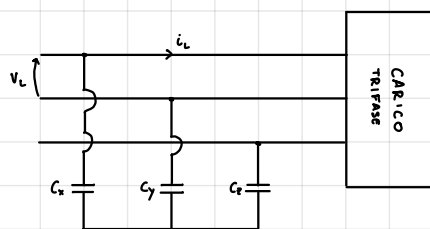


• • •  
E SERCIZIO



$A_n = 700 \text{ VA}$   
 $\cos \varphi = 0,85$   
 $f = 50 \text{ Hz}$   
 $V_L = 15 \text{ KV}$

$I_L ? \quad Q_c ? \quad C_y ? \quad I_L \text{ per rif. ?}$   
 $\downarrow$   
 $\cos \varphi_n = 0,92$

1)  $|A_n| = 3 V_L I_L \Rightarrow I_L = \frac{A_n}{3 V_L} = \frac{A_n}{\sqrt{3} V_L} = 26,94 \text{ A}$

2)



$Q_c = -(Q - Q_R) \rightarrow Q_c = P \tan \varphi_R - P \tan \varphi$   
 $\downarrow$   
 $\text{condensatore ha } Q \text{ neg}$   
 $= A_n \cos \varphi (\tan \varphi_R - \tan \varphi) = \dots = -115,28 \text{ KVAR}$

3)  $j Q_c = 3 V_L \bar{C}_c^* ; j \omega C_y \bar{V}_L = \bar{C}_c \Rightarrow j Q_c = -3 j \omega C_y V_L^2 = -3 j \omega C_y \frac{V_L^2}{3} = Q_c = -\frac{Q_c}{\omega V_L^2} = 1,63 \mu\text{F}$

4)  $A_R = A_n \cos \varphi / \cos \varphi_R = 3 V_L I_L \rightarrow I_L = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{A_n \cos \varphi}{V_L \cos \varphi_R} = 24,89 \text{ A}$

#### 11 CIRCUITI DINAMICI DEL 1° ORDINE CON DISCONTINUITÀ

Esistono 2 possibili sorgenti di discontinuità:

- 1) ingressi dati da funzioni tempo variabili che presentano discontinuità
- 2) circuiti con latch e divideri

Introduciamo la funzione gradino unitario  $u(t)/1(t)$ :

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \leftarrow \text{discontinuità di prima specie}$$

#### 11.1 CONTINUITÀ VARIABILI DI STATO

Prendiamo come ipotesi il fatto che gli ingressi siano limitati. Di conseguenza, le variabili di stato devono anche esse essere limitate. Consideriamo anche una sorgente discontinua.

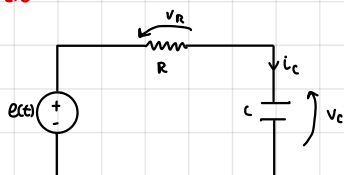
$$\frac{dx}{dt} = \lambda x(t) + u(t) \rightarrow u(t) \text{ è disc. in } t=t_0$$

$$\int_{t_0^-}^{t_0^+} \frac{dx}{dt} dt = \lambda \int_{t_0^-}^{t_0^+} x(t) dt + \int_{t_0^-}^{t_0^+} u(t) dt = 0 \Rightarrow x(t_0^+) = x(t_0^-)$$

$\downarrow$  nullo (Hp lim.)       $\downarrow$  nullo (Hp lim.)

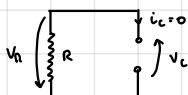
La continuità, però, non è per forza valida per variabili non di stato.

#### ESERCIZIO



$E(t) = E u(t-t_0) \quad E > 0$

- 1)  $t < t_0 \quad E(t) = 0 \rightarrow$  regime stazionario  $\Rightarrow$  condensatore equivale ad un circuito aperto



$V_C(t_0^-) = I_C(t_0^-) = V_R(t_0^-) = 0$

2)  $t > 0$   $e(t) = E \Rightarrow$  STAZIONARIO IN TRANSITORIO

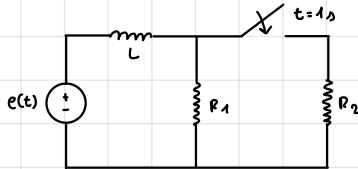
$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = E \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{RC} V_C + \frac{E}{RC} \Rightarrow V_C(t) = K e^{-\frac{t-t_0}{RC}} + E$$

$$V_C(t_0^+) = V_C(t_0^-) \rightarrow K = -E$$

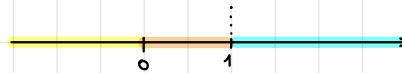
$$V_R(t) = E - V_C(t) = E - E \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}}\right) = E e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \Rightarrow \begin{cases} V_R(t_0^+) = E \rightarrow \text{discontinua} \\ V_R(t_0^-) = 0 \end{cases}$$



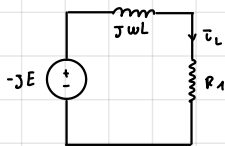
## ESERCIZIO



$$e(t) = E \sin(\omega t) \quad \forall t < 1$$



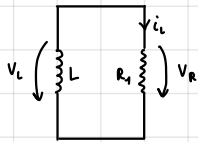
1)  $t < 0$   $e(t) = E \sin(\omega t)$



$$\bar{I}_L = \frac{-jE}{R_1 + j\omega L} = \frac{-jE(R_1 - j\omega L)}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = -\frac{\omega L E + jR_1 E}{R_1^2 + \omega^2 L^2} \rightarrow i_L(t) = -\frac{1}{R_1^2 + \omega^2 L^2} \left[ \omega L E \cos(\omega t) - R_1 E \sin(\omega t) \right]$$

$$i_L(0^-) = -\frac{\omega L E}{R_1^2 + \omega^2 L^2}$$

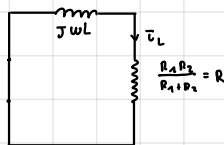
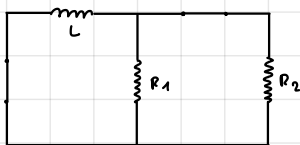
2)  $0 < t < 1$



$$R_1 i_L + L \frac{di_L}{dt} = 0 \rightarrow i_L(t) = K_1 e^{-\frac{R_1}{L} t}$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) \Rightarrow K_1 = -\frac{\omega L E}{R_1^2 + \omega^2 L^2}$$

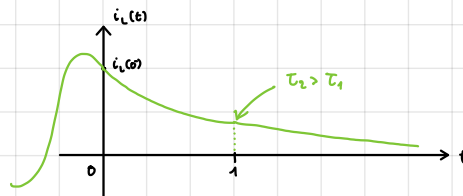
3)  $t > 1$



$$\frac{d\bar{I}_L}{dt} = -\frac{R}{L} \bar{I}_L \rightarrow i_L(t) = K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-1)}$$

$$\hookrightarrow i_L(1^-) = i_L(1^+) \Rightarrow K_2 e^{-\frac{R}{L}} = -\frac{\omega L E}{R_1^2 + \omega^2 L^2} e^{-\frac{R_1}{L}}$$

$$\Downarrow \\ K_2 = -\frac{\omega L E}{R_1^2 + \omega^2 L^2} e^{-\frac{R_1 - R}{L}}$$



# CAMPO MAGNETICO IN CONDIZIONI STATICHE

carica di prova :  $q > 0$  (infinitesimale)

DEFINIZIONE OPERATIVA DEL CAMPO ELETTRICO :

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \vec{E} = \vec{F}/q$$

definiamo  $\vec{B}$  in modo analogo a quanto fatto per  $\vec{E}$ :

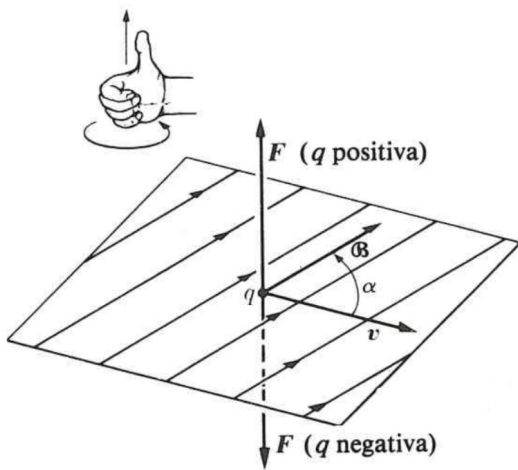
Hp:  $q$  si muove con velocità  $\vec{v}$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \vec{B} \text{ [T]}$$

Nel caso siano presenti sia  $\vec{E}$  che  $\vec{B}$ , la forza totale è data da:

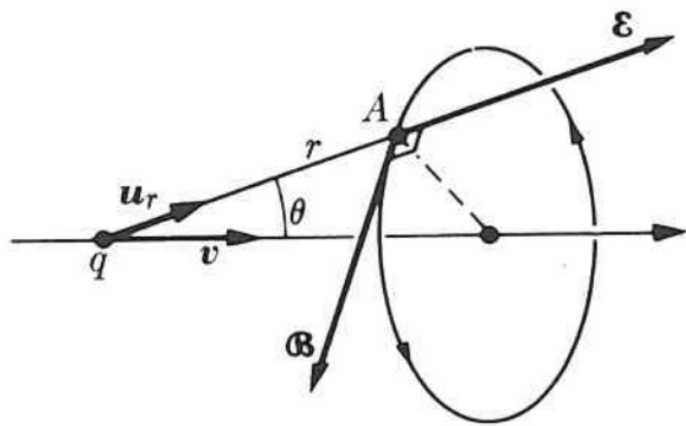
$$\vec{F}_{\text{Tot}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

↳ Forza di Lorentz



## DA COSA È GENERATO IL CAMPO MAGNETICO?

Da cariche in moto rispetto ad un osservatore



$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{u}_r$$

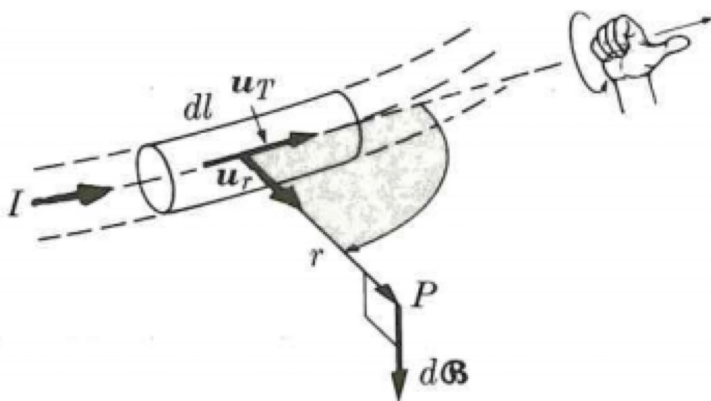
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} q \vec{v} \times \hat{u}_r$$

$\mu_0$  PERMETTIVITA' MAGNETICA DEL VUOTO

Già come la corrente implica cariche in movimento, essa comporta anche un campo magnetico

## CAMPO MAGNETICO GENERATO DA UNA SPIRA CHIUSA

### PERCORSO DA CORRENTE



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \Delta Q \vec{v} \times \hat{u}_r$$

$$\vec{v} = \frac{dl}{dt} \hat{u}_t$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \frac{\Delta Q}{dt} dl \hat{u}_t \times \hat{u}_r$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} I dl \hat{u}_t \times \hat{u}_r$$

$$\lim_{dl \rightarrow 0} d\vec{B} = \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\hat{u}_t \times \hat{u}_r}{r^2} dl$$

Legge di Ampere-Loebl