Ejercicios adicionales correspondientes a unidades 1 a 5

Ejercicio 1

En una localidad se releva información sobre bienes en 1000 hogares, obteniéndose los siguientes resultados: 10% tienen auto y bicicleta, 40% no tienen auto ni bicicleta, el 30% tienen bicicleta. Se sugiere construir una tabla. Para una familia seleccionada al azar, calcular:

A) La probabilidad de que tenga auto
B) La probabilidad de que tenga bicicleta si tiene auto
C) La probabilidad de que tenga auto, pero no bicicleta
D) Los eventos tener auto y tener bicicleta, ¿son mutuamente excluyentes? ¿son independientes?
Rtas: a) 40% B) 25% C) 30% D) No son mutuamente excluyentes, No son independientes

	Tiene auto	No tiene auto	
Tiene bicicleta	100	200	300
No tiene bicicleta	300	400	700
	400	600	1000
	Tiene Auto	No tiene Auto	
Tiene bicicleta	0,10	0,20	0,30
No tiene bicicleta	0,30	0,40	0,70
	0,40	0,60	1

A) (0,25 puntos) La probabilidad de que tenga auto

P(tener auto)= P(tener auto ∩ bicicleta) + P(tener auto ∩ no tener bicicleta) = 0,10+0,30 = 0,40

La probabilidad de tener auto es 40%

B) (0,25 puntos) La probabilidad de que tenga bicicleta si tiene auto

P(bicicleta/auto) = $\frac{P(bicicleta \cap auto)}{P(auto)} = \frac{0{,}10}{0{,}40} = 0{,}25$

La probabilidad de tener bicicleta si se sabe que tiene auto es 25%

C) (0,25 puntos) La probabilidad de que tenga auto, pero no bicicleta

P(tener auto ∩ no tener bicicleta) = 0,30

La probabilidad de tener auto y no tener bicicleta es 30%

D) (0,25 puntos) Los eventos tener auto y tener bicicleta, ¿son mutuamente excluyentes? ¿Son independientes?

No, ya que la ocurrencia de ambos en conjunto no es el vacío.

P(tener auto ∩ tener bicicleta)=0,10

No, ya que

P(tener auto ∩ tener bicicleta)=0,10 ≠ P(tener auto) * P(tener bicicleta)= 0,4*0,3=0,12

Ejercicio 2

Los mensajes que llegan a una computadora utilizada como servidor lo hacen a un promedio de 0.1 mensajes por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como mucho 2 mensajes en una hora?
Rta: 6,2%.

X: cantidad de mensajes que llegan a una computadora X es de tipo discreta

X~P(0.1) X sigue una distribución de Poisson con parámetro Lambda igual a 0,1 por minuto

Si 0,1 -> 1 minuto => a 60 minutos le corresponde Lambda=6

P(X<=2)=P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = usando al tabla= $0{,}0025 + 0{,}0149 + 0{,}0446$ = 0,062

La probabilidad de que lleguen como mucho 2 mensajes a una computadora en una hora es 6,2%.

Ejercicio 3

En una determinada ciudad la temperatura es una variable aleatoria con media 18 grados y desvío estándar 2 grados.
A)¿Cuál es la probabilidad que un día la temperatura alcance como máximo los 25 grados?
Rta: 99,98%
B)¿Cuál es la temperatura mínima para al menos el 75% de los días?
Rta: 19,348 grados

X= temperatura en una ciudad X es de tipo continua

X~N(18;2)

P(X<25)= F(25) => P(Z<$\frac{25-18}{2}$)= P(z<**3,5**) => usando en la tabla => 0,9998

La probabilidad de que la temperatura alcance **como máximo** los 25 grados es 99,98%

B)

P(X=Xmínimo)> 0,75 => P(Z=$\frac{X-\mu}{\sigma}$)> 0,75 => busco en la tabla fractiles para 0,75 de probabilidad el valor de Z

=> Z= 0,674 => 0,674=$\frac{X-18}{2}$ => X= 19,348

La temperatura mínima para **al menos** el 75% de los días es 19,348 grados

Ejercicio 4

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando** su respuesta. Especificar Verdadero o Falso.
A) “La covarianza entre X e Y puede ser calculada como $Cov(X,Y) = E(XY)$ - $E(X)E(Y)$”
Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificarlo con su demostración.
B) "La varianza y el desvío son ambas medidas de variabilidad, por tanto, son exactamente iguales".
Rta: FALSO, justificar
C) “Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables se encuentran correlacionadas”
Rta: FALSO, justificar
D) “Si X e Y son independientes entonces la V(aX + bY) = $a^2V(X) + b^2V(Y)$”
Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificarlo con su demostración.

A) (0,5 puntos) “La covarianza entre X e Y puede ser calculada como $Cov(X,Y) = E(XY)$ - $E(X)E(Y)$”

VERDADERO

Demostración:

$Cov(X,Y) = E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]=E[(XY - X\mu_y - \mu_x Y + \mu_x\, \mu_y)]$

$= E(XY) - E(\mu_y X) - E(\mu_x Y) + E(\mu_x \mu_y)$

$= E(XY) - \mu_y E(X) - \mu_x E(Y) + \mu_x \mu_y$

$= E(XY) - E(Y)E(X) - E(X)E(Y) + E(X)E(Y)$

$= E(XY) - E(X)E(Y)$

Comentario: la única manera de demostrar que la igualdad es verdadera es a través de su demostración

B) (0,5 puntos) "La varianza y el desvío son ambas medidas de variabilidad, por tanto, son exactamente iguales".

FALSO mientras la varianza mide la variabilidad respecto de la media en términos cuadráticos, el desvío lo hace en la misma unidad de medida que la variable aleatoria.

C) (0,5 puntos) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables se encuentran correlacionadas"

FALSO porque si el coeficiente de correlación es cero (rho = 0) implica que las variables no están correlacionadas, es decir, existe ausencia de relación lineal.

D) (0,5 puntos) "Si X e Y son independientes entonces la V(aX + bY) = $a^2V(X) + b^2V(Y)$"

VERDADERO

Que X e Y sean independientes significa que COV(X,Y)=0.

Entonces:

Demostración

$V(aX + bY) = E(aX + bY)^2 - [E(aX + bY)]^2$

$= E(a^2X^2 + 2abXY + b^2Y^2) - [aE(X) + bE(Y)]^2$

$= a^2E(X^2) + 2abE(XY) + b^2E(Y^2) - a^2[E(X)]^2 - 2abE(X)E(Y) - b^2[E(Y)]^2$

$= a^2E(X^2) - a^2[E(X)]^2 + b^2E(Y^2) - b^2[E(Y)]^2 + 0$

$= a^2(E(X^2) - [E(X)]^2) + b^2(E(Y^2) - [E(Y)]^2) + 0$

$= \quad a^2V(X) \quad + \quad b^2V(Y)$

Comentario: la única manera de demostrar que la igualdad es verdadera es a través de su demostración

Ejercicio 5

Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre tiene una media de 2.3 imperfecciones por milímetro.
A) Determine la probabilidad de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre.
B) Determine la probabilidad de 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre.
Rtas: A) 26,52% B) 11,29%

X=" **cantidad** de imperfecciones de un alambre" X es de tipo discreta

X~ P(2,3) : X sigue una de **Poisson** con parámetro lambda igual a 2,3

A)

P(X=2) = $\frac{e^{-2.3} * 2.3^2}{2!}$ = 0,265184641

La probabilidad de que haya 2 imperfecciones en un milímetro de alambre es 26,52%

Comentario: si el valor se buscaba en tabla, entonces era 0,2652

B) λ=2.3 para 1 milímetro entonces, para 5 milímetros λ=5*2.3=11.5

P(X=10) = $\frac{e^{-11.5} * 11.5^{10}}{10!}$ = 0.11293507

La probabilidad de que haya 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre es 0.11293507

Comentario: si el valor de λ=11.5 no está en tabla, calcularlo con fórmula.

Ejercicio 6

En un determinado comercio el importe de ventas mensuales tiene una media $300 mil y desvío estándar $50 mil.
A) Defina la variable aleatoria. ¿Qué distribución sigue y cuáles son los valores de sus parámetros?
Rta: Variable aleatoria continua. Representa el importe de ventas mensuales. Tiene distribución normal (especificar con la notación adecuada y valor de parámetros)
B)¿Cuál es el importe mínimo de ventas mensuales que debe realizar si se espera que las ventas se ubiquen por encima del 75,80%?
Rta: $335.000.

A) Defina la variable aleatoria. ¿Qué distribución sigue y cuáles son los valores de sus parámetros?

X =" importe de ventas mensuales"

El tipo de la variable aleatoria X es continua

X~ N($\boldsymbol{\mu}$;$\boldsymbol{\sigma}$) : X sigue una distribución normal con media igual a 300 y desvío igual a 50

B) ¿Cuál es el importe mínimo de ventas mensuales que debe realizar si se espera que las ventas se ubiquen por encima del 75,80%?

P(X=Xmínimo)> 0,7580 => P(Z=$\frac{X-\mu}{\sigma}$)> 0,7580 => busco en la tabla para 0,758 el valor de Z

Si el valor a buscar es 0,758 y no se encuentra en la tabla de la normal fractiles, entonces buscamos el valor que la otra tabla. Entonces Z=0,70

=> Z= 0,70 => 0,70=$\frac{X-300}{50}$ => X= 335,0

El importe mínimo de ventas mensuales que debe realizar para que las mismas se encuentren por encima del 75,8% es $335.000.

Nota: si me piden que "las ventas se ubiquen por ENCIMA entonces NO utilizo el complemento

Ejercicio 7

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando** su respuesta. Sin especificar Verdadero o Falso y sin justificación o mal justificado la respuesta se considerará incorrecta.
A) "Si una variable aleatoria continua tiene una distribución exponencial con parámetro 0,5, entonces la propiedad de falta de memoria implica que P(X>3/X>1) es igual a calcular P(X>2)"
Rta: VERDADERO, justificar.
B) "La esperanza de una variable aleatoria discreta es un promedio ponderado de los valores de la variable aleatoria".
Rta: VERDADERO, justificar.
C) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables tienen relación lineal"
Rta: FALSO, justificar.

D) “La varianza de una variable aleatoria es igual al valor esperado de la variable al cuadrado menos el valor esperado de la variable al cuadrado”
Rta: VERDADERO, justificar. Solo es posible justificar con su demostración.

A) “Si una variable aleatoria continua tiene una distribución exponencial con parámetro 0,5, entonces la propiedad de falta de memoria implica que P(X>3/X>1) es igual a calcular P(X>2)”

VERDADERO porque la propiedad de falta de memoria implica que P(X > s + t /X > s) = P(X > t)

Demostración:

P(X>3/x>1)=$\frac{\text{P(x>3} \cap \text{X>1)}}{\text{P(X>1)}} = \frac{\text{P(x>3)}}{\text{P(X>1)}} = \frac{1-\text{P(x≤3)}}{1-\text{P(X≤1)}} = \frac{1-F(3)}{1-F(1)} =$

$$\frac{1-[\,1\text{-}e^{-0,5*3}]}{1-[\,1\text{-}e^{-0,5*1}]} = \frac{e^{-0,5*3}}{e^{-0,5*1}} = e^{(-0,5*3)\text{-}(-0,5*1)} = \boldsymbol{e^{-0,5*2}} = \boldsymbol{P(X>2)}$$

$$\boldsymbol{P(X>2) = 1 - P(X<2) = 1 - \left[1 - e^{-0,5*2}\right] = e^{-0,5*2}}$$

=> P(X > 1 + 2 /X >1) = P(X >2)

Nota: si estamos indicando que aplicando la propiedad de falta de memoria y entonces P(X>3/P(X>1)=P(X>2) debemos realizar el desarrollo para demostrar que eso es cierto.

B) "La esperanza de una variable aleatoria discreta es un promedio ponderado de los valores de la variable aleatoria".

VERDADERO porque la esperanza o valor esperado o media de una variable aleatoria es la sumatoria de LA OCURRENCIA DE ESTA (es decir, cada valor que toma) ponderada por la probabilidad de su ocurrencia (es decir, multiplicada por la probabilidad de cada ocurrencia). E(X)=$\sum x_i P(x_i) = \sum x_i \frac{m}{N}$ donde $\sum \frac{x_i}{N}$ es un promedio.

C) “Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es 0 entonces las variables tienen relación lineal”

FALSO porque si el coeficiente de correlación es cero (rho = 0) implica ausencia de relación lineal entre las variables.

D) “La varianza de una variable aleatoria es igual al valor esperado de la variable al cuadrado menos el valor esperado de la variable al cuadrado”

VERDADERO porque V(X)= $E(X^2) - [E(X)]^2$

Demostración:

$$V(X) = E[X - E(X)]^{\,2} = E[X^2 - 2XE(X) + E(X)^2] = E(X^2) - 2E(X)E(E(X)) + E(X)^2 = E(X^2) - E(X)^2$$

Nota: si definimos V(X)= $E(X^2) - [E(X)]^2$ entonces debemos demostrar que esto es cierto.

Ejercicio 8

Supongamos que el 2% de los rollos de tela de algodón son defectuosos, al igual que el 3% de los rollos de tela de nylon. De los rollos utilizados por un fabricante, 70% son de algodón y 30% son de nylon.

a) Defina los eventos
Rta:
A: "el rollo es de tela de algodón"
N: "el rollo es de tela de nylon"
D: "el rollo es defectuoso"
b) Si elegimos un rollo y resulta ser defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de tela de algodón?
Rta: 61%

A) Los eventos son:

A: "el rollo es de tela de algodón"
N: "el rollo es de tela de nylon"
D: "el rollo es defectuoso"

B) Sabemos P(D/A) =0,02 P(D/N) =0,03 P(A) =0,7 P(N) =0,3

Queremos calcular P(A/D) => aplicamos Bayes porque condiciona el evento dependiente.

P(A/D) = $\frac{P(A\cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/A)*P(A)}{P(D/A)*P(A)+P(D/N)*P(N)} = \frac{0{,}02*0{,}7}{0{,}02*0{,}7+0{,}03*0{,}3} = 0{,}61$

La probabilidad de que el rollo sea de algodón sabiendo que es defectuoso es 61%

Ejercicio 9

Sean X una variable aleatoria discreta que toma valores 2 y 5 e Y una variable aleatoria discreta que toma valores 1 y 4. Las probabilidades conjuntas se encuentran en la siguiente tabla.

	Y	
X	1	4
2	0,1	0,4
5	0,3	0,2

Calcular la COV(X,Y) e interpretar el resultado

Rta: COV(X,Y)= - 0,9

E(X) =$\sum x_i P(x_i) =$ 2 *0,5 + 5 * 0, 5 = 3,5

E(Y) =$\sum y_i P(y_i) =$ 1 *0,4 + 4 * 0, 6 = 2,8

E(XY)=$\sum\sum x_i y_i P_{XY}(x_i, y_i) =$ 2 * 0,1 + 5*0,3 + 8* 0,4 + 20 * 0,2 = 8,9

COV(X,Y)= E(XY) – E(X)E(Y)=8,9 – 3,5*2,8= - 0,9

Dado que la COV(X.Y) es menor que cero, es posible decir que existe una relacional inversa (o negativa) entre las variables, es decir, a medida que X aumenta, Y disminuye.

Ejercicio 10

Un data entry comete en promedio 5 errores en su trabajo.
a) Defina la variable aleatoria y su tipo. ¿Qué distribución sigue y cuál es el valor de su parámetro?
Rta: Variable aleatoria de tipo discreta. Representa cantidad de errores cometidos. Tiene distribución de Poisson (especificar con notación adecuado y valor de parámetro)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que cometa más de un error?
Rta: 96%

a) Defina la variable aleatoria y su tipo. ¿Qué distribución sigue y cuál es el valor de su parámetro?

X=" cantidad de errores cometidos"

El tipo de la variable aletoria X es discreta

X~ P(5) : X sigue una de Poisson con parámetro lambda igual a 5

b) ¿Cuál es la probabilidad de que cometa más de un error?

P(X>1) = 1- [P(X=0) + P(X=1)] = 1- [$\frac{e^{-5}*5^0}{0!} + \frac{e^{-5}*5^1}{1!}$] = 1 – 0,04043= 0,95957==0,96

La probabilidad de que se cometa más de un error es 96%

Ejercicio 11

Un mayorista tiene 200 clientes clasificados en la siguiente tabla según si realizan pedidos regularmente o de forma esporádica y según si efectúan el pago al contado o a través de créditos:

	Forma de pago	
Tipo pedido	Al contado	A crédito
Regular	10	15
Esporádico	20	155

A) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice pedidos de forma regular o bien utilice créditos para efectuar sus pagos? Rta: 9%

B) Calcule la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice los pagos mediante crédito si se sabe que realiza pedidos regularmente. Rta: 60%

	Forma de pago		Total
Tipo pedido	Al contado	A crédito	
Regular	10	15	25
Esporádico	20	155	175
Total	30	170	200

	Forma de pago		Total
Tipo pedido	Al contado	A crédito	
Regular	0,05	0,075	0,125
Esporádico	0,1	0,775	0,875
Total	0,15	0,85	1

A) PR=pedido regular C= a crédito

P(PR U C)= P(PR) + P(C) – P(PR ∩ C) = 0,125 + 0,85 – 0,075 = 0,9

la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice pedidos de forma regular o bien utilice créditos para efectuar sus pagos es 9%

B) P(C/PR) = $\frac{P(C \cap PR)}{P(PR)} = \frac{0,075}{0,125} = 0,6$

la probabilidad de que un cliente elegido al azar realice los pagos mediante crédito si sabemos que realiza pedidos regularmente es 60%

Ejercicio 12

Dada la siguiente distribución de probabilidad conjunta

	X	
Y	0	1
0	0,25	0,25
1	0,30	0,20

Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria W= 2X+2Y

Rta: E(W) = 1,9 V(W) = 1,79

E(X) = $\sum_{i=1}^{n} X_i * p(X_i) =$ 0*0,55 + 1*0,45=0,45

E(Y) = $\sum_{i=1}^{n} Y_i * p(Y_i) =$ 0*0,5+1*0,5= 0,5

V(x) = $E(X^2) - (E(x))^2 = 0^2 * 0{,}55 + 1^2 * 0{,}45 - 0{,}45^2$ =0,2475

V(Y) = $E(Y^2) - (E(y))^2 = 0^2 * 0{,}5 + 1^2 * 0{,}5 - 0{,}5^2 = 0{,}25$

COV(X,Y) = $E(XY) - E(X) * E(Y)$

= 0*0*p(0,0) + 1*0*p(1,0) + 0*1*p(0,1) + 1*1*p(1,1) – 0,45*0,5

= 0 + 0 + 0 + 1*0,20 – (0,45)*(0,5)

= 0,20 – 0,225

= - 0,025

E(W) = E(2X+2Y) =2 E(X) + 2 E(Y) = 2*0,45 + 2*0,5 = 1,9

V(W) = V(2X+2Y) = 4V(X) + 4V(Y) + 2*2*2*COV(X,Y) = 4*0,2475 +4*0,25 + 8*(-0,025) = 1,79

Independencia

0,25 ≠ 0,5*0,55=0,275 Por lo tanto no son independientes

0,30 ≠ 0,5*0,55=0,275 Por lo tanto no son independientes

0,25 ≠ 0,5*0,55=0,275 Por lo tanto no son independientes

0,20 ≠ 0,5*0,55=0,275 Por lo tanto no son independientes

Ejercicio 13

Un chef en un restaurante prepara una ensalada que contiene, en promedio, 2 verduras cada día. Encontrar
A) la probabilidad de que la ensalada contenga más de 2 verduras en un día determinado. Rta: 33%
B) la probabilidad de que en exactamente 3 de 4 días siguientes la ensalada contenga más de 2 verduras. Rta:9.15%.

X=" **cantidad** de verduras en la ensalada"

La variable aleatoria X es una variable discreta

X~ P(2) : X sigue una de **Poisson** con parámetro lambda igual a 2

A)

P(X>2) = 1- P(X≤2) = 1- P(X=0) -P(X=1) – P(X=2) = 1-0,1353 – 0,2707 - 0,2707= 0,3233

La probabilidad de que la ensalada contenga más de 2 verduras en un día es 33%

B)

En este punto implica un cambio de distribución. Dado que se determina la selección de 3 de 4 días en total entonces se trata de una distribución binomial cuyos parámetros son:

X~Bi(4, 0,3233)

P(X=3) = P(X = k)=$\binom{4}{3} * (0{,}3233)^3 * (1 - 0{,}3233)^{4-3}$ = 4*0,03379225*0,6767 = 0,091468862

La probabilidad de que la ensalada contenga más de 2 verduras en 3 de los 4 días siguientes es 9,15%.

Ejercicio 14

La tasa de tiempo de revisión del motor de un avión es 0,04 por minuto.
Defina la variable aleatoria. Indique que representa y de que tipo es. ¿Qué distribución sigue y cuáles son los valores de sus parámetros? Hallar la probabilidad de que el tiempo de revisión del motor sea menor de 10 minutos
Rta: 32,97%

X =" Tiempo de revisión de un motor de avión"

X es de tipo continua

X~ Exp(0,04): X sigue una distribución exponencial con parámetro alfa igual a 0,04

P(X<10) = 1-$e^{-0,04*10}$= 1-0,6703200046= 0,3297

La probabilidad de que el tiempo de revisión del motor sea menor a 10 minutos es 32,97%

Ejercicio 15

La probabilidad de que a un cliente nuevo le guste una nueva hamburguesa de un restaurante es de 0,8. Defina la variable aleatoria, que representa y de que tipo es, que distribución sigue y cuáles son sus parámetros. Si llegan 5 clientes nuevos, ¿cuál es la probabilidad de que solo a 3 de ellos les guste la nueva hamburguesa? Rta: 20,48%

X="**cantidad** de clientes que les gusta la hamburguesa del restaurante"

X es de tipo discreta

X~ Bi(5;0,8): X sigue una distribución binomial con parámetro N igual a 5 y parámetro p igual a 0,8

P(X=3) = $\binom{5}{3} * (0,8)^3 * (0,2)^{5-3}$= 0,2048 (idem usando tabla)

La probabilidad de que solo a 3 clientes les guste la hamburguesa es 20,48%

Ejercicio 16

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando su respuesta:
A) "Dos eventos son independientes si y solo si la probabilidad conjunta es igual al producto de las probabilidades marginales"
Rta: VERDADERO, justificar.
B) "Lo que caracteriza a la definición de una variable aleatoria continua es que la misma puede tomar valores puntuales y la probabilidad cuando toma valores puntuales es mayor a 0 y a la sumo 1".
Rta: FALSO, justificar.
C) "Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es menor a cero entonces las variables se encuentran relacionadas linealmente de manera positiva"
Rta: FALSO, justificar.
D) "Un coeficiente de asimetría mayor a cero indica que la distribución de una variable es simétrica"
Rta: FALSO, justificar.

A) "Dos eventos son independientes si y solo si la probabilidad conjunta es igual al producto de las probabilidades marginales"

VERDADERO porque A y B son dos eventos estadísticamente independientes si y sólo si se verifica

$$P(A\cap B) = P(A)*P(B)$$

Esto es, la probabilidad conjunta es igual al producto de las probabilidades marginales.

B) "Lo que caracteriza a la definición de una variable aleatoria continua es que la misma puede tomar valores puntuales y la probabilidad cuando toma valores puntuales es mayor a 0 y a la sumo 1".

FALSO porque si la variable aleatoria es continua toma valores en un intervalo de valor. Por lo tanto, el cálculo de probabilidad se realiza de manera acumulada en el intervalo.

C) “Si el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias X e Y es menor a cero entonces las variables se encuentran relacionadas linealmente de manera positiva”

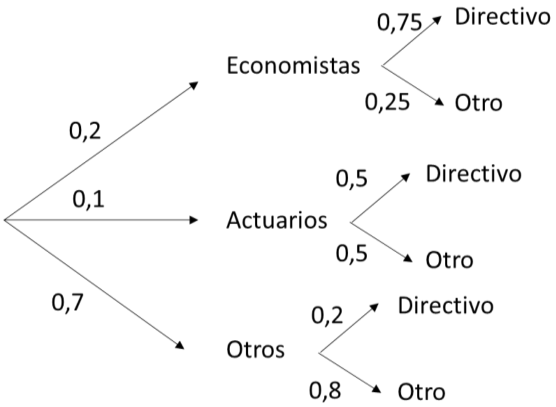
FALSO porque si rho < 0 entonces las variables están relacionadas linealmente de forma negativa

D) “Un coeficiente de asimetría mayor a cero indica que la distribución de una variable es simétrica”

FALSO porque As > 0 indica que la distribución es asimétrica positiva

Ejercicio 17

En una empresa el 20% de los empleados son economistas, el 10% son actuarios y el resto otras profesiones. El 75% de los economistas ocupan un cargo directivo y el 50% de los actuarios también, mientras que los demás trabajadores solamente el 20% ocupa un puesto directivo.
Se sugiere realizar un diagrama de árbol.
A) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado dado que es directivo sea economista? Rta 44,12%
B) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado dado que es directivo sea actuario? Rta 14,7%



A) P(E/D)= $\frac{P(E \cap D)}{P(D)} = \frac{\mathrm{P}(E/D)*\mathrm{P(E)}}{\mathrm{P}(E/D)*\mathrm{P(D)}+\mathrm{P}(A/D)*\mathrm{P(D)}+\mathrm{P}(O/D)*\mathrm{P(O)}} = \frac{0,75*0,2}{0,75*0,2+0,5*0,1+0,2*0,7} = \frac{0,15}{0,15+0,05+0,14} = 0,4412$

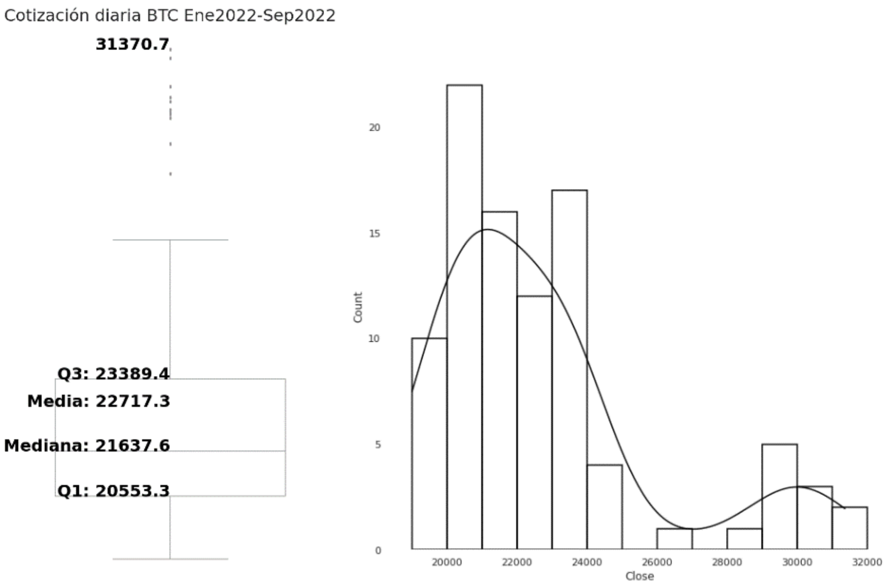
la probabilidad de sea economistas si es directivo es 44.12%

B) P(A/D)= $\frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\mathrm{P}(A/D)*\mathrm{P(A)}}{\mathrm{P}(E/D)*\mathrm{P(D)}+\mathrm{P}(A/D)*\mathrm{P(D)}+\mathrm{P}(O/D)*\mathrm{P(O)}} = \frac{0,5*0,1}{0,75*0,2+0,5*0,1+0,2*0,7} = \frac{0,05}{0,15+0,05+0,14} = 0,147$

la probabilidad de sea actuarios si es directivo es 14.7%

Ejercicio 18

Dado el siguiente Boxplot e Histograma y resumen de medidas para la cotización diaria en dólares del Bitcoin (BTC):



Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas **justificando** su respuesta. Sin justificación o mal justificado la respuesta se considerará no válida.

A) “La distribución de la cotización es simétrica” FALSO, justificar.
B) "Si el coeficiente de kurtosis es 1.46 entonces la distribución de las cotizaciones leptocúrtica".
FALSO, justificar.
C) “El 25% superior de las cotizaciones se encuentra por encima de 23389.4” VERDADERO, justificar.
D) “El valor atípico máximo que se observa es severo” FALSO, justificar.
A) “La distribución de la cotización es simétrica”

FALSO porque observando el histograma la cola de la distribución de la cotización tiene cola a la derecha y acumulación de datos a izquierda, por lo tanto, se trata de una asimetría positiva.

Si se observa el boxplot sucede que la Media es mayor a la Mediana, por lo tanto, se trata de una asimetría positiva.

B) ("Si el coeficiente de kurtosis es 1.46 entonces la distribución de las cotizaciones leptocúrtica".

FALSO porque si el coeficiente de kurtosis es menor que 3 entonces es platicúrtica

C) “El 25% superior de las cotizaciones se encuentra por encima de 23389.4”

VERDADERO porque el percentil 75 es igual a 23389.4 siendo el valor mínimo del 25% superior de las cotizaciones.

D) “El valor 31370.7 que se observa es atípico severo”

Umbral = Q3+3*RIC = 23389.4 + 3*(23389.4- 20553.3) = 31897.7

Outlier máximo= 31370.7

FALSO porque Outlier máximo= 31370.7 está por debajo del umbral = 31897.7.

Ejercicio 19

El 30% de individuos de una ciudad escucha un programa de radio. Desde el concurso que se realiza en este se llama por teléfono a 10 personas del pueblo elegidas al azar. Calcular la probabilidad de que, entre las 10 personas, estuvieran escuchando el programa
A) más de ocho personas. Rta: 0,01%
Previamente definir que está representando la variable, de que tipo es y cuál es su distribución.
B) ¿Cuántas personas se espera que estén escuchando el programa? Rta: 3 personas.

X=”cantidad de personas que escucha el programa”

La variable aleatoria X es una variable discreta

X~ Bi(10, 0,3) : X sigue una distribución Binomial con parámetros n=10 y p=0,3

A)

P(X>8) = P(X=9) + P(X=10) = 0,0001 + 0,0000= 0,0001

La probabilidad de que más de 8 personas estén escuchando el programa es 0,01%

B) E(X)= n*p= 10*0,3= 3 Se espera que estén escuchando el programa 3 personas.

Ejercicio 20

Dadas las siguientes probabilidades conjuntas $P_{XY}(X=0;Y=0)=0{,}25$, $P_{XY}(X=0;Y=1)=0{,}30$; $P_{XY}(X=1;Y=0)=0{,}25$; $P_{XY}(X=1;Y=1)=0{,}20$

Calcule la media y la varianza de la variable aleatoria W= 4X-2Y Rta: E(X)=0,8 V(X)=5,36

E(X) = $\sum_{i=1}^{n} X_i * p(X_i) =$ 0*0,55 + 1*0,45=0,45
E(Y) = $\sum_{i=1}^{n} Y_i * p(Y_i) =$ 0*0,5+1*0,5= 0,5
V(x) = $E(X^2) - \left(E(x)\right)^2 = 0^2 * 0{,}55 + 1^2 * 0{,}45 - 0{,}45^2$ =0,2475
V(Y) = $E(Y^2) - (E(y))^2 = 0^2 * 0{,}5 + 1^2 * 0{,}5 - 0{,}5^2 = 0{,}25$
COV(X,Y) = $E(XY) - E(X) * E(Y)$
= 0*0*p(0,0) + 1*0*p(1,0) + 0*1*p(0,1) + 1*1*p(1,1) – 0,45*0,5
= 0 + 0 + 0 + 1*0,20 – (0,45)*(0,5)

= 0,20 – 0,225

= - 0,025

E(W) = E(4X-2Y) =4 E(X) - 2 E(Y) = 4*0,45 - 2*0,5 = **0,8**

Independencia

0,25 ≠ 0,5*0,55=0,275 Por lo tanto no son independientes

V(W) = V(4X-2Y) = a^2V(X) + b^2V(X)+2*a*b*COV(X,Y) = 4^2V(X) + $(-2)^2$V(Y)+2*4*(-2)*(-0,025)

16V(X) + 4V(Y) + 2*4*(-2)*COV(X,Y) = 16*0,2475 +4*0,25 +(-16)*(-0,025) = 5,36