2. MECCANICA

Si occupa dello studio del moto di un corpo. Si divide in:

- CINEMATICA: moto di un corpo senza studiarne le cause
- DINAMICA: parte dalle cause per arrivare a descrivere il moto. Le cause sono le forze e sono dovute all'interazione con altri corpi
- STATICA:

Noi studieremo la cinematica e la dinamica del punto materiale

Il punto materiale è un corpo che:

- ha dimensioni piccole rispetto agli oggetti/distanze con cui interagisce
- la struttura interna non gioca ruolo significativo.

Un corpo rigido è un sistema di punti materiali la cui distanza rimane costante.

3 CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

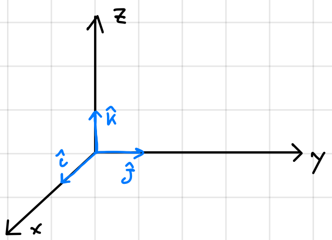
3.1 SISTEMI DI RIFERIMENTO

Prima di tutto dobbiamo definire un sistema di riferimento: senza di esso le misure delle distanze non hanno senso.
La scelta del sistema di riferimento è arbitraria.

Al sistema di riferimento si associa un sistema di coordinate che ci permette di identificare coi numeri la posizione di un punto.

3.1.1 SISTEMA CARTESIANO

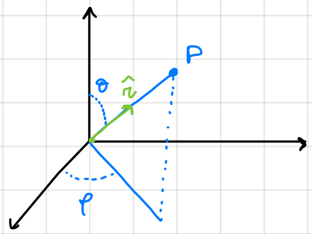
$P \mapsto (x, y, z)$



3.1.2 SISTEMA POLARE

$P \mapsto (r, \theta, \varphi)$

$$\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r \cos\theta \end{cases}$$



3.2 IL PROBLEMA CINEMATICO E LEGGI ORARIE

Lo scopo della cinematica è capire dove mi trovo in dato istante, ossia definire le leggi orarie:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

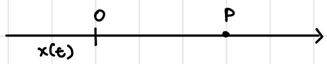
NOTA: Le leggi orarie non sono altro che la rappresentazione parametrica del nostro moto. Il parametro è il tempo. La rappresentazione algebrica è invece la traiettoria. Essa, infatti, perde informazioni sul tempo.

Il problema cinematico può essere rappresentato con:

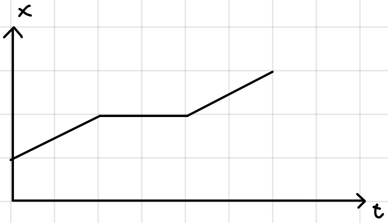
- RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE: definita un'origine e un vettore posizione che varia nel tempo ($r(t)$), la rappresentazione vettoriale è: $\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}$ dove $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ sono i versori del sistema di riferimento.
- RAPPRESENTAZIONE ad ASCISSA CURVILINEA (INTRINSECA): conoscendo la traiettoria, fissiamo un'origine e un verso positivo. Lo spazio lungo la traiettoria nel verso positivo è detto ascissa curvilinea

3.2 MOTO RETTILINEO

Lo studiamo nella rappresentazione intrinseca:



Possiamo usare anche il diagramma orario.



3.2.1 VELOCITÀ SCALARE

Per descrivere quanto ci muoviamo sulla retta usiamo la velocità $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Nel diagramma orario essa è il coefficiente angolare della retta passante per due punti. Poiché la velocità così definita è una media, è bene definire la velocità istantanea

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x_2 - x_2}{t_2 - t_1} = \frac{d\,x(t)}{dt} = \underbrace{\dot{x}(t)}_{\text{NOTAZIONE COSIMO}} \qquad [v] = [L][T]^{-1} = m/s$$

È ovvio, quindi, che nota $v(t)$ per trovare $x(t)$ facciamo:

$$dx = v(t)\,dt \implies x(t) = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt + x_0$$

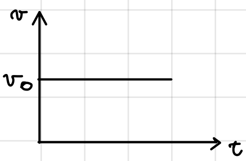
Questo è il cosiddetto PROBLEMA INVERSO.

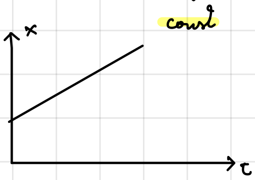
NOTA: Per passare da $v(t)$ a $x(t)$ è sempre necessario conoscere almeno 1 valore di x (x_0).

3.2.2 MOTO UNIFORME (RETTILINEO)

La velocità è costante. Risolvendo il problema inverso:

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt = x_0 + v_0 \int_{t_0}^{t} dt = x_0 + v_0(t - t_0) = \underbrace{(x_0 - v_0 t_0)}_{\text{cost}} + v_0 t$$





3.2.3 ACCELERAZIONE (SCALARE)

Quanto varia la velocità:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad [a] = [v][T]^{-1} = [L][T]^{-2} = m/s^2$$

$$a(t) = \frac{d\,v(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)$$

Nel moto uniforme l'accelerazione è nulla. Il segno di $a(t)$ ci da' info su $v(t)$:

- $a(t) > 0$ $\quad v(t)$ cresce
- $a(t) < 0$ $\quad v(t)$ decresce

Risolvendo il problema inverso:

$$dv = a(t)\,dt = \dots \implies v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt$$

3.2.4 MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

L'accelerazione è costante:

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt = v_0 + a_0(t - t_0) = \underbrace{(v_0 - a_0 t_0)}_{\text{cost}} + a_0 t$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} (v_0 - a_0 t_0 + a_0 t) dt = x_0 + v_0(t - t_0) - a_0(t - t_0) + \left[a_0 \frac{t^2}{2}\right]_{t}^{t_0} =$$

$$= x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0 (t^2 - 2tt_0 + t_0)^2 = \underbrace{x_0 + v_0(t - t_0)}_{\text{cost}} + \frac{1}{2} a_0 (t - t_0)^2$$