

Redesenho e Análise do Mercado de Admissão aos Centros de Pós-Graduação em Economia no Brasil à Luz da Teoria dos Jogos: Um Experimento Natural em Desenho de Mercados

Felipe P. Bardella^{*,†}, Marilda Sotomayor^{‡,§}

Conteúdo: 1. Introdução; 2. O Modelo Matemático de Admissão às Instituições; 3. Formas de Organização do Mercado de Admissão às Instituições; 4. Manipulabilidade; 5. O Mercado da ANPEC; 6. Um Mercado Fictício e Resultados Experimentais; 7. Implicações dos Resultados Experimentais Sobre o Mercado da ANPEC; 8. Conclusão e Comentários Finais; A. Apêndice.

Palavras-chave: Matching, Alocação, Estabilidade, Manipulabilidade.

Códigos JEL: C78, D78.

A ANPEC é uma associação de Centros de pós-graduação em Economia que realiza anualmente um exame para classificar os candidatos à admissão nesses Centros. Essa classificação é usada pelas Instituições na elaboração de suas preferências sobre os candidatos. No procedimento de admissão atual, uma forma de ação descoordenada é usada para alocar os candidatos aos Centros. Descrevemos a história da organização desse mercado ao longo dos últimos 30 anos. Analisamos o mercado descentralizado e explicamos as razões do insucesso do mecanismo centralizado de 1997. Observações empíricas são fundamentadas pela teoria existente e por novos resultados teóricos apresentados. Um novo desenho para esse mercado visando corrigir as falhas apresentadas no modelo atual é proposto.

The ANPEC is an association of graduate Centers in Economics in Brazil which provides, every year, an examination that ranks the candidates who want to be admitted by these Centres. This classification is used

*Secretaria do Tesouro Nacional do Ministério da Fazenda. E-mail: felbard@gmail.com

†Este trabalho é oriundo da tese de mestrado de Felipe Bardella na Universidade de São Paulo. Os dados e informações sobre o mercado apresentados no artigo foram obtidos com a Coordenação do Exame da ANPEC e com os Coordenadores de todos os Centros participantes. Agradecemos ao professor Mauro Lemos, Ex-Secretário Executivo da ANPEC, e aos Coordenadores de todos os Centros pelas informações prestadas.

‡Escola de Pós-Graduação em Economia – Fundação Getúlio Vargas – E-mail: marildas@usp.br

§Parcialmente apoiado pelo CNPq.



by the Institutions to elaborate their preferences on the candidates. The allocation procedure of candidates to graduate Economic Schools in Brazil is decentralized. We describe the history of the organization of this Market along the last 30 years. We analyse the decentralized Market and explain the reasons of the failure of the centralized mechanism of 1997. Empirical observations are fundamented by the existent theory and by new theoretical results presented. A new design for this Market is proposed, aiming to correct the failures presented in the actual model.

1. INTRODUÇÃO

Desde o início da década de 80, a Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia – ANPEC – realiza anualmente um exame para classificar cerca de 1500 candidatos à admissão nos cursos de pós-graduação em economia oferecidos pelos seus Centros Membros. Este exame consta de provas escritas sobre cinco disciplinas: Matemática, Estatística, Macroeconomia, Microeconomia e Economia Brasileira, realizadas, no mesmo dia e hora, em várias cidades brasileiras. Antes da realização das provas os candidatos apresentam à ANPEC uma lista com seis Centros Membros e estes apresentam uma lista de pesos para cada uma das provas, que serão utilizados para computar o grau final dos candidatos e o seu número de vagas. Após a realização das provas a ANPEC divulga os graus dos estudantes e as classificações dos mesmos segundo os pesos atribuídos por cada Centro. A partir de então, toda a interação entre Centros e candidatos é feita de forma descoordenada, com os Centros fazendo ofertas aos candidatos melhor colocados de acordo com seus critérios, dentre aqueles que os relacionaram em suas listas de preferências. Os candidatos, por sua vez, têm um prazo para aceitar ou rejeitar as ofertas. Neste artigo denominaremos “mercado da ANPEC” este mercado de admissão de candidatos aos Centros de pós-graduação em Economia que usa o exame da ANPEC como critério de seleção.

A literatura existente sobre mercados de admissão de candidatos às Instituições indica que os mercados descentralizados tendem a evoluir gradualmente em direção a um procedimento coordenado que, em geral, permanece em uso de forma duradoura.¹

O mercado descentralizado da ANPEC experimentou este processo de mudanças no período compreendido entre o início da década de 90 e o ano de 1997. Conforme descrito em Sotomayor (1996b), muitos problemas foram observados nesse mercado no decorrer desse período: os Centros menos procurados não conseguiam preencher suas vagas; outros desconsideravam os candidatos que não os tivessem escolhido em primeira opção por se sentirem desprestigiados (consequentemente, alguns candidatos com rendimento médio nas provas acabavam não sendo escolhidos por nenhum Centro); um candidato que recebia uma oferta após ter aceitado outra menos preferível, e um Centro que, para garantir o preenchimento de suas vagas, tivesse feito ofertas a candidatos menos preferidos, se arrependiam das decisões tomadas. Para tentar contornar estes problemas, várias mudanças foram propostas e implementadas pela ANPEC. Em relação aos Centros, estes ora aumentavam, ora reduziam os prazos de resposta dados aos candidatos, na tentativa de admitirem estudantes com melhores graus. Quanto aos candidatos, as mudanças se referiam à forma pela qual estes deveriam apresentar suas listas de preferências. Até 1992 era solicitado que estes relacionassem quatro Centros em ordem de preferência estrita. A partir de 1993 os candidatos passaram a indicar somente três Centros sem revelar suas prioridades e, por fim, em 1996, esse número foi aumentado para seis, permanecendo a omissão da ordem de prioridade. Entretanto essas medidas não resolveram os problemas acima mencionados.

Assim foi que, motivada pelo trabalho de Sotomayor (1996b), a ANPEC implementou em 1997 um procedimento centralizado como uma forma coordenada de ação. Estudantes e Centros declaravam

¹Ver Roth e Xing (1994) ou Bardella (2005).

suas preferências a uma Central que usava um algoritmo devido a Gale e Shapley (1962), que tem sido usado com sucesso em inúmeros outros mercados para produzir uma alocação dos candidatos para os Centros. A grosso modo, a alocação produzida por esse algoritmo tem uma propriedade que garante que se um candidato preferir outro Centro a aquele para o qual foi alocado (ou permanecer sem escola), então este Centro não desejará abrir mão de nenhum dos candidatos alocados a ele para admitir o novo candidato; se um Centro puder melhorar o seu grupo de candidatos admitindo um novo candidato, ou trocando-o com algum do grupo, então esse novo candidato não concordará em trocar o Centro para o qual foi alocado pelo novo Centro. Uma tal alocação é chamada estável.

Uma outra propriedade importante é que esta alocação é a mais preferida fracamente por todos os candidatos a qualquer outra alocação estável. Por isso é denominada *alocação estável ótima para os candidatos*. Revertendo-se os papéis entre candidatos e Instituições no algoritmo, obtém-se a *alocação estável ótima para as Instituições* (pode ser a mesma) com propriedades simétricas (ver Roth e Sotomayor, 1990).

Contudo, diferentemente do que costuma ser observado em mercados centralizados que adotam o algoritmo de Gale e Shapley, o mercado da ANPEC abandonou o procedimento centralizado no ano seguinte. Em 1998, voltou-se a aplicar o mecanismo descentralizado de 1996. Esse procedimento foi adotado pela ANPEC até 2006 sem nenhuma mudança aparente, sugerindo que os problemas que levaram a ANPEC a optar pelo mecanismo centralizado de 1997 tinham sido sanados. Entretanto, em 2006 algum tipo de descontentamento levou a ANPEC a substituir o mecanismo por um novo procedimento que vem sendo usado até os dias de hoje. Este procedimento imita, na prática, o algoritmo de Gale e Shapley que produz a *alocação estável ótima para as Instituições*. O mecanismo continua descentralizado, com os Centros fazendo as ofertas diretamente aos candidatos, mas usa algumas regras distintas das do mecanismo de Gale e Shapley: os candidatos continuam submetendo uma lista com até seis Centros, sem indicar as prioridades, e enquanto no algoritmo de Gale e Shapley as únicas aceitações definitivas por parte dos candidatos ocorrem somente na etapa final, o que possibilita ao candidato, durante todo o procedimento, desconsiderar uma oferta após receber uma outra mais preferida, no mecanismo usado pela ANPEC os candidatos podem aceitar definitivamente uma oferta em uma etapa qualquer.

Uma análise do mercado da ANPEC à luz da Teoria dos Jogos, como foi feita em Sotomayor (1996b) para a primeira fase do mercado descentralizado, é crucial para o entendimento das falhas dos procedimentos anteriormente usados que comprometeram o sucesso desses mecanismos e a prever o comportamento dos participantes no procedimento atual. O presente artigo tenciona oferecer a análise desse mercado no período de 1997 até o presente ano. A teoria existente e alguns resultados teóricos novos são usados para fundamentar as nossas conclusões, obtidas a partir dos relatos fornecidos por alguns coordenadores dos Centros em 1997 e dos dados sobre as listas de preferências apresentadas pelos candidatos e sobre as alocações produzidas pelo mecanismo usado, fornecidos pelos coordenadores dos Centros em 2005. Na fase atual, os efeitos causados pela mudança nas regras do algoritmo de Gale e Shapley são visíveis. Por um lado, os Centros se sentem desprestigiados quando um candidato aceita sua oferta “condicionalmente”. Por outro lado, as novas regras lhes dão o poder de pressionar o candidato a uma aceitação definitiva. O mercado apresenta, dessa forma, um retrocesso significativo na sua evolução.

O artigo está organizado em seis seções, incluindo esta introdução. Na seção 2 modelamos o mercado da ANPEC como o mercado de admissão de candidatos a Instituições, conhecido na literatura como “*College Admissions Model*”. Este modelo foi introduzido por Gale e Shapley em seu artigo seminal de 1962 e será denominado doravante “Modelo de Admissão às Instituições”. Na seção 3 apresentamos as formas de organização de mercados de admissão às Instituições que têm sido apontadas na literatura. Apresentamos e discutimos as causas de possíveis falhas em mecanismos descentralizados e centralizados. Na seção 4 provamos três novos resultados referentes às questões de manipulabilidade de mecanismos estáveis centralizados e apresentamos um exemplo ilustrativo. Na subseção 5.1 estudamos o mecanismo centralizado da ANPEC de 1997 e usamos os resultados teóricos da seção 4 para entender



as causas do insucesso desse mecanismo. Na subseção 5.2 descrevemos e analisamos o mecanismo descentralizado da ANPEC a partir de observações empíricas sobre o funcionamento deste mercado no período de 1998 a 2005. Modelamos o mercado como um jogo dinâmico com dois estágios e descrevemos o comportamento observado dos participantes em cada estágio do jogo. Na seção 6 descrevemos e analisamos o mecanismo implementado em 2006. Na subseção 5.3, analisamos o mercado descentralizado da ANPEC atual, instituído em 2006. Na seção 6 construímos um modelo teórico fictício a partir das observações empíricas sobre o mercado da ANPEC e realizamos simulações deste modelo. Utilizamos os resultados das alocações simuladas para derivarmos conclusões sobre o mercado real da ANPEC. Na seção 8 concluímos e mostramos que o mercado da ANPEC está em condições de migrar definitivamente para um mecanismo centralizado. No Apêndice A apresentamos alguns resultados já conhecidos sobre o modelo cooperativo formal descrito na seção 2 e as demonstrações dos resultados enunciados no texto.

2. O MODELO MATEMÁTICO DE ADMISSÃO ÀS INSTITUIÇÕES

Existem dois conjuntos finitos e disjuntos de participantes: C , com m candidatos, e I , com n Instituições. Cada Instituição i possui uma cota q_i , representando o número de vagas que dispõe. Cada candidato c tem uma ordenação de preferências estritas sobre o conjunto $I \cup \{c\}$ e cada Instituição i tem uma ordenação de preferências estritas sobre o conjunto $C \cup \{i\}$. Denotaremos por $P(h)$ a lista de preferências de h , para todo participante $h \in C \cup I$. Assim, $P(c) = i_1, i_4, c, i_2, i_3$ significa que c prefere i_1 a i_4 , e a colocação de c em $P(c)$ depois de i_4 significa que c prefere não ingressar em nenhuma Instituição a ingressar em i_2 ou i_3 . As Instituições aceitáveis para c são aquelas preferíveis por c a si mesmo. Da mesma forma definimos um candidato aceitável para uma Instituição. Dadas duas Instituições i e i' , indicaremos que o candidato c prefere (estritamente) i a i' pela notação $i >_c i'$ e indicaremos que c prefere (estritamente) ingressar em i a não ser admitido por nenhuma Instituição pela notação $i >_c c$. A preferência não estrita será denotada por \geq_c . Semelhantemente, definimos $>_i$ e \geq_i . Denotaremos por P_C o conjunto de preferências de todos os candidatos, $P_C = P(c_1), P(c_2), \dots, P(c_m)$. Denotaremos por P_I o conjunto de preferências de todas as Instituições, $P_I = P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_n)$. Estaremos assumindo que as preferências das Instituições sobre grupos de candidatos são correspondentes às suas preferências sobre candidatos individualmente. Isto é, se A é um conjunto de candidatos com cardinalidade menor do que q_i e c e c' são dois candidatos não pertencentes ao conjunto A , então $A \cup \{c\} >_i A \cup \{c'\}$ se e somente se $c >_i c'$. Para os nossos propósitos somente precisamos conhecer as preferências das Instituições sobre candidatos individuais. Assim, denotaremos por $P = \{P_C, P_I\}$ a estrutura de preferências de candidatos e Instituições. Representaremos por $P_C/P'(c)$ (resp. $P/P'(c)$) o conjunto de preferências obtido de P_C (resp. P) pela substituição de $P(c)$ por $P'(c)$, mantendo as outras preferências inalteradas. Finalmente, o modelo de admissão às Instituições é representado por $M = (C, I, P, q)$, onde q é o vetor de cotas das Instituições.

A principal atividade do mercado é encontrar uma alocação dos candidatos para as Instituições que respeite as cotas dos participantes. Cada candidato é designado a, no máximo, uma Instituição; cada Instituição pode admitir, no máximo, sua cota de candidatos. O candidato que não for admitido por nenhuma Instituição será designado a si mesmo e será chamado “auto-designado”. Uma Instituição que tiver algum número de vagas não preenchidas será designada a si mesma em cada uma dessas vagas. Se um candidato é alocado a uma Instituição então o candidato pertence ao grupo que foi designado para a Instituição.

Genericamente, designaremos uma alocação por μ . Assim $\mu(c) = i$ denota que o candidato c foi designado à Instituição i pela alocação μ ; $\mu(i) = \{c_1, c_2, i, i\}$ denota que a Instituição i , com cota de 4, admitiu os candidatos c_1 e c_2 e têm duas vagas não preenchidas.

Definição 2.1. Uma alocação μ é **individualmente racional** se para todo par (c, i) tal que $\mu(c) = i$, c é aceitável para i e i é aceitável para c .

Definição 2.2 Uma alocação μ é **estável** se é individualmente racional e não existem um candidato c e uma Instituição i , não associados pela alocação μ e tal que $(a) i \succ_c \mu(c)$ e $(b) c \succ_i \tau$, para algum τ em $\mu(i)$.

Portanto, numa alocação estável, todos os pares associados pela alocação são mutuamente aceitáveis. Um candidato c e uma Instituição i , como na Definição 2.2, são ditos causar uma instabilidade em μ . Por um abuso de linguagem diremos que (c, i) bloqueia a alocação μ , ou que (c, i) é um par bloqueante para a alocação μ .

Definição 2.3. A alocação estável μ_C é chamada **estável ótima para os candidatos** para o mercado (C, I, P, q) se $\mu_C(c) \geq_c \mu(c)$ para todo candidato c e para toda alocação estável μ . A alocação estável μ_I é chamada **estável ótima para as Instituições** para o mercado (C, I, P, q) se $\mu_I(i) \geq_i \mu(i)$ para toda Instituição i e para toda alocação estável μ .

A existência de alocações estáveis foi provada em Gale e Shapley (1962) e em Sotomayor (1996a). A demonstração de Gale e Shapley é construtiva, dada por um algoritmo, descrito na próxima seção, que produz num número finito de etapas uma alocação estável. A demonstração de Sotomayor é não construtiva.

Definição 2.4. Uma lista $P'(y)$ é uma lista de preferências **truncada** para o agente y se $P'(y)$ é obtida da lista de preferências verdadeira $P(y)$, pela remoção de todos os agentes menos preferidos que x , para algum x pertencente a $P(y)$.

3. FORMAS DE ORGANIZAÇÃO DO MERCADO DE ADMISSÃO ÀS INSTITUIÇÕES

Em geral os mercados de admissão às instituições começam descentralizados, com a alocação sendo realizada de forma descoordenada pelos próprios participantes através de livre negociação segundo suas preferências. Em grandes mercados, nos quais a comunicação entre todos os participantes se torna difícil, não se pode esperar que uma alocação estável ocorra como resultado de negociações descoordenadas entre eles.

Se as alocações produzidas são instáveis, então os pares bloqueantes, se identificados, preferirão fazer seus arranjos independentemente a participar do processo de admissão. Se alocações instáveis são produzidas sistematicamente, os organizadores do mercado quererão substituir as regras do procedimento por outras, e assim sucessivamente.

As principais causas da existência de alocações instáveis em mercados descentralizados são:

- (a) **Processo de antecipação:** os participantes passam a fechar acordos antecipadamente, sendo induzidos a tomar decisões sem dispor de toda a informação necessária para definir suas preferências;
- (b) **Desuniformização de informação:** as Instituições não são uniformemente informadas sobre quais candidatos já foram admitidos quando têm de fazer uma oferta; os candidatos não podem voltar atrás na palavra empenhada e não são uniformemente informados sobre quais Instituições já preencheram suas vagas quando têm de decidir se aceitam ou rejeitam uma oferta. Em consequência, as Instituições agem fazendo ofertas “explosivas” (o candidato deve aceitar ou rejeitar a oferta no momento em que a recebe) aos candidatos ou exigem uma resposta em prazo muito curto. Pressionados, os candidatos podem aceitar uma oferta da qual irão se arrepender caso recebam posteriormente uma oferta mais preferível.
- (c) **Data para o encerramento do mercado:** alguns mercados têm data de encerramento, o que deixa algumas Instituições sem possibilidade de realizar novas transações para preencher vagas restantes.



Historicamente, na maioria dos casos existentes na literatura, os mercados de admissão às Instituições evoluem para a *forma de organização centralizada*. Neste modelo, uma Central – também chamada “agente centralizador” – recebe as listas ordenadas de preferências das Instituições e dos candidatos e as utiliza como insumo para algum algoritmo que produz como resultado uma alocação entre os participantes. Assim, só precisamos considerar a função que, para cada *input*, descreve a alocação que o algoritmo produz. Tal função é chamada *mecanismo de alocação*. Se um mecanismo de alocação é adotado para uso em um mercado particular (C, I, P, q) , ele induz um jogo na forma estratégica. Os jogadores são os candidatos e as Instituições; o conjunto de estratégias de cada jogador são todas as possíveis listas ordenadas de preferências deste jogador (candidato ou Instituição) sobre os jogadores do lado oposto (Instituição ou candidato). Definidas as estratégias de cada participante (listas ordenadas), as regras do jogo estabelecidas pelo mecanismo produzem uma alocação. Os jogadores comparam alocações usando suas preferências verdadeiras P , que chamamos de *estratégias sinceras*. Um mecanismo é estável se ele produz sempre uma alocação estável para as preferências submetidas. Em geral, a organização centralizada com mecanismo de alocação estável é bem sucedida e se mantém com o tempo. Podemos observar na literatura que em poucos casos os mercados retornam à organização descentralizada.

Dois algoritmos devidos a Gale e Shapley têm sido usados como mecanismo de alocação estável em inúmeros mercados centralizados. As descrições abaixo são cotadas de Sotomayor (1996b).

Algoritmo de Gale e Shapley com os candidatos fazendo as ofertas (Algoritmo Gale-Shapley).

Cada candidato se candidata à admissão na sua Instituição favorita, isto é, na primeira Instituição de sua lista. As Instituições com excesso de candidatos aceitarão, temporariamente, os melhores candidatos que preencherem as suas vagas e rejeitarão os demais. Esta é a primeira etapa do algoritmo. Na segunda etapa, os candidatos rejeitados se candidatam à admissão na sua segunda Instituição favorita e novamente as Instituições com excesso de candidatos preencherão as suas vagas, temporariamente, com os melhores candidatos e rejeitarão os demais, etc. O algoritmo terminará quando todo candidato for admitido temporariamente ou tiver sido rejeitado por todas as Instituições de sua lista. Neste caso as aceitações se tornam definitivas e uma alocação final é determinada.

Algoritmo de Gale e Shapley com as instituições fazendo as ofertas (Algoritmo NRMP).

Cada Instituição i , com q_i vagas, faz uma oferta de admissão aos q_i candidatos mais preferidos de sua lista. Os candidatos que receberem ofertas de mais do que uma Instituição aceitarão, temporariamente, aquela que eles preferirem e recusarão as outras. Seus nomes são então removidos das listas de todas as Instituições cujas ofertas tenham sido recusadas por eles. Esta é a primeira etapa do algoritmo. As Instituições que não tiverem preenchido suas vagas, novamente, farão uma oferta ao conjunto de candidatos mais preferidos de suas listas de forma a não ultrapassar a sua cota. Os candidatos que receberem novas ofertas, novamente rejeitarão todas, exceto a sua favorita. Esta é a segunda etapa, etc. O algoritmo terminará quando, depois de alguma etapa, nenhuma Instituição puder fazer mais ofertas, ou porque sua cota estiver preenchida, ou porque já tiver esgotado sua lista. Neste caso as aceitações se tornam definitivas e uma alocação final é determinada.

Neste artigo nos referiremos ao primeiro algoritmo simplesmente como algoritmo Gale-Shapley. O segundo algoritmo, com as instituições fazendo as ofertas, foi usado pela *National Resident Matching Program* – NRMP – de 1951 a 1998 como procedimento de alocação de médicos para programas de residência nos hospitais dos EUA. Este algoritmo será referenciado doravante como algoritmo NRMP.

Gale e Shapley, no seu artigo seminal de 1962, provaram que o algoritmo Gale-Shapley produz a alocação estável ótima para os candidatos e que o algoritmo NRMP produz a alocação estável ótima para as Instituições. Um simples exemplo com dois candidatos e duas Instituições mostra que os dois algoritmos não necessitam produzir o mesmo resultado. Podem existir muitas alocações estáveis para

um dado mercado de admissão dos candidatos. Entretanto, Gale e Shapley também provaram que a alocação estável ótima para os candidatos é a menos preferida por todas as Instituições a qualquer outra alocação estável e a alocação estável ótima para as Instituições é a menos preferida por todos os candidatos a qualquer alocação estável.

O processo de evolução temporal dos mercados de admissão estudados na literatura, da descentralização para a centralização, ocorre ao longo de três etapas (ver Roth e Xing, 1994). As principais características da etapa 1 são:

- (a) **organização descentralizada**, sem padronização em relação ao momento em que as ofertas das Instituições devem ser feitas e em relação ao prazo de resposta dado aos candidatos;
- (b) **crescimento do mercado** favorecendo a procura por acordos cada vez mais cedo – processo de antecipação – e consequente incentivo à redução paulatina dos prazos de resposta, evoluindo para as *ofertas explosivas*. Esse tipo de oferta é causado pelo desejo de cada Instituição de que as ofertas feitas sejam respondidas a tempo de, em caso de rejeição, poderem fazer ofertas aos próximos candidatos de sua lista de preferências, antes que estes tenham aceitado alguma outra oferta.

As principais características da etapa 2 são:

- (a) **organização descentralizada**;
- (b) **criação de uma associação das Instituições** para estabelecer regras para frear o processo de antecipação.

Por fim, a etapa 3 é caracterizada pela **organização centralizada**, quando um mecanismo centralizado de alocação é então implementado.

O exemplo mais conhecido de um mercado de admissão às Instituições que evoluiu da forma de organização descentralizada para a centralizada, passando pelas etapas 1, 2 e 3, é o mercado de médicos residentes e hospitais nos EUA.²

Embora a maioria dos mercados que evoluem para a centralização sejam mantidos centralizados, foram observados casos em que alguns mercados retornam para a descentralização. O insucesso de mecanismos centralizados foi pesquisado por Roth (1989) e McKinney et alii (2005).

São duas as razões de insucesso em mercados centralizados apontados por estes autores:

- (a) **Alocações instáveis**: a aplicação de algoritmos que produzem alocações instáveis como resultado do mecanismo centralizado ocasiona a descontinuidade do mecanismo;
- (b) **Oferta maior que a demanda**: quando a oferta de vagas nas instituições é superior à demanda por parte dos candidatos, as instituições têm incentivos para buscar acordos fora do mecanismo centralizado.

Roth (1989) analisou oito mercados, independentes, de residências médicas no Reino Unido, que implementaram mecanismos centralizados simultaneamente e tiveram resultados distintos: enquanto alguns obtiveram bastante sucesso e mantiveram o mecanismo em operação até os dias de hoje, outros se viram obrigados a alterar seus algoritmos ou a abandoná-los definitivamente alguns anos depois. Os mercados que obtiveram sucesso implementaram um dos algoritmos de Gale e Shapley para gerar alocações estáveis. Os mercados que não foram bem sucedidos usavam algoritmos que geravam alocações instáveis. Como nestes mercados a participação no mecanismo era obrigatória para todos os candidatos, eles tinham o incentivo de buscar, antes de o mecanismo ser realizado, acordos mais

²Uma descrição detalhada da evolução desse mercado pode ser vista em Roth e Sotomayor (1990).



favoráveis com os hospitais, acordos estes que seriam garantidos pelo mecanismo através da submissão das preferências adequadas (manipulação do mecanismo). Quando os mecanismos foram abandonados, cerca de 80% das alocações eram arranjadas antes da aplicação do mecanismo.

McKinney et alii (2005), por sua vez, observou que mudanças nas condições do mercado de residência médica para a especialidade de gastroenterologia nos Estados Unidos ocorridas em 1996 provocaram diminuição da demanda dos candidatos pelas Instituições e consequente busca por parte destas por arranjos fora do mecanismo, para não correr o risco de ficar com vagas não preenchidas. A partir de então, o processo de antecipação se intensificou e a quantidade de parcerias arranjadas pelo mecanismo caiu ano a ano até este mercado ser formalmente abandonado em 2000.

O mercado de alocação de economistas para os centros de pós-graduação em Economia no Brasil evoluiu da descentralização para a centralização, alcançada em 1997. Devido a causas distintas das apontadas por Roth (1989) e McKinney et alii (2005), este mercado voltou em 1998 para a descentralização, forma de organização de mercado que é mantida até os dias de hoje.

4. MANIPULABILIDADE

Além da estabilidade, outra propriedade desejável para um mecanismo de alocação é que ele seja não manipulável, isto é, que gere incentivo para que os participantes declarem suas verdadeiras preferências, pois, dessa forma, a alocação será estável em relação às verdadeiras preferências. Isto ocorre quando um participante não tem nenhum benefício em adulterar suas preferências ao submetê-las ao mecanismo.

Suponha que um mecanismo de alocação estável é utilizado e um grupo de participantes tenha informação sobre as preferências dos outros participantes. A questão é então saber se este grupo poderia tirar vantagem disto, informando preferências diferentes de suas verdadeiras preferências.

Um mecanismo de alocação é à **prova de estratégia** ou é **não manipulável individualmente** se, em todo jogo estratégico induzido pelo mecanismo, nenhum jogador puder se beneficiar por usar como estratégia uma lista de preferências diferente da sua lista de verdadeiras preferências. Um mecanismo de alocação é **coletivamente não manipulável** se, em todo jogo estratégico induzido pelo mecanismo, não houver nenhum conjunto de jogadores, os quais possam, adulterando suas verdadeiras preferências, obter um resultado mais vantajoso para cada um deles.

Se um mecanismo de alocação estável é à prova de estratégia, em qualquer jogo estratégico induzido por este mecanismo, cada participante tem o incentivo de revelar suas verdadeiras preferências, o que garante a estabilidade dos resultados em relação a estas preferências.

Nas subseções seguintes apresentamos os resultados teóricos (já existentes e novos) que serão usados na seção 5 para explicar o insucesso dos mecanismos centralizados da ANPEC de 1997.

4.1. Resultados Preliminares Existentes

Foi demonstrado por Dubins e Freedman (1981) e Gale e Sotomayor (1985) que o mecanismo de alocação que produz sempre a **alocação estável ótima para os candidatos é não manipulável individualmente e coletivamente pelos candidatos**. Formalmente,

4.1.1. Teorema 4.1.1 (Teorema da Não-manipulabilidade). Dubins e Freedman (1981) e Gale e Sotomayor (1985).

Seja P um perfil de preferências para os candidatos e Instituições. Seja P' obtida de P pela substituição de $P(c)$ por $P'(c)$ para todo $c \in C' \subseteq C$. Seja μ_C a alocação estável ótima para os candidatos para o mercado definido por P . Então não existe nenhuma alocação estável para P' , que seja preferida à μ_C por todos os membros de C' .

A Proposição 4.1.1 nos oferece uma condição necessária e suficiente para que um candidato possa manipular um dado mecanismo estável.

Proposição 4.1.1. Sotomayor (1996b). *Considere o mercado (C, I, P, q) e um candidato c . Um mecanismo de alocação estável que produz a alocação μ é manipulável por c se e somente se $\mu_C(c) \neq \mu(c)$.*

Em Sotomayor (1996b) é considerado uma versão do mercado da ANPEC onde as preferências das Instituições são dadas exclusivamente pela classificação dos estudantes segundo sua média ponderada no exame nacional. Desta forma os Centros não têm comportamento estratégico nos jogos induzidos pelos mecanismos centralizados. Do Teorema da não manipulabilidade e da Proposição 4.1.1 obtemos o seguinte resultado importante para tais mercados:

Teorema 4.1.2. Sotomayor (1996b). *Considere o mercado de admissão (C, I, P, q) . Suponha que as preferências das Instituições são fixas. Então, o mecanismo de alocação estável definido pelo algoritmo Gale-Shapley é à prova de estratégia.*

Para os mercados de admissão às Instituições em que estas podem declarar qualquer lista de preferências, **não existe nenhum mecanismo de alocação estável que seja não manipulável** (ver Roth, 1982, Roth e Sotomayor, 1990).³ Um resultado mais forte, apresentado em Sotomayor (2012), mostra que se o mecanismo não produz a alocação estável ótima para um dos lados do mercado quando usado para um dado mercado de admissão às Instituições, então algum agente desse lado tem incentivos em não reportar sua verdadeira lista de preferências. Em 1985, Roth mostrou que o mecanismo que produz a alocação estável ótima para as Instituições é manipulável pelas Instituições. Desses resultados podemos concluir que o mecanismo que produz a alocação estável ótima para as Instituições é manipulável pelas Instituições e pelos candidatos.

4.2. Manipulação por Truncamento: Resultados Principais

Uma forma de manipulação natural para um agente é submeter sua lista de preferências verdadeira truncada. Diremos que um agente manipula por *truncamento* quando ele se beneficia submetendo ao mecanismo uma lista de preferências verdadeira truncada. O Teorema 4.2.1 nos dá condições suficientes para que o mecanismo que produz a alocação estável ótima para os candidatos seja manipulável individualmente por uma Instituição por truncamento. Na verdade as conclusões do teorema valem para qualquer mecanismo estável diferente do ótimo para as Instituições.

Teorema 4.2.1. *Considere o mercado (C, I, P, q) e uma Instituição $i \in I$. Se a Instituição i preenche todas as suas vagas em μ_I então ela pode obter $\mu_I(i)$ em qualquer mecanismo estável, truncando $P(i)$ no candidato menos preferido de $\mu_I(i)$.*

Corolário 4.2.1. *Considere o mercado (C, I, P, q) e uma Instituição $i \in I$. Considere um mecanismo estável que produz a alocação μ para o mercado (C, I, P, q) . Se $\mu_I(i) \neq \mu(i)$ então a Instituição i pode manipular o mecanismo truncando $P(i)$ no candidato menos preferido de $\mu_I(i)$.*

O Corolário 4.2.1 afirma que, quando $\mu_I(i) \neq \mu(i)$, para manipular com sucesso o mecanismo estável que produz a alocação μ , basta que a Instituição i conheça o seu candidato menos preferido em $\mu_I(i)$ (que denominamos c_m) e trunque a lista nele. Assim a Instituição conseguirá ter um resultado mais preferido que o dado por $\mu(i)$. Além disso, truncando em c_m a Instituição obterá $\mu_I(i)$ em qualquer mecanismo estável. No entanto, o Teorema 4.2.2 nos mostra que existem riscos para esta manipulação, pois **se a Instituição truncar a lista verdadeira em algum candidato mais preferido que c_m ela ficará com vagas não preenchidas em qualquer mecanismo estável.**

Teorema 4.2.2 *Considere o mercado (C, I, P, q) e uma Instituição i . Suponha que existam $c_m \in \mu_I(i)$, tal que c_m é o candidato menos preferido por i em $\mu_I(i)$, e c_j em $P(i)$, com $c_j >_i c_m$. Se a Instituição*

³Encontrar condições que garantam a existência de um mecanismo estável não manipulável tem sido objeto de interesse de alguns autores. Nesta direção podemos citar Alcalde e Barberà (1994) que provaram que se o domínio das preferências das Instituições for restrito a uma certa classe de preferências, o mecanismo que produz a alocação estável ótima para os candidatos é não manipulável.



i truncar $P(i)$ em c_j , então ela não preencherá todas as suas vagas em nenhum mecanismo estável para o novo mercado

O Exemplo 4.2.1 ilustra o risco que a Instituição i corre ao tentar manipular o mecanismo definido pelo algoritmo Gale-Shapley sem saber quem é o candidato $c_m \in \mu_I(i)$, menos preferido por i em $\mu_I(i)$.

Exemplo 4.2.1 (Tentativa de manipulação mal sucedida) Considere o seguinte mercado de Instituições e candidatos em que cada Instituição tem cota 2, o conjunto de Instituições é $I = \{i_1, i_2, i_3\}$, o conjunto de candidatos é $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6\}$ e as listas de preferências são dadas por: $P(i_1) = c_1, c_5, c_2, c_3, c_4, c_6$; $P(i_2) = c_1, c_5, c_2, c_4, c_6, c_3$; $P(i_3) = c_1, c_5, c_3, c_6, c_4, c_2$; $P(c_1) = i_1, i_2, i_3$; $P(c_2) = i_2, i_1, i_3$; $P(c_3) = i_3, i_2, i_1$; $P(c_4) = i_3, i_2, i_1$; $P(c_5) = i_1, i_2, i_3$; $P(c_6) = i_2, i_3, i_1$.

Esse mercado apresenta somente duas alocações estáveis, a alocação estável ótima para os candidatos e a alocação estável ótima para as Instituições. Dessa forma, aplicando os algoritmos de Gale-Shapley e NRMP podemos encontrar, respectivamente, $\mu_C(i_1) = \{c_1, c_5\}$, $\mu_C(i_2) = \{c_2, c_6\}$, $\mu_C(i_3) = \{c_3, c_4\}$ e $\mu_I(i_1) = \{c_1, c_5\}$, $\mu_I(i_2) = \{c_2, c_4\}$, $\mu_I(i_3) = \{c_3, c_6\}$.

Como $\mu_I(i_2) \neq \mu_C(i_2)$, o Corolário 4.2.1 implica que a Instituição i_2 pode manipular o algoritmo de Gale-Shapley truncando sua lista de preferências verdadeira. Suponha que i_2 saiba que c_4 é o candidato menos preferido que ela recebe na alocação estável ótima para as Instituições. Então, basta i_2 truncar sua lista de preferências em c_4 para obter um resultado preferido. Ou seja, se i_2 declara a lista de preferências $P'(i_2) = c_1, c_5, c_2, c_4, i_2$ e todos os outros participantes declaram suas verdadeiras preferências, o resultado do algoritmo de Gale-Shapley é $\mu'_C = \mu_I$.

Agora suponhamos que i_2 desconhece quem é o candidato menos preferido que ela recebe na alocação estável ótima para as Instituições, mas i_2 decide tentar manipular o mecanismo que produz a alocação estável ótima para os candidatos declarando a lista de preferências $P''(i_2) = c_1, c_5, c_2, i_2$. Se todos os outros jogadores declaram suas verdadeiras preferências, o resultado é μ''_C dado por $\mu''_C(i_1) = \{c_1, c_5\}$, $\mu''_C(i_2) = \{c_2, i_2\}$, $\mu''_C(i_3) = \{c_3, c_6\}$ e $\mu''_C(c_4) = \{c_4\}$.

Como i_2 truncou sua lista de preferências antes de c_4 ela ficou com uma vaga não preenchida em μ''_C , o que ilustra o resultado do Teorema 4.2.2. Por fim, esta alocação não é estável para as verdadeiras preferências, pois o par (i_2, c_4) bloqueia μ''_C . Com isso, i_2 tem incentivo em buscar um arranjo subsequente com c_4 , e isso nem sempre pode ser possível e permitido pelo mecanismo. ■

5. O MERCADO DA ANPEC

5.1. Mercado Centralizado da ANPEC de 1997

No ano de 1997 a ANPEC decidiu implementar um mecanismo centralizado de alocação como uma tentativa definitiva de resolver os problemas enfrentados nos anos anteriores. Foi inicialmente acordado pelo Conselho Deliberativo da Associação que o mecanismo seria aplicado em caráter experimental naquele ano. No entanto, o mecanismo descrito a seguir foi utilizado de forma definitiva em outubro de 1997 para fazer a alocação de cerca de aproximadamente 600 candidatos a 19 Centros de pós-graduação em Economia. Cada um dos Centros foi dividido em duas categorias: Centros com bolsa de estudos e Centros sem bolsa de estudos. Assim, os estudantes deveriam definir suas preferências sobre 38 instituições. No ato da inscrição para o exame, os candidatos informariam suas listas de preferências à Central. Após a realização das provas e a divulgação dos resultados, as Instituições definiriam suas listas de preferências, de acordo com os pesos por elas atribuídos aos cinco testes realizados e informariam à Central. Um software, implementando o algoritmo Gale-Shapley, seria usado para encontrar a alocação estável ótima para os candidatos.

Entretanto, este procedimento não foi bem sucedido. As causas do seu insucesso, em especial as questões decorrentes de tentativas de manipulação, são discutidas a seguir.

5.1.1. Causas do Insucesso do Mercado Centralizado da ANPEC de 1997

A justificativa para o insucesso de mercados centralizados apresentada na subseção 2.1 não se aplica ao mercado centralizado da ANPEC de 1997. De fato, o mecanismo centralizador gerou alocações estáveis segundo as preferências declaradas e, de acordo com o Teorema da Não-manipulabilidade, tinha a propriedade desejável de ser não manipulável individualmente e coletivamente pelos candidatos. Por outro lado, o interesse cada vez maior por parte de economistas e novos Centros de pós-graduação em Economia em ingressar no mercado da ANPEC tem, desde o início da década de 90, levado este mercado a apresentar crescimento estável de oferta e demanda, com a demanda dos candidatos sempre superando a oferta de vagas dos Centros de pós-graduação. Entretanto o mecanismo centralizado de 1997 foi abandonado em 1998. As razões para tal medida, distintas das apontadas na literatura para justificar o insucesso de mecanismos centralizados, estão discutidas abaixo.

- (a) **Falta de conhecimento do mecanismo:** não houve tempo, nem divulgação suficiente, para que os participantes aprendessem o mecanismo, confiassem nele e se acostumassem com a nova forma de organização do mercado.

O mecanismo centralizado de alocação foi apresentado para os coordenadores dos Centros em uma curta palestra durante reunião do Conselho Deliberativo da ANPEC, em abril de 1997. Nesta reunião foi acordado que o mecanismo seria aplicado em caráter experimental naquele ano. Os estudantes declarariam suas preferências para a ANPEC e o algoritmo seria aplicado como uma simulação. A alocação definitiva seria gerada pela operação descentralizada antiga e, então, estudantes e Centros poderiam comparar os dois resultados e comprovar a eficiência do mecanismo centralizado. A simulação teria como objetivo divulgar e ensinar o mecanismo e, assim, fazer com que os participantes confiassem na nova forma de organização do mercado (este foi o procedimento adotado no mercado NRMP). Entretanto, numa decisão tomada posteriormente, os Centros decidiram pular esta etapa e aplicar o mecanismo de forma definitiva em outubro de 1997.

Nenhum outro procedimento junto às Instituições e candidatos foi realizado objetivando ensinar o funcionamento do mecanismo e a maneira correta de elaborar as listas de preferências. Assim, os estudantes não estavam cientes de que era ótimo para eles revelar suas verdadeiras preferências (Teorema 4.1.1) e nem as Instituições conheciam as consequências do truncamento incorreto das listas de preferências (Teorema 4.2.2).

- (b) **Os estudantes tinham de declarar suas preferências antes de receberem as informações para defini-las:** os estudantes declararam suas listas ordenadas de preferências no ato da inscrição para o exame (três meses antes da realização das provas).

Acontece que, na falta de um canal eficiente para divulgar as informações sobre os Centros, as preferências de muitos estudantes somente foram definidas após as informações obtidas nas conversas e visitas aos Centros, realizadas posteriormente à divulgação dos resultados dos testes. Além disso, o fato de cada Instituição se desdobrar em duas – Instituição com bolsa de estudos e Instituição sem bolsa de estudos – confundiu os candidatos que não tinham bem definidas suas preferências. Dessa forma, muitos candidatos mudaram suas preferências após a submissão de suas listas.⁴

⁴No modelo atual, os estudantes também declaram uma lista no ato da inscrição para o exame. No entanto, trata-se de uma lista de Centros aceitáveis, sem ordenação de preferências. Só depois de divulgados os resultados dos testes e realizadas as visitas aos Centros é que os candidatos decidem qual oferta aceitar. É neste momento que muitos deles, de fato, têm definidas suas preferências no atual modelo.



- (c) **Falhas na aplicação do algoritmo Gale-Shapley:** a primeira aplicação do algoritmo teve falhas técnicas gerando insegurança em relação à alocação resultante e abalando a credibilidade do mecanismo.

Estas falhas beneficiaram Centros menos concorridos e prejudicaram alguns dos Centros mais procurados, como a FGV/RJ, que receberam alunos que não tinham sido listados por eles. Outros Centros menos procurados receberam melhores candidatos, como a UFRGS. O problema no software foi identificado e solucionado e o algoritmo foi aplicado uma segunda vez.

- (d) **Tentativa frustrada de manipulação por parte de algumas Instituições:** alguns Centros truncaram suas listas em posições inadequadas e ficaram com vagas não preenchidas na alocação final.

O incidente apontado em (c), juntamente com a falta de conhecimento sobre as propriedades do mecanismo apontada em (a), fez com que o algoritmo passasse a ser visto por Centros menos concorridos como um procedimento “milagroso”, capaz de lhes proporcionar os melhores estudantes. Assim, na segunda aplicação do algoritmo, após o reparo do software, e imbuídos pela falsa crença, esses Centros reduziram o número de candidatos aceitáveis em suas listas, truncando-as em posições inadequadas, na certeza de preencherem suas vagas com os melhores estudantes.

O Exemplo 4.2.1 ilustra o risco que a Instituição corre ao tentar manipular o algoritmo Gale-Shapley via truncamento das preferências, sem saber exatamente qual candidato deve ser o último aceitável de sua nova lista. Pelo Teorema 4.2.2, se a Instituição truncar incorretamente, ela ficará com vagas não preenchidas. Isto ocorreu com os Centros que truncaram suas listas em posições incorretas, na esperança de receberem estudantes melhor classificados do que costumavam receber nos anos anteriores. Como resultado, tais Centros não conseguiram preencher todas as suas vagas, o que gerou muitas insatisfações.

Dessa forma, após a divulgação da alocação, estes Centros, inconformados, buscaram novos arranjos fora do mecanismo para preencherem as vagas remanescentes. Aqueles que foram bem sucedidos tiveram suas vagas preenchidas com candidatos que possivelmente já estavam alocados a outras Instituições pelo algoritmo, acarretando outros arranjos fora do mecanismo, e assim por diante.⁵

Por fim, a combinação dos problemas apontados acima, em especial a falta de conhecimento do mecanismo por parte dos participantes do mercado e as falhas técnicas na aplicação do algoritmo Gale-Shapley, propiciou um ambiente de insegurança sobre o mecanismo centralizado no mercado.

Desta forma, com a credibilidade do algoritmo Gale-Shapley fortemente abalada, o Conselho Deliberativo da ANPEC determinou que o mecanismo centralizado fosse descontinuado.

5.2. Análise do Mercado Descentralizado da ANPEC (1998 a 2005) Através de Observações Empíricas

A partir de 1998 o mercado da ANPEC voltou a aplicar o mecanismo descentralizado de 1996. Este mecanismo foi utilizado até 2005, o que nos sugere que as alocações resultantes foram, de certa forma, satisfatórias para Centros e candidatos. O mecanismo descentralizado do mercado da ANPEC utilizado de 1998 a 2005 pode ser assim descrito: os estudantes, ao se inscreverem no concurso, submetem listas de preferências não ordenadas com, no máximo, seis Centros. Depois da realização das provas, a ANPEC

⁵Observe que aqui também se deu o fenômeno a que nos referimos na seção 1, de que a quebra do compromisso assumido por um dado candidato com uma dada Instituição é de maneira geral incentivada por outras Instituições. É importante observar que este problema não teria ocorrido se as Instituições tivessem se comprometido a respeitar a alocação produzida pelo mecanismo. Nesse caso, talvez os Centros tivessem tido mais interesse em conhecer as propriedades do mecanismo e da alocação por ele produzida antes de declarar suas preferências.

publica a classificação dos estudantes obtida pela média ponderada segundo os pesos de cada Centro. De posse das listas, os Centros fazem ofertas aos candidatos melhor colocados, dentre aqueles que os relacionaram em suas listas de preferências, até preencherem suas vagas.⁶

Nesta seção analisaremos o funcionamento do mercado descentralizado da ANPEC descrito acima.

Analisar mercados descentralizados é muito difícil pela falta de informação e pela vasta quantidade de ações estratégicas possíveis para os participantes. No entanto, a partir de informações recebidas dos coordenadores de pós-graduação dos diversos Centros e da coordenação da ANPEC, podemos apresentar um conjunto de observações sobre o funcionamento deste mercado e descrever as possibilidades de comportamento estratégico que surgem para os participantes no jogo dinâmico de dois estágios induzido pelo mecanismo.

No 1º estágio do jogo os candidatos são chamados a informar as suas listas de Instituições aceitáveis. O conjunto de ações de cada candidato são todas as possíveis listas com, no máximo, seis Centros. No 2º estágio do jogo, tendo sido tornadas públicas as preferências dos Centros pelos candidatos, as Instituições fazem suas ofertas e os candidatos retornam com suas respostas. Uma ação para um Centro é fazer, ou uma oferta aberta (sem prazo de resposta definido), ou uma oferta explosiva, para um dado conjunto de candidatos selecionados pelo Centro. Os candidatos podem escolher entre 3 tipos de ações: *ação moderada* (aceitar a oferta mais preferida no momento e recusá-la se posteriormente receber outra melhor); *ação de risco* (recusar todas as ofertas até receber a primeira mais preferida) ou *ação de segurança* (aceitar a oferta disponível mais preferida no momento e se comprometer com ela até o final do mecanismo, mesmo que receba outras melhores posteriormente). Em geral, no 2º estágio, os Centros não são uniformemente informados sobre que estudantes já foram admitidos por outros Centros e os estudantes não são uniformemente informados sobre que Centros já preencheram suas vagas.

O jogo continua com sucessivas repetições do 2º estágio até que todos os Centros tenham preenchido suas vagas ou até que aqueles que não as tenham preenchido já tenham feito ofertas a todos os candidatos aceitáveis por eles.

Portanto, a ANPEC não regulava o tempo de operacionalização do mercado, na medida em que não eram determinados prazos em que as ofertas deveriam permanecer abertas, prazos de resposta dos estudantes e nem mesmo o prazo de encerramento do jogo. Com isso, as transações neste mercado se desenrolavam ao longo de semanas a partir da divulgação dos resultados das provas. Alguns Centros levavam meses para encerrarem suas negociações. Diante desta constatação, podemos fazer uma observação importante com a Proposição 5.2.1, que será útil para a análise do mecanismo.

Proposição 5.2.1. *Assumindo que não existe uma data determinada para o encerramento do mercado, se todos os candidatos jogarem a ação moderada, então a alocação final será a alocação estável ótima para as Instituições, segundo as listas de instituições aceitáveis fornecidas pelos candidatos e as preferências usadas no decorrer do mecanismo, independentemente das Instituições fazerem ofertas abertas ou explosivas.*

Isto é, se um candidato pode **“voltar atrás na palavra empenhada”** e as Instituições podem fazer ofertas até se esgotarem todas as possibilidades, o mecanismo simula o algoritmo NRMP. A seguir apresentamos os fatos observados em cada um dos estágios do mecanismo descentralizado da ANPEC.

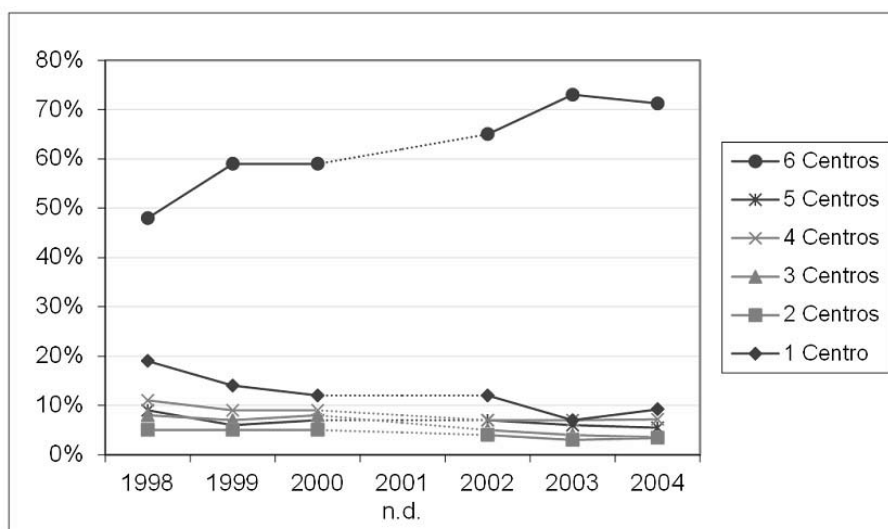
a) Análise do primeiro estágio do jogo

Ao analisar o 1º estágio do jogo, verificamos que o percentual de candidatos que declara 6 (seis) Centros em suas listas aumentou de 48% em 1998 para 71% em 2004, como mostra a figura 2.

⁶Até 2005 a ANPEC solicitava que os Centros enviassem uma lista com os estudantes que já tivessem sido aceitos 10 dias após a divulgação dos resultados dos testes e outra 20 dias após. A ANPEC consolidava tais informações e divulgava aos Centros a relação total dos estudantes aceitos em cada Centro. Isto objetivava identificar os estudantes que tinham aceitado o convite de mais de um Centro. No entanto, apesar do edital do concurso determinar a eliminação do candidato que agia desta forma, isto de fato não ocorria. A ANPEC apenas informava para os Centros quem eram estes candidatos e cabia aos Centros envolvidos exigirem uma definição por parte do estudante



Figura 1: Percentual de candidatos que declara 6 Centros



Podemos supor que os candidatos acreditem que esta ação seja a melhor para eles. Certamente um candidato que declara 6 Centros em sua lista maximiza a quantidade de ofertas que recebe no 2º estágio do jogo. No entanto, esta ação pode não ser a melhor para os candidatos, dentre as que podem ser tomadas no 1º estágio do jogo, como ilustrado a seguir.

Exemplo 5.2.1 (Continuação do Exemplo 4.2.1) (um candidato pode manipular o mecanismo descentralizado reduzindo sua lista de Centros aceitáveis). Considere o mercado apresentado no Exemplo 4.2.1. Vimos que esse mercado apresenta somente duas alocações estáveis que são exatamente a alocação estável ótima para os candidatos e a alocação estável ótima para as Instituições, respectivamente, $\mu_C(i_1) = \{c_1, c_5\}$, $\mu_C(i_2) = \{c_2, c_6\}$, $\mu_C(i_3) = \{c_3, c_4\}$ e $\mu_I(i_1) = \{c_1, c_5\}$, $\mu_I(i_2) = \{c_2, c_4\}$ e $\mu_I(i_3) = \{c_3, c_6\}$.

Suponha agora que c_6 declare somente sua Instituição mais preferida como aceitável, ou seja, $P'(c_6) = i_2$, enquanto que todos os outros candidatos mantêm o seu conjunto de Instituições aceitáveis dado em P . Suponha que as condições da Proposição 5.2.1 são satisfeitas. Então a alocação resultante é $\mu'_I = \mu_C$, que é preferido por c_6 a μ_I . ■

Concluimos então que os candidatos não conhecem a possibilidade de manipulação ilustrada no exemplo acima, ou, se a conhecem, não dispõem das informações necessárias para realizá-la. Assim sendo, declarar 6 Centros se torna a melhor ação para os candidatos, pois é a ação que maximiza a quantidade de ofertas no 2º estágio do jogo dinâmico.

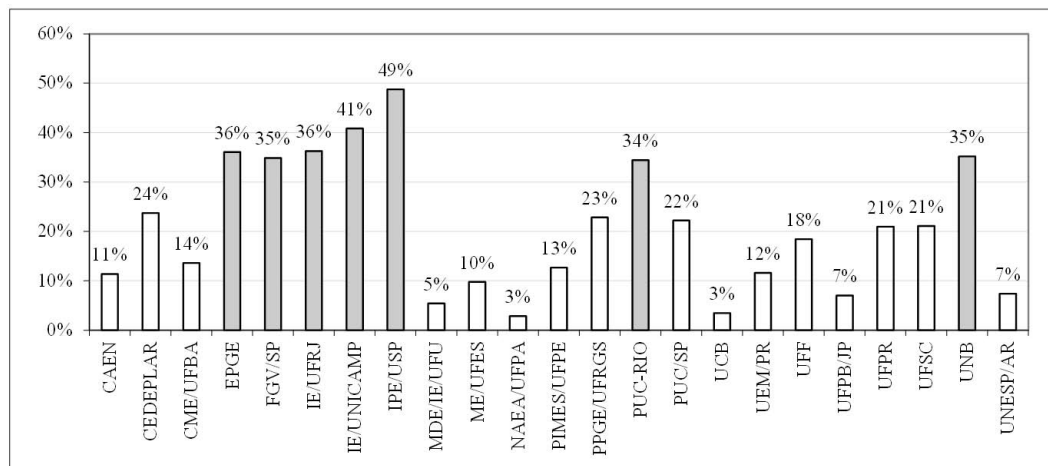
Ainda no 1º estágio, podemos avaliar quais são os Centros mais preferidos pelos candidatos com base na quantidade de vezes que cada Centro aparece nas listas de preferências dos candidatos. Os dados de 1998 a 2004 nos mostram que existem sete Centros que são mais apontados pelos candidatos (figura 3).

Os sete Centros mais preferidos são: IPE/USP, IE/UNICAMP, EPGE/FGV-RJ, IE/UFRJ, PUC-RJ, UNB e FGV-SP. O IPE/USP, por sua vez, oferece dois cursos distintos de pós-graduação, o curso de Teoria Econômica e o curso de Economia das Instituições e Desenvolvimento.⁷ Dessa forma, para efeito de

⁷Até 2004 o candidato poderia declarar apenas IPE/USP em sua lista de preferências para concorrer a vagas nos dois cursos, como se tivesse declarado os dois. A partir de 2005 isto não foi mais possível. O aluno tinha de determinar em sua lista de

modelagem, vamos considerar dois Centros distintos. Assim temos um total de oito Centros mais preferidos: IPE/USP(TE), IPE/USP(EID), IE/UNICAMP, EPGE/FGV-RJ, IE/UFRJ, PUC-RJ, UNB e FGV-SP.

Figura 2: Percentual médio de candidatos que declara cada Centro (1998-2004)



b) Análise do segundo estágio do jogo

No 2º estágio do jogo os Centros fazem suas ofertas e os candidatos respondem, dentro do prazo oferecido, aceitando ou não essas ofertas, ambos seguindo as ações descritas anteriormente.

Relativamente ao comportamento dos candidatos, observamos que eles estavam dispostos a voltar atrás em compromissos assumidos, agindo de acordo com a ação moderada.⁸ A repetição do mecanismo descentralizado da ANPEC ao longo dos anos que se seguiram possibilitou aos participantes experimentar um processo de aprendizado. A ausência de punição, as vantagens financeiras oferecidas por algumas Instituições para atrair candidatos que já estavam comprometidos com outros Centros (oferecimento de bolsa quando o estudante não tem bolsa ou um acréscimo no valor da bolsa) encorajava os candidatos a voltar atrás em acordos firmados quando recebiam ofertas mais preferidas.

Dessa forma, os candidatos aprenderam que a ação moderada não lhes prejudicava. Do ponto de vista estritamente estratégico, a ação moderada lhes dava um resultado melhor ou igual que o obtido com a ação de segurança ou com a ação de risco.

Os Centros, por sua vez, costumavam fazer ofertas abertas. Havia casos de Centros mais agressivos, que determinavam prazos de resposta mais curtos e pressionavam os candidatos por respostas mais rápidas. No entanto, em sua maioria os Centros faziam apenas ofertas abertas.⁹ Eles aprenderam que as ofertas explosivas induziam os candidatos a usar a ação moderada, o que claramente não lhes convinha: o candidato aceitava a oferta, mas, posteriormente, podia voltar atrás na palavra empenhada. Neste caso, o Centro que acreditava já ter preenchido uma das vagas tinha que entrar novamente no jogo em busca de outro candidato.

preferências para qual curso desejava concorrer, IPE/USP(TE) ou IPE/USP(EID). Ele poderia concorrer aos dois, mas tinha que declarar os dois em sua lista.

⁸As listas consolidadas divulgadas pela ANPEC aos Centros constantemente apresentavam casos de estudantes comprometidos com mais de uma Instituição. Os coordenadores dos Centros nos confirmaram que tais casos ocorriam todos os anos em grande parte das Instituições.

⁹Alguns que determinavam prazos de resposta mais curtos costumavam ainda conceder ampliações desse prazo quando solicitadas por candidatos que possuíam ofertas de outros Centros.



Portanto, em todos os casos, fazer uma oferta explosiva nunca era melhor do que fazer uma oferta aberta se os candidatos jogavam a ação moderada.

Observamos também que os Centros mais procurados convidavam os candidatos melhor colocados em suas listas para visitar seus campi, na tentativa de influenciar a decisão dos candidatos. Estes Centros coordenavam as datas de suas visitas e os prazos de respostas às suas ofertas a fim de que:

- i) não houvesse datas coincidentes de visitas (os candidatos podiam participar de todas as visitas);
- ii) a data limite para respostas às suas ofertas fosse posterior às datas de todas as outras visitas (os candidatos podiam decidir com o máximo de informação possível sobre os Centros).¹⁰

As repetições do 2º estágio eram lentas. Quando um Centro pensava que já preencheria todas as suas vagas, recebia a notícia da desistência de um candidato e tinha então que tentar preencher a vaga aberta com algum outro candidato. O mecanismo de alocação acabava sendo um processo demorado, que se desenrolava ao longo de semanas, com os Centros mais preferidos liderando o processo e definindo seus alunos mais rapidamente.

c) Análise do resultado obtido no jogo

O primeiro ponto a se destacar em relação ao resultado da alocação é **que os oito Centros mais preferidos geralmente recebiam os melhores estudantes em suas listas**. Mais que isto, havia três Centros que se destacavam mais que os outros e, geralmente, completavam suas vagas com candidatos classificados até a posição de número 50 em suas listas. Esses três Centros serão referenciados doravante como **Centros tipo 1**. Os outros cinco Centros mais procurados costumavam preencher a maioria de suas vagas com candidatos classificados no intervalo entre o número 50 e o número 120 nas suas listas. Tais Centros serão referenciados doravante como **Centros tipo 2**. Por fim, os demais dezesseis Centros existentes no período de 1998 a 2005 recebiam candidatos classificados a partir da posição 120 em suas listas.¹¹ Estes Centros serão referenciados doravante como **Centros tipo 3**.

Outro ponto importante que se observa é que a intersecção dos conjuntos de candidatos melhor colocados segundo a classificação da ANPEC e segundo as classificações de cada Centro é muito grande. Em média, cerca de 70% dos 50 melhores candidatos segundo a classificação da ANPEC também estão entre os 50 melhores candidatos pelos critérios de todos os outros Centros. Quando consideramos somente 80% dos Centros, essa média sobe para 85%. Ou seja, 85% dos 50 melhores candidatos classificados pela ANPEC também estão entre os 50 melhores candidatos para, pelo menos, 80% dos Centros.

Por outro lado, para os candidatos com classificação entre 50 e 120 pelo critério da ANPEC, 45% tem classificação na mesma faixa pelos critérios de todos os outros Centros. Quando consideramos somente 80% dos Centros esse índice sobe consideravelmente para 74%, em média. Por fim, 85% dos candidatos com classificação entre 120 e 300 pelo critério da ANPEC tem classificação na mesma faixa pelos critérios de todos os outros Centros. Considerando somente 80% dos Centros, a média sobe para 95%.

Esses dados nos permitem, a título de simplificação, usar a mesma referência definida para os Centros para representar os candidatos: os candidatos classificados até a posição de número 50 segundo

¹⁰ Os Centros mais procurados acabavam fazendo ofertas para praticamente o mesmo grupo de candidatos. Com isso, cada Centro podia fazer ofertas para um número maior que sua cota tendo “certa” segurança de que sua oferta seria aceita por apenas uma parcela desse grupo de estudantes, menor ou igual a sua cota.

¹¹ O Apêndice B da tese de Bardella (2005) apresenta os dados sobre as alocações produzidas pelo mecanismo descentralizado da ANPEC no período de 1998 a 2004. As ilustrações B1, B2, e B3 apresentam os grupos de candidatos admitidos por cada Centro por faixa de classificação dos candidatos segundo o critério próprio do Centro. As ilustrações B4, B5 e B6 apresentam os grupos de candidatos admitidos por cada Centro por faixa de classificação dos candidatos segundo o critério da ANPEC (ver em www.teses.usp.br).

os critérios da ANPEC serão chamados **candidatos tipo 1**; os com classificação entre 50 e 120 serão chamados **candidatos tipo 2**; e os demais serão chamados **candidatos tipo 3**.¹²

Os três Centros tipo 1 somam juntos 50 vagas, sendo 20 da EPGE/FGV-RJ, 15 do IPE/USP(TE) e 15 da PUC-RJ. Os cinco Centros tipo 2 somam 79 vagas e os Centros tipo 3, 232 vagas. Dessa forma, cada Centro oferece, em média, 15 vagas. A tabela abaixo apresenta todos os Centros com a classificação proposta por tipos e o número de vagas oferecidas (baseado no edital do concurso ANPEC do ano de 2003).

Tabela 1: Classificação dos Centros por tipos

| Tipo | Tipo 1 | | | Tipo 2 | | | | | Tipo 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|--------|--------|---------|------------|--------------|-----|----------|---------------|----------|---------|--------|-----------|------------|-------------|--------|-----|--------|-----|---------|-------|------|----------|
| Centro | EPGE/FGV-RJ | IPE/USP(TE) | PUC-RJ | FGV-SP | IE/UFRJ | IE/UNICAMP | IPE/USP(EID) | UNB | CAEN/UFC | CEDEPLAR/UFMG | CME/UFBA | ME/UFES | ME/UFU | NAEA/UFPA | PIMES/UFPE | PPGE/UFRRGS | PUC-SP | UCB | UEM-PR | UFF | UFPB/JP | UFRPR | UFSC | UNESP/AR |
| Nº de Vagas | 20 | 15 | 15 | 16 | 20 | 15 | 10 | 18 | 15 | 15 | 20 | 15 | 10 | 12 | 20 | 15 | 20 | 12 | 15 | 15 | 6 | 12 | 15 | 15 |

As observações sobre o resultado da alocação e a consequente classificação por tipos nos ajudam a fundamentar melhor o comportamento dos agentes no 2º estágio do jogo. Podemos supor que, de maneira geral, os candidatos preferiam qualquer Centro tipo 1 a qualquer Centro de outro tipo, mas, no início do 2º estágio do jogo, muitos não tinham claras suas preferências em relação aos três Centros tipo 1. Neste caso, os candidatos desejavam conhecer melhor os Centros antes de tomar a decisão final. Isto justificava o esforço por parte dos Centros tipo 1 de organizarem visitas aos seus campi e de municiarem os candidatos com todo tipo de informação acadêmica, na tentativa de influenciá-los. Assim, os Centros tipo 1 acabavam competindo pelo mesmo grupo de candidatos (tipo 1). Observamos que eles coordenavam suas ações em relação às visitas e aos prazos de resposta. Qualquer oferta explosiva neste momento induziria os candidatos a usar a ação moderada.

Analogamente, os Centros tipo 2 competiam pelo mesmo grupo de candidatos e coordenavam suas ações em relação às visitas e aos prazos de resposta. Também é razoável supor que os candidatos, em geral, preferiam Centros tipo 2 a Centros tipo 3, embora não tivessem claras suas preferências em relação aos cinco Centros tipo 2 antes das visitas.

Em vez das ofertas explosivas, observa-se que os Centros de tipos 1 e 2 concediam prazos de resposta suficientes para os candidatos definirem suas preferências. Os Centros tipo 2 costumavam conceder um prazo ainda maior, possibilitando aos candidatos avaliarem eventuais ofertas dos Centros tipo 1.

Como os Centros tipo 3 competiam por um grupo maior de candidatos, não costumavam organizar visitas. Os prazos de resposta concedidos por uma parte dos Centros tipo 3 era maior que o tempo dos Centros tipo 2. Entretanto, identificamos Centros tipo 3 que pressionavam os candidatos por respostas mais rápidas, e outros que mudavam seus prazos de resposta ano a ano. Evidentemente, apesar do processo de aprendizado experimentado pelos candidatos, não podemos descartar o fato de existirem pessoas que encaravam com seriedade a palavra empenhada junto a uma Instituição. Quando um candidato como este recebia uma oferta de um Centro tipo 3 mais agressivo, surgia a possibilidade de alocações instáveis neste mecanismo.

¹²Os dados completos sobre as interseções dos conjuntos de candidatos de mesmo tipo para os Centros são apresentados na tabela B1 do Apêndice B da tese de Bardella (2005). Oito Centros (três do tipo 2 e cinco do tipo 3) também ponderaram a nota da prova discursiva de Economia Brasileira na formação de suas listas de preferências, mas isto não aparece nas estatísticas apresentadas no Apêndice B, pois as provas discursivas são corrigidas pelos próprios Centros e incorporadas nas listas publicadas pela ANPEC posteriormente. Segundo o coordenador de um desses Centros, a avaliação das provas discursivas não provoca grandes alterações na lista publicada pela ANPEC.



Portanto, baseados nessas observações empíricas sobre o mercado da ANPEC, podemos concluir que o sub-mercado formado pelos Centros e candidatos de tipos 1 e 2 simulava o algoritmo NRMP. Assim, se os participantes usassem suas verdadeiras preferências no decorrer do procedimento, a alocação resultante seria estável segundo estas preferências.

Para os Centros e candidatos de tipo 3 essa conclusão não é tão clara. Mesmo se todos os Centros tipo 3 adotassem ofertas abertas e os candidatos jogassem ações moderadas, seria comum o não preenchimento de vagas em determinados Centros e a não alocação de determinados candidatos. Temos aqui um novo tipo de problema que não tem sido apontado nos mercados descentralizados existentes na literatura. Ele é causado pelo fato das listas de Centros aceitáveis serem limitadas em até seis Centros.

5.3. Análise do Mercado Descentralizado da ANPEC com Regulação Sobre os Aceites (2006 A 2013)

A partir de 2006 a ANPEC passou a adotar uma nova sistemática para confirmação da natureza das aceitações das ofertas recebidas pelos candidatos: “definitiva” ou “condicional”. Todas tais confirmações são informadas no portal da ANPEC, www.ANPEC.org.br, através do preenchimento do formulário: Confirmação de Aceite. Esta sistemática foi adotada em caráter experimental em 2006 e se tornou definitiva a partir de então.

Importante destacar que não houve alteração da forma de submissão das listas dos candidatos – segue sendo lista de até seis Centros sem ordem de prioridade – nem do procedimento de convites dos Centros – os convites continuam sendo feitos diretamente pelos Centros aos candidatos.

Dessa forma, podemos continuar tratando este mercado como um mercado descentralizado, mas que dispõe de uma regulamentação sobre as aceitações das ofertas pelos candidatos. São as seguintes regras que foram criadas (retiradas do manual do concurso):

1. Os candidatos submetem suas listas contendo no máximo seis Centros, sem ordem de prioridade, no ato da inscrição para o exame (aproximadamente três meses antes de realizarem os testes).
2. Nenhum Centro pode fazer ofertas antes da divulgação dos resultados dos testes.
3. Os Centros terão uma semana após a divulgação dos resultados para entrar em contato com os candidatos. Os Centros, ao se proporem aos candidatos, irão fornecer aos mesmos uma senha individual e específica por centro e por rodada.
4. Todo candidato que tiver recebido uma oferta de um Centro membro da ANPEC deverá entrar no portal www.ANPEC.org.br e preencher o formulário denominado Confirmação de Aceite. O aceite pelo candidato pode ser “definitivo” ou “condicional”.
 - [4a.] No aceite definitivo, o candidato nomeará o Centro de sua escolha e não receberá mais ofertas de outros centros.
 - [4b.] No aceite condicional ele irá assinalar o Centro que o convidou, mas também irá revelar qual é o Centro no qual desejaria ser aceito.
5. Finda a primeira rodada, iniciará a segunda, com prazo definido em calendário próprio. Nas duas primeiras rodadas, os candidatos podem escolher entre duas opções: aceite definitivo ou condicional. Na terceira e última rodada, só será possível o aceite definitivo.

Dessa forma, o processo de alocação dos candidatos aos Centros se desenvolve ao longo de três rodadas, com os convites sendo feitos de forma descentralizada pelos Centros e os aceites sendo confirmados pelos candidatos através do site de aceites. Finda a terceira rodada, os candidatos que ainda não tiverem logrado admissão deverão procurar diretamente os Centros de sua escolha e inquirir

Tabela 2: Calendário de rodadas do mercado da ANPEC aplicado em 2012

| Data | Dia | Atividade |
|----------|---------|---|
| 05/nov | Segunda | Divulgação dos resultados na Internet às 14h. |
| 07a14/11 | | Semana de Convites aos Candidatos. |
| 21/nov | Quarta | Início da primeira rodada (envio da confirmação de aceite pelos candidatos - 8h). |
| 23/nov | Sexta | Término primeira rodada, aceite condicional - 12h e definitivo - 18h. |
| 26/nov | Segunda | Início segunda rodada - 8h. |
| 27/nov | Terça | Aceite condicional até 18h. |
| 28/nov | Quarta | Término segunda rodada - 15h. |
| 29/nov | Quinta | Início terceira rodada, aceite somente definitivo - 8h. |
| 30/nov | Sexta | Término terceira rodada - 18h. |

sobre possível existência de vaga. Assim, as ofertas e respostas voltam a ser descoordenadas. A seguir apresentamos, para fins ilustrativos, o calendário das rodadas aplicado no ano de 2012.

Analisando-se esse novo mecanismo, pode-se dizer que as novas regras tendem a estabelecer a sequência do algoritmo NRMP. A cada rodada os Centros fazem suas ofertas e os candidatos aceitam a oferta mais preferível no momento e rejeitam as demais. Se as informações (aceites e revelação de Centros preferidos) dos candidatos forem processadas corretamente pela ANPEC a cada rodada de respostas, e se não houver falhas e desvios de conduta por parte dos Centros, este novo mecanismo simulará em três rodadas o algoritmo NRMP para as listas limitadas (até 6 Centros) de Centros aceitáveis submetidas pelos candidatos.

No entanto, os Centros têm pressionado os estudantes a só aceitarem as ofertas de forma definitiva. Tal atitude por parte dos Centros é possibilitada pelo fato do manual do concurso estabelecer que o aceite condicional em determinada rodada desobriga o Centro a convidar o candidato para as próximas rodadas do mercado. O manual dispõe claramente que, em caso de aceite condicional, não há garantia de vaga para o candidato. Dessa forma, os Centros podem impor aos candidatos a condição de só aceitarem as ofertas de forma definitiva. Para ilustrar ainda mais esse poder por parte dos Centros, reproduzimos a seguir extrato do manual do concurso aplicado em 2011: “Em caso do aceite condicional, não há garantia de vaga ou de bolsa. Por isto, o candidato só deve optar pelo aceite condicional se realmente não estiver disposto a aceitar o convite daquele Centro específico”. Ou seja, se o candidato considerar o Centro que lhe está fazendo a oferta aceitável, ele se vê obrigado a responder o aceite de forma definitiva. Uma vez que o candidato aceita definitivamente determinada oferta, ele não recebe mais ofertas nas demais rodadas.

Neste sentido, as novas regras, na prática, dificultaram muito para os candidatos adotarem a ação moderada, o que prejudica a simulação do algoritmo NRMP por parte dos Centros e candidatos, em especial os de tipos 1 e 2. Consequentemente, pode-se esperar maior incidência de instabilidades nas alocações resultantes do novo mecanismo do que no mecanismo descentralizado de 1998 a 2005. Por outro lado, devido ao tamanho da ANPEC, nem sempre é possível realizar todas as transações em apenas três rodadas. É portanto comum a existência de ofertas e respostas após a terceira rodada. Tais transações são feitas de forma descoordenada, com grande possibilidade de gerar instabilidades, e envolvendo principalmente Centros e candidatos tipo 3. Uma solução para tais problemas ainda não foi encontrada pela ANPEC.

6. UM MERCADO FICTÍCIO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O modelo proposto nesta seção é originalmente baseado no mecanismo que vigorou no mercado da ANPEC até 2005 e nas constatações apresentadas na subseção 5.2. No entanto, como discutimos na subseção 5.3, o mecanismo implementado a partir de 2006 apenas formalizou o comportamento



moderado dos candidatos frente às ofertas das instituições no 2º estágio do jogo dinâmico, visto que os candidatos agora têm, oficialmente, a possibilidade de aceitar determinada oferta de forma temporária, condicionalmente a receber uma oferta mais preferida em rodada posterior. Dessa forma, os resultados obtidos são válidos para discutirmos o mecanismo de alocação do mercado da ANPEC no período de 1998 a 2013, em especial, os problemas decorrentes da limitação das listas de Centros aceitáveis submetidas pelos candidatos no primeiro estágio do jogo dinâmico.

Propomos um mercado descentralizado fictício de admissão às Instituições, no qual se mantém aproximadamente a mesma relação proporcional entre os jogadores e a mesma estrutura de tipos descrita na subseção 5.2. Assumimos três hipóteses distintas em relação ao grau de conhecimento que os candidatos têm sobre seus tipos. Estamos interessados em identificar possibilidades de ocorrência de instabilidades na alocação resultante do mecanismo descentralizado para avaliarmos a eficiência deste mecanismo. Com isso, podemos apontar alguns problemas que devem ocorrer também no mercado real da ANPEC.

O mercado fictício M^* proposto é composto por 50 candidatos, sendo quatro do tipo 1, seis do tipo 2 e 40 do tipo 3, e por 14 Instituições, sendo duas do tipo 1, três do tipo 2 e nove do tipo 3. Cada Instituição possui uma cota igual a dois, representando o número de vagas de que dispõe. Denotaremos por $N(j)$ o conjunto de Instituições do tipo $j = 1, 2, 3$. Definimos $N(1) = \{i_{11}, i_{12}\}$, $N(2) = \{i_{21}, i_{22}, i_{23}\}$ e $N(3) = \{i_{31}, i_{32}, \dots, i_{39}\}$. Denotaremos por $M(j)$ o conjunto de candidatos do tipo $j = 1, 2, 3$. Definimos $M(1) = \{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}\}$, $M(2) = \{c_{21}, c_{22}, \dots, c_{26}\}$, e $M(3) = \{c_{31}, c_{32}, \dots, c_{340}\}$. Sobre as preferências das Instituições assumiremos que as preferências das Instituições sobre o grupo de candidatos são correspondentes (como definido na seção 2) e todas as Instituições têm as mesmas preferências $P(i)$ sobre os candidatos, $P(i) = c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{24}, c_{25}, c_{26}, c_{31}, c_{32}, c_{33}, \dots, c_{340}$, para todo $i \in N(1) \cup N(2) \cup N(3)$. Sobre as preferências dos candidatos assumiremos que:

- (a) todas as Instituições são aceitáveis por todos os candidatos;
- (b) todo candidato prefere qualquer Instituição do tipo 1 a qualquer Instituição do tipo 2, e prefere qualquer Instituição do tipo 2 a qualquer Instituição do tipo 3;
- (c) dados um candidato c , uma Instituição do tipo 1, i_1 , uma Instituição do tipo 2, i_2 , e uma Instituição do tipo 3, i_3 , a probabilidade de i_1 ocupar a posição 1 (ou a posição 2) na lista de preferências verdadeira de c é $1/2$ e de ocupar qualquer outra posição é zero; a probabilidade de i_2 ocupar qualquer posição de 3 a 5 é $1/3$ e de ocupar qualquer outra posição é zero; a probabilidade de i_3 ocupar qualquer posição de 6 a 14 é $1/9$ e de ocupar qualquer outra posição é zero.

Assim como no mercado da ANPEC, o processo de alocação neste mercado fictício induz um jogo dinâmico que ocorre em dois estágios. No primeiro, os candidatos submetem uma lista de Instituições aceitáveis com, no máximo, quatro Instituições, sem conhecer as preferências das Instituições. No segundo, as Instituições fazem as ofertas e os candidatos, já conhecendo seus tipos e as preferências das Instituições, respondem. Assumiremos que os candidatos sempre usam a ação moderada no 2º estágio, e que não há uma data determinada para o encerramento do mercado. Dessa forma, o processo de alocação simula o algoritmo NRMP. Como os candidatos sempre jogam a ação moderada no 2º estágio, podemos assumir que a estratégia de um candidato no jogo dinâmico é determinada apenas pela ação escolhida para o 1º estágio do jogo.

Pela Proposição 6.1 abaixo, o mercado onde os participantes listam suas verdadeiras preferências só tem uma alocação estável (alocação esta que seria obtida se os candidatos pudessem listar todas as Instituições e agissem de acordo com sua lista de preferências verdadeira). Também pela Proposição 6.1, o mercado onde as Instituições listam suas verdadeiras preferências e os candidatos listam a restrição de suas preferências verdadeiras às quatro Instituições listadas no mecanismo, só tem uma alocação estável. (Observe que essas preferências dos candidatos não são necessariamente as suas verdadeiras preferências sobre todas as Instituições disponíveis no mercado).

Proposição 6.1. *Se os candidatos têm preferências estritas sobre as Instituições, as Instituições têm preferências estritas sobre candidatos individuais e as preferências dos participantes de um dos lados do mercado são coincidentes, então o conjunto das alocações estáveis é unitário.*

A seguir apresentamos as simulações do modelo assumindo três hipóteses distintas em relação ao grau de conhecimento que os candidatos têm sobre seus tipos no 1º estágio.

Hipótese 1: Os candidatos conhecem seus tipos no 1º estágio do jogo dinâmico

Sob esta hipótese, os candidatos tipo 1 deverão listar ambas as Instituições tipo 1, os candidatos tipo 2 deverão listar todas as Instituições tipo 2 e, como todas as Instituições são aceitáveis para qualquer candidato, na alocação resultante as Instituições tipo 1 e 2 preencherão suas vagas com candidatos tipo 1 e 2, respectivamente. Assim, os candidatos tipo 3 deverão, no equilíbrio, listar apenas Instituições tipo 3. Como existem 40 candidatos tipo 3 e somente 18 vagas em Instituições tipo 3, 22 candidatos ficarão sem Instituição.

Embora um candidato saiba que é tipo 3, ele não sabe qual sua posição nas preferências das Instituições no momento de submeter sua lista. Assim, se, por exemplo, tal candidato vem a ser o nono candidato tipo 3 preferido pelas Instituições (c_{39}), pode acontecer dos oito candidatos tipo 3 mais preferidos serem alocados para precisamente as mesmas quatro Instituições tipo 3 listadas pelo dado candidato. Neste caso, o candidato (c_{39}) ficará sem Instituição. Assumindo que qualquer lista de quatro Instituições tipo 3 dá ao candidato a mesma chance de ficar sem Instituição, podemos concluir que listar as quatro Instituições tipo 3 mais preferidas oferece ao candidato sua melhor alocação esperada. Formalmente temos:

Proposição 6.2. *Considere o mercado M^* . Seja c um candidato de qualquer tipo e seja $L(c)$ a lista de Instituições aceitáveis declarada por c ao mecanismo. Então, listando um subconjunto próprio de Instituições aceitáveis de $L(c)$, c não pode obter uma Instituição mais preferida do que a que obterá listando $L(c)$.*

Teorema 6.1. *Considere o mercado M^* . É uma estratégia fracamente dominante para os candidatos tipo 1 declarar todas as Instituições tipo 1 em suas listas de Instituições aceitáveis.*

Teorema 6.2. *Considere o mercado M^* . É uma estratégia fracamente dominante para os candidatos tipo 2 declarar todas as Instituições tipo 2 em suas listas de Instituições aceitáveis.*

Teorema 6.3. *Considere o mercado M^* . Suponha que os candidatos tipo 1 e tipo 2 seguem as estratégias fracamente dominantes de declarar todas as Instituições do seu tipo em suas listas de Instituições aceitáveis. Então, nenhuma Instituição consegue preencher uma vaga com um candidato de tipo inferior ao seu.*

Supondo que os candidatos declaram todas as Instituições do seu tipo em suas listas de Instituições aceitáveis, podemos realizar alguns testes do modelo sob a hipótese 1. Como este mecanismo descentralizado simula o algoritmo NRMP, então devemos analisar somente os problemas decorrentes da limitação imposta às listas de Instituições aceitáveis declaradas pelos candidatos.

Fizemos 10 simulações do modelo. Para estas simulações as preferências dos candidatos sobre Instituições do mesmo tipo foram formadas aleatoriamente através do gerador de números aleatórios do software econométrico *Eviews*. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.

Pela tabela 4 observamos que em apenas 20% dos casos o mecanismo gera uma alocação estável (alocações μ_{1D} e μ_{1F}). Nos outros 80% há a ocorrência de pelo menos uma instabilidade. Em dois casos, alocações μ_{1C} e μ_{1G} , encontramos o máximo de seis instabilidades, que pode ser considerado uma quantidade pequena, dado o grande número de jogadores do modelo. Também destacamos que todas as instabilidades encontradas ocorrem entre candidatos tipo 3 e Instituições tipo 3, sendo estes



Tabela 3: Número de instabilidades nas alocações simuladas sob a hipótese 1

| Alocação | μ_{1A} | μ_{1B} | μ_{1C} | μ_{1D} | μ_{1E} | μ_{1F} | μ_{1G} | μ_{1H} | μ_{1I} | μ_{1J} | Média |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|
| Nº total de instabilidades | 3 | 3 | 6 | 0 | 2 | 0 | 6 | 1 | 4 | 3 | 2.8 |
| Nº de instabilidades com Centros tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0 |
| Nº de instabilidades com Centros tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0 |
| Nº de instabilidades com Centros tipo 3 | 3 | 3 | 6 | 0 | 2 | 0 | 6 | 1 | 4 | 3 | 2.8 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 3 | 3 | 3 | 6 | 0 | 2 | 0 | 6 | 1 | 4 | 3 | 2.8 |

candidatos aqueles com as piores classificações nas listas das Instituições, dentre os que têm alguma Instituição tipo 3 alcançável.

Por fim, o principal resultado que desejamos pontuar é que, mesmo com a hipótese muito forte de que os candidatos sabem seus tipos, o mecanismo descentralizado com lista de Instituições aceitáveis limitada, gera alocações instáveis em 80% dos casos.

A presença de instabilidades decorre das listas de Instituições aceitáveis submetidas pelos candidatos serem limitadas, pois, apesar da limitação ser suficiente para que os candidatos tipo 1 declarem todas as Instituições tipo 1 e para que os candidatos tipo 2 declarem todas as Instituições tipo 2, ela não permite que os candidatos tipo 3 declarem todas as Instituições tipo 3 realmente aceitáveis. Portanto, enquanto no sub-mercado de Instituições e candidatos de tipos 1 e 2 o resultado é a alocação estável ótima para as Instituições, no sub-mercado de Instituições e candidatos tipo 3 o resultado é uma alocação instável.

Hipótese 2: Os candidatos crêem conhecer seus tipos no 1º estágio, mas eles podem errar

Neste caso incluímos uma probabilidade de erro por parte dos candidatos. O erro é modelado da seguinte forma: cada candidato do tipo 1 tem 5% de probabilidade de se declarar do tipo 2 e 5% de se declarar do tipo 3; cada candidato tipo 2 tem 5% de probabilidade de se declarar do tipo 1 e 5% de se declarar do tipo 3; e cada candidato do tipo 3 tem 5% de probabilidade de se declarar do tipo 1 e 5% de se declarar do tipo 2.

Como os candidatos não sabem da possibilidade de erro, quando eles se declaram de um tipo $t \in \{1, 2, 3\}$, eles jogam as estratégias descritas nos Teoremas 6.1, 6.2 e 6.3 para cada tipo t . Fizemos então 10 simulações do modelo. As preferências dos candidatos sobre Instituições do mesmo tipo e as probabilidades de erro foram geradas aleatoriamente no software econométrico Eviews. Os resultados são apresentados na tabela 5.

Tabela 4: Número de instabilidades nas alocações simuladas sob a hipótese 2

| Alocação | μ_{2A} | μ_{2B} | μ_{2C} | μ_{2D} | μ_{2E} | μ_{2F} | μ_{2G} | μ_{2H} | μ_{2I} | μ_{2J} | Média |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|
| Nº total de instabilidades | 41 | 10 | 20 | 23 | 90 | 101 | 20 | 0 | 31 | 44 | 38.0 |
| Nº de instabilidades com Inst. tipo 1 | 37 | 0 | 8 | 0 | 77 | 81 | 0 | 0 | 0 | 39 | 24.2 |
| Nº de instabilidades com Inst. tipo 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 23 | 3 | 3.5 |
| Nº de instabilidades com Inst. tipo 3 | 1 | 10 | 12 | 23 | 10 | 17 | 20 | 0 | 8 | 2 | 10.3 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 1 | 4 | 0 | 2 | 0 | 7 | 9 | 0 | 0 | 0 | 5 | 2.7 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 2 | 6 | 0 | 15 | 0 | 21 | 21 | 0 | 0 | 1 | 6 | 7.0 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 3 | 31 | 10 | 3 | 23 | 62 | 71 | 20 | 0 | 30 | 33 | 28.3 |

Pela tabela 5 observamos que em apenas uma das simulações o mecanismo gera uma alocação estável (alocação μ_{2H}). Nas outras nove há a ocorrência de instabilidades. Tais instabilidades são encontradas em quantidade muito maior que no caso anterior e envolvem todos os tipos de Instituições e candidatos. Isto ocorre quando os candidatos erram seus tipos. Por exemplo, se um candidato tipo 1 joga como se fosse tipo 2 ou tipo 3, uma das Instituições tipo 1 vai ficar sem preencher uma de suas vagas com este candidato e receberá um candidato tipo 2 ou tipo 3 que tenha jogado como se fosse tipo 1. Dessa forma, as instabilidades geradas são mais críticas, pois envolvem os melhores candidatos e as Instituições mais preferidas.

Hipótese 3: Os candidatos não conhecem seus tipos no 1º estágio

Nesta hipótese os candidatos não sabem seus tipos no momento de declarar suas listas de Instituições aceitáveis. Se um dado candidato c não sabe seu tipo, pode-se considerar uma atitude racional para este candidato diversificar sua lista, incluindo uma Instituição de cada tipo. Supondo que todos os candidatos ajam com a mesma racionalidade e supondo ainda que cada candidato declare sua Instituição mais preferida de cada tipo na sua lista, então, dada a estrutura de preferências dos candidatos, o candidato c terá a mesma probabilidade de ser admitido em uma Instituição de mesmo tipo que o seu, para qualquer conjunto de três Instituições, sendo uma de cada tipo, que ele declarar. Então o melhor que c pode fazer é declarar a Instituição mais preferida de cada tipo. Portanto, assumindo a racionalidade descrita acima, declarar a Instituição mais preferida de cada tipo na sua lista é uma estratégia de “equilíbrio” para todos os candidatos.

Para a composição da quarta posição da lista de Instituições aceitáveis supomos que existam candidatos otimistas, neutros e pessimistas, de tal forma que os candidatos otimistas sempre declaram um Centro tipo 1 na quarta posição de sua lista, os candidatos neutros sempre declaram um Centro tipo 2 e os candidatos pessimistas sempre declaram um Centro tipo 3. Por fim, supomos que cada candidato tem igual probabilidade de ser otimista, neutro, ou pessimista. Fizemos então 10 simulações do modelo com as preferências dos candidatos sobre Centros do mesmo tipo e a definição de otimistas, neutros e pessimistas geradas aleatoriamente no software econométrico *Eviews*. Os resultados são apresentados na tabela 6.

Tabela 5: Número de instabilidades nas alocações simuladas sob a hipótese 3

| Alocação | μ_{3A} | μ_{3B} | μ_{3C} | μ_{3D} | μ_{3E} | μ_{3F} | μ_{3G} | μ_{3H} | μ_{3I} | μ_{3J} | Média |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|
| Nº total de instabilidades | 25 | 25 | 56 | 22 | 61 | 58 | 16 | 32 | 51 | 56 | 40.2 |
| Nº de instabilidades com Centros tipo 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0.8 |
| Nº de instabilidades com Centros tipo 2 | 0 | 1 | 2 | 0 | 7 | 0 | 5 | 6 | 0 | 9 | 3.0 |
| Nº de Instabilidades com Centros tipo 3 | 24 | 23 | 54 | 21 | 51 | 58 | 11 | 26 | 51 | 45 | 36.4 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.5 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 | 0 | 2 | 4 | 0 | 5 | 1.6 |
| Nº de instabilidades com candidatos tipo 3 | 24 | 23 | 55 | 21 | 57 | 58 | 14 | 28 | 51 | 50 | 38.1 |

Pela tabela 5 observamos que o mecanismo não gerou nenhuma alocação estável. No entanto, a grande maioria das instabilidades ocorre entre Instituições de tipo 3 e candidatos de tipo 3 com os menores graus dentre aqueles que têm alguma Instituição tipo 3 aceitável. Mesmo as instabilidades que ocorrem entre os candidatos e Instituições de menor tipo podem ser consideradas “instabilidades suaves”, pois, para estas Instituições e candidatos, a distância, nas respectivas listas de preferências, entre os candidatos e Instituições aceitáveis mais preferidos e os pares recebidos pelo mecanismo não são significativamente grandes.

Comparativamente, o número médio de instabilidades com a hipótese 3 é 40.2 enquanto que com a hipótese 2 é 38.0. Porém, a média de instabilidades envolvendo somente Instituições tipo 3 é 36.4



com a hipótese 3 contra 10.3 com a hipótese 2 e a média envolvendo somente candidatos tipo 3 é, respectivamente, 38.1 contra 28.3. Ou seja, além das instabilidades com a hipótese 3 serem mais frequentes com Instituições e candidatos tipo 3, aquelas instabilidades que envolvem jogadores de menor tipo não geram grandes incentivos para esses participantes realizarem arranjos subsequentes (instabilidades suaves).¹³

Por outro lado, apesar de ser pouco provável, o modelo com a hipótese 3 ainda pode produzir instabilidades mais graves. Isto ocorreu na alocação $\mu_{3,J}$, que apresenta o máximo de instabilidades envolvendo jogadores de tipos 1 e 2 deste conjunto de simulações.¹⁴

Em suma, podemos concluir que, sob a hipótese de que os candidatos diversificam suas listas declaradas, o mecanismo descentralizado gera alocações com instabilidades suaves, nas quais os jogadores, principalmente as Instituições, têm poucos incentivos para formar arranjos subsequentes. As instabilidades envolvem, em sua maioria, candidatos de tipo 3 com piores classificações. Dessa forma, as alocações geradas, apesar de instáveis, podem ser aceitáveis para Instituições e candidatos quando uma alternativa mais eficiente não é vislumbrada pelo mercado. Consequentemente, este mecanismo pode se tornar duradouro.

7. IMPLICAÇÕES DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS SOBRE O MERCADO DA ANPEC

Vimos na subseção 5.2 que os candidatos no mercado descentralizado da ANPEC tendem a declarar seis Centros nas suas listas, escolhidos de forma diversificada entre os tipos 1, 2 e 3. Dessa forma, este mecanismo se aproxima do modelo simulado sob a hipótese 3, com a diferença de que as listas das preferências das Instituições não são rigorosamente iguais. As instabilidades existentes nas alocações produzidas neste mercado são, em sua maioria, instabilidades suaves, principalmente para as Instituições de tipo 1 e 2. As Instituições do tipo 3 concentram a maioria das instabilidades, inclusive instabilidades mais críticas.

Observamos que as Instituições tipo 1 eventualmente completam suas listas com alguns dos melhores candidatos tipo 2; as Instituições tipo 2 recebem alguns poucos candidatos de tipos 1 e 3, geralmente os piores do tipo 1 e os melhores do tipo 3; e as Instituições tipo 3 recebem candidatos tipo 2 com piores classificações. Ou seja, realmente ocorre uma superposição marginal dos tipos, como simulado na hipótese 3.

Por outro lado, ainda observamos candidatos que optam por não diversificar suas listas. Nestes casos, como ilustrado na hipótese 2, as consequências decorrentes de eventuais avaliações erradas sobre seus tipos são instabilidades adicionais nas alocações produzidas. No entanto, isto não é suficiente para resultar no fato de que Instituições de tipo 1 fiquem sem preencher grande parte de suas vagas, nem que Instituições de tipo 3 preencham suas vagas com candidatos de tipo 1 ou 2.

8. CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS FINAIS

Este artigo versa sobre um caso especial de mercado de admissão às Instituições. Esses mercados se distinguem pela forma como são organizados. Os descentralizados se comportam de forma descoordenada enquanto que os centralizados são coordenados. Essa coordenação é executada, em sua maioria, por um agente externo, chamado “agente centralizador”, que recebe as preferências declaradas de todos os participantes, número de vagas das Instituições e aplica um algoritmo conhecido que produz uma alocação dos candidatos para as Instituições. Os registros da literatura mostram que os mercados de admissão descentralizados tendem a evoluir para a forma de organização centralizada. Neste estágio,

¹³ As alocações simuladas com a hipótese 3 são apresentadas no Apêndice C' da tese de Bardella (2005).

¹⁴ Ver tabela 10 em Bardella (2005).

a grande maioria dos mercados mantém a forma centralizada, enquanto que alguns poucos retornam ao comportamento descoordenado.

O mercado da ANPEC é um mercado de admissão às Instituições que se comportou historicamente de forma descoordenada, com várias mudanças nas regras do mecanismo, até 1996. Em 1997 foi implementado um mecanismo centralizado que foi abandonado no ano seguinte. De 1998 a 2005, esse mercado se comportou de forma descentralizada, aparentemente com o mesmo desenho do mercado de 1996. A partir de 2006 algumas regras do mercado foram alteradas visando simular na prática o algoritmo de Gale e Shapley com as Instituições fazendo as propostas. Porém, alguns detalhes, como exigência de listas limitadas, possibilidade de aceites definitivos antes do final do procedimento de alocação e data de encerramento do mecanismo diferenciam este procedimento do algoritmo de Gale e Shapley.

Ao longo desse artigo desenvolvemos a teoria necessária para explicar os fatos observados neste mercado. Inicialmente mostramos que o insucesso do mecanismo centralizado em 1997 não resultou de nenhuma das duas hipóteses apontadas na literatura em Roth (1989) e McKinney et alii (2005), a saber, a aplicação de algoritmos que produzem alocações instáveis e o desequilíbrio entre oferta e demanda que ocorre quando a oferta de vagas nas instituições supera a demanda por parte dos candidatos. Diferentemente, o algoritmo usado produz sempre alocações estáveis para as preferências reveladas e, desde a sua criação, a demanda por vagas nos Centros tem superado a oferta no mercado da ANPEC. A explicação que encontramos para o insucesso do mecanismo centralizado da ANPEC está relacionada com a operacionalização do mecanismo e está fundamentada nos resultados teóricos apresentados. A falta de conhecimento por parte dos participantes sobre as propriedades do mecanismo e as falhas técnicas na primeira rodada do algoritmo Gale-Shapley discutidas no texto levaram alguns Centros a realizarem tentativas de manipulação que lhes prejudicou e desencadeou uma série de instabilidades, criando insatisfações dos dois lados do mercado.

Em seguida, procedemos a uma análise do mercado na sua fase descentralizada de 1998 a 2005. Apresentamos várias observações empíricas e construímos hipóteses que justificam, de forma racional, o comportamento dos participantes no mercado. A observação chave é a de que os candidatos, com o tempo, aprenderam a jogar: aceitavam as ofertas explosivas mas voltavam atrás na palavra empenhada se recebiam posteriormente uma oferta mais preferível. Não havia punição para tal prática, que embora mal vista por alguns participantes, era incentivada por algumas Instituições. Por conta disso os Centros passaram a evitar as ofertas explosivas.

Outra observação é que o fato dos candidatos declararem listas de Centros aceitáveis limitadas a seis Instituições, embora não afetasse os candidatos dos tipos 1 e 2, desfavorecia os Centros e candidatos do tipo 3. A quantidade de candidatos que declarava cada Centro tipo 3 ficava reduzida e a alocação final resultante apresentava maior incidência de instabilidades para estes participantes do mercado. Na realidade, não sabemos se estes Centros não reivindicavam a ampliação das listas fornecidas pelos candidatos por ignorarem a causa dos problemas que enfrentavam todos os anos ou pelo fato de considerarem que suas reivindicações não seriam levadas em conta por serem Instituições que estavam começando a se afirmar como Centros de pós-graduação da ANPEC. Dessa forma o problema causado pela limitação do tamanho das listas indicadas pelos candidatos não tinha a visibilidade necessária para que lhe fosse dado maior importância.

Para contornar o problema que aparentemente mais afetava o bom funcionamento do mecanismo da ANPEC, esta propôs e implementou em 2006 uma regulamentação sobre as ações admissíveis e não admissíveis por parte dos candidatos, quando estes recebem uma oferta. O novo mecanismo descentralizado persiste até os dias de hoje. Em termos gerais, as regras introduzidas visam formalizar o comportamento moderado dos candidatos frente às ofertas das instituições e possibilitar, assim, a obtenção de uma alocação estável. No entanto, esse objetivo não está sendo alcançado. Ao aceitar condicionalmente a oferta de um Centro o candidato revela indiretamente que ele não é a sua primeira opção. Desta forma fica sem sentido exigir que os candidatos, ao se inscreverem no mercado da ANPEC, indiquem os nomes das Instituições sem revelar sua prioridade. Os problemas que vêm surgindo são



semelhantes aos observados em 1992, quando as Instituições desconsideravam os estudantes que não as listavam em primeira opção. De fato, muitas instituições impõem aos candidatos uma aceitação definitiva sob a ameaça de não manter a oferta. Diferentemente do que ocorria em 1992, o candidato não pode “blefar”, pois é impossibilitado de voltar atrás na palavra empenhada, visto que após ter aceitado definitivamente uma oferta ele fica impedido de receber ofertas das outras Instituições. O cenário que se configura é de retrocesso na evolução do mecanismo da ANPEC, com insatisfações, dessa vez também por parte dos Centros e candidatos tipos 1 e 2.

8.1. Soluções Viáveis

A análise do mecanismo descentralizado da ANPEC com regulação sobre os tipos de aceites nos permitiu detectar que as instabilidades produzidas na alocação resultante são devidas ao fato de que as regras estabelecidas impedem uma simulação na prática do algoritmo Gale-Shapley, a saber, o tamanho das listas fornecidas pelos candidatos (que afetam a alocação dos estudantes e Centros de tipo 3), a retirada do sistema dos nomes dos candidatos que aceitam “definitivamente” uma Instituição (que inviabiliza, para o candidato, o recebimento de novas ofertas e a possibilidade de poder escolher dentre elas a que mais prefere) e o encerramento do mercado numa data determinada, o que deixa algumas Instituições sem possibilidade de realizar novas transações para preencher vagas restantes e impede que alguns candidatos recebam ofertas mais preferíveis.

Um procedimento descentralizado que não envolva os problemas acima mencionados requer as seguintes modificações:

1. Permissão para os candidatos fornecerem listas de qualquer tamanho;
2. Todas as aceitações ocorridas anteriormente à etapa final do procedimento são condicionais. Em cada etapa, um candidato pode manter, no máximo, uma oferta. Se ele estiver mantendo uma oferta e receber uma outra oferta aceitável, ele deverá manter, necessariamente, uma delas e recusar a outra (i.e., em nenhuma hipótese ele pode manter as duas ofertas ou recusar ambas). O nome do candidato nunca é retirado do sistema, de forma a permitir que ele continue a receber ofertas até o final do procedimento;
3. O procedimento somente termina quando não houver mais rejeições, caso em que todas as aceitações se tornam definitivas.

A primeira condição poderia afetar os Centros de tipo 3, que teriam um custo muito alto para fazerem ofertas a uma quantidade muito grande de candidatos. A terceira condição nem sempre poderá ser satisfeita dado que existem datas para as matrículas dos alunos serem efetivadas nos Centros e para o início das atividades acadêmicas. Assim é que, a exemplo de outros mercados similares, a organização do mercado da ANPEC de forma centralizada ainda é a melhor opção. Um cenário favorável para isto resulta do aprendizado decorrente dos erros de 1997 e da experiência dos últimos oito anos de operação através de um procedimento padronizado de aceitações de ofertas. A implementação de um mecanismo centralizado requer algumas medidas que foram negligenciadas pela ANPEC em 1997. A saber:

1. Promover ampla divulgação do mecanismo entre os participantes para que estes aprendam a atuar no mercado centralizado;
2. Aplicar o mecanismo em caráter experimental, para que os participantes possam comparar as duas formas de organização do mercado e, assim, tirar conclusões práticas a respeito dos benefícios do mecanismo centralizado e sentir confiança nas novas regras;

3. Oferecer o máximo de informação possível aos candidatos sobre os Centros – através de *home pages* ou visitas aos Centros, por exemplo;
4. Oferecer garantia de que as listas de preferências dos estudantes sejam conhecidas apenas pela Central, para que os candidatos não se sintam constrangidos em declarar suas verdadeiras preferências e as Instituições não se sintam desprestigiadas em receber candidatos que não as tenham declarado como sua primeira opção.

O mecanismo centralizado que propomos para o mercado da ANPEC segue, em linhas gerais, as seguintes etapas:

Etapla 1. Os candidatos se inscrevem para o exame e declaram uma lista de Instituições aceitáveis do tamanho que desejarem; os pesos que as Instituições atribuem aos testes são informados à Central.

Etapla 2. Os candidatos realizam os testes.

Etapla 3. Após a realização dos testes, a classificação dos candidatos pelos Centros, obtida pelas médias ponderadas, é divulgada pela ANPEC.

Etapla 4. Nesta etapa é permitido aos Centros convidarem para uma visita os candidatos por eles selecionados, dentre os que os listaram na etapa 1.

Etapla 5. Os candidatos que desejarem continuar no mercado informam à Central suas listas ordenadas de preferências sobre os Centros aceitáveis listados na etapa 1.

Etapla 6. Os Centros declaram suas listas ordenadas de preferências, de qualquer tamanho, sobre os candidatos, por eles aceitáveis e que os listaram na etapa 1 (estas listas não são necessariamente baseadas somente nas médias ponderadas dos candidatos nos testes).

Etapla 7. A Central roda o algoritmo Gale-Shapley (com os candidatos fazendo as ofertas) e a alocação final obtida é divulgada para os participantes.

Acreditamos que a implementação do mecanismo centralizado descrito acima representará um passo à frente na evolução da organização do mercado da ANPEC: este mecanismo produz alocações estáveis e eficientes segundo Pareto para todos os tipos de Centros e estudantes; oferece uma redução considerável do tempo de operacionalização do mercado e de seu custo associado e é não manipulável pelos estudantes. Assim ele elimina a operação desordenada do mercado observada nos procedimentos descentralizados anteriores, com relação às aceitações e rejeições das ofertas.

Antes de se inscreverem, os candidatos têm uma clara definição do conjunto de Centros aceitáveis. Essa condição evita que um Centro convide um candidato que nunca aceitaria sua oferta para uma visita. Cumpre observar que, teoricamente, a informação sobre os resultados dos testes em nada contribui para uma alocação mais desejável por parte dos candidatos. O ganho em declarar as listas de preferências após o resultado dos testes é que as visitas aos Centros ocorrem após esta etapa. Nessas visitas, os candidatos convidados têm oportunidade de interagir entre si e com os estudantes de pós-graduação da Instituição anfitriã, e trocar informações sobre os Centros. Ao receberem o máximo de informação possível sobre os Centros, os candidatos podem reavaliar suas preferências e elaborar suas listas de forma a minimizar o risco de um arrependimento futuro.

BIBLIOGRAFIA

- Alcalde, J. & Barberà, S. (1994). Top dominance and the possibility of strategy-proof stable solutions to the marriage problem. *Journal of Economic Theory*, 4:417–435.
- Bardella, F. (2005). Alocação de estudantes aos Centros de pós-graduação em Economia no Brasil: um experimento natural em organização de mercado. Tese de Mestrado, USP/SP.
- Dubins, L. E. & Freedman, D. A. (1981). Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm. *American Mathematical Monthly*, 88:485–494.



- Gale, D. & Shapley, L. (1962). College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly*, 69:9–15.
- Gale, D. & Sotomayor, M. (1983-1985). Some remarks on the stable matching problem. *Discrete Applied Mathematics*, 11:223–232.
- Knuth, D. E. (1976). *Marriages Stables*. Les Presses de l' Université de Montreal.
- McKinney, N., Niederle, M., & Roth, A. E. (2005). The collapse of a medical labor clearinghouse (and why such failures are rare). *American Economic Review*, 95:878–889.
- Roth, A. E. (1982). The economics of matching: stability and incentives. *Mathematics of Operations Research*, 7:617–628.
- Roth, A. E. (1985). The college admissions problem is not equivalent to the marriage problem. *Journal of Economic Theory*, 36:277–288.
- Roth, A. E. (1986). On the allocation of residents to rural hospitals: a general property of two-sided matching markets. *Econometrica*, 54:425–427.
- Roth, A. E. (1989). A natural experiment in the organization of entry level labor markets: regional markets for new physicians and surgeons in the U.K. *American Economic Review*, 81:415–440.
- Roth, A. E. & Sotomayor, M. (1989). The college admissions problem revisited. *Econometrica*, 57:559–570.
- Roth, A. E. & Sotomayor, M. (1990). *Two-sided Matching: a study in game-theoretic modeling and analysis*. *Econometric Society Monographs*. 18. Cambridge University Press.
- Roth, A. E. & Xing, X. (1994). Jumping the gun: imperfections and institutions related to the timing of market transactions. *American Economic Review*, 84(4):992–1044.
- Sotomayor, M. (1996a). A non constructive elementary proof of the existence of stable marriages. *Games and Economic Behavior*, 13:135–137.
- Sotomayor, M. (1996b). Mecanismos de admissão de candidatos às instituições. Modelagem e análise à luz da teoria dos jogos. *Revista de Econometria*, 16(1):25–63.
- Sotomayor, M. (2012). A further note on the college admission game. *Int J Game Theory*, 41:179–193.

A. APÊNDICE

A.1. APÊNDICE A – RESULTADOS JÁ CONHECIDOS E DEMONSTRAÇÕES

Enunciamos aqui alguns resultados já conhecidos e que são utilizados ao longo do artigo.

Para onde vão os melhores candidatos e quais candidatos vão para as melhores Instituições? Se existe um consenso sobre o conjunto das k melhores Instituições então é esperado que elas sejam as preferidas dos melhores candidatos. O Teorema A1 diz que as t vagas dessas k Instituições serão preenchidas pelos t melhores candidatos, em qualquer alocação estável.

Teorema A1. Sotomayor (1996b). *Suponha que exista um conjunto de Instituições $I' = \{i_1, \dots, i_k\}$ e um conjunto de candidatos $C' = \{c_1, \dots, c_t\}$, com $t = \sum q_j$ para $j = 1, 2, \dots, k$, tais que I' é o conjunto das k primeiras Instituições aceitáveis da lista de qualquer candidato de C' (em qualquer ordem) e C' é o conjunto dos t primeiros candidatos aceitáveis da lista de qualquer Instituição em I' (em qualquer ordem). Então, se μ é uma alocação estável, $\mu(C') = I'$.*

Observação A1. Se no Teorema A1 tivermos $t > \sum q_j$ para $j = 1, 2, \dots, k$, então $\mu(i) \subseteq C'$ para todo $i \in I'$. A demonstração deste fato, que é tão simples quanto a do Teorema A1, é deixada ao leitor.

Proposição A1. Gale e Sotomayor (1985). *Sejam μ uma alocação estável, $C(\mu)$ o conjunto dos candidatos admitidos a alguma Instituição segundo μ e N_i o número de candidatos admitidos pela Instituição i . Então o conjunto $C(\mu)$ e os números N_i são os mesmos para toda alocação estável.*

Proposição A2. Roth (1986). *Seja μ uma alocação estável. Se a Instituição i não preencheu todas as suas vagas em μ , então ela admitirá o mesmo conjunto de candidatos em qualquer alocação estável.*

Proposição A3. Gale e Sotomayor (1985). *Suponha que $C \subseteq C'$, que μ_C é a alocação estável ótima para os candidatos em (C, I, P, q) e que μ'_C é a alocação estável ótima para os candidatos em (C', I, P', q) , onde $P' = P$ em C . Então, $\mu'_C(i) \geq_i \mu_C(i)$, para toda Instituição i .*

Observação A2. Decorre da demonstração da Proposição A3 que não somente $\mu'_C(i) \geq_i \mu_C(i)$, mas também que i prefere fracamente todo candidato em $\mu'_C(i)$ a algum candidato em $\mu_C(i)$.

Proposição A4. Roth e Sotomayor (1989). *Se os candidatos têm preferências estritas sobre as Instituições e as Instituições têm preferências estritas sobre candidatos individuais, então as Instituições também têm preferências estritas sobre os grupos de candidatos determinados em alocações estáveis. Ou seja, dados μ e μ' alocações estáveis, uma Instituição i é indiferente entre $\mu(i)$ e $\mu'(i)$ se, e somente se, $\mu(i) = \mu'(i)$.*

Proposição A5. Roth e Sotomayor (1989). *Sejam μ e μ' alocações estáveis e as preferências de candidatos e Instituições estritas sobre indivíduos. Seja i uma Instituição. Então, $\mu(i) >_i \mu'(i)$ se e somente se $c >_i c'$ para todo c em $\mu(i)$ e c' em $\mu'(i) - \mu(i)$.*

Ou seja, se i prefere o grupo de candidatos designados a ela por μ ao grupo de candidatos designados a ela por μ' , então ela prefere qualquer candidato do primeiro grupo a qualquer candidato do segundo grupo que não estiver no primeiro.

Proposição A6. Gale e Shapley (1962). *Seja μ uma alocação estável. Então $\mu'_C(c) \geq_c \mu_I(c)$, para todo c em C , e $\mu(i) \geq_i \mu_C(i)$, para todo i em I .*

Lema A1 – Lema da Decomposição. Knuth (1976), Gale e Sotomayor (1985). *Sejam μ e μ' alocações estáveis em (C, I, P, q) , com todas as preferências estritas e $q_i = 1$ para toda Instituição $i \in I$. Seja $C(\mu)$ o conjunto dos candidatos que preferem μ a μ' e $I(\mu)$ o conjunto das Instituições que preferem μ a μ' . Analogamente definimos $C(\mu')$ e $I(\mu')$. Então μ e μ' mapeiam $C(\mu')$ em $I(\mu)$ e $C(\mu)$ em $I(\mu')$.*

Demonstração do Teorema 4.2.1: Seja c_m o candidato menos preferido por i em $\mu_I(i)$. Trunque a lista de preferências verdadeira de i em c_m . Chame a nova lista de $P'(i)$. Claramente, μ_I é estável para $M' = (C, I, P/P'(i), q)$. Seja μ' uma alocação estável qualquer para M' . Como i preenche suas vagas em μ_I temos, pela Proposição A1, que i preenche suas vagas em μ' . Afirmamos que $\mu'(i) \geq_i \mu_I(i)$. De fato, caso contrário, pelas Proposições A4 e A5, deveríamos ter que $\mu_I(i) >_i \mu'(i)$, que existiria pelo menos um candidato $c \in \mu'(i) - \mu_I(i)$ e $c_m >_i c$ para todo $c \in \mu'(i) - \mu_I(i)$. Mas isto é um absurdo desde que tais candidatos estão na nova lista de i obtida do truncamento de $P(i)$ em c_m . Por outro lado, como i preenche todas as suas vagas em μ' , segue que μ' é estável para (C, I, P, q) , donde



$\mu_I(i) \geq_i \mu'(i)$. Portanto devemos ter que $\mu_I(i) = \mu'(i)$. Então, truncando sua lista de preferências verdadeiras em c_m , a Instituição i obtém $\mu_I(i)$ em qualquer mecanismo estável aplicado a M' . ■

Demonstração do Corolário 4.2.1: Como $\mu_I(i) \neq \mu'(i)$ então i preenche sua cota nas duas alocações pela Proposição A2. Pela Definição 2.3 e do fato das preferências serem estritas, segue que $\mu_I(i) >_i \mu'(i)$. Pela Proposição A1, i preenche sua cota em qualquer outra alocação estável para (C, I, P, q) . Seja c_m o candidato menos preferido por i em $\mu_I(i)$. Seja $P'(i)$ obtida pelo truncamento de $P(i)$ em c_m . Então, pelo Teorema 4.2.1, a Instituição i obtém a $\mu_I(i)$ quando o mecanismo H é aplicado a $M' = (C, I, P/P'(i), q)$. Logo i consegue manipular o mecanismo. ■

Demonstração do Teorema 4.2.2: Seja $c_j \in C$ tal que $c_j >_i c_m >_i i$. Seja $P'(i)$ o truncamento de $P(i)$ em c_j . Suponha que existe μ' , estável para $M' = (C, I, P/P'(i), q)$ com i preenchendo sua cota em μ' . Então, $\mu_I(i) \neq \mu'(i)$. Por outro lado, μ' também é estável para (C, I, P, q) . Logo, pela Proposição A5 temos que $\mu'(i) >_i \mu_I(i)$ o que contraria a otimalidade de μ_I . Portanto, i não preencherá suas vagas em nenhum mecanismo estável para o novo mercado. ■

Demonstração da Proposição 5.2.1: Se os candidatos agem de acordo com a forma moderada, a evolução do mecanismo se dará exatamente como uma simulação do algoritmo NRMP. Inicialmente as Instituições farão uma oferta, aberta ou explosiva, ao conjunto de candidatos mais preferidos de suas listas de forma a não ultrapassar a sua cota. Os candidatos que receberem ofertas rejeitarão todas, exceto a sua favorita. A seguir as Instituições que ainda não tiverem preenchido suas vagas farão novas ofertas, abertas ou explosivas, ao conjunto de candidatos mais preferidos dentre os que ainda não recusaram ofertas dessas Instituições. Os candidatos novamente recusam todas as ofertas, exceto a sua favorita. As Instituições e candidatos seguem agindo assim até que todas as Instituições tenham preenchido suas cotas ou, aquelas que não o tenham, já tenham feito ofertas a todos os candidatos aceitáveis. O algoritmo NRMP produz a alocação ótima para as Instituições. ■

Demonstração da Proposição 6.1: Sem perda de generalidade podemos supor que toda Instituição tem cota unitária, desde que se o resultado vale para o mercado do casamento relacionado então vale para o mercado de admissão às Instituições. Suponha que as Instituições tenham as mesmas preferências sobre os candidatos e que exista uma alocação estável μ tal que $\mu \neq \mu_I$. Então, $\mu_I(i) >_i \mu(i)$, para alguma Instituição $i \in I$. Então $\mu_I(i) = c$, para algum candidato c . Pela estabilidade de μ obtém-se que $\mu(c) >_c \mu_I(c)$. Logo os conjuntos I' e $C_{I'}$, definidos por $I' = \{i \in I; \mu_I(i) >_i \mu(i)\}$ e $C_{I'} = \{c \in C; \mu(c) >_c \mu_I(c)\}$ são não vazios. Pelo Lema da Decomposição, $\mu_I(I') = \mu(I') = C_{I'}$ e toda Instituição de I' preenche a sua vaga em μ_I e em μ , e todo candidato de $C_{I'}$ é alocado a alguma Instituição em μ_I e em μ . Como todas as Instituições têm as mesmas preferências, existe um candidato $c_0 \in C_{I'}$ que é o menos preferido por todas as Instituições de I' dentre os de $C_{I'}$. Assim existem $i_0 \in I'$ e $c \in C_{I'}$ tais que $\mu_I(c_0) = i_0$ e $\mu(i_0) = c$. Mas então i_0 prefere c_0 a c , o que contradiz a definição de c_0 como o menos preferido por I' dentre os candidatos de $C_{I'}$. ■

Demonstração da Proposição 6.2: Considere o mercado onde o conjunto verdadeiro de Instituições aceitáveis para cada candidato é o declarado em sua lista ao mecanismo. Pela Proposição 6.1 este mercado só tem uma única alocação estável, que é, portanto, ótima para os candidatos. Denotaremos por μ_C esta alocação. Pela construção do mecanismo, μ_C é a alocação resultante. Portanto, pelo Teorema da Não-manipulabilidade, este mecanismo é não manipulável individualmente pelos candidatos, o que implica que c não poderá ser designado a uma Instituição preferida à $\mu_C(c)$ quando adultera sua lista de Instituições aceitáveis. Logo, c não poderá se beneficiar declarando um subconjunto próprio de Instituições aceitáveis da lista $L(c)$. ■

Demonstração do Teorema 6.1: Seja c_{1k} um candidato tipo 1. Como a soma das cotas das Instituições tipo 1 é igual ao total de candidatos tipo 1, se c_{1k} declarar todas as Instituições tipo 1 ele receberá pelo menos uma oferta de alguma Instituição tipo 1. Seja $L(c_{1k})$ a lista de Instituições aceitáveis para c_{1k} declarada ao mecanismo, contendo todas as Instituições do tipo 1. Seja $L^*(c_{1k})$ uma lista qualquer. Sejam μ e μ^* as alocações produzidas pelo mecanismo quando c_{1k} declara $L(c_{1k})$ e $L^*(c_{1k})$, respectivamente. Sabemos que $\mu(c_{1k})$ é uma Instituição do tipo 1 e é a mais preferida por c_{1k} dentre todas as Instituições que se propuseram a c_{1k} durante o mecanismo. Seja A o conjunto

das Instituições que se propuseram a c_{1k} durante o mecanismo. Como todas as Instituições têm a mesma preferência sobre os candidatos, e todas as Instituições do tipo 1 estão presentes em $L(c_{1k})$, o conjunto das Instituições de tipo 1, aceitáveis segundo $L^*(c_{1k})$, que se propuseram a c_{1k} durante o mecanismo, é um subconjunto de A . Portanto $\mu(c_{1k}) \geq_{c_{1k}} \mu^*(c_{1k})$. Se $L^*(c_{1k})$ não contém $\mu(c_{1k})$ então $\mu(c_{1k}) >_{c_{1k}} \mu^*(c_{1k})$. Logo $L(c_{1k})$ é uma estratégia fracamente dominante para c_{1k} . ■

Demonstração do Teorema 6.2: Seja c_{2k} um candidato tipo 2. Como a soma das cotas das Instituições tipo 1 é igual ao total de candidatos tipo 1 e os candidatos tipo 1 declaram, de forma fracamente dominante, todas as Instituições tipo 1 em suas listas de Instituições aceitáveis, nenhuma Instituição tipo 1 fará uma oferta para c_{2k} . Como a soma das cotas das Instituições tipo 2 é igual ao total de candidatos tipo 2, c_{2k} receberá pelo menos uma oferta de alguma Instituição tipo 2. Agora use um argumento análogo ao usado na demonstração do Teorema 6.1. ■

Demonstração do Teorema 6.3: Como a soma das cotas das Instituições tipo 1 é igual ao total de candidatos tipo 1 e a soma das cotas das Instituições tipo 2 é igual ao total de candidatos tipo 2, e supondo que os candidatos tipo 1 e tipo 2 declaram todas as Instituições do seu tipo em suas listas de Instituições aceitáveis, então todos os candidatos tipo 1 serão alocados em Instituições tipo 1 e todos os candidatos tipo 2 serão alocados em Instituições tipo 2. As Instituições tipo 3, por fim, receberão somente candidatos tipo 3. ■