

Práctica 4: Variables aleatorias bidimensionales

1. Determine el valor de c de manera que la función $P_{XY}(x,y) = cxy$ represente una distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias X e Y sabiendo que solo pueden tomar valores 1, 2 y 3.
2. Un fabricante de televisores tiene a la venta dos modelos. Sea X =número de ventas del modelo A en un mes (en miles) y sea Y = número de ventas del modelo B en un mes (en miles). El consejo de administración estima que las probabilidades conjuntas $P_{XY}(x,y)$ son:

	Y			
X	1	2	3	4
1	0,03	0,055	0,070	0,075
2	0,055	0,070	0,075	0,070
3	0,070	0,075	0,070	0,055
4	0,075	0,070	0,055	0,03

- a) Halle la probabilidad de que en un mes se vendan 1000 unidades del modelo A y 2000 del modelo B
 - b) Hallar la probabilidad de que en un mes se vendan a lo sumo 2000 televisores del modelo A y a lo sumo 2000 del modelo B.
 - c) Encontrar $P_x(X)$ y $P_y(Y)$. ¿Son independientes X e Y ?
 - d) Calcule la distribución condicionada de Y para cada valor posible de X
3. Considere la distribución de probabilidad conjunta:

	X	
Y	0	1
0	0,30	0,20
1	0,25	0,25

- a) Calcular las distribuciones de probabilidad marginal de X e Y .
- b) Calcule la covarianza y el coeficiente de correlación de X e Y .
- c) Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria $W = X + Y$.

4. Considere la distribución de probabilidad conjunta:

X	Y				
	0	1	2	3	4
0	0,01	0,05	0,18	0,05	0,01
1	0,03	0,10	0,14	0,10	0,03
2	0,06	0,05	0,08	0,05	0,06

- ¿Cuál es la probabilidad de la suma de ambas variables no supere las dos unidades?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la variable X sea al menos 1, si la variable Y es 3?
- Calcular la covarianza entre X e Y.
- ¿Son independientes las variables X e Y?

Respuestas

1) $C=1/36$

2)

a) 0,055

b) 0,21

c)

X	1	2	3	4
$P_X(x)$	0,23	0,27	0,27	0,23

y	1	2	3	4
$P_Y(y)$	0,23	0,27	0,27	0,23

No son independientes, por ejemplo, $P_{XY}(1,1) \neq P_X(1)P_Y(1)$

d)

$$P(Y=1/X=1) \approx 0,1304 \quad P(Y=2/X=1) \approx 0,2391 \quad P(Y=3/X=1) \approx 0,3043 \quad P(Y=4/X=1) \approx 0,3261$$

$$P(Y=1/X=2) \approx 0,2037 \quad P(Y=2/X=2) \approx 0,2593 \quad P(Y=3/X=2) \approx 0,2778 \quad P(Y=4/X=2) \approx 0,2593$$

$$P(Y=1/X=3) \approx 0,2593 \quad P(Y=2/X=3) \approx 0,2778 \quad P(Y=3/X=3) \approx 0,2593 \quad P(Y=4/X=3) \approx 0,2037$$

$$P(Y=1/X=4) \approx 0,3261 \quad P(Y=2/X=4) \approx 0,3043 \quad P(Y=3/X=4) \approx 0,2391 \quad P(Y=4/X=4) \approx 0,1304$$

3)

a)

x	0	1
$P_X(x)$	0,55	0,45

y	0	1
$P_Y(y)$	0,50	0,50

b) $COV(X,Y) = 0,025$ $\rho_{xy} = 0,1005$

c) $E(W) = 0,95$ $V(W) = 0,5475$

4)

a) 0,43

b) 0,75

c) $COV(X,Y) = 0$

d) No son estadísticamente independientes