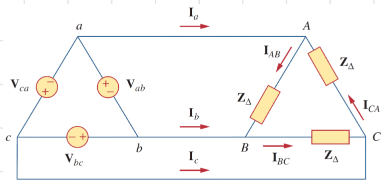
• • •

10.4.3 Δ - Δ BILANCIATO

Sia generatore che carico sono a Δ. Le tensioni di fase coincidono con quelle di linea. Le correnti di fase saranno:



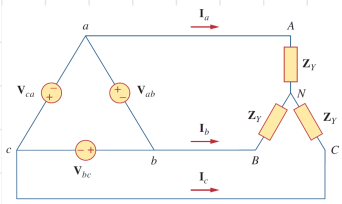
$$\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{V}_{ab}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{V}_{AB}}{Z_\Delta}$$
$$\bar{I}_{BC} = \frac{\bar{V}_{bc}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{V}_{BC}}{Z_\Delta}$$
$$\bar{I}_{CA} = \frac{\bar{V}_{ca}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{V}_{CA}}{Z_\Delta}$$

Le correnti di linea si ottengono come nel caso Y-Δ:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{AB} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{I}_b = \bar{I}_{BC} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{I}_c = \bar{I}_{CA} \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

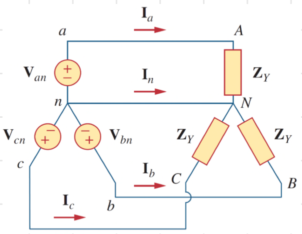
10.4.4 COLLEGAMENTO Δ-Y

Il generatore è in configurazione Δ, il carico è in Y. Le tensioni di linea corrispondono con quelle di triangolo del generatore. Le correnti di linea possono essere calcolate riconducendosi al tipo Y-Y



10.5 POTENZA NEI SISTEMI TRIFASE

Consideriamo la configurazione Y-Y. Prendiamo la sequenza positiva e scriviamo le tensioni di fase nel dominio del tempo:



$$v_{AN} = \sqrt{2}\, V_p \cos(\omega t)$$
$$v_{BN} = \sqrt{2}\, V_p \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$v_{CN} = \underbrace{\sqrt{2}}\, V_p \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

$\sqrt{2}$ perché V_p si riferisce al valore efficace.

Siccome l'impedenza è $Z_Y = Z e^{j\theta}$, le correnti di fase saranno:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_{an}}{Z_Y} \rightarrow i_a = \sqrt{2}\, I_p \cos(\omega t - \theta)$$
$$i_b = \sqrt{2}\, I_p \cos\left(\omega t - \theta - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$i_c = \sqrt{2}\, \underbrace{I_p}_{I_p = \frac{V_p}{|Z_Y|}} \cos\left(\omega t - \theta - \frac{4}{3}\pi\right)$$

La potenza istantanea nel carico è la somma delle potenze istantanee nelle tre fasi:

$$p_\alpha^{\,ZY}(t) = V_{an}(t)\, i_a(t) + V_{BN}(t)\, i_b(t) + V_{CA}(t)\, i_c(t) = 2 V_p I_p \left[\cos(\omega t)\cos(\omega t - \theta) + \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)\cos\left(\omega t - \theta - \frac{2}{3}\pi\right) + \right.$$
$$\left. + \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)\cos\left(\omega t - \theta - \frac{4}{3}\pi\right)\right] =$$

$$= V_p I_p \left[3\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos\left(2\omega t - \theta - \frac{4}{3}\pi\right) + \cos\left(2\omega t - \theta - \frac{8}{3}\pi\right)\right] =$$

$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$

$$= V_p I_p \left[3\cos\theta + \cos\gamma + \cos\gamma\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + \sin\gamma \sin\frac{4}{3}\pi + \cos\gamma\cos\frac{2}{3}\pi + \sin\gamma\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] = \ldots = 3 V_p I_p \cos\theta$$

$\gamma = 2\omega t - \theta$

La potenza in trifase bilanciato è, quindi, costante (a differenza delle potenze delle singole fasi).
Il risultato è valido anche per carico in configurazione Δ.

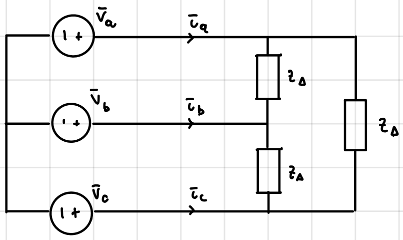
Considerando la potenza in regime sinusoidale, poiché nel trifase la potenza complessiva è costante, la potenza media assorbita per fase sarà:

$$\frac{P_a^{Z_\Delta}}{3} = \frac{P_a^{Z_Y}}{3} = V_p I_p \cos\theta \Rightarrow \begin{cases} P = V_p I_p \cos\theta \\ Q = V_p I_p \sin\theta \end{cases}$$

La potenza attiva complessiva assorbita dal carico sarà 3 volte quella della singola, stessa cosa per quella complessa:

$$P = 3P_p = 3 V_p I_p \cos\theta = 3 \frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L \cos\theta = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta$$
$$Q = 3Q_p = \quad \dots \quad = \sqrt{3} V_L I_L \sin\theta$$
$$\Rightarrow \hat{A} = P + jQ = 3 \bar{V}_p \bar{\iota}_p$$

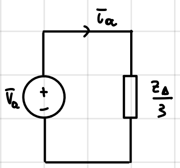
ESERCIZIO



$\bar{V}_a = 230\ V_{RMS}$ $\quad$ $\bar\iota$? $\quad$ P? $\quad$ Q?

$Z_\Delta = 9 + 12j$

1) disegnamo il monofase equivalente
$\Rightarrow$ trasformo il carico in conf. Y: $\quad Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta$



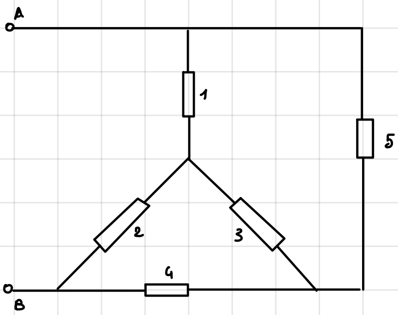
$$\bar\iota_a = \frac{\bar V_a}{Z_\Delta/3} = \frac{\bar V_a}{3+4j} = \frac{\bar V_a}{5} e^{-j53°} = \frac{230}{5} e^{-j53°} = 46\, e^{-j53°}\ A$$
$\downarrow$
$$\bar\iota_b = \bar\iota_a e^{-j\frac{2}{3}\pi} = 46\, e^{-j173°}\ A$$
$$\bar\iota_c = \bar\iota_a e^{-j\frac{4}{3}\pi} = 46\, e^{-j293°}\ A$$

2) $P + jQ = 3 V_a \bar\iota_a^* = 3 \frac{V_a V_a^*}{Z_Y^*} = \frac{3|V_a|}{3-4j} = \frac{3 \cdot 230^2}{25} \cdot (3+4j) = 6348(3+4j) \rightarrow P = 19044\ W$

$Q = 25392\ VAR$

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 1



1) $P = 1\ W$, $Q = 6\ VAR$
2) $P = 2\ W$, $Q = -2\ VAR$
3) $P = -6\ W$, $Q = 4\ VAR$
4) $P = 3\ W$, $Q = -5\ VAR$
5) $P = 4\ W$, $Q = -6\ VAR$

P_{TOT}? $\quad Q_{TOT}$? $\quad |\hat A|$?

$\cos\phi$?

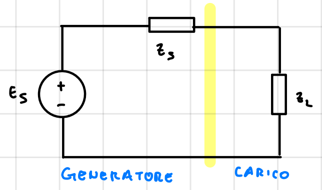
$P_{TOT} = \sum P_K = 1+2-6+3+4 = 4\ W \longrightarrow \hat A = 4 - 3j \Rightarrow |\hat A| = \sqrt{16+9} = 5$

$Q_{TOT} = \sum Q_K = 6-2+4-5-6 = -3\ VAR \qquad \hat A = |\hat A| [\cos\phi + j \sin\phi]$

$\cos\phi = \frac{P}{|\hat A|} = \frac{4}{5}$

ESERCIZIO 3

1)

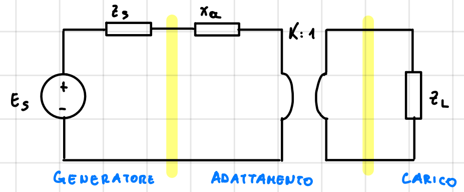


$Z_S = 100 + j\,100\ \Omega$ $\qquad P_{Z_L} = ?$

$Z_L = 1 + j\ \Omega$

$E_S = 100\, e^{j0}\ V_{eff}$

2)



$K = ?$ $\qquad X_A = ?$

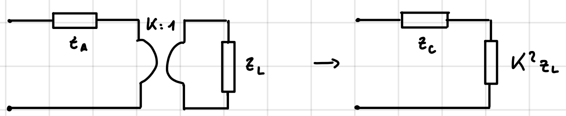
1) $Z_{eq} = Z_L + Z_S = 101 + 101j\ \Omega \rightarrow |I_L| = \frac{|E_S|}{|Z_{eq}|} = \frac{100}{101\sqrt{2}} = 0{,}7\ A_{eff}$

$\bar{S} = \frac{|V_L|^2}{Z_L} = Z_L |I_L|^2 = (1+j)(0{,}7)^2 = 0{,}49 + j\,0{,}49\ \ VA$

$\hookrightarrow P_L = 0{,}49\ W$

2) Riconduciamo il circuito 2 ad un Eq. Thevenin e usiamo il teorema del massimo trasferimento : $Z_L = Z^*$

La nostra Z_L (Z_{eq}) sarà tutto ciò che è a valle di Z_S:



$Z_{eq} = Z_A + K^2 Z_L$

$Z_A = R_A + jX_A \longrightarrow$ poiché deve massimiz. $P \rightarrow Z_a = jX_A$

$\Downarrow$

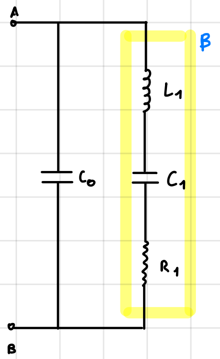
$Z_{eq} = jX_a + K^2(1+j) = Z_S^*$

$\downarrow$

$100 - j100 = K^2 + j(K^2 + X_a)$

$\hookrightarrow \begin{cases} K^2 = 100 \\ -100 = X_a + K^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_a = -200 \rightarrow \text{condensatore} \\ K = 10 \end{cases}$

ESERCIZIO 5



$C_0 = 2\ nF$ $\qquad C_1 = 300\ pF$ $\qquad Z_{eqv}?$ $\qquad f_r(\beta)?$

$L_1 = 2\ mH$

$R_1 = 100\ \Omega$

$C_0 \rightarrow Z_{C_0} = \frac{1}{j\omega C_0}$ $\qquad C_1 \rightarrow Z_{C_1} = \frac{1}{j\omega C_1}$ $\qquad Z_\beta = \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 + R_1 = R_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)$

$L_1 \rightarrow Z_{L_1} = j\omega L_1$ $\qquad R_1 \rightarrow Z_{R_1} = R_1$

$\hookrightarrow$ risuona quando $X_\beta = 0 \rightarrow \omega_0 : \omega_0 L_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_r = \frac{1}{\sqrt{LC} \cdot 2\pi}\ Hz$

$\hookrightarrow Z_\beta|_{\omega_0} = R_1$

$Z_{eqv} = j\omega C_0 + \frac{1}{R_1}$