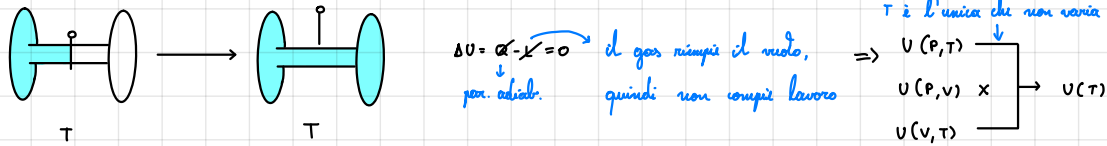


#### 14.10 CALORI MOLARI A VOLUME / PRESSIONE COSTANTE

Si può dimostrare che in generale il calore molare a pressione costante  $C_p$  è sempre maggiore di quello a volume costante  $C_v$ :

$$C_v = \frac{1}{n} \left. \frac{\delta Q}{dT} \right|_{v, \text{const}}; \quad C_p = \frac{1}{n} \left. \frac{\delta Q}{dT} \right|_{p, \text{const}}$$

Prima di poter dimostrare la relazione di Mayer, dimostriamo sperimentalmente che l'energia interna di un gas perfetto è funzione di  $T$ :



Possiamo adesso dimostrare la relazione di Mayer:

Th:  $C_p = C_v + R$  Consideriamo isocora:  $dU = \delta Q - \delta L = \delta Q - P dv = \delta Q \rightarrow \delta Q = \frac{dU}{dT} dT$

$$C_v = \frac{1}{n} \left. \frac{\delta Q}{dT} \right|_v = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \cdot \frac{dT}{dT} = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \Rightarrow dU = n C_v dT \Rightarrow \delta Q = n C_v dT + P dv$$

$\hookrightarrow$  vale sempre perché  $U$  è funzione di stato

$$PV = nRT \rightarrow P dv + V dP = nR dT$$

$$\delta Q - n C_v dT + V dP = nR dT$$

$$\delta Q = n C_v dT + nR dT - V dP$$

$$\delta Q = n(C_v + R) dT - V dP$$

Consideriamo isobara:  $\delta Q = n(C_v + R) dT - V dP \rightarrow C_p = \frac{1}{n} \left. \frac{\delta Q}{dT} \right|_p = \dots = C_v + R$

Usando la relazione sopra, possiamo riscrivere il primo principio:

$$\delta Q = dU + \delta L = n C_v dT + P dv = n C_v dT + nR dT - V dP = n(C_v + R) dT - V dP = n C_p dT - V dP$$

$dU = n C_v dT$   
 $P dv + V dP = nR dT$   
 $\delta L = P dv$   
 $C_p = C_v + R$

#### 14.11 TRASFORMAZIONE ADIABATICA DI UN GAS PERFETTO

Prendiamo le due equazioni finora ricavate:

$$\begin{cases} \delta Q = n C_p dT - V dP \\ \delta Q = n C_v dT + P dv \end{cases} \xrightarrow{\text{ADIAB.}} \begin{cases} n C_p dT = V dP \\ n C_v dT = -P dv \end{cases} \Rightarrow \frac{C_v}{C_p} = - \frac{P dv}{V dP} \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{C_v}{C_p} = - \frac{P dv}{V dP}$$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$\frac{1}{\gamma} = - \frac{P dv}{V dP} \rightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \int_{V_0}^V -\gamma \frac{dV}{V} \rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\gamma \ln \frac{V}{V_0} \rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = \ln \left[ \left( \frac{V}{V_0} \right)^{-\gamma} \right] \rightarrow \frac{P}{P_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\gamma}$$

$$\downarrow$$

$$PV^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \rightarrow P_0, V_0 \text{ fissati} \rightarrow PV^{\gamma} = \text{cost}$$

La relazione sopra può essere riscritta in funzione delle altre grandezze usando  $PV = nRT$ :

$$(T, V) \rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{cost}$$

$$(P, T) \rightarrow P^{\frac{1}{1-\gamma}} T^{\gamma} = \text{cost}$$

#### 14.12 VALORI DI $C_v/C_p$

1) MONOATOMICO IDEALE:  $C_v = \frac{3}{2} R$ ;  $C_p = \frac{5}{2} R$ ;  $\gamma = \frac{5}{3}$

2) BIATOMICO IDEALE:  $C_v = \frac{5}{2} R$ ;  $C_p = \frac{7}{2} R$ ;  $\gamma = \frac{7}{5}$