VARIABLE ALEATORIA DISCRETA BIDIMENSIONAL

.UBA ECONÓMICAS

TUGAD

2025

ES PRECISO RECORDAR…

V.A.DISCRETAS

- **Función de Probabilidad Puntual**
- **Función de Distribución**

Si X es una variable aleatoria discreta cuyo recorrido es Rx, la función de probabilidad de X tiene las siguientes propiedades:

1) $p(x_i) \geq 0 \qquad \forall\, x_i \in R_X$

2) $\sum_{x_i \varepsilon R_X} p(x_i) = 1$

Valores x_i	0	1	2
$p(x_i)$	1/4	1/2	1/4

Si X es una variable aleatoria discreta cuyo recorrido es $R_X = \{x_1; x_2; \ldots; x_n; \ldots\}$, la función de distribución de X se calcula por:

$$F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{x_i \leq t} p(x_i)$$

V.A. DISCRETA BIDIMENSIONAL

Función de Probabilidad Puntual Conjunta

$$p_{XY}(x,y) = P(X = x, Y = y)$$

Función de Distribución Conjunta

$$F_{XY}(x,y) = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t} p_{XY}(x_i \leq s, y_j \leq t)$$

Función de Probabilidad Marginal

$$p_X(x) = \sum_{j=1}^{n} p_{XY}(x, y_j) \qquad p_y(y) = \sum_{i=1}^{n} p_{XY}(x_i, y)$$

Función de Probabilidad Condicionada

$$P_{Y/X=a}(y) = \frac{p_{XY}(x,y)}{p_X(a)}$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Un fabricante de televisores tiene a la venta dos modelos. Sea X=número de ventas del modelo A en un mes (en miles) y sea Y= número de ventas del modelo B en un mes (en miles). El consejo de administración estima que las probabilidades conjuntas $P_{XY}(x, y)$ son:

	Y			
X	1	2	3	4
1	0,03	0,055	0,070	0,075
2	0,055	0,070	0,075	0,070
3	0,070	0,075	0,070	0,055
4	0,075	0,070	0,055	0,03

a) Halle la probabilidad de que en un mes se vendan 1000 unidades del modelo A y 2000 del modelo B

b) Hallar la probabilidad de que en un mes se vendan a lo sumo 2000 televisores del modelo A y a lo sumo 2000 del modelo B.

c) Encontrar $P_x(X)$ y $P_y(Y)$. ¿Son independientes X e Y?

d) Calcule la distribución condicionada de Y para cada valor posible de X

https://youtu.be/QWLi6UDQgr0

COVARIANZA

Definición

Si (X ; Y) es una variable aleatoria bidimensional se llama **Covarianza de X e Y** y se indica Cov(X ; Y) a:

$$Cov(X\,;\,Y) = E\left[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))\right]$$

Fórmula de cálculo

La covarianza se puede expresar como:

$$Cov(X\,;\,Y) = E(X.Y) - E(X)\,.\,E(Y)$$

COVARIANZA

Definición

Si (X ; Y) es una variable aleatoria bidimensional se llama **Covarianza de X e Y** y se indica Cov(X ; Y) a:

$$Cov(X\,;\,Y) = E\left[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))\right]$$

Fórmula de cálculo

La covarianza se puede expresar como:

$$Cov(X\,;\,Y) = E(X.Y) - E(X)\,.\,E(Y)$$

COVARIANZA

Propiedades

Sean X e Y son variables aleatorias,

1. Si X e Y son variables aleatorias **independientes**, entonces
$\boldsymbol{Cov(X;Y) = 0}$ (la afirmación recíproca no necesariamente es cierta)

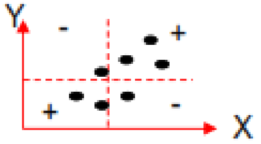
2. Si X e Y son variables aleatorias **cualesquiera**, entonces

$$Vax(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + \mathbf{2}\, \boldsymbol{Cov(X;Y)}$$
$$Vax(X-Y) = Var(X) + Var(Y) - \mathbf{2}\, \boldsymbol{Cov(X;Y)}$$

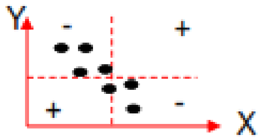
COVARIANZA

Interpretación

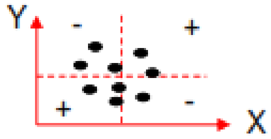
-La Cov(X,Y) > 0 si la relación entre X e Y es fuertemente positiva. Esto es, a valores grandes de X suceden conjuntamente con valores grandes de Y (y viceversa).



-La Cov(X,Y) < 0 si la relación entre X e Y es fuertemente negativa. Esto es, a valores grandes de X suceden conjuntamente con valores pequeños de Y (y viceversa).



-La Cov(X,Y)=0 si no existe relación fuerte entre X e Y



COEFICIENTE DE CORRELACIÓN LINEAL

Definición

Si (X ; Y) es una variable aleatoria bidimensional tal que Var(X) $\neq$ 0 y Var (Y) $\neq$ 0, se llama **Coeficiente de Correlación** entre X e Y y se lo indica ρ_{XY} a:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X;Y)}{\sqrt{Var(X) \cdot Var(Y)}}$$

Propiedades

1) El coeficiente de correlación es un número sin unidades
2) El coeficiente de correlación varía entre (-1) y 1

$$-1 \leq \rho_{XY} \leq 1$$

3) El coeficiente de correlación no cambia si sobre X e Y se efectúan transformaciones lineales.
4) Si X e Y son variables aleatorias independientes entonces

$$\rho_{XY} = 0$$

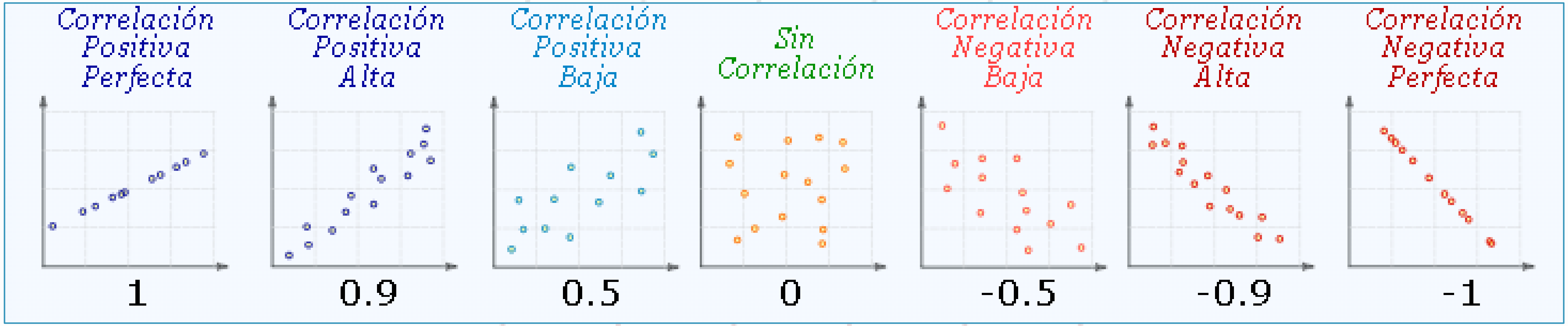
COEFICIENTE DE CORRELACIÓN LINEAL

Interpretación

$\rho(X,Y)$=1 relación **lineal** perfectamente positiva. Esto sucederá cuando X e Y estén fuertemente relacionadas de manera positiva.

$\rho(X,Y)$= -1 relación **lineal** perfectamente negativa. Esto sucederá cuando X e Y estén fuertemente relacionadas de manera negativa.

$\rho(X,Y)$=0 indica que existe una ausencia completa de relación **lineal** entre X e Y.



EJEMPLO DE APLICACIÓN

Considere la distribución de probabilidad conjunta:

	X	
Y	0	1
0	0,30	0,20
1	0,25	0,25

a) Calcular las distribuciones de probabilidad marginal de X e Y.

b) Calcule la covarianza y el coeficiente de correlación de X e Y.

c) Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria $W = X + Y$.

https://youtu.be/5goVW5QtFgY