Una funzione continua in tutto $\mathbb{R}$ si indica $f \in C^0(\mathbb{R})$

Condizione necessaria di differenziabilità

È necessario che $f: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia continua per essere derivabile

Derivata destra/sinistra

Sia $f: A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in A$. Si dice che f è:

1) Derivabile a destra in x_0 se esiste finito $\lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ $\left(f'_+(x_0)\right)$
2) Derivabile a sinistra in x_0 se esiste finito $\lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ $\left(f'_-(x_0)\right)$

Una funzione è derivabile se e solo se è derivabile sia a destra che a sinistra in x_0.

Derivate di somma/prodotto/quoziente di funzioni

Siano f, g derivabili in x_0. Allora

1) $(f+g)(x)$ è derivabile in x_0 e la derivata è $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$
2) $Kf(x)$ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ $(Kf)'(x_0) = Kf'(x_0)$

→ derivata è un'operazione lineare

3) $(f \cdot g)(x)$ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)\,g(x_0) + f(x_0)\,g'(x_0)$
4) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ ″ $\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$

Derivata di composizione di funzioni

Siano f, g derivabili in x_0. Allora $(g \circ f)(x)$ è derivabile in x_0 e $(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0))\,f'(x_0)$

Teorema della funzione inversa

Sia f una funzione derivabile in x_0 tale che $f'(x_0) \neq 0$. Allora $f^{-1}(x)$ è derivabile in $f(x_0)$ e $(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$