

## Práctica 4: Variables aleatorias bidimensionales

1. Determine el valor de  $c$  de manera que la función  $P_{XY}(x,y) = cxy$  represente una distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias  $X$  e  $Y$  sabiendo que solo pueden tomar valores 1, 2 y 3.
2. Un fabricante de televisores tiene a la venta dos modelos. Sea  $X$ =número de ventas del modelo A en un mes (en miles) y sea  $Y$ = número de ventas del modelo B en un mes (en miles). El consejo de administración estima que las probabilidades conjuntas  $P_{XY}(x,y)$  son:

X	Y			
	1	2	3	4
1	0,03	0,055	0,070	0,075
2	0,055	0,070	0,075	0,070
3	0,070	0,075	0,070	0,055
4	0,075	0,070	0,055	0,03

- a) Halle la probabilidad de que en un mes se vendan 1000 unidades del modelo A y 2000 del modelo B
- b) Hallar la probabilidad de que en un mes se vendan a lo sumo 2000 televisores del modelo A y a lo sumo 2000 del modelo B.
- c) Encontrar  $P_x(X)$  y  $P_y(Y)$ . ¿Son independientes X e Y?
- d) Calcule la distribución condicionada de  $Y$  para cada valor posible de  $X$
3. Considere la distribución de probabilidad conjunta:

Y	X	
	0	1
0	0,30	0,20
1	0,25	0,25

- a) Calcular las distribuciones de probabilidad marginal de  $X$  e  $Y$ .
- b) Calcule la covarianza y el coeficiente de correlación de  $X$  e  $Y$ .
- c) Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria  $W = X + Y$ .

4. Considere la distribución de probabilidad conjunta:

X	Y				
	0	1	2	3	4
0	0,01	0,05	0,18	0,05	0,01
1	0,03	0,10	0,14	0,10	0,03
2	0,06	0,05	0,08	0,05	0,06

- a) ¿Cuál es la probabilidad de la suma de ambas variables no supere las dos unidades?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable X sea al menos 1, si la variable Y es 3?
- c) Calcular la covarianza entre X e Y.
- d) ¿Son independientes las variables X e Y?

## Respuestas

1)  $C=1/36$

2)

- a) 0,055
- b) 0,21
- c)

X	1	2	3	4
$P_X(x)$	0,23	0,27	0,27	0,23

y	1	2	3	4
$P_Y(y)$	0,23	0,27	0,27	0,23

No son independientes, por ejemplo,  $P_{XY}(1,1) \neq P_X(1)P_Y(1)$

d)

$$P(Y=1/X=1) \approx 0,1304 \quad P(Y=2/X=1) \approx 0,2391 \quad P(Y=3/X=1) \approx 0,3043 \quad P(Y=4/X=1) \approx 0,3261$$

$$P(Y=1/X=2) \approx 0,2037 \quad P(Y=2/X=2) \approx 0,2593 \quad P(Y=3/X=2) \approx 0,2778 \quad P(Y=4/X=2) \approx 0,2593$$

$$P(Y=1/X=3) \approx 0,2593 \quad P(Y=2/X=3) \approx 0,2778 \quad P(Y=3/X=3) \approx 0,2593 \quad P(Y=4/X=3) \approx 0,2037$$

$$P(Y=1/X=4) \approx 0,3261 \quad P(Y=2/X=4) \approx 0,3043 \quad P(Y=3/X=4) \approx 0,2391 \quad P(Y=4/X=4) \approx 0,1304$$

3)

a)

$x$	0	1
$P_X(x)$	0,55	0,45

$y$	0	1
$P_Y(y)$	0,50	0,50

b)  $\text{COV}(X,Y) = 0,025 \quad \rho_{xy} = 0,1005$

c)  $E(W) = 0,95 \quad V(W) = 0,5475$

4)

a) 0,43

b) 0,75

c)  $\text{COV}(X,Y) = 0$

d) No son estadísticamente independientes