Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Rey Juan Carlos de Madrid
Amplicación de Matemáticas Aplicadas
Alexandru Iosif
(Curso 2022 - 2023)

Tema 1 - Parte 1: Series de Fourier

1. Escriba y represente una señal de la forma

$$f(t) = \sin(\omega_0 t)$$

tal que $f(t)$ complete 3 ciclos en una unidad de tiempo. Cuál es el período y el período fundamental de esta señal?

2. Sean n y m dos números enteros cualesquiera. Demuestre que, para todo $a \in \mathbb{R}$,

$$\int_a^{a+\frac{2\pi}{\omega_0}} \cos(n\omega_0 t)\sin(m\omega_0 t)dt = 0$$

3. Sean n y m dos números enteros distintos entre sí. Demuestre que, para todo $a \in \mathbb{R}$,

$$\int_a^{a+\frac{2\pi}{\omega_0}} \cos(n\omega_0 t)\cos(m\omega_0 t)dt = 0,$$
$$\int_a^{a+\frac{2\pi}{\omega_0}} \sin(n\omega_0 t)\sin(m\omega_0 t)dt = 0.$$

¿Qué pasa si $n = m$?

4. Demostrar que la siguiente serie es periódica con período $2\pi/\omega_0$:

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)]$$

(Nota: a_0, a_n y b_n solamente dependen de n.)

5. Calcule la serie de Fourier trigonométrica, compacta y compleja

   (a) de una señal triangular periódica $f(t)$, con período fundamental π, definida en el intervalo $[0, \pi)$ por

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}t & \text{si } 0 \leq t < \frac{\pi}{2}, \\ -\frac{2}{\pi}t + 2 & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq t < \pi. \end{cases}$$

(b) de una señal triangular periódica $f(t)$, con periodo fundamental 1, definida en el intervalo $[0, 1)$ por $f(t) = t$.

(c) de una señal periódica $f(t)$, con período fundamental π, definida en el intervalo $[0, \pi)$ por $f(t) = e^{-t/2}$.

(d) de $f(t) = |\sin(t)|$.

6. ¿A qué función converge cada una de las señales del ejercicio anterior?

7. Considere las tres señales consideradas en el ejercicio anterior, definidas solamente en un intervalo de su período fundamental. ¿Qué pasaría si las intentáramos representar por series de Fourier?