

1. VETTORI

Un vettore è una n -upla di numeri (di qualsiasi tipo).

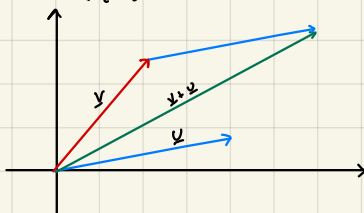
$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = [v_1, \dots, v_n] \Rightarrow \text{vettore riga e colonna}$$

Un vettore appartiene a \mathbb{R}^n . Per ora consideriamo solo vettori appartenenti a \mathbb{R}^2 .

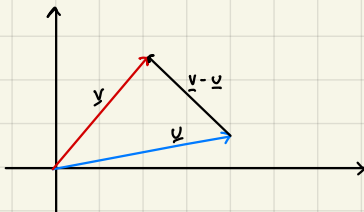
$$\text{NORMA: } |\underline{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = v = \|\underline{v}\|_2$$

1.1 PROPRIETÀ

- Prodotto scalare - vettore: $K \cdot \underline{v} = \begin{bmatrix} Kv_1 \\ Kv_2 \end{bmatrix}$ NOTA: $|K \underline{v}| = |K| \cdot |\underline{v}|$
- Somma tra vettori: $\underline{v}_1 + \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} v_{11} + v_{21} \\ v_{12} + v_{22} \end{bmatrix}$ NOTA: la somma è commutativa



- Differenza tra vettori: $\underline{v}_1 - \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} v_{11} - v_{21} \\ v_{12} - v_{22} \end{bmatrix}$. Se $\underline{w} = \underline{v} - \underline{u}$, allora $\underline{w} + \underline{u} = \underline{v}$



1.2 VETTORI UNITARI

È un vettore \underline{v} tale che $|\underline{v}| = 1$. I versori sono la base ortogonale del nostro spazio.

2 due versori del piano cartesiano sono $\hat{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\hat{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

1.3 NORMALIZZAZIONE DI UN VETTORE

Normalizzare un vettore significa ricavare il corrispondente vettore unitario:

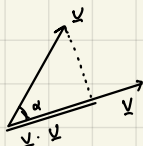
$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{\underline{v}} = \frac{\underline{v}}{|\underline{v}|} \Rightarrow \underline{v} = |\underline{v}| \hat{\underline{v}}$$

1.4 PRODOTTO SCALARE

Dati $\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$ e $\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ il loro prodotto scalare $\underline{v} \cdot \underline{u} = \sum_{i=1}^n v_i u_i$

$$\text{NOTA: } \underline{v} \cdot \underline{v} = |\underline{v}|^2$$

Definizione geometrica:



Da questa definizione si può ricavare che $\underline{v} \cdot \underline{u} = |\underline{v}| |\underline{u}| \cos \alpha$

1.4.1 PROPRIETÀ PRODOTTO SCALARE

- Commutatività
- Linearità

2. ELETTROSTATICA

Branca dell'elettromagnetismo che si occupa di studiare le cariche elettriche e il campo da loro generato.

Una carica è una proprietà fondamentale di tutte le particelle elementari della materia. I corpi, generalmente, sono neutri. La carica è quantizzata. Tutte le cariche sono multipli della carica fondamentale: $q_e = -1,602564 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

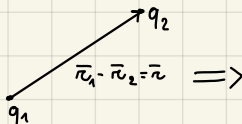
In un sistema isolato la carica totale non cambia (CONSERVAZIONE CARICA)

Una carica puntiforme è una carica che si immagina tutta concentrata in un singolo punto.

1.1 LEGGE DI COULOMB

Descrive la legge di attrazione/repulsione tra due cariche.

$$\vec{F}_{q_1 q_2} = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$



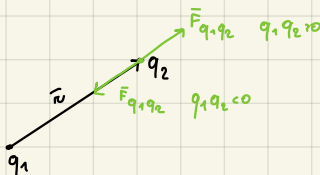
$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \hat{r}$$

$$\vec{F}_{q_1 q_2} = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \hat{r}$$

$$= K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

La costante moltiplicativa è: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ con $\epsilon_0 = 8,85418... \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ la costante dielettrica nel vuoto.

Il verso della forza dipende dal segno delle cariche:



1.2 CAMPO ELETTRICO

Un campo è una funzione che associa ad un punto un vettore.

Esistono due tipi di campo:

- campo scalare: $f(x, y, z, t) = a$ Esempio: temperatura
- campo vettoriale: $\vec{g}(x, y, z, t) = \vec{v}$ Esempio: velocità dell'acqua in un fiume

Le linee di campo sono delle curve tangenti al campo in ogni punto.

La carica di prova è una carica infinitesima positiva. Usando la carica di prova posso definire il campo elettrico come:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{con } q \text{ la carica di prova, } \vec{F} \text{ una forza di Coulomb.}$$

Il campo elettrico è detto:

- **stazionario**: $\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(x, y, z, t) = 0$
- **quasi-stazionario**: $\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(x, y, z, t) \approx 0$

Un campo elettrico può essere generato da una carica. Considerando la legge di Coulomb, infatti, prendiamo una carica Q e la carica di prova q . Il campo elettrico sarà: $\vec{E}_q = \frac{F_{eq}}{q} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$

Il campo generato da Q è radiale. Il verso delle linee di campo dipende dal segno di Q :

- $Q > 0$ verso usante
- $Q < 0$ verso entrante

1.2.1 CAMPO DI UN DIPOLO ELETTRICO

Supponendo che $Q^+ = -Q^-$ abbiamo che:

