# Appunti Analisi 1

Alexandru Gabriel Bradatan

## 1 Insiemi

Non viene definito (**concetto primitivo**): una collezione, famiglia, classe di oggetti (non necessariamente numeri). Indicato solitamente con una lettera maiuscola.

**Rappresentati per**:

- elencazione: $A = \{a, b, c\}$
- condizione: $A = \{letterealfabeto\}$

Un oggetto può appartenere ($\in$) o non appartenere ($\notin$) ad un insieme.

### 1.1 Uguaglianza

A e B sono uguali ($A = B$) se hanno gli stessi elementi. *Osserva:* $A = B \iff \subseteq B \wedge B \subseteq A$

### 1.2 Inclusione

A può essere contenuto o uguale in B ($A \subseteq BorA \subset B$). A è un sotto insieme di B se $\forall a \in Aa \in B$. Il simbolo è detto **inclusione. L'inclusione è una relazione d'ordine**.

### 1.3 Operazioni sugli insiemi

Le operazioni sono unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano, insieme complementare.

**Unione** : $A \cup B = \{x \in U | x \in A \vee x \in B\}$

**Intersezione** : $A \cap B = \{x \in U | x \in A \wedge x \in B\}$

**Complementare** : $A^c = \bar{A} = \{x \in U | x \notin A\}$

**Differenza** : $A \setminus B = \{x \in U | x \in A \wedge x \notin B\}$

**Prodotto cartesiano** : $A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge x \in B\}$

**Intersezione e unione sono commutative e associative.**

### 1.4 Insiemi particolari

- **Insieme vuoto**: $\emptyset$
- **Insieme universo**: $U$, contiene tutto

# 2 Numeri

## 2.1 Numeri naturali

Sono tutti i numeri **interi positivi incluso lo 0**.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Può **essere costruito a partire da un solo numero**: basta aggiungere un'unità ogni volta.

Ha la **proprietà di contenere sempre il successore a un numero**: ci permette di usare il **principio di induzione**. **Tutti i sottoinsiemi di $\mathbb{N}$ godono del principio del minimo intero. Poiché è valido il principio del minimo intero, $\mathbb{N}$ è un insieme ben ordinato**.

### 2.1.1 Il principio di induzione

Sia $S \subseteq \mathbb{N}$ un sottoinsieme tale che:

- $0 \in S$
- $\forall n \in S \implies n + 1 \in S$ (S ha sempre un successore)

Allora S coincide con N.

Il **principio di induzione ha una traduzione in termini logici**. Il principio di induzione può essere usato per dimostrare teoremi in N.