

Ejercicios adicionales correspondientes a unidades 1 a 5

Ejercicio 1

En una localidad se releva información sobre bienes en 1000 hogares, obteniéndose los siguientes resultados: 10% tienen auto y bicicleta, 40% no tienen auto ni bicicleta, el 30% tienen bicicleta. Se sugiere construir una tabla. Para una familia seleccionada al azar, calcular:

- A) La probabilidad de que tenga auto
 - B) La probabilidad de que tenga bicicleta si tiene auto
 - C) La probabilidad de que tenga auto, pero no bicicleta
 - D) Los eventos tener auto y tener bicicleta, ¿son mutuamente excluyentes? ¿son independientes?
- Rtas: a) 40% B) 25% C) 30% D) No son mutuamente excluyentes, No son independientes

Ejercicio 2

Los mensajes que llegan a una computadora utilizada como servidor lo hacen a un promedio de 0.1 mensajes por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como mucho 2 mensajes en una hora? Rta: 6,2%.

Ejercicio 3

En una determinada ciudad la temperatura es una variable aleatoria con media 18 grados y desvío estándar 2 grados.

- A) ¿Cuál es la probabilidad que un día la temperatura alcance como máximo los 25 grados? Rta: 99,98%
- B) ¿Cuál es la temperatura mínima para al menos el 75% de los días? Rta: 19,348 grados

Ejercicio 4

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando** su respuesta. Especificar Verdadero o Falso.

- A) "La covarianza entre X e Y puede ser calculada como $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ "

Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificarlo con su demostración.

- B) "La varianza y el desvío son ambas medidas de variabilidad, por tanto, son exactamente iguales".

Rta: FALSO, justificar

- C) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables se encuentran correlacionadas"

Rta: FALSO, justificar

- D) "Si X e Y son independientes entonces $V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$ "

Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificarlo con su demostración.

Ejercicio 5

Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre tiene una media de 2.3 imperfecciones por milímetro.

- A) Determine la probabilidad de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre. Rta: 26,52%

- B) Determine la probabilidad de 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre. Rta: 11,29%

Ejercicio 6

En un determinado comercio el importe de ventas mensuales tiene una media \$300 mil y desvío estándar \$50 mil.

- A) Defina la variable aleatoria. ¿Qué distribución sigue y cuáles son los valores de sus parámetros?

- B) ¿Cuál es el importe mínimo de ventas mensuales que debe realizar si se espera que las ventas se ubiquen por encima del 75,80%? Rta: \$335.000.

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando** su respuesta. Sin especificar Verdadero o Falso y sin justificación o mal justificado la respuesta se considerará incorrecta.

A) "Si una variable aleatoria continua tiene una distribución exponencial con parámetro 0,5, entonces la propiedad de falta de memoria implica que $P(X>3/X>1)$ es igual a calcular $P(X>2)$ "

Rta: VERDADERO, justificar.

B) "La esperanza de una variable aleatoria discreta es un promedio ponderado de los valores de la variable aleatoria".

Rta: VERDADERO, justificar.

C) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables tienen relación lineal"

Rta: FALSO, justificar.

D) "La varianza de una variable aleatoria es igual al valor esperado de la variable al cuadrado menos el valor esperado de la variable al cuadrado"

Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificar con su demostración.

Ejercicio 8

Supongamos que el 2% de los rollos de tela de algodón son defectuosos, al igual que el 3% de los rollos de tela de nylon. De los rollos utilizados por un fabricante, 70% son de algodón y 30% son de nylon.

a) Defina los eventos.

b) Si elegimos un rollo y resulta ser defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de tela de algodón? Rta: 61%

Ejercicio 9

Sean X una variable aleatoria discreta que toma valores 2 y 5 e Y una variable aleatoria discreta que toma valores 1 y 4. Las probabilidades conjuntas se encuentran en la siguiente tabla.

X	Y	
	1	4
2	0,1	0,4
5	0,3	0,2

Calcular la $\text{COV}(X,Y)$ e interpretar el resultado Rta: $\text{COV}(X,Y) = -0,9$

Ejercicio 10

Un data entry comete en promedio 5 errores en su trabajo.

a) Defina la variable aleatoria y su tipo. ¿Qué distribución sigue y cuál es el valor de su parámetro?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que cometiera más de un error? Rta: 96%

Ejercicio 11

Un mayorista tiene 200 clientes clasificados en la siguiente tabla según si realizan pedidos regularmente o de forma esporádica y según si efectúan el pago al contado o a través de créditos:

Tipo pedido	Forma de pago	
	Al contado	A crédito
Regular	10	15
Esporádico	20	155

A) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice pedidos de forma regular o bien utilice créditos para efectuar sus pagos? Rta: 9%

B) Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice los pagos mediante crédito si se sabe que realiza pedidos regularmente. Rta: 60%

Ejercicio 12

Dada la siguiente distribución de probabilidad conjunta

Y	X	
	0	1
0	0,25	0,25
1	0,30	0,20

Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria $W = 2X+2Y$ Rta: $E(W) = 1,9$ $V(W) = 1,79$

Ejercicio 13

Un chef en un restaurante prepara una ensalada que contiene, en promedio, 2 verduras cada día. Encontrar

A) la probabilidad de que la ensalada contenga más de 2 verduras en un día determinado. Rta: 33%

B) la probabilidad de que en exactamente 3 de 4 días siguientes la ensalada contenga más de 2 verduras.

Rta: 9,15%.

Ejercicio 14

La tasa de tiempo de revisión del motor de un avión es 0,04 por minuto.

Defina la variable aleatoria. Indique que representa y de que tipo es. ¿Qué distribución sigue y cuáles son los valores de sus parámetros? Hallar la probabilidad de que el tiempo de revisión del motor sea menor de 10 minutos

Rta: 32,97%

Ejercicio 15

La probabilidad de que a un cliente nuevo le guste una nueva hamburguesa de un restaurante es de 0,8. Defina la variable aleatoria, que representa y de que tipo es, que distribución sigue y cuáles son sus parámetros. Si llegan 5 clientes nuevos, ¿cuál es la probabilidad de que solo a 3 de ellos les guste la nueva hamburguesa? Rta: 20,48%

Ejercicio 16

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando su respuesta:

A) "Dos eventos son independientes si y solo si la probabilidad conjunta es igual al producto de las probabilidades marginales"

Rta: VERDADERO, justificar.

B) "Lo que caracteriza a la definición de una variable aleatoria continua es que la misma puede tomar valores puntuales y la probabilidad cuando toma valores puntuales es mayor a 0 y a la sumo 1".

Rta: FALSO, justificar.

C) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es menor a cero entonces las variables se encuentran relacionadas linealmente de manera positiva"

Rta: FALSO, justificar.

D) "Un coeficiente de asimetría mayor a cero indica que la distribución de una variable es simétrica"

Rta: FALSO, justificar.

Ejercicio 17

En una empresa el 20% de los empleados son economistas, el 10% son actuarios y el resto otras profesiones. El 75% de los economistas ocupan un cargo directivo y el 50% de los actuarios también, mientras que los demás trabajadores solamente el 20% ocupa un puesto directivo.

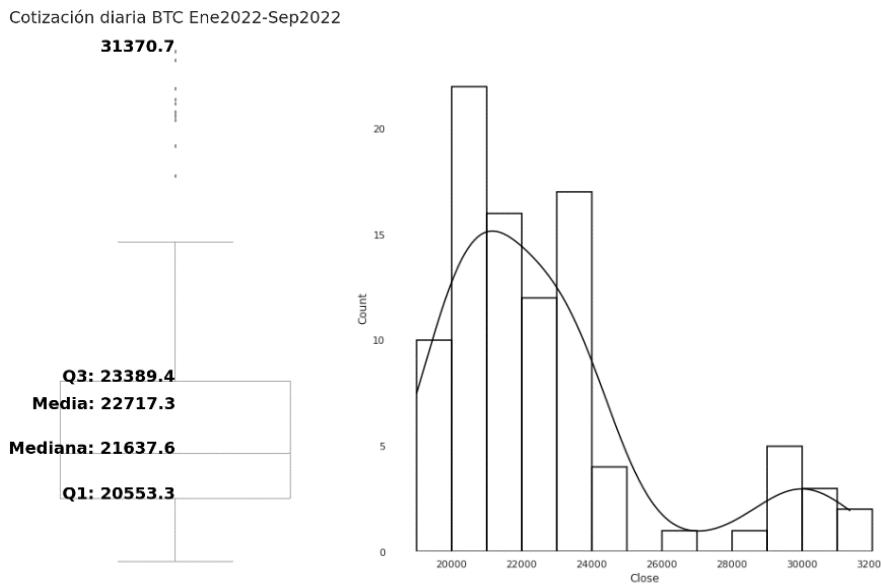
Se sugiere realizar un diagrama de árbol.

A) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado dado que es directivo sea economista? Rta 44,12%

B) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado dado que es directivo sea actuario? Rta 14,7%

Ejercicio 18

Dado el siguiente Boxplot e Histograma y resumen de medidas para la cotización diaria en dólares del Bitcoin (BTC):



Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando su respuesta. Sin justificación o mal justificado la respuesta se considerará no válida.

- A) "La distribución de la cotización es simétrica" FALSO, justificar.
- B) "Si el coeficiente de curtosis es 1.46 entonces la distribución de las cotizaciones leptocúrtica". FALSO, justificar.
- C) "El 25% superior de las cotizaciones se encuentra por encima de 23389.4" VERDADERO, justificar.
- D) "El valor 31370,7 que se observa es atípico severo" FALSO, justificar.

Ejercicio 19

El 30% de individuos de una ciudad escucha un programa de radio. Desde el concurso que se realiza en este se llama por teléfono a 10 personas del pueblo elegidas al azar. Calcular la probabilidad de que, entre las 10 personas, estuvieran escuchando el programa

- A) más de ocho personas. Rta: 0,01% Previamente definir que está representando la variable, de qué tipo es y cuál es su distribución.
- B) ¿Cuántas personas se espera que estén escuchando el programa? Rta: 3 personas.

Ejercicio 20

Dadas las siguientes probabilidades conjuntas $P_{XY}(X=0;Y=0)=0,25$, $P_{XY}(X=0;Y=1)=0,30$; $P_{XY}(X=1;Y=0)=0,25$; $P_{XY}(X=1;Y=1)=0,20$

Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria $W=4X-2Y$ Rta: $E(X)=0,8$ $V(X)=5,36$