Лабораторная работа №4

Научное программирование

Алексей Бондарь

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.

# 2 Теоретическое введение

**Метод Гаусса**

Запишем исходную систему

в матричном виде: . Матрица A называется основной матрицей системы, b — столбцом свободных членов. Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса подразделяется на два этапа:

* на первом этапе осуществляется так называемый прямой ход, когда путём элементарных преобразований над строками систему приводят к ступенчатой или треугольной форме, либо устанавливают, что система несовместна;
* на втором этапе осуществляется так называемый обратный ход, суть которого заключается в том, чтобы выразить все получившиеся базисные переменные через небазисные и построить фундаментальную систему решений, либо, если все переменные являются базисными, то выразить в численном виде единственное решение системы линейных уравнений.

Для приведения матрицы к треугольному виду для системы уравнений используют расширенную матрицу.

**LU-разложение**

LU-разложение — это вид факторизации матриц для метода Гаусса. Цель состоит в том, чтобы записать матрицу A в виде , где L — нижняя треугольная матрица, а U — верхняя треугольная матрица. Эта факторизованная форма может быть использована для решения уравнения .

Если известно LU-разложение матрицы A, то исходная система может быть записана как . Эта система может быть решена в два шага. На первом шаге решается система . Поскольку L — нижняя треугольная матрица, эта система решается непосредственно прямой подстановкой. На втором шаге решается система . Поскольку U — верхняя треугольная матрица, эта система решается непосредственно обратной подстановкой.

**LUP-разложение**

Если используются чередования строк, то матрица A умножается на матрицу переста- новок, и разложение принимает форму .

Более подробно см. в [@Gauss:bash] и [@LU:bash].

# 3 Выполнение лабораторной работы

Для системы линейных уравнений:

построим расширенную матрицу вида

.

Рассмотрим ее поэлементно, например, выведем элемент, стоящий на пересечении 2й строки и 3го столбца. Также можем извлечь целый вектор строки или вектор столбца, например, выведем первую строку.

Реализуем явно метод Гаусса. Сначала добавим к третьей строке первую строку, умноженную на −1. Далее добавим к третьей строке вторую строку, умноженную на −1.5. Выведем явно решение системы, а затем воспользуемся встроенной командой. Можем поменять формат вывода значений, чтобы отображалось более пяти десятичных знаков. Затем вернем изначальный формат представления (рис. fig. 1) и (рис. fig. 2).

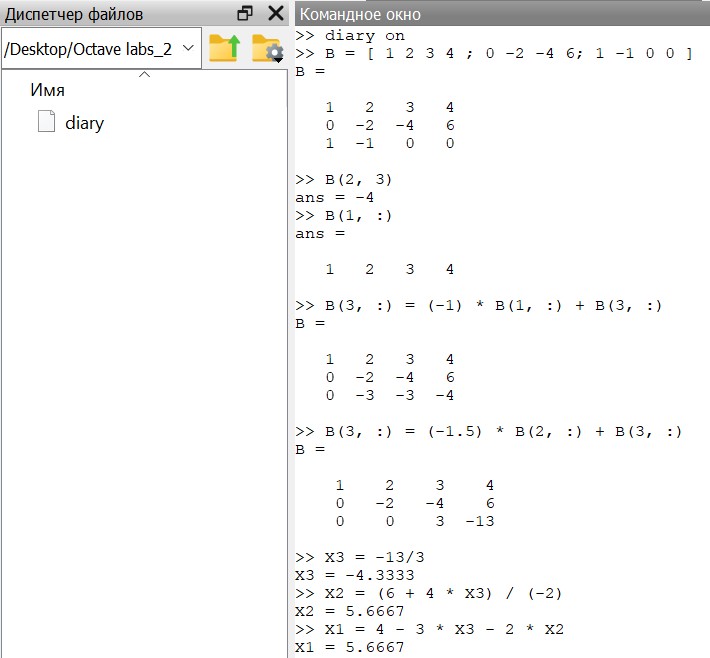


Рис. 1: Метод Гаусса

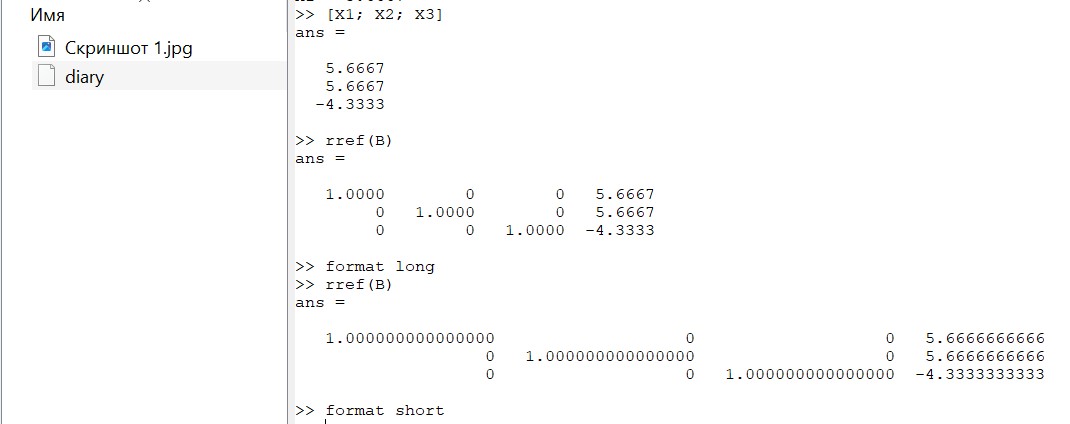


Рис. 2: Метод Гаусса

Встроенная операция для решения линейных систем вида в Octave называется левым делением и записывается как . Это концептуально эквивалентно выражению . Выделим из расширенной матрицы B матрицу A и вектор . После чего найдем вектор (рис. fig. 3).

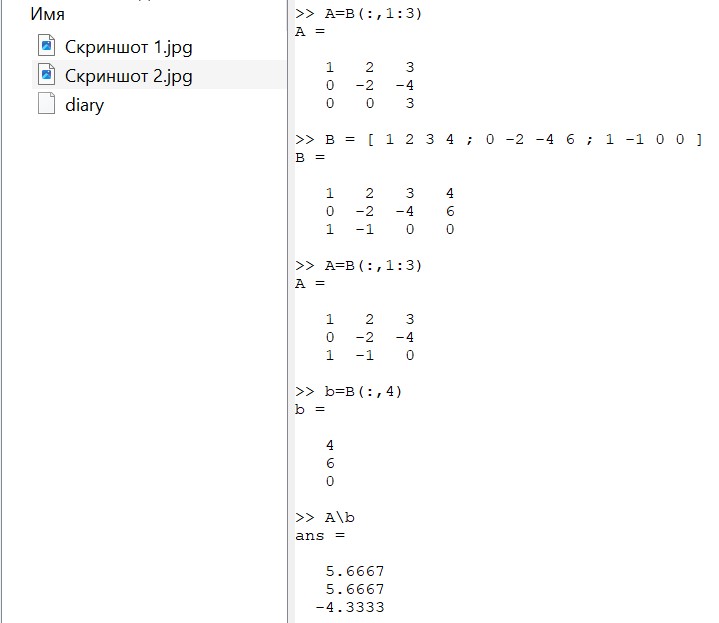


Рис. 3: Левое деление

Пусть дана матрица:

С помощью Octave распишем её LU-разложение и найдем вектор (рис. fig. 4).

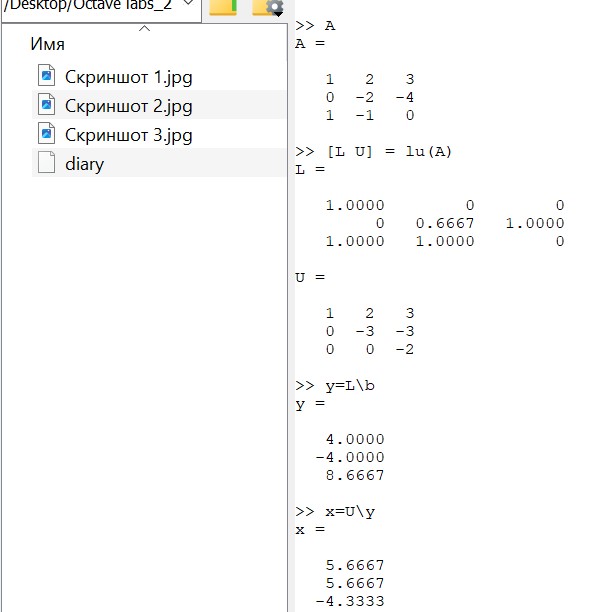


Рис. 4: LU-разложение

Для этой же матрицы A распишем LUP-разложение (рис. fig. 5).

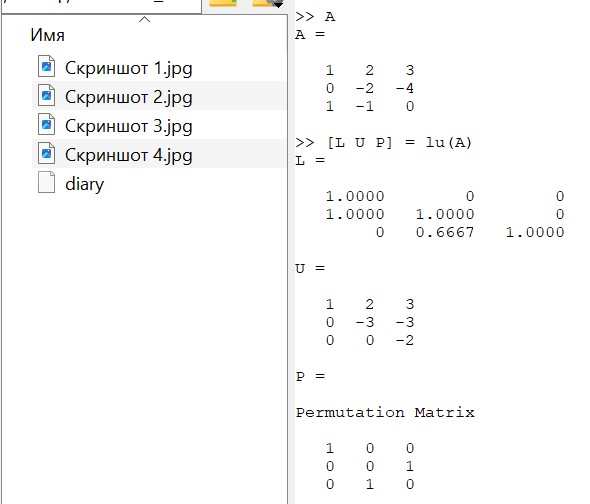


Рис. 5: LUP-разложение

# 4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.