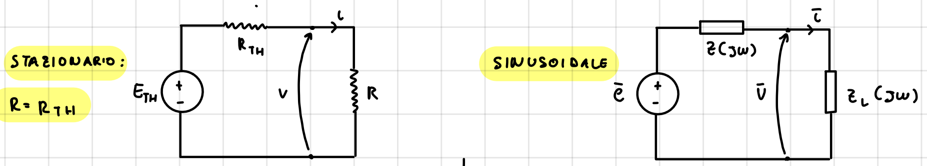
. . .

9.13 MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA ATTIVA

Estensione al regime sinusoidale della domanda "Quanto deve valere una resistenza per ottenere il massimo assorbimento di potenza?"



↓

$Z(j\omega) = R + jX$

$Z_L(j\omega) = R_L + jX_L \longrightarrow \hat{A}_a^{Z_L} = P + jQ = \frac{\bar{V}\bar{I}^*}{2} = \frac{1}{2}\frac{\bar{e}Z_L}{Z+Z_L}\cdot\frac{\bar{e}^*}{(Z+Z_L)^*} = \frac{1}{2}\frac{Z_L|\bar{e}|^2}{|Z+Z_L|^2} = \frac{|\bar{e}|^2}{2}\frac{R_L+jX_L}{(R+R_L)^2+(X+X_L)^2}$

$\bar{I} = \frac{\bar{e}}{Z+Z_L}$

$\bar{V} = \frac{\bar{e}Z_L}{Z+Z_L}$

$P = \frac{|\bar{e}|^2}{2}\frac{R_L}{(R+R_L)^2+(X+X_L)^2}$

↳ minimizzo il denom.: $X_L = -X \rightarrow P = \frac{|\bar{e}|^2}{2}\frac{R_L}{(R+R_L)^2}$

↳ derivo e trovo il minimo: $\frac{dP}{dt} = \dots = \frac{1}{(R+R_L)^2}\left[1-\frac{2R_L}{R+R_L}\right] = 0 \rightarrow R_L = R$

$\Downarrow$

$Z_L = R - jX = Z^*$

10 SISTEMI TRIFASE

10.1 VALORI EFFICACI

È una definizione matematica:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)\,dt}$$ dove $x(t)$ è un segnale periodico

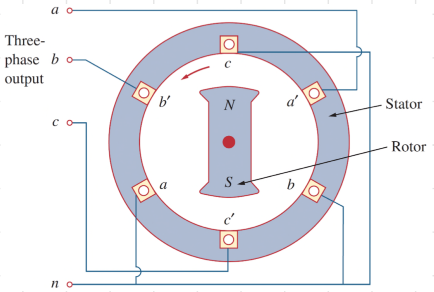
Per un segnale cosinusoidale è pari a: $X_{rms} = \frac{\boxed{X_m}}{\sqrt{2}}$ (VALORE DI PICCO). Il fasore associato sarà: $\bar{X}_{RMS} = \frac{\boxed{X_m}}{\sqrt{2}}e^{j\phi}$ (VALORE DI PICCO). La ϕ dipende dall'origine dei tempi e verrà spesso considerata nulla.

Usando i valori efficaci nella potenza complessa otteniamo: $\hat{A} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}e^{j\phi}\frac{I_m}{\sqrt{2}}e^{-j\phi} = \bar{V}_{RMS}\bar{I}^*_{RMS}$

10.2 TENSIONI TRIFASE BILANCIATE

Un insieme di tensioni trifase bilanciate sono 3 tensioni sinusoidali a medesima pulsazione sfasate ciascuna di 120° ($\frac{2}{3}\pi$) tra loro. Possono essere divise in sequenza positiva e negativa.

Le tensioni trifase bilanciate godo della seguente proprietà: $V_a(t) + V_b(t) + V_c(t) = 0$

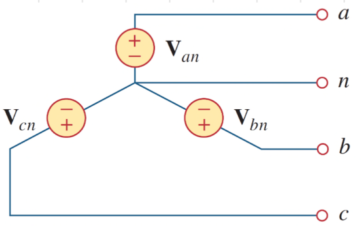


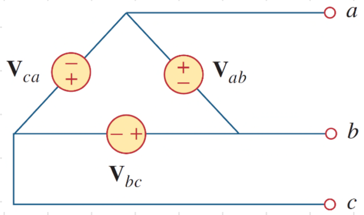
Le due sequenze vengono generate dalle diverse rotazioni di un alternatore:

- positiva: alternatore gira in senso antiorario ($v_a \rightarrow v_b \rightarrow v_c$)
- negativa: alternatore gira in senso orario ($v_a \rightarrow v_c \rightarrow v_b$)

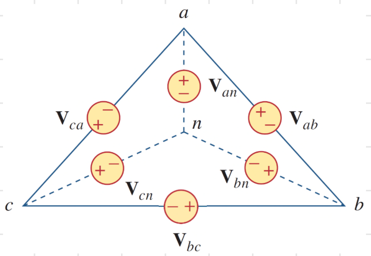
$\rightarrow \bar{V}_a = 1,\ \bar{V}_b = e^{j\frac{2}{3}\pi},\ \bar{V}_c = e^{j\frac{4}{3}\pi}$

La connessione dei morsetti a′, b′ e c′ in un "neutro" genera la configurazione a stella. Alternativamente può essere usata la connessione a triangolo. Nella stella le tensioni si dicono di fase, nel triangolo si dicono di linea.





Le tensioni di linea sono scalate di $\sqrt{3}$ e in anticipo di 30° rispetto alle corrispondenti tensioni di fase:



$V_p \equiv V_{RMS}$

$$\bar{V}_{ab} = \bar{v}_{an} - \bar{v}_{bn} = V_p\left(1 - e^{-j\frac{2}{3}\pi}\right) = V_p\left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{3}\, V_p\, e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{6}}\, \bar{V}_{an}$$

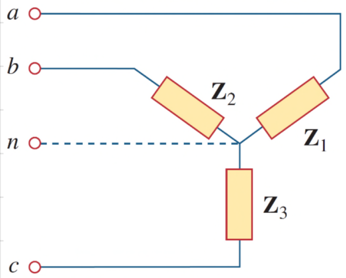
$$\bar{V}_{bc} = \dots = \sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{6}}\, \bar{V}_{bn}$$

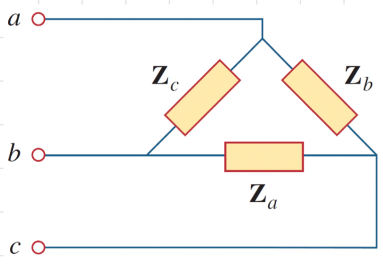
$$\bar{V}_{cA} = \dots = \sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{6}}\, \bar{V}_{cn}$$

10.3 CARICO TRIFASE BILANCIATO

Anche i carichi hanno configurazioni speculari a quelle dei generatori. Il carico è bilanciato se le impedenze sono uguali.

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y$$





$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_\Delta$$

Le impedenze possono essere ricavate una dall'altra con un procedimento simile a quello di sopra:

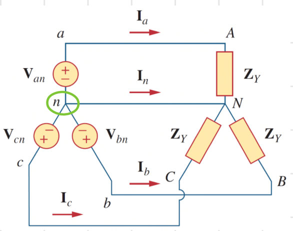
$$Z_\Delta = 3 Z_Y \qquad Z_Y = \frac{Z_Y}{\sqrt{3}}$$

10.4 SCHEMI DI COLLEGAMENTO

Lo schema generale è costituito da un generatore e un carico connessi da 3 linee elettriche chiamate linea trifase.
Le tensioni e le correnti lungo la linea si dicono tensioni / correnti di linea

10.4.1 Y-Y BILANCIATO

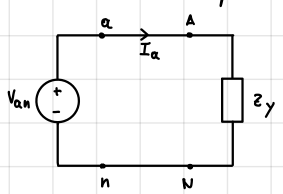
Nel collegamento Y-Y bilanciato le correnti di linea corrispondono alle correnti di fase.



$$i_K = \frac{V_{Kn}}{Z_Y} \qquad K \in \{a, b, c\}$$

- $i_n = -(i_a + i_b + i_c) = -\frac{\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c}{Z_Y} = 0$

Se tutto è bilanciato, lo Y-Y bilanciato può essere analizzato fase per fase con il suo equivalente monofase:

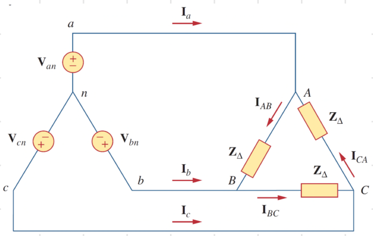


$$i_a = \frac{\bar{V}_{an}}{Z_Y}$$

Dalla sequenza delle fasi si ricavano le altre correnti

10.4.2 Y-Δ BILANCIATO

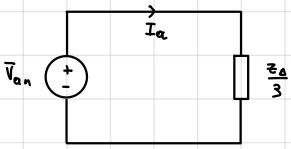
Abbiamo un generatore a stella con un carico a triangolo:



$$\begin{cases} \bar{I}_{AB} = \dfrac{\bar{V}_{AB}}{Z_\Delta} = \dfrac{\bar{V}_{ab}}{Z_\Delta} \\ \bar{I}_{BC} = \dfrac{\bar{V}_{BC}}{Z_\Delta} = \dfrac{\bar{V}_{bc}}{Z_\Delta} \\ \bar{I}_{CA} = \dfrac{\bar{V}_{CA}}{Z_\Delta} = \dfrac{\bar{V}_{ca}}{Z_\Delta} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB} \quad \rightarrow \cdots \rightarrow \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_{AB}\sqrt{3}\,e^{-j\frac{\pi}{6}} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{BC}\sqrt{3}\,e^{-j\frac{\pi}{6}} \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{CA}\sqrt{3}\,e^{-j\frac{\pi}{6}} \end{aligned}$$

Le correnti di carico sono, quindi, in ritardo di 30° rispetto alle correnti del carico. Trasformando il carico Δ in Y, possiamo ridurre questo collegamento nel monofase:



Si possono ricavare le correnti di linea e poi quelle di fase in base a quelle di linea