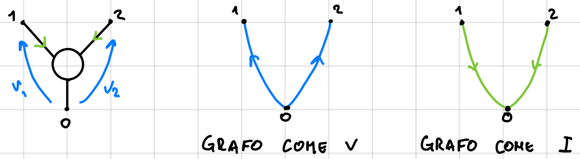
• • •

3.4 TEORIA DEI GRAFI APPLICATA AI CIRCUITI

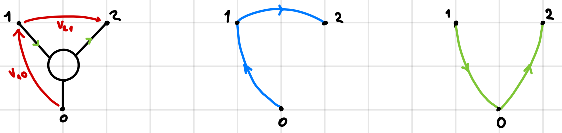
Ogni componente può essere rappresentato con un grafo. L'unione dei grafi dei componenti crea il grafo di un circuito. Ci sono diversi modi di rappresentare il grafo di un componente:

- GRAFO A STELLA: si prende un nodo (morsetto/polo) di riferimento e si riferiscono tutti voltaggi e correnti a quello



I lati di un grafo identificano una coppia i-v a meno del verso. Ogni coppia viene detta porta.

- GRAFO NON A STELLA: Non c'è un nodo (morsetto/polo) di riferimento.



Per evitare di usare due grafi a componente, definiamo delle convenzioni.

- CONVENZIONE NORMALE (UTILIZZATORI): correnti e tensioni sono dirette in verso opposto
- CONVENZIONE GENERATORI: correnti e tensioni dirette in senso concorde.

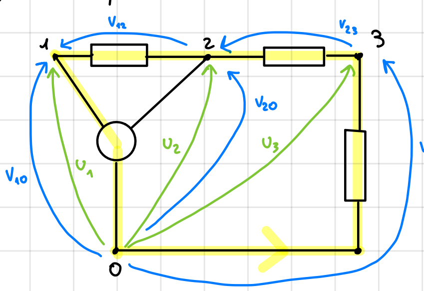
Le convenzioni ci permettono di dedurre il grafo mancante solo se la rappresentazione del componente è a stella.

3.5 LEGGI DI KIRCHHOFF

KVL-I: dato un circuito che opera in regime stazionario, cioè tutte le tensioni e correnti sono constanti nel tempo,[2] con n nodi e il cui grafo sia connesso, prendiamo uno dei suoi nodi come riferimento u_0 per misurare il potenziale elettrico e indichiamo con $u_1, \ldots, u_{n-1}$ i rimanenti potenziali di nodo[3]. Ad ogni istante di tempo t, la tensione V_{kj} misurata tra il nodo k e il nodo j è pari a $u_k - u_j$.

KVL-II: dato un circuito che opera in regime stazionario, cioè tutte le tensioni e correnti sono constanti nel tempo, con n nodi e il cui grafo sia connesso, preso un percorso chiuso che passi per m nodi del grafo (ad ogni istante di tempo t), la somma algebrica delle tensioni fra i nodi consecutivi che si incontrano lungo il percorso è nulla. La somma si intende algebrica poichè le tensioni che si incontrano lungo il percorso e che sono orientate come il verso di percorrenza del percorso stesso vengono prese con il segno "+". Quelle orientate invece nel senso opposto vengono prese con il segno "−".

Le due leggi sono equivalenti:



U_1, U_2, U_3 sono i potenziali di nodo

KVL-I

$$\begin{cases} V_{10} = U_1 - U_0 = U_1 \\ V_{20} = U_2 - U_0 = U_2 \\ V_{12} = U_1 - U_2 \\ V_{23} = U_2 - U_3 \\ V_{30} = U_3 - U_0 = U_3 \end{cases}$$

Considerando la maglia scrivo la KVL-II:

$$V_{30} + V_{23} + V_{12} - V_{10} = 0$$

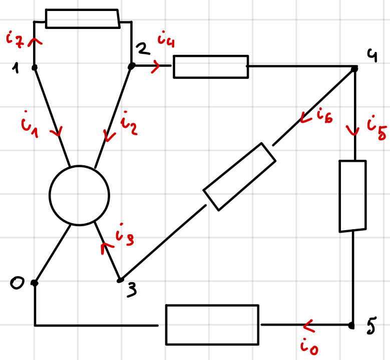
$$\cancel{U_3} + \cancel{U_2} - \cancel{U_3} + \cancel{U_1} - \cancel{U_2} - \cancel{U_1} = 0$$

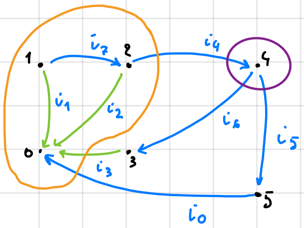
$\Downarrow$

Le due formulazioni sono equivalenti.

Vediamo anche la riformulazione della KCL:

KCL: Prendiamo una superficie chiusa orientata che tagli solo terminali e che non attraversi superfici limite dei componenti. Per un circuito che opera in regime stazionario, (in ogni istante di tempo *t*), la somma algebrica di tutte le correnti uscenti e entranti dalla superficie orientata sopra definita è nulla. La somma si intende algebrica nel senso che, avendo ad esempio scelto di orientare la superficie positivamente dall'interno verso l'esterno, le correnti uscenti da essa saranno prese con segno "+" e quelle entranti con segno "−". Viceversa se si fosse scelto di orientare la superficie positivamente dall'esterno verso l'interno.





TAGLIO NODALE: $i_4 - i_5 - i_6 = 0$ (+ entrante)

$i_4 - i_3 - i_0 = 0$ (+ uscente)

In un circuito con N componenti otterrò un grafo con l componenti e $2l$ variabili descrittive. Per risolvere il circuito (trovare tutte le variabili descrittive) devo scrivere un sistema con $2l$ equazioni e incognite:

- l equazioni sono date dalle eq. costitutive dei componenti
- l equazioni sono date dalla topologia del circuito (KCL e KVL) $\Rightarrow$ $l-n+1$ KVL e $n-1$ KCL (n = nodi; eq. sono linearmente indipendenti)