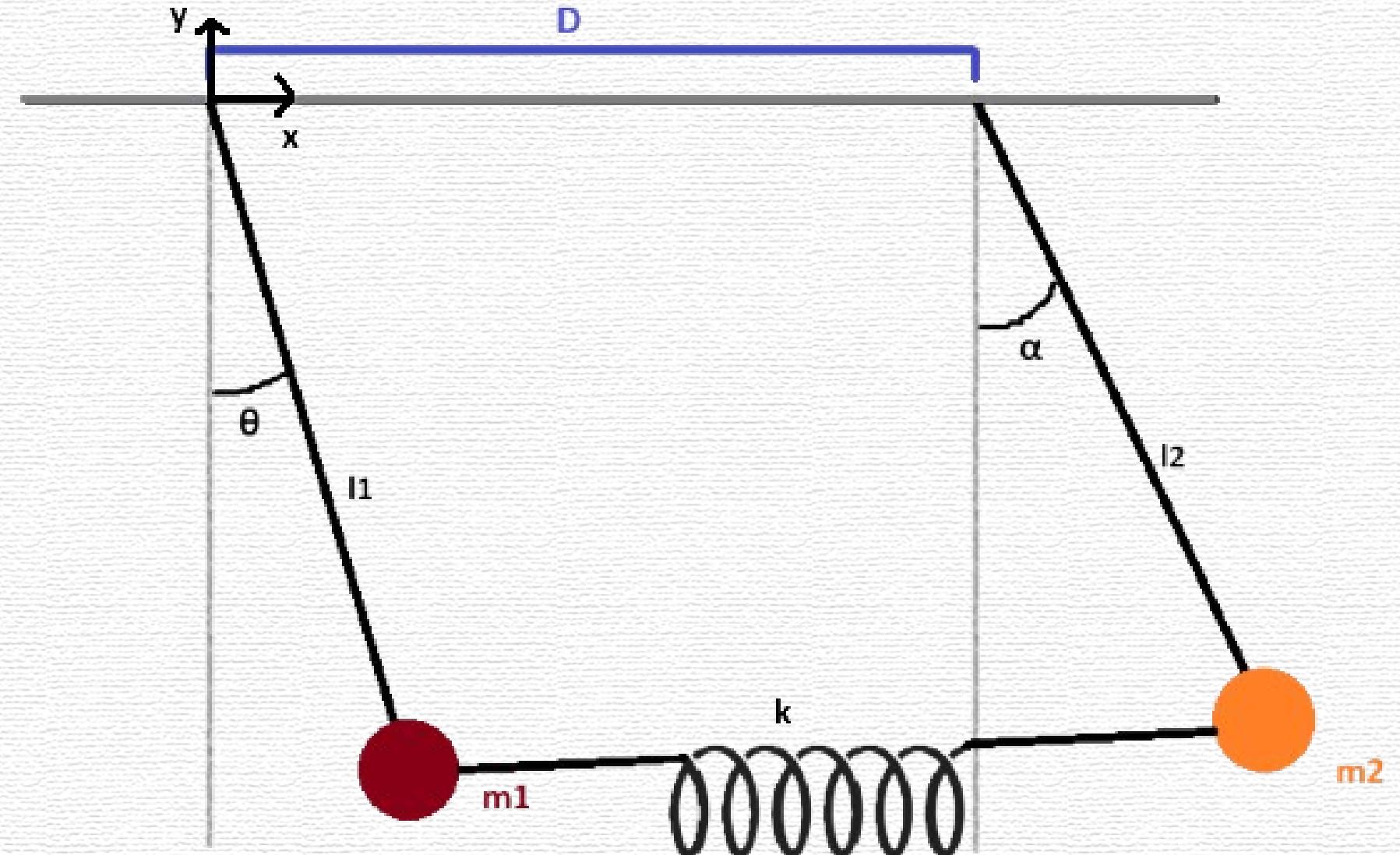


Mecánica Clásica
Primera Asignación

Péndulo Acoplado

- Alonso Montagut
- Angie Sandoval
- Alexandra Peña



Dos péndulos coplanares con masas puntuales que cuelgan cada uno de una varilla sin masa de longitud L, acoplados desde las masas a través resorte sin masa de constante k

Ligaduras: el resorte, las dos varillas, confinado al plano x,y

Grados de libertad: $3(2) - 4 = 2$

Coordenadas generalizadas:

$$x_1 = l_1 \sin(\theta), \quad y_1 = -l_1 \cos(\theta)$$

$$x_2 = D + l_2 \sin(\alpha), \quad y_2 = -l_2 \cos(\alpha)$$

La energía cinética:

$$T = \frac{1}{2}m_1l_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_2l_2\dot{\alpha}^2$$

La energía potencial:

$$U = m_1gl_1 \cos(\theta) + m_2gl_2 \cos(\alpha) + \frac{1}{2}k(l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos(\theta - \alpha))$$

El lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\alpha}^2 - m_1gl_1 \cos \theta_1 - m_2gl_2 \cos \alpha - \frac{1}{2}k(l_1^2 + l_2^2) + kl_1l_2 \cos(\theta - \alpha)$$

Las ecuaciones de movimiento:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l_1} \sin \theta - \frac{kl_2}{m_1l_1} \sin(\theta - \alpha), \quad \ddot{\alpha} = -\frac{g}{l_2} \sin \alpha + \frac{kl_1}{m_2l_2} \sin(\theta - \alpha)$$

Comportamiento caótico

No linealidad:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l_1} \sin \theta - \frac{kl_2}{m_1 l_1} \sin(\theta - \alpha), \quad \ddot{\alpha} = -\frac{g}{l_2} \sin \alpha + \frac{kl_1}{m_2 l_2} \sin(\theta - \alpha)$$

Interacción entre los péndulos:

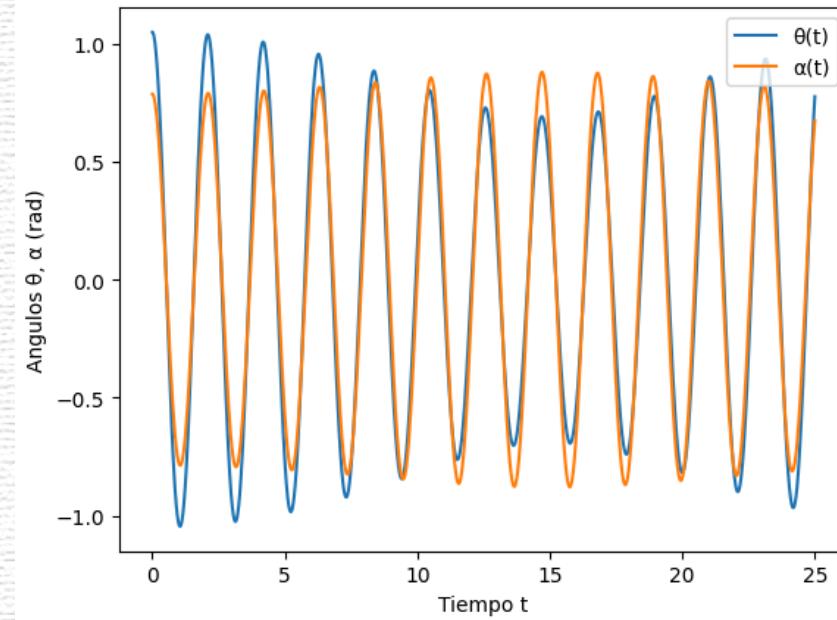
El acoplamiento entre los péndulos induce mayor complejidad al sistema. El resorte permite la transferencia de energía entre los péndulos, y esta transferencia puede no ser uniforme ni predecible, especialmente cuando las condiciones iniciales no están en equilibrio perfecto.

Condiciones iniciales:

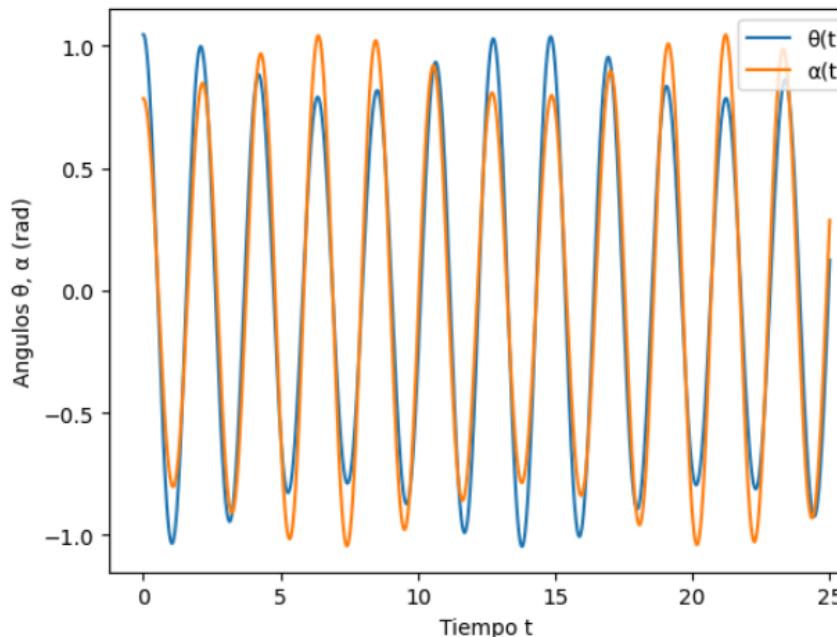
En este sistema, ángulos lejos del equilibrio vertical tienden a generar comportamientos caóticos debido a la mayor influencia de los términos no lineales.

Cualquier ángulo

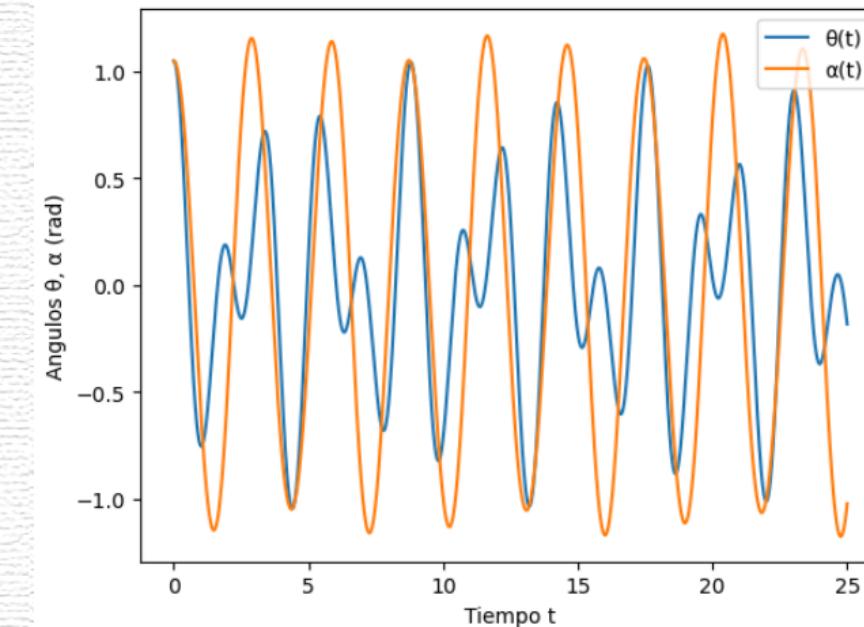
Masas distintas



Ángulos distintos

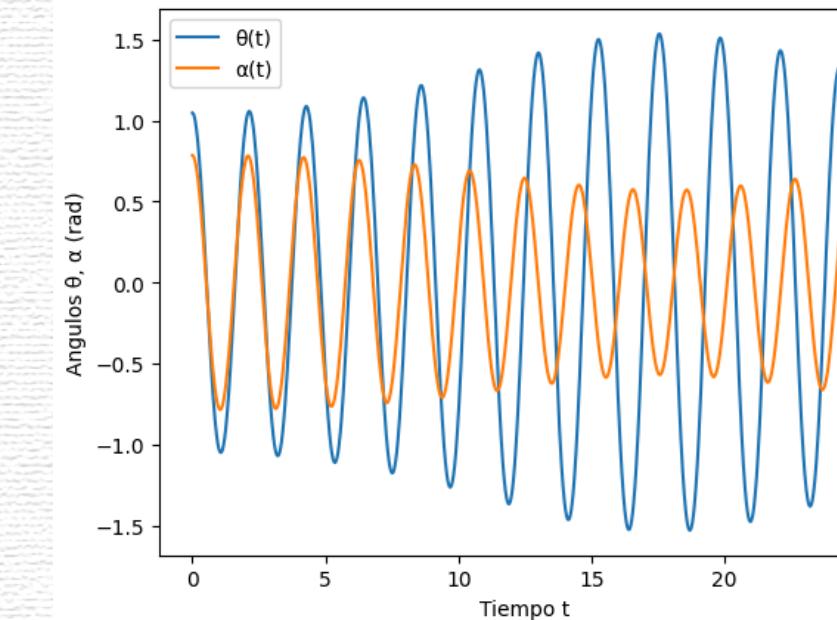


Longitudes de varillas distintas

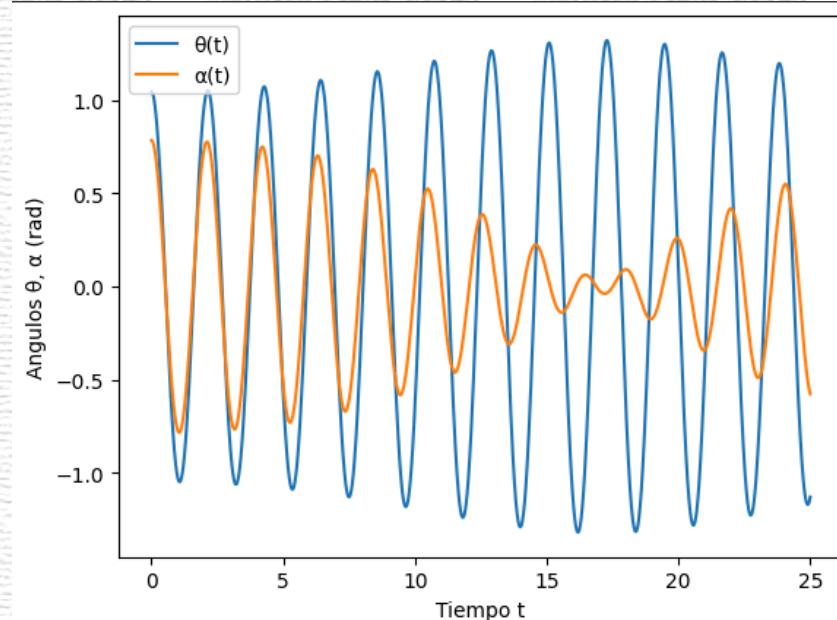


Resorte a la mitad de las varillas

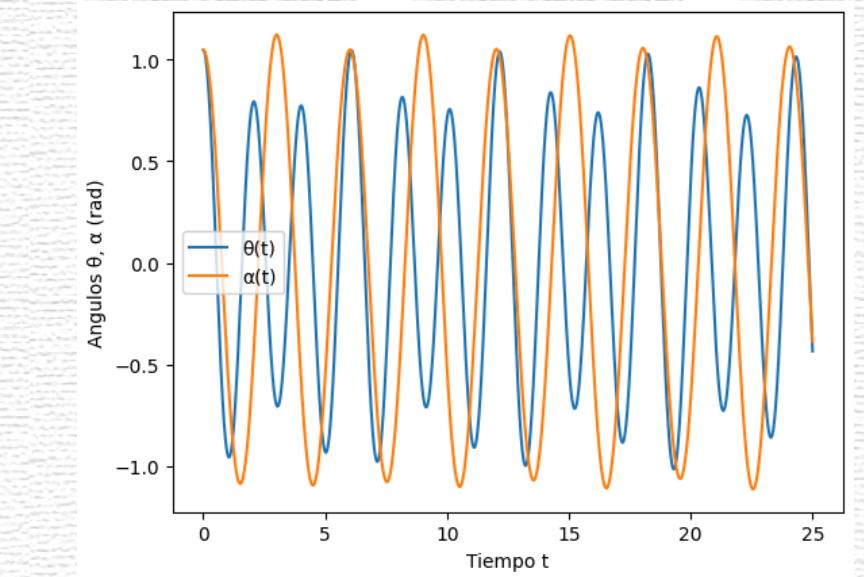
Masas distintas



Ángulos distintos

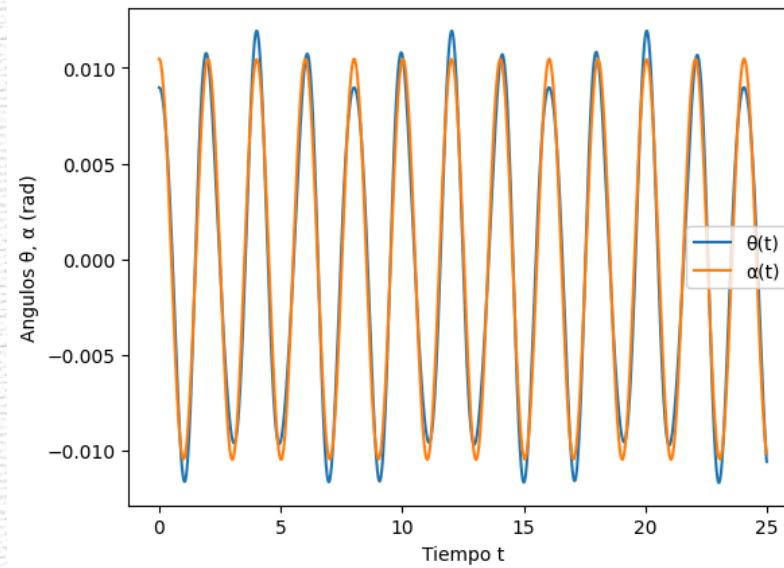


Longitudes de varillas distintas

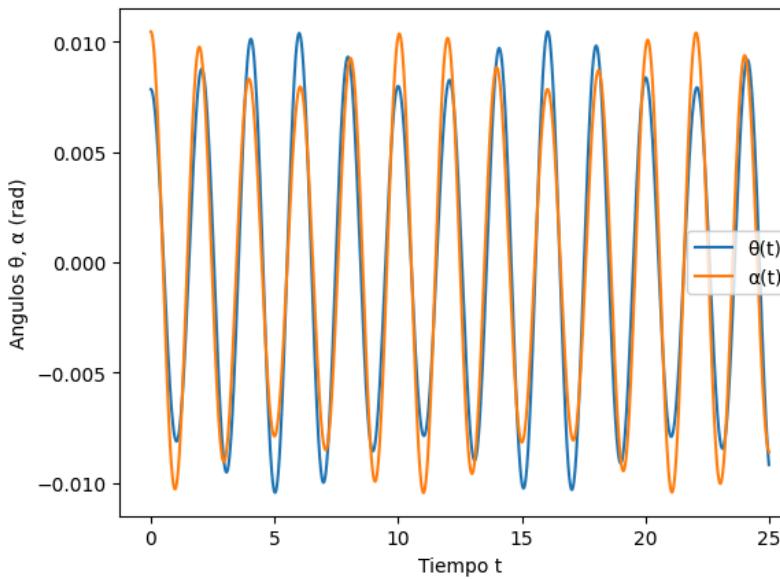


Aproximación para ángulos pequeños

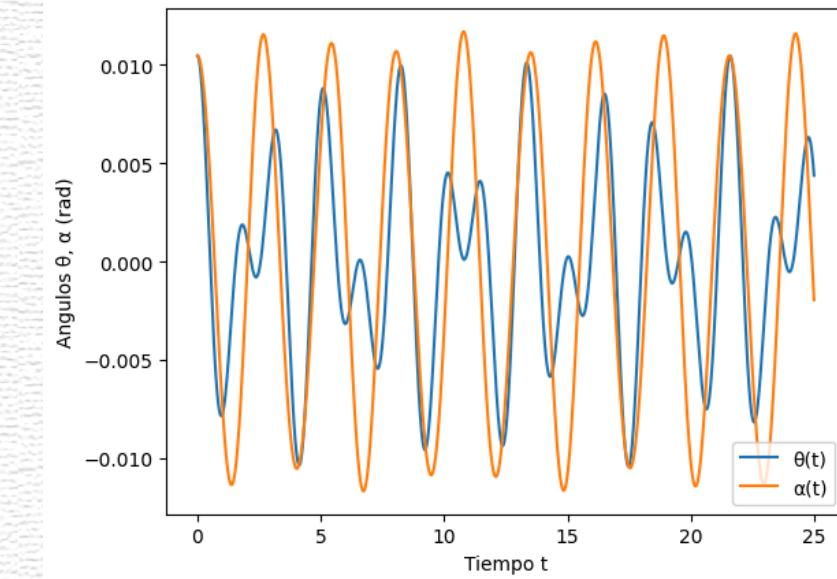
Masas distintas



Ángulos distintos

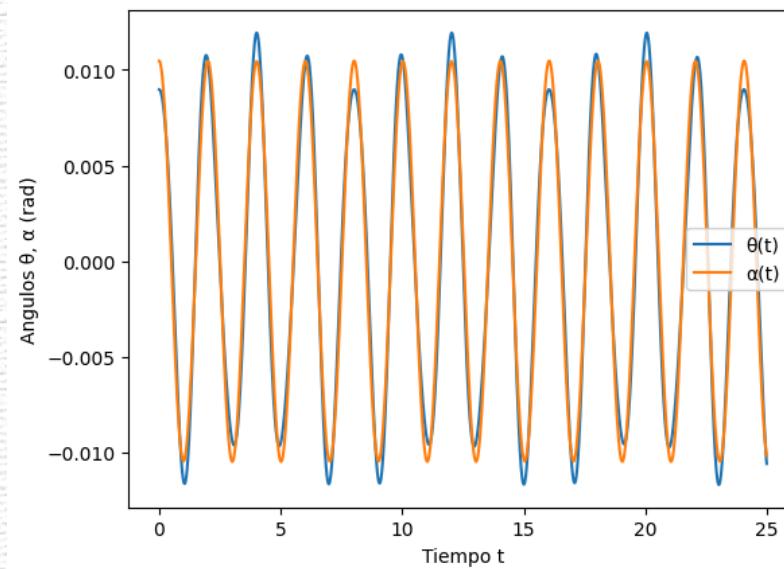


Longitudes de varillas distintas

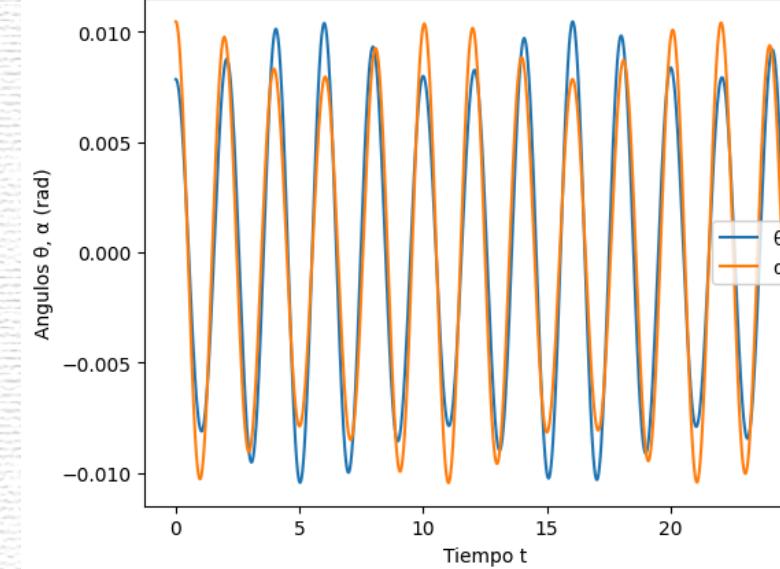


Resorte a la mitad de las varillas

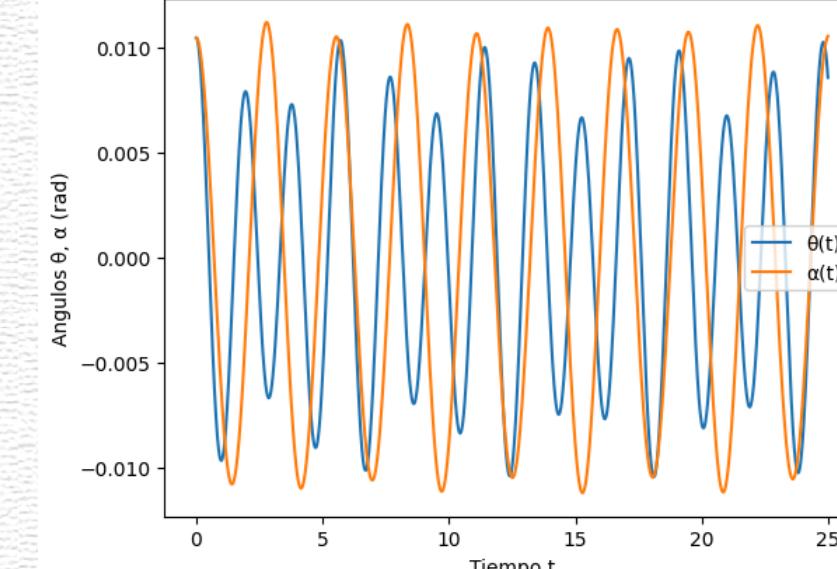
Masas distintas



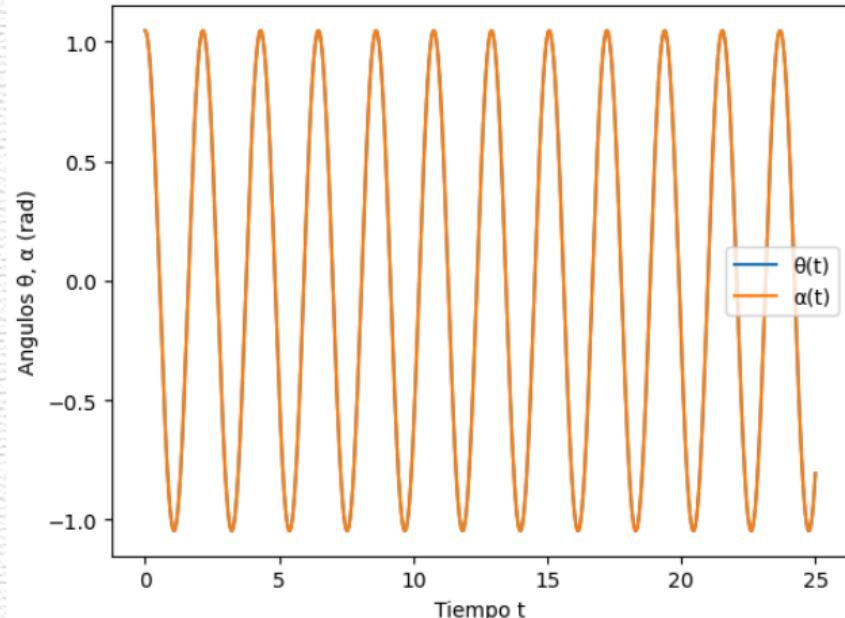
Ángulos distintos



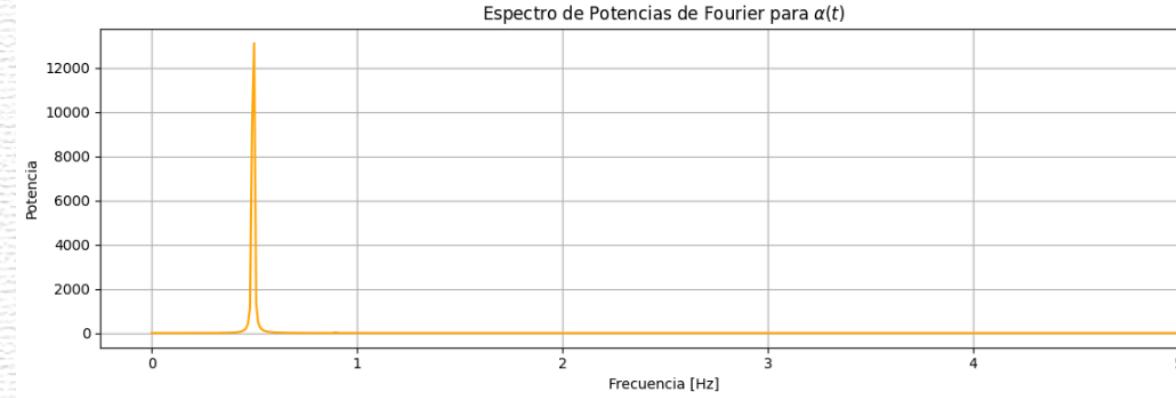
Longitudes de varillas distintas



Condiciones iniciales iguales



Condiciones iniciales
 $I_1 = I_2 = 1\text{ (m)}, \theta = 10^\circ, \alpha = 20^\circ, m_1 = 1\text{(kg)},$
 $m_2 = 10\text{(kg)}$



Condiciones iniciales
 $I_1 = 2\text{(m)}, I_2 = 1\text{(m)}, \theta = 10^\circ, \alpha = 20^\circ,$
 $m_1 = 1\text{(kg)}, m_2 = 10\text{(kg)}$

