corte ($x_i \geq c_1$), e que não o seriam caso contrário.

Assim como é importante a existência de um forte primeiro estágio na metodologia de variáveis instrumentais, no RDD *fuzzy* é igualmente importante verificar que existe uma descontinuidade na relação entre D_i e x_i . Além disso, há ainda uma hipótese fundamental para a validade dos resultados de RDD, seguindo [Lee e Lemieux \(2010\)](#):

Hipótese 1 (H1). *Aleatorização local: se os agentes possuem controle impreciso sobre a running variable x_i , então o tratamento é tão bom quanto se fosse aleatorizado ao redor do ponto de corte c_1 .*

A hipótese acima pode ser testada por meio da análise da densidade da *running variable*, como proposto por [McCrory \(2008\)](#) e explicado na sub-seção de validação dos resultados. Se H1 for válida, a principal implicação é que se pode testar se as covariadas definidas pré tratamento são iguais entre os grupos tratado e controle para verificar se o experimento foi bem feito.⁹ No caso do RDD, consiste em verificar se as covariadas entre indivíduos à direita do ponto de corte são iguais às de indivíduos à esquerda, dentro de uma dada janela. Em outras palavras, as covariadas não devem apresentar nenhuma descontinuidade ao redor do ponto de corte.

⁹A ideia é análoga a testar o balanceamento, em termos de variáveis observadas, entre o grupo tratado e controle num experimento aleatório.

2.1.1 Regressão Descontínua fuzzy aplicada ao tamanho da sala

No presente estudo, o RDD *fuzzy* é generalizado em dois aspectos com relação ao que foi exposto anteriormente. Primeiro, a variável de tratamento — o tamanho da sala — assume diversos valores, de modo que a descontinuidade no ponto de corte em questão leva a saltos no valor esperado do tamanho da sala, e não na probabilidade. Além disso, como a *running variable* são as matrículas totais, trata-se de um caso em que há múltiplos pontos de corte.

Desse modo, o tamanho predito da sala na escola e no ano escolar a , caso a regra seja estritamente seguida, é dado por uma regra análoga à de Maimonides, primeiramente desenvolvida por [Angrist e Lavy \(1999\)](#):

$$\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea} = \frac{\text{Matrícula}_{ea}}{\text{int}\left(\frac{\text{Matrícula}_{ea} - 1}{\text{Máximo Estabelecido}_a}\right) + 1}, \quad (2)$$

em que $\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea}$ é o tamanho da classe na escola (e), no ano escolar (a) predito pelo $\text{Máximo Estabelecido}_a$ pela lei ou resolução do respectivo estado no ano escolar (a) (ver [Tabela 1](#)); Matrícula_{ea} é o total de alunos matriculados na escola (e), no ano escolar (a), conforme dados do Censo Escolar 2015; $\text{int}(x)$ é o maior inteiro menor ou igual a x .

Voltando ao exemplo do início desta seção, em que o $\text{Máximo Estabelecido}_a$ era de 35 alunos por sala e considerando Matrícula_{ea} igual a 74 alunos, de modo que $\text{int}((74 - 1)/35) + 1$ é igual a 3, então o $\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea}$ seria igual a 24,67. Isto é, pela regra seriam formadas 3 salas com mesmo tamanho de 24,67 alunos, de modo que o $\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea}$ seja o mesmo para alunos de uma mesma escola (e) e ano escolar (a). Na prática, entretanto, os alunos não são necessariamente designados a salas de mesmo tamanho, o que nem seria possível no caso de se ter 74 alunos matriculados. A seção de análise descritiva explora melhor a distribuição dos alunos entre as salas.

Mesmo que o $\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea}$ não seja um preditor perfeito do tamanho da sala observado, espera-se que haja uma relação entre ambos, que pode ser sintetizada numa equação de primeiro estágio, da forma:

$$\begin{aligned} \text{Tamanho Sala}_{ea} = & \pi_0 + \pi_1 \text{Tamanho da Sala Predito}_{ea} + \pi_2 \text{Matrícula}_{ea} \\ & + \pi_3 \text{Matrícula}_{ea}^2 + \pi_4 X_{iea} + \pi_5 \text{INSE}_e + \mu_{iea}, \end{aligned} \quad (3)$$

onde Tamanho Sala_{ea} é o tamanho médio da sala na escola (e), no ano escolar (a);¹⁰ Matrícula_{ea}^2 são as Matrícula_{ea} ao quadrado; X_{iea} são características dos

¹⁰Aqui, é importante ressaltar que não temos acesso ao tamanho da sala observado para cada aluno (i), conforme explicado na seção de Dados, de modo que foi utilizado o tamanho médio da sala para um dado ano escolar e escola como proxy. Portanto, a variável Tamanho Sala_{ea} , assim como o $\text{Tamanho da Sala Predito}_{ea}$ variam somente entre anos escolares e escolas

alunos como raça, sexo e escolaridade dos pais; INSE é do Indicador de Nível Socioeconômico da Escola e calculado pelo INEP;¹¹ μ_{iea} é o termo de erro aleatório. Caso a regra fosse perfeitamente seguida, tanto o coeficiente π_1 como o coeficiente de explicação do modelo, R^2 , seriam iguais a 1.

Conforme visto, o RDD fuzzy pode ser naturalmente estimado por Mínimos Quadrados em Dois Estágios. Logo, para identificar o efeito do tamanho da sala nas notas dos alunos de 5º e 9º anos em Português e Matemática, a equação de interesse pode ser modelada por um segundo estágio:

$$\begin{aligned} Nota_{iea} = \beta_0 + \beta_1 \widehat{Tamanho\ Sala}_{ea} + \beta_2 Matrícula_{ea} + \beta_3 Matrícula_{ea}^2 \\ + \beta_4 X_{iea} + \beta_5 INSE_e + u_{iea}, \quad (4) \end{aligned}$$

em que $Nota_{iea}$ são as respectivas notas padronizadas com média 0 e desvio padrão 1 da Prova Brasil em Português e Matemática do aluno (i), na escola (e) e ano escolar (a); $\widehat{Tamanho\ Sala}_{ea}$ é o tamanho médio da sala estimado pela equação (3); u_{iea} é o termo de erro aleatório, que representa características específicas aos alunos. O parâmetro β_1 capta o efeito de interesse deste estudo. O sinal esperado desse coeficiente é incerto, dada a falta de consenso na literatura sobre os efeitos do tamanho da sala no desempenho dos alunos. Além disso, como se trata de uma estimativa por variáveis instrumentais, é importante ressaltar que o efeito causal dado por β_1 refere-se somente à população de *compliers*. Isto é, a alunos alocados a salas de aula de tamanho menores somente por terem sido afetados pela regra que estabelece um número máximo de alunos por turma.

Primeiramente, as equações (3) e (4) foram estimadas para toda a amostra, seguindo [Angrist e Lavy \(1999\)](#). Essa abordagem é simples e transparente de ser implementada. Num segundo momento, calculou-se o efeito de interesse para cada um dos múltiplos pontos de corte, onde as variáveis explicativas das equações (3) e (4) foram interagidas com um conjunto de variáveis *dummies* que assumiram o valor 1 caso as matrículas totais estivessem do ponto médio abaixo ao ponto médio acima do respectivo ponto de corte, seguindo a abordagem utilizada por [Brollo, Nannicini, Perotti, e Tabellini \(2013\)](#).

Por último, foram estimadas regressões lineares locais com *kernel* retangular,¹² o que significa efetuar uma regressão linear padrão dentro de uma janela h em ambos

¹¹A construção do INSE baseia-se nas respostas dadas pelos alunos aos questionários da Prova Brasil, incluindo medidas de: posse de bens no domicílio, contratação de serviços, renda familiar mensal e escolaridade dos pais. A medida é expressa numa escala contínua com média igual a 50 e desvio padrão igual a 10. Depois, para construir o INSE, são criados 7 níveis distintos: Nível I (medida até 30), Nível II (medida entre 30 e 40), Nível III (medida entre 40 e 50), Nível IV (medida entre 50 e 60), Nível V (medida entre 60 e 70), Nível VI (medida entre 70 e 80), e Nível VII (acima de 80).

¹²[Imbens e Lemieux \(2008\)](#) escrevem que “from a practical point of view, one may just focus on the simple rectangular kernel, but verify the robustness of the results to different choices of bandwidth.” Portanto, este estudo reporta especificações considerando o dobro e o triplo de h como janelas. [Lee e](#)

os lados do(s) ponto(s) de corte. Na prática, consiste em estimar os coeficientes π_1 e β_1 das equações (3) e (4) utilizando como instrumento *dummies* que assumem o valor 1 se os alunos estão à direita de cada um dos respectivos pontos de corte, e 0 caso estejam à esquerda,¹³ somente para observações dentro de h . Neste estudo, a janela ótima h foi calculada por meio do procedimento proposto por [Calonico, Cattaneo, e Titiunik \(2014\)](#), que busca minimizar o erro quadrático médio dos estimadores, a fim de otimizar o *trade off* entre viés e variância.¹⁴

Fazendo uma analogia com a notação da sub-seção anterior:

- *Tamanho Sala* é a variável de tratamento D_i ;
- *Tamanho da Sala Preditivo* é o instrumento T_i ;
- *Matrícula* é a *running variable* x_i ;
- *Nota* é a variável dependente Y_i .

Para valer a hipótese de identificação H1, é preciso verificar se não há manipulação da *running variable* *Matrícula_{ea}* em cada um dos múltiplos pontos de corte, o que será feito via teste de [McCrory \(2008\)](#). Na prática, isso significa que as escolas não podem manipular precisamente o número de matrículas totais ao redor do máximo estabelecido pelas respectivas regras. Validada essa hipótese, pode-se afirmar que, em torno dos pontos de corte, os alunos são designados a salas de aula de tamanhos diferentes de maneira tão boa quanto se eles tivessem sido aleatorizados. Como visto, uma maneira de verificar se essa aleatorização foi bem feita é comparar as covariadas dos alunos à direita e à esquerda dos pontos de corte. Em outras palavras, nenhuma outra covariada deve mostrar uma descontinuidade em torno desses pontos, o que também será testado na seção de Validação dos resultados.

3. Dados e Análise Descritiva

A principal base de dados utilizada neste estudo foi a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc) 2015, mais conhecida como Prova Brasil, criada com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas das redes públicas de ensino fundamental do país. Trata-se de uma avaliação censitária¹⁵ bianual

Lemieux (2010) também argumentam que “While other kernels (triangular, Epanechnikov, etc.) could also be used, the choice of kernel typically has little impact in practice. As a result, the convenience of working with a rectangular kernel compensates for efficiency gains that could be achieved using more sophisticated kernels.”

¹³Regressões lineares locais fornecem uma maneira não paramétrica de estimar consistentemente o efeito tratamento de interesse ([Hahn et al., 2001](#); e [Porter, 2003](#)).

¹⁴O cálculo da janela ótima foi feito utilizando o pacote rdbwselect no software Stata, seguindo as instruções dadas em [Calonico, Cattaneo, Farrell, e Titiunik \(2016\)](#).

¹⁵Apesar de censitária, nem todos os alunos cadastrados no Censo Escolar 2015 fizeram a Prova Brasil, conforme melhor explorado na próxima subseção.

envolvendo os alunos do 5º ano (4ª série) e 9º ano (8ª série) do ensino fundamental regular das escolas públicas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados¹⁶ nos anos/séries avaliados. A Prova Brasil avalia o desempenho escolar em Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas). Na amostra deste estudo, foram considerados alunos do 5º ano de escolas municipais da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de todo o estado de São Paulo que fizeram a Prova Brasil e responderam ao questionário socioeconômico.

As variáveis resposta analisadas foram as respectivas notas dos alunos de 5º e 9º anos em Português e Matemática, que variam de 0 a 500. Além disso, as variáveis explicativas consistem em características dos alunos e o Indicador de Nível Socioeconômico da escola, todas elas disponíveis nos questionários da Prova Brasil. A [Tabela A-1](#) no [Apêndice A](#) descreve todas as variáveis utilizadas.

O tamanho da sala, em número de alunos, só está disponível a nível de aluno no Censo Escolar. Entretanto, somente é possível cruzar o Censo Escolar com a Prova Brasil pelo código da escola, de modo que não é possível identificar qual o tamanho da sala observado para cada aluno. Portanto, esse foi estimado considerando o número médio de alunos por sala para uma dada escola e ano escolar. Essa variável será instrumentalizada, então tal aproximação não representará um erro de medida na equação (4). Para verificar o quanto sensíveis os resultados encontrados são a tal aproximação, será feita uma análise de robustez restringindo a amostra para escolas com diferença de no máximo um aluno aluno entre as turmas.

3.1 Análise Descritiva e Primeiro Estágio

Apesar de censitária, nem todos os alunos cadastrados no Censo Escolar 2015 realizaram a Prova Brasil 2015. No 5º ano municipal da cidade de São Paulo, há 51.271 alunos de 554 escolas cadastrados no Censo Escolar 2015, sendo que 45.091 preencheram a Prova Brasil nesse ano, totalizando uma taxa de participação de 87,9%. Já no 9º ano estadual de São Paulo, essa taxa cai para 79,4%, uma vez que 319.258 alunos de 402.168 cadastrados no Censo Escolar fizeram a Prova Brasil em 2015. O total de escolas no 9º ano era de 3.752.

A [Tabela A-2](#) contém uma análise descritiva das variáveis utilizadas no modelo. O Painel A compara as estatísticas do número médio de alunos por turma, com base no Censo Escolar, com a aproximação pela média do número de alunos por turma com base nas informações da Prova Brasil. Analisando-se descritivamente os dados, percebe-se que, no 5º ano, os valores calculados são muito próximos, tanto na média quanto ao longo da distribuição. No 9º ano, há uma diferença um pouco maior no percentil 10, mas que diminui nos demais. Na média, ambos os valores são muito próximos.

¹⁶Valor baseado nas informações do Censo Escolar 2015.

As escolas que possuem 5º ano municipal na cidade de São Paulo apresentam, na média, 14,6 salas de aula e 75,3 funcionários. No 9º ano estadual de São Paulo, essas medidas são similares, de 13,5 e 68,6 respectivamente. Além disso, o número médio de turmas por escola é de 2,98 no 5º ano e 3,46 no 9º ano. O percentual de professores com alguma pós-graduação (especialização, mestrado ou doutorado) é bem baixo, sendo de 2,8% no 5º ano e um pouco maior, 4,6%, no 9º ano. Com relação ao Indicador de Nível Socioeconômico da Escola, no 5º ano as escolas são bastante homogêneas, uma vez que do percentil 25 ao 90 esse indicador é igual a 4. Já no 9º ano, a variabilidade do INSE é um pouco maior, de modo que o indicador assume o mesmo valor 4 do percentil 50 ao 90.

Tanto no 5º ano municipal como 9º ano estadual de São Paulo, a proporção de homens e mulheres é a mesma, cerca de 50%. No 9º ano, o percentual de alunos que já reprovou em alguma série é um pouco maior do que o dobro verificado no 5º ano, sendo de 20% e 8,9% respectivamente. As notas médias dos alunos em Português e Matemática na Prova Brasil são maiores no 9º ano (250,4 e 253,6 respectivamente) do que no 5º ano (210,3 e 220 respectivamente). A [Tabela A-3](#) mostra a distribuição do número de alunos por sala de aula de acordo com o número de turmas.

Um fator interessante a se analisar é a heterogeneidade das turmas com relação ao número de alunos dentro de uma mesma escola e um mesmo ano escolar. A [Figura 4](#) ilustra essa heterogeneidade, com base no Censo Escolar 2015, mostrando a quantidade de escolas existentes com certo número de turmas e determinada diferença entre o valor máximo e mínimo de alunos por turma para cada ano escolar e respectiva rede de ensino analisada. Tanto no 5º ano como no 9º ano, a maior concentração de escolas possui 3 turmas: 237 de um total de 549 e 963 de um total de 3.751 escolas respectivamente. Além disso, 237 escolas (43% do total) apresentam diferença de até um aluno entre as turmas no 5º ano e 972 (26% do total) no 9º ano, indicando maior homogeneidade com relação ao tamanho da sala no 5º ano municipal do que no 9º ano estadual. Como análise de robustez e para verificar a sensibilidade dos resultados encontrados à aproximação utilizada para o tamanho observado da sala, a amostra será restrita a escolas que tenham no máximo diferença de até um aluno entre as turmas na [seção 4](#).

Uma condição fundamental para a estimação do *fuzzy RDD* é que haja uma forte relação de primeiro estágio. No contexto deste estudo, isso significa que, embora a regra que determine o número máximo de alunos por turma não precise ser perfeitamente seguida pelas escolas, deve haver algum *enforcement* para que isso ocorra. A [Figura 5](#) mostra essa relação, plotando o tamanho médio da sala, em número de alunos, para cada nível de matrícula total, e o tamanho da sala predito pela equação (2). Verifica-se que há uma influência da regra no tamanho realizado, que será formalmente testada numa equação de primeiro estágio na próxima Seção. No 5º ano, essa relação parece mais forte, especialmente no segundo e terceiro pontos. Já no 9º ano, há mais ruído, sendo que no primeiro ponto de corte é onde

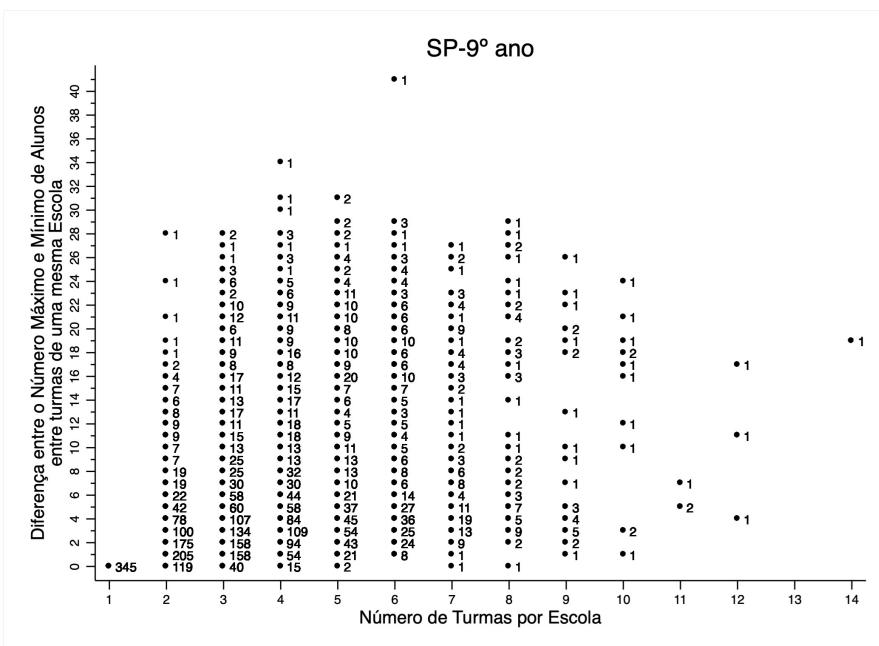
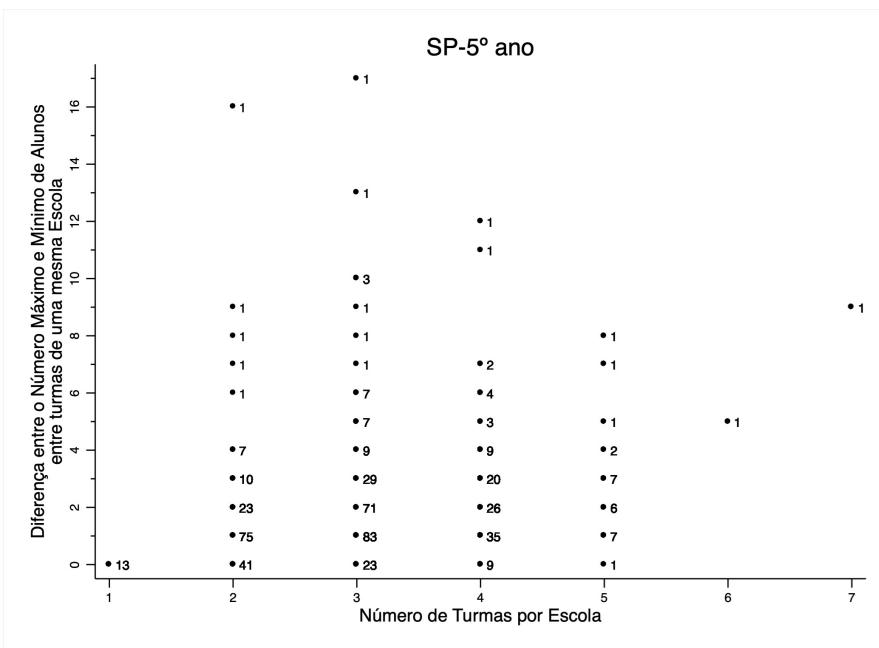


Figura 4. DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE ESCOLAS POR NÚMERO DE TURMAS E DIFERENÇA ENTRE O MÁXIMO E MÍNIMO NÚMERO DE ALUNOS POR TURMA – SÃO PAULO.

Cada valor representa o número de escolas municipais do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de São Paulo em cada intersecção, com base no Censo Escolar 2015. Por exemplo, no 5º ano, há 23 escolas com duas turmas e diferença de dois alunos entre elas. No total, há 549 escolas municipais em São Paulo no 5º ano e 3.751 estaduais no 9º ano.

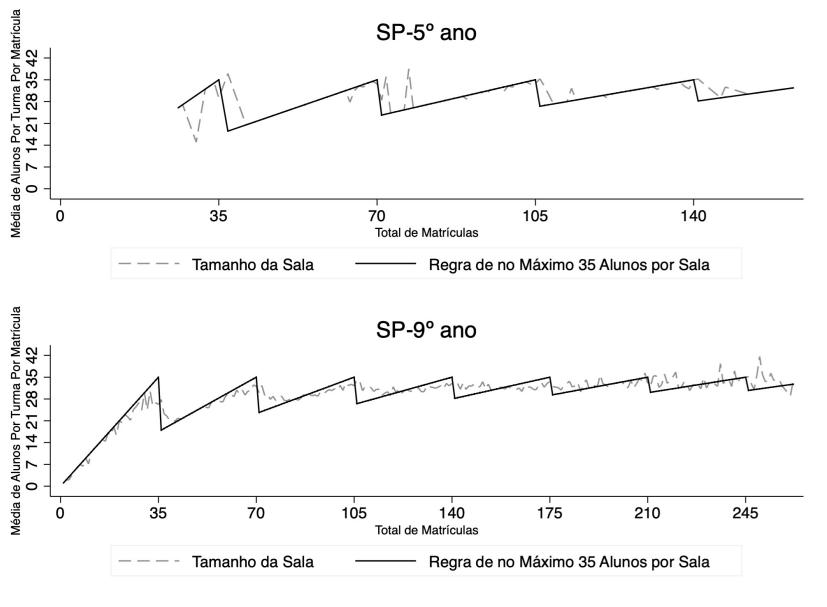


Figura 5. PRIMEIRO ESTÁGIO

Essa figura plota o tamanho médio da sala, em número de alunos, por nível de matrícula, e o tamanho prevido pela regra descrita na equação 2, do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de São Paulo com base no Censo Escolar 2015. Foram plotadas apenas matrículas totais inferiores ao percentil 95.

parece haver maior influência da regra no tamanho realizado. A próxima seção testa formalmente a existência de um primeiro estágio.

4. Resultados

Esta seção inicia descrevendo os resultados do primeiro estágio e da forma reduzida (equação (3)) e do segundo estágio (equação (4)). Para validar os resultados, esta seção também apresenta os testes de McCrary e de balanceamento da amostra ao redor do(s) ponto(s) de corte. Por último, são descritas as especificações que foram usadas como teste de robustez.

4.1 Efeitos do Tamanho da Sala nas Notas dos Alunos

A Tabela 2 apresenta as estimativas de primeiro estágio e forma reduzida (equação (3)). As colunas 1, 3 e 5 apresentam os resultados sem a presença de variáveis de controle. Já as colunas 2, 4 e 6 consideram variáveis de controle como: matrículas totais e matrículas totais ao quadrado; características dos alunos (sexo, raça, escolaridade dos pais e se o aluno já reprovou) e das escolas (número de funcionários, número

de salas de aula e o INSE).¹⁷ Essa tabela mostra os coeficientes estimados do *Tamanho da Sala Preditivo* numa regressão em que a variável dependente corresponde aos títulos das colunas, considerando toda a amostra e pontos de corte, seguindo [Angrist e Lavy \(1999\)](#).

As colunas 1 e 2 correspondem ao coeficiente de primeiro estágio (π_1), ou seja, ao efeito do tamanho da sala predito pela regra no tamanho observado. Tanto no 5º (Painel A) como no 9º ano (Painel B), o coeficiente estimado é positivo e fortemente significante, mas apresenta maior magnitude no 5º ano, confirmando as evidências mostradas pela [Figura 5](#). Conforme esperado, os coeficientes dessas colunas são inferiores à unidade, uma vez que as escolas não seguem perfeitamente a regra estabelecida pelas respectivas Secretarias de Educação. As demais colunas reportam os coeficientes da forma reduzida, indicando que não há efeitos estatisticamente significantes do tamanho da sala predito pela regra nas notas dos alunos.

A [Tabela 3](#) mostra os resultados da estimativa de β_1 da equação (4) por MQ2E. Nela, a variável endógena corresponde ao tamanho médio da sala, que

Tabela 2. Resultados do Primeiro Estágio e Formas Reduzidas.

	Tamanho da Sala		Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
PAINEL A: 5º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,684 *** (0,060)	0,686 *** (0,061)	0,002 (0,003)	0,002 (0,003)	0,003 (0,003)	0,002 (0,003)
Observações	45.089	35.877	41.980	35.867	41.980	35.867
R ²	0,446	0,470	0,002	0,046	0,002	0,062
PAINEL B: 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,212 *** (0,028)	0,205 *** (0,027)	0,001 (0,002)	-0,002 (0,001)	0,001 (0,002)	-0,002 (0,001)
Observações	319.258	264.751	288.312	264.730	288.312	264.730
R ²	0,195	0,215	0,002	0,088	0,001	0,120
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Essa tabela apresenta os efeitos da forma reduzida (estimação de π_1 da equação (3) por MQO) do *Tamanho da Sala Preditivo* no tamanho médio da sala observado e nas notas dos alunos em Matemática e Português. Os coeficientes foram estimados utilizando toda a amostra, seguindo [Angrist e Lavy \(1999\)](#) e [Angrist et al. \(2017\)](#). Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo (Painel A) e do 9º ano estadual (Painel B) de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

¹⁷Foram também estimados modelos sem a inclusão de matrícula e matrícula ao quadrado, mas que não constam nessa versão por questão de espaço. Os resultados variam pouco entre as diferentes especificações.

foi instrumentalizada pelo tamanho predito pela regra, conforme equação (2). Os erros padrão foram clusterizados por escola e foram usadas especificações sem (colunas 1 e 3) e com (colunas 2 e 4) controle de alunos, escola e INSE. As estimativas pontuais e os erros padrão são muito próximos de zero, permitindo-se concluir que não existem evidências estatísticas de que aumentar um aluno na sala tenha efeito nas notas, tanto para o 5º (Painel A) como 9º ano (Painel B).

Para melhor compreender como os efeitos de primeiro e segundo estágio variam individualmente de um ponto de corte a outro, a seção A.2 no Apêndice A expõe esses resultados de duas maneiras: uma que segue Brollo et al. (2013) e outra usando a janela ótima conforme procedimento proposto por Calonico et al. (2014).

É importante ressaltar que os efeitos aqui encontrados são locais em dois sentidos (Brollo et al., 2013). Primeiro, por se tratar de um *fuzzy* RDD, os resultados se aplicam para observações ao redor dos pontos de corte. Em segundo lugar, pela literatura de variáveis instrumentais, sabe-se também que o efeito é estimado somente para a população de *compliers*, isto é, para alunos que foram alocados a salas de aula

Tabela 3. Efeitos do Tamanho da Sala nas Notas dos Alunos.

	Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)
PAINEL A: 5º ANO				
Tamanho Sala	0,003 (0,005)	0,003 (0,004)	0,004 (0,005)	0,003 (0,004)
Observações	41.980	35.867	41.980	35.867
R ²	0,002	0,046	0,002	0,062
PAINEL B: 9º ANO				
Tamanho Sala	0,002 (0,007)	-0,007 (0,006)	0,004 (0,008)	-0,008 (0,007)
Observações	288.312	264.730	288.312	264.730
R ²	0,003	0,086	0,002	0,119
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Essa tabela apresenta as estimativas da equação (4) por Mínimos Quadrados em 2 Estágios (coeficiente β_1 da equação (4)) utilizando toda a amostra. A variável endógena é o tamanho médio da sala, que foi instrumentalizada pelo tamanho predito pela equação (2). Como controle, foram incluídas *dummies* de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconómico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola.

de tamanho menores somente por terem sido afetados pela regra que estabelece um número máximo de alunos por sala.¹⁸

Comparando com a literatura, a conclusão vai ao encontro daquela exposta por Angrist et al. (2017), onde os autores mostram também não existir efeito estatisticamente significante de tamanho da sala no desempenho dos alunos de 4º e 5º ano em Israel. Os resultados também corroboram as evidências encontradas por Hoxby (2000) e Leuven et al. (2008). No Brasil, a conclusão obtida neste estudo contraria aquela reportada em Oliveira (2010), que concluem que há um efeito negativo de aumentar o tamanho da sala nas notas dos alunos. Entretanto, o último estudo citado utiliza a metodologia de *propensity score matching*, que possui hipóteses mais fortes do que a metodologia de RDD fuzzy empregada neste trabalho.

4.2 Validação dos Resultados

A principal hipótese de identificação da metodologia de regressão descontínua, descrita por H1, afirma que, se os agentes não possuem manipulação precisa da *running variable*, então o tratamento é tão bom quanto se fosse aleatorizado ao redor do(s) ponto(s) de corte. Uma vantagem dessa hipótese com relação a de outros métodos quase-experimentais é que ela pode ser formalmente testada. McCrary (2008) desenvolveu um teste que verifica se existem evidências de manipulação. A ideia é que, se os agentes conseguem controlar precisamente a *running variable*, há um salto estatisticamente significante na densidade dessa variável no(s) ponto(s) de corte. Essa análise é feita a partir dos histogramas suavizados com regressões lineares locais em cada um dos lados do(s) ponto(s) de corte. A violação de H1 invalidará os resultados encontrados neste estudo se a manipulação da *running variable* matrículas totais resultar num possível viés de seleção nas redondezas do(s) ponto(s) de corte.

A Figura 6 apresenta os resultados do teste de McCrary (2008)¹⁹ para a amostra total (*pooled*) e também para pontos de corte cujo primeiro estágio foi estatisticamente significante em pelo menos uma especificação apresentada. Analisando essa figura, é possível concluir que não existem evidências de manipulação das matrículas totais ao redor desses pontos de corte. Logo, pode-se dizer, com 95% de confiança, que H1 é válida, ou seja, que a alocação dos alunos entre as salas é tão boa quanto se fosse aleatória ao redor dos pontos de corte.

O segundo passo para validar os resultados encontrados é verificar se, dado que não há manipulação, as características dos indivíduos são iguais em pontos à esquerda e à direita do ponto de corte. Caso realmente os alunos tenham sido

¹⁸ A fim de trazer maior validade externa, a próxima seção descreve os resultados encontrados para outras redes de ensino que também possuem alguma regra que determina um número máximo de alunos por turma.

¹⁹ Foi utilizado o programa DcDensity disponibilizado pelo autor para o cálculos das densidades e intervalos de confiança.

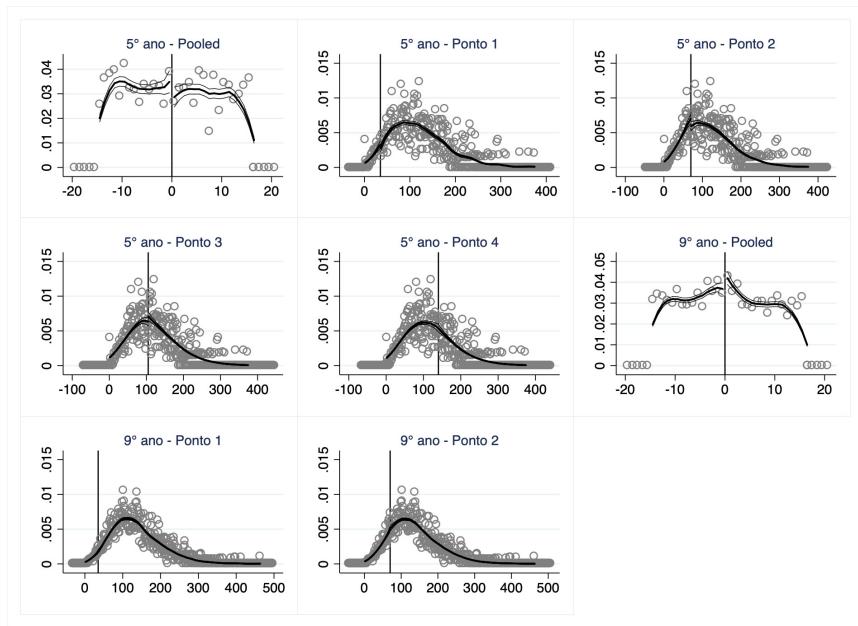


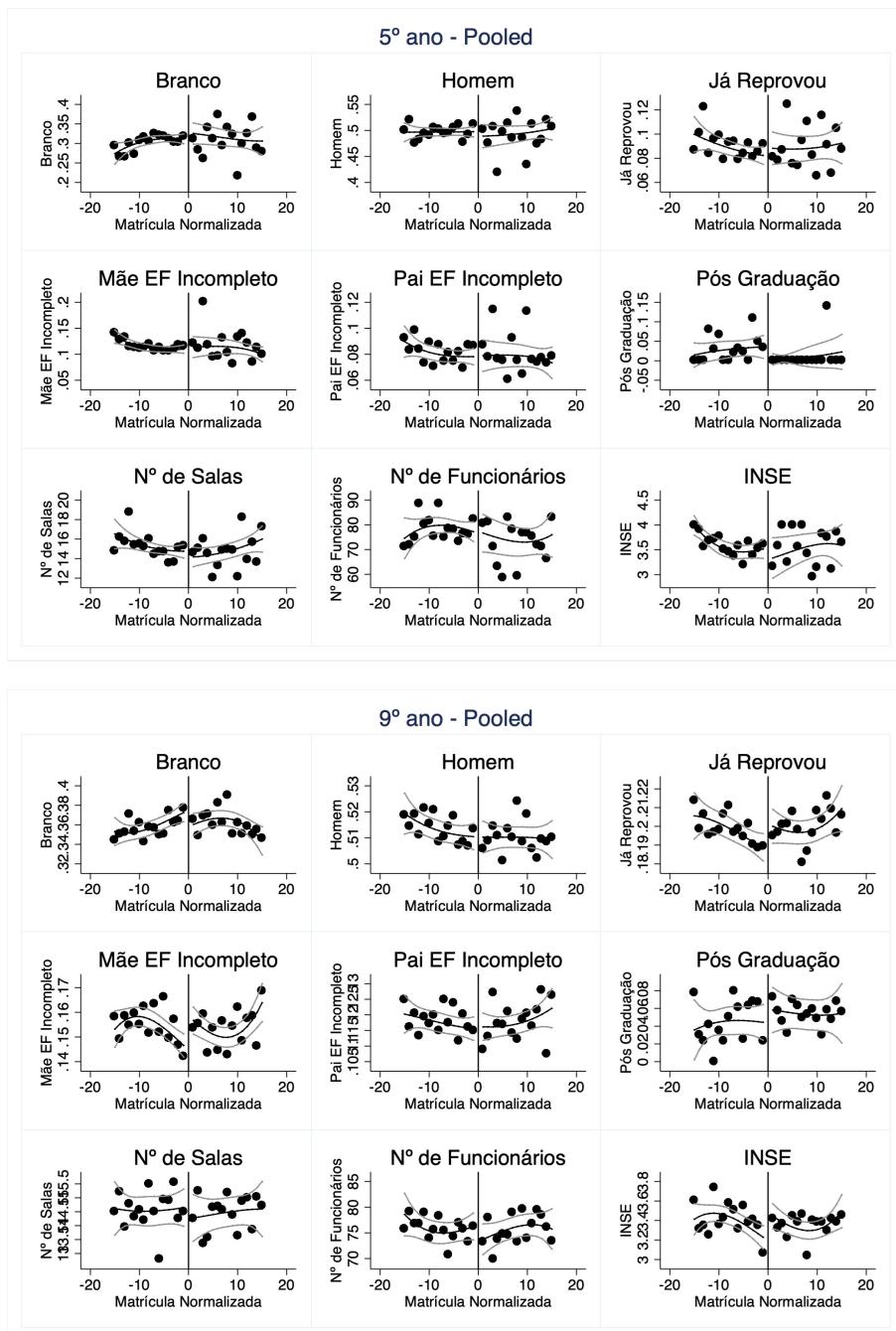
Figura 6. TESTE DE MCCRARY

Essa figura plota as densidades da matrícula total, com dados do Censo Escolar 2015, do 5º ano de escolas municipais da cidade de São Paulo e 9º ano de escolas estaduais de São Paulo. Foi utilizada a abordagem de McCrary (2008) para o cálculo das janelas, erros padrão e densidade. A Figura mostra as descontinuidades com bin de tamanho 1.

alocados de uma maneira tão boa quanto aleatória a salas de aula de tamanho diferentes, espera-se que as características determinadas pré tratamento estejam balanceadas ao redor dos diferentes pontos de corte.

Uma maneira amplamente utilizada em estudos de regressão descontínua para verificar o balanceamento da amostra é por meio da análise gráfica. Espera-se que a *running variable* não apresente descontinuidade numa dada característica determinada pré tratamento no respectivo ponto de corte. Pela Figura 7, verifica-se que não há evidências de descontinuidade em nenhuma covariada para a amostra toda *pooled*. A Figura 8 plota a mesma informação, mas somente para o segundo ponto de corte do 5º ano municipal, uma vez que esse foi o único cujo primeiro estágio se mostrou estatisticamente significante em todas as especificações apresentadas. Pode-se dizer que existem evidências de que as características estejam balanceadas em todos os gráficos.

Para formalmente testar o balanceamento das covariadas ao redor dos pontos de corte, a Tabela 4 reporta estimativas de MQO de uma regressão cuja variável explicativa de interesse é uma *dummy* igual a 1 caso a observação esteja à direita do respectivo ponto de corte e 0 caso contrário, e cuja variável resposta corresponde à cada uma das títulos das colunas. Os coeficientes encontrados corroboram a conclusão obtida por meio da análise gráfica: não existem evidências de desconti-

**Figura 7.** BALANCEAMENTO DAS COVARIADAS NA AMOSTRA TOTAL – ANÁLISE GRÁFICA

Essa figura plota o valor médio de cada covariada determinada pré tratamento em bins de um aluno para a amostra toda *pooled*. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança. Os dados provêm de alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de São Paulo com base no Censo Escolar 2015.

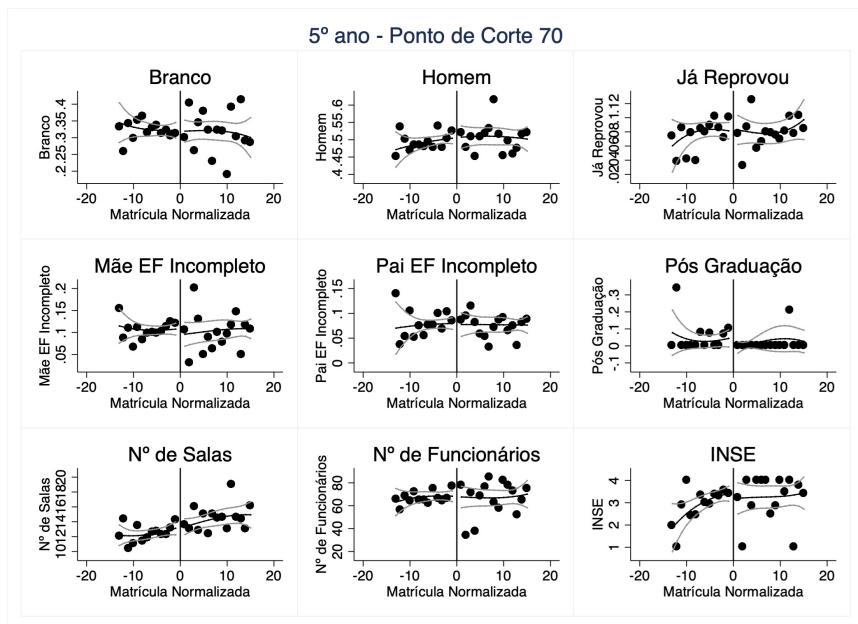


Figura 8. BALANCEAMENTO DAS COVARIADAS NO SEGUNDO PONTO DE CORTE – ANÁLISE GRÁFICA (5º ANO)
Essa figura plota o valor médio de cada covariada determinada pré tratamento em bins de um aluno para a amostra ao redor do segundo ponto de corte para alunos do 5º ano municipal de São Paulo. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança.

nuidade em nenhuma covariada na amostra *pooled* e ao redor do segundo ponto de corte do 5º ano, exceto o INSE que se mostra marginalmente significante no 9º ano. No terceiro e quarto pontos de corte do 5º ano e 9º ano, existem evidências estatisticamente significantes de descontinuidade em algumas variáveis. Entretanto, é possível que isso tenha ocorrido puramente de maneira aleatória, uma vez que se tratam de poucos casos.

4.3 Análise de Robustez

Para verificar a sensibilidade dos resultados encontrados a mudanças na amostra em questão, foram feitas algumas análises de robustez diferentes, cujos resultados estão expostos na Tabela 5. A primeira consiste em restringir a amostra a escolas de turno único²⁰. A ideia é investigar se, dado que não há possibilidade de realocar os alunos a outros turnos para respeitar o máximo estabelecido pelas respectivas secretarias, as escolas recusariam ou acomodariam esses alunos.

No 5º ano municipal, as colunas 1 e 2 do Painel A indicam um primeiro estágio mais forte para escolas de turno único do que aquele reportado para todas as

²⁰No total, 460 escolas no 5º ano e 2976 no 9º ano possuíam um único turno, com base no Censo Escolar 2015 (ou seja, somente ensino matutino ou vespertino).

Tabela 4. Teste de Balanceamento das Covariadas Determinadas Pré Tratamento.

	Branco	Homem	Mãe EF Incompleto	Pai EF Incompleto	Já Reprovado	Pós- Graduação	Nº de Salas	Nº de Funcionários	INSE
5º ANO									
<i>Pooled</i>	0,016 (0,019)	-0,009 (0,015)	0,003 (0,013)	0,001 (0,009)	0,007 (0,010)	-0,033 (0,025)	-0,619 (0,851)	0,687 (5,573)	-0,237 (0,290)
Observações	36.766	36.318	36.796	36.619	36.047	37.911	38.294	38.294	37.826
9º ANO									
<i>Ponto 1</i>	0,066 (0,096)	0,144 (0,097)	-0,031 (0,039)	0,024 (0,045)	-0,085 (0,061)	0,091 (0,148)	1,778 (1,160)	5,984 (4,912)	0,449 (1,044)
Observações	772	773	771	762	757	792	792	792	759
<i>Ponto 2</i>	-0,004 (0,029)	0,001 (0,025)	-0,014 (0,019)	-0,002 (0,018)	0,003 (0,016)	-0,066 (0,050)	-0,130 (1,052)	-0,437 (6,977)	-0,273 (0,534)
Observações	10.118	9.994	10.131	10.091	9.944	10.343	10.484	10.484	10.300
<i>Ponto 3</i>	-0,005 (0,034)	-0,073 * (0,035)	0,010 (0,022)	-0,006 (0,010)	0,014 (0,015)	-0,031 (0,033)	-1,420 (1,250)	-0,751 (8,644)	-0,063 (0,469)
Observações	14.910	14.716	14.920	14.853	14.629	15.414	15.591	15.591	15.340
<i>Ponto 4</i>	0,069 (0,052)	0,068 (0,043)	0,056 (0,035)	0,032 ** (0,016)	0,021 (0,026)	0,004 (0,073)	-0,407 (2,212)	11,256 (12,754)	0,273 (0,399)
Observações	8.489	8.383	8.494	8.458	8.313	8.777	8.842	8.842	8.842
9º ANO									
<i>Pooled</i>	-0,017 (0,011)	-0,000 (0,006)	0,014 (0,011)	0,001 (0,004)	0,014 (0,018)	0,015 (0,022)	-0,428 (0,752)	-3,251 (2,839)	0,285 * (0,157)
Observações	252.997	250.633	254.056	252.142	250.417	255.500	257.246	257.454	255.439
<i>Ponto 1</i>	-0,025 (0,028)	-0,012 (0,023)	0,021 (0,019)	0,017 (0,016)	-0,030 (0,033)	-0,007 (0,023)	-0,941 (0,974)	-4,392 (3,972)	0,138 (0,224)
Observações	14.283	14.142	14.343	14.241	14.143	14.449	14.464	14.513	14.155
<i>Ponto 2</i>	0,028 (0,019)	0,009 (0,013)	0,024 (0,021)	0,007 (0,009)	-0,009 (0,017)	0,015 (0,031)	-0,559 (0,908)	1,568 (3,259)	-0,026 (0,221)
Observações	43.758	43.395	43.969	43.676	43.374	44.418	44.423	44.481	43.783
<i>Ponto 3</i>	-0,026 (0,020)	-0,007 (0,011)	0,019 (0,020)	0,003 (0,008)	0,032 ** (0,016)	0,066 ** (0,032)	-1,327 (0,973)	-5,977 (4,389)	0,425 (0,329)
Observações	64.138	63.558	64.381	63.911	63.482	64.654	65.175	65.175	64.752
<i>Ponto 4</i>	-0,039 (0,041)	-0,001 (0,012)	0,004 (0,010)	-0,008 (0,008)	0,027 (0,017)	0,064 (0,054)	1,519 (1,603)	-2,977 (4,944)	0,633 ** (0,264)
Observações	60.044	59.429	60.273	59.812	59.401	60.628	61.037	61.138	60.928
<i>Ponto 5</i>	0,002 (0,030)	0,016 (0,013)	0,014 (0,015)	0,002 (0,010)	-0,010 (0,021)	0,017 (0,056)	-1,571 (1,947)	-8,466 (8,275)	0,066 (0,361)
Observações	33.909	33.584	34.069	33.799	33.609	34.136	34.561	34.561	34.442
<i>Ponto 6</i>	0,003 (0,043)	-0,034 (0,022)	-0,020 (0,015)	-0,015 (0,015)	0,008 (0,032)	-0,109 (0,093)	-3,628 (2,638)	-9,847 (8,963)	0,154 (0,587)
Observações	23.108	22.895	23.209	23.027	22.822	23.410	23.577	23.577	23.577
<i>Ponto 7</i>	-0,093 (0,066)	0,031 (0,030)	0,050 (0,045)	0,013 (0,017)	0,073 (0,044)	-0,287 (0,239)	3,232 (7,401)	3,671 (18,753)	0,129 (0,916)
Observações	13.757	13.630	13.812	13.676	13.586	13.805	14.009	14.009	13.802

Nota: Essa tabela reporta a descontinuidade estimada das covariadas determinadas pré tratamento ao redor dos pontos de corte. Cada célula representa o coeficiente estimado por MQO de uma regressão cuja variável explicativa de interesse é uma dummy igual a 1 caso a observação esteja à direita do respectivo ponto de corte e 0 caso contrário, e cuja variável resposta corresponde à cada uma das titulações das colunas. Foram incluídos termos de matrícula e matrícula ao quadrado como controle. As linhas pooled contêm observações da amostra inteira e as demais, dos respectivos pontos de corte. Os dados provêm de alunos do 5º ano de escolas municipais da cidade de São Paulo e 9º ano de escolas estaduais de São Paulo com base no Censo Escolar 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

Tabela 5. Efeitos de Primeiro e Segundo Estágio – Análises de Robustez.

	1º Estágio		2º Estágio			
	Tamanho da Sala		Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
PAINEL A: ESCOLAS DE TURNO ÚNICO – 5º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,745 *** (0,064)	0,751 *** (0,066)	0,003 (0,005)	0,002 (0,004)	0,004 (0,005)	0,003 (0,004)
Observações	39.724	29.144	34.089	29.138	34.089	29.138
PAINEL B: ESCOLAS COM TURMAS HOMOGÊNEAS – 5º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,547 *** (0,096)	0,550 *** (0,098)	0,004 (0,008)	0,004 (0,007)	0,003 (0,008)	0,002 (0,006)
Observações	23.777	17.498	20.545	17.497	20.545	17.497
PAINEL C: ESCOLAS DE TURNO ÚNICO – 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,181 *** (0,031)	0,179 *** (0,031)	0,010 (0,009)	-0,004 (0,007)	0,012 (0,010)	-0,006 (0,008)
Observações	283.694	202.630	220.889	202.614	220.889	202.614
PAINEL D: ESCOLAS COM TURMAS HOMOGÊNEAS – 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,074 * (0,041)	0,070 * (0,041)	0,009 (0,030)	-0,022 (0,032)	0,021 (0,033)	-0,016 (0,033)
Observações	60.151	43.905	47.931	43.900	47.931	43.900
PAINEL E: ESCOLAS EM MUNICÍPIOS QUE NÃO TENHAM ESCOLA PARTICULAR – 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Preditivo</i>	0,441 *** (0,081)	0,412 *** (0,079)	-0,006 (0,008)	-0,006 (0,008)	-0,007 (0,007)	-0,008 (0,008)
Observações	21.213	16.122	17.288	16.121	17.288	16.121
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: As colunas 1, 2, 7 e 8 dessa tabela apresentam os efeitos de primeiro estágio (coeficiente π_1 da equação (3)) do *Tamanho da Sala Preditivo* no tamanho médio da sala observado. As demais colunas reportam os efeitos de segundo estágio (coeficiente β_1 da equação (4)) do tamanho da sala nas notas dos alunos em Matemática e Português. Os coeficientes da linha *pooled* foram estimados utilizando toda a amostra, normalizando todos os pontos de corte para zero. Como controle, foram incluídas *dummies* de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e do 9º ano estadual de São Paulo de escolas que possuem turno único (Paineis A e C); escolas com turmas homogêneas (Paineis B e D); e escolas em municípios que não tenham escola particular (Painel E). Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

escolas ([Tabela 2](#)), mostrando que existem evidências de que, nesse caso, as escolas recusariam os alunos para respeitarem a regra. Já no 9º ano estadual, o coeficiente de primeiro estágio — colunas 1 e 2 do Painel C — são inferiores àqueles expostos na [Tabela 2](#), indicando que possivelmente essas escolas optam por acomodar os alunos em salas de aula maiores, mesmo que isso implique desrespeitar a recomendação. Os efeitos encontrados do tamanho da sala nas notas dos alunos continuam em linha com aqueles anteriormente descritos: não existem evidências estatísticas de que aumentar o tamanho da sala tenha impacto nas notas dos alunos em Matemática e Português — Colunas 3 a 6 dos Paineis A e C.

A segunda análise consiste em restringir a amostra a escolas que tenham turmas homogêneas, que neste estudo foi definido como ter no máximo um aluno de diferença entre as turmas. O intuito é verificar a sensibilidade dos resultados à aproximação utilizada, uma vez que, como não observamos o tamanho da sala realizado para cada aluno, este foi aproximado pelo tamanho médio da sala naquela escola e ano escolar. Tanto no 5º como 9º ano os coeficientes de primeiro estágio — colunas 1 e 2 dos Painéis B e D respectivamente — foram mais fracos do que aqueles reportados para a amostra toda ([Tabela 2](#)), mas ainda continuam estatisticamente significantes. Além disso, os resultados também corroboram com a conclusão obtida anteriormente — colunas 3 a 6 dos Painéis B e D: o tamanho da sala não tem efeito nas notas dos alunos.

O último exercício de robustez restringe a amostra apenas a municípios que não tenham escola particular,²¹ a fim de analisar como as escolas estaduais se adaptariam à demanda nesse caso, uma vez que não seria possível migrar para escolas particulares. Portanto, uma vez que o primeiro estágio — colunas 1 e 2 do Painel E — se mostra mais forte do que o reportado para o 9º ano na [Tabela 2](#), uma possível evidência é que as escolas estaduais optam por receber todos os alunos, mesmo que isso implique abrir mais turmas para não extrapolarem o máximo estabelecido. Para dar suporte a esse argumento, a [Tabela A-12](#) no [Apêndice A](#) mostra a distribuição das matrículas totais e do número de turmas para essas escolas. Mais uma vez, os resultados são robustos àqueles já descritos, indicando que não existem efeitos estatisticamente significantes do tamanho da sala nas notas dos alunos — colunas 3 a 6 do Painel E.

5. Evidências para Minas Gerais e Santa Catarina

A fim de trazer maior validade externa aos resultados encontrados, esta seção analisa os impactos de leis que determinam um número máximo de alunos por turma nas notas de alunos de 5º e 9º ano das redes estaduais de Minas Gerais e Santa

²¹Dos 645 municípios do estado de São Paulo, 519 possuem escolas estaduais que ofereçam o 9º ano do Ensino Fundamental. Desses, 247 (ou 47,59%) estão em municípios que não possuem escola particular. Como esses municípios são muito pequenos em termos populacionais, os alunos dessas escolas correspondem a apenas 5,22% do total de alunos do 9º ano estadual de São Paulo

Catarina. Para isso, utilizou-se a mesma abordagem anteriormente exposta na seção de Metodologia e Resultados deste trabalho.

Em Minas Gerais, a Lei Nº 16.056, de 24 de Abril de 2006, estabelece que o número máximo de alunos por sala de aula deve ser de 25 alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e 35 alunos nos anos finais. A Lei também afirma que este número poderá ser alterado pela Secretaria Estadual de Educação em casos excepcionais. Já em Santa Catarina, a Lei Complementar Nº 170, de 7 de Agosto de 1998, determina um número de alunos por sala que possibilite adequada comunicação e aproveitamento, da seguinte forma: máximo de 30 alunos nos ciclos iniciais do ensino fundamental e 35 alunos nos demais ciclos. A [Tabela 6](#) sintetiza os máximos estabelecidos para o 5º e 9º ano nesses estados.

Tabela 6. Número Máximo de Alunos por Turma nas Redes Estaduais de Minas Gerais e Santa Catarina.

Rede de Ensino	Espécie Normativa	Máximo 5º ano	Máximo 9º ano
MG	Lei Nº 16.056, de 24 de Abril de 2006	25	35
SC	Lei Complementar Nº 170, de 07 de Agosto de 1998	30	35

Como feito para as análises anteriores referentes às redes municipal e estadual de São Paulo, as figuras [9](#) e [10](#) ilustram a relação de primeiro estágio para o 5º e 9º ano estadual de Minas Gerais e Santa Catarina. Essas figuras plotam o tamanho médio da sala, em número de alunos, para cada nível de matrícula total, e o tamanho da sala predito pela equação [\(2\)](#), conforme regra definida pela [Tabela 6](#). Por essas figuras, é possível se ter uma ideia do quanto as escolas da respectiva rede respeitam o máximo estabelecido. Ou seja, de quão forte será o coeficiente de primeiro estágio.

As escolas estaduais de Minas Gerais são as que parecem seguir menos a regra ([Figura 9](#)), em comparação com as demais redes analisadas neste estudo. Tanto no 5º como 9º ano de Minas Gerais, embora exista uma relação entre o tamanho da sala predito pela regra e o observado, há evidências de que as turmas se dividam após o máximo estabelecido. Em Santa Catarina, por outro lado, a relação de primeiro estágio parece ser mais forte, especialmente no 9º ano ([Figura 10](#)).

Para formalmente testar a existência e magnitude de um primeiro estágio, estimou-se o coeficiente π_1 da equação [\(3\)](#), reportado nas colunas 1 e 2 da [Tabela 7](#). Esses coeficientes estão de acordo com os indícios mostrados nas análises gráficas feitas anteriormente (figuras [9](#) e [10](#)), além de serem fortemente estatisticamente significantes. Em Minas Gerais, no 5º ano (Painel A), o *Tamanho da Sala Preditivo* impacta o tamanho médio observado em cerca de 0,22, tanto com como sem a inclusão de controles. No 9º ano (Painel B), esse efeito é um pouco mais forte, de aproximadamente 0,26. Já em Santa Catarina, esses efeitos são maiores em magnitude,

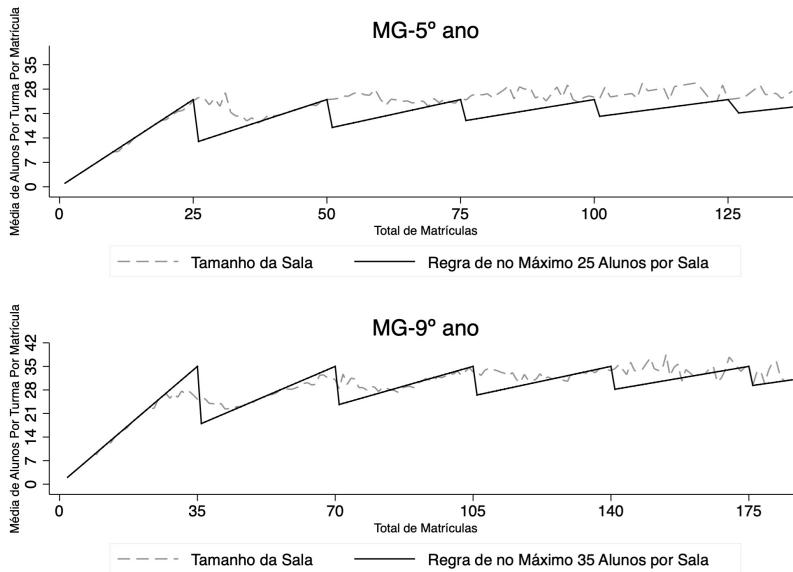


Figura 9. PRIMEIRO ESTÁGIO – MINAS GERAIS

Essa figura plota o tamanho médio da sala, em número de alunos, por nível de matrícula, e o tamanho prevido pela regra descrita na equação (2), do 5º e 9º anos regulares de escolas estaduais de Minas Gerais. Foram plotadas apenas matrículas totais inferiores ao percentil 95. Os dados provêm do Censo Escolar 2015.

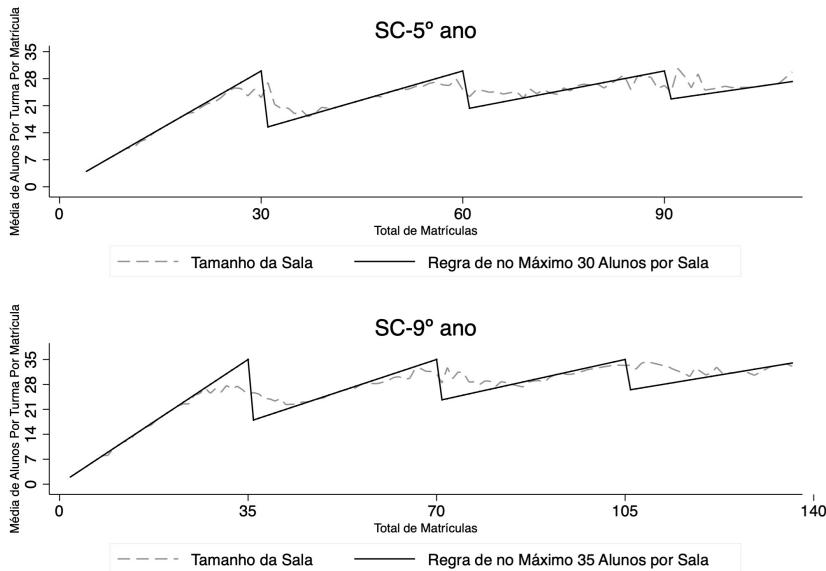


Figura 10. PRIMEIRO ESTÁGIO – SANTA CATARINA

Essa figura plota o tamanho médio da sala, em número de alunos, por nível de matrícula, e o tamanho prevido pela regra descrita na equação (2), do 5º e 9º anos regulares de escolas estaduais de Santa Catarina. Foram plotadas apenas matrículas totais inferiores ao percentil 95. Os dados provêm do Censo Escolar 2015.

Tabela 7. Efeitos de Primeiro e Segundo Estágio – Minas Gerais e Santa Catarina.

	1º Estágio		2º Estágio			
	Tamanho da Sala		Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
PAINEL A: MINAS GERAIS – 5º ANO						
<i>Tamanho da Sala Predito</i>	0,226 *** (0,036)	0,216 *** (0,036)	0,009 (0,010)	0,005 (0,009)	0,008 (0,010)	0,000 (0,008)
Observações	67.458	54.028	67.437	54.022	67.437	54.022
PAINEL B: MINAS GERAIS – 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Predito</i>	0,240 *** (0,030)	0,263 *** (0,029)	0,003 (0,004)	0,003 (0,003)	0,004 (0,004)	0,004 (0,003)
Observações	153.126	134.950	153.112	134.950	153.112	134.950
PAINEL C: SANTA CATARINA – 5º ANO						
<i>Tamanho da Sala Predito</i>	0,305 *** (0,061)	0,313 *** (0,060)	-0,014 (0,008)	-0,011 (0,007)	-0,013 (0,008)	-0,010 (0,006)
Observações	23.965	22.386	23.959	22.384	23.959	22.384
PAINEL D: SANTA CATARINA – 9º ANO						
<i>Tamanho da Sala Predito</i>	0,406 *** (0,056)	0,409 *** (0,056)	0,005 (0,009)	0,003 (0,007)	0,004 (0,009)	-0,003 (0,007)
Observações	31.804	30.143	31.803	30.142	31.803	30.142
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: As colunas 1 e 2 dessa tabela apresentam os efeitos de primeiro estágio (coeficiente π_1 da equação (3)) do *Tamanho da Sala Preditivo* no tamanho médio da sala observado. As demais colunas reportam os efeitos de segundo estágio (coeficiente β_1 da equação (4)) do tamanho da sala nas notas dos alunos em Matemática e Português. Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º e 9º ano regulares de escolas estaduais de Minas Gerais e Santa Catarina que fizeram a Prova Brasil. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

ficando por volta de 0,4 no 9º ano (Painel D), em comparação com 0,3 no 5º ano (Painel C), também em linha com o exposto na *Figura 12*.

As demais colunas da *Tabela 7* mostram os resultados da estimativa de β_1 da equação (4) por MQ2E para os estados de Minas Gerais (Paineis A e B) e Santa Catarina (Paineis C e D). É possível concluir que não existem evidências estatísticas de que aumentar um aluno na sala de aula tenha efeito nas notas em Matemática (colunas 3 e 4) e Português (colunas 5 e 6) da Prova Brasil, o que vai ao encontro dos resultados obtidos anteriormente. Além disso, tanto os coeficientes estimados como os respectivos desvios padrão são pontualmente muito próximos de zero, como também observado nas análises para São Paulo.

A fim de validar a hipótese H1 de aleatorização ao redor do(s) ponto(s) de corte, a Figura 11 reporta os resultados do teste de McCrary para toda a amostra *pooled*. Para isso, as matrículas totais foram normalizadas para zero de acordo com a distância de cada observação ao ponto de corte acima ou abaixo mais próximo, construindo-se intervalos simétricos de modo que nenhuma observação estivesse em mais de um intervalo ao mesmo tempo. Como não há um salto estatisticamente significante da densidade das matrículas ao redor de zero, pode-se dizer que, com 95% de confiança, existem evidências de que não há manipulação das matrículas. Logo, é possível concluir que a alocação dos alunos entre as salas é tão boa quanto se tivesse sido aleatorizada.

Validada a hipótese H1, é importante verificar a distribuição das covariadas determinadas pré tratamento ao redor dos pontos de corte. Assim como num experimento aleatório, espera-se que as características determinadas pré tratamento sejam iguais ao se comparar os indivíduos à esquerda e à direita dos pontos de corte. Em outras palavras, a *running variable* matrículas normalizadas não deve apresentar descontinuidade em nenhuma dessas características. As figuras 12 e 13 apresentam uma análise gráfica para verificar se tal descontinuidade existe ou não no 5º e 9º ano de Minas Gerais e Santa Catarina respectivamente. Analisando todos os gráficos

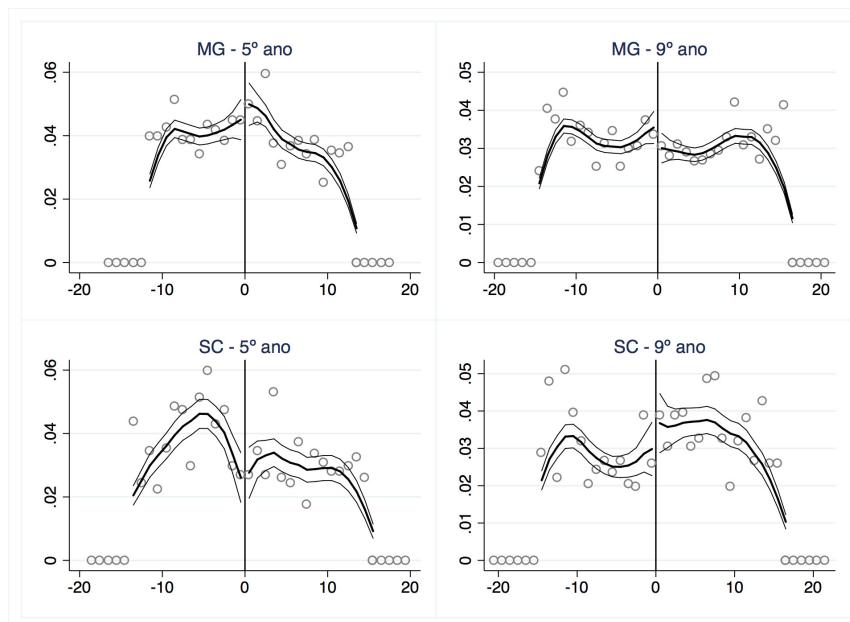


Figura 11. TESTE DE MCCRARY – MINAS GERAIS E SANTA CATARINA

Essa figura plota as densidades da matrícula total, com dados do Censo Escolar 2015, do 5º ano e 9º ano de escolas estaduais de Minas Gerais e Santa Catarina. Foi utilizada a abordagem de [McCrary \(2008\)](#) para o cálculo das janelas, erros padrão e densidade. A figura mostra as descontinuidades com bin de tamanho 1.

apresentados, pode-se afirmar, com 95% de confiança, que existem evidências de que essas características estejam balanceadas.

Uma maneira de testar formalmente o balanceamento da amostra é por meio de uma regressão de MQO cuja variável resposta corresponde a cada uma das variáveis determinadas pré tratamento e cuja variável explicativa é uma *dummy* igual a 1 caso a observação esteja à direita do ponto de corte e 0 caso contrário. A Tabela 8 reporta os coeficientes dessas *dummies* para cada covariada determinada pré tratamento, que corresponde aos respectivos títulos das colunas. No 5º ano de Minas Gerais (Painel A) e 9º ano de Santa Catarina (Painel D), existem evidências de que as características sejam balanceadas, garantindo a validade dos resultados encontrados. Para o 9º ano de Minas Gerais (Painel B) e 5º ano de Santa Catarina (Painel C), somente uma variável (*Branco* e *Já Reprovado*) são respectivamente marginalmente significantes, de modo que isso não invalida os resultados apresentados.

Tabela 8. Teste de Balanceamento das Covariadas Determinadas Pré Tratamento – Minas Gerais e Santa Catarina.

	Mãe EF Branco	Pai EF Homem	Já Incompleto	Pós- Incompleto	Nº de Graduação	Nº de Salas	Nº de Funcionários	INSE
PAINEL A: MINAS GERAIS – 5º ANO								
<i>Pooled</i>	-0,010 (0,016)	0,004 (0,010)	0,015 (0,012)	0,011 (0,008)	0,005 (0,007)	0,003 (0,044)	0,554 (0,650)	6,268 (4,494) 0,006 (0,271)
Observações	56.576	56.323	53.991	54.999	53.883	58.393	59.126	59.126 59.000
PAINEL B: MINAS GERAIS – 9º ANO								
<i>Pooled</i>	0,042 * (0,023)	0,008 (0,009)	0,000 (0,013)	-0,011 (0,010)	0,002 (0,009)	0,027 (0,045)	0,241 (0,590)	3,872 (3,595) -0,110 (0,225)
Observações	116.656	116.329	114.078	117.438	113.723	118.501	119.806	119.806 119.004
PAINEL C: SANTA CATARINA – 5º ANO								
<i>Pooled</i>	0,016 (0,035)	-0,017 (0,017)	-0,038 (0,027)	-0,014 (0,017)	-0,030 * (0,017)	0,057 (0,092)	1,861 (1,147)	5,340 (4,420) 0,332 (0,618)
Observações	21.141	21.036	20.936	21.165	21.088	21.118	21.499	21.499 21.461
PAINEL D: SANTA CATARINA – 9º ANO								
<i>Pooled</i>	-0,031 (0,030)	0,029 (0,021)	0,028 (0,019)	-0,003 (0,019)	0,028 (0,019)	-0,101 (0,068)	0,906 (1,396)	-0,981 (5,160) -0,149 (0,600)
Observações	24.549	24.490	24.410	24.681	24.487	24.521	24.914	24.914 24.914

Nota: Essa tabela reporta a descontinuidade estimada das covariadas determinadas pré tratamento ao redor dos pontos de corte. Cada célula representa o coeficiente estimado por MQO de uma regressão cuja variável explicativa de interesse é uma *dummy* igual a 1 caso a observação esteja à direita do respectivo ponto de corte e 0 caso contrário, e cuja variável resposta corresponde à cada uma das titulações das colunas. Foram incluídos termos de matrícula e matrícula ao quadrado como controle. As linhas *Pooled* contêm observações da amostra inteira e as demais, dos respectivos pontos de corte. Os dados provêm de alunos do 5º e 9º ano de escolas estaduais de Minas Gerais e Santa Catarina com base no Censo Escolar e Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

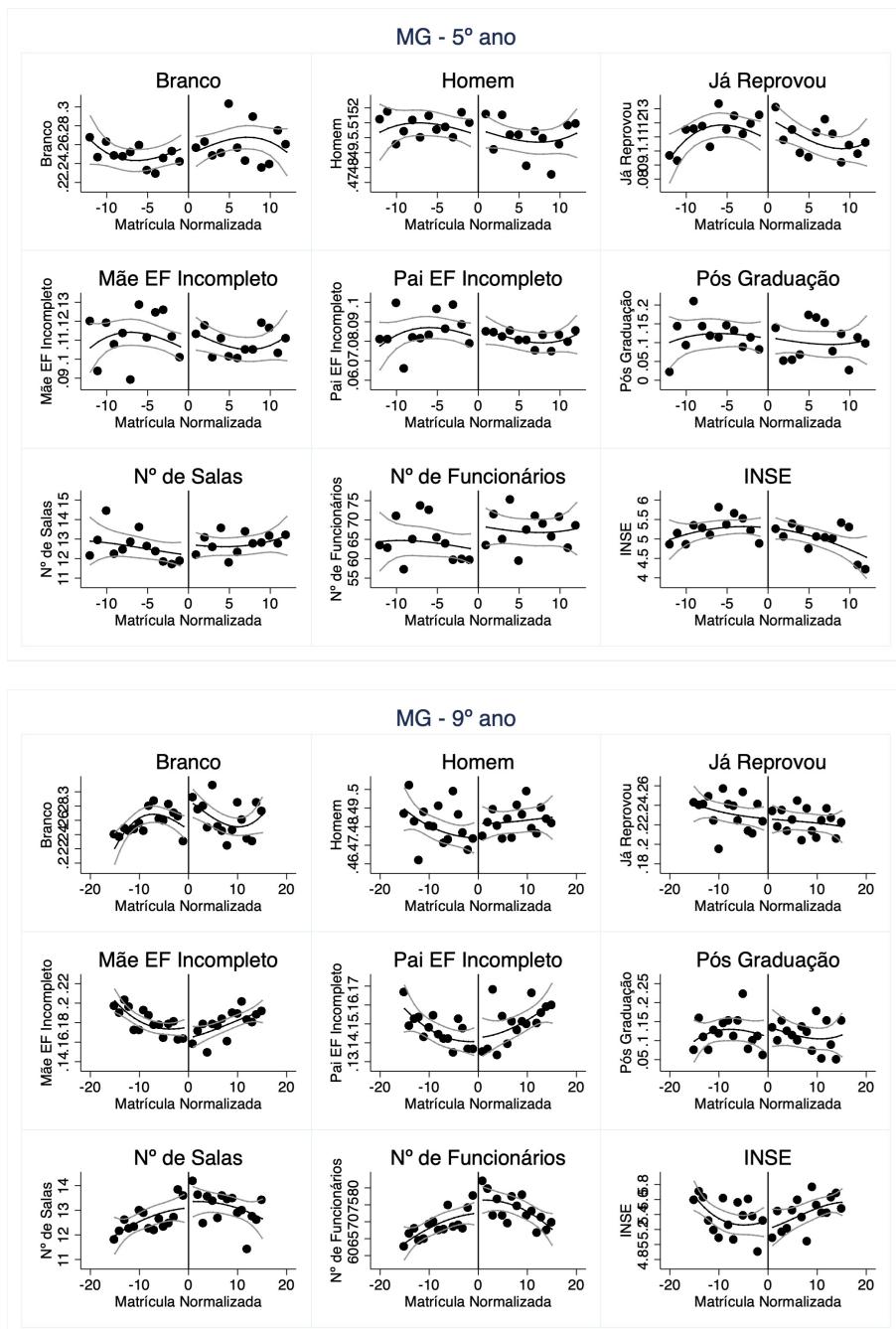


Figura 12. BALANCEAMENTO DAS COVARIADAS NA AMOSTRA TOTAL – ANÁLISE GRÁFICA (MINAS GERAIS)
 Essa figura plota o valor médio de cada covariada determinada pré tratamento em *bins* de um aluno para a amostra toda *pooled*. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança. Os dados provêm de alunos do 5º e 9º ano estadual de Minas Gerais com base no Censo Escolar e Prova Brasil 2015.

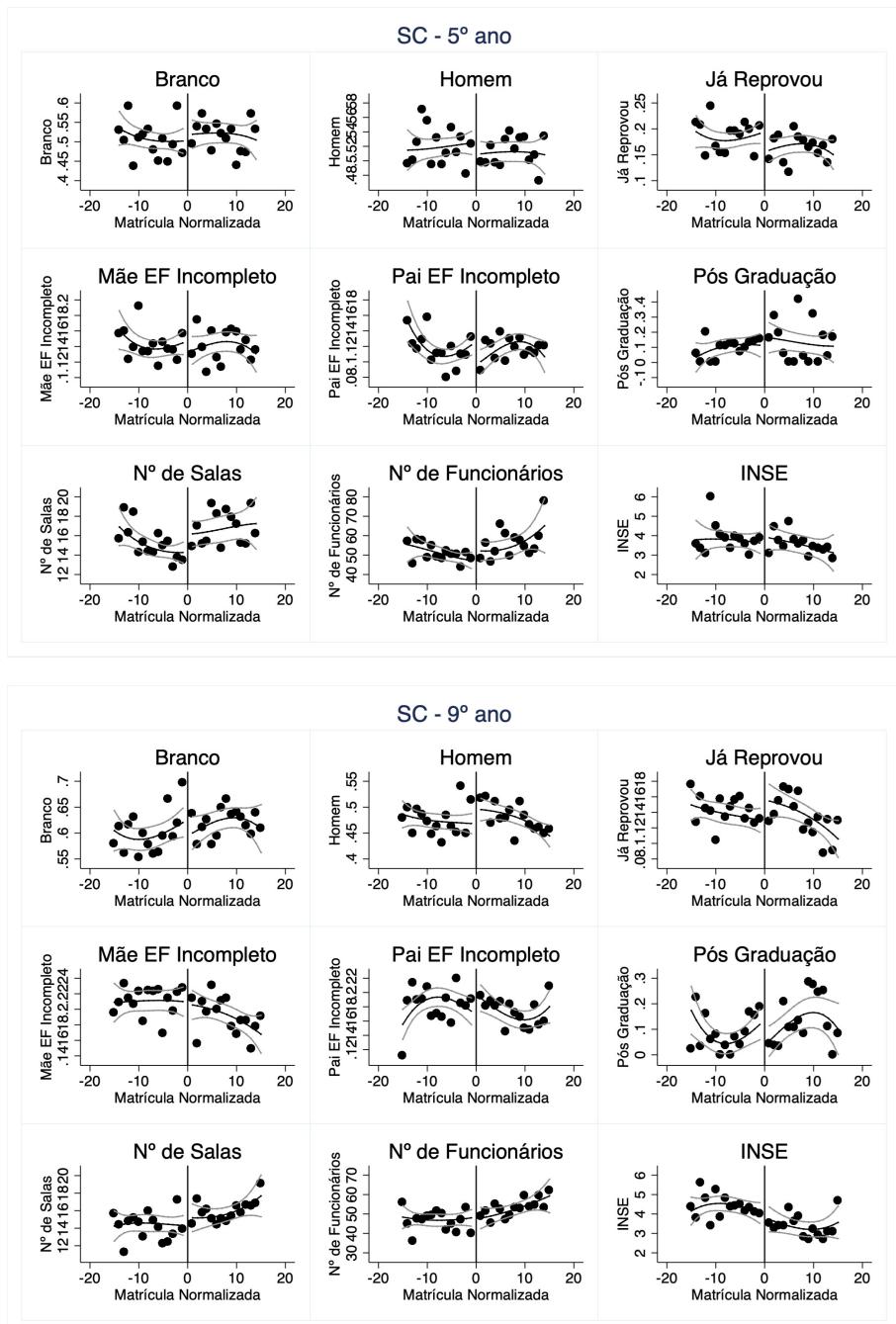


Figura 13. BALANCEAMENTO DAS COVARIADAS NA AMOSTRA TOTAL – ANÁLISE GRÁFICA (SANTA CATARINA)
 Essa figura plota o valor médio de cada covariada determinada pré tratamento em bins de um aluno para a amostra toda pooled. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança. Os dados provêm de alunos do 5º e 9º ano estadual de Santa Catarina com base no Censo Escolar e Prova Brasil 2015.

6. Conclusão

Mudanças no padrão demográfico da população brasileira terão diversos efeitos nos próximos anos. Um deles potencialmente será alterações na qualidade da educação pública. Nesse contexto, este trabalho teve como objetivo principal avaliar o impacto de uma possível política pública nas notas em Matemática e Português da Prova Brasil de alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo e 9º ano estadual de São Paulo. Para isso, utilizou-se o respectivo número máximo de 35 alunos por turma no 5º ano municipal e 9º ano estadual, conforme especificado na Portaria Municipal nº 4.722, de 16 de Outubro de 2009, e Resolução Estadual SE-86, de 28 de Novembro de 2008.

O efeito de interesse foi calculado empregando-se técnicas de regressão descontínua *fuzzy*, onde o tamanho da sala predito pela função de Maimonides (Angrist & Lavy, 1999) foi utilizado como instrumento para o tamanho da sala observado, uma vez que as escolas não seguem perfeitamente a regra estabelecida. Os resultados de segundo estágio indicam que não há nenhum efeito estatisticamente significante do tamanho da sala nas notas dos alunos. Para verificar a sensibilidade dos efeitos encontrados a mudanças na amostra, foram também estimadas especificações com escolas de turno único, de turmas homogêneas e escolas em municípios sem escola particular, e todos eles corroboraram com a conclusão citada anteriormente.

É importante ressaltar que os resultados aqui descritos são locais em dois sentidos. Primeiro, como se trata de regressão descontínua, eles são válidos para observações ao redor do(s) ponto(s) de corte. Segundo, pela literatura de variáveis instrumentais, o efeito é identificado somente para a população dos *compliers*. Portanto, não significa que aumentar indefinidamente o número de alunos por sala de aula não tenha impacto algum nas notas dos alunos. Com o intuito de trazer maior validade externa, foram estimados os efeitos para alunos de 5º e 9º anos das redes estados de Minas Gerais e Santa Catarina, que também indicaram não haver impacto estatisticamente significante do tamanho da sala nas notas dos alunos.

Para trabalhos futuros, seria interessante não só avaliar o impacto de políticas que estipulem um número máximo de alunos por turma nos demais estados que possuem algum limite formal como também compreender melhor como funciona na prática a alocação dos alunos entre as turmas, como as diretorias de ensino fiscalizam o cumprimento do número máximo de alunos por turma estabelecido, e ainda se há alguma punição caso esse máximo não seja respeitado. Apesar dessas políticas não mostrarem impactos sobre as notas dos alunos, existem outros fatores não menos importantes a serem analisados que ainda não foram explorados na literatura nacional, como efeitos sobre: taxa de reprovação e de abandono, futura inserção no mercado de trabalho, salário.

Em suma, é possível que a ausência de efeitos seja justificada por outros problemas estruturais muito mais graves e com maior impacto nas notas dos alunos

que não estão sendo mensurados nesta dissertação. Um deles seria o alto índice de absenteísmo dos professores da rede pública de ensino no Brasil. Relatório do Tribunal de Contas do Estado (TCE) de São Paulo 2015 aponta que a média anual de ausência dos professores é de 36,5 dias na rede municipal da cidade de São Paulo, e de 28 dias na rede estadual. Uma outra causa seria a carência de recursos físicos, tecnológicos e material escolar de qualidade que permitam um ambiente que favoreça o aprendizado dos alunos. O mesmo relatório do TCE indica escolas com salas de aula sujas, cortinas rasgadas e carteiras quebradas. Por último, também devem ser considerados aspectos intrínsecos à realidade do aluno como dificuldades de acesso à escola por transporte público e ambiente familiar que inibe o desenvolvimento desse na escola. A análise desses fatores são fundamentais para o desenvolvimento de políticas públicas que visem à melhora do ensino público no Brasil. Sob condições de ensino mais favoráveis, é possível que políticas que estipulem um número máximo de alunos por turma tenha efeito sobre as notas dos alunos no Brasil.

Referências bibliográficas

- Angrist, J. D., & Lavy, V. (1999). Using Maimonides' rule to estimate the effect of class size on scholastic achievement. *The Quarterly Journal of Economics*, 114(2), 533–575.
<http://dx.doi.org/10.1162/003355399556061>
- Angrist, J. D., Lavy, V., Leder-Luis, J., & Shany, A. (2017, junho). *Maimonides rule redux* (Working Paper). National Bureau of Economic Research (NBER).
<http://dx.doi.org/10.3386/w23486>
- Angrist, J. D., & Pischke, J.-S. (2008). *Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion*. Princeton University Press.
- Breton, T. R. (2014). Evidence that class size matters in 4th grade mathematics: An analysis of TIMSS 2007 data for Colombia. *International Journal of Educational Development*, 34, 51–57. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijedudev.2013.04.003>
- Brollo, F., Nannicini, T., Perotti, R., & Tabellini, G. (2013). The political resource curse. *American Economic Review*, 103(5), 1759–1796.
<http://dx.doi.org/10.1257/aer.103.5.1759>
- Calonico, S., Cattaneo, M. D., Farrell, M. H., & Titiunik, R. (2016). rdrobust: Software for regression discontinuity designs. *The Stata Journal*, 17(2), 372–404.
<http://dx.doi.org/10.1177/1536867X1701700208>
- Calonico, S., Cattaneo, M. D., & Titiunik, R. (2014). Robust nonparametric confidence intervals for regression-discontinuity designs. *Econometrica*, 82(6), 2295–2326.
<http://dx.doi.org/10.3982/ECTA11757>
- De Paola, M., Ponzo, M., & Scoppa, V. (2013). Class size effects on student achievement: Heterogeneity across abilities and fields. *Education Economics*, 21(2), 135–153.
<http://dx.doi.org/10.1080/09645292.2010.511811>

- Finn, J. D., & Achilles, C. M. (1990). Answers and questions about class size: A statewide experiment. *American Educational Research Journal*, 27(3), 557–577.
<http://dx.doi.org/10.3102/00028312027003557>
- Folger, J., & Breda, C. (1989). Evidence from Project STAR about class size and student achievement. *Peabody Journal of Education*, 67(1), 17–33.
- Funkhouser, E. (2009). The effect of kindergarten classroom size reduction on second grade student achievement: Evidence from California. *Economics of Education Review*, 28(3), 403–414. <http://dx.doi.org/10.1016/j.econedurev.2007.06.005>
- Hahn, J., Todd, P., & Van der Klaauw, W. (2001). Identification and estimation of treatment effects with a regression-discontinuity design. *Econometrica*, 69(1), 201–209.
<http://dx.doi.org/10.1111/1468-0262.00183>
- Hoxby, C. (2000, agosto). *Peer effects in the classroom: Learning from gender and race variation* (Working Paper). National Bureau of Economic Research (NBER).
<http://dx.doi.org/10.3386/w7867>
- Imbens, G. W., & Lemieux, T. (2008). Regression discontinuity designs: A guide to practice. *Journal of Econometrics*, 142(2), 615–635.
- Jepsen, C., & Rivkin, S. (2009). Class size reduction and student achievement the potential tradeoff between teacher quality and class size. *Journal of Human Resources*, 44(1), 223–250. <http://dx.doi.org/10.3368/jhr.44.1.223>
- Krueger, A. B. (1999). Experimental estimates of education production functions. *The Quarterly Journal of Economics*, 114(2), 497–532.
<http://dx.doi.org/10.1162/003355399556052>
- Krueger, A. B., & Whitmore, D. M. (2001). The effect of attending a small class in the early grades on college-test taking and middle school test results: Evidence from Project STAR. *The Economic Journal*, 111(468), 1–28.
<http://dx.doi.org/10.1111/1468-0297.00586>
- Lee, D. S., & Lemieux, T. (2010). Regression discontinuity designs in economics. *Journal of Economic Literature*, 48(2), 281–355. <http://dx.doi.org/10.1257/jel.48.2.281>
- Leuven, E., Oosterbeek, H., & Rønning, M. (2008). Quasi-experimental estimates of the effect of class size on achievement in Norway. *The Scandinavian Journal of Economics*, 110(4), 663–693. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9442.2008.00556.x>
- McCrory, J. (2008). Manipulation of the running variable in the regression discontinuity design: A density test. *Journal of Econometrics*, 142(2), 698–714.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jeconom.2007.05.005>
- Oliveira, J. M. d. (2010). Custo-efetividade de políticas de redução do tamanho da classe e ampliação da jornada escolar: Uma aplicação de estimadores de matching.
- Porter, J. (2003). *Estimation in the regression discontinuity model*. CiteSeer.
<http://dx.doi.org/10.1.1.133.540>
- Rivkin, S. G., Hanushek, E. A., & Kain, J. F. (2005). Teachers, schools, and academic achievement. *Econometrica*, 73(2), 417–458.
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1468-0262.2005.00584.x>

Sapelli, C., & Illanes, G. (2016). Class size and teacher effects in higher education. *Economics of Education Review*, 52, 19–28.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.econedurev.2016.01.001>

Word, E. R., et al. (Orgs.). (1990). *The State of Tennessee's Student/Teacher Achievement Ratio (STAR) Project: Technical report (1985–1990)*. ERIC.

Apêndice A.

A.1 Descrição das Variáveis e Estatísticas Descritivas

Tabela A-1. Descrição das variáveis utilizadas.

Variável	Descrição
VARIÁVEIS RESPOSTA	
Nota Português	Nota do aluno na Prova Brasil em Português – Padronizada com média 0 e d.p. 1
Nota Matemática	Nota do aluno na Prova Brasil em Matemática – Padronizada com média 0 e d.p. 1
CARACTERÍSTICA DOS ALUNOS	
Branco	Variável Binária = 1 se o aluno é branco
Homem	Variável Binária = 1 se o aluno é homem
Já Reprovado	Variável Binária = 1 se o aluno já foi reprovado
Mãe EF Incompleto	Variável Binária = 1 se a mãe do aluno não completou o E.F.
Pai EF Incompleto	Variável Binária = 1 se o pai do aluno não completou o E.F.
Pós-Graduação	Variável Binária = 1 se o professor do aluno possui alguma pós-graduação.
CARACTERÍSTICA DAS ESCOLAS	
Matrícula	Matrícula total do respectivo ano escolar
Tamanho da Sala	Tamanho médio da sala no respectivo ano escolar
Nº de Salas	Nº de Salas de Aulas Utilizadas
Nº de Funcionários	Nº total de funcionários da escola
Nº de Turmas	Nº de turmas da escola por ano escolar
INSE	Indicador de Nível Socioeconômico da Escola, calculado pelo INEP

Tabela A-2. Estatísticas Descritivas das Variáveis.

	Média	D.P.	Obs.	p10	p25	p50	p75	p90
PAINEL A: DADOS DE TURMAS								
5º ano								
Tamanho da Sala (Censo Escolar)	31,4	3,44	1.629	26	30	32	34	35
Tamanho da Sala (Prova Brasil)	31,4	3,19	1.514	27	30	32,3	33,7	34,6
9º ano								
Tamanho da Sala (Censo Escolar)	30,7	6,20	13.074	22	28	32	35	37
Tamanho da Sala (Prova Brasil)	30,8	4,51	11.416	25	28	31,3	34	36
PAINEL B: DADOS DE ESCOLAS								
5º ano								
Nº de Matriculados	93,6	30,1	543	61	68	95	106	134
Nº de Presentes	82,3	26,4	543	52	62	82	96	119
Nº de Salas	14,6	3,52	543	11	12	14	17	18
Nº de Funcionários	75,3	19,9	543	51	63	74	86	100
Nº de Turmas	2,98	0,90	543	2	2	3	4	4
Pós-Graduação	0,028	0,17	536	0	0	0	0	0
INSE	3,49	1,10	536	1	4	4	4	4
9º ano								
Nº de Matriculados	106,4	52,2	3.446	42	67	100	138	181
Nº de Presentes	86,9	42,6	3.446	35	55	81	112	146
Nº de Salas	13,5	6,49	3.440	8	10	12	16	20
Nº de Funcionários	68,6	27,4	3.446	37	49	65	85	107
Nº de Turmas	3,46	1,55	3.446	2	2	3	4	6
Pós-Graduação	0,046	0,21	3.427	0	0	0	0	0
INSE	3,43	1,08	3.406	1	3	4	4	4
PAINEL C: DADOS DE ALUNOS								
5º ano								
Branco	0,31	0,46	40.328	0	0	0	1	1
Homem	0,50	0,50	39.827	0	0	0	1	1
Já Reprovado	0,089	0,29	39.527	0	0	0	0	0
Mãe EF Incompleto	0,11	0,32	40.354	0	0	0	0	1
Pai EF Incompleto	0,080	0,27	40.142	0	0	0	0	0
Nota Matemática	220,0	43,5	41.980	163,6	188,4	218,5	250,6	278,6
Nota Português	210,3	46,8	41.980	147,6	176,4	210,6	243,3	271,3
9º ano								
Branco	0,36	0,48	283.343	0	0	0	1	1
Homem	0,51	0,50	280.685	0	0	1	1	1
Já Reprovado	0,20	0,40	280.357	0	0	0	0	1
Mãe EF Incompleto	0,15	0,36	284.531	0	0	0	0	1
Pai EF Incompleto	0,12	0,32	282.327	0	0	0	0	1
Nota Matemática	253,6	44,6	288.312	195,4	220,1	252,0	284,5	312,8
Nota Português	250,4	49,5	288.312	181,9	215,2	252,9	286,8	313,8

Nota: Essa tabela apresenta estatísticas descritivas para turmas, escolas e alunos de 5º ano da rede municipal da cidade de São Paulo e 9º ano da rede estadual de São Paulo. Os dados foram obtidos do Censo Escolar e da Prova Brasil no ano de 2015.

Tabela A-3. Estatísticas Descritivas do Tamanho da Sala por Número de Turmas.

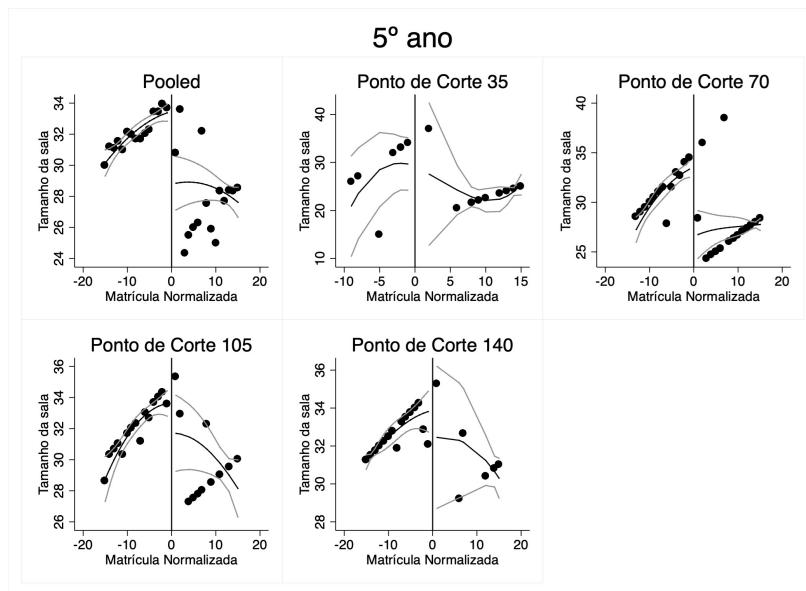
	Média	D.P.	Obs.	p10	p25	p50	p75	p90
5º ANO								
1 Turma	32,9	3,15	13	27	33	33	35	35
2 Turmas	31,5	4,02	322	25	30	33	34	35
3 Turmas	31,2	3,50	711	26	29	32	34	35
4 Turmas	31,7	2,98	440	27	30	32	34	35
5 Turmas	31,6	2,90	130	28	30	32	33	34,5
6 Turmas	27,8	1,94	6	25	26	28,5	29	30
7 Turmas	33,3	3,25	7	26	34	34	35	35
9º ANO								
1 Turma	24,6	8,86	345	12	18	26	32	35
2 Turmas	28,5	6,92	1.686	19	24	29	34	37
3 Turmas	30,6	5,72	2.889	24	28	32	35	37
4 Turmas	31,3	5,57	2.884	25	29	32	35	37
5 Turmas	31,5	5,97	2.030	24,5	29	33	35	37
6 Turmas	31,6	6,05	1.518	24	30	33	35	37
7 Turmas	31,7	5,63	812	26	30	33	35	36
8 Turmas	31,7	6,18	464	25	30	33	35	38
9 Turmas	32,2	5,33	243	29	31	33	35	37
10 Turmas	31,4	6,43	120	19,5	29	34	35	37
11 Turmas	33,5	2,08	33	31	32	34	35	36
12 Turmas	33,5	3,28	36	31	33	34,5	35	36
14 Turmas	33	6,04	14	20	34	35,5	36	36

Nota: Essa tabela apresenta estatísticas descritivas para turmas, escolas e alunos de 5º ano da rede municipal da cidade de São Paulo e 9º ano da rede estadual de São Paulo. Os dados foram obtidos do Censo Escolar e da Prova Brasil no ano de 2015.

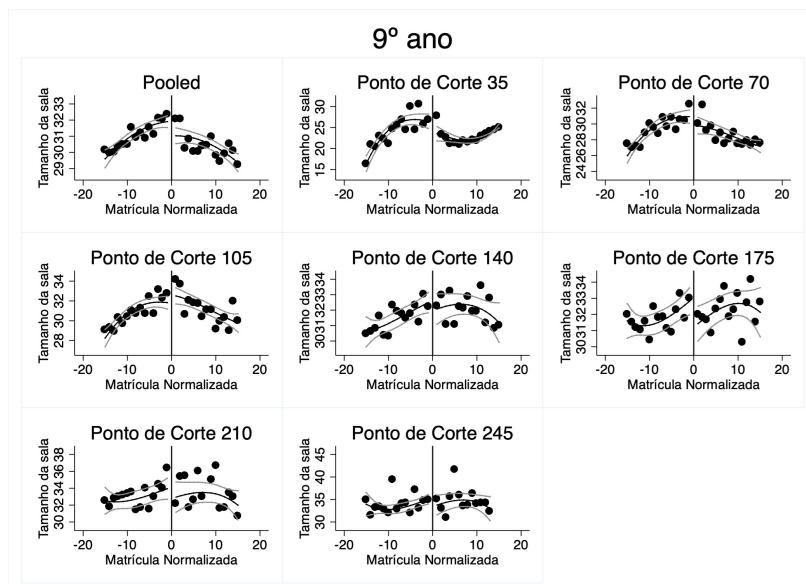
A.2 Resultados por Ponto de Corte

As figuras A-1 e A-2 plotam a relação de primeiro estágio para o 5º e 9º ano de uma maneira diferente do que a exposta na Figura 7: tanto agrupando os pontos de corte (*análise pooled*) como individualmente. Para essa análise, as matrículas totais foram normalizadas de acordo com a distância de cada observação ao ponto de corte acima ou abaixo mais próximo, construindo-se intervalos simétricos de modo que nenhuma observação estivesse em mais de um intervalo ao mesmo tempo. Posteriormente, calculou-se o tamanho médio da sala em *bins* de um aluno à esquerda e à direita de cada um desses pontos com intervalos de 95% confiança.

Pela Figura A-1, no 5º ano, a descontinuidade se mostra estatisticamente significante no gráfico *pooled* e no segundo ponto de corte (70 alunos matriculados). Os resultados para os demais pontos de corte devem ser analisados com cautela, uma vez que o tamanho amostral é muito pequeno em seus arredores, resultando em intervalos de confiança imprecisos. Por exemplo, no segundo ponto de corte,

**Figura A-1.** PRIMEIRO ESTÁGIO – POOLED E POR PONTOS DE CORTE (5º ANO)

Essa figura plota o tamanho médio da sala em *bins* de um aluno. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança. Os dados provêm de alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo com base no Censo Escolar 2015.

**Figura A-2.** PRIMEIRO ESTÁGIO – POOLED E POR PONTOS DE CORTE (9º ANO)

Essa figura plota o tamanho médio da sala em *bins* de um aluno. A linha central é uma aproximação polinomial de segunda ordem em matrícula normalizada, ajustada separadamente à esquerda e à direita de cada um dos respectivos pontos de corte. As linhas laterais são o intervalo com 95% de confiança. Os dados provêm de alunos do 9º ano estadual de São Paulo com base no Censo Escolar 2015.

não há nenhuma turma com 36 alunos e há apenas uma turma com 37 alunos. A Tabela A-4 mostra a distribuição do número de turmas por matrícula total para o 5º ano. No 9º ano, por outro lado, não existem evidências de descontinuidade em nenhuma especificação (Figura A-2), além de que os intervalos de confiança são mais precisos do que no 5º ano devido ao maior tamanho amostral.²²

Seguindo Brollo et al. (2013), a Tabela A-5 mostra os coeficientes de primeiro estágio (colunas 1 e 2) para o 5º (Painel A) e 9º ano (Painel B). Essa abordagem consiste em interagir a equação (3) com um conjunto de *dummies* que assumiram o valor 1 caso as matrículas totais estivessem do ponto médio abaixo ao ponto médio acima do respectivo ponto de corte, obtendo numa mesma estimativa o coeficiente de cada um dos pontos de corte. Verifica-se que, no 5º ano, existem evidências fortemente significantes de um primeiro estágio para todos os pontos de corte, exceto no ponto 1. Já no 9º ano, pode-se afirmar que há um primeiro estágio nos dois primeiros pontos de corte. Os resultados da forma reduzida (colunas 3 a 6) indicam que não há efeitos do tamanho da sala preedito pela regra nas notas dos alunos. Pela mesma abordagem, a Tabela A-6 reporta as estimativas de segundo estágio, mostrando que não existem efeitos de aumentar o tamanho da sala nas notas dos alunos de 5º (Painel A) e 9º ano (Painel B).

Os coeficientes estimados das equações 3 e 4 considerando apenas observações que estejam dentro da respectiva janela ótima h calculada segundo abordagem de Calonico et al. (2014) estão representados nas tabelas A-7 a A-10. O cálculo de h foi realizado individualmente para o caso *pooled* e cada um dos pontos de corte. h varia conforme descrito na Tabela B8, que também reporta o número de alunos à esquerda e à direita dos pontos de corte dentro da respectiva janela h . Para mostrar a sensibilidade dos resultados obtidos a diferentes janelas, essas tabelas reportam estimativas considerando o dobro e o triplo de h .

As tabelas A-7 e A-8 expõem os resultados de primeiro estágio de uma regressão linear local com *kernel* retangular para o 5º e 9º ano respectivamente, onde o instrumento utilizado foram *dummies* que assumem o valor 1 se os alunos estivessem à direita de cada um dos respectivos pontos de corte, e 0 caso estivessem à esquerda (sempre dentro da respectiva janela). Nesse caso, como é esperado que salas à direita da descontinuidade tenham tamanho menor do que à esquerda, o sinal esperado do coeficiente de primeiro estágio é negativo.²³ No 5º ano, corroborando com a análise gráfica anterior, há evidências de um primeiro estágio fortemente significante no primeiro ponto de corte para todas as janelas (colunas 1 a 6). Também no 5º ano, os efeitos na estimativa *pooled* foram significantes para o dobro e triplo de h (colunas 3 a 6). Já no 9º ano, existem evidências de um primeiro estágio no primeiro e segundo

²²Embora não esteja lista neste estudo, a distribuição do número de turmas por matrícula total está disponível sob demanda.

²³Portanto, não faz sentido interpretar a existência de um primeiro estágio caso o coeficiente estimado seja positivo.

Tabela A-4. Distribuição do Número de Turmas por Matrícula Total – 5º ano

Matrículas Totais	Número de Turmas	Matrículas Totais	Número de Turmas
26	1	96	42
27	1	97	27
30	2	98	44
32	1	99	57
33	4	100	49
34	1	101	45
35	6	102	21
37	1	103	39
41	2	104	31
43	4	105	28
44	4	106	9
45	2	107	13
47	2	109	4
48	2	110	4
49	2	111	4
50	4	112	4
51	8	113	7
52	6	114	4
53	2	116	12
54	12	118	12
57	6	120	4
58	4	121	25
59	6	122	12
60	2	123	8
61	16	124	16
62	8	125	16
63	20	126	32
64	23	127	12
65	33	128	16
66	28	129	16
67	41	130	24
68	36	131	16
69	22	132	29
70	27	133	16
71	25	134	16
72	2	135	28
73	3	136	4
74	9	137	24
75	6	138	21
76	9	139	13
77	2	140	24
78	6	141	4
79	12	146	5
80	3	147	9
81	6	152	5
82	15	154	5
83	6	155	5
84	15	157	5
85	18	160	5
86	9	162	10
87	12	163	5
88	15	164	5
89	27	165	10
90	22	166	15
91	12	167	11
92	12	169	10
93	27	173	10
94	31	174	5
95	27	233	7

Nota: Elaboração própria, com base no Censo Escolar 2015.

Tabela A-5. Resultados do Primeiro Estágio e Formas Reduzidas por Ponto de Corte (segundo Brollo et al., 2013).

	Tamanho da Sala		Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
PAINEL A: 5º ANO						
Ponto 1	0,399 (0,285)	0,359 (0,288)	-0,014 (0,010)	-0,007 (0,009)	-0,017 (0,011)	-0,010 (0,008)
Ponto 2	0,656 *** (0,117)	0,667 *** (0,114)	0,002 (0,006)	0,005 (0,005)	0,002 (0,005)	0,005 (0,004)
Ponto 3	0,640 *** (0,135)	0,604 *** (0,140)	0,006 (0,006)	0,001 (0,006)	0,009 (0,007)	0,004 (0,006)
Ponto 4	0,668 *** (0,184)	0,731 *** (0,168)	0,003 (0,013)	-0,002 (0,011)	-0,002 (0,014)	-0,007 (0,012)
Observações	45.089	35.877	41.980	35.867	41.980	35.867
PAINEL B: 9º ANO						
Ponto 1	0,293 *** (0,068)	0,313 *** (0,067)	-0,001 (0,002)	-0,003 (0,002)	-0,001 (0,003)	-0,003 (0,002)
Ponto 2	0,114 * (0,059)	0,123 ** (0,058)	-0,002 (0,003)	-0,003 (0,002)	-0,001 (0,003)	-0,001 (0,002)
Ponto 3	0,020 (0,061)	0,031 (0,060)	0,001 (0,004)	0,001 (0,003)	0,002 (0,004)	0,001 (0,003)
Ponto 4	0,023 (0,082)	-0,018 (0,078)	0,000 (0,005)	-0,005 (0,004)	0,003 (0,006)	-0,003 (0,005)
Ponto 5	0,090 (0,127)	0,047 (0,123)	0,001 (0,009)	-0,002 (0,008)	-0,005 (0,011)	-0,010 (0,009)
Ponto 6	0,015 (0,226)	0,067 (0,235)	0,003 (0,016)	-0,003 (0,011)	0,008 (0,018)	0,001 (0,012)
Ponto 7	-0,033 (0,293)	-0,106 (0,298)	0,014 (0,022)	0,006 (0,015)	0,018 (0,027)	0,006 (0,017)
Observações	319.258	264.751	288.312	264.730	288.312	264.730
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Essa tabela apresenta os efeitos da forma reduzida (coeficiente π_1 , da equação (3)) do Tamanho da Sala Predito no tamanho médio da sala observado e nas notas dos alunos em Matemática e Português. Os coeficientes foram estimados interagindo a equação (3) com uma série de dummies que assumiram o valor 1 caso as matrículas totais estivessem do ponto médio abaixo ao ponto médio acima do respectivo ponto de corte. Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano de escolas municipais da cidade de São Paulo e 9º ano de escolas estaduais de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

Tabela A-6. Efeitos do Tamanho da Sala nas Notas dos Alunos.

	Nota Matemática		Nota Português	
	(1)	(2)	(3)	(4)
PAINEL A: 5º ANO				
Ponto 1	-0,028 (0,018)	-0,016 (0,020)	-0,033 (0,022)	-0,022 (0,022)
Ponto 2	0,004 (0,009)	0,008 (0,007)	0,003 (0,008)	0,008 (0,006)
Ponto 3	0,012 (0,012)	0,002 (0,011)	0,017 (0,013)	0,007 (0,012)
Ponto 4	0,005 (0,022)	-0,003 (0,017)	-0,004 (0,024)	-0,010 (0,017)
Observações	41.980	35.867	41.980	35.867
PAINEL B: 9º ANO				
Ponto 1	-0,004 (0,007)	-0,009 (0,025)	-0,004 (0,008)	-0,009 (0,017)
Ponto 2	-0,019 (0,023)	-0,024 (0,039)	-0,005 (0,023)	-0,010 (0,029)
Ponto 3	0,104 (0,492)	0,015 (0,440)	0,156 (0,701)	0,021 (0,308)
Ponto 4	0,021 (0,322)	0,738 (8,223)	0,176 (0,865)	0,486 (5,402)
Ponto 5	0,007 (0,101)	0,037 (0,632)	-0,051 (0,147)	-0,111 (0,477)
Ponto 6	0,069 (0,471)	0,019 (0,615)	0,186 (1,019)	0,058 (0,462)
Ponto 7	-0,215 (1,037)	-0,397 (3,880)	-0,277 (1,349)	-0,280 (2,620)
Observações	288.312	264.730	288.312	264.730
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Essa tabela apresenta as estimativas da equação (4) por Mínimos Quadrados em 2 Estágios (coeficiente β_1 da equação (4)). Os coeficientes foram estimados interagindo a equação (4) com uma série de *dummies* que assumiram o valor 1 caso as matrículas totais estivessem do ponto médio abaixo ao ponto médio acima do respectivo ponto de corte. A variável endógena é o tamanho médio da sala, que foi instrumentalizada pelo tamanho predito pela equação (2). Como controle, foram incluídas *dummies* de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano de escolas municipais da cidade de São Paulo e 9º ano de escolas estaduais de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola.

ponto de corte somente para o triplo de h (colunas 5 e 6). Devido ao menor tamanho amostral, as estimativas reportadas nessa tabela possuem maior erro padrão do que aquelas mostradas anteriormente.

Os resultados do efeito de interesse dado por β_1 da equação (4) considerando a amostra na janela ótima h e variações indicam que não existem efeitos estatisticamente significantes do tamanho da sala nas notas dos alunos de 5º e 9º ano em matemática e português (tabelas A-9 e A-10). Embora menos precisos, os resultados encontrados estão de acordo com aqueles anteriormente reportados.

Tabela A-7. Resultados do Primeiro Estágio na Janela Ótima – 5º ano.

	h		$2 * h$		$3 * h$	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Pooled	-1,896 (1,239)	-2,007 (1,225)	-3,133 *** (1,134)	-3,297 *** (1,120)	-4,006 *** (0,885)	-3,954 *** (0,873)
Observações	10.063	7.496	15.794	11.609	23.047	16.874
Ponto 1	5,063 ** (1,868)	4,079 (3,751)	-2,111 (6,509)	-1,232 (4,263)	-5,768 * (3,103)	-7,918 *** (1,985)
Observações	356	233	435	287	650	463
Ponto 2	-5,165 ** (2,085)	-5,791 *** (1,893)	-4,406 ** (1,940)	-4,585 ** (1,872)	-5,308 *** (1,525)	-5,561 *** (1,503)
Observações	2.132	1.636	3.317	2.483	5.899	4.388
Ponto 3	-0,063 (1,457)	-0,108 (1,533)	-1,014 (1,528)	-0,995 (1,520)	-2,001 (1,365)	-1,355 (1,426)
Observações	3.977	3.046	6.160	4.548	9.581	6.993
Ponto 4	1,516 * (0,716)	0,288 (0,495)	1,389 *** (0,365)	0,544 (0,350)	-2,064 (1,570)	-2,758 ** (1,089)
Observações	1.966	1.418	3.720	2.732	5.073	3.702
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Cada célula representa o coeficiente de uma regressão linear local cuja variável explicativa de interesse é uma dummy que assume o valor 1 caso a observação esteja à direita do ponto de corte e 0 caso contrário e cuja variável resposta é o tamanho médio da sala. Foi considerada apenas a amostra dentro da janela ótima h e variações (o dobro e triplo de h). Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

Tabela A-8. Resultados do Primeiro Estágio na Janela Ótima – 9º ano.

	h		$2 * h$		$3 * h$	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Pooled	-0,084 (0,452)	0,238 (0,464)	-0,264 (0,320)	-0,001 (0,314)	-0,243 (0,291)	-0,058 (0,286)
Observações	37.480	27.495	86.818	62.969	109.852	79.577
Ponto 1	1,469 (2,377)	2,531 (2,029)	-0,923 (1,806)	-0,263 (1,763)	-3,112 ** (1,314)	-3,049 ** (1,277)
Observações	2.172	1.526	3.522	2.532	5.899	4.298
Ponto 2	-0,114 (0,749)	-0,016 (0,733)	-0,458 (0,562)	-0,554 (0,548)	-0,911 * (0,470)	-0,978 ** (0,466)
Observações	15.370	11.299	27.960	20.490	36.622	26.815
Ponto 3	1,363 * (0,695)	1,510 ** (0,709)	0,515 (0,530)	0,401 (0,538)	0,536 (0,469)	0,414 (0,469)
Observações	9.542	7.158	21.140	15.666	32.499	23.949
Ponto 4	-0,141 (0,676)	-0,017 (0,690)	0,178 (0,568)	0,374 (0,536)	0,214 (0,498)	0,461 (0,465)
Observações	15.239	11.130	26.789	19.505	36.529	26.676
Ponto 5	-0,318 (1,092)	-0,231 (0,827)	-0,798 (0,792)	-0,717 (0,708)	-0,478 (0,712)	-0,260 (0,703)
Observações	5.249	3.922	11.798	8.254	17.582	12.375
Ponto 6	0,021 (1,504)	0,406 (1,404)	-0,421 (1,028)	-0,588 (1,025)	0,401 (0,810)	0,068 (0,861)
Observações	7.469	5.282	11.560	8.152	17.802	12.339
Ponto 7	-0,985 (1,266)	0,160 (0,480)	-1,237 (1,289)	-0,251 (0,855)	0,453 (1,250)	1,106 (1,094)
Observações	2.937	1.921	4.532	3.128	6.517	4.547
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Cada célula representa o coeficiente de uma regressão linear local cuja variável explicativa de interesse é uma dummy que assume o valor 1 caso a observação esteja à direita do ponto de corte e 0 caso contrário e cuja variável resposta é o tamanho médio da sala. Foi considerada apenas a amostra dentro da janela ótima h e variações (o dobro e triplo de h). Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o pai possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui alunos do 9º ano estadual de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola. *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

Tabela A-9. Efeitos do Tamanho da Sala na Nota dos Alunos na Janela Ótima – 5º ano.

	Nota em Matemática						Nota em Português					
	h		2 * h		3 * h		h		2 * h		3 * h	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Pooled	0,005 (0,025)	0,014 (0,020)	-0,006 (0,015)	-0,001 (0,012)	-0,005 (0,010)	-0,004 (0,009)	0,001 (0,024)	0,016 (0,018)	-0,004 (0,014)	0,001 (0,011)	-0,006 (0,010)	-0,003 (0,009)
Observações	8.735	7.494	13.649	11.607	19.871	16.869	8.735	7.494	13.649	11.607	19.871	16.869
Ponto 1	0,009 (0,023)	0,036 (0,139)	-0,074 (0,169)	0,034 (0,203)	-0,022 (0,019)	-0,006 (0,012)	0,043 (0,030)	-0,068 (0,099)	-0,126 (0,310)	-0,100 (0,274)	-0,019 (0,018)	-0,008 (0,009)
Observações	295	233	352	287	543	463	295	233	352	287	543	463
Ponto 2	0,015 (0,015)	0,017 (0,011)	0,006 (0,015)	0,014 (0,011)	-0,001 (0,014)	0,005 (0,011)	0,011 (0,016)	0,013 (0,011)	-0,003 (0,017)	0,006 (0,011)	-0,002 (0,013)	0,004 (0,009)
Observações	1.868	1.636	2.895	2.483	5.157	4.388	1.868	1.636	2.895	2.483	5.157	4.388
Ponto 3	0,068 (1,748)	-0,041 (0,619)	-0,010 (0,058)	-0,035 (0,058)	0,019 (0,033)	0,013 (0,047)	0,852 (15,515)	0,600 (8,316)	0,038 (0,106)	0,012 (0,074)	0,029 (0,038)	0,031 (0,060)
Observações	3.444	3.045	5.310	4.547	8.195	6.991	3.444	3.045	5.310	4.547	8.195	6.991
Ponto 4	-0,108 (0,074)	-0,540 (0,955)	-0,114 (0,079)	-0,255 (0,191)	-0,019 (0,042)	-0,030 (0,024)	-0,015 (0,029)	-0,204 (0,398)	-0,015 (0,021)	-0,037 (0,079)	-0,045 (0,042)	-0,054 (0,047)
Observações	1.712	1.418	3.195	2.731	4.378	3.700	1.712	1.418	3.195	2.731	4.378	3.700
Controle Alunos e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Cada célula representa o coeficiente de uma regressão linear local de segundo estágio dado por β_1 na equação (4). Foi considerada apenas a amostra dentro da janela ótima h e variações (o dobro e triplo de h). Como controle foram incluídas *dummies* se sexo ou se o aluno é branco, homem se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola, calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 5º ano municipal da cidade de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusterizados a nível de escola.

Tabela A-10. Efeitos do Tamanho da Sala na Nota dos Alunos na Janela Ótima - 9º ano.

	Nota em Matemática						Nota em Português					
	h		$2 * h$		$3 * h$		h		$2 * h$		$3 * h$	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Pooled	0,175 (0,641)	0,052 (0,147)	0,097 (0,139)	1,664 (508,260)	0,009 (0,074)	-0,215 (0,194)	0,167 (0,618)	0,080 (0,199)	0,109 (0,157)	-2,980 (911,413)	0,019 (0,083)	-0,292 (1,476)
Observações	29.782	27.491	62.963	68.240	86.332	79.570	29.782	27.491	68.240	62.963	86.332	79.570
Ponto 1	0,045 (0,135)	0,035 (0,042)	0,015 (0,047)	-0,003 (0,179)	-0,012 (0,015)	-0,014 (0,013)	0,130 (0,353)	0,079 (0,076)	0,003 (0,052)	-0,117 (0,771)	-0,010 (0,017)	-0,015 (0,016)
Observações	1.716	1.525	2.774	2.531	4.654	4.297	1.716	1.525	2.774	2.531	4.654	4.297
Ponto 2	0,006 (0,147)	0,018 (1,968)	-0,037 (0,070)	-0,040 (0,054)	-0,012 (0,026)	-0,024 (0,022)	0,093 (0,329)	1,414 (1,222)	-0,022 (0,064)	-0,021 (0,045)	-0,009 (0,027)	-0,018 (0,022)
Observações	12.059	11.299	21.911	20.489	28.894	26.813	12.059	11.299	21.911	20.489	28.894	26.813
Ponto 3	-0,044 (0,046)	-0,017 (0,031)	-0,093 (0,107)	-0,089 (0,134)	-0,056 (0,087)	-0,017 (0,062)	-0,042 (0,051)	-0,001 (0,037)	-0,082 (0,103)	-0,027 (0,086)	-0,041 (0,083)	0,029 (0,073)
Observações	7.676	7.157	16.973	15.665	25.898	23.947	7.676	7.157	16.973	15.665	25.898	23.947
Ponto 4	0,120 (0,797)	-2,774 (86,994)	0,022 (0,138)	0,091 (0,143)	-0,041 (0,146)	0,053 (0,072)	0,093 (0,681)	-2,628 (1,67)	-0,014 (1,67)	0,080 (0,163)	-0,038 (0,133)	0,029 (0,079)
Observações	12.098	11.129	21.087	19.504	28.772	26.675	12.098	11.129	21.087	19.504	28.772	26.675
Ponto 5	0,280 (0,998)	0,447 (1,701)	0,047 (0,073)	0,071 (0,090)	0,062 (0,114)	0,084 (0,242)	0,294 (1,076)	0,356 (1,428)	0,019 (0,081)	0,024 (0,081)	0,021 (0,115)	-0,039 (0,222)
Observações	4.170	3.922	8.988	8.252	13.437	12.377	4.170	3.922	8.988	8.252	13.437	12.377
Ponto 6	-0,036 (1,380)	-0,003 (0,173)	0,013 (0,169)	-0,033 (0,110)	-0,078 (0,282)	-0,219 (0,826)	0,352 (7,024)	0,095 (3,023)	0,072 (0,236)	0,004 (0,101)	-0,125 (0,389)	-0,480 (0,072)
Observações	5.701	5.281	8.959	8.151	13.708	12.337	5.701	5.281	8.959	8.151	13.708	12.337
Ponto 7	0,095 (0,172)	0,578 (1,759)	0,005 (0,087)	-0,113 (0,384)	0,000 (0,150)	0,006 (0,035)	0,195 (0,260)	0,505 (1,510)	0,049 (0,113)	0,044 (0,320)	-0,093 (0,280)	-0,018 (0,056)
Observações	2.257	1.921	3.563	3.128	5.077	4.547	2.257	1.921	3.563	3.128	5.077	4.547
Controle Aluno e INSE	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim

Nota: Cada célula representa o coeficiente de uma regressão linear local de segundo estágio dado por β_1 , na equação (4). Foi considerada apenas a amostra dentro da janela ótima h e variações (o dobro e triplo de h). Como controle, foram incluídas dummies de sexo, se o aluno é branco, homem, se já reprovou, se a mãe possui Ensino Fundamental completo, se o professor possui pós-graduação. O INSE, Indicador de Nível Socioeconômico da escola calculado pelo INEP, o número de salas de aula utilizadas e de funcionários foram utilizados como controle de escola. A amostra inclui todos os alunos do 9º ano estadual de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2015. Erros padrão reportados entre parênteses foram clusternizados à nível de escola.

Tabela A-11. Janela Ótima e Número de Observações à Esquerda e à Direita de Cada Ponto de Corte.

	h	Obs. à Esquerda		Obs. à Direita		2 * h	Obs. à Esquerda		Obs. à Direita		3 * h	Obs. à Esquerda		Obs. à Direita	
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)		(7)	(8)	(9)	
PAINEL A: 5º ANO															
Pooled	2,02	7.427	1.311	4,04	11.998	1.655	6,06	17.569	2.309						
Ponto 1	3,01	266	29	6,02	289	63	9,03	3.466	197						
Ponto 2	1,4	1.319	549	2,8	2.278	617	4,2	4.289	869						
Ponto 3	2,26	2.875	570	4,52	4.649	662	6,78	7.357	842						
Ponto 4	2,59	1.617	95	5,18	3.100	95	7,77	3.937	441						
PAINEL B: 9º ANO															
Pooled	1,61	20.275	9.508	3,22	40.871	27.373	4,83	51.537	34.800						
Ponto 1	1,39	1.204	512	2,78	1.596	1.178	4,17	2.531	2.123						
Ponto 2	3,19	7.400	4.659	6,38	11.976	9.936	9,57	14.864	14.031						
Ponto 3	1,67	5.189	2.488	3,34	10.183	6.791	5,01	15.188	10.711						
Ponto 4	2,25	7.540	4.558	4,5	8.446	12.642	6,75	17.511	11.212						
Ponto 5	1,88	2.891	1.279	3,76	4.675	4.316	5,64	7.707	5.733						
Ponto 6	3,04	3.973	1.728	6,08	5.528	3.431	9,12	8.622	5.086						
Ponto 7	2,01	1.057	1.200	4,02	2.084	1.479	6,03	3.030	2.047						

Nota: As janelas ótimas (h) foram calculadas seguindo o procedimento proposto por Calonico et al. (2014).

A.3 Estatísticas Descritivas para Escolas em Municípios sem Escola Particular

Tabela A-12. Estatísticas Descritivas de Escolas em Municípios Sem Escola Particular – 9º ano.

	Média	D.P.	Obs.	p5	p10	p25	p50	p75	p90	p95
Matrículas Totais	78,0	39,0	780	24,5	32	49	74	103	126,5	139
Nº de Turmas	2,84	1,23	780	1	1	2	3	4	4	5

Nota: Essa tabela apresenta estatísticas descritivas para turmas, escolas e alunos de 5º ano da rede municipal da cidade de São Paulo e 9º ano da rede estadual de São Paulo. Os dados foram obtidos do Censo Escolar e da Prova Brasil no ano de 2015.

Apêndice B.

B.1 Resolução SE 86, de 28/11/2008 – Resolução Estadual de São Paulo que Limita o Número de Alunos por Sala

Art. 2º Na organização do atendimento à demanda escolar nas escolas estaduais, sempre que houver disponibilidade de recursos físicos, deverão ser observados como critérios para organização e composição de classes/turmas os seguintes referenciais quanto à média de alunos por classe:

- I – 30 alunos para as classes das séries/anos iniciais do ensino fundamental;
- II – 35 alunos para as classes das séries/anos finais do ensino fundamental;
- III – 40 alunos para as classes do ensino médio;
- IV – 40 alunos para as turmas de educação de jovens e adultos, nos dois níveis de ensino: fundamental e médio;
- V – 15 a 20 alunos para as turmas do Projeto Intensivo no Ciclo — PIC de 3^a e 4^a séries do ensino fundamental;
- VI – 12 a 15 alunos na oferta de serviços de apoio pedagógico especializado, SAPE(s), e para o atendimento escolar de alunos com deficiência, a partir dos princípios da educação inclusiva, em conformidade com o disposto na Resolução nº 11/2008;
- VII – as turmas de recuperação paralela serão constituídas de 15 a 20 alunos e organizadas em conformidade com as diretrizes fixadas na Resolução nº 40/2008;

Parágrafo único – Casos excepcionais deverão ser submetidos à análise da Diretoria Ensino e à homologação anual da respectiva Coordenadoria.

B.2 Portaria nº 4722, de 16 de Outubro de 2009 – Portaria Municipal de São Paulo que Limita o Número de Alunos por Sala

Art. 20 As classes do 1º ano do Ciclo I do ensino fundamental regular serão formadas com até 32 (trinta e dois) alunos.

§1º Nos demais anos do ensino fundamental regular, as classes devem ser formadas com até 35 (trinta e cinco) alunos.

§2º Nas Emees, que atendem, exclusivamente, os alunos com necessidades educacionais especiais, as classes de ensino fundamental serão formadas com, em média, 10 (dez) alunos.