Лабораторная работа №7

Научное программирование

Алексей Бондарь

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Изучить в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

2 Теоретическое введение

Основной функцией для построения **двумерных графиков** в Octave служит функция plot. У функции несколько вариантов вызова:

- plot(X, Y) - в данном случае будет построен график зависимости y(x). Значения y и x берутся из матриц Y и X, которые могут быть либо вектором-столбцом, либо вектором-строкой одинаковой размерности;
- plot(Xl,Yl,...,Xn,Yn) - будут одновременно построены несколько функциональных зависимостей y(x), при этом параметры линий на графике будут выбраны Octave самостоятельно;
- plot(X,Y,LineSpec), plot(Xl,Yl,LineSpecl,...,Xn,Yn,LineSpecn) — наиболее полный вариант вызова функции построения двумерных графиков с заданием параметров графических линий. LineSpec - это шаблон, с помощью которого определяется цвет линии, ее толщина, вид маркеров и другие параметры. Шаблон представляет собой взятое в апострофы название параметра, отделенное запятой от его значения.

Один из способов построения **трехмерных графиков** связан с использованием функции surf. Наиболее часто функция вызывается в формате surf(X,Y, Z) или в surf(X, Y, Z, C). X и Y - векторы-строки, определяющие значения абсцисс и ординат. Z - матрица с размерностью, равной произведению размерностей матриц X и Y, задающая значения координаты z для соответствующих пар x и y. Параметр C определяет способ отображения трехмерной картинки (цвет, режим отображения кромок и т. д.).

Гамма функция находит очень широкое применение в прикладном анализе. С гамма-функцией связаны функции Бесселя используемые при синтезе фильтров и спектральном анализе, а также другие специальные функции: бета-функция, K-функции, G-функции. В статистике широко используется гамма-распределение, частными случаями которого являются экспоненциальное распределение и распределение хи-квадрат.

Данная функция не выражается через элементарные функции, но может быть представлена как интеграл вида:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} \, \mathrm{d}t.$$

Для натуральных значений аргумента гамма-функция совпадает со значением факториала:

$$\Gamma(n) = (n-1)!, n = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

При этом для любых комплексных значений z справедливо равенство:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

Более подробно см. в [@Octave_1:bash] и [@Octave_2:bash].

3 Выполнение лабораторной работы

Параметрические уравнения для циклоиды:

$$x = r(t - sin(t)), y = r(1 - cos(t)).$$

Построим график трех периодов циклоиды радиуса 2 (рис. fig. 3.1).

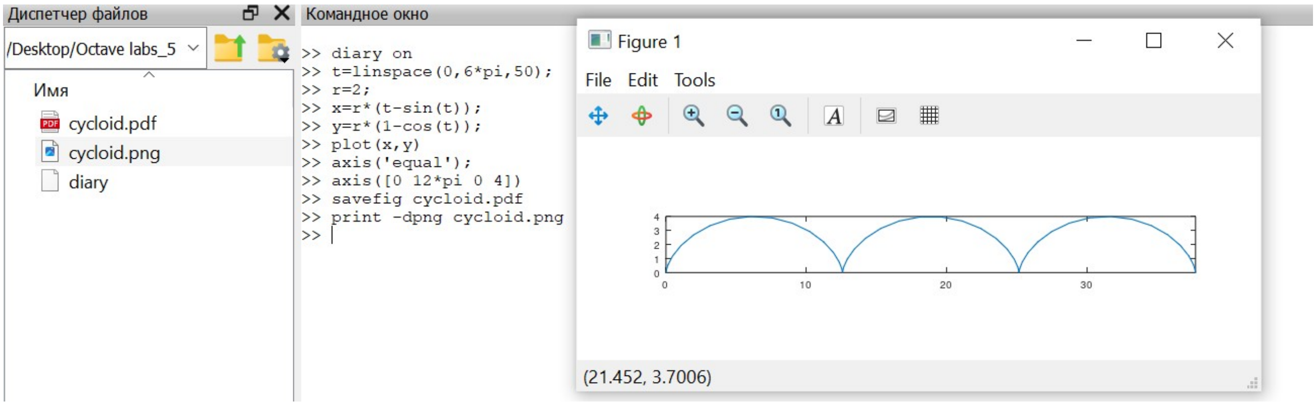

Рис. 3.1: График трех периодов циклоиды радиуса 2

Графики в полярных координатах строятся аналогично. Для функции

$$r = f(\theta)$$

начинаем с определения независимой переменной θ, далее вычисляем r. Чтобы построить график, вычислим x и y, используя стандартное преобразование координат

$$x = rcos(\theta), y = rsin(\theta),$$

затем строим график в осях xy. Построим улитку Паскаля

$$r = 1 - 2sin(\theta)$$

(рис. fig. 3.2).

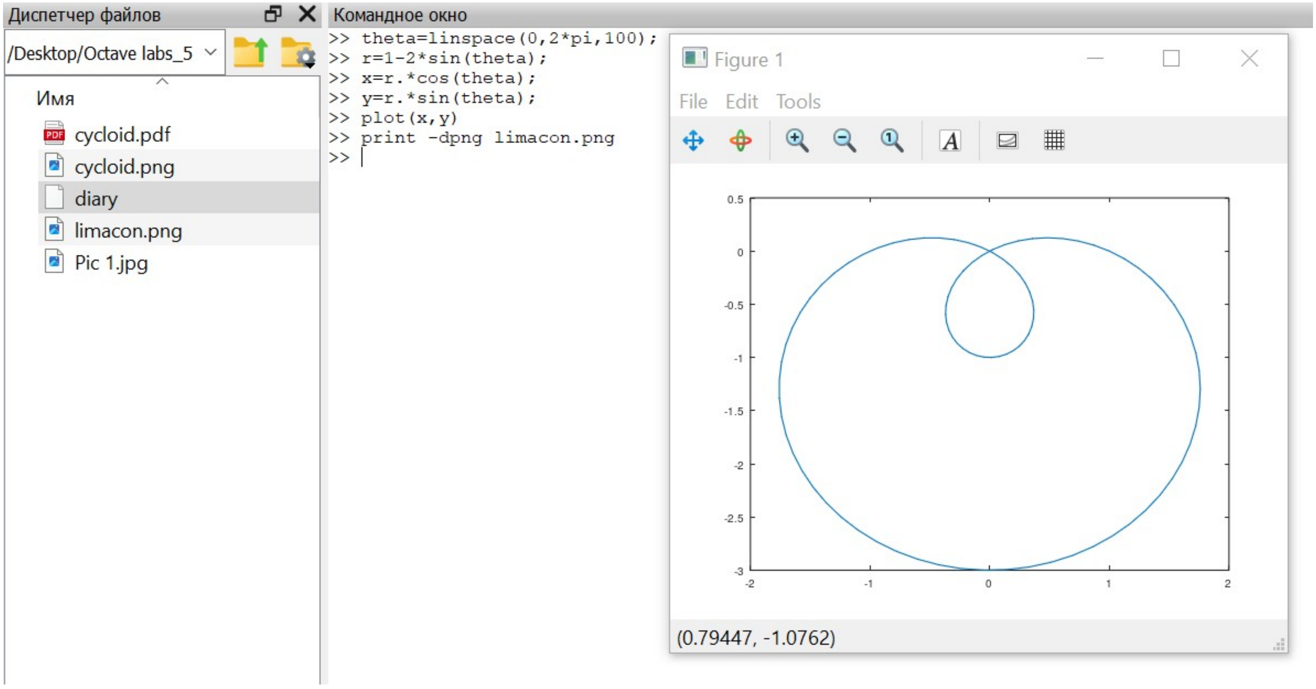

Рис. 3.2: Улитка Паскаля

Построим функцию

$$r = f(\theta)$$

в полярных осях, используя команду polar (рис. fig. 3.3).

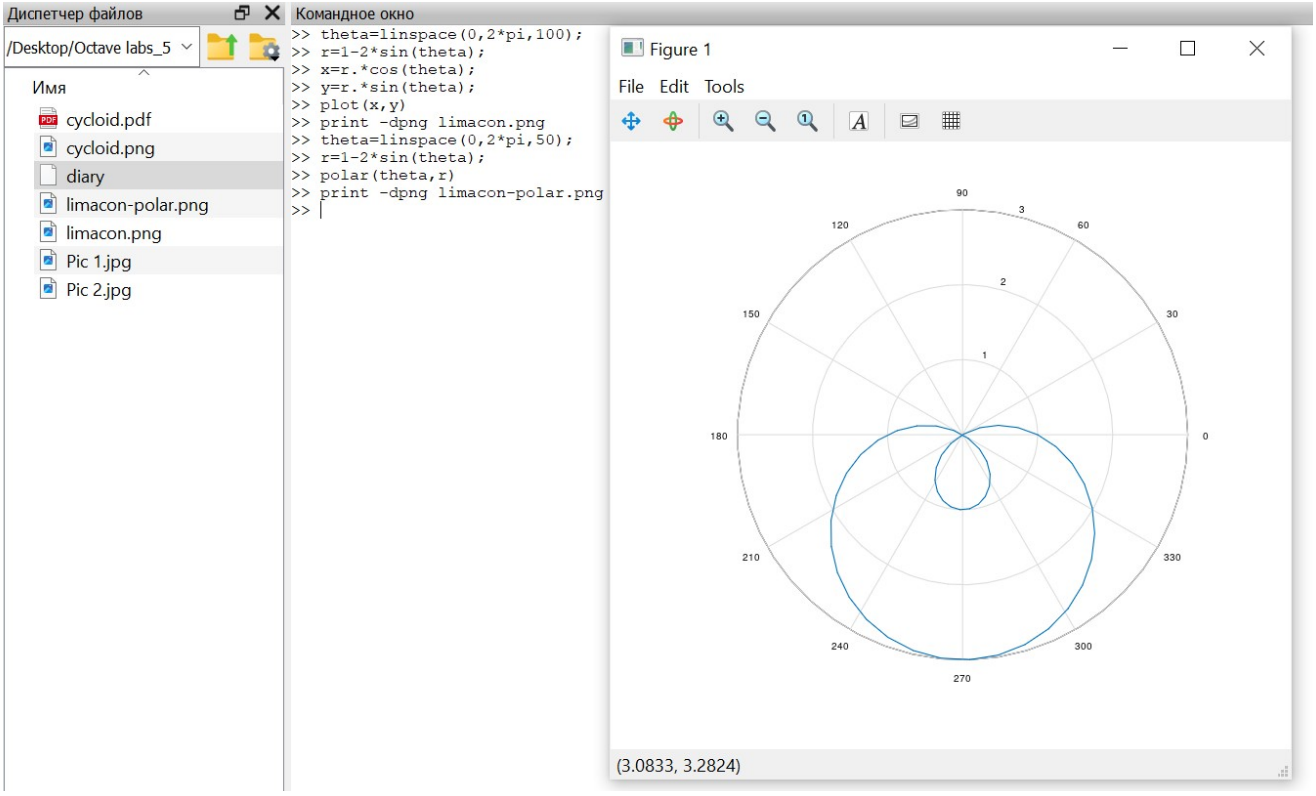

Рис. 3.3: Улитка Паскаля в полярных осях

Теперь необходимо построить функцию, неявно определенную уравнением вида

$$f(x, y) = 0.$$

Для этого применяется команда ezplot. Построим кривую, определяемую уравнением

$$-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1.$$

Чтобы определить функцию в виде $f(x, y) = 0$, вычтем 1 из обеих частей уравнения. Зададим функцию в виде λ-функции и построим график (рис. fig. 3.4).

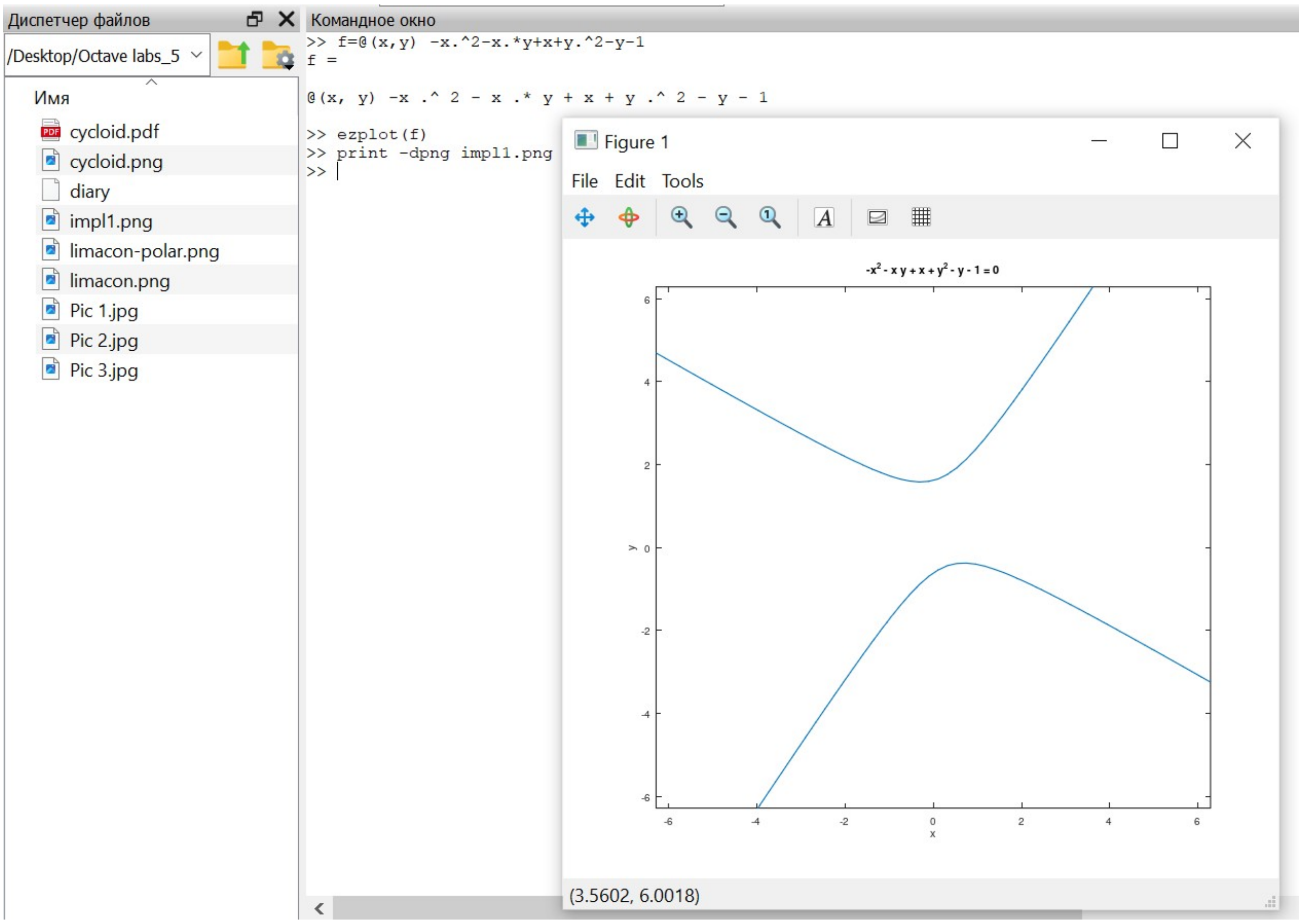

Рис. 3.4: График кривой $-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1$

Найдем уравнение касательной к графику окружности

$$(x-2)^2 + y^2 = 25$$

в точке $(-1, 4)$ и построим график окружности и касательной. Для начала определим круг как функцию вида $f(x, y) = 0$ и зададим функцию в виде λ-функции. Центр круга находится в точке $(2, 0)$, а радиус равен 5. Задаем оси нашего графика так, чтобы они несколько превосходили окружность. Используя правило дифференцирования неявной функции, найдем

$$y' = \frac{2-x}{y}.$$

В точке $(-1, 4)$ имеем

$$y'|_{(-1,4)} = \frac{2-(-1)}{4} = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, уравнение касательной линии будет иметь вид:

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

Построим график (рис. fig. 3.5).

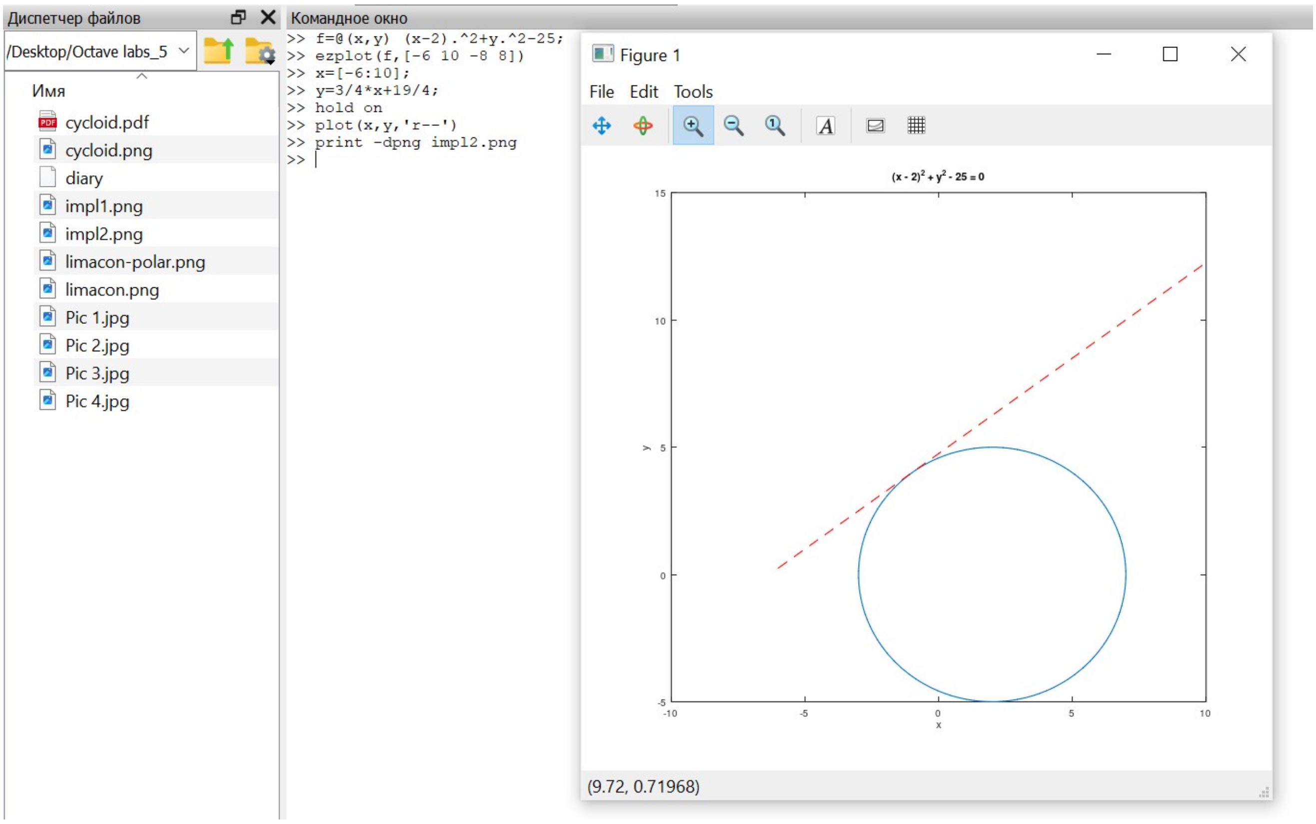

Рис. 3.5: График окружности $(x-2)^2 + y^2 = 25$ и касательной к нему в точке $(-1, 4)$

Пусть $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Выведем основные арифметические операции с этими комплексными числами (рис. fig. 3.6).

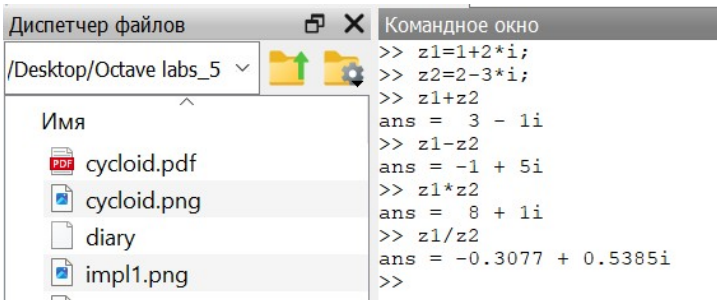

Рис. 3.6: Арифметические операции с комплексными числами

Построим график в комплексной плоскости, используя команду compass. Пусть $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 - 3i$. Построим графики $z_1, z_2, z_1 + z_2, z_1 + z_2 + 2$ (рис. fig. 3.7).

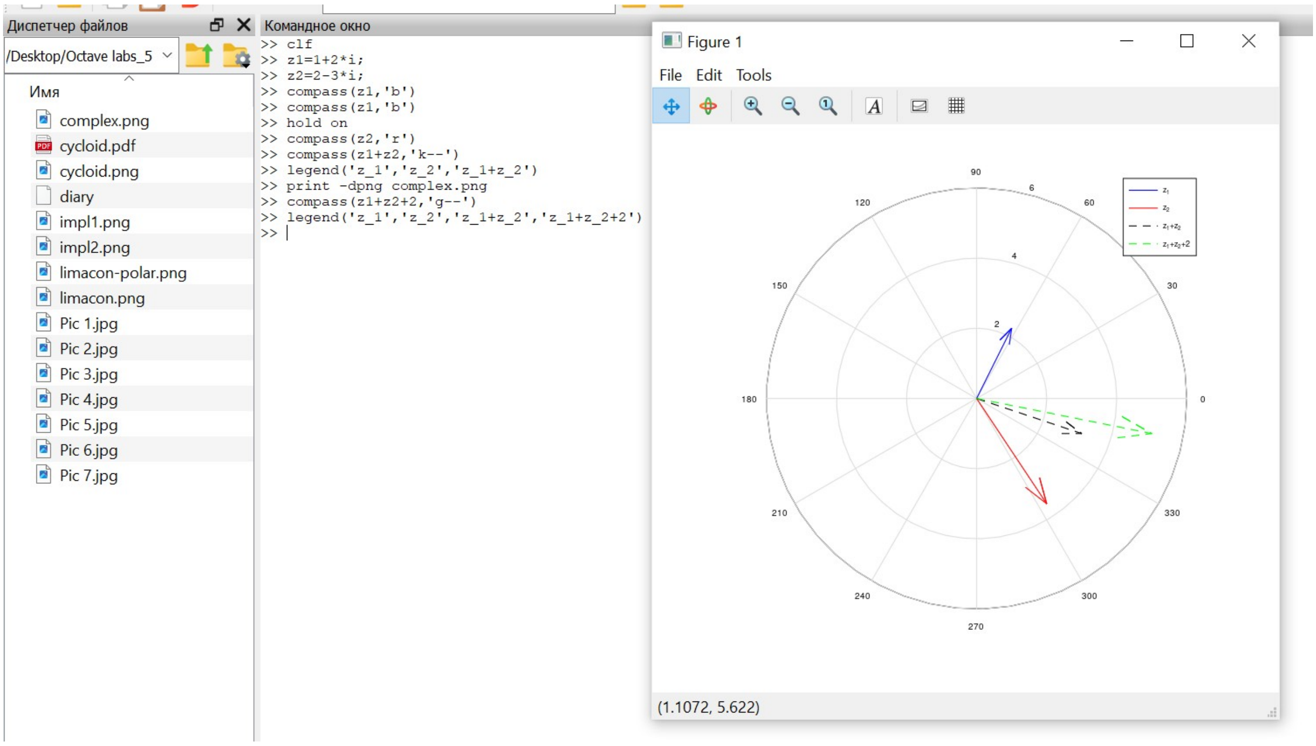

Рис. 3.7: График в комплексной плоскости

Вычислим $\sqrt[3]{-8}$ и проверим ответ. Чтобы вывести просто действительный корень, воспользуемся командой nthroot (рис. fig. 3.8).

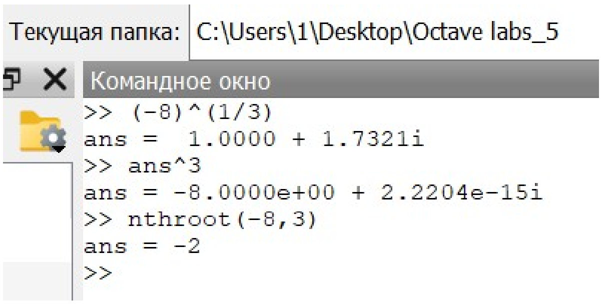

Рис. 3.8: Кубический корень из отрицательного числа

Гамма-функция определяется как

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} \, \mathrm{d}t.$$

Это расширение факториала, так как для натуральных чисел n гамма-функция удовлетворяет соотношению

$$\Gamma(n) = (n-1)!.$$

Построим функции $\Gamma(x+1)$ и $n!$ на одном графике (рис. fig. 3.9).

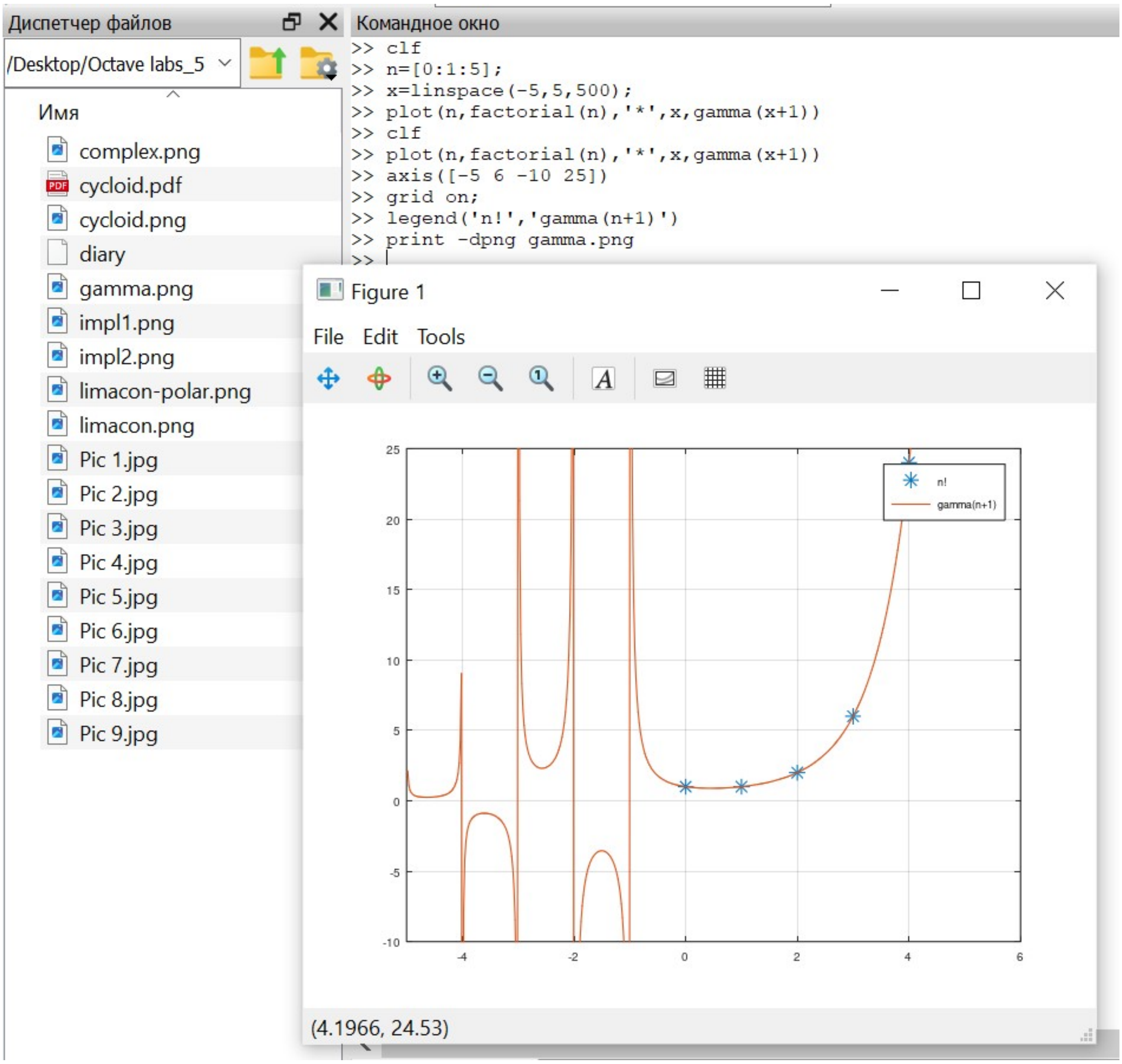

Рис. 3.9: Гамма-функция и факториал

Поскольку вертикальные асимптоты на полученном графике в районе отрицательных чисел не являются истинной частью графика, а являются артефактами вычисления, то для их устранения разделим область значений на отдельные интервалы, что даст более точный график (рис. fig. 3.10).

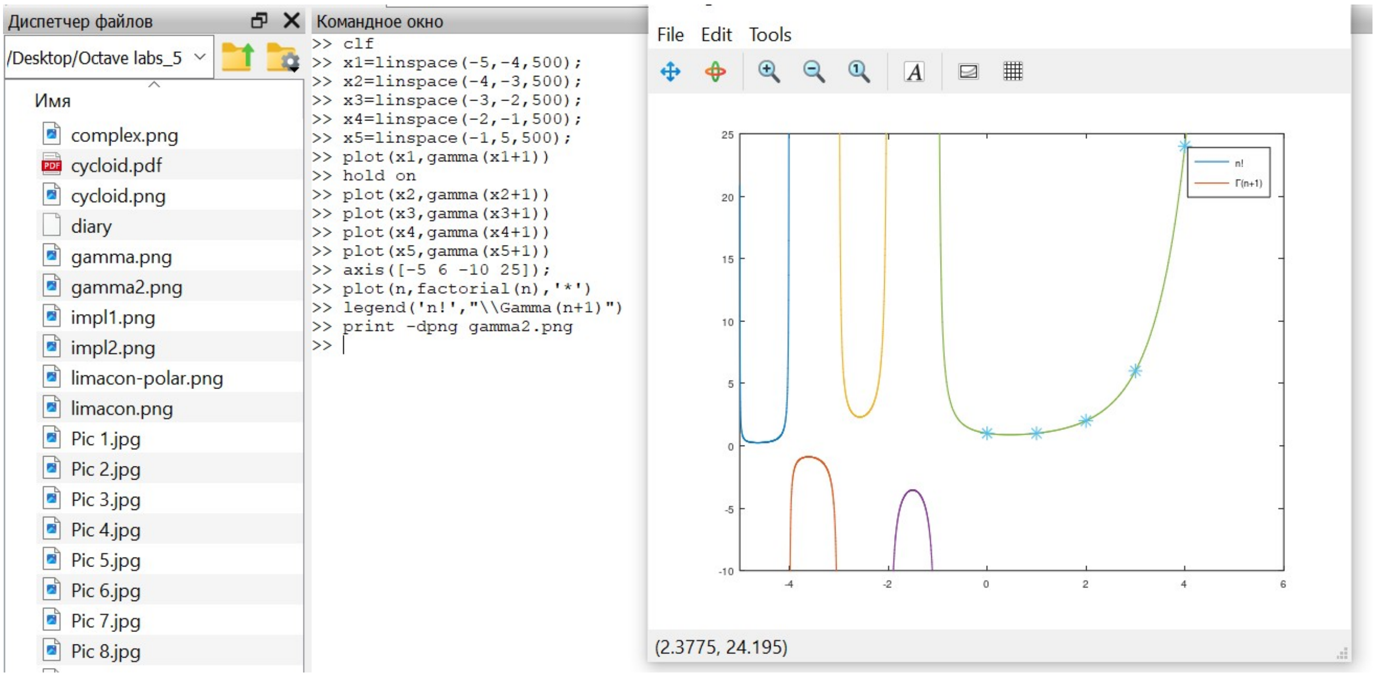

Рис. 3.10: Гамма-функция и факториал (более точный график)

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучила в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

Список литературы