

Etude comparative de différents motifs utilisés pour le lancé de rayon

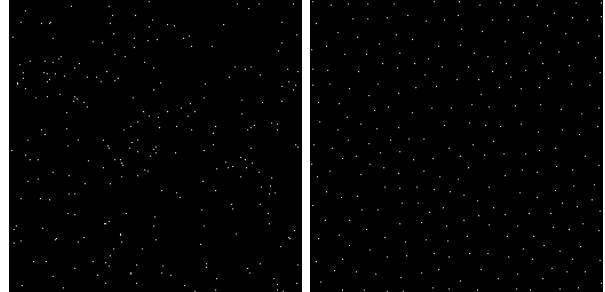
Alexandre Bonhomme

Université de Montréal

I Introduction

Au cours des dernières années les processeurs ont vu leurs capacités de calcul se démultiplier à travers l'augmentation du nombre de coeurs qui les composent. Grâce à cette démocratisation du parallélisme l'intégration de Monte Carlo (MC), qui était auparavant essentiellement "théorique" car demandant un temps de calcul très long, est revenue au goût du jour. En effet celle-ci se prête très bien au parallélisme, car chaque rayon peut être calculé indépendamment des autres et par extension la couleur de chaque pixel également.

Cependant, malgré la parallélisation de la méthode de MC celle-ci garde un temps de convergence relativement long. L'objectif de cette étude s'inscrit dans la même lignée que l'article de Ramamoorthi et al. [6] *A Theory of Monte Carlo Visibility Sampling* et a pour objectif de comparer l'efficacité de plusieurs motifs d'échantillonage dans plusieurs cas de figure.



(a) Pseudo aléatoire pur (b) Disque de poisson

Figure 1 – Comparaison des motifs

Cependant, ce motif est connu pour avoir un temps de calcul très long. En effet l'implémentation naïve consiste à vérifier pour chaque nouveau pixel s'il respecte la condition de distance avec tous les autres pixels précédemment générés. Ce qui induit une complexité de calcul de l'ordre de $O(N^2)$, déterminée par la suite arithmétique suivante :

$$u_{n+1} = u_n + 1$$

on en déduit pour N échantillons

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^N u_p &= \frac{(N+1)}{2}(u_0 + u_N) \\ &= \frac{(N+1)}{2}(N-1) \\ &\approx N^2 \end{aligned}$$

avec $u_0 = 0$ car on ne fait aucune comparaison lors de la génération du premier échantillon et $u_n = N-1$ car chaque nouvel échantillon doit être comparé à tous les autres soit $N-1$.

2 Implémentation du disque de Poisson 2D

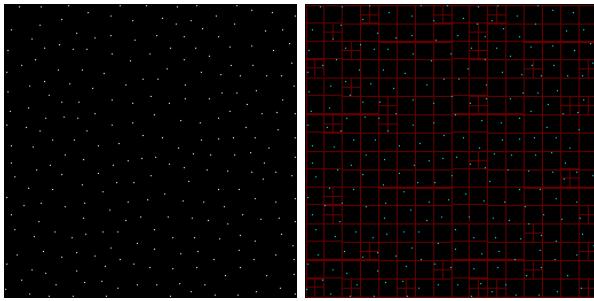
Le disque de poisson (Figure 1b) fait partie des motifs disponibles pour l'intégration de Monte Carlo (MC). Il a la particularité de fournir des échantillons générés aléatoirement mais respectants une distance minimum entre eux. Ce motif est particulièrement intéressant pour l'antialiasage, car il possède les propriétés spectrales d'un bruit bleu. C'est-à-dire que sa réponse fréquentielle est très proche d'un filtre passe bas. Le disque de Poisson permet donc d'atténuer les hautes fréquences tout en ajoutant un bruit non corrélé de faible puissance qui est théoriquement moins perceptible pour le système visuel humain (c'est ce que je tenterai de déterminer durant cette étude comparative).

2.1 Implémentation par arbre quadrinaire

Il est évident que l'implémentation précédemment exposée n'est pas viable à cause de sa complexité. Il est cependant possible de réduire grandement le temps de calcul d'un motif de Poisson en limitant le champ recherche autour des nouveaux échantillons. Par exemple, si l'on veut générer un disque de Poisson avec des échantillons espacés au minimum d'une distance r il suffit de vérifier la présence d'échantillon dans le

disque de rayon r et ayant pour centre les coordonnées du nouvel échantillon.

L'utilisation d'un arbre quaternaire ou *quadtree* (cf. Figure 2) afin de découper l'espace deux dimensions est alors tout à fait adaptée, pour limiter la zone de recherche, comme le proposent Gamito et al. [5] dans leur article *Accurate multidimensional Poisson-disk sampling*. Cependant, contrairement à Gamito et al., qui travaillent à partir d'un rayon r donné pour produire un nombre variable d'échantillons, on cherche à maximiser le rayon r pour un nombre de points fixé N .



(a) Disque de poisson par quadtree (b) Visualisation du quadtree

Figure 2 – Génération de 256 échantillons par quadtree

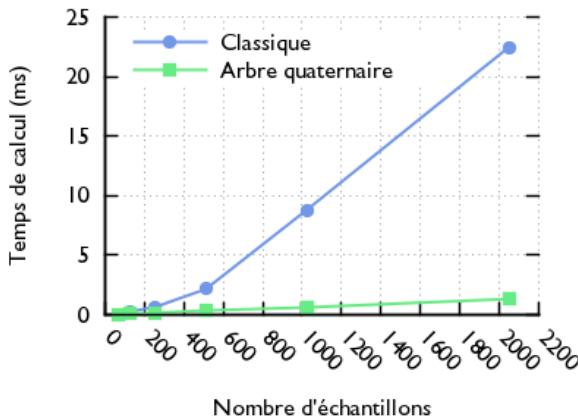


Figure 3 – Temps de calcul du motif : Disque de Poisson

Il est cependant impossible de déterminer à l'avance la taille optimale du rayon r car suivant la position des premiers échantillons générés il peut que le r initial soit trop grand (c'est le cas dans la majorité des générations). On se retrouve alors dans l'impossibilité de respecter cette condition de distance ce qui provoquera une boucle infini dans l'algorithme. Sawicki A. [4] propose, dans sa thèse, une réduction automatique de rayon après un nombre maximal d'essais défini au préalable. Cette solution a le mérite de résoudre le problème, mais elle ralentit la production des échantillons. J'ai malheureusement du m'en contenter faute de n'avoir trouvé meilleure solution à ce problème complexe. L'utilisation d'un quadtree permet

Algorithme 1 : Génération du disque de poisson

Entrées : N

Output : samplesArray

$\text{TRY_LIMIT} \leftarrow 100;$
 $\text{FACTOR} \leftarrow 0.75;$

$r \leftarrow \frac{1}{\sqrt{N}}$; // Rayon initial

$\text{sample} \leftarrow \text{random}()$; // Échantillon initial

$\text{samplesArray}[0] \leftarrow \text{sample};$

$\text{tree} \leftarrow \text{sample};$ // Ajout de l'échantillon à l'arbre

pour $i \leftarrow 1$ à N **faire**

$\text{tries} \leftarrow 0$; // Nombre d'essais avant réduction du rayon

tant que $\text{dist_ok} \neq \text{vrai}$ **faire**

si $\text{tries} > \text{TRY_LIMIT}$ **alors**
 $\quad r \leftarrow r \times \text{FACTOR};$ // Diminution du rayon
 $\quad \text{tries} \leftarrow 0;$

sinon

$\text{sample} \leftarrow \text{random}()$; // Nouvel échantillon

fin

 // Vérification de la présence d'un échantillon

 // dans un voisinage r
 $\text{dist_ok} \leftarrow \text{vrai};$

si $\text{bNNSearch}(N, r) = \text{vrai}$ **alors**
 $\quad \text{dist_ok} \leftarrow \text{faux};$
 $\quad \text{tries} \leftarrow \text{tries} + 1;$

fin

 // Échantillon valide

$\text{samplesArray}[i] \leftarrow \text{sample};$

$\text{tree} \leftarrow \text{sample};$ // Ajout de l'échantillon à l'arbre

fin

retourner samplesArray

alors de d'obtenir une complexité de recherche de l'ordre de $O(\log N)$. Ce qui est largement plus acceptable bien que supérieur au $O(N)$ produit par un échantillonnage aléatoire ou stratifié.

De plus cette technique est facilement transposable à la production d'échantillons 3D en substituant à l'arbre quaternaire un arbre de type *Octree*.

*Note : Dans l'implémentation utilisée pour les comparatifs, la production d'échantillons 1D est effectué grâce à un arbre binaire coloré (conteneur *set* de la librairie standard *STL*) qui permet un temps de recherche de l'ordre de $O(\log N)$.*

3 Comparaison des différents motifs

Afin de comparer les différents motifs et de tenter de déterminer si il y a un avantage à en utiliser un en particulier. J'ai choisi de confronter les résultats de convergence théorique avec les résultats issu de la perception visuel de plusieurs sujets issues de différents domaines.

3.1 Résultats théoriques

Le critère retenu pour calculer la vitesse de converge est l'erreure quadratique (1) entre l'image de référence (issu d'un échantillonage de MC pur) et les images générées avec les motifs étudiées.

$$RMS_{err} = \left(\frac{1}{H \times W} \sum_{j=1}^H \sum_{i=1}^W |I_r(i, j, 0) - I(i, j, 0)|^2 + |I_r(i, j, 1) - I(i, j, 1)|^2 + |I_r(i, j, 2) - I(i, j, 2)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

avec H et W respectivement la hauteur et la largeur de l'image, I_r l'image de référence et I l'image de test. RMS_{err} représente le pourcentage d'erreur de l'image de test par rapport à l'image de référence.

Les mesures ont été effectuées sur diverses techniques de rendu grâce à plusieurs scènes appropriées. Les motifs évalués sont les suivants :

- Aléatoire pur (a.k.a Indépendant)
- Stratifié
- Disque de Poisson

Plusieurs rendus ont été effectués sur chaque scène avec un nombre d'échantillons croissant.

3.1.1 Path tracing

Le premier type de rendu, *Path tracing*, est une intégration de MC classique. Les mesures pour ce rendu ont été effectuées sur la célèbre scène *Cornell Box*.

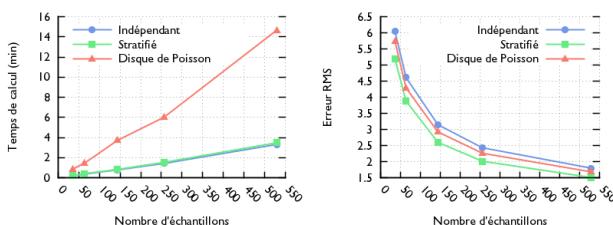


Figure 4 – Mesures : Cornell Box

Comme on peut le constater sur la Figure 4 l'avantage est clairement au motif stratifié et le motif de poisson est totalement hors course à cause donc son temps de calcul excessif et de sa vitesse de convergence plus faible.

3.1.2 Path tracing bidirectionnel

Pour le second type de rendu, *Path tracing bidirectionnel*, deux scènes on été utilisées. La première est une scène d'Eric Veach possèdent une caustique et la deuxième est une scène realivement grande et réalisé par Johnathan Good, ce qui permet d'observer un effet de profondeur de champ.

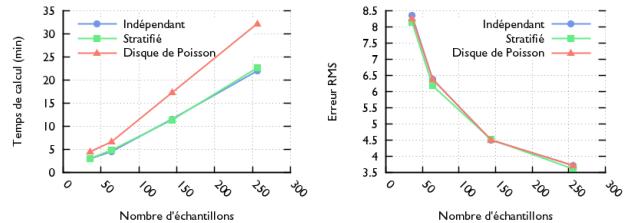


Figure 5 – Mesures : Veach Bi.

Avec cette technique de rendu les résultats sont plus mitigés. Dans la Figure 5 par exemple il apparaît clairement que le disque de Poisson conserve son retard du à sa complexité de calcul, mais en revanche il n'en est rien concernant la vitesse de convergence et même si l'on pourrait donner un léger avantage au motif stratifié, les trois motifs se valent.

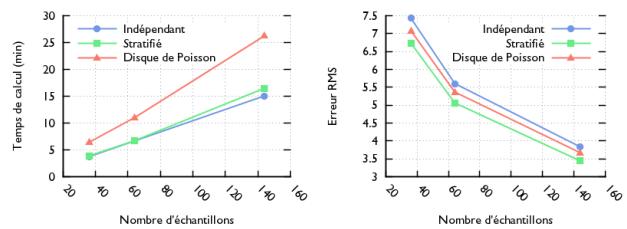


Figure 6 – Mesures : Italian City

Pour la scène *Italian City* c'est à nouveau le motif stratifié qui prend le dessus.

3.1.3 Illumination direct

J'ai aussi effectué des mesures sur un autre type de rendu qui est l'Illumination direct. La scène utilisée est également d'Eric Veach et est composée de quatre lumières de tailles différentes.

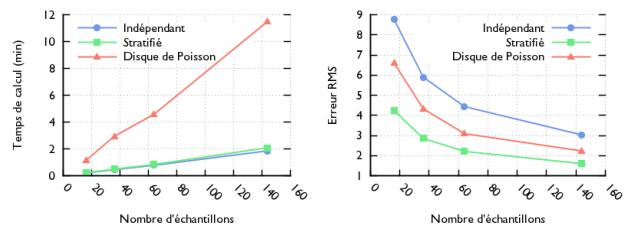


Figure 7 – Mesures : Veach Mi.

Pour ce type de rendu le jugement est sans appel, c'est clairement le motif Stratifié qui l'emporte dans

tous les domaines et même si le disque de Poisson s'en sort mieux que l'indépendant au niveau de la convergence son temps de calcul lui fait à nouveau défaut.

3.2 Résultats perceptifs

Pour cet aspect de l'étude j'ai demandé à plusieurs personnes issus de différents domaines d'estimer la qualité sur certaines zones d'une image. Pour ce faire j'ai construit plusieurs jeux de tests (cf. Table 1) composés de trois images aléatoirement ordonnées issus de rendus obtenue grâce aux différents motifs de l'étude. Toutes les images qui composent les jeux de test ont été obtenues avec 64 échantillons par pixels. Les trois premières images confrontent différentes ombres douces et le quatrième met en avant l'effet de profondeur de champs.

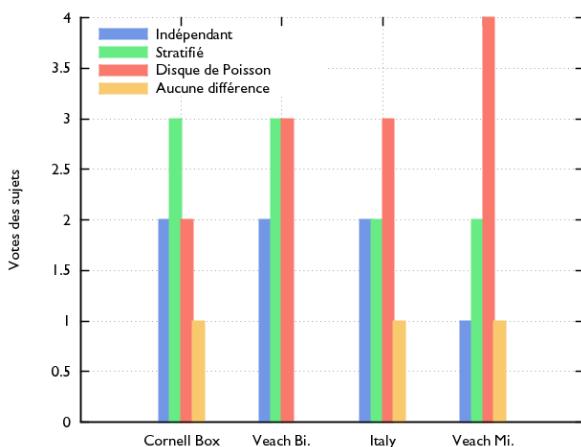


Figure 8 – Évaluation qualitative des différents motifs par un panel de huit volontaires.

Bien évidemment l'analyse des résultats de la Figure 8 est tout à fait relative. Le nombre de sujets étant bien trop faible pour en faire une étude statistique. Cependant, cela permet de confirmer certaines tendances.

On observe par exemple pour la scène *Cornell Box* que le stratifié l'emporte qu'une courte tête devant les deux autres motifs à l'image de la Figure 4 qui met en avant une convergence légèrement plus rapide en faveur de celui-ci. Même constat pour la scène *Veach Bi.* avec des résultats très serrés.

Concernant *Italian City* c'est le motif de Poisson qui semble prendre sortir du lot. D'après les commentaires des personnes interrogées le flou engendré par la profondeur de champs semble plus «proche de la réalité». En revanche, le motif de Poisson prend une nette avance durant le rendu par Illumination directe malgré une convergence plus faible comme l'illustre la Figure 7. Comme on peut constater sur la deuxième ligne de la Table 1 que le motif disque de Poisson semble produire une ombre plus douce.

Je n'ai malheureusement pas eu le temps de rassembler suffisement d'avis concernant dernier jeu de test

qui met en avant une caustique. Mais parmi les sujets interrogés la tendance serait plutôt pour le motif de Poisson puis le stratifié.

4 Conclusion

A travers cette étude on peut s'apercevoir que les nuances engendrées par les différents motifs sont très faibles, voir parfois imperceptibles comme en témoigne la Figure 8. Dans la plupart des cas il est donc plus judicieux d'utiliser le motif ayant la complexité de calcul la plus faible. Dans les divers types de rendus étudié il est clair que le motif stratifié est le plus approprié dans la majorité des cas.

Cependant, il est intéressant d'observer que dans le cas de l'illumination directe le disque de Poisson semble fournir de bons résultats avec des ombres plus «douces» que les autres motifs. Ceci pourrait éventuellement être le sujet d'une analyse plus approfondie.

Malheureusement, le disque de Poisson reste un motif complexe à générer efficacement. Et même si la technique énoncée dans la première de ce document permet de réduire grandement le temps de calcul sa complexité reste de l'ordre de $O(\log N)$, ce qui n'est pas négligeable sur un grand nombre de rayons. C'est donc un point qu'il faudrait revoir pour trouver une implémentation plus performante qui rendrait ce motif plus intéressante et envisageable dans certains cas.

Références

- [1] SHIRLEY P., *Discrepancy as a quality measure for sample distributions*. Proceedings of Eurographics '91, 1991.
- [2] DOBKIN D. P., MITCHELL D. P., *Random-Edge Discrepancy of Super-sampling Patterns*, Proc. Graphics Interface '93, 1993.
- [3] DOBKIN D. P., EPPSTEIN D. AND MITCHELL D. P., *Computing the Discrepancy with Applications to Supersampling Patterns*. Princeton University, University of California, Irvine, 1996.
- [4] SAWICKI A., *Architecture and Implementation of 3D Graphics Engine*. 2008.
- [5] GAMITO M. G., AND MADDOCK S. C., *Accurate multidimensional Poisson-disk sampling*. ACM Transactions on Graphics, 2009.
- [6] RAMAMOORTHI R., ANDERSON J., MEYER M. AND NOWROUZEZAHRAI D., *A Theory of Monte Carlo Visibility Sampling*. ACM Transactions on Graphics, 2012.
- [7] WENZEL J., *Mitsuba renderer*, <http://www.mitsuba-renderer.org>, 2010.

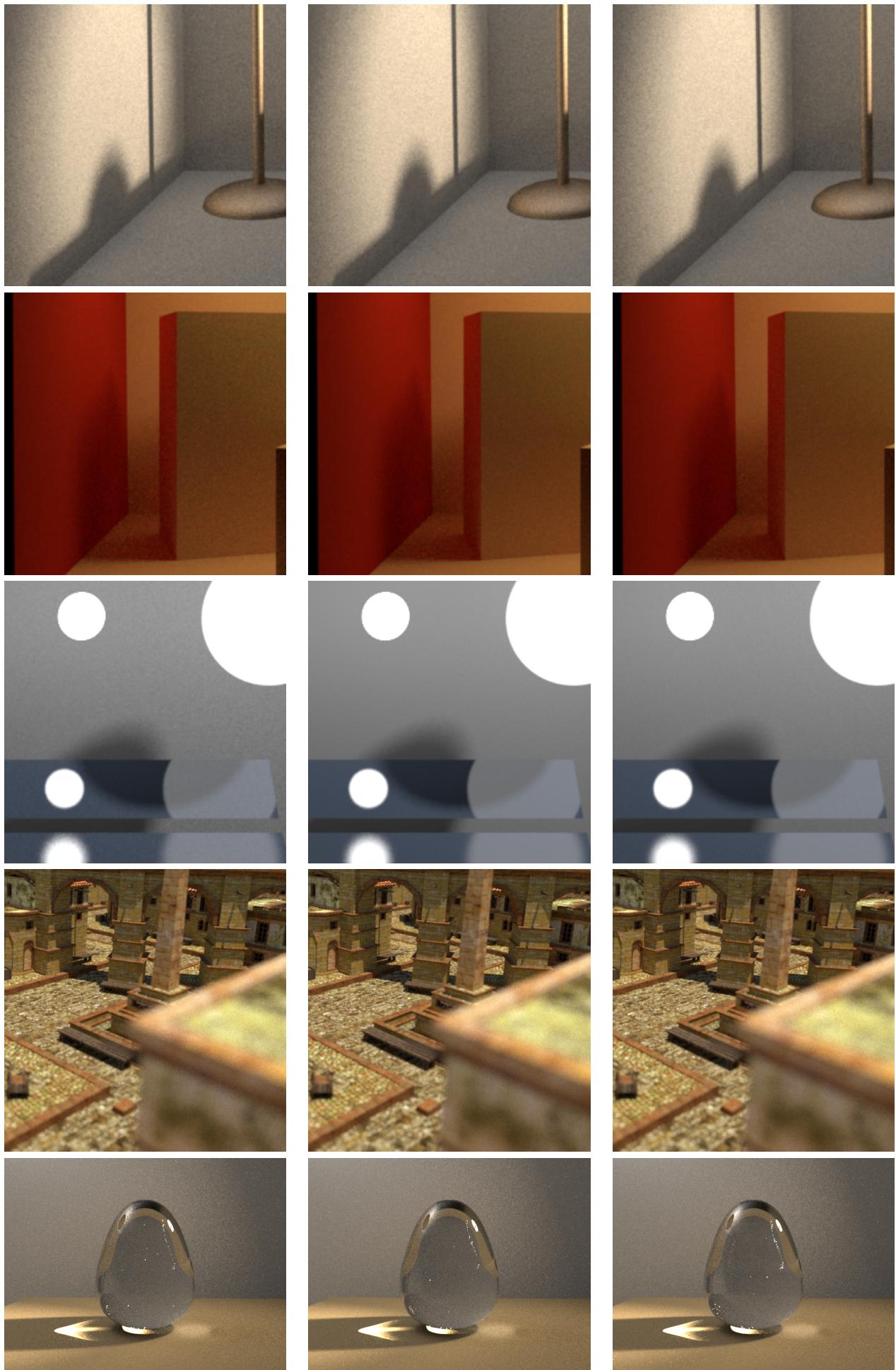


Table 1 – Jeux de tests utilisés (Indépendant, Stratifié et disque de Poisson)