ESEMPI USO SV. TAYLOR

$\cos(e^x-1) \quad x\to 0 \quad \cos(e^x-1)\to 1 \quad \Rightarrow \cos\left(t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{6}+\frac{t^4}{24}+o(t^4)\right)=$

$$1-\frac{\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{24}+o(x^4)\right)^2}{2}+\frac{\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{24}+o(x^4)\right)^4}{24}+o\left(\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{24}+o(x^4)\right)^4\right)=$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos(t)=1-\frac{t^2}{2}+\frac{t^4}{24}+o(t^4)\\ e^t=1+t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{6}+\frac{t^4}{24}+o(t^4) \Rightarrow e^t-1=t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{6}+\frac{t^4}{24}+o(t^4)\end{array}\right]$$

$$=1-\frac{\left(x^2+\frac{x^4}{4}+x^3+\cancel{\frac{x^6}{36}}+\cancel{\frac{x^8}{24}}+o(x^5)\right)}{2}+\frac{\left(x^4+\cancel{\frac{x^6}{16}}+o(x^5)\right)}{24}+o(x^4)=$$

$$=\dots=1-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4+o(x^4)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\ln(x)-x+1}{(x-1)^2}\underset{x-1=t}{=}\lim_{t\to 0}\frac{\ln(t+1)-t}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{\cancel{t}-\frac{t^2}{2}+o(t^2)-\cancel{t}}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{-t^2/2+o(t^2)}{t^2}=\lim_{t\to 0}-\frac{1}{2}\frac{\cancel{t^2}}{\cancel{t^2}}=-\frac{1}{2}$$

infin. ordine di t^2 → meno rel.

$\ln(1+t)=t+o(t)$

$=t-\frac{t^2}{2}+o(t^2) \Rightarrow$ SVIL. TAYLOR

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1-\sin(2x)-2x^2}{2(\sin x-x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{2x}+\cancel{\frac{4x^2}{2}}+\frac{8x^3}{3!}+o(x^3)-\cancel{2x}+\frac{8x^3}{3!}+o(x^3)-\cancel{2x^2}}{-2\frac{x^3}{3!}+o(x^3)}=\lim_{x\to 0}\frac{2\frac{8}{3!}x^3+o(x^3)}{-\frac{2}{3!}x^3+o(x^3)}=\lim_{x\to 0}\frac{2x^3+o(x^3)}{-x^3+o(x^3)}=-2$$

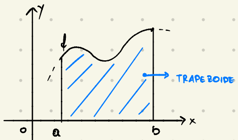
$\sin x=x+o(x)$

$=x-\frac{x^3}{3!}+o(x^3)$

$e^t=1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3!}+o(x^3)$

TRAPEZIOIDE

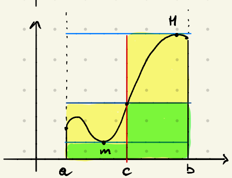
Sia $f:[a;b]\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua in $[a;b]$. Con $T_f([a;b])$ si intende il trapezoide delimitato a f in $[a;b]$



INTEGRALE DEFINITO

Data $f:[a;b]\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua in $[a;b]$. Si definisce integrale definito la misura con segno di $T_f([a;b])$. Si indica con $\int_a^b f(x)dx$.

ES.: $f(x)=c \quad \int_a^b c\,dx=c(b-a)$



→ Somma inf → Somma sup.

Sia $f:[a;b]\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua in $[a;b]$, per Weierstrass esistono $M>f(x)\ \forall x$, $m<f(x)\ \forall x$.

Divido $[a;b]$ in due parti uguali:

esistono max e min sia per $f|[a;c]$ che per $f|[c;b]$

.... per n volte

↳ Divido $[a;b]$ in n intervalli uguali. In ogni intervallo, f è continua $\Rightarrow$ per Weierstrass esistono massimo e minimo assoluti e le aree delimitate saranno: $M_i\left(\frac{b-a}{n}\right)$, $m_i\left(\frac{b-a}{n}\right)$

Si dice somma superiore $S_n=\sum_{i=0}^{n}M_i\left(\frac{b-a}{n}\right)$ e somma inferiore $s_n=\sum_{i=0}^{n}m_i\left(\frac{b-a}{n}\right)$ con $s_n\le S_n\ \forall n$. Esse sono successioni.

Per $n\to+\infty$ $m(b-a)=s_1\le s_n\le S_n\le S_1 \Rightarrow$ sono limitate. Per lo più s_n è crescente, mentre S_n è decrescente

Ciò ci indica che le due somme sono convergenti (monotone limitate) $\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}s_n=\operatorname{Sup}(s_n)$, $\lim_{n\to+\infty}S_n=\operatorname{Inf}(S_n)$

È intuibile che $\operatorname{Sup}(s_n)=\operatorname{Inf}(S_n) \Rightarrow \lim_{n\to+\infty}s_n=\lim_{n\to+\infty}S_n=\int_a^b f(x)dx$