# VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

.UBAECONÓMICAS

TUGAD

2025

# ES PRECISO TENER EN CLARO...

- Es posible **repetirlo indefinidamente** bajo las mismas condiciones
- no podemos **predecir** el resultado, pero se conoce el conjunto de todos los resultados posibles

**Experimento aleatorio**

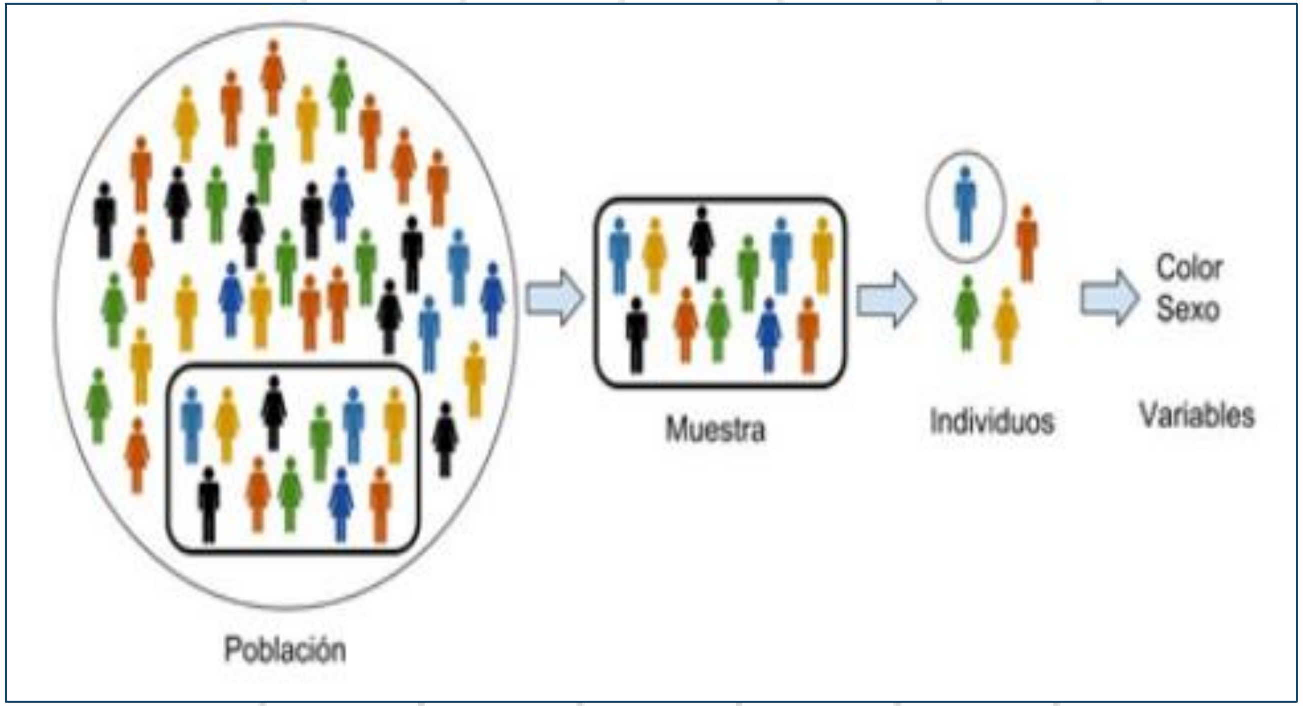
Es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento. Lo indicamos con la letra S. Si este conjunto es finito, con n elementos, escribimos $S = \{s_1; s_2; \dots ; s_n\}$, pero también S podría ser un conjunto infinito.

**Espacio de resultados**

Son ciertos subconjuntos de S, que indicaremos, por lo general, con las letras mayúsculas A, B, etc. A veces nos puede convenir identificarlos como $A_1$, $A_2$, etc.

**Suceso o Evento**

# Y TAMBIÉN …



# EN RESUMEN:

El problema se asocia a un grupo grande de objetos (en este caso, personas) acerca de los cuales van a hacerse inferencias. Este grupo de objetos se llama *población*.

Ciertas características de los miembros de la población son de particular interés. El valor de cada una de esas características puede cambiar de objeto a objeto dentro de la población. Estas características se llaman *variables aleatorias:* variables porque cambian de valor; aleatorias porque su comportamiento depende del azar y es impredecible.

La población es demasiado grande para ser estudiada en su totalidad. Por tanto, debemos hacer inferencias sobre la población basadas en lo observado estudiando sólo una porción, o *muestra,* de objetos de la población.

# AHORA, SÍ: DEFINICIONES

- Característica que se observa o mide sobre un individuo, que debe poder *transformarse* en un número.
- *Aleatoria* porque no se puede predecir su valor.

**Definición conceptual**

Si S es el espacio de resultados de un experimento aleatorio se denomina **variable aleatoria** a la función que a cada elemento de S le asigna un número real. Si se llama X a la variable aleatoria

$$X: S \longrightarrow R \quad \text{tal que} \quad \text{si} \quad s \in S \quad \text{entonces } X(s) \in R$$

**Definición formal**

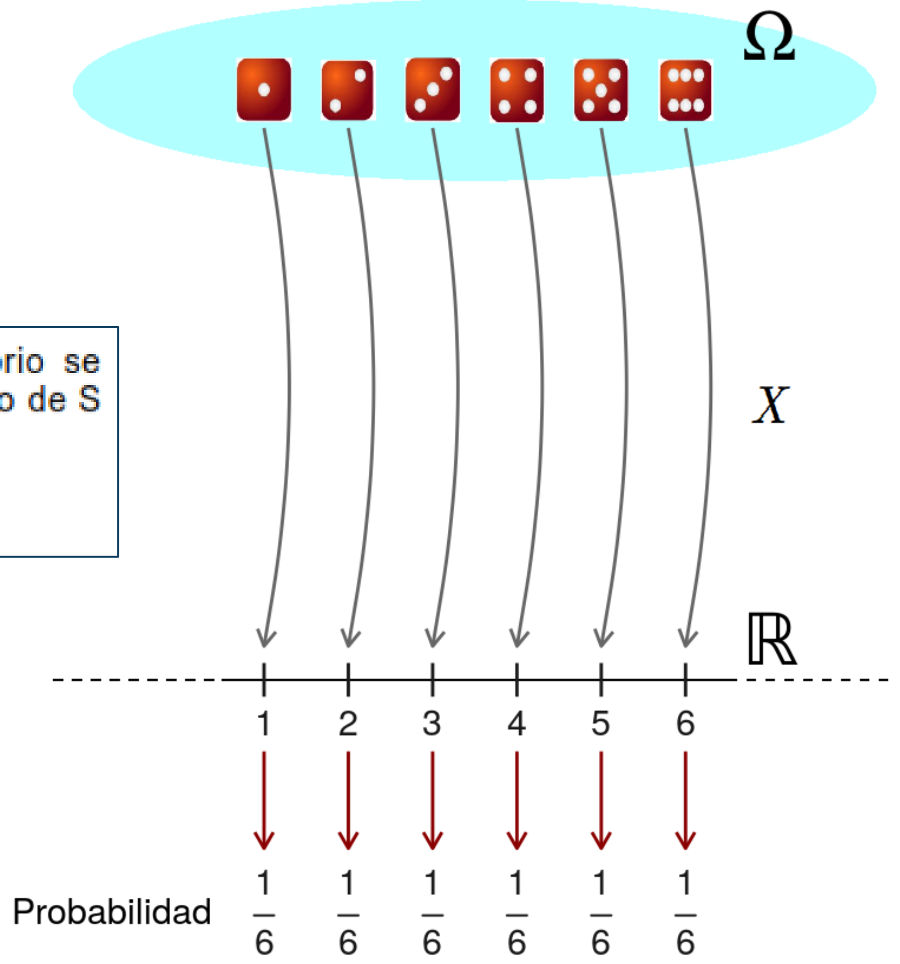
**Definición de Recorrido**

Se llama **recorrido** de una variable aleatoria X al conjunto de todos los valores que puede tomar X.

# VOLVAMOS…

Si S es el espacio de resultados de un experimento aleatorio se denomina **variable aleatoria** a la función que a cada elemento de S le asigna un número real. Si se llama X a la variable aleatoria

$$X: S \longrightarrow R \quad \text{tal que} \quad \text{si} \quad s \in S \quad \text{entonces } X(s) \in R$$



# CLASIFICACIÓN de las V.A.

## DISCRETAS

**Sólo pueden tomar una cantidad finita o infinita numerable de valores posibles**

***Idea de conteo***

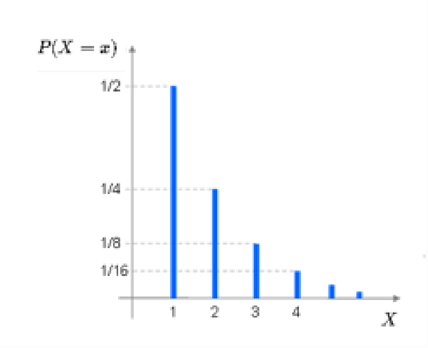
***Incluyen a la variables Categóricas (nominales y ordinales)***

## CONTINUAS

**Pueden tomar infinitos valores en un intervalo de números reales**

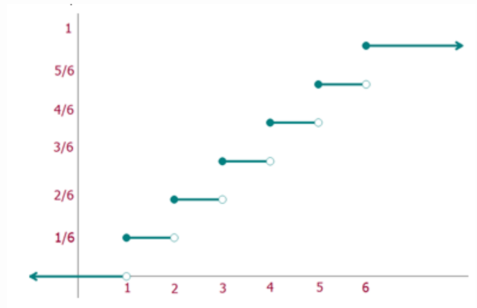
***Idea de medición o cálculo***

# CLASIFICACIÓN de las V.A.



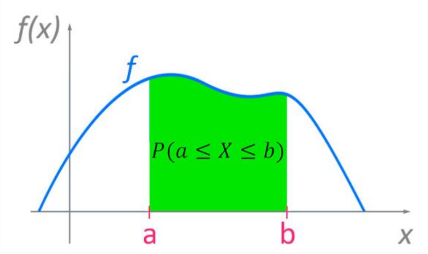

**DISCRETAS**

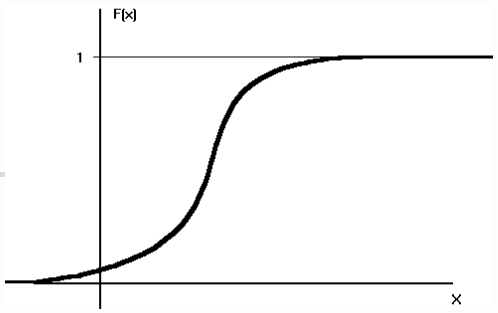
- Función de Probabilidad Puntual
- Función de Distribución




**CONTINUAS**

- Función de Densidad de Probabilidad
- Función de Distribución



# VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Función de Densidad

Si X es una variable aleatoria continua, se llama **función de densidad de probabilidad** de X, a la función f: R $\longrightarrow$ R que cumple las siguientes propiedades:

- $f(x) \geq 0 \quad \forall\, x \in R$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$
- Si a y b son dos números reales tales que a < b, es:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

Función de Distribución

Se llama **función de distribución** de una variable aleatoria X, a la función Fx tal que:

$$F_X: R \longrightarrow R$$

para cada número real t es $F_X(t) = P(X \leq t)$

# FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

Cálculo

$$F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$$

Propiedades

- Si X es variable aleatoria continua el gráfico de la función de distribución es una función continua
- La función de distribución es una función no decreciente:

  si a < b es $F_X(a) \leq F_X(b)$

- La función de distribución varía entre 0 y 1:

  $0 \leq F_X(t) \leq 1 \quad \forall \quad t \in R$

  $\lim_{t \to -\infty} F_X(t) = 0 \ldots \quad \ldots \lim_{t \to +\infty} F_X(t) = 1$

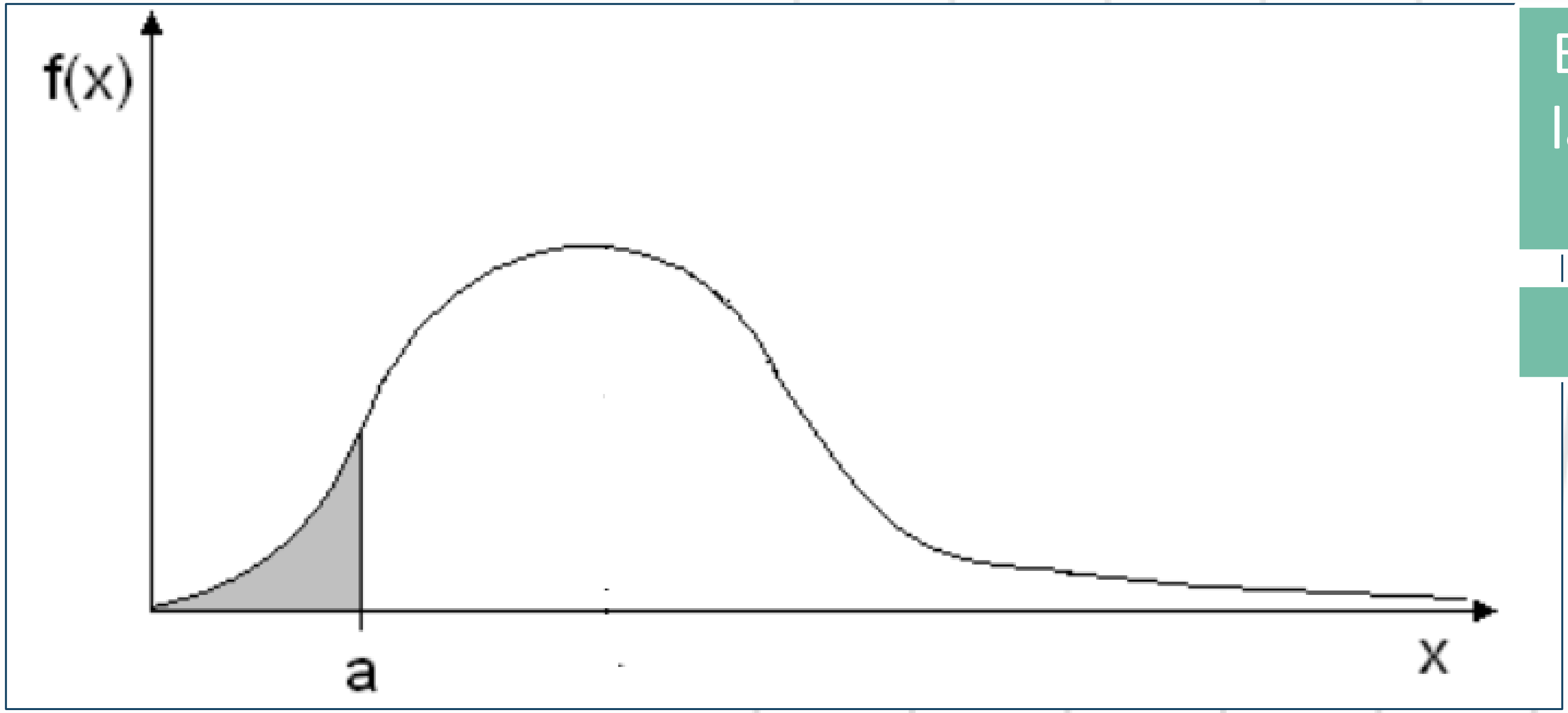
- Se pueden calcular probabilidades utilizando la función de distribución:

  $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) \qquad \forall\ a \in R\ ;\ b \in R\ ;\ a < b$

Si X es una variable aleatoria continua, son válidas las siguientes propiedades:

- $P(X = a) = 0$
- $P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b)$

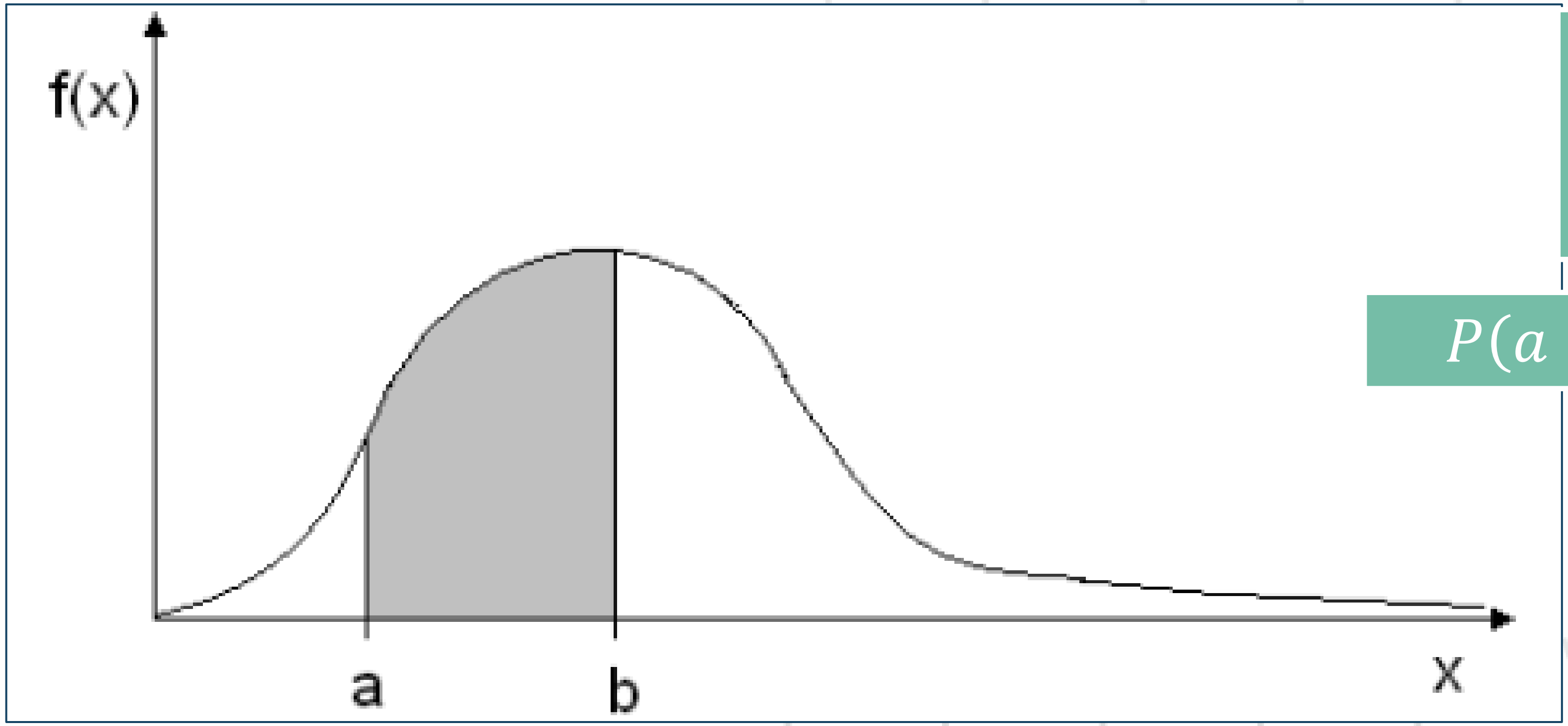
# RELACIÓN ENTRE PROBABILIDAD Y ÁREA BAJO LA CURVA DE LA f(x)




El área bajo la curva de la función de densidad, es una probabilidad

$$P(X \leq a) = F_X(a)$$

# RELACIÓN ENTRE PROBABILIDAD Y ÁREA BAJO LA CURVA DE LA f(x)




El área bajo la curva de la función de densidad, es una probabilidad

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

# ESPERANZA DE UNA V.A. CONTINUA

**Definición**

Si X es una variable aleatoria continua cuya función de densidad de probabilidad es f(x), se define **Esperanza de X** y se indica E(X) a:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$$

La Esperanza de X también se conoce como media poblacional ($\mu$). Por lo tanto:

$$\mu = E(X)$$

*VALEN LAS MISMAS PROPIEDADES DE LA $E(X)$ DE UNA V.A. DISCRETA*

# VARIANZA DE UNA V.A. CONTINUA

**Definición**

Si X es una variable aleatoria, se llama **Varianza de X** a:

$$Var(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$$

Frecuentemente se la indica como $\sigma^2$.

**Fórmula de cálculo**

Si X es una variable aleatoria cualquiera, entonces:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

¡VARIANZA V.A. DISCRETA = VARIANZA V.A. CONTINUA!

*VALEN LAS MISMAS PROPIEDADES DE LA VAR(X) DE UNA V.A. DISCRETA*