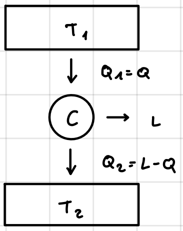
...

14.20.2 TEOREMA DI CARNOT DAL PRINCIPIO DI AUMENTO DELL'ENTROPIA



$$\Delta U = Q - L = 0 \rightarrow Q = L \Rightarrow Q + Q_2 = L \rightarrow Q_2 = L - Q$$

$$\Delta S_U = \Delta S_{T_1} + \Delta S_{T_2} + \cancel{\Delta S_c} = \underbrace{-\frac{Q}{T_1}}_{\text{variazione d'entropia lungo un'isoterma}} - \frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q}{T_1} - \frac{L-Q}{T_2} = Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) - \frac{L}{T_2}$$

$$T_2 \cdot \Delta S_U = T_2 Q\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) - L \Rightarrow L = -T_2 \Delta S_U + Q\left(1 + \frac{T_2}{T_1}\right)$$

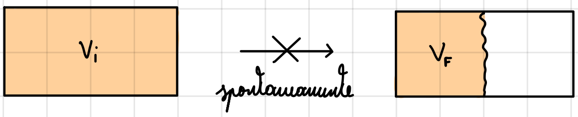
$$\eta = \frac{L}{Q} = -\frac{T_2 \Delta S_U}{Q} + \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$ → rendimento di una macchina non reversibile

↳ $\eta_c \Rightarrow \Delta S_U = 0 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

↳ poiché c'è il $-\frac{T_2 \Delta S_U}{Q}$ $\quad \eta < \eta_c$

Nota: il rendimento di una macchina diminuisce all'aumentare di ΔS_U e quindi col numero di trasformazioni irreversibili

ESERCIZIO



$V_F < V_i$, contenitore adiabatico

Consideriamo per assurdo che sia possibile. → $\underset{\text{adiabatica}}{\Delta U} = \underset{\text{pareti rigide}}{Q - L} = 0 \Rightarrow T = \text{cost}$

Calcoliamo la variazione di entropia:

$$\Delta S = \underbrace{\int \frac{\delta Q}{T}}_{\text{isot. rev.: } \delta Q = \delta L} = \int_{V_i}^{V_F} \frac{P\,dV}{T} = \int_{V_i}^{V_F} \frac{nR\cancel{T}}{V\cancel{T}}\,dV = nR \ln\frac{V_F}{V_i}$$ → variazione di entropia negativa ⇒ trasformazione impossibile (di un sistema isolato)

14.21 DIAGRAMMA TS - ENTROPICO

Partiamo dalla definizione di entropia:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_R \rightarrow \delta Q_R = dS\,T \rightarrow \boxed{Q_R = \int_i^F T\,dS} \Rightarrow$$ l'area sottesa dal grafico è il calore scambiato

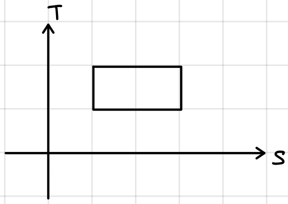
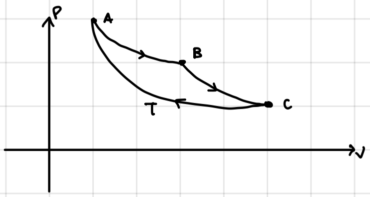


Diagramma del ciclo di Carnot

ESERCIZIO

Usando K.P. dimostrare che due curve di adiabatiche reversibili non si incrociano in PV.

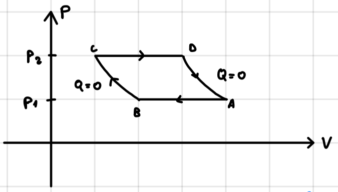
Consideriamo il ciclo:



Avremo $L > 0$. Lo scambio di calore avviene per forza durante la isoterma, quindi $Q = L > 0$. La nostra macchina termica, quindi, è monoterma e assorbe calore e lo trasforma in L, violando il principio di K.P.

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 3 (21)



$C_v = 3/2\, R$

η ?

$$\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_A} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{P_1}{P_2}\frac{\overset{-(V_B - V_A)}{V_A - V_B}}{V_D - V_C} = 1 - \frac{P_1}{P_2}\frac{V_A}{V_D}\cdot\frac{\cancel{1 - \frac{V_B}{V_A}}}{\cancel{1 - \frac{V_C}{V_D}}} = 1 - \frac{P_1}{P_2}\frac{V_A}{V_D} = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$Q_{CD} = n C_p (T_D - T_C) > 0 \rightarrow Q_{CD} = \frac{C_p}{R} P_2 (V_D - V_C) \Rightarrow Q_{ASS}$

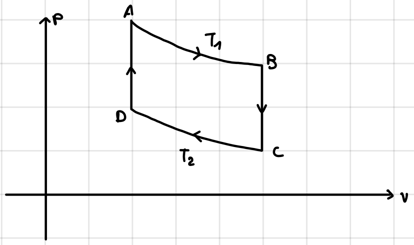
$Q_{AB} = n C_p (T_B - T_A) < 0 \rightarrow Q_{AB} = \frac{C_p}{R} P_1 (V_B - V_A) \Rightarrow Q_{CED}$

$P_2 V_C^\gamma = P_1 V_B^\gamma \rightarrow \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^\gamma = \frac{P_1}{P_2}$

$P_2 V_D^\gamma = P_1 V_A^\gamma \rightarrow \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^\gamma = \frac{P_1}{P_2}$

$\rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A} \rightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$

ESERCIZIO 4 (21)



$V_B = 2\, V_A$

$V_C = 2\, V_D \qquad T_1 > T_2 \qquad C_v = \frac{3}{2} R$

η = ?

$$\eta = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{-\cancel{n} R T_2 \ln 2 + \cancel{n} C_v (T_2 - T_1)}{\cancel{n} R T_1 \ln 2 - \cancel{n} C_v (T_2 - T_1)} = 1 + \frac{3/2\,(T_1 - T_2) + T_2 \ln 2}{3/2\,(T_1 - T_2) + T_1 \ln 2}$$

$Q_{AB} = L_{AB} = n R T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} > 0 \rightarrow Q_{AB} = n R T_1 \ln 2$

$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n C_v (T_2 - T_1) < 0$

$Q_{CD} = L_{CD} = n R T_2 \ln \frac{V_D}{V_C} < 0 \rightarrow Q_{CD} = -n R T_2 \ln 2$

$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = n C_v (T_1 - T_2) > 0$

ESERCIZIO 5

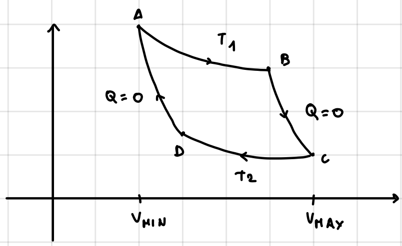
$C_v = 3/2\, R$ Ciclo di Carnot ABCDA

$V_C = 10^{-1}\, m^3 = V_{max} \qquad P_C = 1{,}013$ bar

$T_2 = 290\,K = T_{min}$

$Q_{ASS} = 8933\, J \qquad L = 1930\, J$

T_1 ? $\qquad V_{MIN}$?



$Q_{AB} = n R T_1 \ln \frac{V_B}{V_A} > 0 \rightarrow Q_{ASS} = Q_{AB} \rightarrow V_A = V_{min} = V_B\, e^{-\frac{Q_{ASS}}{nRT_1}} = V_C \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} e^{-\frac{Q_{ASS}}{nRT_1}}$

$Q_{CD} = n R T_2 \ln \frac{V_D}{V_C} < 0 \rightarrow Q_{ced} = Q_{CD} \rightarrow \frac{V_D}{V_C} = e^{\frac{Q_{CED}}{nRT_1}} = e^{\frac{Q_{CED}}{P_C V_C}} \Rightarrow V_D = V_C\, e^{\frac{Q_{CED}}{P_C V_C}}$

$L = Q_{ASS} + Q_{CED} \rightarrow Q_{CED} = L - Q_{ASS} = -7003\, J$

$$\left.\begin{array}{l} T_2 V_D^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1} \rightarrow \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow V_A = V_D \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_2 V_C^{\gamma-1} = T_1 V_B^{\gamma-1} \rightarrow \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow V_B = V_C \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{array}\right\}$$

$$Q_{ASS} = n R T_1 \ln \frac{V_C \cancel{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}}{V_D \cancel{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}} = n R T_1 \ln \frac{\cancel{V_C}}{\cancel{V_C}\, e^{\frac{Q_{CED}}{P_C V_C}}} = n R T_1 \left(-\frac{Q_{CED}}{P_C V_C}\right) = -\frac{\cancel{nR} T_1}{\cancel{nR} T_2} Q_{CED} =$$

$$= -\frac{T_1}{T_2} Q_{CED} \Rightarrow T_1 = -\frac{Q_{ASS}}{Q_{CED}} T_2 = 369.9\, K$$

$\Downarrow$

$$V_A = V_C\, e^{\frac{Q_{CED}}{P_C V_C}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0{,}0348\ m$$