. . .

5.9 STATICA

Data una forza conservativa $\vec{F}$ applicata su un corpo che si muove lungo x, il lavoro di $\vec{F}$ sarà:

$$dL = F_x\,dx = -[E_p(x+dx,y,z) - E_p(x,y,z)]$$
$$F_x = \frac{-[E_p(x+dx,y,z) - E_p(x,y,z)]}{dx} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$$

Generalmente:

$$\begin{cases} F_x = \frac{\partial E_p}{\partial x} \\ F_y = \frac{\partial E_p}{\partial y} \\ F_z = \frac{\partial E_p}{\partial z} \end{cases} \iff \vec{F} = -\underbrace{\nabla}_{\text{GRADIENTE}} E_p$$

Poiché un corpo è fermo quando la risultante è nulla, l'istante in cui il corpo è fermo è un punto stazionario di E_p.
La concavità della curva ci danno indicazioni sul verso delle forze:
- minimo: $\vec{F}_x$ è rivolta verso l'interno; l'equilibrio è detto STABILE
- massimo: $\vec{F}_x$ è rivolto verso l'esterno; l'equilibrio è detto INSTABILE
- flesso a tg h.: l'equilibrio è detto INDIFFERENTE

5.10 MOMENTO ANGOLARE E DI UNA FORZA

Dato un corpo m con velocità $\vec{v}$ si dice momento angolare rispetto al polo O

$$\vec{L}_O = \vec{r}_O \times \vec{p}$$

$\vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{r}_O$ = vettore congiungente O e m

$$\vec{L}_{O'} = \vec{L}_O + \vec{r}_{OO'} \times m\vec{v}$$

Data una forza $\vec{F}$ si dice momento di $\vec{F}$ rispetto ad un polo O

$$\vec{M}_O = \vec{r}_O \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \vec{r}_{OO'} \times \vec{F}$$

Generalmente si dice momento di un vettore: $\vec{M}_O = \vec{r}_O \times \vec{a}$.

Il momento di tutte le forze è pari al momento della risultante.

5.11 TEOREMA DEL MOMENTO

Andando a derivare il momento angolare abbiamo:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\,\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v}\times\vec{p} + \vec{r}\times\vec{F} = \cancel{\vec{v}\times m\vec{v}} + \vec{r}\times\vec{F} = M_O \quad \text{(se il polo O è fisso)}$$

Ciò significa che il momento di un corpo si conserva. Se il momento delle forze è nullo, allora il momento angolare è costante (modulo, verso e direzione).