

Cosa sono i mezzi trasmissivi?

I mezzi trasmissivi sono oggetti che stanno tra un trasmettitore (TX) ed un ricevitore (RX). Attraverso il mezzo viene informazionale

I segnali

Per "trasmissione informazionale" intendiamo la trasmissione di un segnale. Per segnale intendiamo una grandezza fisica che varia nel tempo. Questa grandezza può essere una tensione, corrente, campo elettrico, campo magnetico. Per ora consideriamo un generico segnale $s(t)$ definito da una funzione matematica.

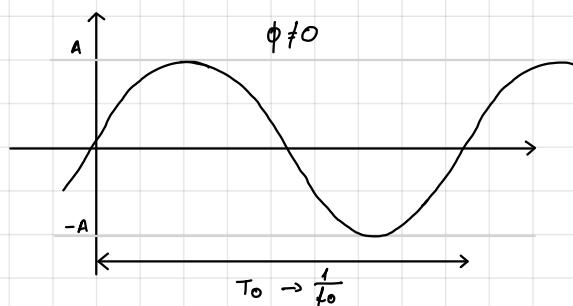
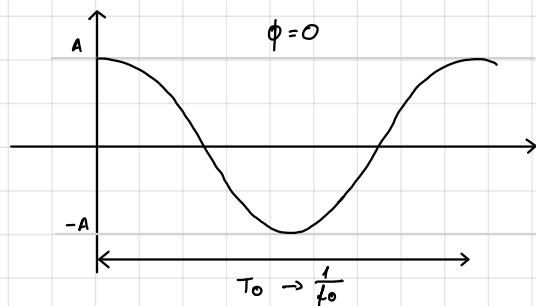
L'informazione trasportata sta proprio nella variazione temporale del segnale. Ad esempio una sinusoide non trasporta informazione mentre la variazione di questa sì.

Durante la trasmissione, il segnale viene modificato da vari effetti

- attenuazione: riduzione dell'intensità
- distorsione: cambiamento di forma del segnale
- rumore: interferenza non deterministica (non affrontato)

La porzione di segnale dedicata a ciascun bit è detta simbolo (o impulso).

Scriviamo il seguente segnale $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t - \phi)$:



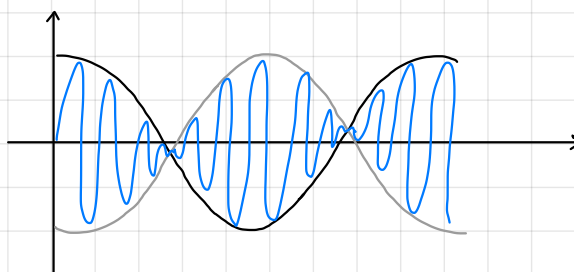
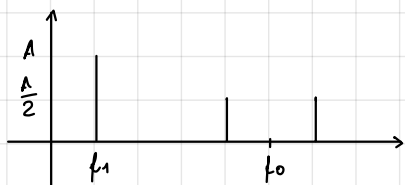
Aqui mezzo trasmissivo risponde in modo diverso a diverse frequenze di sinusoide. Significa che ogni mezzo ha un range di frequenze in cui attenuazione/distorsione sono minori. Il comportamento di un mezzo dipende moltissimo dalla frequenza del segnale. È quindi importante scegliere la frequenza migliore per ogni mezzo.

Una fase ϕ diversa da 0 comporta una traslazione della sinusoide. Scrivendo $s(t) = A \cos[2\pi f_0(t - \frac{\phi}{2\pi f_0})]$ notiamo che $\frac{\phi}{2\pi f_0}$ è un tempo. Quel termine indica il ritardo del segnale.

Frequenza portante

L'operazione di prendere un segnale a frequenza f_1 e portarlo ad una frequenza f_2 è chiamata modulazione. L'oggetto che compie la modulazione è chiamato modulatore. L'operazione consiste in:

$$s(t) = A \cos(2\pi f_1 t) \rightarrow \tilde{s}(t) = s(t) \cos(2\pi f_0 t) = \frac{A}{2} \cos[2\pi(f_0 - f_1)t] + \frac{A}{2} \cos[2\pi(f_0 + f_1)t]$$



La frequenza f_0 viene detta frequenza portante. La banda, invece, l'intervallo di frequenze occupato.

RAPPRESENTAZIONE DEI SEGNALE NEL DOMINIO DELLE FREQUENZE

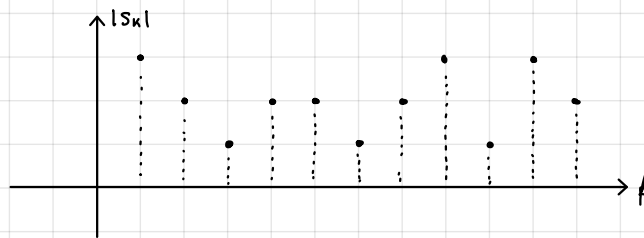
Analisi di Fourier di un segnale periodico

Un segnale periodico può essere sempre espresso come una combinazione lineare di funzioni elementari.

$$s(t) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} S_K e^{j2\pi K F t} = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} S_K [\cos(2\pi K F t) + j \sin(2\pi K F t)] \quad \text{con } S_K = |S_K| e^{j\phi_K}$$

Quella è la serie di Fourier. Il numero di elementi non per forza è infinito: per rappresentare sin/cos ci servono solo due termini ($K=1$ e $K=-1$). Frequenze negative è solo un formalismo matematico per garantire una corrispondenza biunivoca tra i due domini. Quando ci riferiamo ai segnali, li descriviamo solo con frequenze positive (nel dominio delle frequenze è più richiesto anche l'asse negativo).

Il grafico sarà una serie di step discreti in quanto K è incrementato discretamente.



Le singole funzioni nella serie si prendono il nome di armoniche. L'armonica corrispondente a $K=1$ viene detta armonica fondamentale. Tutte le altre armoniche sono, quindi, multipli dell'armonica fondamentale.

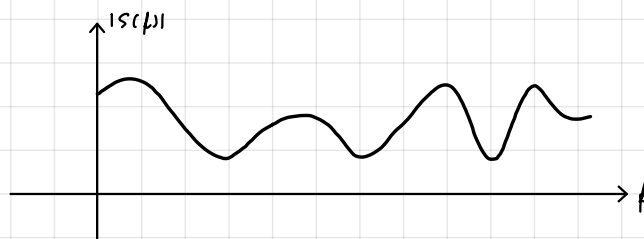
Il modulo di S_K ci dà il peso dell'armonica K . La fase, invece, indica il ritardo dell'armonica rispetto all'armonica base.

Analisi di Fourier di segnali non-periodici

Per un segnale non periodico, si deve passare dal discreto al continuo:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df \quad \leftrightarrow \quad S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

Il grafico, adesso, sarà una funzione continua. Valgono ancora tutte le considerazioni precedenti: $S(f)$ è una funzione complessa ed avrà modulo e fase. La funzione $S(f)$ è detta trasformata di Fourier.

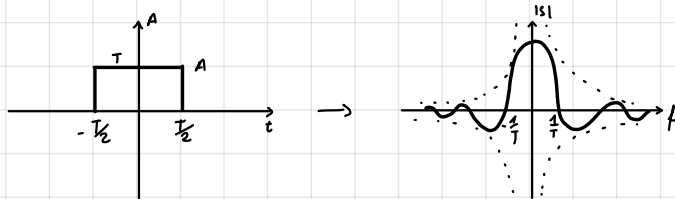


Chiamiamo banda l'insieme di tutte le frequenze usate dal segnale. Poiché il segnale non è periodico, non esiste una armonica fondamentale. La frequenza portante è la frequenza quella intorno al quale si concentra il segnale.

Proprietà della trasformata di Fourier

- Linearità: $z(t) = \alpha x(t) + \beta y(t) \rightarrow Z(f) = \alpha X(f) + \beta Y(f)$
 - Traslazione nel tempo: $Z(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) e^{-j2\pi f t} dt \stackrel{\eta=t-\tau}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\eta) e^{-j2\pi f \eta} e^{-j2\pi f \tau} d\eta = e^{-j2\pi f \tau} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\eta) e^{-j2\pi f \eta} d\eta = e^{-j2\pi f \tau} S(f)$
- Ciò significa che $|Z(f)| = |S(f)|$, quindi un ritardo non modifica banda/ampiezza; cambia però la fase.

- Traslazione nelle frequenze: $Z(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{j2\pi f t} \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi(f-f_0)t} dt = S(f-f_0)$. Questa è chiamata anche proprietà di modularizzazione. È la generalizzazione della modularizzazione vista precedentemente. Graficamente, la proprietà descrive una traslazione nel dominio delle frequenze.
- Prodotto durata-banda: prendiamo $s(t) = A \text{rect}_T(t)$, allora $S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} A \text{rect}_T(t) e^{-j2\pi f t} dt = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi f t} dt = \dots = A \frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{j2\pi f} = AT \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}$ ($\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}$ è detta seno cardinale). Approssimiamo la banda del segnale a $B \sim \frac{2}{T}$. Si può notare, quindi, che $B \cdot T = \text{cost}$.



I NEZZI TRASMISSIVI

I nuovi trasmissivi sono sistemi descritti da funzione matematica $H(f)$. I sistemi che studieremo noi saranno:

- Sistemi lineari: la funzione che descrive il nuovo trasmissivo non dipende dall'intensità del segnale in ingresso.
- Sistemi tempo invarianti: l'espressione della funzione è costante nel tempo.

I sistemi con queste proprietà sono detti LTI. Per i sistemi LTI, inoltre, vale il principio di sovrapposizione degli effetti (visto in elettrotecnica).

Il principio di sovrapposizione ci permette di dire che possiamo studiare gli effetti del nuovo armonica per armonica e poi ricomporre il segnale tramite combinazione lineare delle armoniche.

Studiamo allora $s_{in}(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$. La sinusoide di uscita sarà: $s_{out} = B \cos(2\pi f_0 t + \phi)$. Si può notare che:

- il sistema non altera la frequenza
- può introdurre amplificazione/attenuazione o una trasposizione. Noi studiamo nuovi passivi, quindi, niente guadagno.
- introdurre ritardo

Poiché la frequenza non varia, possiamo usare i fasori (visti in elettrotecnica): $s = A e^{j\phi} \rightarrow s = B e^{j\phi}$

Risposta in frequenza

Definiamo risposta in frequenza $H(f)$ la funzione complessa che definisce il comportamento del nuovo rispetto alle frequenze che lo attraversano. Per conoscere il segnale in uscita da nuovo basta fare: $S_{out}(f) = S_{in}(f) \cdot H(f)$. Se il nuovo non è un sistema LTI non è possibile definire la risposta.

Studiamo gli effetti di modulo e fase della risposta in frequenza:

- $|H(f)|$ costante: abbiamo modificato tutte le armoniche allo stesso modo.
- $|H(f)|$ non è costante: avremo sintonia in frequenza, ossia alcune armoniche verranno attenuate di più distorcendo il segnale in uscita.
- $\angle H(f)$ è lineare: il nuovo ritarda tutte le armoniche della stessa quantità (introduce un ritardo costante).
- $\angle H(f)$ non è lineare: si ha dispersione cromatica, ossia le varie armoniche vengono separate (si propagano con velocità diverse) portando ad una distorsione del segnale.

I due fenomeni di distorsione sono indipendenti l'uno dall'altro.

La concatenazione di nuovi diversi non porta difficoltà: $S_{out}(f) = S_{in}(f) \prod_{i=0}^n H_i(f)$. Ovviamente avremo che:

$$|H_{tot}| = \prod_{i=0}^n |H_i| \quad \text{e} \quad \angle H_{tot} = \sum_{i=0}^n \angle H_i$$

Affinché la fase sia lineare e non causi dispersione dobbiamo avere che: $\tau = -\frac{\phi_1}{2\pi f} = -\frac{\phi_2}{2\pi f} = \frac{\phi(f)}{2\pi f}$. Quindi abbiamo che $\phi(f) = 2\pi \tau f$.

Lo ritroviamo
nella trasformata

Osservando $\phi(f)$ otteniamo che $\frac{d\phi(f)}{df} = -2\pi\tau_g$. Esplicitando $\tau_g = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(f)}{df}$ otteniamo il ritardo di gruppo. Il ritardo di gruppo è, quindi, il ritardo subito dalle varie armoniche. Siccome la fase abbiamo detto essere lineare, otteniamo τ_g costante, provando l'assenza di dispersione nel caso di $\phi(f)$ lineare.

La velocità media con cui si propaga il segnale nel mezzo (velocità di gruppo) è pari a $v_g = \frac{1}{\tau_g}$. Ovviamente, come ci dice Maxwell, la velocità di gruppo deve essere inferiore alla velocità della luce.

Oltre al ritardo di fase, esiste anche il ritardo di fase $\tau_f = \frac{\phi(f)}{2\pi f}$. Il ritardo di fase rappresenta il ritardo di una determinata armonica. Di solito studiamo il ritardo di fase della portante.

Analogamente alla velocità di gruppo, è definita la velocità di fase $v_f = \frac{1}{\tau_f}$. La velocità di fase, poiché non trasmette informazioni, può essere anche maggiore di c .

La velocità/ritardo di gruppo, quindi, è legata all'informazione ("all'involucro" della portante) mentre quella di fase è legata solo alla portante. Tra le due non c'è relazione!