

10.2 TIPI DI URTI

Studiamo il caso generico:



$$\vec{F}^{(e)} = 0 \rightarrow \vec{P} \text{ const}$$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} = (m_1 + m_2) \vec{v}_{cm}$$

$$\vec{I}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{12} dt = \vec{P}_{1f} - \vec{P}_{1i}$$

$$\vec{I}_2 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{21} dt = \vec{P}_{2f} - \vec{P}_{2i}$$

Se \vec{F}^E non è nulla ma non è impulsiva:

$$\vec{I}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{12} + \vec{F}_1^{(e)} dt \approx \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{12} dt; \quad \vec{I}_2 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{21} + \vec{F}_2^{(e)} dt \approx \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{21} dt$$

$\vec{F}_1^{(e)} \ll \vec{F}_{12}$

Noi trattiamo il caso unidimensionale, riducendo l'equazione a $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$. Ci serve un'altra condizione sulle velocità per poter risolvere la nostra equazione.

Studiamo l'energia cinetica del sistema, possiamo trovare due tipi di urti:

1) **URTO ELASTICO**: l'energia cinetica del sistema si conserva

2) **URTO ANELASTICO**: l'energia cinetica del sistema non si conserva

La variazione di energia cinetica risulta uguale al lavoro delle forze interne non conservative. Se consideriamo un istante prima e uno dopo l'urto la posizione non varia tra i due e quindi le forze interne conservative non compiono lavoro. Le forze esterne sono totalmente trascurabili in quanto hanno modulo molto più piccolo dell'impulso.

10.3 URTO ELASTICO

Poiché l'energia cinetica si conserva, allora:

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \quad \begin{cases} m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \\ m_1 (v_{1i} + v_{1f})(v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} + v_{2i})(v_{2f} - v_{2i}) \end{cases}$$

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \rightarrow v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} v_{1f} = \frac{2m_2 v_{2i} + (m_1 - m_2) v_{1i}}{m_1 + m_2} \\ v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1) v_{2i}}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

10.3.1 CASI PARTICOLARI

$$- m_1 = m_2: \quad \begin{cases} v_{1f} = v_{2i} \\ v_{2f} = v_{1i} \end{cases} \quad - v_{2i} = 0: \quad \begin{cases} v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2) v_{1i}}{m_1 + m_2} \\ v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

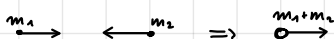
$$- m_1 \gg m_2: \quad \begin{cases} v_{1f} = v_{1i} \\ v_{2f} = 2v_{1i} \end{cases} \quad - m_1 \ll m_2: \quad \begin{cases} v_{1f} = -v_{1i} \\ v_{2f} = \frac{2m_1}{m_2} v_{1i} \approx 0 \end{cases}$$

$v_{2i} = 0$

10.4 URTO PERFETTAMENTE ANELASTICO

Si dice che un urto è perfettamente anelastico se i due corpi rimangono uniti dopo l'urto. Dimostriamo che ciò implica la massima perdita di energia possibile:

$$E_c = E_{ci} = E_{cf} \xrightarrow{\text{DOPO URTO}} E_c = E_{cf} = E_{cm} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{cm}^2$$



massima perdita perché \vec{v}_{cm} è costante, quindi è impossibile che si annulli