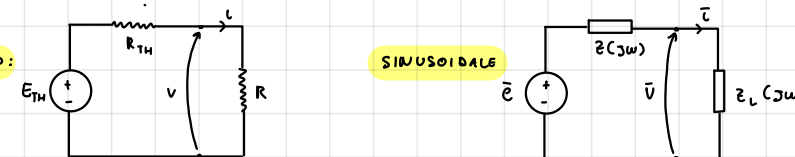


9.13 MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA ATTIVA

Estensione al regime sinusoidale della domanda "Quanto deve valere una resistenza per ottenere il massimo assorbimento di potenza?"

STAZIONARIO:
 $R = R_{TH}$

SINUSOIDALE



$$Z(j\omega) = R + jX$$

$$Z_L(j\omega) = R_L + jX_L \rightarrow \bar{A}_a^{Z_L} = P + jQ = \frac{\bar{V} \bar{I}^*}{2} = \frac{1}{2} \frac{\bar{E} Z_L}{Z + Z_L} \cdot \frac{\bar{E}^*}{(Z + Z_L)^*} = \frac{1}{2} \frac{Z_L |\bar{E}|^2}{|Z + Z_L|^2} = \frac{|\bar{E}|^2}{2} \frac{R_L + jX_L}{(R + R_L)^2 + (X + X_L)^2}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{Z + Z_L}$$

$$\bar{V} = \frac{\bar{E} Z_L}{Z + Z_L}$$

$$P = \frac{|\bar{E}|^2}{2} \frac{R_L}{(R + R_L)^2 + (X + X_L)^2}$$

↳ minimizzare il denominatore: $X_L = -X \rightarrow P = \frac{|\bar{E}|^2}{2} \frac{R_L}{(R + R_L)^2}$

↳ derivare e trovare il minimo: $\frac{dP}{dR_L} = \dots = \frac{1}{(R + R_L)^2} \left[1 - \frac{2R_L}{R + R_L} \right] = 0 \rightarrow R_L = R$

↓

$Z_L = R - jX = Z^*$

10 SISTEMI TRIFASE

10.1 VALORI EFFICACI

È una definizione matematica:

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

dove $x(t)$ è un segnale periodico

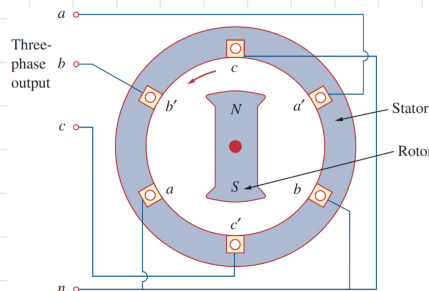
Per un segnale sinusoidale si porrà a: $X_{rms} = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ (VALORE DI PICCO). Il fasore associato sarà: $\bar{X}_{rms} = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}} e^{j\theta}$ (VALORE DI PICCO). La θ dipende dall'origine dei tempi e verrà spesso considerata nulla.

Usando i valori efficaci nella potenza complessa otteniamo: $\bar{A} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\phi} = \bar{V}_{rms} \bar{I}_{rms}^*$

10.2 TENSIONI TRIFASE BILANCIATE

Un insieme di tensioni trifase bilanciate sono 3 tensioni sinusoidali a medesima pulsazione spaziate ciascuna di 120° ($\frac{2}{3}\pi$) tra loro. Possono essere divise in sequenza positiva e negativa.

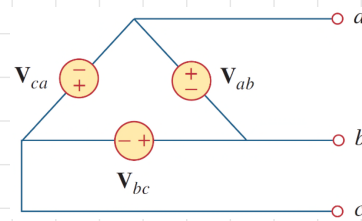
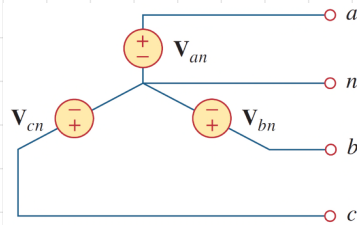
Le tensioni trifase bilanciate godono della seguente proprietà: $V_a(t) + V_b(t) + V_c(t) = 0$



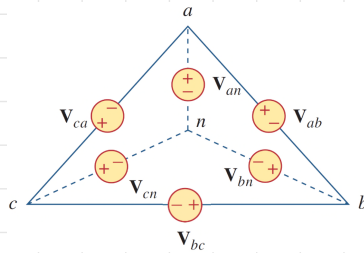
Le due sequenze vengono generate dalle diverse rotazioni di un alternatore:

- positiva: alternatore gira in senso antiorario ($V_a \rightarrow V_b \rightarrow V_c$)
 - negativa: alternatore gira in senso orario ($V_a \rightarrow V_c \rightarrow V_b$)
- $\bar{V}_a = 1, V_b = e^{j\frac{2}{3}\pi}, V_c = e^{j\frac{4}{3}\pi}$

La connessione dei morsetti a, b' e c' in un "neutro" genera la configurazione a stella. Alternativamente può essere usata la connessione a triangolo. Nella stella le tensioni si dicono di fase, nel triangolo si dicono di linea.



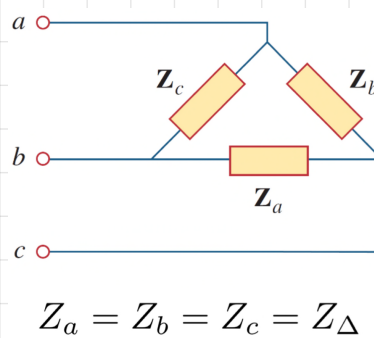
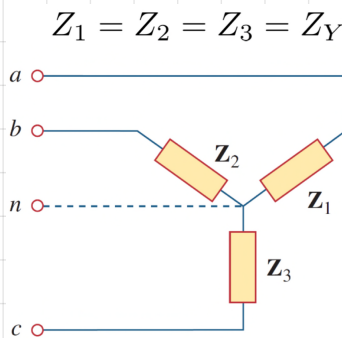
Le tensioni di linea sono scalate di $\sqrt{3}$ e in anticipo di 30° rispetto alle corrispondenti tensioni di fase:



$$\begin{aligned}\bar{V}_{ab} &= \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn} = V_p (1 - e^{-j\frac{2\pi}{3}}) = V_p (1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) = \\ &= \sqrt{3} V_p e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \bar{V}_{an} \\ \bar{V}_{bc} &= \dots = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \bar{V}_{bn} \\ \bar{V}_{ca} &= \dots = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \bar{V}_{cn}\end{aligned}$$

10.3 CARICO TRIFASE BILANCIATO

Anche i carichi hanno configurazioni speculari a quelle dei generatori. Il carico è bilanciato se le impedenze sono uguali.



Le impedenze possono essere ricavate una dall'altra con un procedimento simile a quello di sopra:

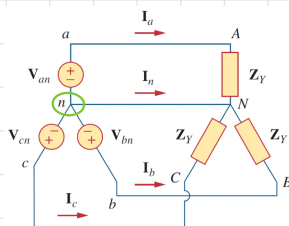
$$Z_\Delta = 3 Z_Y \quad Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

10.4 SCHEMI DI COLLEGAMENTO

Lo schema generale è costituito da un generatore e un carico connessi da 3 linee elettriche chiamate linea trifase. Le tensioni e le correnti lungo la linea si dicono tensioni / correnti di linea.

10.4.1 Y-Y BILANCIATO

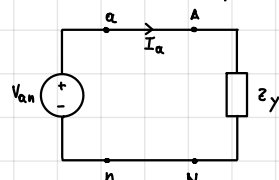
Nel collegamento Y-Y bilanciato le correnti di linea corrispondono alle correnti di fase.



$$\bar{I}_k = \frac{V_{kn}}{Z_Y} \quad k \in \{a, b, c\}$$

$$\bar{I}_n = -(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) = -\frac{\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c}{Z_Y} = 0$$

Se tutto è bilanciato, lo Y-Y bilanciato può essere analizzato fase per fase con il suo equivalente monofase:

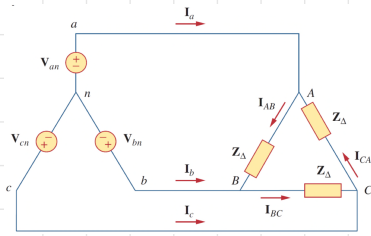


$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y}$$

Dalla sequenza delle fasi si ricavano le altre correnti.

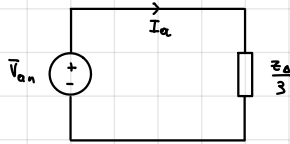
10.4.2 Y-Δ BILANCIATO

Abbiamo un generatore a stella con un carico a triangolo:



$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_{AB} &= \frac{\bar{V}_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{V}_{ab}}{Z_{\Delta}} \\ \bar{I}_{BC} &= \frac{\bar{V}_{BC}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{V}_{bc}}{Z_{\Delta}} \\ \bar{I}_{CA} &= \frac{\bar{V}_{CA}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{V}_{ca}}{Z_{\Delta}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB} \rightarrow \dots \rightarrow \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_{AB} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{BC} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{CA} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \end{aligned}$$

Le correnti di linea sono, quindi, in ritardo di 30° rispetto alle correnti del carico. Trasformando il carico Δ in Y, possiamo ridurre questo collegamento nel seguente:



Si possono ricavare le correnti di linea e poi quelle di fase in base a quelle di linea