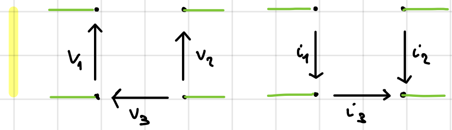
• • •

7.1 RAPP. A CATENA

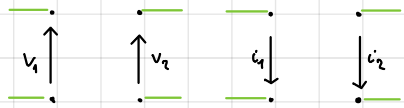
Preso questo doppio bipolo:



Esso avrà come equazioni costitutive:

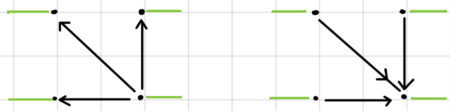
$$\begin{cases} f_1'(v_1, v_2, v_3, i_1, i_2, i_3) = 0 \\ f_2'(v_1, v_2, v_3, i_1, i_2, i_3) = 0 \\ i_3 = 0 \leftarrow \text{bipolo proprio} \end{cases} \xrightarrow{\text{Se } v_3 = i_3 = 0} \begin{cases} f_1'(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0 \\ f_2'(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0 \end{cases}$$

Se togliamo i_3 e v_3 anche dai grafi otteniamo un grafo disconnesso. La tensione v_3 sarà, quindi, indeterminata (in generale).



7.2 RAPP. A STELLA O TRIPOLARE

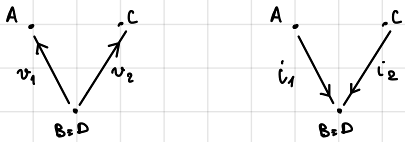
Consideriamo questo doppio bipolo:



Scrivendo le equazioni costitutive:

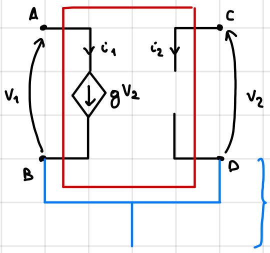
$$\begin{cases} f_1''(v_1, v_2, v_3, i_1, i_2, i_3) = 0 \\ f_2''(v_1, v_2, v_3, i_1, i_2, i_3) = 0 \\ i_3 = -i_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{Ignoro } v_3,\, i_3} \begin{cases} f_1(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0 \\ f_2(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0 \end{cases}$$

Il grafo, quindi, collassa ad un tripolo:



7.3 GEN. PILOTATO COME DOPPIO BIPOLO

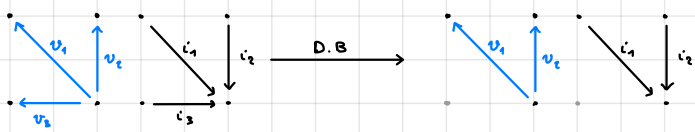
Usando quanto visto sopra, possiamo vedere un generatore pilotato come un doppio bipolo:



per tornare alla rappresentazione tripolare basta mettere in corto-circ. B e D.

7.4 POTENZA ASSORBITA

La potenza assorbita da un generico 4 terminali è: $p_a^{4t} = \sum_{i=1}^{3} v_i i_i$.



Osservando il grafico del doppio bipolo, è chiaro che la potenza assorbita è la somma delle potenze alle due porte.
$p_a^{DB} = v_1 i_1 + v_2 i_2$.

7.5 RAPPRESENTAZIONI DI DOPPI BIPOLI

I doppi bipoli lineari affini hanno equazione (implicita)

$$A\underline{v} + B\underline{i} + \underline{c} = 0 \qquad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad \underline{c} = 0 \text{ (caso omogeneo)}$$

Le basi di definizioni possibili sono:

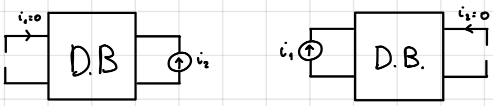
$$\underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{CORR.}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}}_{\text{TENS}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{MISTA}}}_{\text{CARDINALI}} \qquad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Scriviamo le equazioni in forma esplicita:

$$\underline{u} = M\underline{w} \qquad \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\text{rimanenti var.}} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}}_{\text{base di def.}}$$

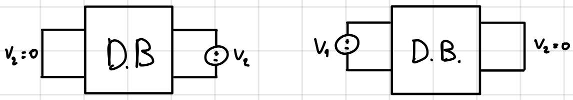
Studiamo il contenuto di M al variare della base di definizione:

1) M contiene solo resistenze e il doppio bipolo ammette base corrente e ha forma: $\underline{v} = R\underline{i}$. M prenderà il nome di matrice di resistenza. Per trovarne i coefficienti possiamo studiare il seguente circuito:



Metodo delle prove semplici

2) M contiene solo conduttanze e il doppio bipolo ammette base tensione con forma: $\underline{i} = G\underline{v}$. La matrice viene chiamata matrice di conduttanza. Per trovarne i coefficienti possiamo usare il duale delle prove semplici di 1):



3) La matrice M si dice ibrida di tipo 1 quando esiste la base mista $[i_1, v_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$. La matrice ha coefficienti con dimensioni diverse. Per trovare i coefficienti si usano ancora le prove semplici.

4) La matrice M si dice ibrida di tipo 2 quando esiste la base mista $[v_1, i_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = [H'] \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$. Come in 3), i coefficienti hanno dimensione non omogenea e valgono le prove semplici.

Queste sopra sono le rappresentazioni cardinali. Le rimanenti due non hanno un equivalente fisico, quindi non possono essere usate IRL.

5) La matrice M si di trasmissione diretta quando la base è $[v_2, -i_2]$. Essa dà origine all'equazione $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$. Come detto prima, non valgono le prove semplici in quanto si dovrebbe imporre tensione e corrente sulla stessa porta. Possiamo usare un'espediente:

$$\frac{1}{t_{11}} = \frac{v_2}{v_1}\Big|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{12}} = -\frac{i_2}{v_1}\Big|_{v_2=0}, \quad \frac{1}{t_{21}} = \frac{v_2}{i_1}\Big|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{22}} = -\frac{i_2}{i_1}\Big|_{v_2=0}$$

Così aggiriamo il problema perché imponiamo tensione su una porta e corrente sull'altra.

6) TODO