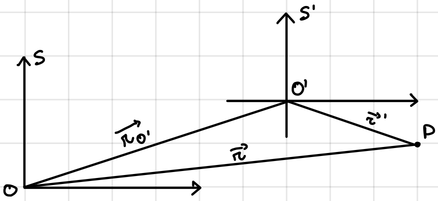
6.2.2 DIMOSTRAZIONE



$$\vec r = \vec r_{o'} + \vec r\,' \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec r}{dt} = \frac{d\vec r_{o'}}{dt} + \frac{d\vec r\,'}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec v = \vec v_{o'} + \frac{d\vec r\,'}{dt}$$

$$\vec r\,' = r'_x \hat i' + r'_y \hat j' + r'_z \hat k' \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec r\,'}{dt} = \frac{d r'_x \hat i'}{dt} + \frac{d r'_y \hat j'}{dt} + \frac{d r'_z \hat k'}{dt} =$$

$$= \frac{dr'_x}{dt}\hat i' + r'_x \frac{d\hat i'}{dt} + \frac{dr'_y}{dt}\hat j' + r'_y\frac{d\hat j'}{dt} + \frac{dr'_z}{dt}\hat k' + r'_z\frac{d\hat k'}{dt} =$$

$$= \left(\frac{dr'_x}{dt}\hat i' + \frac{dr'_y}{dt}\hat j' + \frac{dr'_z}{dt}\hat k'\right) + \left(r'_x\frac{d\hat i'}{dt} + r'_y\frac{d\hat j'}{dt} + r'_z\frac{d\hat k'}{dt}\right) =$$

$$= \vec v\,' + \underbrace{\left[r'_x(\vec\omega\times\hat i') + r'_y(\vec\omega\times\hat j') + r'_z(\vec\omega\times\hat k')\right]}_{\text{FORMULA DI POISSON}}$$

$$= \vec v\,' + \left[\vec\omega\times r'_x\hat i' + \vec\omega\times r'_y\hat j' + \vec\omega\times r'_z\hat k'\right] =$$

$$= \vec v\,' + \vec\omega\times\vec r$$

$$\Downarrow$$

$$\vec v = \vec v\,' + \vec v_o + \vec\omega\times\vec r$$

NOTA: FORMULA DI POISSON: $\frac{d\hat u}{dt} = \vec\omega\times\hat u$

6.3 LEGAME TRA ACCELERAZIONI

Usando la stessa situazione di prima, possiamo affermare che le accelerazioni sono legate dalla seguente formula:

$$\underset{S}{\vec a} = \underset{S'}{\vec a\,'} + \underbrace{\vec a_{o'} + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r\,')}_{a.\ trasl.} + \underbrace{2\vec\omega\times\vec v\,'}_{a\ Coriolis}$$

L'accelerazione di trascinamento c'è sempre quando S' ruota. L'accelerazione di Coriolis, invece, è presente solo se l'oggetto si muove all'interno del sistema S'.

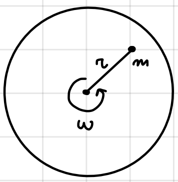
6.4 DINAMICA DEI SISTEMI NON INERZIALI

Usando la definizione di forza possiamo scrivere:

$$\vec F = m\vec a = m(\vec a\,' + \vec a_T + \vec a_c) = m\vec a\,' + m\vec a_T + m\vec a_c$$

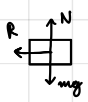
Possiamo notare che il principio della dinamica non vale. Se, invece, consideriamo due forze apparenti, allora possiamo estendere il primo principio della dinamica ai sistemi non inerziali.

ESERCIZIO



const ω

$$\begin{array}{l} \hat u_n \\ \hat k \end{array}\begin{cases} R = \frac{mv^2}{r} \\ N = mg \end{cases}$$



se consideriamo un sistema mobile:

$$\vec a\,' = \vec a\,' + \vec a_T + \vec a_c \rightarrow m\vec a = / + m\vec a_T + m\vec a_c$$

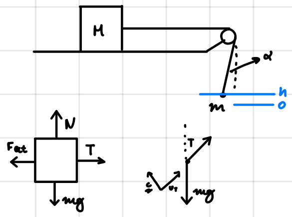
$$= \cancel{\vec a_{o'}} + \omega\times(\omega\times\vec r\,') + /$$

$$N + \vec R + \vec P = m\underbrace{(\vec\omega\times\underbrace{(\vec\omega\times\vec r\,')}_{\hat u_T})}_{\hat u_N}$$

$$\begin{array}{l} \hat u_N \\ \hat k \end{array}\begin{cases} R = m\omega^2 r \\ N - mg = 0 \end{cases}$$

ESERCITAZIONE

ES. 1.



$M = 1\,Kg$, $m = \frac{1}{5}\,Kg$ max α affinché M non si sposti

$\mu_s = \frac{2}{5}$

$$\begin{cases} T = -F_{at} = \mu_s M g \\ N = M g \end{cases} \qquad \begin{cases} -mg \sin\alpha = m a_\tau \\ -mg\cos\alpha + T = m a_n \end{cases} \rightarrow T = m a_n + mg\cos\alpha$$

$$T_{max} = m a_n + mg \rightarrow m a_n + mg = \mu_s M g$$

$$m \frac{v_m^2}{\ell} + mg = \mu_s M g$$

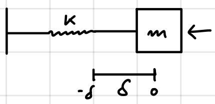
$$v_m^2 = \frac{\mu_s M g \ell}{m} + g\ell$$

$$E_M(h) = E(0) \rightarrow mg\ell(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$2mg\cancel{\ell}(1-\cos\alpha) = \mu_s M g \cancel{\ell} + mg\cancel{\ell}$$

$$1 - \cos\alpha = \frac{\mu_s M}{2m} + \frac{1}{2} \rightarrow \cos\alpha = -\frac{\mu_s M}{2m} + \frac{1}{2} \rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°$$

ES. 2



$t_0 = 0\,s$ $\quad v(0) = 0\,m/s$

$$\left.\begin{array}{l} L = ? \\ v = ? \\ \Delta E_p = ? \end{array}\right\} t_2 \rightarrow \text{tempo di recupero}$$

1) $F_{el} = -K\vec{s}$

$$L_{el} = \int_{-\delta}^{0} -Kx\,dx = \frac{1}{2}K\delta^2$$

2) $L_{el} = \Delta K = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{K}{m}}\,\delta$

3) $L_{el} = -\Delta U = -\frac{1}{2} K \delta^2$