• • •

14.22 ENERGIA CINETICA E TEMPERATURA

Studiamo le varie grandezze termodinamiche in luce della teoria cinetica.

$$U = E_c = \sum \frac{1}{2} m v_i^2 = N \cdot \bar{E}_c = \underbrace{N \cdot \frac{1}{2} m \bar{v}^2}_{}$$

en. cin. media

$$\bar{E}_c = \frac{\sum \frac{1}{2} m v_i^2}{N} = \frac{1}{2} m \frac{\sum v_i^2}{N} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \Rightarrow \begin{cases} PV = \frac{N m \bar{v}^2}{3} \\ U = \frac{1}{2} N m \bar{v}^2 \end{cases} \longrightarrow N m \bar{v}^2 = 2U \Rightarrow PV = \frac{2}{3} U$$

Confrontando la nostra relazione con l'equazione di stato dei gas perfetti otteniamo che:

$$\frac{2}{3} U = nRT \to U = \frac{3}{2} nRT$$ ⟹ L'energia interna aumenta all'aumentare della temperatura

Calcolando l'energia cinetica media otteniamo che:

$$\bar{E}_c = \frac{U}{N} = \frac{3}{2} \frac{nRT}{N} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_a} T = \frac{3}{2} K_B T$$ ⟹ L'energia cinetica media aumenta all'aumentare della temperatura

14.23 PRINCIPIO DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA

Si definiscono gradi di libertà il numero di modi indipendenti di una molecola di assorbire energia.

Il principio di equipartizione dell'energia afferma che l'energia media di una molecola sarà:

$$\bar{E} = n_L \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$ $n_L \to$ numero di gradi di libertà

Calcoliamo i due calori molari usando questo principio:

$$C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V \longrightarrow dU = \delta Q - \delta L \Rightarrow dU = \delta Q$$

$$\Downarrow$$

$$C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = \frac{1}{n} \left(\frac{d}{dT} n N_a n_L \frac{1}{2} K_B T \right) = \frac{1}{\cancel{n}} \cancel{n} N_a n_L \frac{1}{2} K_B \left(\cancel{\frac{d}{dT}} T \right) = \frac{n_L}{2} R$$

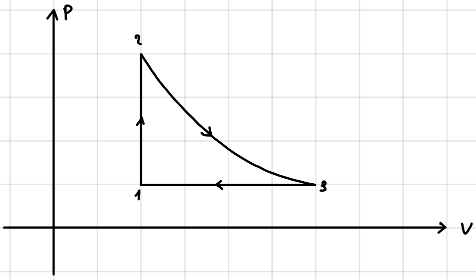
$$\Downarrow$$

1) se è monoatomico: $n_L = 3 \to C_V = \frac{3}{2} R$

2) se è biatomico: $n_L = 5 \to C_V = \frac{5}{2} R$

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 6 (21)



$n = 0,2$

$C_V = \frac{5}{2} R \quad (\gamma = \frac{7}{5})$

$T_1 = 300K \quad P_1 = 1atm = 1,01325 \cdot 10^5 \ Pa$

$T_2 = 600K \quad P_3 = P_1$

$V_1 = V_2 = \frac{nRT_1}{P_1} = 4,92 \cdot 10^{-3} \ m^3$

$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = 2,03 \cdot 10^5 \ Pa$

$V_3 = \sqrt[\gamma]{\frac{P_2 V_2^\gamma}{P_3}} = 8,08 \cdot 10^{-3} \ m^3$

$T_3 = \frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{V_3^{\gamma-1}} = 492.01 \ K$

$\Delta U_{12} = Q_{12} = n C_V (T_2 - T_1) = 1246,5 \ J$

$\Delta U_{23} = -L_{23} = n C_V (T_3 - T_2) = -448,7 \ J$

$\Delta U_{31} = Q_{31} - L_{31} = -797,26 \ J$

$L_{31} = \int_3^1 P dV = P_3 \int_3^1 dV = P_3 (V_1 - V_3) = -320,1 \ J$

$Q_{31} = n C_P (T_1 - T_3) = -1117,45 \ J$

$Q_{TOT} = Q_{12} + Q_{31} = 129,05 \ J \longrightarrow \eta = \frac{L}{Q_A} = \frac{128,6}{1246,5} = 0,103$

$L_{TOT} = L_{23} + L_{31} = 128,6 \ J$