8. ELETTROMAGNETISMO

8.1 FORZA DI COULOMB

Date due cariche, la forza di interazione tra le due sarà:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \hat{\mu}_r$$

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

$\hat{\mu}_r$ versore avente come direzione la retta che congiunge q_1 e q_2 e orientato in base ai segni di q_1 e q_2

La forza di Coulomb è molto più intensa di quella gravitazionale: l'attrazione gravitazionale tra nucleo ed elettrone nell'idrogeno è dell'ordine di 10^{-47} mentre quella di Coulomb è di 10^{-8}.

Studiando il moto causato dalla forza di Coulomb (protone e elettrone) otteniamo che il moto sarà circolare uniforme (forza centrale → $\vec{L}$ cost (vedi ragionamento fatto per i pianeti)).

L'energia potenziale sarà: $E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$. Essendo la forza di Coulomb centrale, essa sarà anche conservativa.

8.2 FORZA DI LORENTZ

Se abbiamo una carica in moto in un campo magnetico, essa sarà sottoposta alla forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Considerazioni:

1) $\vec{F} \perp \vec{v}, \vec{B}$
2) applicando il teorema dell'energia cinetica, otteniamo che $v_A = v_B$, quindi la forza di Lorentz non influenza la velocità.
3) causa un moto circolare nella componente normale.

Il raggio di rotazione è pari a: $r = \frac{mv}{qB}$

9. SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

Consideriamo un insieme di N punti materiali. Possiamo dire che su ogni punto agisce una risultante "interna" e una "esterna". La risultante che agisce sul sistema sarà:

$$\vec{F} = \underbrace{\cancel{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{I}}}_{\text{le varie forze interne si bilanciano (3° pr. din)}} + \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{E} = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{P}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i = \frac{dP}{dt}$$

Questa sopra $\left(\vec{F}^E = \frac{dP}{dt}\right)$ è detta prima equazione cardinale e ci dice ogni variazione interna è compensata.

9.1 CENTRO DI MASSA

Prendiamo un sistema di N punti materiali, si dice centro di massa un punto geometrico individuato da:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$$

Svolgendo i calcoli, troviamo che la velocità del centro di massa è $\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{P}}{M}$ e quindi che $\vec{P} = M \cdot \vec{v}_{CM}$. L'accelerazione del centro di massa sarà: $\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{\vec{F}^E}{M}$ e quindi $\vec{F}^E = M\vec{a}_{CM}$. Le espressioni di $\vec{P}$ e $\vec{F}^E$ sono le equazioni del teorema del centro di massa.

9.2 CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

Consideriamo $\vec{F}^E = 0$. Usando le espressioni studiate fino ad ora:

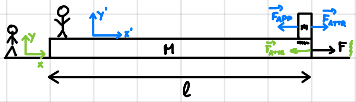
$\vec{F}^E = 0 \rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{P}$ cost ; $\vec{F}^E = 0 \rightarrow \vec{a}_{cm} = 0 \rightarrow \vec{v}_{cm}$ cost

$\downarrow$ legate da

$\vec{P} = M\, \vec{v}_{CM}$

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 4 (10)



N. IN: $\vec{F}'_{TOT} = m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A}$

$$\begin{cases} x' & \vec{F}_{ATTR} - mA = ma'_x \rightarrow \cancel{m}g\mu_D - \cancel{m}A = \cancel{m}a'_x \rightarrow a'_x = \mu_D g - A < 0 \\ y' & N = mg \end{cases}$$

IN. $\vec{F}'_{TOT} = M\vec{A}$

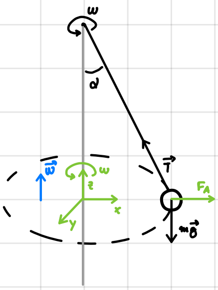
$$\begin{cases} x' & F - F^1_{attr} = MA \longrightarrow A = \frac{F - F^2_{ATTR}}{M} = \frac{F - \mu_D mg}{M} \\ y' & N = (m+M)g \end{cases}$$

$F_{ATTR} = F^2_{ATTR}$

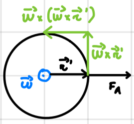
$\downarrow$

$$a'_x = \mu_D g - \frac{F - mg\mu_D}{M} = \frac{\mu_D (M+m)g - F}{M} \rightarrow x'(t^*) = \frac{1}{2} a t^{*2} + \underbrace{\ell}_{x'_0} = 0 \Rightarrow \dots \rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2LM}{F - \mu_D g (M+m)}}$$

ESERCIZIO 5 (10)



$$\vec{a}' = \vec{a} - \cancel{\vec{a}_{o'}} - w \times (w \times \vec{r}') - \cancel{2w \times \vec{v}'} = 0 \rightarrow \underbrace{F'_{TOT}}_{} = \underbrace{m\vec{a}}_{\vec{F}_{TOT}} - \underbrace{m(w \times (w \times \vec{r}'))}_{\vec{F}_A}$$



$F_A = -m\, w^2 r'$

$$\begin{cases} x' & -T \sin\alpha + m w^2 r' = 0 \\ z' & +T\cos\alpha - mg = 0 \end{cases}$$

$\tan\alpha\, \cancel{mg} = \cancel{m} w^2 L \sin\alpha \rightarrow \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{w^2 L}{g} \rightarrow \alpha = \arccos \frac{g}{w^2 L}$

$T = \frac{mg}{\cos\alpha}$

$\vec{a}' = \vec{v}' = 0$

ESERCIZIO 1

$R_L = 1740$ Km

$R = 2R_L$

$T = 307 \cdot 60$ s

$g_L = ?$

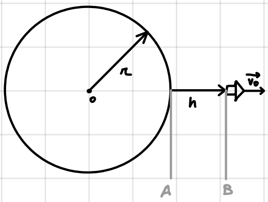
$$\vec{F}_g^{2R_L} = m\vec{a}_n \rightarrow g^{2R_L} \cancel{m} = \cancel{m} \frac{v^2}{R} \rightarrow g^{2R_L} = \left(\frac{4\pi R_L}{T}\right)^2 \frac{1}{2R_L} = \frac{\cancel{16}^{8}\pi^2 R_L^{\cancel{2}}}{T} \cdot \frac{1}{\cancel{2R_L}} = \frac{8\pi^2 R_L}{T}$$

$\Downarrow$

$g^{R_L} = \frac{32\pi^2 R_L}{T}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_g^{2R_L} &= \gamma \frac{M \cdot m}{R^2} \vec{u}_N = \underbrace{\gamma \frac{M}{4R_L^2}}_{g^{2R_L}} m \cdot \vec{u}_N \\ \vec{F}_g^{R_L} &= \underbrace{\gamma \frac{M}{R_L^2}}_{g^{R_L}} m \cdot \vec{u}_N \end{aligned} \right\} g^{R_L} = 4\, g^{2R_L}$$

ESERCIZIO 3



$$\vec{v}_0 = \frac{3}{4} \underbrace{\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}}_{v_f}$$

$$\Delta E_K = -\frac{1}{2} m v^2 \ ; \ \Delta E_p = -\gamma \frac{Mm}{R+h} + \gamma \frac{Mm}{R} = \gamma M m \left(\frac{\cancel{-R} + h \cancel{+R}}{R(R+h)} \right) = \gamma \frac{Mmh}{R(R+h)}$$

$\hookrightarrow -\frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 + \gamma \frac{M \cancel{m} h}{R(R+h)} = 0$

$\frac{-\frac{1}{2} v_0^2 (R(R+h)) + \gamma M h}{\cancel{R(R+h)}} = 0$

$-\frac{1}{2} v_0^2 R^2 - \frac{1}{2} v_0^2 R h + \gamma M h = 0$

$h\left(\gamma M - \frac{1}{2} v_0^2 R\right) = \frac{1}{2} v_0^2 R^2 \qquad h = \frac{\cancel{\gamma M} \cdot \frac{1}{2} \frac{9}{16} \frac{\cancel{2\gamma M}}{\cancel{R}} \cdot R^2}{\cancel{\gamma M} - \frac{1}{2} \frac{9}{16} \frac{\cancel{2\gamma M}}{\cancel{R}} \cancel{R}} = \frac{9}{7} R$