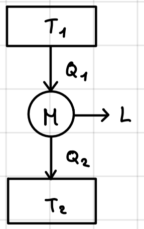
16.15 SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Applichiamo il primo principio alle macchine termiche:



CICLICA $\Rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q = L \rightarrow L = Q_1 + Q_2$

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1+Q_2}{Q_1} = 1 + \underbrace{\frac{Q_2}{Q_1}}_{\text{negativo}} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

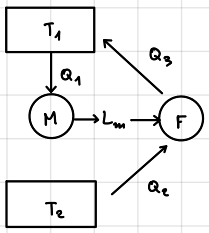
Enunciamo il secondo principio secondo Clausius: una macchina termica il cui unico risultato ($L=0$) è assorbire calore da un corpo freddo e cederlo ad uno più caldo non esiste.

Enunciamo il secondo principio secondo Kelvin-Planck: non esiste una macchina termica che trasforma il calore assorbito da un serbatoio esclusivamente in lavoro.

Dimostriamo l'equivalenza dei due principi:

1) Th: se non vale K.P., allora non vale C.
2) Th: se non vale C., allora non vale K.P.

1)



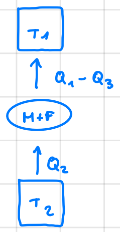
$T_1 > T_2$

M: $L_m = Q_1$

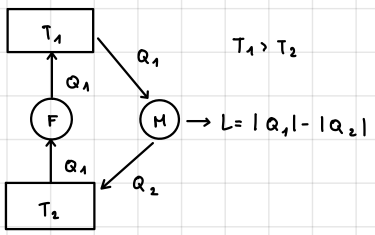
F: $Q_2 + L_m = Q_3$

$Q_2 + Q_1 = Q_3$

M+F: $Q_1 - Q_3 = Q_1 - (Q_2 + Q_1) = \cancel{Q_1} - Q_2 - \cancel{Q_1} = -Q_2$ → viola Clausius

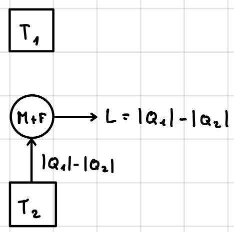


2)



$T_1 > T_2$

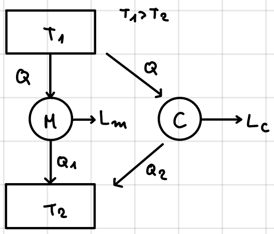
$\Rightarrow$



16.16 TEOREMA DI CARNOT

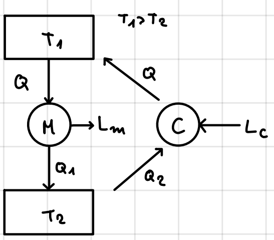
Una macchina termica di Carnot operante tra due termostati avrà rendimento maggiore rispetto ad una generica macchina operante fra gli stessi termostati. Inoltre, tutte le macchine di Carnot operanti tra gli stessi termostati hanno lo stesso rendimento.

Dimostriamo il teorema:

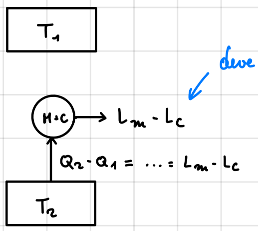


Applico il primo principio: $\Delta U = 0 \rightarrow \begin{cases} Q - Q_1 = L_m \rightarrow Q_1 = Q - L_m \\ Q - Q_2 = L_c \rightarrow Q_2 = Q - L_c \end{cases}$

Poiché la macchina di Carnot è reversibile, invertiamola:



$\Rightarrow$



deve assorbire lavoro per non violare Clausius

$\Rightarrow$ per secondo principio $L_m - L_c \leq 0$

$$\eta_M = \frac{L_m}{Q}, \quad \eta_c = \frac{L_c}{Q} \Rightarrow L_m = \eta_m \cancel{Q} \leq \eta_c \cancel{Q} = L_c$$

$$\Downarrow$$

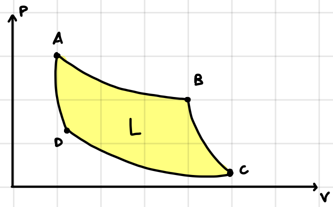
$$\eta_m \leq \eta_c$$

Dimostriamo la seconda parte: $M \to C_1$, $C \to C_2$ $\Rightarrow$ $\eta_{C_1} \le \eta_{C_2}$ per prima parte; $\eta_{C_2} \le \eta_{C_1}$ per prima parte $\Rightarrow$ $\eta_{C_1} = \eta_{C_2}$

inverti C_2 inverti C_1

14.17 RENDIMENTO DEL CICLO DI CARNOT PER GAS PERFETTO

Si dice ciclo di Carnot il seguente ciclo:



$A \to B$ isoterma

$B \to C$ adiabatica

$C \to D$ isoterma

$D \to A$ adiabatica

Esso è il ciclo di tutte le macchine di Carnot. Calcoliamo il rendimento:

AB: $\Delta U = 0$ (isoterma) $\to$ $Q_1 = L_{AB} = \int_A^B P\,dV = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$ $\leftarrow$ Q_1 assorbito (contatto con T_1 $(T_1 > T_2)$)

BC: $PV^\gamma = \text{cost} \to TV^{\gamma-1} = \text{cost} \to$ $T_2 V_C^{\gamma-1} = T_1 V_B^{\gamma-1}$

CD: $\Delta U = 0$ (isoterma) $\to$ $Q_2 = L_{CD} = \dots = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$ $\leftarrow$ Q_2 ceduto (contatto con T_2 $(T_1 > T_2)$)

DA: $PV^\gamma = \text{cost} \to TV^{\gamma-1} = \text{cost} \to$ $T_1 V_A^{\gamma-1} = T_2 V_D^{\gamma-1}$

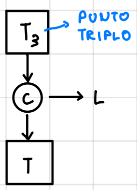
$$\eta = \frac{L}{Q_1} \underset{\Delta U = 0}{=} \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{\cancel{nR}T_2 \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)}{\cancel{nR}T_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = 1 + \frac{T_2}{T_1}\frac{\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = \boxed{1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

div. mem. a mem.

$$\begin{cases} T_2 V_C^{\gamma-1} = T_1 V_B^{\gamma-1} \\ T_2 V_D^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1} \end{cases} \to \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \to \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

Per il teorema di Carnot, la formula sopra è il lavoro di qualsiasi macchina termica di Carnot con termostati T_1 e T_2.

Le macchine di Carnot sono ottimi termometri



$$\left.\begin{aligned} \eta_c &= 1 - \frac{T}{T_3} \\ \eta &= 1 - \frac{|Q|}{|Q_3|} \end{aligned}\right\} \to \frac{T}{T_3} = \frac{|Q|}{T_3} \Rightarrow \boxed{T = T_3 \frac{|Q|}{|Q_3|}} \to \text{Temperatura assoluta termodinamica}$$

T_3: 273.16 K

Applicando la prima parte del teorema di Carnot alla nostra formula del rendimento otteniamo:

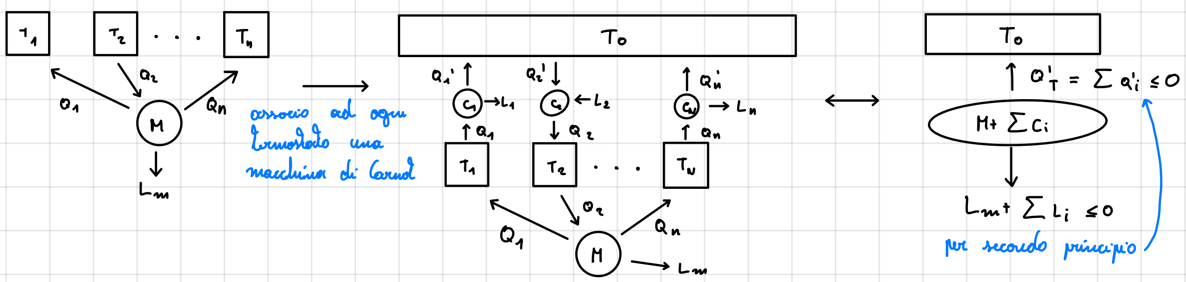
$$\eta \le \eta_c \to \cancel{1} + \frac{Q_2}{Q_1} \le \cancel{1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0}$$

L'uguaglianza vale se le trasformazioni sono reversibili.

14.18 TEOREMA DI CLAUSIUS

Consideriamo una macchina termica che scambia calore con N termostati, allora $\sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{T_i} \le 0$

Dimostriamo il teorema



Per le singole macchine C_i vale: $\frac{Q_i'}{T_0} + \frac{(-Q_i)}{T_i} = 0$

$\uparrow Q_i \rightarrow$ entrante (C)
$\uparrow Q_i \rightarrow$ uscente (H)
$\}\rightarrow$ verso opposto

$$\Downarrow$$

$$Q'_T = \sum Q'_i = \sum \frac{T_0}{T_i} Q_i \le 0 \Rightarrow \cancel{T_0}\left(\sum \frac{Q_i}{T_i}\right) \le 0 \Rightarrow \sum \frac{Q_i}{T_i} \le 0$$

ESERCITAZIONE

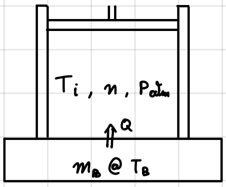
ESERCIZIO 2

$n = 10$ mol (monoat.)

$T_i = 300\ K$

$T_B = 1000\ K$ $\quad m_B = 1\ Kg$ $\quad c_B = 400\ \frac{J}{Kg K}$

T_f ? $\quad L$?



$$Q_B = \underbrace{m_B c_B}_{C_B}(T_f - T_B) = C_B(T_f - T_B) < 0\ J$$

$$\Delta U = Q_g - L \Rightarrow Q_g = \Delta U + L = n C_v (T_F - T_i) + L = n C_v (T_F - T_i) + nR(T_F - T_i) = n(C_v + R)(T_F - T_i)$$

$$L = P \cdot \Delta V = \cancel{P_a} \cdot \frac{nR}{\cancel{P_a}}(T_F - T_i) = nR(T_F - T_i)$$

$$\downarrow$$

$$Q_g + Q_B = 0 \rightarrow C_B(T_f - T_B) + \frac{5}{2} nR(T_F - T_i) = 0 \Rightarrow T_F = \dots = \frac{C_B T_B + \frac{5}{2} nR T_i}{C_B + \frac{5}{2} nR} = 760.64\ K$$

$$\downarrow$$

$$L = \dots = 38297.6\ J$$