Лабораторная работа №8

Научное программирование

Алексей Бондарь

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Изучить в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).

2 Теоретическое введение

Ненулевой вектор $\vec{u}$, который при умножении на некоторую квадратную матрицу A превращается в самого же себя с числовым коэфиициентом λ, называется **собственным вектором** матрицы A. Число λ называется **собственным значением** или **собственным числом** данной матрицы.

Система называется **цепью Маркова**, если последовательность случайных событий удовлетворяет следующим условиям:

- возможно конечное число состояний,
- через определенные промежутки времени проводится наблюдение и регистрируется состояние системы,
- для каждого состояния задается вероятность перехода в каждое из остальных состояний или вероятность остаться в том же самом состоянии. Существенным предположением является то, что эти вероятности зависят только от текущего состояния.

Для любого начального вектора вероятности x и любого положительного целого числа k вектор вероятности после k периодов времени равен $\vec{y} = T^k\vec{x}$.

Состояние x называется **равновесным**, если $\vec{x} = T\vec{x}$, где T - матрица перехода для цепи Маркова. Равновесное состояние не приводит к изменению состояния в будущем. Каждая цепь Маркова имеет хотя бы одно равновесное состояние.

Пусть T - матрица переходов для цепи Маркова. Тогда $\lambda = 1$ является собственным значением T. Если x является собственным вектором для $\lambda = 1$ с неотрицательными компонентами, сумма которых равна 1, то x является равновесным состоянием для T.

Более подробно см. в [@Octave_1:bash] и [@Octave_2:bash].

3 Выполнение лабораторной работы

Найдем собственные значения и собственные векторы заданной матрицы (рис. fig. 3.1).

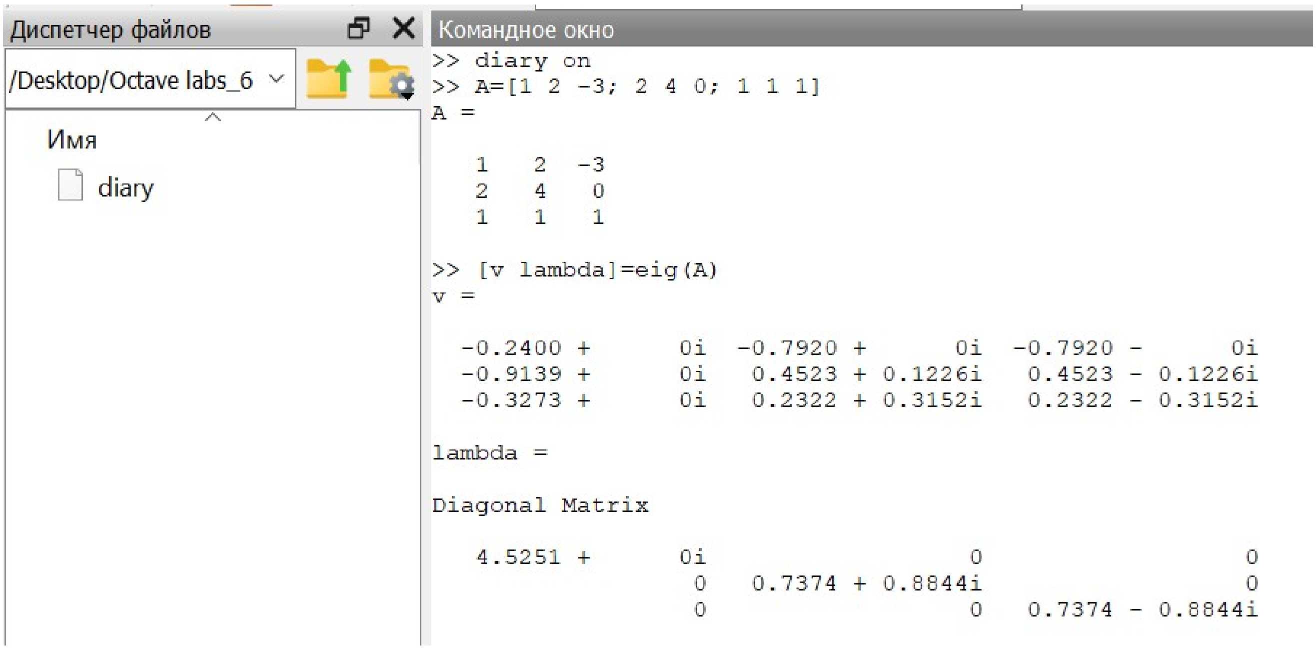

Рис. 3.1: Нахождение собственных значений и векторов матрицы

Получим матрицу с действительными собственными значениями, создав симметричную матрицу путем умножения матрицы A на транспонированную матрицу A (рис. fig. 3.2).

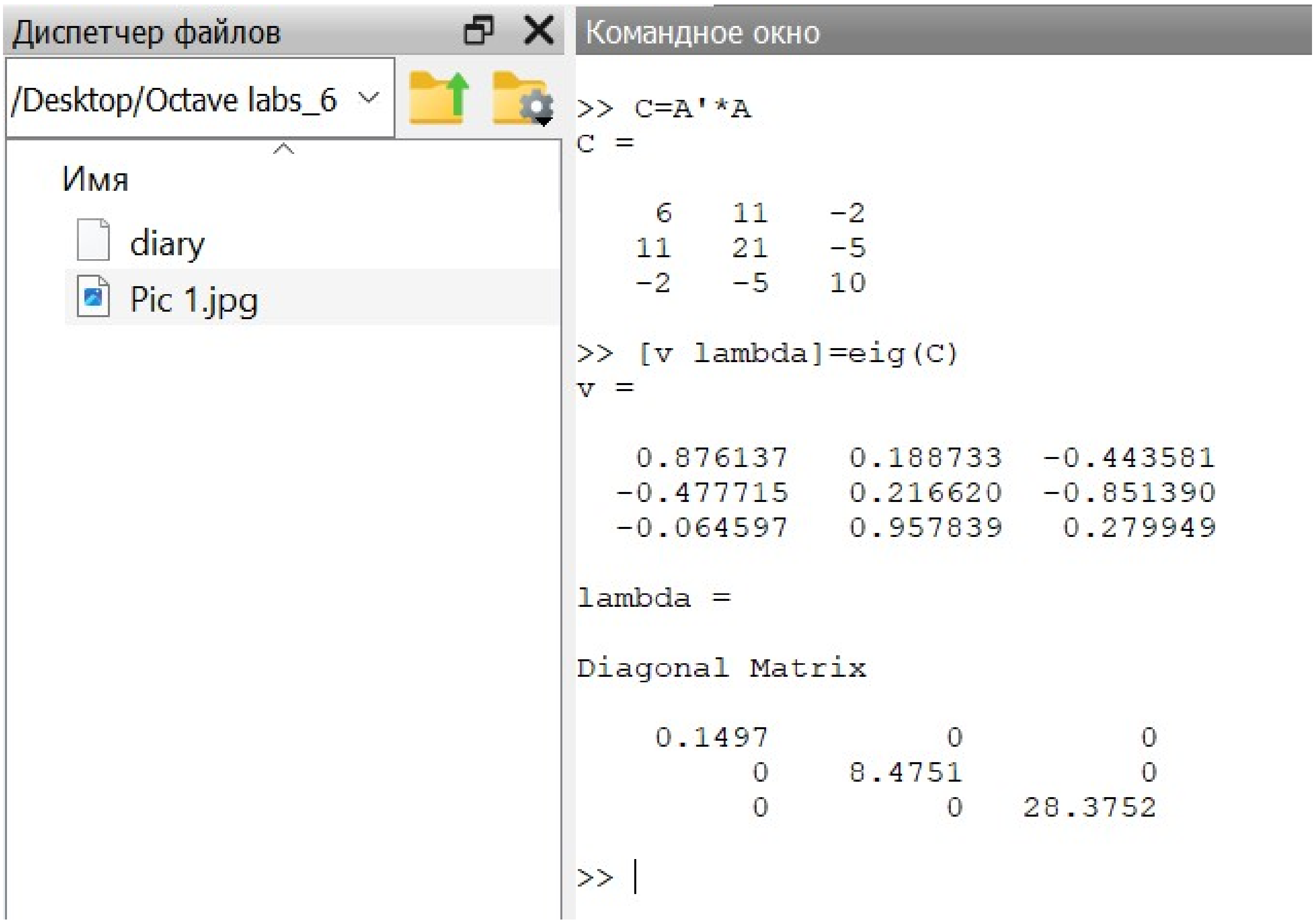

Рис. 3.2: Получение матрицы с действительными собственными значениями

Допустим, что мы случайным образом передвигаемся следующим образом. В состояниях 2, 3 или 4 мы перемещаемся влево или вправо наугад. При достижении конца дороги (состояния 1 или 5) мы останавливаемся. Наша цель - предсказать, где мы окажемся. Для примера случайного блуждания находим вектор вероятности после 5 шагов для каждого из заданных начальных векторов вероятности. Сначала сформируем матрицу переходов. Вероятности будущего состояния вычисляются как $T^k\vec{x}$, где $\vec{x}$ - начальный вектор вероятностей (рис. fig. 3.3) и (рис. fig. 3.4).

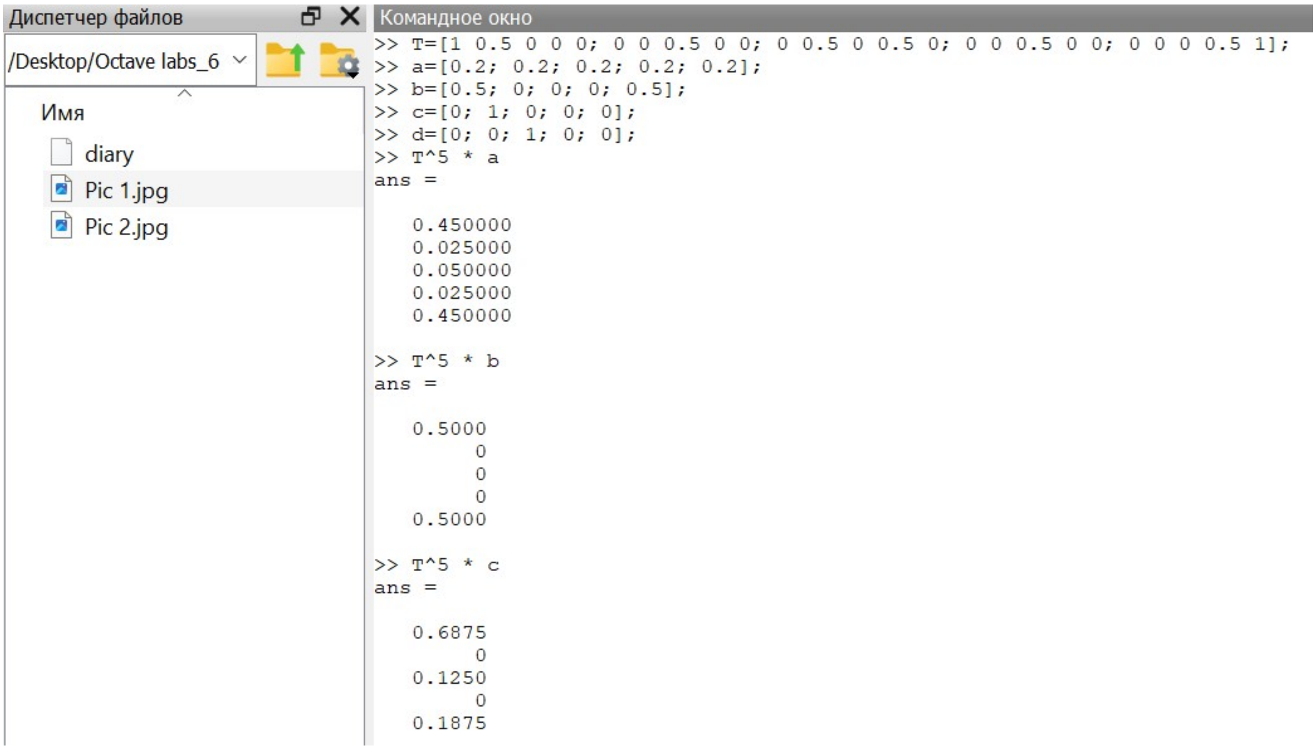

Рис. 3.3: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

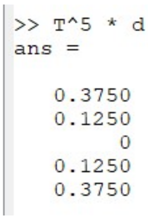

Рис. 3.4: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

Найдем вектор равновесного состояния для цепи Маркова с заданной переходной матрицей (рис. fig. 3.5).

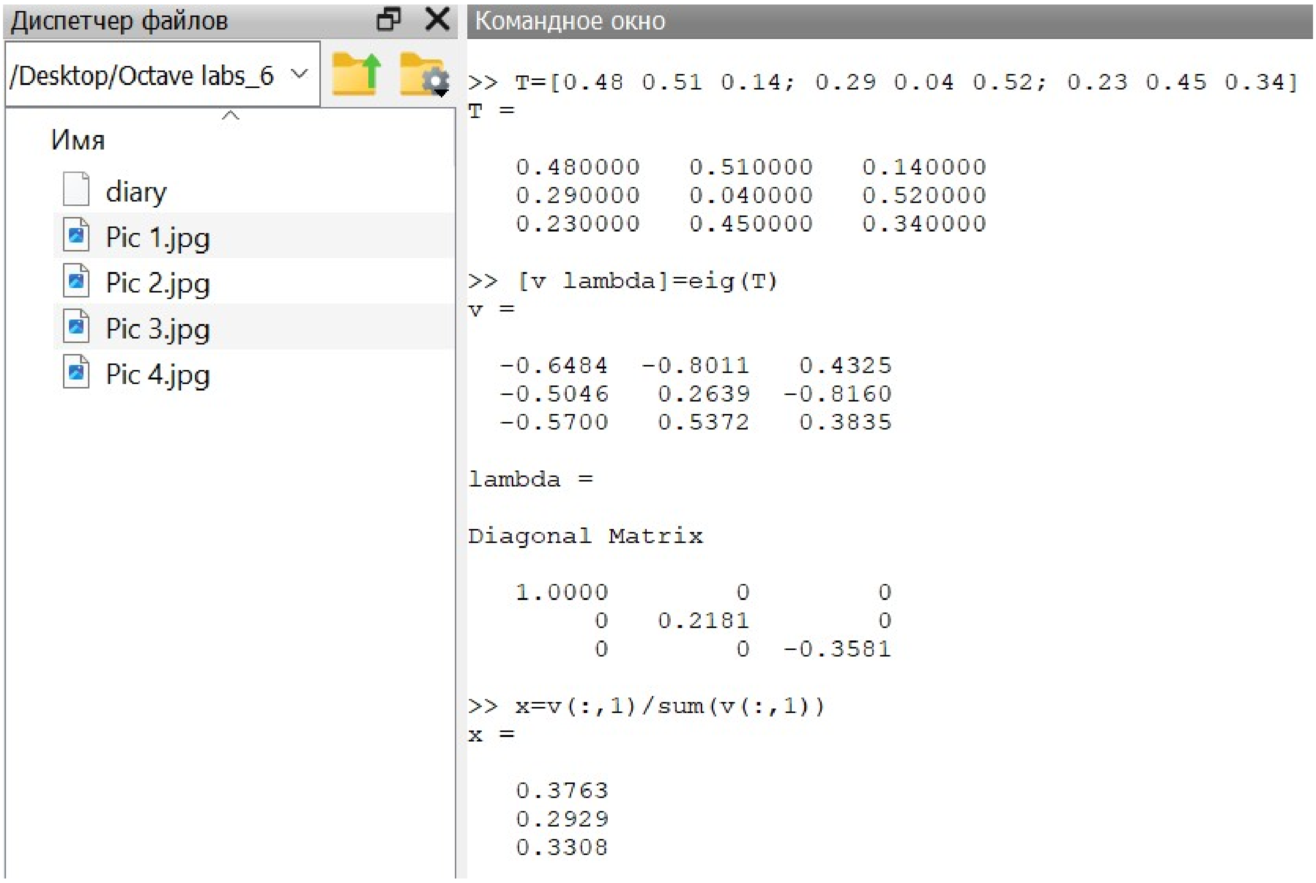

Рис. 3.5: Нахождение вектора равновесного состояния

Проверим правильность полученного результата (рис. fig. 3.6).

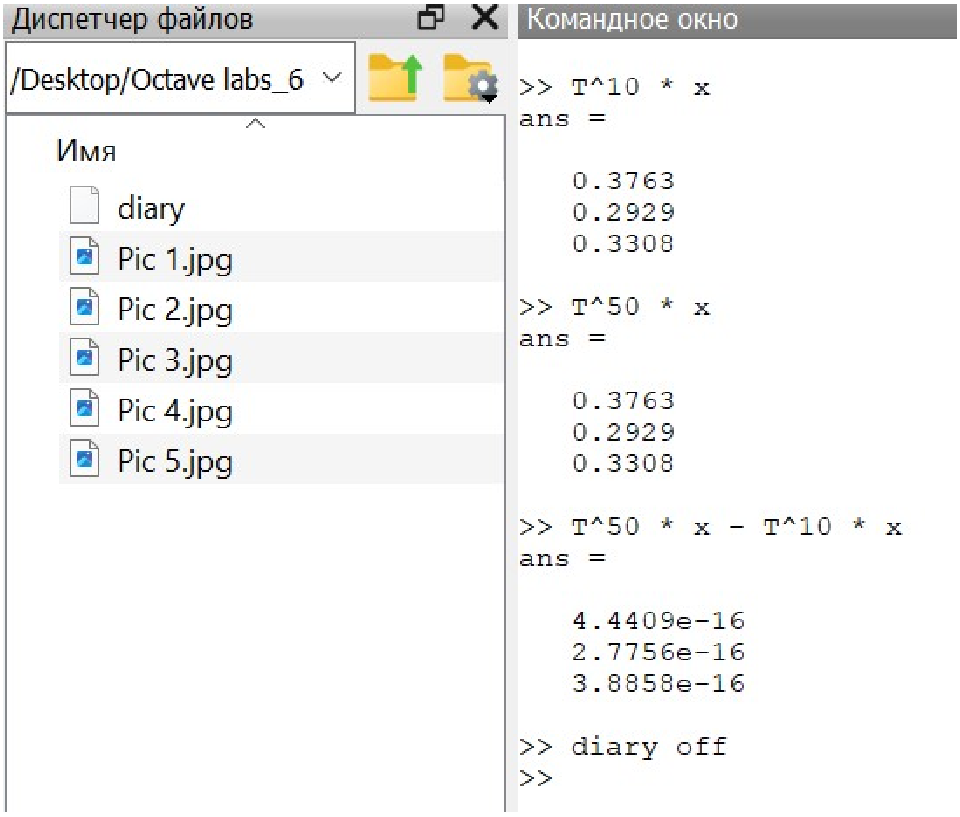

Рис. 3.6: Проверка результата

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).