

# Estadística I

## Números Índice

*Natalia SALABERRY*

La utilización de los números índice facilita conocer el comportamiento de una variable a lo largo del tiempo. Nos interesa conocer el comportamiento para explicar ciertos fenómenos o tomar algún tipo de decisión.

Un primer acercamiento al estudiar la evolución de las variables se manifiesta a través de los números índice. Comprender estos indicadores es sencillo y, aún más sencillo, obtener a partir de los mismos una noción respecto al comportamiento de la variable.

## Definición

Un número índice es una relación porcentual que mide el cambio, para distintos períodos del tiempo en función de un período base, de precios o cantidades.

Índices de precios

Índices de cantidades

Al seleccionar un período base este debe ser uno para el cual la variable no haya tenido eventos excepcionales. Así mismo, los períodos no deben ser muy prolongados a fin de que continúe siendo útil su uso.

## Índices

Un número índice es una relación en porcentaje que mide el cambio, para distintos períodos del tiempo, en precios o cantidades.

### Ejemplo 1

Supongamos el índice de cotización de las acciones de APPL que se muestra en la tabla a continuación.

Fecha	Índice
16/6/2023	100,52
20/6/2023	100,57
21/6/2023	100
22/6/2023	101,65
23/6/2023	101,48
26/6/2023	100,71
27/6/2023	102,23
28/6/2023	102,88
29/6/2023	103,06
30/6/2023	105,44

El día base seleccionado es 21/6/2023=100

Continuando con el ejemplo, ahora realizaremos la interpretación del índice

El valor de  $I_{30\ jun, 21\ jun}^P = 105,44$  muestra que la cotización se incrementó en un 5,44% respecto del 21/6/2023 siendo el día base.

La variación absoluta la obtenemos como

$$I_{30\ jun} - I_{21\ jun} = 105,44 - 100 = 5,44$$

La variación relativa (porcentual) la obtenemos como

$$\frac{I_{30\ jun} - I_{21\ jun}}{I_{21\ jun}} \times 100 = \frac{105,44 - 100}{100} \times 100 = 5,44\%$$

### Notación: significado de los sub índices

p = precio

q = cantidad

t = período actual

0 = período base

I = valor del índice

## Índice Simple

Sea  $P_t$  la variable aleatoria precio de un bien en el período t y  $p_t$  el valor que la misma toma en ese período (la realización de la variable). Para cada uno de los momentos considerados, el valor del índice de precios simple es:

$$I_t^{(P)} = \frac{p_t}{p_0} \times 100$$

donde  $p_0$  es el precio del bien en el período base.

De manera análoga, sea  $Q_t$  la variable aleatoria representativa de la cantidad de un concepto dado para el período t y  $q_t$  la realización de la misma. Puede calcularse para cada uno de los momentos el índice de cantidades simple mediante la fórmula siguiente:

$$I_t^{(Q)} = \frac{q_t}{q_0} \times 100$$

donde  $q_0$  es la cantidad representativa del período base.

## Ejemplo 2

Consideremos la evolución de cotización de las acciones de Apple (AAPL\_C), Google (GOOGL\_C) y Amazon (AMZN\_C) entre el 16 de junio y 30 de junio de 2023.

Fecha	AAPL_C	GOOGL_C	AMZN_C	I_AAPL	I_GOOGL	I_AMZN
16/6/2023	184,9	123,5	125,5	100	100	100
20/6/2023	185,0	123,1	125,8	100,05	99,65	100,23
21/6/2023	184,0	120,6	124,8	99,48	97,59	99,47
22/6/2023	187,0	123,2	130,1	101,12	99,69	103,71
23/6/2023	186,7	122,3	129,3	100,95	99,04	103,06
26/6/2023	185,3	118,3	127,3	100,19	95,80	101,47
27/6/2023	188,1	118,3	129,2	101,70	95,79	102,94
28/6/2023	189,3	120,2	129,0	102,34	97,29	102,83
29/6/2023	189,6	119,1	127,9	102,53	96,41	101,92
30/6/2023	194,0	119,7	130,4	104,89	96,90	103,88

Si queremos construir el índice de precio en cada caso, tomando como año base 16/6/2023, entonces por ejemplo para el caso de APPL:

$$I_{16\text{jun}}^{(PApp)} = \frac{184,9}{184,9} \times 100 = 100 \quad I_{20\text{jun}}^{(PApp)} = \frac{185,0}{184,9} \times 100 = 100,05$$

$$I_{21\text{jun}}^{(PApp)} = \frac{184,0}{184,9} \times 100 = 99,48$$

y así sucesivamente y de igual modo para los otros dos casos.

## Índice de precio agregado simple

Un índice de precios agregado simple para una canasta de n bienes y para el período t se expresa como el cociente entre la suma de los precios de los n elementos considerados en el momento t respecto de la suma de los precios de los mismos bienes, pero para el período base:

$$I_t^{Ag.Sim} = \frac{\sum_{k=1}^n p_{k;t}}{\sum_{k=1}^n p_{k;0}} \times 100$$

donde  $p_{k;t}$  es el precio del bien k en el momento t y  $p_{k;0}$  es el precio del bien k en el período base.

## Índice de precio agregado ponderado

Un índice de precios agregado ponderado para una canasta de bienes y para el período se expresa como el cociente entre la suma de los precios de los elementos considerados en el momento ponderados por una cantidad representativa del consumo de cada uno de ellos respecto de la suma de los precios de los mismos bienes ponderados por igual cantidad, pero para el período base.

$$I_t^{Ag.Pond} = \frac{\sum_{k=1}^n q_k p_{k;t}}{\sum_{k=1}^n q_k p_{k;0}} \times 100$$

donde  $p_{k;t}$  es el precio del bien k en el momento t y  $q_k$  la cantidad consumida del bien k.  $p_{k;0}$  es el precio del bien k en el período base.

**Ejemplo 2**

Continuando con el ejemplo anterior calcular el índice de la cartera para el 30/6/2023.

$$I_{30\text{jun}}^{\text{Ag.Sim}} = \frac{p_{30\text{jun}}^{\text{APPL}} + p_{30\text{jun}}^{\text{GOOGL}} + p_{30\text{jun}}^{\text{AMZN}}}{p_0^{\text{APPL}} + p_0^{\text{GOOGL}} + p_0^{\text{AMZN}}} \times 100$$

$$I_{30\text{jun}}^{\text{Ag.Sim}} = \frac{194,0+119,7+130,4}{184,9+123,5+125,5} \times 100 = 102,3$$

**Conclusión**

Por ejemplo, comparando con el índice de APPL, el incremento que manifestó es superior al incremento general de la cartera:

el índice simple para APPL el 30/6/2023 indica un incremento del 4,89 respecto del 16/6 ( $I_{30\text{jun}}^{(\text{PAPPL})} = 104,89 - I_0^{(\text{PAPPL})} = 100 = 4,89$ ) mientras que el índice agregado

simple de la cartera muestra que el incremento fue del 2,3 para ese mismo período.

Si obtenemos las variaciones para el caso de Google (- 3,10) y de Amazon (3,88) en el mismo período, entonces es posible notar como es el comportamiento individual (algunos subieron otros bajaron) que hacen al comportamiento general de la cartera.

De igual modo se podría analizar en términos de variación relativa.

## Ejemplo 2

Continuando con el ejemplo anterior calcular el índice de la cartera **ponderado** para el 30/6/2023. Para ello suponer que el titular de la cartera compra 20 acciones de APPL, 50 de GOOGL y 80 de AMZN.

$$q^{APPL} = 20 \quad q^{GOOGL} = 50 \quad q^{AMZN} = 80$$

Luego

$$I_{30\text{jun}}^{\text{Ag.Pond}} = \frac{q^{APPL} * p_{30\text{jun}}^{APPL} + q^{GOOGL} * p_{30\text{jun}}^{GOOGL} + q^{AMZN} * p_{30\text{jun}}^{AMZN}}{q^{APPL} * p_0^{APPL} + q^{GOOGL} * p_0^{GOOGL} + q^{AMZN} * p_0^{AMZN}} \times 100$$

$$I_{30\text{jun}}^{\text{Ag.Pond}} = \frac{20 * 194,0 + 50 * 119,7 + 80 * 130,4}{20 * 184,9 + 50 * 123,5 + 80 * 125,5} \times 100 = 101,9$$

Conclusión

Este valor refleja que la cotización de la cartera ponderada es un 1,9 superior el 30/6 respecto al 16/6/2023

## Índice de Precios de Laspeyres

es un índice agregado ponderado en donde la ponderación está dada por las cantidades representativas de una canasta construida en el período base.:

$$IL_t = \frac{\sum_{i=1}^n q_{i,0} p_{i,t}}{\sum_{i=1}^n q_{i,0} p_{i,0}} \times 100$$

donde  $p_{i,t}$  es el precio del bien i en el período t y  $q_{i,0}$  es la cantidad consumida del bien i en el período base .  $p_{i,0}$  es el precio del bien i en el período base.

## Índice de Precios de Paasche

es un índice agregado ponderado en donde la ponderación está dada por las cantidades representativas de una canasta construida en el período de análisis.

$$IP_t = \frac{\sum_{i=1}^n q_{i,t} p_{i,t}}{\sum_{i=1}^n q_{i,t} p_{i,0}} \times 100$$

donde  $p_{i,t}$  es el precio del bien i en el período t y  $q_{i,t}$  es la cantidad consumida del bien i en el período t .  $p_{i,0}$  es el precio del bien i en el período base.

10

**Ejemplo 3**

Consideremos, las cotizaciones de APPL, GOOGL y AMZN y las cantidades operadas (volumen transaccionado) por día.

Fecha	AAPL_C	GOOGL_C	AMZN_C	AAPL_V	GOOGL_V	AMZN_V
16/6/2023	184,9	123,5	125,5	101.235.600	45.514.000	84.188.100
20/6/2023	185,0	123,1	125,8	49.799.100	26.097.500	56.930.100
21/6/2023	184,0	120,6	124,8	49.515.700	30.306.300	52.137.700
22/6/2023	187,0	123,2	130,1	51.245.300	26.952.200	90.354.600
23/6/2023	186,7	122,3	129,3	53.079.300	34.885.300	71.855.200
26/6/2023	185,3	118,3	127,3	48.088.700	33.969.900	59.989.300
27/6/2023	188,1	118,3	129,2	50.730.800	39.535.900	46.801.000
28/6/2023	189,3	120,2	129,0	51.216.800	27.091.400	52.149.500
29/6/2023	189,6	119,1	127,9	46.347.300	24.090.900	40.761.000
30/6/2023	194,0	119,7	130,4	85.069.600	29.519.700	54.310.500

Calcular el Índice de Laspeyres y Paasche para el 30/6/2023 tomando como período base 16/6/2023

$$IL_{30jun} = \frac{101235600 * 194,0 + 45514000 * 119,7 + 84188100 * 130,4}{101235600 * 184,9 + 45514000 * 123,5 + 84188100 * 125,5} \times 100 = \frac{36059455884,1}{34907595820,2} \times 100 \\ = 103,3$$

$$IP_{30jun} = \frac{85069600 * 194,0 + 29519700 * 119,7 + 54310500 * 130,4}{85069600 * 184,9 + 29519700 * 123,5 + 54310500 * 125,5} \times 100 = \frac{27114375228,9}{26193063310,2} \times 100 \\ = 103,5$$

## Índice de Fisher

se corresponde con la media geométrica entre el Índice de Paasche y el de Laspeyres:

$$IF_t = \sqrt{IL_t * IP_t}$$

donde se debe tener en cuenta que tanto el Índice de Paasche como el de Laspeyres, debe haber sido confeccionado con el mismo período base.

Para el ejemplo anterior calculamos el índice de Fisher para el 30/6/2023

$$IF_{30\text{jun}} = \sqrt{103,3 * 103,5} = 103,4$$

## Cambio de base

A los fines de comparar dos series de índices cuyo período base es distinto debemos adoptar un criterio homogéneo para poder hacer la comparación.

Si existe una serie de índices con base en el año X y se la quiere re expresar en base al año Y para los distintos momentos del tiempo t , el cálculo a realizar es muy sencillo y es:

$$I_{base\ Y,t} = \frac{I_{base\ X,t}}{I_{base\ X,Y}} \times 100$$

### Ejemplo 4

Tomemos el "Índice de precios de GOOGL" (con base 16/6) y el de AMZN (con base 23/6). Asumamos que queremos analizar en cual índice hubo mayores cambios.

Fecha	GOOGL_C	AMZN_C	I_GOOGL	I_AMZN
16/6/2023	123,5	125,5	100	97,03
20/6/2023	123,1	125,8	99,65	97,26
21/6/2023	120,6	124,8	97,59	96,52
22/6/2023	123,2	130,1	99,69	100,63
23/6/2023	122,3	129,3	99,04	100
26/6/2023	118,3	127,3	95,80	98,45
27/6/2023	118,3	129,2	95,79	99,88
28/6/2023	120,2	129,0	97,29	99,78
29/6/2023	119,1	127,9	96,41	98,89
30/6/2023	119,7	130,4	96,90	100,80

Para poder comparar ambos índices, debemos realizar un cambio de base del índice de GOOGL dado que este tiene como período base 16/6/2023.

$$I_{base\ 23jun,16jun} = \frac{I_{base\ 16jun,16jun}}{I_{base\ 16jun,23jun}} \times 100 = \frac{100}{99,04} \times 100 = 100,97$$

$$I_{base\ 23jun,26jun} = \frac{I_{base\ 16jun,26jun}}{I_{base\ 16jun,23jun}} \times 100 = \frac{95,80}{99,04} \times 100 = 96,73$$

Y así sucesivamente para obtener el nuevo índice de Google

Fecha	I_GOOGL	I_AMZN
16/6/2023	100,97	97,03
20/6/2023	100,62	97,26
21/6/2023	98,54	96,52
22/6/2023	100,66	100,63
23/6/2023	100	100
26/6/2023	96,73	98,45
27/6/2023	96,72	99,88
28/6/2023	98,23	99,78
29/6/2023	97,35	98,89
30/6/2023	97,84	100,80

De este modo, podemos observar que el índice de cotización de GOOGL decreció en -2,16 el 30/6 respecto de 23/6 y el de AMZN se incrementó en 0,8 el 30/6 respecto de 23/8, y en base a ello podemos afirmar que solo el caso de AMZN tuvo un incremento. Lo mismo podría evaluarse en términos de variación relativa. **14**

Fecha	I_GOOGL	I_AMZN
16/6/2023	100,97	97,03
20/6/2023	100,62	97,26
21/6/2023	98,54	96,52
22/6/2023	100,66	100,63
23/6/2023	<b>100</b>	<b>100</b>
26/6/2023	96,73	98,45
27/6/2023	96,72	99,88
28/6/2023	98,23	99,78
29/6/2023	97,35	98,89
30/6/2023	97,84	100,80

Pero también, dado que ya ambos índices están calculados sobre el mismo año base, es posible comparar la variación absoluta y relativa, por ejemplo 30/6 respecto de 29/6:

variación I\_GOOGL en 30/6 respecto de 29/6=97,84-97,35=0,49 Entonces aumentó

variación I\_AMZN en 30/6 respecto de 29/6=100,80-98,89=1,90 Entonces aumentó 1,90.

Si bien ambos índices sufrieron aumento, el I\_AMZN tuvo un mayor incremento absoluto el 30/6 respecto del 29/6.

Fecha	I_GOOGL	I_AMZN
16/6/2023	100,97	97,03
20/6/2023	100,62	97,26
21/6/2023	98,54	96,52
22/6/2023	100,66	100,63
23/6/2023	<b>100</b>	<b>100</b>
26/6/2023	96,73	98,45
27/6/2023	96,72	99,88
28/6/2023	98,23	99,78
29/6/2023	97,35	98,89
30/6/2023	97,84	100,80

En términos relativos:

$$\frac{I_{30\text{jun}} - I_{29\text{jun}}}{I_{29\text{jun}}} \times 100 = \frac{97,84 - 97,35}{97,35} \times 100 = 0,49\% \text{ entonces I_GOOG aumentó } 0,49\%$$

$$\frac{I_{30\text{jun}} - I_{29\text{jun}}}{I_{29\text{jun}}} \times 100 = \frac{100,80 - 98,89}{98,89} \times 100 = 1,92 \% \text{ entonces I_AMZN aumentó } 1,92\%$$

Si bien ambos índices sufrieron aumento, el I\_AMZN tuvo un mayor incremento relativo el 30/6 respecto del 29/6.

**Pueden realizar la práctica 9**