•••

2.2.1 DIPOLO ELETTRICO

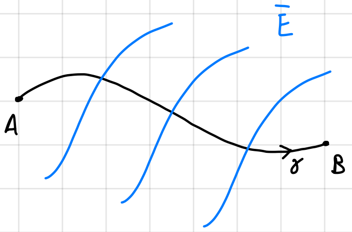
Il campo del dipolo sulla prova q è: $\bar E_1 + \bar E_2$. Ciò può essere generalizzato a:

$$\bar E_{TOT} = \sum_{i=1}^{n} \bar E_i = \sum_{i=1}^{n} K \frac{Q_i}{r_i}\hat r_i$$

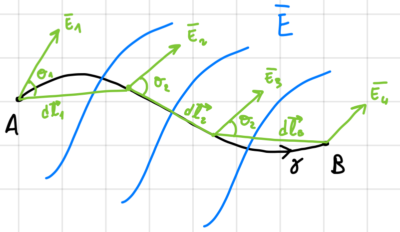
Questa formula è detta SOVRAPPOSIZIONE DI CAMPI.

2.3 TENSIONE E POTENZIALE ELETTRICO

Mettiamo la c. prova q in una regione di spazio in cui agisce il campo $\bar E$. Il campo sposterà q lungo le linee di forza compiendo lavoro. Se noi, invece, vogliamo spostare q dobbiamo compiere un lavoro che contrasta quello compiuto da $\bar E$.



Per calcolare L_{AB} compiuto spostandoci lungo γ, approssimiamo γ a una spezzata:



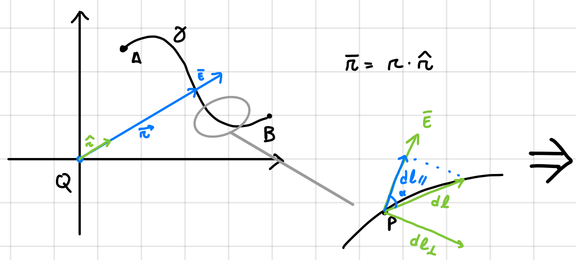
Otteremo quindi:

$$dL_1 = -q\bar E_1 \cdot d\vec l_1 = -q E_1\, dl_1 \cos\theta_1 \Rightarrow L_{AB} = -q\sum_{k=1}^{n} E_k\, dl_k \cos\theta_k$$

con $dl \to 0$ $\quad L_{AB}^{\gamma} = -q \oint_\gamma \bar E \cdot d\vec l$

Avendo definito così il lavoro, definisco la tensione V come il lavoro normalizzato rispetto a q eseguito per spostare q da A a B lungo un percorso γ.
La tensione si misura in Volt: $[V]=[E][q]^{-1} = J/C$.

Prendendo un campo generato da Q puntiforme, come posso esprimere L?



$$\Rightarrow$$

$$dL = -q\bar E \cdot d\bar l = -K\frac{qQ}{r^2}\hat r \cdot (d\bar l_{\parallel} + d\bar l_{\perp})$$

$$= -K\frac{qQ}{r^2}\big(\underbrace{\hat r \cdot d\bar l_{\parallel}}_{\hat r \cdot \hat r\, dr} + \cancel{\hat r \cdot d\bar l_{\perp}}\big) \quad \text{con } dr = dl\cos\alpha$$

$$= -KqQ\frac{dr}{r^2}$$

$$\Downarrow$$

$$dL_{AB}^{\gamma} = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{dr}{r^2} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_A^B = q\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_B - r_A}$$

NOTA: Se $\bar E$ è generato da una carica puntiforme, L_{AB}^{γ} non dipende da γ ma solo da A e B. Ciò significa che $\bar E$ è conservativo e ammette un'energia potenziale W(P) misurata in J ([E]). Possiamo dire che:

$$L_{AB}^{\gamma} = W(B) - W(A)$$

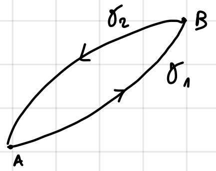
Il campo $\bar E$ è conservativo se è stazionario o quasi stazionario.

Possiamo così definire il potenziale elettrico come $V(P) = \frac{W(P)}{q}$.

NOTA: La differenza di potenziale non è altro che la tensione elettrica: $L_{AB}^{\gamma} = q\,(V(B) - V(A)) = q\,V_{BA}$

2.4 LEGGE DI KIRCHHOFF PER LE TENSIONI (KVL)

Immaginiamo un percorso chiuso. Calcoliamo il lavoro necessario per spostare q sul percorso chiuso:



$$\left.\begin{aligned} V_{BA} &= \frac{L_{AB}^{\gamma_1}}{q} = -\int_{\gamma_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} \\ V_{AB} &= \frac{L_{BA}^{\gamma_2}}{q} = -\int_{\gamma_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} = -V_{BA} \end{aligned}\right\} -\oint_{\gamma} \bar{E}\cdot d\bar{l} = V_{BA} - V_{BA} = 0$$

L'equazione sopra è la legge di Kirchhoff per le tensioni:

> Lungo una qualunque linea chiusa, la somma algebrica delle tensioni, prese con il segno opportuno in base al verso di percorrenza della linea, è nulla.

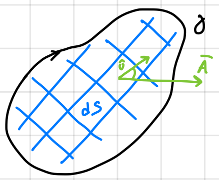
2.5 FLUSSO DI UN CAMPO VETTORIALE

Prendo una regione di spazio S delimitata da γ. Suddivido S in tante piccole superfici dS. Definisco la normale di dS il vettore perpendicolare a dS orientato positivamente. Immergendo S in un campo $\bar{A}$ possiamo definire il flusso di $\bar{A}$ attraverso dS come:

$$\Phi_{dS}(\bar{A}) = \bar{A}\cdot\hat{u}\,dS$$

↓

$$\Phi_S(\bar{A}) \simeq \sum_{k=1}^{n} \bar{A}_k\cdot\hat{u}\,dS_k$$



NOTA: Se $\hat{u} \parallel \bar{A}$: il flusso è massimo

Se $\hat{u} \perp \bar{A}$: il flusso è nullo

Se nessuna delle precedenti, il flusso è pari a $vS\cos\alpha$

Limitando la sommatoria sopra otteniamo:

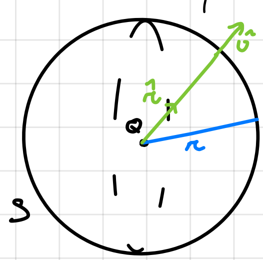
$$\Phi_S(\bar{A}) = \oint_S \bar{A}\cdot\hat{u}\,dS$$

2.6 TEOREMA DI GAUSS

Consideriamo il campo $\bar{E}$ generato da Q puntiforme, quanto vale il flusso attraverso una sfera di raggio r?

$$\Phi_S(\bar{E}) = \oint_S \bar{E}\cdot\hat{u}\,dS = \oint_S \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\underbrace{\hat{r}\cdot\hat{u}}_{=1}\,dS = \frac{Q}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cancel{r^2}}\cdot\cancel{4\pi r^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Generalizzando: $\Phi_S(\bar{E}) = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$



La legge di Gauss vale per ogni superficie, non solo sfere. Essa deve essere chiusa.

2.7 CORRENTE ELETTRICA

La corrente elettrica può essere pensata come cariche elettriche in movimento. Possiamo dire che è la quantità di cariche che attraversano una superficie S in lasso di tempo:

$i_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ $\quad\vdots\quad$ $i(t) = \frac{dq}{dt}$

La corrente è una grandezza scalare e si misura in Ampere ($[A] = [Q][T]^{-1}$).