

Proiect individual la informatică

Tema:

Metoda desparte și stăpânește

Prezentare generală:

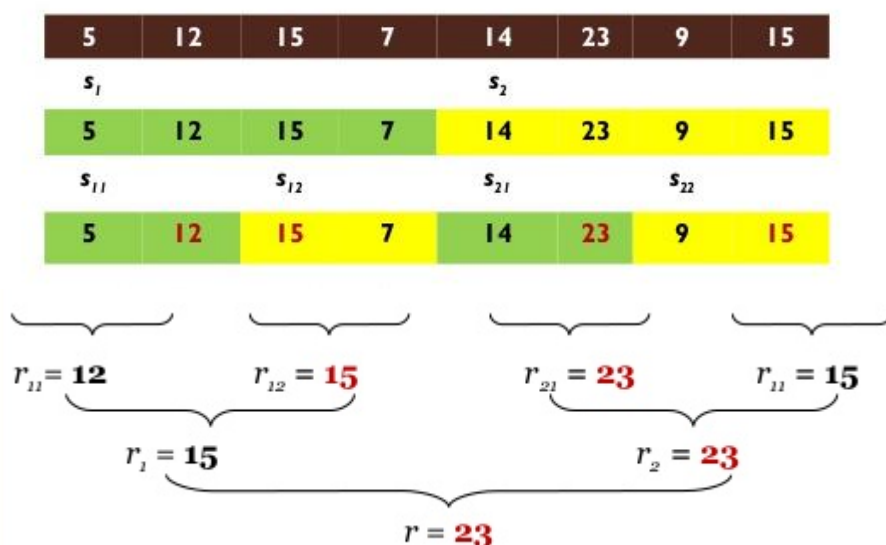
Divide et impera se bazează pe principiul descompunerii problemei în două sau mai multe subprobleme (mai ușoare), care se rezolvă, iar soluția pentru problema inițială se obține combinând soluțiile subproblemelor. De multe ori, subproblemele sunt de același tip și pentru fiecare din ele se poate aplica aceeași tactică a descompunerii în (alte) subprobleme, până când (în urma descompunerilor repetate) se ajunge la probleme care admit rezolvare imediată.

Nu toate problemele pot fi rezolvate prin utilizarea acestei tehnici. Se poate afirma că numărul celor rezolvabile prin "divide et impera" este relativ mic, tocmai datorită cerinței ca problema să admită o descompunere repetată.

Divide et impera este o tehnică ce admite o implementare recursivă. Principiul general prin care se elaborează algoritmi recursivi este: "ce se întâmplă la un nivel, se întâmplă la orice nivel" (având grijă să asigurăm condițiile de terminare). Așadar, un algoritm prin divide et impera se elaborează astfel: la un anumit nivel avem două posibilități:

1. s-a ajuns la o problemă care admite o rezolvare imediată (condiția de terminare), caz în care se rezolvă și se revine din apel;
2. nu s-a ajuns în situația de la punctul 1, caz în care problema curentă este descompusă în (două sau mai multe) subprobleme, pentru fiecare din ele urmează un apel recursiv al funcției, după care combinarea rezultatelor are loc fie pentru fiecare subproblemă, fie la final, înaintea revenirii din apel.

Exemplu numeric



În această imagine este reprezentat un șir de numere. Metoda desparte și stăpânește lucrează în următorul mod:

1. Împarte șirul în șiruri mai mici, până când rămân șiruri doar din 2 elemente.
2. Compară numerele din fiecare șir între ele, apoi între alte șiruri.
3. Obținerea rezultatului final, în baza unui număr mare de comparații.

Programul I:(căutarea elementului maxim dintr-un șir numeric)

```
Program P155;
{ Gasirea elementului maximal prin metoda desparte și
stăpânește }
const nmax=100;
var A : array[1..nmax] of real;
    i, n : 1..nmax;
    x : real;
function SolutieDirecta(i, j : integer) : boolean;
begin
    SolutieDirecta:=false;
    if (j-i<2) then SolutieDirecta:=true;
end; { SolutieDirecta }
procedure Prelucrare(i, j : integer; var x : real);
begin
    x:=A[i];
    if A[i]<A[j] then x:=A[j];
end; { Prelucrare }
procedure Combina(x1, x2 : real; var x : real);
begin
    x:=x1;
    if x1<x2 then x:=x2;
end; { Combina }
procedure DesparteSiStapineste(i, j : integer; var x : real);
var m : integer;
    x1, x2 : real;
begin
    if SolutieDirecta(i, j) then Prelucrare(i, j, x)
    else
        begin
            m:=(j-i) div 2;
            DesparteSiStapineste(i, i+m, x1);
            DesparteSiStapineste(i+m+1, j, x2);
            Combina(x1, x2, x);
        end;
end; { DesparteSiStapineste }
begin
    write('Dați n='); readln(n);
    writeln('Dați ', n, ' numere reale');
    for i:=1 to n do read(A[i]);
    writeln;
    DesparteSiStapineste(1, n, x);
    writeln('Numărul maximal x=', x);
    readln;
    readln;
end.
```

2. Căutare binară

Se citesc n numere întregi sortate crescător. De asemenea se citește un număr întreg nr . Se cere să se decidă dacă nr . se găsește în șirul celor n numere citite.

Căutarea se efectuează între numerele reținute de componentele de indice între valorile reținute de două variabile li și ls (inițial $li = 1$ și $ls = n$).

Fiind date li și ls procedăm astfel:

- se calculează indicele componentei din mijloc, în cazul în care n este impar, sau a uneia din cele două plasate în mijloc, în cazul în care n este par ($k = (li+ls) \text{ div } 2$);
- apar trei posibilități:
 - valoarea reținută de componenta de indice calculat este egală cu nr (caz în care căutarea se termină cu succes);
 - valoarea reținută de componenta de indice calculat este mai mică decât nr (caz în care numărul va fi căutat între componentele de indice $li = k+1$ și ls);
 - valoarea reținută de componenta de indice calculat este mai mare decât nr (caz în care numărul va fi căutat între componentele de indice li și $ls = k - 1$).

Căutarea se termină când numărul a fost identificat sau când $li > ls$ (căutare cu succes).

```
program cautare;
type vector=array[1..100] of integer;
var a:vector;
n,i,li,ls,k,nr:integer;
gasit:boolean;
begin
write('n=');readln(n);
for i:=1 to n do
begin
write('a[',i,']=');
readln(a[i]);
end;
write('nr=');readln(nr);
li:=1; ls:=n; gasit:=false;
repeat
k:=(li+ls) div 2;
if a[k]=nr
then
begin
writeln('gasit pe pozitia ',k);
gasit:=true;
```

```

end
else
if a[k]<nr
then li:=k+1
else ls:=k-1
until (li>ls) or gasit;
if li>ls then writeln('negasit');
readln
end.

```

3. Sortarea prin interclasare.

Algoritmul de **sortare prin interclasare** constituie un exemplu reprezentativ pentru folosirea metodei „*divide et impera*” în programare. Astfel, dacă avem de sortat un vector, atunci îl împărțim în două, sortăm – la fel – cele două părți ale vectorului, apoi le interclasăm. Dacă și vectorii rezultați după împărțire sunt destul de mari (mai mult decât un singur element), atunci procedăm la împărțirea și a acestui vectori și tot așa.

Astfel, vom scrie o procedură `SortInterclas`(început, sfarsit: Integer); care va sorta vectorul *A* între poziția *început* și poziția *sfarsit*. Procedura va determina poziția din *mijloc* și se va autoapela pentru *început* și *mijloc*, apoi pentru *mijloc+1* și *sfârșit*, după care vor interclasa cele două părți ale vectorului.

```

program SortarePrinInterclasare;
const max=10;
var a: array[1..max] of integer; i,n: 1..max;
procedure Interclaseaza(start,mijloc,finis:integer);
var b: array[1..max] of integer; i,j,k:integer;
begin
k:=start ; i:=start;j:=mijloc+1;
while (i<=mijloc) and (j<=finis) do
if a[i]<a[j] then begin b[k]:=a[i]; i:=i+1; k:=k+1 end
else begin b[k]:=a[j]; j:=j+1; k:=k+1 end;
if i<=mijloc then for j:=i to mijloc do begin b[k]:=a[j];
k:=k+1 end
else for i:=j to finis do begin b[k]:=a[i]; k:=k+1 end;
for i:=start to finis do a[i]:=b[i]
end;
procedure SortInterclas(inceput,sfarsit: Integer);
var centru:Integer;
begin
if inceput < sfarsit then
begin
centru:=(inceput+sfarsit) div 2;
SortInterclas(inceput,centru);
SortInterclas (centru+1, sfarsit );
Interclaseaza (inceput,centru,sfarsit)
end
end;
begin
Write('n='); readln(n);
for i:=1 to n do begin write('a[',i,']='); readln(a[i]) end;
SortInterclas(1,n); for i:=1 to n do write(a[i],','); readln
end.

```

4. Turnurile din Hanoi

Se spune că în Vietnamul antic, în Hanoi, erau trei turnuri, pe unul din ele fiind puse, în ordinea descrescătoare a diametrelor lor, mai multe (opt) discuri de aur. Din motive obiective, niște călugări, care le aveau îngrijă, trebuiau să așeze discurile pe cel de-al doilea turn, în aceeași ordine. Ei puteau să folosească, eventual, turnul al treilea, deoarece, altfel discurile nu ar fi avut stabilitate. Discurile puteau fi mutate unul câte unul. De asemenea, se renunța din start la ideea de a așeza un disc mai mare peste unul mai mic, deoarece exista riscul ca să se strice discurile, din cauza diferenței mari de masă.

Deși, aparent simplă, după câteva încercări, cu un prototip în față, se va constata că problema nu e banală. Însă este posibilă o rezolvare optimă a ei (cu numai $2^n - 1$ mutări, deci 255, pentru $n=8$), folosind tehnica recursivă „divide et impera”.

Problema este de a muta n discuri de la turnul 1 la turnul 2. Pentru a o rezolva, să vedem cum se mută, în general, m discuri de la un turn p la un turn q . Se mută primele $m+1$ discuri de pe r , r fiind turnul auxiliar, apoi singurul disc rămas pe p (discul cel mare) se mută de pe p pe q , după care cele $m-1$ discuri sunt mutate de pe r pe q . Firește, mutarea celor $m-1$ discuri este corectă, deoarece existența discurilor de diametre mai mari, la bazele celor trei turnuri nu afectează cu nimic mutările discurilor mai mici.

REPORT THIS AD

În cazul limită $m=1$, avem doar o mutare a discului din vârful turnului p spre q .

Programul de mai jos soluționează (cu animație) problema descrisă, pentru $n=8$. Procedura de bază este *Han*, iar celelalte proceduri sunt pentru mișcarea discului curent. Există și două proceduri cu structură inedită. Ele sunt scrise în limbaj de asamblare. Folosind întreruperea 10h, realizează ascunderea, respectiv reafișarea cursorului text.

```
program TurnurileDinHanoi;
uses crt;
const pauza=10; forma=#219;
var f:array[1..3] of byte=(13,22,22);
procedure HideCursor; assembler;
procedure ShowCursor; assembler;
function ColTija(tija:byte):byte;
begin ColTija:=24*tija-8 end;
procedure MutaDreapta(disc, tija1, tija2: byte);
var i,k:byte;
begin
for i:=ColTija(tija1)-disc to Pred(ColTija(tija2)-disc) do
begin
Delay(Pauza); if KeyPressed then Halt(1);
```

```

gotoxy(i,3); for k:=0 to disc do Write(' ');
gotoxy(i+1,3); for k:=0 to 2*disc do Write(forma);
end
end;
procedure MutaStanga(disc, tija1, tija2 :byte);
var i,k:byte;
begin
for i:=ColTija(tija1)-disc downto succ(ColTija(tija2)-disc) do
begin
Delay(Pauza); if KeyPressed then Halt(1);
gotoxy(i,3); for k:=0 to disc do Write(' ');
gotoxy(i-1,3); for k:=0 to 2*disc do Write(forma);
end
end;
procedure Coboara(disc, tija:byte);
var i,k:byte;
begin
for i:=3 to Pred(Varf[tija]-1) do
begin
Delay(Pauza); if KeyPressed then Halt(1);
gotoxy(ColTija(tija)-disc,i);
for k:=0 to disc do Write(' ');
gotoxy(ColTija(tija)-disc,i+1);
for k:=0 to 2*disc do Write(forma);
end;
Dec(Varf[tija])
end;
procedure Ridica(disc, tija:byte);
var i,k:byte;
begin
for i:=Varf[tija] downto 4 do
begin
Delay(Pauza); if KeyPressed then Halt(1);
gotoxy(ColTija(tija)-disc,i);
for k:=0 to disc do Write(' ');
gotoxy(ColTija(tija)-disc,i-1);
for k:=0 to 2*disc do Write(forma);
end;
Inc(Varf[tija])
end;
procedure Muta(disc, tija1, tija2:byte);
begin
Ridica(disc,tija1);
if (tija1<tija2) then
MutaDreapta(disc,tija1,tija2);
Coboara(disc, tija2)
end;
procedure Han(n, tija1, tija2, tija3:byte);
begin
if (n=1) then Muta(1,tija1,tija2)
else
begin
Han(n-1, tija1, tija3, tija2);
Muta(n, tija1,tija2);
Han(n-1, tija3, tija2,tija1)
end
end;
procedure Initializari;
var k,disc:byte;
begin
HideCursor; Clrscr;
for disc:=1 to 9 do
begin
gotoxy(ColTija(1)-disc,varf[1]+disc-1);

```

```

for k:=0 to 2*disc do
write(forma);
end
end;
begin
Initializari; gotoxy(28,1); writeln('- Turnurile din Hanoi -');
Han(8,1,2,3); ShowCursor;
readln
end.

```

5. Găsirea elementului minimal :

```

Program P155;
{ Gasirea elementului minimal prin metoda desparte și
stăpînește }
const nmax=100;
var A : array[1..nmax] of real;
    i, n : 1..nmax;
    x : real;
function SolutieDirecta(i, j : integer) : boolean;
begin
    SolutieDirecta:=false;
    if (j-i<2) then SolutieDirecta:=true;
end; { SolutieDirecta }
procedure Prelucrare(i, j : integer; var x : real);
begin
    x:=A[i];
    if A[i]>A[j] then x:=A[j];
end; { Prelucrare }
procedure Combina(x1, x2 : real; var x : real);
begin
    x:=x1;
    if x1>x2 then x:=x2;
end; { Combina }
procedure DesparteSiStapineste(i, j : integer; var x : real);
var m : integer;
    x1, x2 : real;
begin
    if SolutieDirecta(i, j) then Prelucrare(i, j, x)
    else
        begin
            m:=(j-i) div 2;
            DesparteSiStapineste(i, i+m, x1);
            DesparteSiStapineste(i+m+1, j, x2);
            Combina(x1, x2, x);
        end;
end; { DesparteSiStapineste }
begin
    write('Dați n='); readln(n);
    writeln('Dați ', n, ' numere reale');
    for i:=1 to n do read(A[i]);
    writeln;
    DesparteSiStapineste(1, n, x);
    writeln('Numărul minimal x=', x);
    readln;
    readln;
end.

```

Bibliografie:

[file:///C:/Users/user/Downloads/XI_Informatica%20\(in%20limba%20romana\)%20\(4\).pdf](file:///C:/Users/user/Downloads/XI_Informatica%20(in%20limba%20romana)%20(4).pdf)

[https://ro.wikipedia.org/wiki/Divide_et_impera_\(informatic%C4%83\)](https://ro.wikipedia.org/wiki/Divide_et_impera_(informatic%C4%83))

<https://www.slideshare.net/LuminiaMihailov/metoda-divide-et-impera-47939776>

<https://informaticacnet.wordpress.com/category/clasa-a-xi-a/metode-divide-et-impera/>