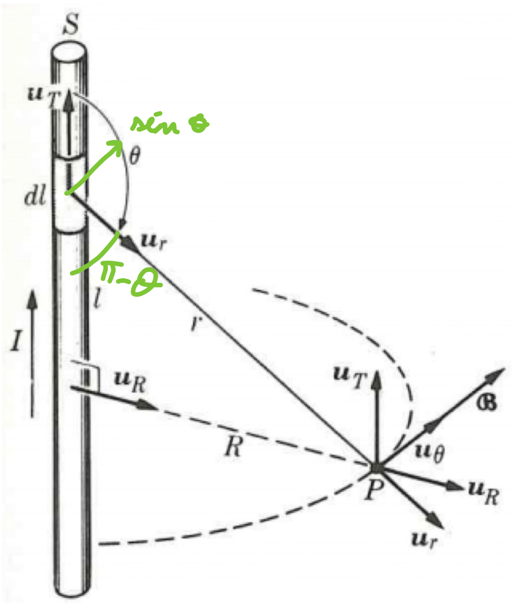
APPLICAZIONE : $\bar{B}$ GENERATO DA UNA CORRENTE IN UN CONDUTTORE DI LUNGHEZZA INFINITA



$$\bar{B} = B\,\hat{u}_\theta$$

$$\hat{u}_T \times \hat{u}_r = \sin\vartheta\,\hat{u}_\theta$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\theta}{r^2}\,dl$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\sin\theta}{r^2}\,dl$$

$$r = \sqrt{l^2 + R^2} =$$

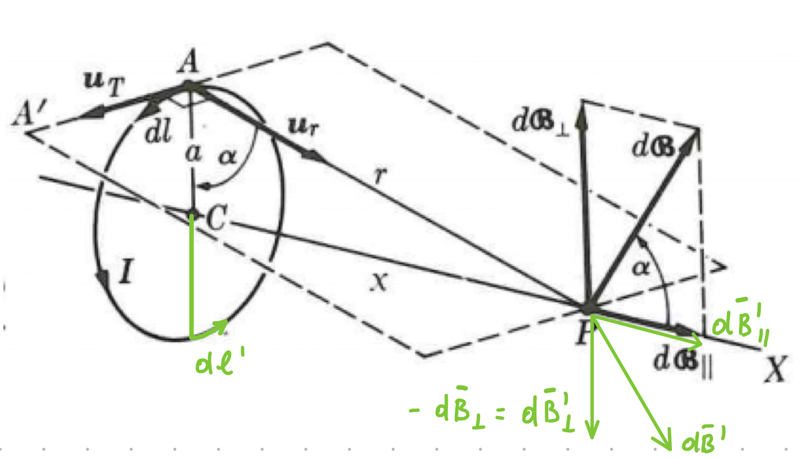
$$r\sin(\pi - \theta) = R = r\sin\theta \rightarrow \sin\theta = \frac{r}{R} \rightarrow \sin\theta = \frac{R}{\sqrt{l^2+R^2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{+\infty}\frac{\sin\theta}{r^2}\,dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{+\infty}\frac{R}{(l^2+R^2)^{3/2}}\,dl =$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{2\pi}\int_0^{+\infty}(l^2+R^2)^{-3/2}\,dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\,\cancel{R}\cdot\frac{1}{R^{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\hat{u}_\theta \longrightarrow$$ LEGGE DI BIOT - SAVART

APPLICAZIONE : $\bar{B}$ LUNGO L'ASSE DI UNA SPIRA CIRCOLARE



contributo a $\bar{B}$ in P dovuto a dl :

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2}$$

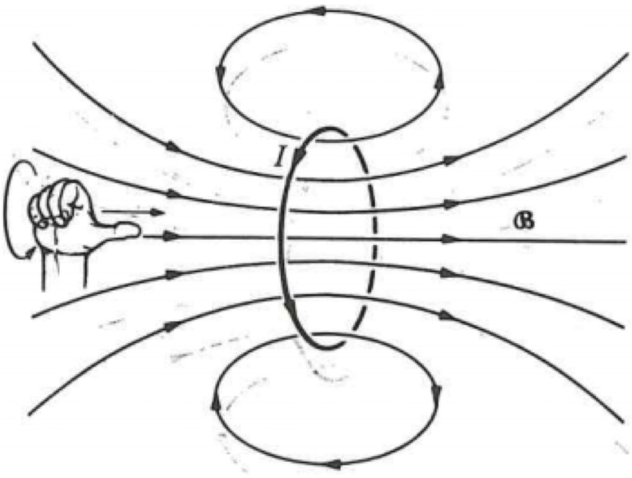
$$(\hat{u}_T \times \hat{u}_r = 1)$$

$$d\bar{B} = d\bar{B}_{\parallel} + d\bar{B}_{\perp}$$

$$d\bar{B}_{\parallel} = d\bar{B}\cos\alpha = d\bar{B}\frac{a}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{r^3}dl$$

$$\bar{B} = \oint_L d\bar{B}_{\parallel} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{r^3}\cdot 2\pi a = \frac{\mu_0}{2}\frac{a^2}{r^3} I$$

$$r = \sqrt{a^2 + x^2} \longrightarrow \bar{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{a^2}{(a^2+x^2)^{3/2}} I \hat{u}_x$$

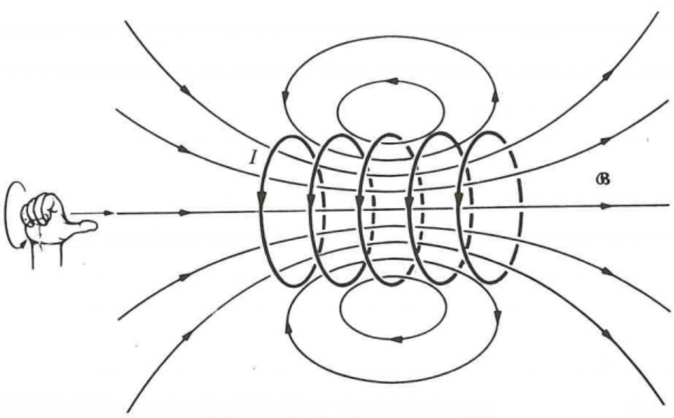


nel centro della spira,

$x = 0$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{a} \hat{u}_x$$

APPLICAZIONE : $\bar{B}$ IN UN SOLENOIDE

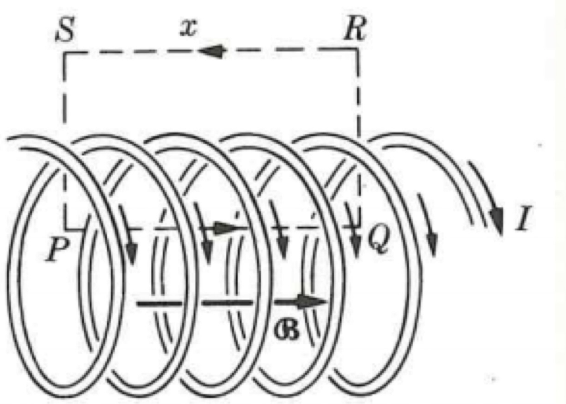


SOLENOIDE IDEALE :

$$\bar{B} = \mu_0 \frac{N I}{l}$$

N : numero di spire

l : lunghezza di ciascuna spira

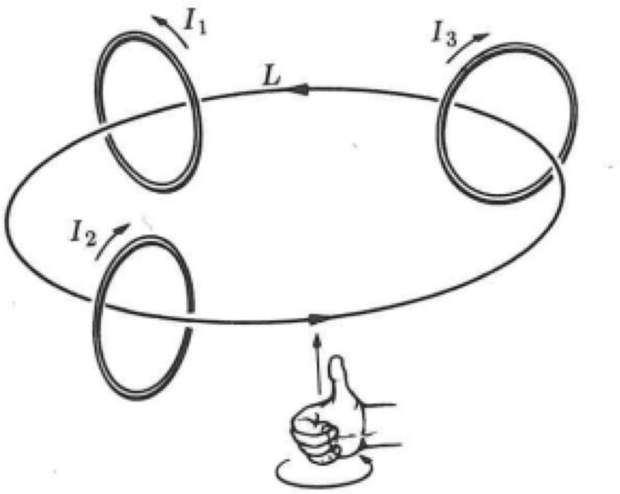


SOLENOIDE REALE :

un unico avvolgimento di N spire in cui scorre una corrente I

LEGGE DI AMPÈRE

La circuitazione del campo magnetico $\bar{B}$ lungo una linea chiusa L è data dalla risultante delle correnti concatenate con L.



$$\oint_L \bar{B} \cdot d\ell = \mu_0 I$$

avendo definito $I = \int_S \bar{J} \, \hat{u}_n \, ds$:

$$\oint_L \bar{B} d\ell = \mu \cdot \int_S \bar{J} \, \hat{u}_n \, ds$$

a differenza del campo elettrico, il campo magnetico non ammette potenziale.

FLUSSO MAGNETICO

$$\Phi_S(\bar{B}) = \int \bar{B} \cdot \hat{u}_n \, dS$$

si misura in weber $[Wb] \equiv [T m^2]$

non sono stati osservati

Dal momento che non esistono i monopoli magnetici, le linee di forza di $\bar{B}$ sono sempre chiuse

($\bar{B}$ è SOLENOIDALE)

$$\oint_S \bar{B} \cdot \hat{u}_n \, ds = 0$$

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO $\bar{B}$

EQUAZIONI DI MAXWELL PER IL CAMPO ELETTROMAGNETOSTATICO

(condizioni statiche)

$$\oint_S \bar{E} \cdot \hat{u}_n \, ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO

$$\oint_S \bar{B} \cdot \bar{u}_n \, ds = 0$$

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

$$\oint_L \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

CIRCUITAZIONE DEL CAMPO ELETTRICO

$$\oint_L \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \int_S \bar{J} \cdot \hat{u}_n \, ds$$

CIRCUITAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO

CAMPO MAGNETICO TEMPO - VARIANTE

Finora ci siamo posti nella situazione in cui $\bar{E}$ e $\bar{B}$ fossero stazionari, ossia invarianti nel tempo. Vediamo come modificare le eq.ni di Maxwell per tener conto del fatto che $\frac{\partial}{\partial t}\bar{B} \neq 0$ e/o $\frac{\partial}{\partial t}\bar{E} \neq 0$.

LEGGE DI FARADAY - HENRY

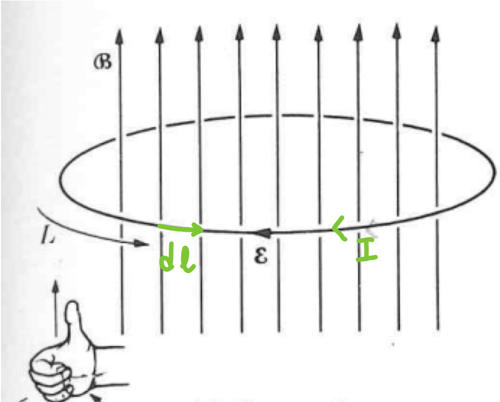
Descrive come un campo $\bar{B}$ variabile genera un campo $\bar{E}$ (INDUZIONE ELETTROMAGNETICA)

Hp. circuito chiuso (fermo e indeformabile) posto in una regione di spazio in cui sia presente $\bar{B}$

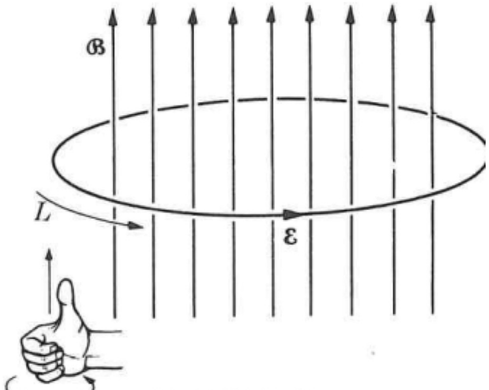
Se $\bar{B}$ varia nel tempo, si osserva nel circuito una corrente, ossia delle cariche messe in movimento da un campo $\bar{E}$.

Definiamo la FORZA ELETTROMOTRICE come il lavoro (normalizzato rispetto alla carica) che $\bar{E}$ compie per muovere le cariche da un punto a un altro:

$$V_{fem} = \int_{\gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l}$$



(a) $\mathcal{B}$ aumenta



(b) $\mathcal{B}$ diminuisce

$$V_{fem} = \oint_L \bar{E}\, d\bar{l} < 0 \qquad V_{fem} = \oint_L \bar{E}\, d\bar{l} > 0$$

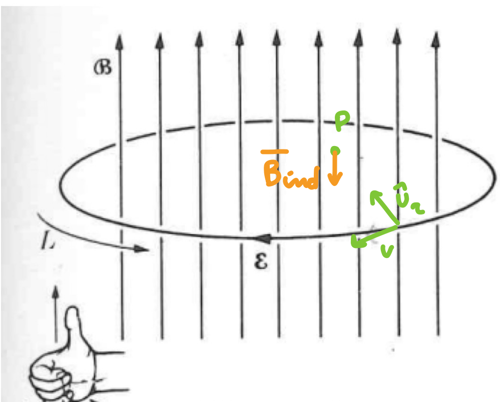
$$V_{fem} = -\frac{d}{dt}\Phi(\bar{B})$$

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = \frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\,\hat{u}_n\, ds = \int_S \frac{\partial}{\partial t}\bar{B}\,\hat{u}_n\, ds$$

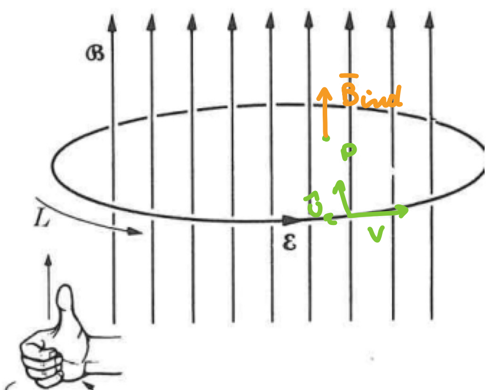
vale solo se la spira è ferma!

Come è diretto $\bar{B}_{ind}$ generato da I?

$$\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} q \bar{v} \times \hat{u}_r$$



(a) $\mathcal{B}$ aumenta



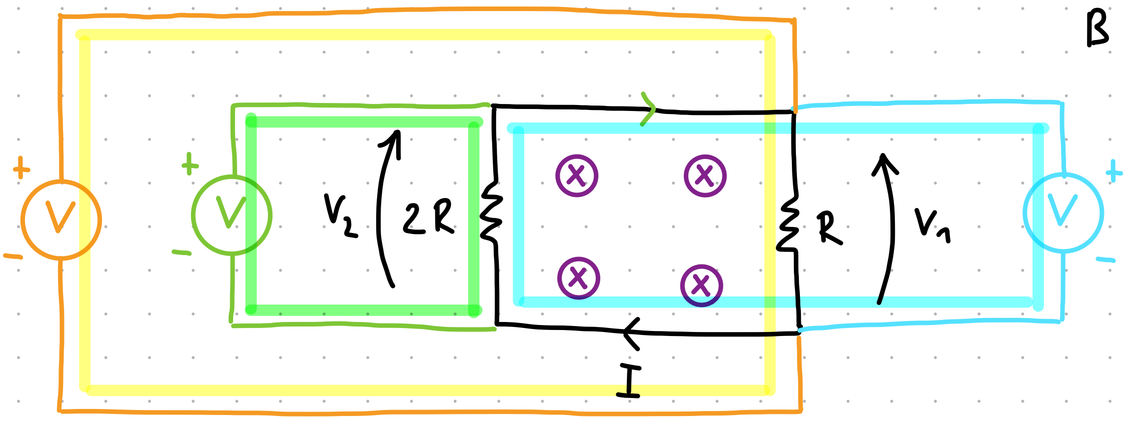
(b) $\mathcal{B}$ diminuisce

$\Rightarrow$ il campo $\bar{B}_{ind}$ si oppone alla variazione di Φ_B

In condizioni non stazionarie $-\oint_L \bar{E}\, d\bar{l} \neq 0$.

Di conseguenza la legge di Kirchhoff per le tensioni non vale più!

ESEMPIO



$B(t) = 0.1\, t \ \frac{Wb}{m^2}$

area $= 1 m^2$

$R = 1\,\Omega$

Determinare I e le tensioni misurate da ciascuno dei 3 voltmetri.

$$-\oint_L \bar{E}\, d\bar{l} = \frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\,\hat{u}_n\, ds$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{3R} = -\frac{0.1}{3}\ A$$

$$V_2 - V_1 = \frac{d}{dt}(0.1t \cdot 1)$$

$$V_2 - V_1 = 0.1\ V$$

$V_2 - V = 0.1V \rightarrow V = V_2 - 0.1V = -2R \cdot I - 0.1V = -\frac{1}{3}\, 0.1\ V$

$V = V_2 \rightarrow V = 2RI = -\frac{2}{3}\, 0.1V$

$V_1 - V = 0.1\ V \rightarrow V = V_1 - 0.1V = RI - 0.1V = -\frac{2}{3}\, 0.1V$??