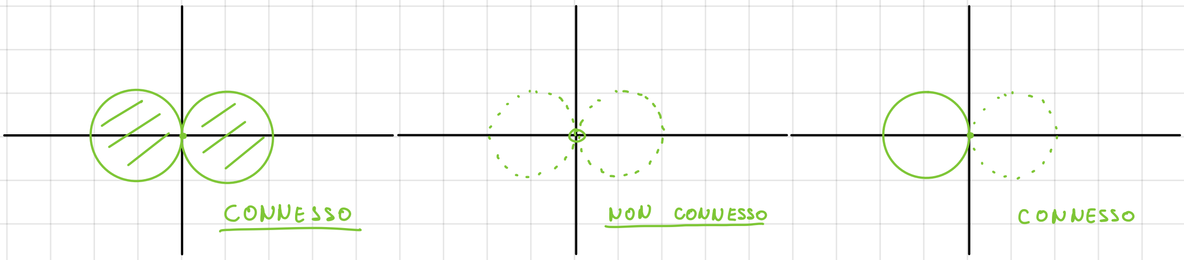
14/09/20

1) Verifica se sono connessi:

$$A = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x+1)^2+y^2 \le 1 \ \vee \ (x-1)^2+y \le 1\}$$
$$B = \{ \quad '' \quad '' < \quad '' < \}$$
$$C = \{ \quad '' \quad '' \le \quad '' < \}$$



Nota bene: nessuno degli insiemi è convesso.

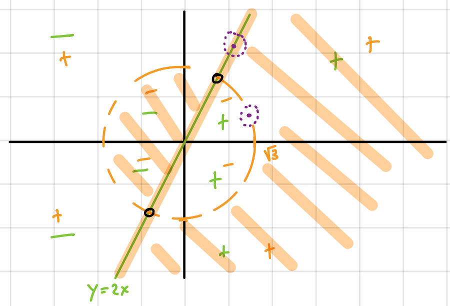
2) Dato $C_n = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le (2-\frac{1}{n})^2\}$, determina $\bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$

Ogni C_n è una circonferenza con raggio crescente $R \to 2$. L'unione $\bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$ viene uguale a $C_\infty = \{ \ '' : x^2+y^2 < 2\}$. L'unione infinita di chiusi non è per forza anch'essa chiusa.

Proprietà è scrivibile come:
1) Unione infiniti aperte è aperta
2) Intersezione infinita di chiusi è chiusa.

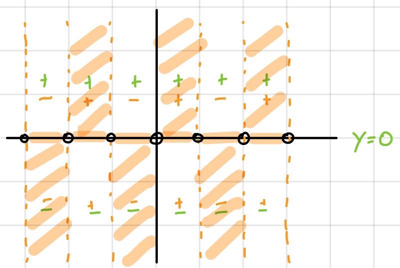
3) Consideriamo $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, determiniamo D

- $f(x,y) = \ln(xy) \Rightarrow xy>0 \Rightarrow$ D è aperto, non chiuso ($\partial D \not\subset D$), illimitato, sconnesso per archi
- $f(x,y) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2y^2-4}} \Rightarrow x^2+2y^2>4 \to$ fuori dall'ellisse di semiasse $a=2$, $b=\sqrt{2} \Rightarrow$ D è aperto, non chiuso, illimitato, connesso per archi.
- $f(x,y) = \sqrt[4]{\dfrac{2x-y}{x^2+y^2-3}} \Rightarrow \begin{matrix} N & 2x-y\ge 0 \\ D & x^2+y^2-3>0 \end{matrix} \to \begin{matrix} N & y \le 2x \\ D & x^2+y^2>3 \end{matrix}$



L'insieme non è aperto ($\exists \partial D \subset D$), non è chiuso ($\exists \partial D \not\subset D$), illimitato, sconnesso per archi

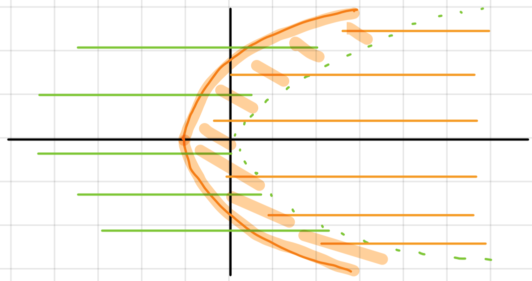
- $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{y}{\sin x}} \Rightarrow \begin{matrix} N & y \ge 0 \\ D & \sin x > 0 \to 0+2k\pi < x < \pi + 2k\pi \end{matrix}$



Né aperto né chiuso, illimitato, sconnesso per archi

01/19

• $f(x,y)=\sqrt{-\ln(y^2-x)} \implies \begin{cases} -\ln(y^2-x)\ge 0 \\ x<y^2 \end{cases} \to \ln(y^2-x)\le \ln 1 \to y^2-x\le 1 \to \begin{cases} x\ge y^2-1 \\ x<y^2 \end{cases}$

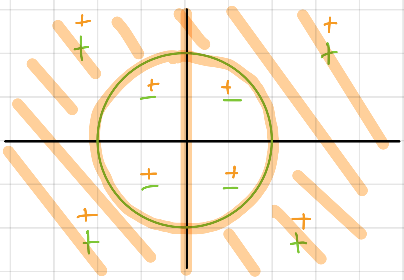


Né aperto né chiuso, illimitato, connesso

• $f(x,y)=\sqrt{|x|(x^2+y^2-4)} \implies$

$F_1 \quad |x|\ge 0$

$F_2 \quad x^2+y^2-4\ge 0$



È chiuso, non è aperto, illimitato e connesso per archi