# Práctica 3: Variables aleatorias continuas

1. Una variable aleatoria continua X toma valores sólo entre 0 y 4 y su función de densidad está dada por f(x) = 1/4 en ese intervalo.

   *a)* Calcular:

   (1) $P(X < 2)$ (2) $P(X \geq 4)$ (3) $P(0 < X < 3)$ (4) $P(X > 3)$

   *b)* Calcular $P(X < 3/X > 2)$ y $P(X > 1/X < 3{,}5)$.

   *c)* Hallar y graficar la función de distribución acumulada.

2. Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{8}x & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & otro\ caso \end{cases}$$

   Calcule

   *a)* $P(1 < X \leq 2)$

   *b)* $P(X > 3)$

   *c)* $P(X \leq \frac{1}{2})$

   *d)* $P(X \leq 2 \cup X > 3)$

   *e)* Halle la función de distribución acumulada de *X*.

3. Sea $X \sim U(-1{,}1)$.

   *a)* Hallar la expresión de la función de densidad y la función de distribución de *X*.

   *b)* A partir de la función de distribución hallada en el inciso anterior, calcule las siguientes probabilidades:

      1) $P(X \leq 0{,}5)$
      2) $P(X \geq 0)$
      3) $P(0 \leq X < 2)$

   *c)* ¿Cuánto vale la esperanza y la varianza de *X*?

4. El tiempo de un viaje (ida y vuelta) de los camiones que transportan concreto hacia una obra en construcción en una carretera, está distribuido uniformemente en un intervalo de 50 a 70 minutos.

   *a)* ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a 65 minutos?

   *b)* Idem a) si se sabe además que la duración del viaje es mayor a 55 minutos?

   *c)* ¿Cuánto esperaría que dure el viaje?

5. Un consultor sabe que le costara 10 millones de dólares cumplir determinado contrato. El contrato va a ser subastado y el consultor opina que la oferta (excluyendo la suya), se puede representar mediante una distribución uniforme entre 8 millones y 20 millones de dólares.

   *a)* ¿Cuál es la probabilidad de que la suma ofertada sea más baja que el costo estimado de 10 millones de dólares?

   *b)* Si la suma ofertada resulta ser mayor al valor estimado de 10 millones de dólares, ¿Cuál es la probabilidad de que no supere los 15 millones de dólares?

   *c)* ¿Cuál es el valor mínimo del 20% de las ofertas de mayor monto?

   *d)* Si en la subasta 5 personas en forma independiente hacen su oferta. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una ofrezca menos de 10 millones?

6. Sea $X \sim N(\mu,\sigma)$ con $\mu = 3$ y $\sigma = 2$. Calcular:

   *a)* $P(X \leq 2{,}5)$ (b) $P(X \geq 5{,}2)$ (c) $P(1 \leq X < 2{,}5)$ (d) $P(X = 3)$
   (e) $P(X < 3|X > 1)$ (f) $P(X > 0{,}5|X < 1)$ (g) $P(2 < X < 3{,}25|X > 1)$

7. Dada la variable $X \sim N(\mu,\sigma)$ con $\mu = 4$ y $\sigma = 2{,}5$, encuentre los valores de abscisa que cumplen con las siguientes condiciones:

   *a)* $a/\ P(X < a) = 0{,}975$

   *b)* $b/\ P(X > b) = 0{,}25$

   *c)* $c/\ P(X < c) = 0{,}3$

   *d)* $d/\ P(X > d) = 0{,}65$

8. En una gran compañía, el volumen semanal de ventas por vendedor tiene una distribución normal con media $ 10.000 y varianza 250.000 Si se selecciona aleatoriamente un vendedor

   *a)* ¿Cuál es la probabilidad de que su volumen de ventas esté entre $9.500 y $11.000 semanales?

   *b)* Sabiendo que su volumen de ventas está por encima de los $9.000, ¿Cuál es la probabilidad de que no supere los $10.250?

   *c)* Calcule el volumen de ventas mínimo que un vendedor puede garantizarse el 80% de las veces.

   *d)* Si a cada vendedor se le paga una comisión de ventas del 5%. ¿Qué porcentaje de los vendedores ganará más de $550 semanales de comisión?

*e)* Si en la compañía trabajan 80 vendedores, ¿Cuántos se espera que cobren una comisión semanal superior a los \$550?

9. Un método para hacer predicciones económicas es mediante una aproximación por consenso. Se obtiene un pronóstico de cada uno de un gran número de analistas; el promedio de estos pronósticos individuales es el pronóstico general. Suponga que los pronósticos individuales de determinado mes respecto de la tasa de interés mínima de todos los analistas económicos tienen una distribución aproximadamente normal con media 14% y desvío estándar de 2%.

   *a)* Si se selecciona al azar a un solo analista de este grupo, ¿cuál es la probabilidad de que el pronóstico sea menor que 18% y mayor que 16%?

   *b)* De un total de 10 analistas seleccionados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que más de la mitad pronostique una tasa entre el 16% y 18%, incluidos estos valores?

10. Sea $X \sim Exp(1/2)$, hallar:

    Acá es 2, no es 1/2

    (a) $P(X > 2)$ (b) $P(1 < X < 2)$ (c) $P(X \geq 2{,}5)$
    (d) $P(X < 2|X > 0{,}75)$ (e) $P(X > 1{,}75|X < 2{,}1)$ (f) $a/\ P(X < a) = 0{,}8$

11. En una aerolínea el tiempo para atender a los pasajeros sin billete en el mostrador del aeropuerto sigue una distribución exponencial con una media de 5 minutos.

    *a)* Encuentre la probabilidad de que el tiempo de atención sea menor que 2,5 minutos.

    *b)* Encuentre la probabilidad de que el tiempo de atención sea mayor que 10 minutos.

    *c)* Encuentre la probabilidad de que el tiempo de atención este comprendido entre los 4 y 7 minutos.

    *d)* Calcule el tiempo de atención mínimo del 30% de las veces que más se demora.

    *e)* Si la aerolínea decide implementar cambios en las políticas de atención al cliente que reducen el tiempo de espera en un 25%, ¿Cuál será el valor de la nueva varianza de la distribución bajo estas condiciones?

12. En una red de computadoras grande, el acceso de los usuarios al sistema puede modelarse como un proceso de Poisson con una media de 25 accesos por hora. Se pide:

    *a)* ¿Cuál es la probabilidad de que no haya accesos en un intervalo de 6 minutos?

    *b)* ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo que transcurre hasta el primer acceso este entre 2 y 3 minutos?

    *c)* Determine cuántos minutos deberán transcurrir para que la probabilidad de que no se presenten accesos al sistema durante ese tiempo sea 0,90.

# Respuestas

1)
a) 1/2, 0, 3/4 , ¼

b) 1/2 y 0,7143
c)

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{4}t & 0 \leq t < 4 \\ 1 & 4 \leq t \end{cases}$$

2)
a) 0,3125
b) 0,0625
c) 0,2344
d) 13/16
e)

$$F(t) = \begin{cases} 0 & para\ t < 0 \\ \frac{1}{2}t - \frac{1}{16}t^2 & para\ \ 0 \leq t \leq 4 \\ 0 & para\ t > 4 \end{cases}$$

3)
a)

$$f(x) \begin{cases} 0\ x < -1 \\ \frac{1}{2}\ \ -1 \leq x \leq 1 \\ 0\ \ x > 1 \end{cases} \qquad F(x) \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

b) 3/4 , 1/2, 1/2

c) E(x) = 0 V(x)= 1/3

4)
a) 1/4
b) 1/3
c) E(x) = 60

5)
a) 1/6
b) 1/2
c) x=17,6
d) 0,5981

6)
a) 0,4013
b) 0,1357
c) 0,2426
d) 0
e) 0,4057

f) 0,3346
g) 0,2890

7)
a) a=8,9
b) b=5,7
c) c=2,69
d) d= 3,0375

8)
a) 0,8185
b) 0,6843
c) x = 10420
d) 0,0228
e) Cantidad vendedores=1,824 ~2 vendedores

9)
a) 0,14
b) 0,001

10)
a) 0,3679
b) 0,2386
c) 0,2865
d) 0,4647
e) 0,1031
f) $a = 3{,}22$

11)
a) 0,39347
b) 0,13534
c) 0,2027
d) x=6,02
e) V(x)= 14,0625

12)
a) 0,082
b) 0,148
c) a= 0,25