

## Práctica 8: Regresión Lineal

1. Se considera que el precio de un bien importado ( $Y$ ), puede explicarse a partir de un modelo lineal en el que depende del tipo de cambio ( $x$ ). Dada la siguiente serie de datos:

Tipo de cambio	5	5,35	5,8	6	6,2	6,35	6,85	7,05
Precio	16	17,5	18,2	19	19,25	19,5	20	24

- a) Plantee el modelo lineal y estime sus parámetros a partir del método de mínimos cuadrados ordinarios.
- b) Interprete los coeficientes del modelo en términos del problema.
- c) Estime el precio del bien en cuestión cuando el tipo de cambio asciende a \$8.
- d) Calcule el coeficiente de correlación lineal. Interprete el resultado.
- e) ¿Qué porcentaje de la variación del precio queda explicado por el tipo de cambio? f) Calcule la varianza residual.

2. Una importante multinacional de sistemas estima que la cantidad de fallas que cometen sus desarrolladores depende de la cantidad de semanas de experiencia que tienen en sus puestos de trabajo. Se seleccionan al azar 6 trabajadores obteniéndose los siguientes resultados:

Errores	20	19	15	14	13	9
Semanas de experiencia	6	7	10	12	20	24

- a) Defina las variables aleatorias. Plantee el modelo lineal y estime sus coeficientes usando el método de los mínimos cuadrados.
- b) Interprete los coeficientes del modelo en términos del problema.
- c) Calcule el coeficiente de determinación. Interprete el resultado.
- d) Calcule la varianza residual.

3. Un productor agropecuario planea estimar el rendimiento de sus parcelas a partir de la cantidad de fertilizante que les suministra. Para ello nos provee de la información que se encuentra resumida en el siguiente cuadro:

Suma de la variable rendimiento: 208,71	Suma de la variable cantidad de fertilizante: 108	Cantidad de parcelas:24
$\sum x_i^2 = 612$	$\sum y_i^2 = 1949,6201$	$\sum x_i * y_i = 1062,26$

- a) Encuentre el modelo lineal que permite estimar una variable en función de la otra, utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios.
- b) Interprete el coeficiente de regresión de acuerdo con el problema planteado.

- c) Calcule el coeficiente de correlación lineal. Interprete.
- d) Calcule la medida relativa de la bondad del ajuste.
4. Se han muestreado 12 trabajadores de una empresa dedicada a la instalación de cables de componentes electrónicos en miniatura. Se ha observado de éstos el número de semanas de experiencia y el número de componentes que se rechazaban. Con los datos que se adjuntan en la siguiente tabla:

Suma del número de componentes rechazados	298
Suma de las semanas de experiencia	92
Suma del cuadrado de la variable explicativa	876
Suma del producto entre la variable explicativa y la variable explicada	2048
Suma de la variación total no explicada	69,4765
Coeficiente de determinación	0,8252

- a) Calcular el número de componentes rechazados cuando la cantidad de semanas de experiencia es 10.
- b) Interprete el coeficiente de regresión.
- c) Determine la variación total y la varianza de la estimación. Explicar el significado de este último indicador ¿Qué significa que la suma de los cuadrados del error sea cero?
- d) Calcular el coeficiente de correlación lineal. ¿Qué relación presenta este valor con la covarianza muestral? ¿Por qué?

5. El gerente financiero de una importante consultora desea estimar el precio de un instrumento derivado, dada la importancia de dicha estimación decide elaborar dos modelos a partir de distintas variables para luego elegir el que mejor ajuste. De acuerdo con los siguientes datos:

	Modelo DOLAR	Modelo EURO
Coeficiente de correlación	0,98	
Coeficiente de determinación		0,87
Desvío de la estimación	6	7,3
Tamaño de muestra	10	12

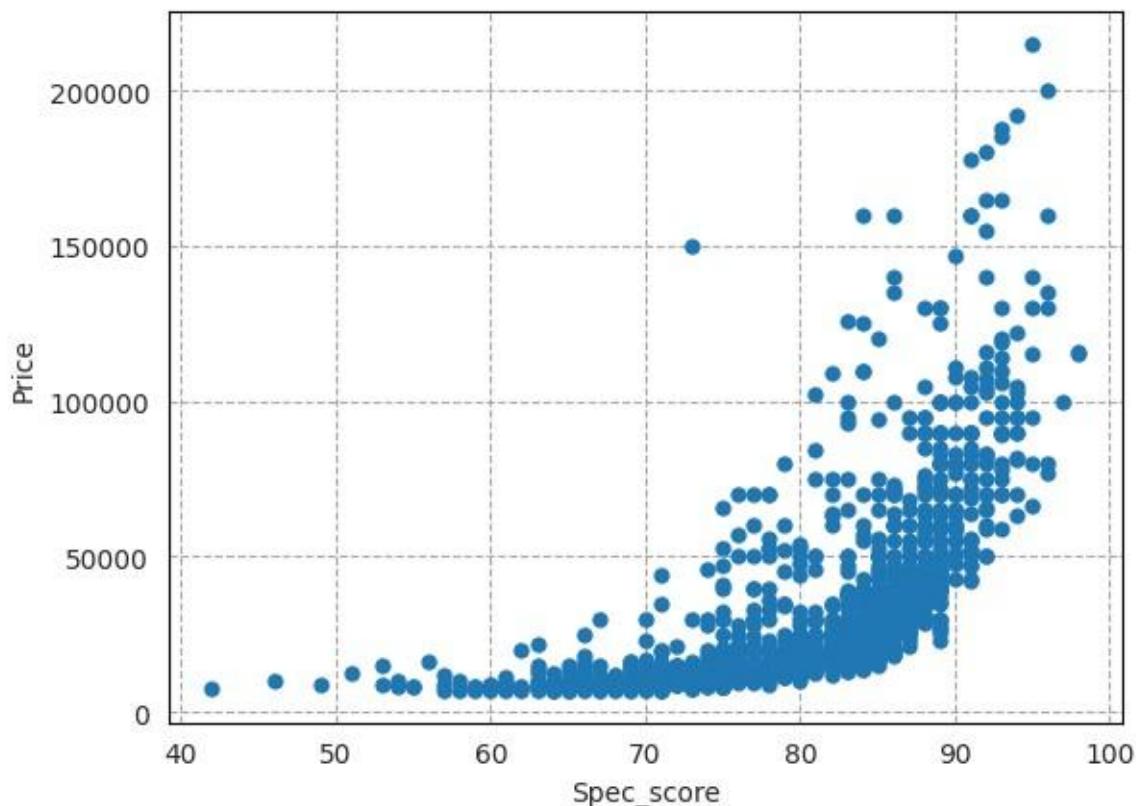
- a) Complete el cuadro
- b) ¿Qué modelo de aconsejaría usar al gerente para explicar el comportamiento del derivado en cuestión?
- c) Para cada uno de los modelos: encuentre el porcentaje de la variación que no queda explicado por el modelo y la variación total de la variable explicada.

6. Se considera que el Salario (Y), puede explicarse a partir de un modelo lineal en el que depende de los años de experiencia (X). Dado los siguientes resultados:

OLS Regression Results						
<hr/>						
Dep. Variable:	Salary	R-squared:	0.956			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.955			
Method:	Least Squares	F-statistic:	823.3			
Date:	Sun, 09 Jun 2024	Prob (F-statistic):	2.32e-27			
Time:	03:54:01	Log-Likelihood:	-400.39			
No. Observations:	40	AIC:	804.8			
Df Residuals:	38	BIC:	808.2			
Df Model:	1					
Covariance Type:	nonrobust					
<hr/>						
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
<hr/>						
const	2.567e+04	1920.100	13.371	0.000	2.18e+04	2.96e+04
x1	9523.6505	331.910	28.693	0.000	8851.734	1.02e+04
<hr/>						

- a) Especificar el modelo de regresión
- b) Interpretar la pendiente de la recta estimada en términos del problema
- c) Estimar el salario cuando los años de experiencia son 10
- d) Calcular el coeficiente de correlación. Interpretar.
- e) ¿Qué porcentaje de la variación en el salario queda explicada por la variación en los años de experiencia?
- f) Si el SCE= 1158415346.151048, calcular SCT y SCR.

7. Se cuenta con el Score de puntaje para celulares y su precio (en dólares). Observando el diagrama de dispersión, describa lo que espera obtener si estima un modelo de regresión lineal. Luego al observar la estimación realizada, ¿observando que valores verifica lo descripto anteriormente?:



#### OLS Regression Results

Dep. Variable:	Price	R-squared:	0.415			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.414			
Method:	Least Squares	F-statistic:	969.6			
Date:	Sun, 09 Jun 2024	Prob (F-statistic):	2.35e-161			
Time:	04:25:29	Log-Likelihood:	-15720.			
No. Observations:	1370	AIC:	3.144e+04			
Df Residuals:	1368	BIC:	3.145e+04			
Df Model:	1					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-1.545e+05	6067.574	-25.459	0.000	-1.66e+05	-1.43e+05
x1	2342.0549	75.215	31.138	0.000	2194.506	2489.604

## Respuestas

1.

$$\hat{y}(8) = 25,0332$$

$$r = 0,9107$$

$$R^2 = 0,8294$$

$$S_e^2 = 1,079$$

n	8	Sxy	647,3150
suma(x)	48,6	Sxx	3,4050
Suma(y)	153,45	Syy	37,9397
Suma(X^2)	298,65		
Suma(Y^2)	2981,30		
Suma(X*Y)	942,56	<b><math>\beta_1</math></b>	3,04
Xraya	6,075	<b><math>\beta_0</math></b>	0,7132
Yraya	19,18		
	13		

2.

n		Sxy	-138
Suma(x)		Sxx	264,8333
suma(y)		Syy = SCT	82
Suma(y^2)			
Suma(x^2)			
Suma(X*Y)			
Yraya		<b><math>\beta_1</math></b>	-0,5211
Xraya		<b><math>\beta_0</math></b>	21,8609

$$R^2 = 0,8769 \quad S_e^2 = 2,5227$$

3.

n	24
Suma(x)	108
suma(y)	208,71
Suma(y^2)	1949,6201
Suma(x^2)	612
Suma(X*Y)	1062,26
<b><math>\beta_1</math></b>	0,9767
<b><math>\beta_0</math></b>	4,3011

r	0,9449
Bondad relativa del ajuste = $R^2$	0,8928

4.

$$\beta_1 \cong -1,3867 \quad \beta_0 \cong 35,4647 \quad \hat{y}_{(x=10)} = 21,6 \quad R^2 = 0,8252 \quad SCT = 397,628146 \quad SCR = 327,9863146 \\ S_e^2 = 6,94765 \quad R = -0,9084$$

5.

	Modelo DOLAR	Modelo EURO
Coeficiente de correlación	0,98	$\sqrt{R^2} = \sqrt{0,87} = 0,9327$
Coeficiente de determinación	$r^2 = 0,98^2 = 0,9604$	0,87
Desvío de la estimación	6	7,3
Tamaño de muestra	10	12

- Modelo Dólar  $1 - 0,9604 = 0,0396 = 3,96\%$  no explicado
- Modelo Euro  $1 - 0,87 = 0,13 = 13\%$  no explicado
- Modelo Dólar  $SCE = 6^2 * (10 - 2) = 288 \quad SCT = 7272,73$
- Modelo Euro  $SCE = 7,3^2 * (12 - 2) = 532,9 \quad SCT = 4099,23$

6.

- $\hat{y} = 25670 + 9523,6505 * x$
- La variación del salario va a aumentar en \$9523,6505 por cada incremento unitario de los años de experiencia.
- $\hat{y}(10) = 25670 + 9523,6505 * 10 = 120906,505$
- $R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,956} = 0,9778$
- $R^2 = 0,956$  Por lo tanto la proporción de variación del salario es explicada por el modelo en un 95,6%
- f) **SCT=26327621500**  
**SCR = 25169206160**

7. Es de interpretación