1. Vettori

Un vettore è una n-upla di numeri (di qualsiasi tipo).

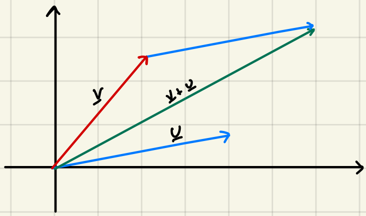
$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = [v_1, \dots, v_n]$ => vettore riga e colonna

Un vettore appartiene a $\mathbb{R}^n$. Per ora consideriamo solo vettori appartenenti a $\mathbb{R}^2$.

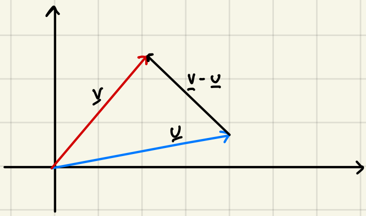
NORMA: $|\underline{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = v = \|\underline{v}\|_2$

1.1 Proprietà

- Prodotto scalare-vettore: $k \cdot \underline{v} = \begin{bmatrix} kv_1 \\ kv_2 \end{bmatrix}$ NOTA: $|k\underline{v}| = |k| \cdot |\underline{v}|$
- Somma tra vettori: $\underline{v}_1 + \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} v_1 + v_1' \\ v_2 + v_2' \end{bmatrix}$ NOTA: La somma è commutativa



- Differenza tra vettori: $\underline{v}_1 - \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} v_1 - v_1' \\ v_2 - v_2' \end{bmatrix}$. Se $\underline{w} = \underline{v} - \underline{u}$, allora $\underline{w} + \underline{u} = \underline{v}$



1.2 Vettori unitari

È un vettore $\underline{v}$ tale che $|\underline{v}| = 1$. I versori sono la base ortonormale del nostro spazio. I due versori del piano cartesiano sono $\hat{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\hat{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

1.3 Normalizzazione di un vettore

Normalizzare un vettore significa ricavare il corrispondente vettore unitario:

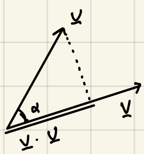
$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{v} = \frac{\underline{v}}{|v|} \Rightarrow \underline{v} = |v|\hat{v}$$

1.4 Prodotto scalare

Dati $\underline{v} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$ $\underline{u} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ si dice prodotto scalare $\underline{v} \cdot \underline{u} = \sum_{i=1}^{n} v_i u_i$

NOTA: $\underline{v} \cdot \underline{v} = |\underline{v}|^2$

Definizione geometrica:



Da questa definizione si può ricavare che $\underline{v} \cdot \underline{u} = |v||u| \cos\alpha$

1.4.1 PROPRIETÀ PRODOTTO SCALARE

- Commutatività
- Linearità

2. ELETTROSTATICA

Branca dell'elettromagnetismo che si occupa di studiare le cariche elettriche e il campo da loro generato.

Una carica è una proprietà fondamentale di tutte le particelle elementari della materia. I corpi, generalmente, sono neutri. La carica è quantizzata. Tutte le cariche sono multipli della carica fondamentale: $q_E = -1,602564 \cdot 10^{-19}\,C$

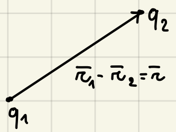
In un sistema isolato la carica totale non cambia (CONSERVAZIONE CARICA)

Una carica puntiforme è una carica che si immagina tutta concentrata in un singolo punto.

2.1 LEGGE DI COULOMB

Descrive la legge di attrazione/repulsione tra due cariche.

$$\bar F_{q_1q_2} = K\frac{q_1 q_2}{|\bar r_1 - \bar r_2|}(\bar r_1 - \bar r_2)$$



$\Longrightarrow$

$$\bar r_1 - \bar r_2 = |\bar r_1 - \bar r_2|\,\hat r$$

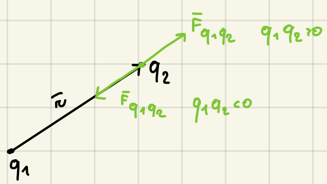
$\downarrow$

$$\bar F_{q_1q_2} = K\frac{q_1 q_2}{|\bar r_1 - \bar r_2|^{2}}\cancel{|\bar r_1 - \bar r_2|}\,\hat r$$

$$= K\frac{q_1 q_2}{|r|^2}\cdot \hat r$$

La costante moltiplicativa è: $\boxed{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$ con $\varepsilon_0 = 8,85418\ldots \cdot 10^{-12}\ F/m$ la costante dielettrica nel vuoto.

Il verso della forza dipende dal segno delle cariche:



2.2 CAMPO ELETTRICO

Un campo è una funzione che associa ad un punto un vettore.
Esistono due tipi di campo:

- campo scalare: $f(x,y,z,t) = \alpha$ Esempio: temperatura
- campo vettoriale: $\bar g(x,y,z,t) = \bar v$ Esempio: velocità dell'acqua in un fiume

Le linee di campo sono delle curve tangenti al campo in ogni punto.

La carica di prova è una carica infinitesima positiva. Usando la carica di prova posso definire il campo elettrico come:

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$$ con q la carica di prova, $\bar{F}$ una forza di Coulomb.

Il campo elettrico è detto:

- stazionario: $\frac{\partial}{\partial t}\bar{E}(x,y,z,t) = 0$
- quasi-stazionario: $\frac{\partial}{\partial t}\bar{E}(x,y,z,t) \simeq 0$

Un campo elettrico può essere generato da una carica. Considerando la legge di Coulomb, infatti, prendiamo una carica Q e la carica di prova q. Il campo elettrico sarà: $\bar{E}_q = \frac{F_{Qq}}{q} = K\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

Il campo generato da Q è radiale. Il verso delle linee di campo dipende dal segno di Q:

- $Q>0$ verso uscente
- $Q<0$ verso entrante

2.2.1 CAMPO DI UN DIPOLO ELETTRICO

Supponendo che $Q^+ = -Q^-$ abbiamo che: