Risposte multiple	Teoria	Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Analisi Matematica 1 **Prof.ssa C. Rizzi**	**7 novembre 2018**

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Tutte le risposte devono essere giustificate. Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.
La prova di teoria viene valutata nel suo complesso.
Durante la prova non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni.

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- È consentita una sola correzione per ogni domanda: per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Punteggio: 1 punto per ciascuna risposta corretta, 0 punti per ciascuna domanda non risposta, -1/4 di punto per ogni risposta errata

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} n\log\dfrac{n-7}{n}$ $\boxed{\text{a}}$ $=0$; $\boxed{\text{b}}$ $=-\infty$; $\boxed{\text{c}}$ $=-7$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

2. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4^n}$ $\boxed{\text{a}}$ $=\dfrac{4}{3}$; $\boxed{\text{b}}$ $=\dfrac{4}{5}$; $\boxed{\text{c}}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{\text{d}}$ converge a 0.

3. L'insieme delle soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $\arg(iz)=\dfrac{4\pi}{3}$ è $\boxed{\text{a}}$ una retta privata dell'origine; $\boxed{\text{b}}$ una circonferenza; $\boxed{\text{c}}$ una semiretta contenuta nel II quadrante; $\boxed{\text{d}}$ una semiretta contenuta nel IV quadrante.

4. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Se $\lim\limits_{n\to+\infty}|a_n|=l\in\mathbb{R}$ allora $\boxed{\text{a}}$ $\{a_n\}$ è definitivamente di segno costante; $\boxed{\text{b}}$ se $\{a_n\}$ è strettamente crescente allora $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=l$; $\boxed{\text{c}}$ $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=l$ oppure $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=-l$; $\boxed{\text{d}}$ $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n$ può non esistere ma $\{a_n\}$ è limitata.

5. Dato $A=\{x\in\mathbb{Q}\,:\,\sqrt{x^2-1}<3\}$, allora $\boxed{\text{a}}$ $\max A=\sqrt{10}$; $\boxed{\text{b}}$ A non è superiormente limitato; $\boxed{\text{c}}$ $\sup A$ esiste ed è finito; $\boxed{\text{d}}$ 1 è maggiorante di A.

6. La funzione $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ definita $\forall\, n\in\mathbb{N}$ come $f(n)=2n+1$ $\boxed{\text{a}}$ è iniettiva e suriettiva; $\boxed{\text{b}}$ non può essere invertita perché non è iniettiva; $\boxed{\text{c}}$ è invertibile su tutto $\mathbb{N}$; $\boxed{\text{d}}$ ha inversa che non è definita su tutto l'insieme $\mathbb{N}$.

TEORIA

1. Data una successione di numeri reali $\{a_n\}$, dare la definizione di $\lim_{n\to+\infty} a_n = l$.

1. Verificare con la definizione che $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n-\sqrt{n}}{n+\sqrt{n}} = 1$.

2. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria affinché la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sia convergente.

Tale condizione è anche sufficiente? Dimostrare l'affermazione in caso di risposta affermativa, oppure esibire un controesempio in caso di risposta negativa.

3. Dato un insieme $A \subset \mathbb{R}$, dare la definizione (precisa) di minorante di A, di $\inf A$ e di $\min A$.

5. Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza del limite per successioni monotone.

ESERCIZI

Esercizio 1. (5 punti) Discutere al variare di $x \in \mathbb{R}$ la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{\sqrt{n}\, 3^n}$$

Esercizio 2. (4 punti) Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

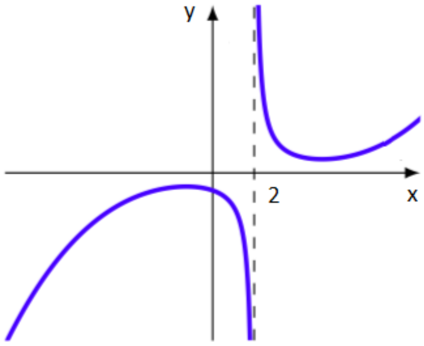
$$(z+\bar{z})(z^6+3i)=0$$

in forma algebrica e rappresentarle nel piano di Gauss.

Esercizio 3. (4 punti) Calcolare

$$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1})\,\frac{n\ \log(1+\sin\frac{1}{n^2})}{(e^{\frac{1}{3n}}-1)}$$

Esercizio 4. (4 punti) Dato il grafico della funzione f nella figura seguente



disegnare i grafici di $f(-x+2)$, $f(x+2)+10$, $2-f(|x|)$.