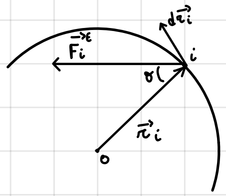
• • •

11.5 LEGAME TRA MOMENTO E LAVORO IN ROTAZIONE

Essendo $E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$, se ω non è costante anche E_c non è costante. Usando il teorema dell'energia cinetica scopriamo che viene effettuato un lavoro. Siccome le forze interne non compiono lavoro, esso sarà delle forze esterne. Se ω varia, α sarà diversa da 0 e quindi ci sarà momento delle forze esterne

Consideriamo:



$$dL_i = \vec F_i^E \cdot d\vec r_i \rightarrow dL = \sum dL_i = \sum \vec F_i^E \cdot d\vec r_i = \sum F_{i_T}^E \, ds_i = \sum \underbrace{F_{i_T} R_i}_{} \, d\theta = \sum M_i^E \, d\theta = M^E d\theta$$

Momento ang.

$F_{i_T} = F_i \sin\theta$

$M^E = R_i F_T$

Possiamo anche scrivere la seguente espressione ed arrivare alla stessa conclusione:

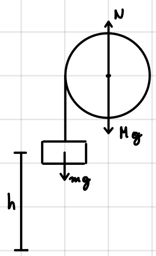
$$dL = dE_c = \frac{1}{2} I \, 2\omega \, d\omega = I \omega \, d\omega = I \frac{d\theta}{dt} d\omega = I \alpha \, d\theta = M^E d\theta$$

Lavoro

$$\Downarrow$$

$$P = \frac{dL}{dt} = M^E \frac{d\theta}{dt} = M^E \omega$$

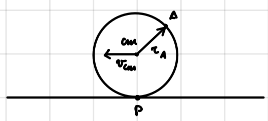
ESERCIZIO



$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2} = \frac{1}{2} v^2 \left(m + \frac{I}{R^2}\right) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + (I/R^2)}}$$

11.6 ROTOLAMENTI

Schematizziamo il rotolamento



$$\vec v_A = \vec v_{cm} + \vec \omega \times \vec r_A$$

Possiamo definire:

- rotolamento puro: in ogni istante il punto di contatto è fermo

$$\vec v_P = \vec v_{cm} + \vec\omega \times \vec r_P \rightarrow 0 = \vec v_{cm} + \vec\omega \times \vec r_P \Rightarrow v_{cm} = -\vec\omega \times \vec r_P$$

$$\vec v_a = -\vec\omega \times \vec r_P + \vec\omega \times \vec r_A = \vec\omega \times (\vec r_A - \vec r_P) = \vec\omega \times \vec d$$

↳ rotazione intorno ad un asse passante per P