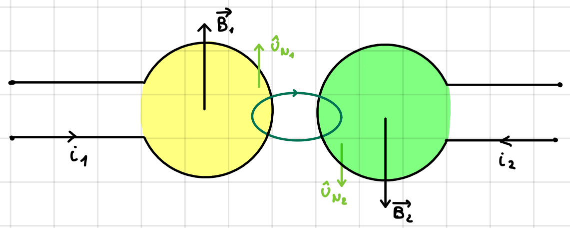
13.6 INDUTTORI MUTUAMENTE ACCOPPIATI

Consideriamo:

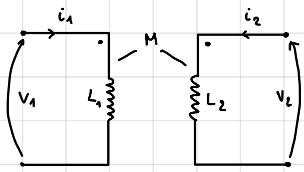


$$\begin{cases} \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \\ \Phi_2 = M i_2 + L_2 i_2 \end{cases} \rightarrow \quad M>0 \text{ perché } \Phi_1 \text{ e } \Phi_2 \text{ sono concordi}$$

Se considero N spire, avrò un componente con N-porte e 2N morsetti descritto da:

$$\underset{N\times 1}{\underline{\Phi}} = \underset{N\times N}{\underline{L}}\ \underset{N\times 1}{\underline{i}} \qquad \text{con} \qquad \underline{L} = \underline{L}^T$$

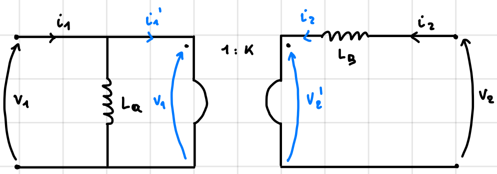
Per $N=2$ abbiamo induttori mutuamente accoppiati:



$$\underline{v} = \frac{d}{dt}\underline{\Phi} = \underline{L}\frac{d}{dt}\underline{i} \rightarrow \begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M\frac{di}{dt} \\ v_2 = M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} \bar{V}_1 = jX_1\bar{I}_1 + jX_M\bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = jX_M\bar{I}_1 + jX_2\bar{I}_2 \end{cases}$$

Si dice accoppiamento perfetto o critico quando $|\underline{L}| = 0$. Se consideriamo $N=2$ ciò equivale $M = \pm\sqrt{L_1L_2}$

Se consideriamo due induttori L_a e L_B ed un trasf. di potenza $1:K$, quanto devono valere i parametri affinché il circuito sia equivalente ad induttori mutuamente accoppiati (e in acc. critico)



$$\begin{cases} v_2' = Kv_1 \\ i_2 = -\frac{1}{K}i_1' \end{cases}$$

$$v_1 = L_a\frac{d}{dt}(i_1 - i_1') = L_a\frac{di_1}{dt} + KL_a\frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = L_B\frac{di_2}{dt} + Kv_1 = L_B\frac{di_2}{dt} + KL_a\frac{di_1}{dt} + K^2L_a\frac{di_2}{dt}$$

$$= KL_a\frac{di_1}{dt} + (L_B + K^2L_a)\frac{di_2}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} v_1 = L_a\frac{di_1}{dt} + KL_a\frac{di_2}{dt} \\ v_2 = KL_a\frac{di_1}{dt} + (L_B + K^2L_a)\frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

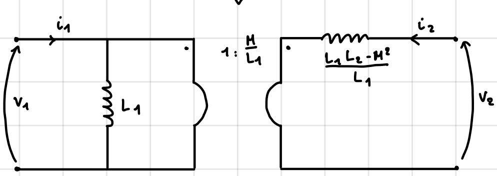
$$\Downarrow$$

$$L_1 = L_a \qquad M = KL_a \qquad L_2 = L_B + K^2L_a$$

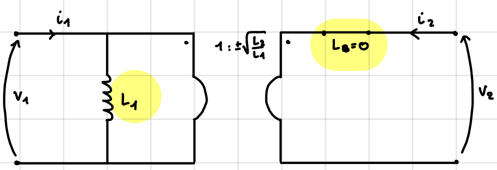
$$\downarrow$$

$$L_a = L_1 \quad , \quad L_B = \frac{L_2L_1 - M^2}{L_1}$$

$\Downarrow$



$\Downarrow$ accoppiamento critico ($M = \pm\sqrt{L_1L_2}$)



Si dice coefficiente di accoppiamento $K = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$. Se $K = \pm 1$, l'accoppiamento è perfetto.

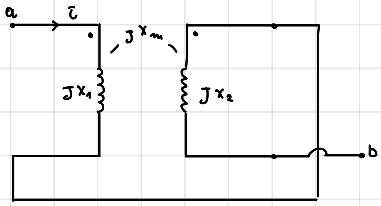
13.7 ENERGIA IMMAGAZZINATA DA INDUTTORI MUTUAMENTE ACCOPPIATI

$$v_1 i_1 + v_2 i_2 = \left(L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di_2}{dt}\right) i_1 + \left(M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}\right) i_2 = L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 + M \frac{di_2}{dt} i_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} i_2 + M \frac{di_1}{dt} i_2 =$$

$$= \frac{1}{2} L_1 \frac{di_1^2}{dt} + \frac{1}{2} L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{d}{dt} i_1 i_2 =$$

$$= \frac{d}{dt} \underbrace{\left(\frac{1}{2} L_1 i_1 + \frac{1}{2} L_2 i_2 + M i_1 i_2\right)}_{w_a}$$

13.8 COLLEGAMENTO IN SERIE EQUIVERSA DI INDUTTORI MUTUAM. ACCOPP.



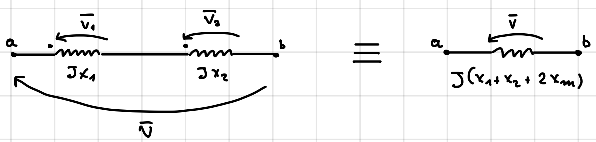
$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = jX_1 \bar{I} + jX_m \bar{I} + jX_m \bar{I} + jX_2 \bar{I} =$$

$$= j(X_1 + X_2 + 2X_m)\bar{I}$$

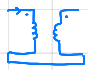
$$\downarrow$$

$$Z_{eq} = j(X_1 + X_2 + 2X_m)$$

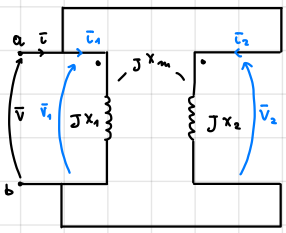
$$\downarrow$$



Esiste anche la serie controversa con $Z_{eq} = j(X_1 + X_2 - 2X_m)$



13.9 COLLEGAMENTO IN PARALLELO EQUIVERSO DI INDUTTORI MUTUAM. ACCOPP.



$$\bar{V} = \bar{V}_1 = \bar{V}_2$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$\bar{V} = jX_1 \bar{I}_1 + jX_m(\bar{I} - \bar{I}_1) = jX_m \bar{I} + j(X_1 - X_m)\bar{I}_1$$

$$\bar{V} = jX_m \bar{I}_1 + jX_2(\bar{I} - \bar{I}_1) = jX_2 \bar{I} + j(X_m - X_2)\bar{I}_1 \quad \rightarrow \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{V} - jX_2 \bar{I}}{j(X_m - X_2)}$$

$$\hookrightarrow \quad \bar{V} = jX_m \bar{I} + j(X_1 - X_m)\frac{(\bar{V} - jX_2 \bar{I})}{j(X_m - X_2)} \implies \dots$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{eq} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = j\,\frac{X_1 X_2 - X_m^2}{X_1 + X_2 - 2X_m}$$

Esiste anche il parallelo controverso con $Z_{eq} = j\,\frac{X_1 X_2 - X_m^2}{X_1 + X_2 + 2X_m}$