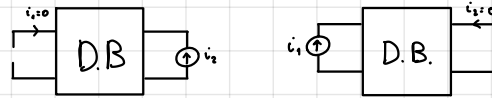


7.5 RAPP. DOPPI BIPOLI

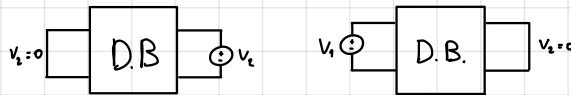
Studiamo il contenuto di M al variare della base di definizione:

- 1) M contiene solo resistenze e il doppio bipolo ammette base corrente e ha forma: $\underline{V} = \underline{R} \underline{i}$. M prenderà il nome di matrice di resistenza. Per trovare i coefficienti possiamo studiare il seguente circuito:



Metodo delle prove semplici

- 2) M contiene solo conduttanze e il doppio bipolo ammette base tensione con forma: $\underline{i} = \underline{G} \underline{V}$. La matrice viene chiamata matrice di conduttanza. Per trovare i coefficienti possiamo usare il duale delle prove semplici di 1):



- 3) La matrice M si dice ibrida di tipo 1 quando esiste la base mista $[i_1, V_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} V_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} i_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$. La matrice ha coefficienti con dimensioni diverse. Per trovare i coefficienti si usano ancora le prove semplici.

- 4) La matrice M si dice ibrida di tipo 2 quando esiste la base mista $[V_1, i_2]$ con forma: $\begin{bmatrix} i_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [W] \begin{bmatrix} V_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$. Come in 3), i coefficienti hanno dimensioni non omogenee e valgono le prove semplici.

Queste sopra sono le rappresentazioni coordinati. Le rimanenti due non hanno un equivalente fisico, quindi non possono essere usate IRL.

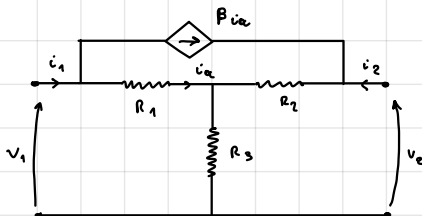
- 5) La matrice M si dice di trasmissione diretta quando la base è $[V_2, -i_2]$. Essa dà origine all'equazione $\begin{bmatrix} V_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} -V_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$. Come detto prima, non valgono le prove semplici in quanto si dovrebbe imporre tensione e corrente sulla stessa porta. Possiamo usare un'ipotesi:

$$\frac{1}{t_{11}} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{12}} = -\frac{i_2}{i_1} \Big|_{V_1=0}, \quad \frac{1}{t_{21}} = \frac{V_2}{i_1} \Big|_{i_2=0}, \quad \frac{1}{t_{22}} = -\frac{i_2}{i_1} \Big|_{V_2=0}$$

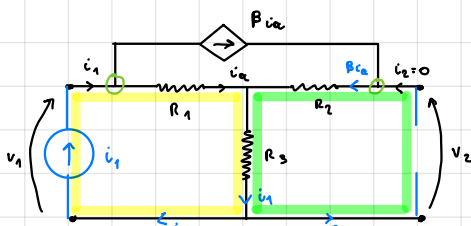
Così aggiungiamo il problema perché imponiamo tensione su una porta e corrente sull'altra.

- 6) La matrice M si dice di trasmissione inversa quando la base è $[V_1, i_1]$. Essa dà origine all'equazione $\begin{bmatrix} V_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = [T'] \begin{bmatrix} V_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$

ESERCIZIO



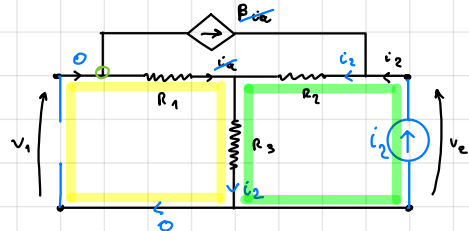
determina $[R]$ per prove semplici



$$\begin{cases} V_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 \\ V_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 \end{cases} \rightarrow R_{11} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{i_2=0}, \quad R_{12} = \frac{V_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$

$$\begin{aligned} i_1 &= (\beta + 1) i_a \rightarrow i_a = \frac{i_1}{\beta + 1} \\ V_1 &= R_1 i_a + R_3 i_1 = \left(\frac{R_1}{\beta + 1} + R_3 \right) i_1 \end{aligned}$$

$$V_2 = \beta R_2 i_a + R_3 i_1 = \left(\frac{\beta R_2}{\beta + 1} + R_3 \right) i_1$$



$$r_{12} = \frac{V_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}, \quad r_{22} = \frac{V_2}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$

- $(\beta+1)i_1=0 \quad v_1=0$
- $V_1 = \beta i_1 + \frac{R_3}{r_{12}} i_2$
- $V_2 = R_2 i_2 + R_3 i_2 = \frac{(R_2+R_3)}{r_{22}} i_2$

7.6 SIMMETRIA DI DOPPI BIPOLI

Un d.b. si dice simmetrico se le equazioni costitutive non cambiano scambiando le tensioni e le correnti d'uscita tra di loro. In un d.b. simmetrico, non ci importa di come siano collegate le porte.

Condizioni di simmetria:

- 1) La matrice di resistenza R ha $r_{11}=r_{22}$ e $r_{12}=r_{21}$
- 2) La matrice di conduttanza G ha $g_{11}=g_{22}$ e $g_{12}=g_{21}$
- 3) La matrice di tipo 1 H ha determinante pari a 1 e $h_{12}=-h_{21}$ (possibilità)
- 4) La matrice di tipo 2 H' ha determinante pari a 1 e $h'_{12}=-h'_{21}$ (possibilità)
- 5) La matrice di trasmissione diretta ha determinante pari a 1 e $t_{11}=t_{22}$

7.7 RECIPROCAITÀ DI DOPPI BIPOLI

Un componente si dice reciproco se, definite 2 coppie di variabili e le relative potenze virtuali, le potenze virtuali sono uguali per ogni scelta delle coppie di variabili.

Condizioni di reciprocità:

- 1) La matrice R deve essere simmetrica
- 2) La matrice G deve essere simmetrica
- 3) La matrice H deve avere $h_{12}=-h_{21}$
- 4) La matrice H' deve avere $h'_{12}=-h'_{21}$
- 5) La matrice T deve avere $|T|=1$

Possiamo dire che se un d.b. è simmetrico, è anche reciproco.

7.8 DOPPI BIPOLI LINEARI AFFINI

Se il d.b. ammette base corrente allora avremo:

$$\underline{V} = \underline{R} \underline{i} + \underline{E} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \underline{[R]} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

\Rightarrow

