1) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+1}}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+1}}{x^2+2-x^2-1}=+\infty$

asintoto per $x\to+\infty$ $\Rightarrow$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x^2})}+\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}})}{x}=2$

$\lim_{x\to+\infty}|x|(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}})-2x=\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-2\right)=0$ $\Rightarrow$ as. $y=2x$

$x\left(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1\right)=x\left(\frac{1}{x^2}+o\left(\frac{1}{x^2}\right)+\frac{1}{x^2}+o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)=\frac{\overset{\to0}{2}}{x}+\overset{\to0}{x\,o\left(\frac{1}{x^2}\right)}=0$

2) $f(x)=\sqrt{x^2-x^3}$ D: $[-1,1]$ $f(x)=0$ per $x=-1,0,1$ calcolo l'ordine dell'infinito

per $x\to0$ $f(x)\sim\sqrt{x^2}=x^2$ $\Rightarrow$ $\lim\frac{x^2}{x^2}=1$ $\Rightarrow$ ord. 2

per $x\to1$ $f(x)\sim\sqrt{2(x-1)}=\sqrt{2}\sqrt{1-x}$ $\Rightarrow$ $\lim\frac{\sqrt{2}\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}=\lim\frac{\sqrt{2}\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}=\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ ord. $\frac{1}{2}$

$x^2-x^3=x^2(1-x)(1+x)=g(1-x)$

oppure: $f(x)\underset{t\to0}{\sim}\sqrt{(0+t)^2-(0+t)^3}=\sqrt{t^2+2t\cdot0+0^2-t^3-3t^2\cdot0-3t\cdot0^2-0^3}=\sqrt{2t^2+o(t^2)}\sim\sqrt{2t^2}=\sqrt{2}\sqrt{1-x}$

3) $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x^3-x^5}}{\sqrt{x+1}}$ C.E. $x>-1$ $\Rightarrow$

$\lim_{x\to-1^+}\frac{\sqrt[3]{x^3(1-x^2)}}{\sqrt{x+1}}=\lim_{x\to-1^+}\frac{x\sqrt[3]{(1+x)(1-x)}}{\sqrt{x+1}}=\lim_{x\to-1}\frac{x\sqrt[3]{1-x}}{\sqrt{(x+1)}}=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3-x^5}}{\sqrt{x+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt{x}}=+\infty$

4) $f(x)=2x\sqrt{x^2-1}$, $g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x-1}$. Studiamo insieme D, asintoti e tracciamo un gr. prob. (con gli asintoti) $\|$ HOMEWORK

$h(x)=x\left(\frac{2\ln x-3}{\ln x-2}\right)$

5) $f(x)=\begin{cases}(x-1)\ln(x-1) & x>1\\ ax+1 & x\le1\end{cases}$

Per quale a $f(x)$ è continua? $\lim_{x\to1^-}ax+1=a+1$, $\lim_{x\to1^+}(x-1)\ln(x-1)=\lim_{t\to0}\frac{1}{t}\ln\left(\frac{1}{t}\right)=\lim_{t\to0}-\frac{1}{t}\ln(t)=0$ $\Rightarrow$ $\underline{a=-1}$

Per $a=-1$, $f(x)$ è derivabile? $\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{-x+1-0}{x-1}=-1$

$\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)\ln(x-1)-0}{(x-1)}=-\infty$ $\|\Rightarrow$ in $x=1$ non è deriv.

6) $f(x)=\begin{cases}x^2\cos(\frac{1}{x}) & x\neq0\\ 0 & x=0\end{cases}$ $\lim_{x\to0}x^2\cos\frac{1}{x}=0$

Derivin. in $x=0$? $\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\frac{x^2\cos(\frac{1}{x})}{x}=0$

$\lim_{x\to0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\;''\;=0$ $\|\Rightarrow$ deriv. in $x=0$

$f'(x)$ è continua? $f'(x)=2x\cos(\frac{1}{x})+x^2\cos(\frac{1}{x})'=2x\cos\frac{1}{x}+x^2\sin(\frac{1}{x})(\frac{1}{x^2})=2x\cos(\frac{1}{x})+\sin(\frac{1}{x})$ $\Rightarrow$ $\nexists\lim_{x\to0}2x\cos\frac{1}{x}+\sin\frac{1}{x}$ $\Rightarrow$ derivata non è continua in $x=0$