...

14.13 LAVORO DI UN'ADIABATICA

Calcoliamo il lavoro termodinamico di una trasformazione adiabatica (quasistatica):

$$L_{AB} = \int_{V_a}^{V_B} P\,dV = \int_{V_a}^{V_B} C\,V^{-\gamma}\,dV = C\left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_{V_a}^{V_B} = \frac{C}{1-\gamma}\left(V_B^{1-\gamma} - V_a^{1-\gamma}\right) = \frac{C V_B^{1-\gamma} - C V_a^{1-\gamma}}{1-\gamma} = \frac{P_B V_B^{\gamma} V^{1-\gamma} - P_A V_A^{\gamma} V^{1-\gamma}}{1-\gamma} =$$

$$PV^{\gamma} = C \rightarrow P = CV^{-\gamma}$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}(P_B V_B - P_A V_A) = -\frac{C_V}{R}(P_B V_B - P_A V_A) = -\frac{C_V}{\cancel{R}}(n\cancel{R}T_B - n\cancel{R}T_a) = n C_V (T_a - T_B)$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{1-\frac{C_P}{C_V}} = \frac{C_V}{C_V - C_P} = -\frac{C_V}{R}$$

L'espressione sopra vale anche se la trasformazione non è quasistatica:

$$\Delta U = -L \rightarrow L = -\Delta U = -(U_F - U_i) = -(nC_V T_F - nC_V T_i) = nC_V(T_i - T_F)$$

Se:

- $L_{AB} > 0 \rightarrow T_i > T_F$: espansione
- $L_{AB} < 0 \rightarrow T_i < T_F$: compressione

14.14 TRASFORMAZIONE POLITROPICA

Si definisce trasformazione politropica una trasformazione che ha:

$PV^{\alpha} = \text{cost}$
- $\rightarrow \alpha = 1$ trasf. isoterma
- $\rightarrow \alpha = \gamma$ trasf. adiabatica
- $\rightarrow \alpha = 0$ trasf. isobara

Calcolare il lavoro di una trasformazione politropica significa calcolare il lavoro delle tre trasformazioni, variando α.

14.15 SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il primo principio è un bilancio energetico. Esso, però, non fornisce informazioni sulla trasformazione: non distingue tra trasformazioni spontanee o no.

Si dice che una trasf. è reversibile se è possibile riportare sia ambiente che sistema allo stato iniziale. Il secondo principio, grossolanamente, afferma la sua inesistenza in natura.

Una trasformazione reversibile è:

- quasistatica
- priva di effetti dissipativi
- direttamente reversibile.

Definiamo macchina termica un dispositivo capace di compiere lavoro scambiando calore con due termostati. Essa è ciclica se la macchina termica compie cicli, reversibile se suddetti cicli sono trasformazioni reversibili.

Si definisce rendimento:

$$\eta = \frac{L_{FATTO}}{Q_{ASS.}}$$

Si definisce macchina di Carnot una macchina ciclica reversibile che scambia calore con 2 termostati.

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 1

$m_1 = 0{,}1\,Kg$, $t_1 = -10°C$ } GHIACCIO

$m_2 = 0{,}2\,Kg$, $t_2 = 160°C$ } ACQUA

$Q_{g\Delta t} = C_g\, m_1 (-t_1) = \dots = 500\ cal$

$Q_{v\Delta t} = C_{va}\, m_2 (100°C - t_2) = \dots = -3280\ cal$

$Q_{gf} = \lambda_g\, m_1 = \dots = 8000\ cal$

$Q_{vc} = -\lambda_{va}\, m_2 = \dots = -1{,}080 \cdot 10^5\ cal$

calore ceduto

$|Q_{v\Delta t} + Q_{g\Delta t}| > Q_{gf}$

$\Downarrow$

$Q_{g\Delta t} + Q_{gf} = -Q_{v\Delta t} + \lambda_v\, m_{cv}$ — minimo per far sciogliere il g

$m_{cv} = \dots = 6\,g$

$\hookrightarrow$ 194 g vapore @ 100°; 6 g acqua @ 100°; 100 g acqua @ 0°

$Q'_{vc} = -\lambda_{va}\, m_{cv} = \dots = -1{,}048 \cdot 10^5\ cal$

$Q_{a\Delta t} = C_a\, m_2 (100°C) = \dots = 10^4\ cal$

$Q'_{vc} > Q_{a\Delta t} \rightarrow Q_{a\Delta t} = \lambda_v\, m'_{cv} \rightarrow m'_{cv} = \dots = 18{,}5\,g$

$\hookrightarrow$ 175,5 vapore @ 100°; 124,5 acqua @ 100°

EQUILIBRIO

ESERCIZIO 2

$m = 0{,}1\ Kg$ $\quad t_p = 20°C$

$M = 10\ Kg$ $\quad t_g = 0°C$

v : fonda $\Delta M = 0{,}02\,Kg$ di ghiaccio

$U_i = U_{ip} + \frac{1}{2} m v^2 + U_{ig}$

$U_f = U_{Fp} + U_{Fg} + \frac{1}{2}(m+M) v_f^2 \rightarrow v_f = \frac{m}{m+M} v \quad \boxed{m v = (M+m) v_f}$

$\Downarrow$

$\Delta U = U_{Fp} - U_{ip} + U_{Fg} - U_{ig} + \frac{1}{2}\cancel{(m+M)} \frac{m^2}{(m+M)^{\cancel{2}}} v^2 - \frac{1}{2} m v^2 =$

$= \Delta U_p + \Delta U_g + \frac{1}{2}\left(\frac{\cancel{m^2} - \cancel{m^2} + mM}{m+M}\right) v^2 =$

Siccome il sistema è isolato, $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_g = \frac{1}{2}\frac{mM}{m+M} v^2 + \Delta U_p \rightarrow \lambda_g \Delta M = \frac{1}{2}\frac{mM}{m+M} v^2 + C_p m (0°C - t_p)$

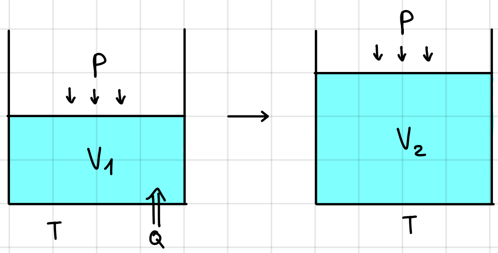
$\Downarrow$

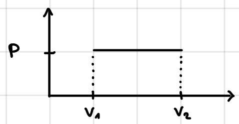
$v = \sqrt{\frac{2(m+M)}{mM}(\lambda_g \Delta M - C_p m\, t_p)} = \dots = 360.68\ m/s$

ESERCIZIO 3

$m = 0{,}1\ Kg$ $\quad t = 100°C$ $\quad p = 10^5\ Pa$

L? ΔU?





$dU = \delta Q - \delta L$

$\hookrightarrow L = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P(V_2 - V_1) = P m \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_a}\right) = \dots = 1{,}67 \cdot 10^4\,J$

isobara

$Q = \lambda_v\, m = \dots = 2{,}26 \cdot 10^5\,J$

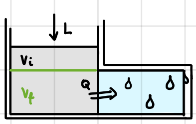
$\Downarrow$

$\Delta U = Q - L = \dots = 2.09 \cdot 10^5\,J$

ESERCIZIO 4

$n = 10$ moli $\quad V_i = 1\,m^3$

$m = 0{,}1\,Kg$ $\quad V_f$?



$Q = -\lambda_f\, m = 8\ Kcal$

$L = \int_{V_i}^{V_f} P(T)\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$

Poiché il gas è perfetto: $U(T) \Rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow L = +Q$

$\Downarrow$

$-\lambda_f\, m = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} \rightarrow V_f = V_i\, e^{-\frac{\lambda_f m}{nRT}} = \dots = 0{,}23\ m^3$

ESERCIZIO 5

m_1 ?

$m_2 = 0,4\ Kg$

$m_3 = 0,8\ Kg$

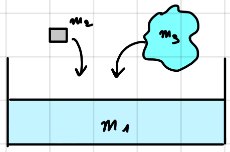
$T_1 = -20\ °C$

$T_2 = 60\ °C$

$T_3 = 10\ °C$

$T = -3\ °C$

$c_2 = 380\ J/Kg\,K$



$$\underbrace{c_g m_1 (T - T_1)}_{Q_{g\Delta t}} = \underbrace{c_2 m (T_2 - T)}_{Q_{x\Delta t}} + \underbrace{c_a m_3 (T_3 - 0)}_{Q_{a\Delta t}} + \underbrace{\lambda_g m_3}_{Q_{sa}} + \underbrace{c_g m_3 (0 - T)}_{Q'_{a\Delta t}}$$

$$\hookrightarrow m_1 = \frac{c_2 m (T_2 - T) + m_3 [c_a (T_3) + \lambda_g + c_g (0 - T)]}{c_g (T - T_1)} = \dots = 9,1\ Kg$$

ESERCIZIO 6

$n = 1\ mol$

$p(V - V_0) = -K$

$V_0 = 5 \cdot 10^{-2}\ m^3$

$K = 4,56\ KJ$

$V_1 = 10^{-2}\ m^3, \quad P_1 = 1,14\ bar$

$V_2 = 4 \cdot 10^{-2}\ m^3, \quad P_2 = \frac{K}{(V_0 - V_2)} = 4,56 \cdot 10^5\ Pa$

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P(V)\,dV = -K \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V - V_0} = -K \ln\left(\frac{V_2 - V_0}{V_1 - V_0}\right) = \dots = 6,3 \cdot 10^3\ J$$

$$\Delta U = n C_v \Delta T = n \tfrac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \dots = 26 \cdot 10^3\ J$$

$$\uparrow$$

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = \dots = 137\ K$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \dots = 2,19 \cdot 10^3\ K$$

$$Q = \Delta U + L = 3,2 \cdot 10^4\ J$$

ESERCIZIO EXTRA

$n = 1$ mol gas biat. ideale compresso in modo adiabatico NON reversibile da $T_a = 200K$ a $T_b = 500K$. Calcolare il lavoro effettuato sul gas.

$n = 1\ mol$

$T_a = 200K$

$T_b = 500K$

L ?

$$\Delta U = -L \rightarrow L = -\Delta U = -n C_v (T_B - T_A) = -\tfrac{5}{2} R (T_B - T_A) = -6236\ J$$