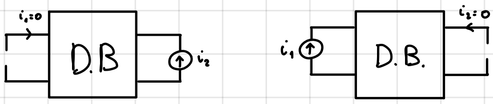
. . .

7.5 RAPP. DOPPI BIPOLI

. . .

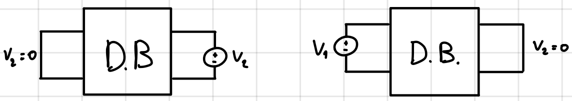
Studiamo il contenuto di M al variare della base di definizione:

1) M contiene solo resistenze e il doppio bipolo ammette base corrente e ha forma: $\underline{v} = R\,\underline{i}$. M prenderà il nome di matrice di resistenza. Per trovarne i coefficienti possiamo studiare il seguente circuito:



Metodo delle prove semplici

2) M contiene solo conduttanze e il doppio bipolo ammette base tensione con forma: $\underline{i} = G\,\underline{v}$. La matrice viene chiamata matrice di conduttanza. Per trovarne i coefficienti possiamo usare il duale delle prove semplici di 1):



3) La matrice M si dice ibrida di tipo 1 quando esiste la base mista $[i_1, v_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$. La matrice ha coefficienti con dimensioni diversa. Per trovare i coefficienti si usano ancora le prove semplici.

4) La matrice M si dice ibrida di tipo 2 quando esiste la base mista $[v_1, i_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = [H'] \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$. Come in 3), i coefficienti hanno dimensione non omogenea e valgono le prove semplici.

Queste sopra sono le rappresentazioni cardinali. Le rimanenti due non hanno un equivalente fisico, quindi non possono essere usate IRL.

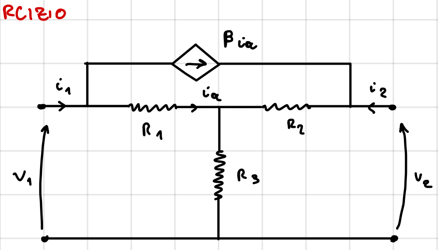
5) La matrice M si di trasmissione diretta quando la base è $[v_2, -i_2]$. Essa dà origine all'equazione $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$. Come detto prima, non valgono le prove semplici in quanto si dovrebbe imporre tensione e corrente sulla stessa porta. Possiamo usare un'espediente:

$$\frac{1}{t_{11}} = \frac{v_2}{v_1}\bigg|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{12}} = -\frac{i_2}{v_1}\bigg|_{v_2=0}, \quad \frac{1}{t_{21}} = \frac{v_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{22}} = -\frac{i_2}{i_1}\bigg|_{v_2=0}$$

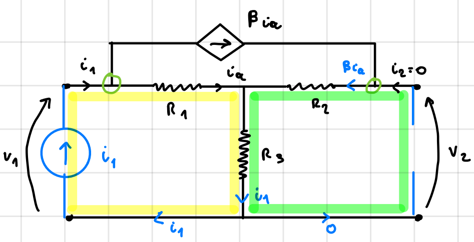
Così aggiriamo il problema perché imponiamo tensione su una porta e corrente sull'altra.

6) La matrice M si dice di trasmissione inversa quando la base è $[v_1, i_1]$. Essa da origine all'equazione $\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = [T'] \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$

ESERCIZIO

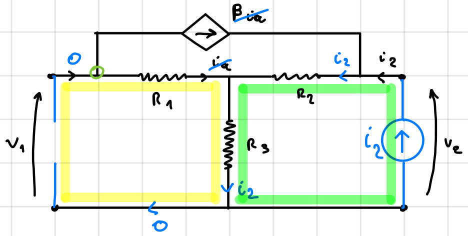


determina [R] per prove semplici



$$\begin{cases} v_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2 \\ v_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2 \end{cases} \longrightarrow \quad r_{11} = \frac{v_1}{i_1}\bigg|_{i_2=0}, \quad r_{21} = \frac{v_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0}$$

- $i_1 = (\beta+1)\, i_\alpha \rightarrow i_\alpha = \frac{i_1}{\beta+1}$
- $v_1 = R_1 i_\alpha + R_3 i_1 = \underbrace{\left(\frac{R_1}{\beta+1} + R_3\right)}_{r_{11}} i_1$
- $V_2 = \beta R_2 i_\alpha + R_3 i_1 = \underbrace{\left(\frac{\beta R_2}{\beta+1} + R_3\right)}_{r_{21}} i_1$



$r_{12} = \frac{V_1}{i_2}\Big|_{i_1=0}$, $r_{22} = \frac{V_2}{i_2}\Big|_{i_1=0}$

- $(\beta+1)\, i_a = 0 \qquad i_a = 0$
- $V_1 = \cancel{R_1 i_a} + \underbrace{R_3}_{r_{12}} i_2$
- $V_2 = R_2 i_2 + R_3 i_2 = \underbrace{(R_2+R_3)}_{r_{22}} i_2$

7.6 SIMMETRIA DI DOPPI BIPOLI

Un d.b si dice simmetrico se le equazioni costitutive non cambiano scambiando le tensioni e le correnti descrittive tra di loro. Se un d.b è simmetrico, non ci importa di come siano collegate le porte.

Condizioni di simmetria:

1) La matrice di resistenza R ha $r_{11} = r_{22}$ e $r_{12} = r_{21}$
2) La " " conduttanza G ha $g_{11} = g_{22}$ e $g_{12} = g_{21}$
3) La " ibrida di tipo 1 H ha determinante pari a 1 e $h_{12} = -h_{21}$ (possibilità)
4) La " " " " 2 H' ha determinante pari a 1 e $h'_{12} = -h'_{21}$ (possibilità)
5) La " di trasmissione diretta ha determinante pari a 1 e $t_{11} = t_{22}$

7.7 RECIPROCITÀ DI DOPPI BIPOLI

Un componente è detto reciproco se, definite 2 coppie di variabili e le relative potenze virtuali, le potenze virtuali sono uguali per ogni scelta delle coppie di variabili.

Condizioni di reciprocità:

1) La matrice R deve essere simmetrica
2) " " G deve essere simmetrica
3) " " H deve avere $h_{12} = -h_{21}$
4) " " H' deve aver $h'_{12} = -h'_{21}$
5) " " T deve avere $|T| = 1$

Possiamo dire che se un d.b è simmetrico, è anche reciproco.

7.8 DOPPI BIPOLI LINEARI AFFINI

Se il d.b. ammette base corrente allora avremo:

$$\underline{v} = R\,\underline{i} + \underline{E} \;\rightarrow\; \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \underbrace{[R]\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}\, + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$