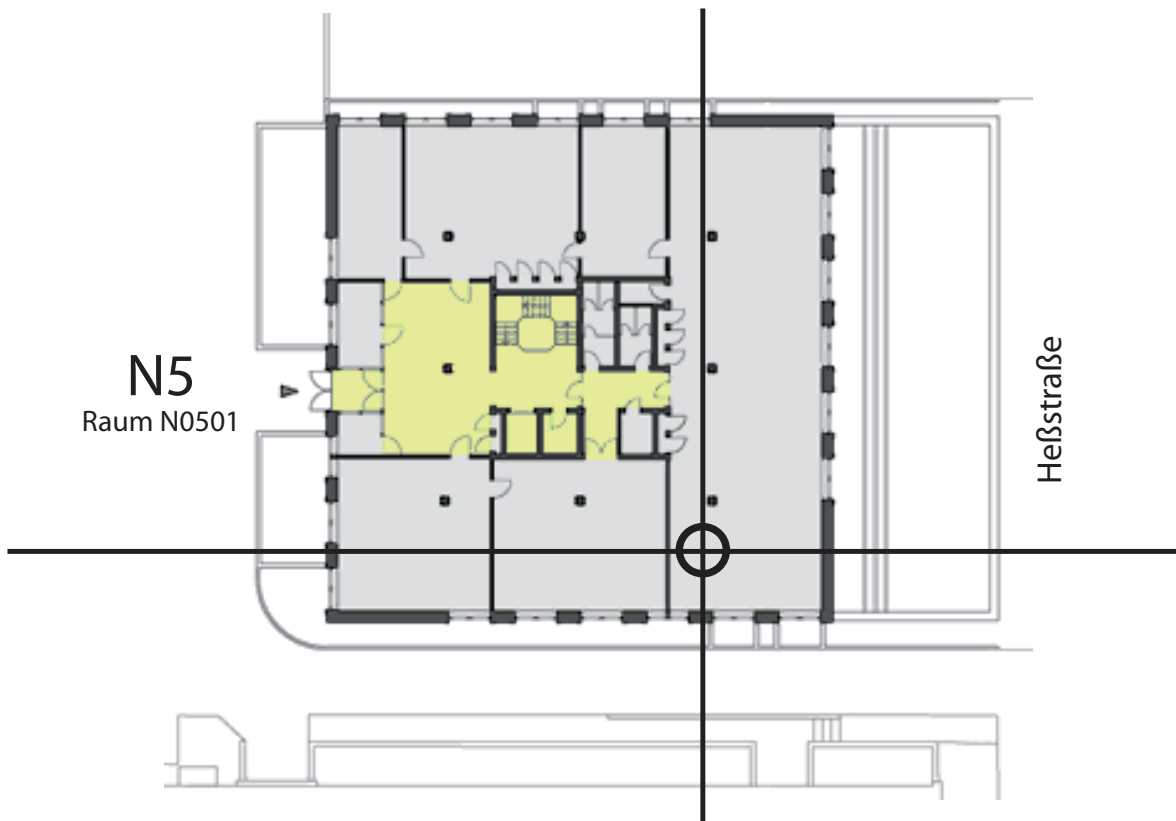


Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation
Technische Universität München

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Rigoll

Praktikum System- und Schaltungstechnik

Signalerfassung und -analyse



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Analyse im Frequenzbereich: Die Diskrete Fourier-Transformation	5
2.1.1	Abtastung und Zeitdiskrete Fourier-Transformation	5
2.1.2	Diskrete Fourier-Reihe / Diskrete Fourier-Transformation	8
2.1.3	Fensterfunktionen	10
2.2	Quantisierung	14
2.3	Analyse im Zeitbereich - Die Korrelationsfunktion	16
2.4	Sprachanalyse	17
3	Vorbereitungsfragen	19
4	Versuchsaufbau	21
4.1	Datenbrowser	22
4.2	Plot - Bereich	23
4.3	Blockschaltbild	24
4.4	Fast Fourier Transformation (FFT)	26
4.5	Korrelation	27
5	Durchführung	31
5.1	Korrelation	31
5.2	Diskrete Fourier-Transformation	32
5.3	Abtastung und Quantisierung	33

Einleitung

Schwerpunkt des Versuchs ist die Beschäftigung mit der Diskreten Fourier-Transformation (DFT), die häufig nur als Näherung der zeitkontinuierlichen Fourier-Transformation angesehen wird. Neben diesem Verfahren der Signalanalyse im Frequenzbereich wird als Analysemethode im Zeitbereich die Korrelation behandelt. Um analoge, zeitkontinuierliche Signale mittels Rechner überhaupt erfassen zu können, müssen diese zunächst einer Abtastung sowie einer Amplitudenquantisierung unterzogen werden. Die hierbei auftretenden Erscheinungen werden herausgearbeitet und im Versuch bestätigt. Die Theorie des Versuchs baut bzgl. Inhalt und Nomenklatur weitestgehend auf der Vorlesung Signaldarstellung auf, die an der TUM abgehalten wird. Das Verständnis der Thematik wird daher vorausgesetzt !

Der Versuch wurde zum Wintersemester 1992/93 erstmalig angeboten. Im Sommersemester 2011 wird ein vollständig überarbeiteter Aufbau verwendet, der auf Standard-Hardware aufbaut und gängige Eingabekonzepte grafischer User Interfaces einsetzt. Der Inhalt des Versuchs bleibt dabei weitgehend gleich, auch die Anleitung wird größtenteils übernommen.

Wir sind dankbar für Anregungen und Hinweise jeglicher Art, die uns helfen, eventuelle Fehler zu beseitigen. Vielen Dank im voraus!

Theoretische Grundlagen

Der erste Teil dieser Versuchsanleitung befasst sich mit den benötigten Grundlagen, die für das Verständnis und die Durchführung des Versuchs nötig sind. Hierbei werden verschiedene Arten der Fourier-Transformation, gängige Fensterfunktionen, Quantisierung und Korrelation behandelt.

2.1 Analyse im Frequenzbereich: Die Diskrete Fourier-Transformation

2.1.1 Abtastung und Zeitdiskrete Fourier-Transformation

Über die *Fourier-Transformation* (FT) kann das Spektrum $X(\omega)$ eines zeitkontinuierlichen Signals $x(t)$ berechnet werden:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.1)$$

Umgekehrt lässt sich mittels *Inverser Fourier-Transformation* aus der Spektralfunktion $X(\omega)$ die Zeitfunktion $x(t)$ gewinnen:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.2)$$

Um die Abtastung zu veranschaulichen, wird zunächst davon ausgegangen, dass das abgetastete Signal $x_s(t)$ durch Multiplikation des Signals $x(t)$ mit einer *Abtastfunktion* $s(t)$ entsteht:

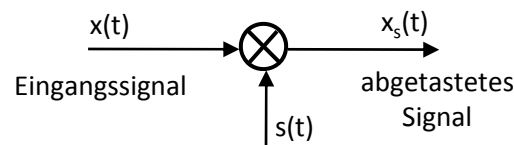


Abbildung 2.1: Abtastung durch Multiplikation mit einer Abtastfunktion

Die Abtastfunktion sei eine mit der *Abtastperiode* T_a periodische Folge von Dirac-Impulsen:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_a) \quad (2.3)$$

mit der Fourier-Transformierten

$$S(\omega) = \omega_a \cdot \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - r\omega_a) ; \quad \omega_a = \frac{2\pi}{T_a}. \quad (2.4)$$

Damit ist auch das abgetastete Signal $x_s(t)$ eine Folge von Dirac-Impulsen, welche jedoch mit "Momentaufnahmen" des Signals $x(t)$ gewichtet sind:

$$x_s(t) = x(t) \cdot s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_a) \cdot \delta(t - nT_a). \quad (2.5)$$

Die Multiplikation von $x(t)$ mit $s(t)$ im Zeitbereich bewirkt die Faltung der Spektren $X(\omega) \bullet \longrightarrow x(t)$ mit $S(\omega) \bullet \longrightarrow s(t)$ im Frequenzbereich:

$$X_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * S(\omega) = \frac{1}{T_a} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X(\omega - r\omega_a). \quad (2.6)$$

Das Spektrum $X_s(\omega) \bullet \longrightarrow x_s(t)$ ergibt sich somit durch periodische Fortsetzung des Spektrums $X(\omega) \bullet \longrightarrow x(t)$ mit der Abtastfrequenz ω_a . Bild 2.2 verdeutlicht dies, wobei ein willkürliches Signal $x(t)$ gewählt wurde, das im Spektralbereich auf $\pm\omega_{max}$ bandbegrenzt ist, d.h.

$$X(\omega) = 0 \quad \text{für } |\omega| > \omega_{max} \quad (2.7)$$

Wie aus Bild 2.2 hervorgeht, führt eine Abtastung mit $\omega_a \leq 2\omega_{max}$ (*Unterabtastung*) zu einer Überlappung der spektralen Komponenten von $X_s(\omega)$. Dieser Effekt wird *Aliasing* genannt.

Aliasing kann vermieden werden, indem die Abtastfrequenz ω_a und damit der Abstand der periodischen Fortsetzungen in $X_s(\omega)$ groß genug gewählt wird. Das *Abtasttheorem* legt die Bedingung fest, unter der eine eindeutige Signalrekonstruktion aus dem abgetasteten Signal möglich ist:

$$\omega_a = \frac{2\pi}{T_a} > 2\omega_{max} \quad (2.8)$$

Das Signal $x(t)$ kann aus dem abgetasteten Signal $x_s(t)$ rekonstruiert werden, indem durch Filterung die periodischen Fortsetzungen im Spektrum $X_s(\omega)$ beseitigt werden: Das Rekonstruktionsfilter (LTI-System) kann z.B. ein Tiefpass sein:

$$R(\omega) = \begin{cases} T_a & \text{für } |\omega| \leq \omega_{max} \\ 0 & \text{für } |\omega| > \omega_a - \omega_{max} \end{cases} \quad (2.9)$$

In der Praxis wird die Abtastung eines zeitkontinuierlichen Signals jedoch nicht durch Multiplikation mit einer Impulsfolge vorgenommen, sondern das zeitkontinuierliche Signal $x(t)$ wird durch *Zeitnormierung* in das zeitdiskrete Signal $x[n]$ übergeführt:

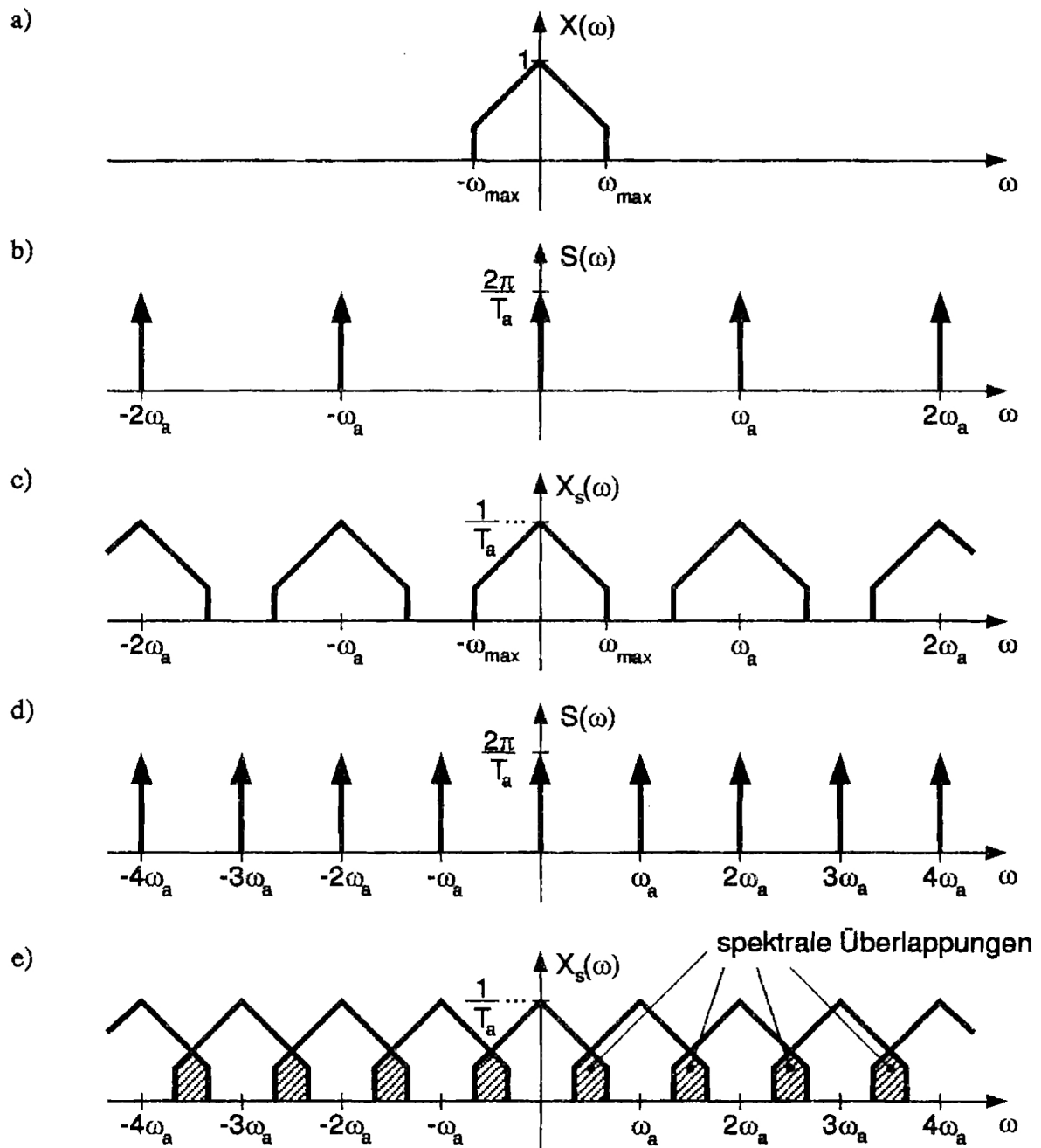


Abbildung 2.2: Signalabtastung bei Einhaltung und bei Verletzung des Abtasttheorems

- a) Spektrum eines bandbegrenzten Signals $x(t)$
- b) Spektrum der Abtastfunktion $s(t)$ für $\omega_a > 2\omega_{max}$
- c) Spektrum des abgetasteten Signals $x_s(t)$ für $\omega_a > 2\omega_{max}$
- d) Spektrum der Abtastfunktion $s(t)$ für $\omega_a < 2\omega_{max}$
- e) Spektrum des abgetasteten Signals $x_s(t)$ für $\omega_a < 2\omega_{max}$

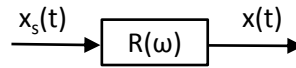


Abbildung 2.3: Rekonstruktion des Signals $x(t)$ aus dem abgetasteten Signal $x_s(t)$ mittels Filterung

$$x[n] = x(t)|_{t=n \cdot T_a}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.10)$$

Zu $x[n]$ existiert die *Zeitdiskrete Fourier-Transformation* (ZDFT)

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{j\Omega n} \quad (2.11)$$

und die *Inverse ZDFT*

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega, \quad (2.12)$$

wobei Ω die *normierte Frequenz* (oder *Drehrate*) darstellt:

$$\Omega = \omega \cdot T_a. \quad (2.13)$$

Man beachte, dass ZDFT-Spektren immer 2π -periodisch sind, d.h. $X(\Omega) = X(\Omega + 2\pi)$. Das Integral der *Inversen ZDFT* läuft nur über **eine** Periode 2π des Spektrums $X(\Omega)$!

Vergleicht man nun die ZDFT $X(\Omega) \bullet \circ x[n]$ ($x[n]$ nach Gl. 2.10 aus $x(t)$ entstanden) mit der FT $X_s(\omega) \bullet \circ x_s(t)$ ($x_s(t)$ nach Gl. 2.5 aus $x(t)$ entstanden), so ergibt sich der einfache Zusammenhang:

$$X(\Omega) = X_s(\omega)|_{\omega=\frac{\Omega}{T_a}} \quad (2.14)$$

Wenn im folgenden von *Abtastung* die Rede ist, so ist **grundsätzlich** die Umwandlung eines zeitkontinuierlichen Signals in eine zeitdiskrete Sequenz (vgl. Gl. 2.10) gemeint!

2.1.2 Diskrete Fourier-Reihe / Diskrete Fourier-Transformation

Um das Spektrum eines Signals digital verarbeiten zu können, muß dieses, wie die Zeitfunktion auch, in abgetasteter Form vorliegen. Abtastung im Spektralbereich liegt genau dann vor, wenn das Zeitsignal **periodisch** ist.

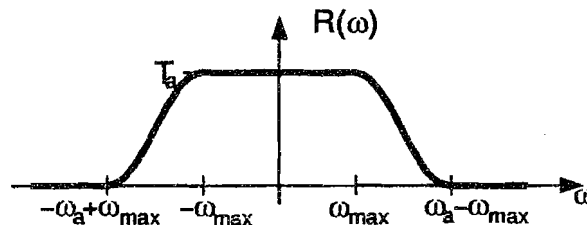


Abbildung 2.4: Übertragungsfunktion eines Rekonstruktionsfilters

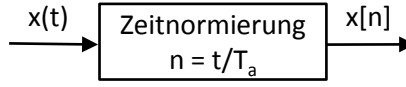


Abbildung 2.5: Abtastung eines zeitkontinuierlichen Signals $x(t)$ durch Umwandlung in eine zeitdiskrete Folge $x[n]$

Zu einem mit N periodischen Signal

$$\tilde{x}[n] = \tilde{x}[n + N] \quad (2.15)$$

existiert als Spektraltransformation die *Diskrete Fourier-Reihe* (DFR)

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (2.16)$$

und deren Inverse

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{j \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (2.17)$$

Wird die periodische Sequenz $\tilde{x}[n]$ als periodische Fortsetzung einer aperiodischen Sequenz $x[n]$ betrachtet, so stellt die DFR $\tilde{X}[k] \bullet \circ \tilde{x}[n]$ die abgetastete ZDFT $X(\Omega) \bullet \circ x[n]$ dar:

← period. Fortsetzung mit N

$$\text{Zeitbereich : } \tilde{x}[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n - Nr] \quad (2.18)$$

$$\begin{array}{ccc} \text{DFR} & & \text{ZDFT} \\ \text{Frequenzbereich : } \tilde{X}[k] & = & X(\Omega)|_{\Omega=\frac{2\pi k}{N}} \end{array} \quad (2.19)$$

→ Abtastung mit $\Omega = \frac{2\pi k}{N}$

Man beachte, dass wegen der Periodizität der ZDFT $X(\Omega) = X(\Omega + 2\pi)$ auch die DFR $\tilde{X}[k]$ mit N periodisch ist:

$$\tilde{X}[k] = \tilde{X}[k + N] \quad (2.20)$$

Obwohl die DFR zur Spektraltransformation **periodischer** Sequenzen dient, kann die Transformationsgleichung 2.16 formal für einen beliebigen Parameter N auch auf **aperiodische** Signale angewandt werden. Dieser "Trick" wird üblicherweise verwendet, um das Spektrum eines zeitlich begrenzten Signals im Rechner zu bestimmen; man erhält das abgetastete ZDFT-Spektrum. Wird Gl. 2.16 auf ein zeitdiskretes, aperiodisches Signal angewandt, so bezeichnet man dies als *Diskrete Fourier Transformation* (DFT):

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad \text{mit } x[n] = 0 \quad \text{für } n < 0 \quad \vee \quad n \geq N \quad (2.21)$$

Die *Inverse DFT* wird analog aus der der Inversen DFR (Gl. 2.17) abgeleitet:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad \text{für } k < 0 \quad \vee \quad k \geq N \quad (2.22)$$

Die DFT bezieht sich also nur auf eine Sequenz der Länge N , während die DFR periodische Sequenzen betrachtet. Man beachte, dass auch im Frequenzbereich nur **eine** Periode der Länge N betrachtet wird, alle anderen Werte im Spektrum $X[k]$ sind definitionsgemäß zu null gesetzt. Die Zahl N der Abtastwerte im Zeit- und Frequenzbereich ist **gleich**, N wird als *Dimension* der DFT bezeichnet.

2.1.3 Fensterfunktionen

Soll ein Signal $x[n]$, für welches die in Gl. 2.21 angegebene Bedingung nicht erfüllt ist, DFT transformiert werden, so muß der zu analysierende Bereich durch Multiplikation (*Fensterung*) mit einer *Fensterfunktion* $w[n]$ begrenzt werden:

$$x_w[n] = x[n] \cdot w[n] \quad (2.23)$$

Das einfachste Fenster ist das *Rechteckfenster* mit

$$w[n] = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq n \leq N_w - 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.24)$$

wobei N_w die *Fensterbreite* angibt. Wird ein durch Zeitfensterung entstandener Abschnitt eines Signals spektraltransformiert, so nennt man dies *Kurzzeit - Spektralanalyse*.

Bild 2.6 zeigt den Einfluss von Abtastung und Fensterung auf den zeitlichen Verlauf und das Spektrum eines Signals sowie den Übergang von der zeitkontinuierlichen Fourier - Transformation zur DFT. Die Multiplikation des abgetasteten Signals $x[n]$ mit der Fensterfunktion $w[n]$ bewirkt im Frequenzbereich die periodische Faltung des ZDFT - Spektrums $X(\Omega) \bullet \circ x[n]$ mit dem Spektrum der Fensterfunktion $W(\Omega) \bullet \circ w[n]$:

$$X_w(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\hat{\Omega}) W(\Omega - \hat{\Omega}) d\hat{\Omega} \quad (2.25)$$

Dies führt zu einer Verbreiterung bzw. zu einem Auseinanderlaufen (engl. *leakage*) des Spektrums und damit zu einer Verringerung des spektralen Auflösungsvermögens. Es treten also nach der Abtastung im Frequenzbereich "falsche" Spektrallinien auf, wobei sich die Kanten des Rechteckfensters besonders ungünstig wirken.

Aus diesem Grund ist eine Reihe anderer Fenster gebräuchlich, die den Amplitudensprung am Anfang und Ende des Fensters vermeiden und somit das Auseinanderlaufen des Spektrums unterdrücken. Folgende Tabelle zeigt den Verlauf einiger gebräuchlicher Fensterfunktionen:

Die verschiedenen Fensterfunktionen können anhand folgender Kriterien verglichen werden:

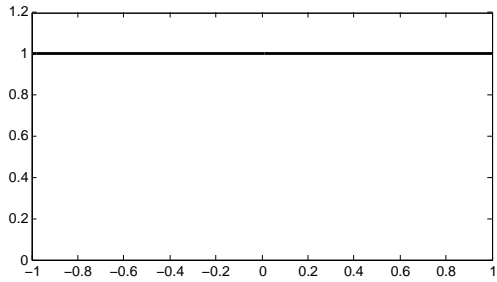
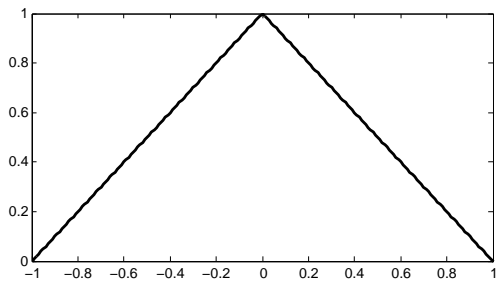
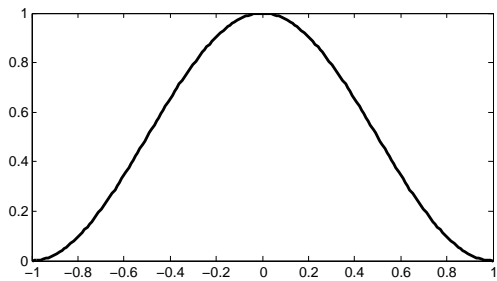
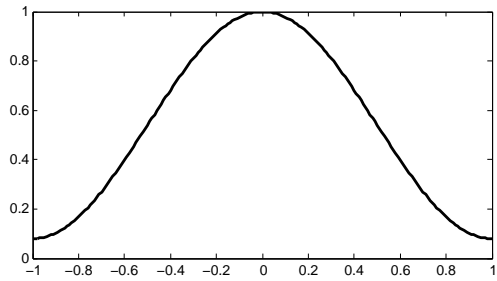
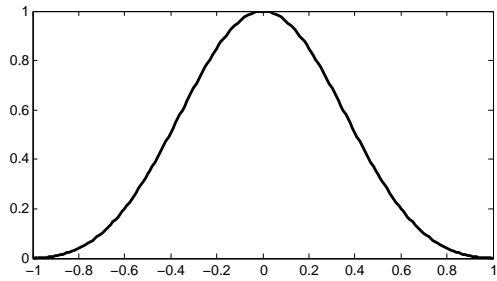
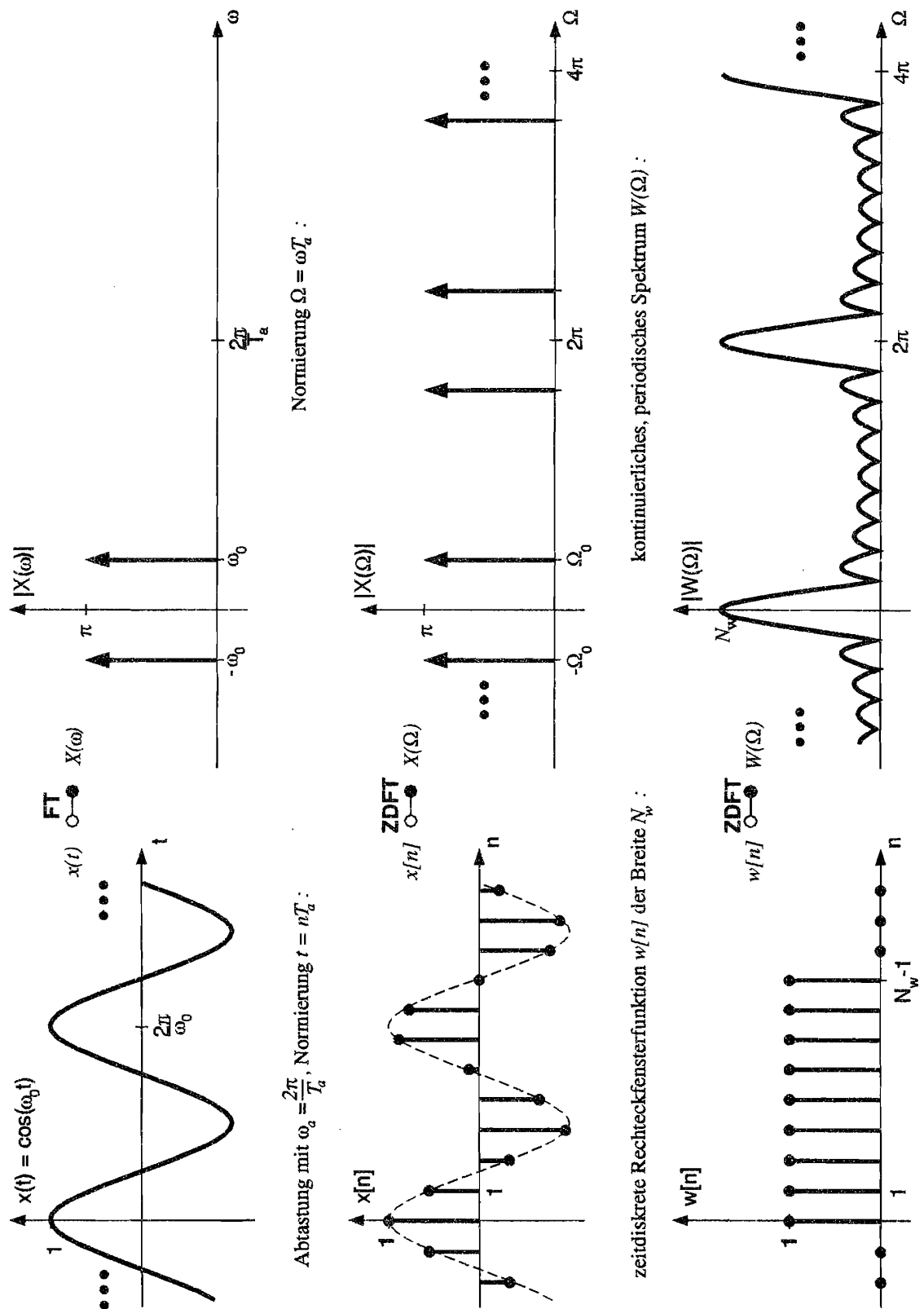
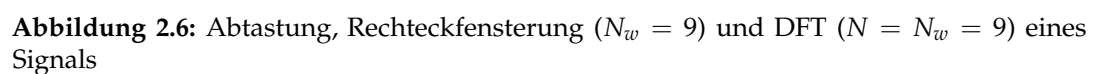
$w[n] = \begin{cases} w^*(\xi) \text{ mit } \xi = \frac{2n+1}{N_w} - 1 & \text{für } 0 \leq n < N_w \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	
<p>Rechteckfenster</p> <p>$w^*(\xi) = 1$</p>	
<p>Bartlett - (Dreieck -) Fenster</p> <p>$w^*(\xi) = 1 - \xi$</p>	
<p>von - Hann - Fenster</p> <p>$w^*(\xi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\pi\xi)$</p>	
<p>Hamming - Fenster</p> <p>$w^*(\xi) = 0,54 + 0,46\cos(\pi\xi)$</p>	
<p>Blackman - Fenster</p> <p>$w^*(\xi) = 0,42 + \frac{1}{2}\cos(\pi\xi) + 0,08\cos(2\pi\xi)$</p>	

Tabelle 2.1: Fünf gebräuchliche Fensterfunktionen





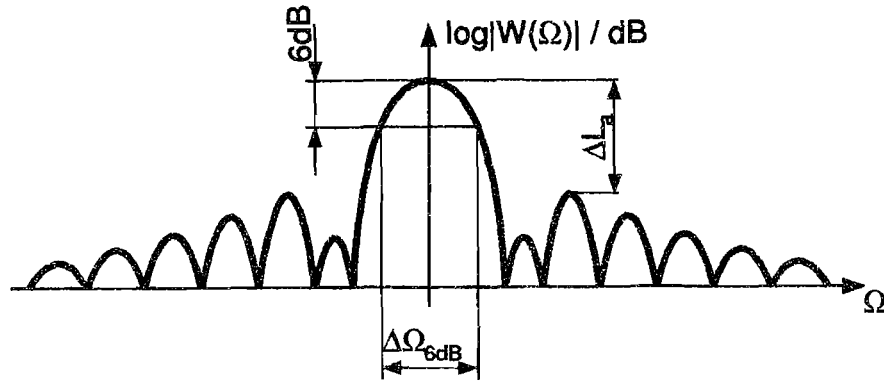


Abbildung 2.7: Typischer qualitativer Verlauf des Betragsspektrums $|W(\Omega)|$ einer Fensterfunktion $w[n]$.

Eine *Hauptkeule* ist von mehreren *Nebenkeulen* geringerer Amplitude umgeben, eingetragen sind die Nebenkeulen - Dämpfung ΔL_a und die 6dB - Breite $\Delta\Omega_{6dB}$.

- Das Verhältnis a ist ein Maß für die Unterdrückung der (unerwünschten) Nebenkeulen:

$$a = \frac{\text{Amplitude der höchsten Nebenkeule}}{\text{Amplitude der Hauptkeule}} \quad (2.26)$$

als Pegeldifferenz (*Nebenkeulen - Dämpfung*) ausgedrückt:

$$\frac{\Delta L_a}{dB} = 20 \log a \quad (2.27)$$

- Die Fensterfunktionen, bei denen die Nebenkeulen niedrig bleiben, haben eine besonders breite Hauptkeule, was zum Auseinanderlaufen des Spektrums führt. Die Breite $\Delta\Omega_{6dB}$ der Hauptkeule, gemessen 6dB (Faktor $\frac{1}{2}$) unterhalb des Maximums, ist ein Maß hierfür. Da diese Größe umgekehrt proportional zur Fensterbreite N_w ist, wird üblicherweise das Verhältnis

$$\frac{\Delta\Omega_{6dB}}{2\pi} \cdot N_w \quad (2.28)$$

angegeben.

Die ideale Fensterfunktion mit einer unendlich schmalen Hauptkeule ($\Delta\Omega_{6dB} \rightarrow 0$) und nicht vorhandenen Nebenkeulen ($\Delta L_a \rightarrow -\infty$) gibt es nicht! In der Praxis gilt es also, eine Fensterfunktion auszuwählen, die den für den jeweiligen Zweck günstigsten Kompromiss darstellt.

Für die in Tabelle 2.1 dargestellten Fensterfunktionen ergeben sich die in Tabelle 2.2 aufgeführten Größen. ΔL_a und $\Delta\Omega_{6dB}$:

2.2 Quantisierung

Um zeitdiskrete Signale mit einem Rechner verarbeiten zu können, müssen diese quantisiert werden. Hierzu wird der kontinuierliche Wertebereich $[x_{min}, x_{max}]$ eines Signals $x[n]$

Fensterart	ΔL_a	$\Delta \Omega_{6dB}$
Rechteck	13 dB	1,21
Bartlett	26 dB	1,78
von-Hann	31 dB	2,00
Hamming	43 dB	1,81
Blackman	58 dB	2,3

Tabelle 2.2: Eigenschaften einiger Fensterfunktionen

in Q Teilintervalle der Größe

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{Q} \quad (2.29)$$

unterteilt, wobei bei einer Digitalisierung des Signals mit der Wortbreite q bit gilt:

$$Q = 2^q \quad (2.30)$$

Das quantisierte Signal $x_q[n]$ kann nur Werte im Bereich $[x_{\min} + \frac{\Delta x}{2}, x_{\max} - \frac{\Delta x}{2}]$ annehmen:

$$x_q[n] = \underbrace{x_{\min} + \frac{\Delta x}{2}}_{\text{kleinster mögl. Wert des Signals } x_q[n]} + \underbrace{\text{int} \left(\frac{x[n] - x_{\min}}{\Delta x} \right) \cdot \Delta x}_{\text{Anzahl der hinzuzugedierenden Intervalle } \Delta x} \quad (2.31)$$

In Worten ausgedrückt: Um das Signal $x_q[n]$ zu erhalten, wird jeder Abtastwert von $x[n]$ auf die jeweils nächstliegende Quantisierungsstufe auf- oder abgerundet.

Der *Quantisierungsfehler*, der hierbei entsteht, ergibt sich zu

$$x_r[n] = x_q[n] - x[n], \quad (2.32)$$

wobei das Fehlersignal $x_r[n]$ alle Werte im Bereich $[-\frac{\Delta x}{2}, \frac{\Delta x}{2}]$ annehmen kann. Das Fehlersignal $x_r[n]$ wird als sogenanntes *Quantisierungsrauschen* aufgefasst, welches dem Nutzsignal $x[n]$ überlagert ist:

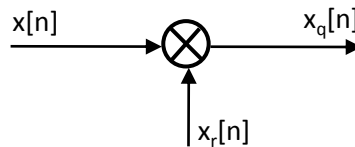


Abbildung 2.8: Überlagerung eines Signals durch Quantisierungsrauschen

$$x_q[n] = x[n] + x_r[n] \quad (2.33)$$

Im folgenden wird nun davon ausgegangen, dass das Nutzsignal $x[n]$ alle Werte zwischen x_{\min} und x_{\max} mit der **gleichen** Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)$ annimmt; des weiteren sei $x_{\min} = -x_{\max}$:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x_{\max}} = \text{const} & \text{für } |x[n]| \leq x_{\max} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.34)$$

2. Theoretische Grundlagen

Dann nimmt auch das Quantisierungsrauschen $x_r[n]$ alle Werte zwischen $-\frac{\Delta x}{2}$ und $\frac{\Delta x}{2}$ mit **gleicher** Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_r)$ an:

$$p(x_r) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x} = \text{const} & \text{für } |x_r[n]| \leq \frac{\Delta x}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.35)$$

Definiert man die mittlere Leistung des Signals als dessen Moment 2. Ordnung, so ergibt sich mit Gl. 2.34 als *Nutzsignalleistung*

$$P_s = \langle x^2[n] \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x) dx = \frac{1}{3} x_{\max}^2 \quad (2.36)$$

und mit Gl. 2.29 und Gl. 2.35 als *Rauschsignalleistung*

$$P_r = \langle x_r^2[n] \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_r^2 \cdot p(x_r) dx_r = \frac{1}{12} \Delta x^2 = \frac{1}{3} \frac{x_{\max}^2}{Q^2}. \quad (2.37)$$

Das Verhältnis *Nutzsignalleistung* / *Rauschsignalleistung* ergibt sich damit zu

$$r = \frac{P_s}{P_r} = Q^2 \quad (2.38)$$

oder als *Signal-Rauschabstand* (Pegeldifferenz) geschrieben:

$$\frac{\Delta L_r}{dB} = 10 \log \left(\frac{P_s}{P_r} \right) = 20 \log Q \quad (2.39)$$

In Tabelle 2.3 sind einige für Bild- und Tonübertragung erforderliche Signal-Rausch-Abstände zusammengefasst (aus [?]):

Signal	Übertragungsqualität	Signal-Rausch-Abstand
Ton	Wahrnehmungsgrenze eines Sprachsignals	0 dB
	Sprachverständlichkeit	10 dB
	Rundfunkqualität	40 dB
	sehr gute Musikkwiedergabe	60 dB
Fernsehen	sehr gute Bildqualität	34 dB
	kein wahrnehmbares Rauschen	40 dB

Tabelle 2.3: Erforderliche Signal-Rausch-Abstände für Bild- und Tonübertragung

2.3 Analyse im Zeitbereich - Die Korrelationsfunktion

Mit Hilfe der Korrelationsfunktionen lassen sich zwei Signale auf ihre "Ähnlichkeit" untersuchen. Die *Kreuzkorrelationsfunktion* (KKF) für zwei energiebegrenzte, zeitkontinuierliche reelle Signale $x_\mu(t)$ und $x_\nu(t)$ ist folgendermaßen definiert:

$$\phi_{\mu\nu}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_\mu(\tau) x_\nu(t + \tau) d\tau \quad (2.40)$$

Dabei werden die zu korrelierenden Signale um den Wert t gegeneinander zeitlich versetzt, für den die KKF $\phi_{\mu\nu}(t)$ berechnet werden soll. Anschließend wird das Produkt beider Signale integriert; je "ähnlicher" $x_\mu(\tau)$ und $x_\nu(\tau)$ sind, desto größer fällt der Wert des Integrals aus. Die KKF für energiebegrenzte zeitdiskrete Signale lautet analog:

$$\phi_{\mu\nu}[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x_\mu[l] x_\nu[n+l] \quad (2.41)$$

Die nach Gl. 2.40 und Gl. 2.41 definierten Korrelationsfunktionen werden auch *Energiekorrelationsfunktionen* genannt. Sie gleichen formal dem zeitkontinuierlichen Faltungsintegral bzw. der zeitdiskreten Faltungssumme; der (ganz wesentliche!) Unterschied ist das positive Vorzeichen der Zeitverschiebung t bzw. n des Signals $x_\nu(\tau+t)$ bzw. $x_\nu[l+n]$. Gilt $x_\mu = x_\nu$, so geht die KKF $\phi_{\mu\nu}(t)$ bzw. $\phi_{\mu\nu}[n]$ über in die *Autokorrelationsfunktion* (AKF)

$$\phi_{\mu\mu}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_\mu(\tau) x_\mu(t+\tau) d\tau \quad (2.42)$$

bzw.

$$\phi_{\mu\mu}[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x_\mu[l] x_\mu[n+l] \quad (2.43)$$

Die Autokorrelationsfunktion hat folgende wichtige Eigenschaften:

- Die AKF ist generell eine gerade Funktion: $\phi_{\mu\mu}(t) = \phi_{\mu\mu}(-t)$.
- Die AKF liefert keine Phaseninformation über das Zeitsignal und ist für jede harmonische Schwingung stets eine Cosinusfunktion.
- Das Maximum der AKF tritt stets an der Stelle $t = 0$ auf, d.h. es gilt $|\phi_{\mu\mu}(t)| \leq \phi_{\mu\mu}(0)$; das Gleichheitszeichen ist nur für periodische Signale erfüllt, wobei die AKF die gleiche Periode T_0 wie das Signal $x_\mu(t)$ aufweist.
- An der Stelle $t = 0$ ergibt die AKF ein Maß für die Energie des Signals $x(t)$:

$$\phi_{\mu\mu}(t=0) = \int_{-\infty}^{\infty} x_\mu^2(t) dt \quad (2.44)$$

- Die AKF eines idealen "weißen" Rauschsignals hat nur für $t = 0$ einen von Null verschiedenen Wert.

2.4 Sprachanalyse

Mit Hilfe der DFT können auch Sprachsignale analysiert werden. Die Erzeugung von Sprachvokalen kann durch folgendes grobes Modell beschrieben werden: Die Stimmritze (*Glottis*) liefert ein mit $\frac{2\pi}{\omega_0}$ periodisches, stark oberwellenhaltiges Schallsignal $x(t)$. Der Hohlraum (*Vokaltrakt*) zwischen Glottis und Mund stellt ein Filter dar, das näherungsweise als LTI-System angesehen werden kann. Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ dieses Filters weist charakteristische Maxima (Pole) auf, die sogenannten *Formantfrequenzen*, welche in

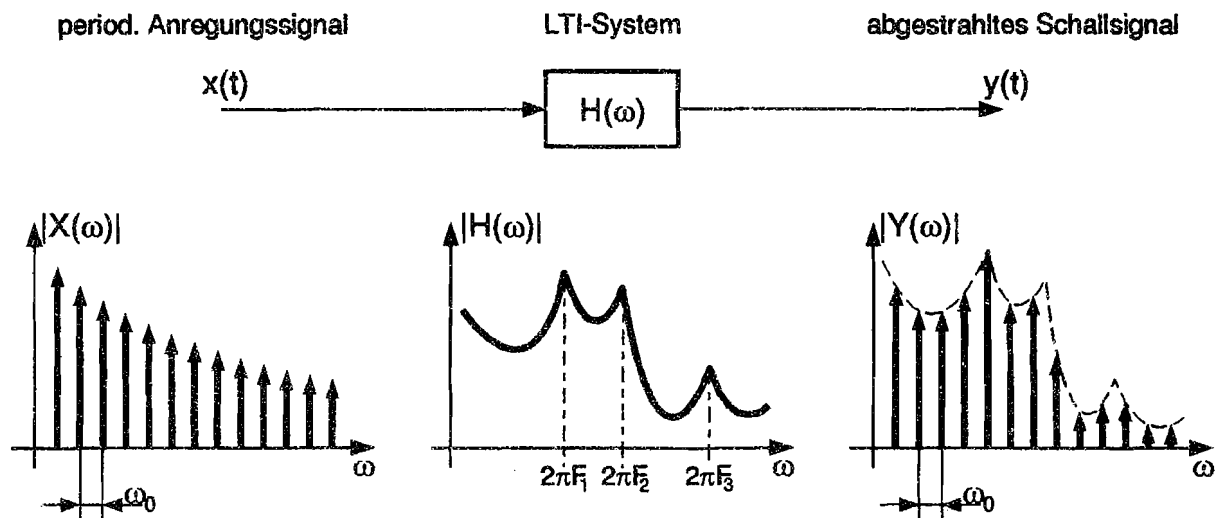


Abbildung 2.9: Modell zur Erzeugung von Sprachvokalen

einer für den jeweiligen Vokal typischen Kombination auftreten. Das Spektrum $Y(\omega)$ des abgestrahlten Schallsignals $y(t)$ ergibt sich durch Multiplikation des Linienspektrums $X(\omega)$ mit $H(\omega)$.

Der gesprochene Vokal ist im wesentlichen durch die ersten drei Formanten F_1 , F_2 und F_3 gekennzeichnet. In einer Formantkarte werden mögliche Wertebereiche der ersten beiden Formantfrequenzen F_1 und F_2 grafisch dargestellt. Je nach Sprecher und Kontext liegen die $F_1 - F_2$ - Punkte in bestimmten, sich teilweise überlappenden Bereichen.

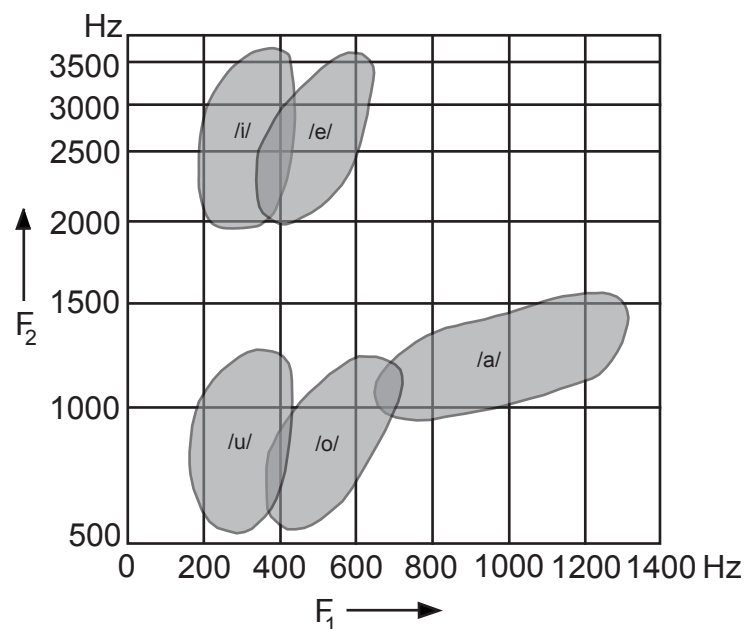
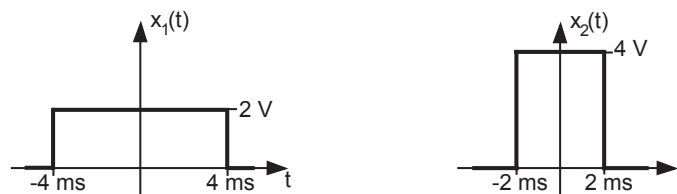


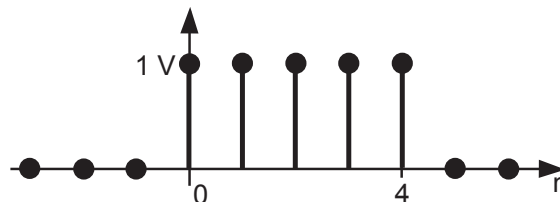
Abbildung 2.10: Formantkarte einiger Vokale

Vorbereitungsfragen

1. Gegeben sind zwei zeitkontinuierliche Signals $x_1(t)$ und $x_2(t)$:



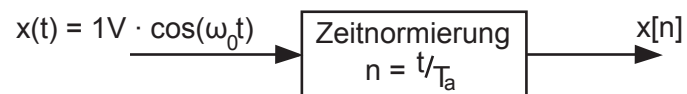
- (a) Skizzieren Sie die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)
 $\phi_{12}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(t + \tau) d\tau$.
- (b) Skizzieren Sie die Autokorrelationsfunktion (AKF)
 $\phi_{11}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_1(t + \tau) d\tau$.
2. Ein zeitkontinuierlicher Impuls $x(t)$ von 100 ms Dauer wird mit $\omega_a = 2\pi \cdot 40,96 \text{ kHz}$ abgetastet. Wieviele Multiplikationen sind etwa erforderlich, wenn anschließend die AKF $\phi_{xx}[n]$ der zeitdiskreten Sequenz $x[n]$ für alle $n \in \mathbb{Z}$ berechnet wird?
3. Das zeitdiskrete Signal $x[n]$ (Rechteckimpuls der Breite $N_w = 5$) soll DFTransformiert werden:



- (a) Skizzieren Sie zunächst den Betrag $|X(\Omega)|$ der **ZDFT** $X(\Omega)$ $\bullet \rightarrow \circ x[n]$.
- (b) Skizzieren Sie nun den Betrag $|X[k]|$ der **DFT** $X[k]$ $\bullet \rightarrow \circ x[n]$ für die DFT-Dimension $N = 5$ und $N = 15$.

3. Vorbereitungsfragen

4. Ein sinusförmiges Signal $x(t)$ wird abgetastet:



Skizzieren Sie das ZDFT-Spektrum $X(\Omega)$ für $x[n]$ für eine Abtastperiode $T_a = 100\mu s$ und

(a) $\omega_0 = 2\pi \cdot 3kHz$

(b) $\omega_0 = 2\pi \cdot 8kHz$

Bei welchem der zwei Fälle ist das Abtasttheorem erfüllt, bei welchem tritt *Aliasing* auf?

Versuchsaufbau

Alle im Versuch benötigten Analyseverfahren sind in der Software „SignalLab“ auf einem Standard - PC mit dem Betriebssystem Windows XP implementiert. Zur AD- bzw. DA-Wandlung wird das Onboard-Soundinterface benutzt, das standardmäßig mit einer Abtastrate von 48 kHz und 24 Bit Quantisierungsaufösung arbeitet. Zur Anbindung des Soundinterfaces an SignalLab wird die Treiberarchitektur „ASIO“ von Steinberg benutzt, da sie eine latenzarme Ein- und Ausgabe ermöglicht. Ein Blockschaltbild des Versuchsaufbaus ist in Abbildung 4.1 zu sehen.

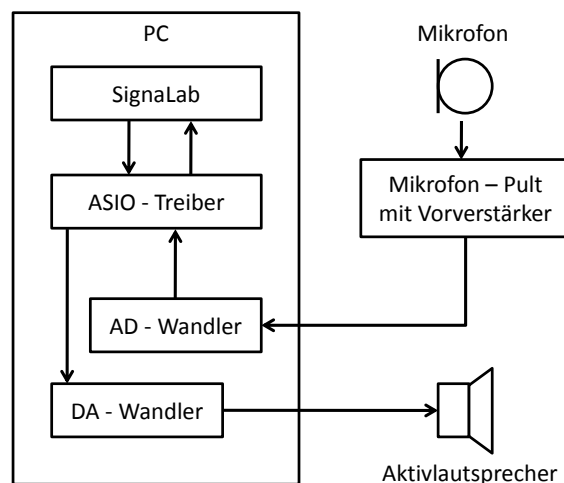


Abbildung 4.1: Blockschaltbild des Versuchsaufbaus

Das Hauptfenster von SignalLab ist in 3 Bereiche unterteilt, siehe Abbildung 4.2:

- Datenbrowser: Baumstruktur mit Audiosignalen
- Plot - Bereich: Darstellung der Audiosignale
- Blockschaltbild: Signalflussplan des Versuchsaufbaus und Möglichkeit zur Parametereinstellung, Analyse und Aufnahme

4. Versuchsaufbau

Zusätzlich ist eine Menüleiste am oberen Fensterrand vorhanden, über die die meisten Funktionen der restlichen Oberfläche ebenfalls erreicht werden können.

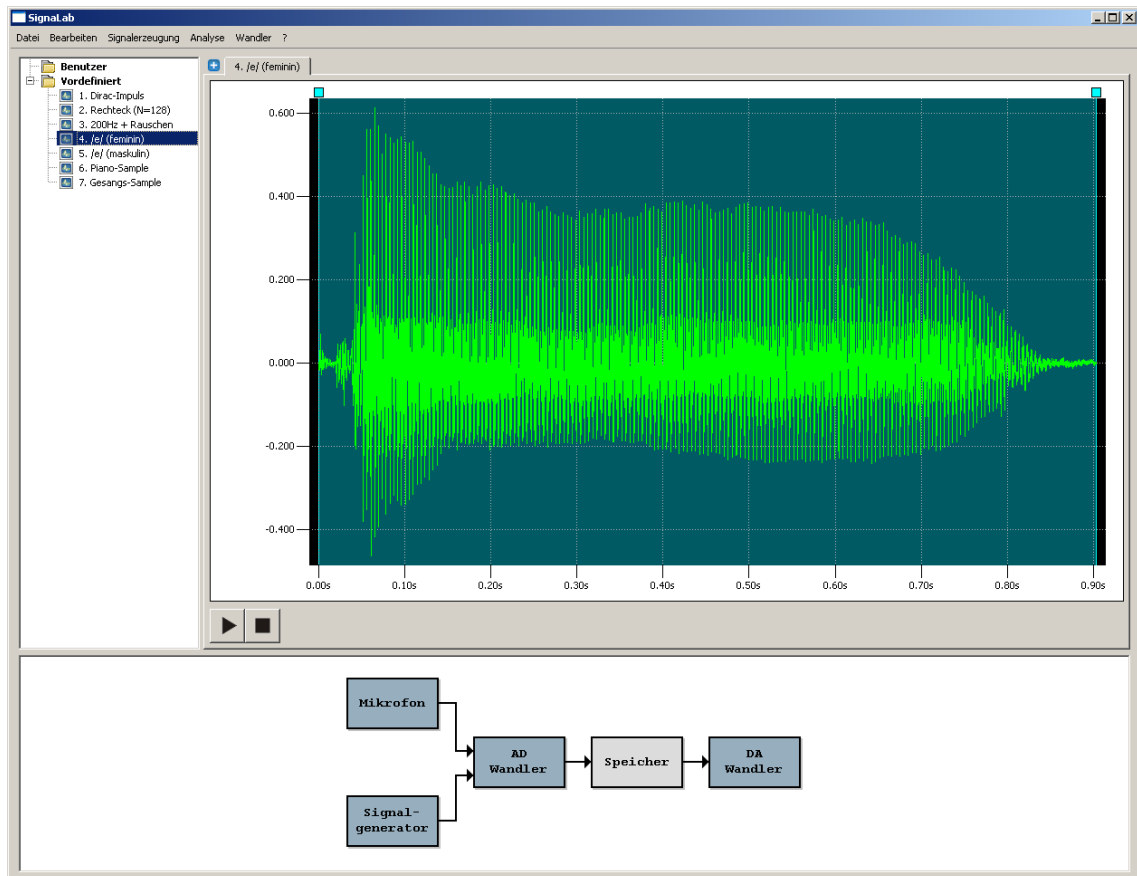


Abbildung 4.2: Screenshot des Hauptfensters

4.1 Datenbrowser

Sämtliche gespeicherten Audiosignale werden hier in einer Baumstruktur angezeigt. Beim Start des Programms befinden sich im „Vordefiniert“-Ordner bereits vordefinierte Signale, die im späteren Versuchsablauf noch benötigt werden. Alle vom Nutzer aufgenommenen oder erzeugten Signale werden im Ordner „Benutzer“ abgelegt, wobei sie mit einem beliebigen Namen versehen werden können. Mit einem Doppelklick auf einen Signalnamen wird dieses im Plot - Bereich im aktuell aktiven Tab angezeigt. Ein Linksklick auf ein bereits markiertes Signal erlaubt die Eingabe eines neuen Namens, ein Rechtsklick öffnet ein Kontextmenü (siehe Abbildung 4.3), welches folgende Optionen beinhaltet:

- Öffnen: öffnet das Signal im Plot - Bereich im aktiven Tab (auch durch Doppelklick und Tastenkombination **Strg + O** erreichbar)

- FFT: zeigt das Dialogfeld zur Durchführung einer FFT (Fast Fourier Transformation) an
- Korrelation: zeigt das Dialogfeld zur Auto- und Kreuzkorrelation an
- Löschen: löscht das markierte Signal und entfernt es aus der Baumstruktur (auch durch die Taste **Entf** erreichbar)
- Umbenennen: Eingabe eines neuen Signalnamens

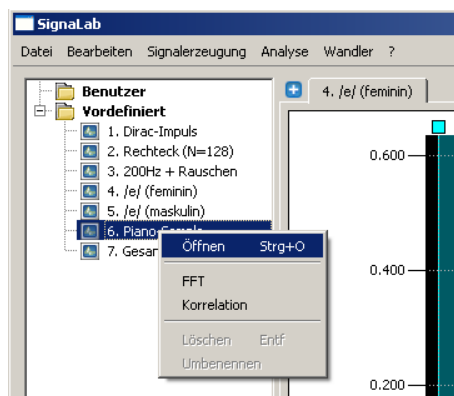


Abbildung 4.3: Kontextmenü bei Rechtsklick auf ein Signal

4.2 Plot - Bereich

In diesem Bereich werden Signale angezeigt und können über die Lautsprecher wiedergegeben werden. Der zum Abspielen gewünschte Zeitbereich kann durch Verschieben der türkisfarbenen Quadrate am oberen Rand des Bereichs ausgewählt werden. Ein Klick auf den Play - Button (Symbol: ►) spielt diesen Zeitbereich ab, die Wiedergabe kann vorzeitig durch nochmaliges Klicken darauf oder Klick auf den Stop - Button (Symbol: ■) beendet werden.

Bewegt man den Mauszeiger über einen Signalbereich, wird das nächstgelegene Sample mit einem Kreuz markiert und sowohl der zugehörige Zeitstempel als auch der Amplitudenwert in der rechten oberen Ecke des Plot - Bereichs angezeigt. Zur genaueren Untersuchung eines Signalausschnitts kann mit der linken Maustaste ein Bereich durch Ziehen markiert werden, der nach Loslassen der Maustaste den gesamten Plot - Bereich ausfüllt. Dieser Vorgang (Zoom) kann mehrfach hintereinander ausgeführt werden, man gelangt mit einem Rechtsklick in den Plot zurück zur vorhergehenden Zoom - Stufe.

Ein neuer Tab kann mit Klick auf das blaue Symbol  erzeugt werden, ein Klick auf  schließt den zugehörigen Tab.

4.3 Blockschaltbild

Der unteren Bereich des Programmfensters beinhaltet ein Blockschaltbild der Software, mit dem interaktiv Einstellungen vorgenommen werden oder Signale erzeugt bzw. aufgenommen werden können. Die Funktionen sollen im Folgenden erläutert werden:

Signalerzeugung

Mit einem Doppelklick auf das Symbol „Signalgenerator“ wird das Fenster aus Abbildung 4.4 angezeigt. Es erlaubt die Erzeugung von Signalen aus maximal zwei Sinusquellen und ist in drei Bereiche aufgeteilt:

- Plot - Bereich: hier wird genau wie beim Plot - Bereich des Hauptfensters das Gesamtsignal angezeigt
- Textfeld: ein analytischer Ausdruck wird angezeigt, der das aktuelle Signal beschreibt; er wird nach Klick auf „Erzeugen“ aktualisiert
- Parametereingabe: dies beinhaltet die Bereiche „Signal 1“, „Signal 2“ und „Gesamtsignal“

Bei den Einzelsignalparametern können Amplitude, Frequenz und Phase angegeben werden, beim Gesamtsignal lediglich die gewünschte Länge. Ein Klick auf „Erzeugen“ aktualisiert den Plot - Bereich und den analytischen Ausdruck zur Überprüfung der eingegebenen Parameter. Die Schaltfläche „Schließen“ bricht den Vorgang ergebnislos ab, „Speichern“ legt das Signal im Daten - Browser ab, wobei sofort ein eigener Signalname vergeben werden kann. Des weiteren wird dabei das Signal im aktuellen Tab dargestellt.

Signalaufzeichnung

Alternativ zur künstlichen Signalerzeugung können über das externe Mikrofon Sprachaufzeichnungen erstellt werden. Durch einen Doppelklick auf das Symbol „Mikrofon“ wird der Dialog wie in Abb. 4.5 geöffnet. Zuerst muss das Signal ausgesteuert werden, d.h. der verfügbare Dynamikbereich soll möglichst ausgeschöpft werden, ohne während der Aufnahme eine Übersteuerung zu erzeugen. Dies wird mit dem Aufleuchten einer roten Fläche am oberen Ende der Pegelanzeige signalisiert, die durch einen Klick wieder ausgeschaltet werden kann und die Funktion somit neu aktiviert. Die Aussteuerung selbst geschieht über den Drehknopf am Mikrofonpult, der in den meisten Fällen am linken Anschlag stehen sollte.

Die Aufnahme wird durch Klick auf die Aufnahme - Schaltfläche ● gestartet und kann maximal 5 Sekunden dauern. Soll vorzeitig abgebrochen werden, kann währenddessen auf die Stop - Schaltfläche ■ geklickt werden. Nach beendeter Aufnahme wird die Wellenform im Plot - Bereich aktualisiert, wobei genau wie im Hauptfenster Zoom - Funktionen zur Verfügung stehen. Des weiteren ist es möglich, mit den türkisen Quadraten über dem Plot ein Bereich zu wählen, der dann mit der Play - Schaltfläche ► abgespielt werden kann.

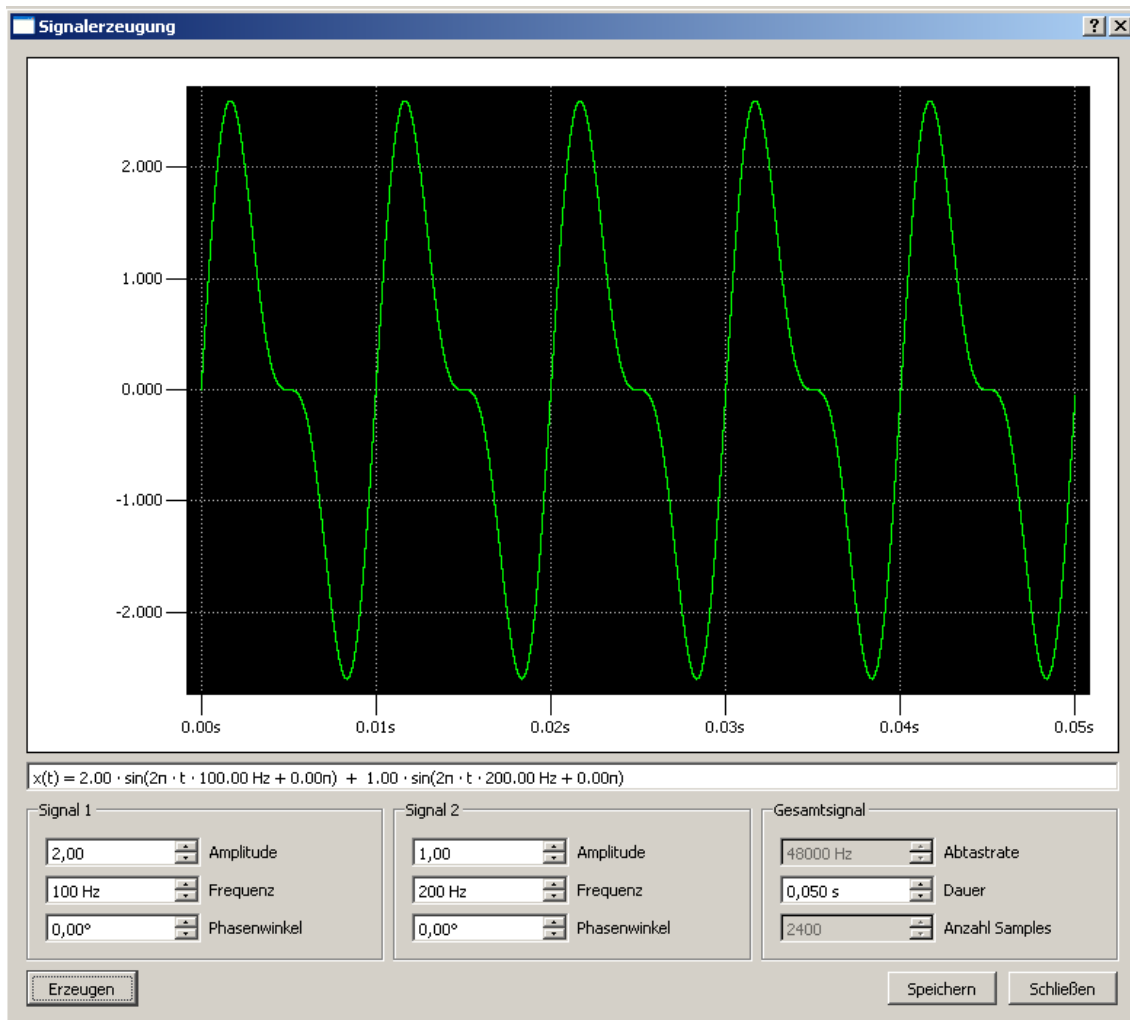


Abbildung 4.4: Fenster zur Signalerzeugung

Falls die Aufnahme beim ersten Versuch nicht zufriedenstellend sein, kann sie durch erneutes Klicken auf die Aufnahmeschaltfläche überschrieben werden. Die Schaltfläche „Schließen“ beendet den Dialog ergebnislos, während das Signal mit „Speichern“ im Datenbrowser abgelegt wird. Auch hier kann sofort ein Name vergeben werden und das Signal wird im Plot - Bereich des Hauptfensters im aktiven Tab angezeigt.

Einstellung der Abtastfrequenz

Die verwendete Abtastfrequenz wird sowohl für die Signalerzeugung als auch -aufnahme durch Doppelklick auf das Element „AD - Wandler“ im Blockschaltbild eingestellt. Im erscheinenden Dialog (siehe Abb. 4.6 links) können die Frequenzen 48 kHz, 8 kHz und 3,2 kHz eingestellt werden.

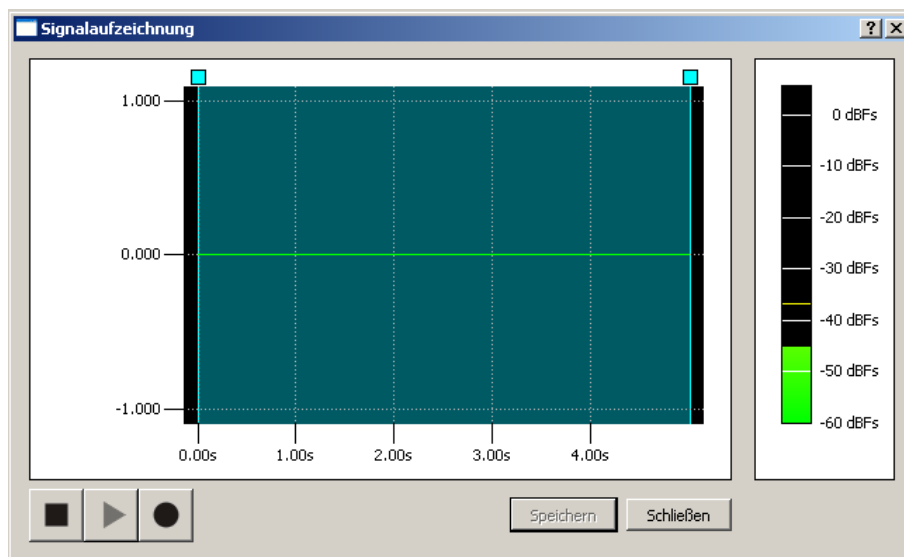


Abbildung 4.5: Dialog zur Signalaufzeichnung vom externen Mikrofon

Einstellung der Quantisierungsstufen

Ebenso kann durch Doppelklick auf die Schaltfläche „DA - Wandler“ im Blockschaltbild die Zahl der Quantisierungsstufen bei der Ausgabe gewählt werden (Abb. 4.6 rechts). Dabei wird die verwendete Wortbreite eingestellt, die resultierende Stufenanzahl wird sofort im Textfeld aktualisiert.

4.4 Fast Fourier Transformation (FFT)

Dieses Dialogfeld ist in drei große Bereiche unterteilt:

- Zeitsignal: Plot des ursprünglichen Zeitsignals. Abhängig von der gewählten Fensterlänge (siehe Abb. 4.8 rechts) kann mit den türkisen Quadraten ein Fenster fester Länge gewählt werden.

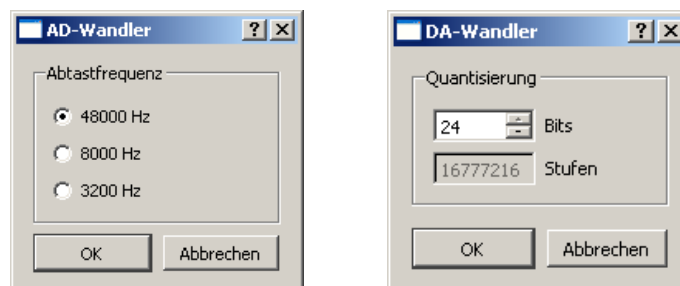


Abbildung 4.6: Links: Einstellung der Abtastfrequenz im Block „AD - Wandler“, rechts: Einstellung der Quantisierungsstufen im Block „DA - Wandler“

- Gefensterter Signalausschnitt: dieser Plot stellt das im linken Bereich gewählte Signal dar und wird nach Klick auf „FFT“ aktualisiert.
- Spektrum: hier wird das Betragsspektrum des gewählten Signalausschnitts dargestellt. Er wird ebenfalls nach Klick auf „FFT“ neu berechnet.

Vor Durchführung einer FFT muss die gewünschte Fensterart (siehe Abb. 4.8 links) selektiert werden. Wird das Kästchen „Überabtastung“ markiert, wird das Spektrum zur Darstellung 128-fach überabgetastet.

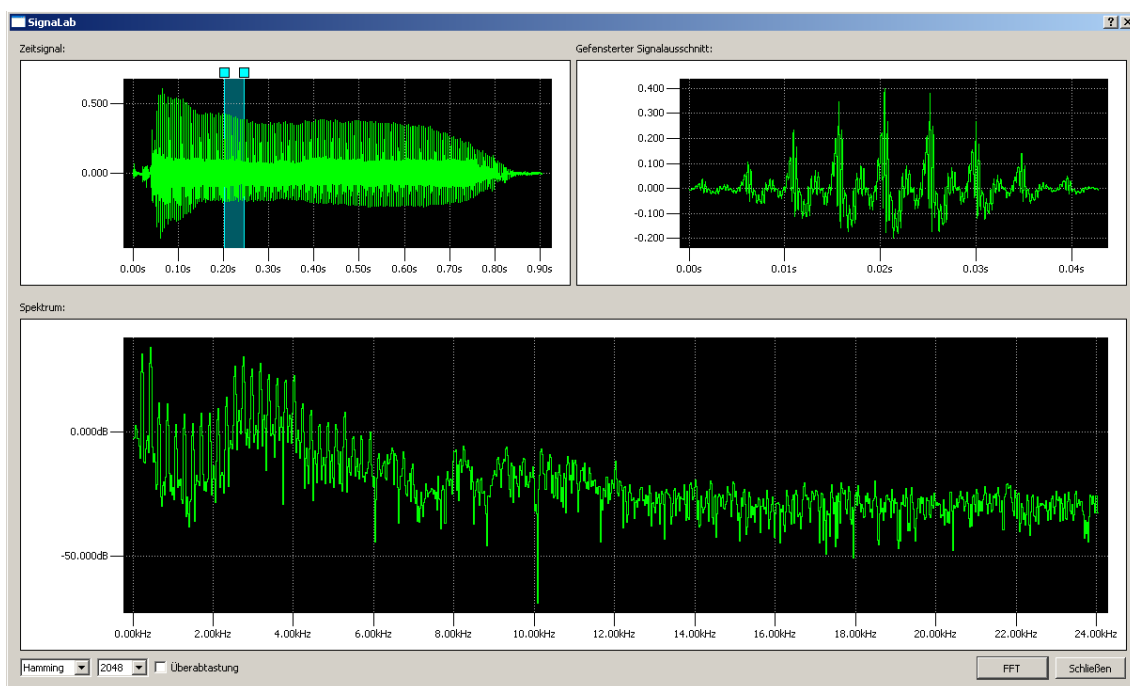


Abbildung 4.7: Dialog zur Durchführung einer DFT / FFT



Abbildung 4.8: Links: Auswahl der Fensterart, rechts: Auswahl der Fensterlänge

4.5 Korrelation

Die Funktion zur Erstellung einer Korrelation zweier Signale besteht aus zwei Dialogen:

- Auswahl der zu korrelierenden Signale
- Festlegung der Signalausschnitte und Berechnung der Korrelation

4. Versuchsaufbau

Dabei ist eines der beiden Signale bereits mit Aufruf der Funktion festgelegt, da hierfür das bereits markierte aus der Baumstruktur verwendet wird. Der Dialog (Abb. 4.9) zeigt im oberen Bereich einen analytischen Ausdruck für die Korrelation an welcher angibt, welches Signal mit welchem korreliert wird. Die beiden Operanden können durch Markierung des Feldes „Operanden vertauschen“ gewechselt werden. Im mittleren Bereich wird eine Baumstruktur ähnlich der des Datenbrowsers angezeigt, innerhalb derer der weitere Operand ausgewählt werden muss. Die Aktion kann abgebrochen werden durch Klick auf „Abbrechen“ oder man gelangt zum nächsten Dialog durch Klick auf „OK“.

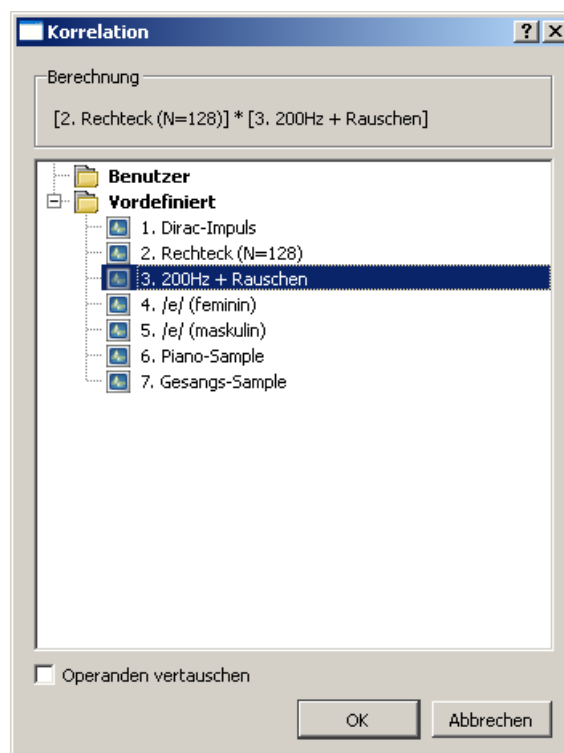


Abbildung 4.9: Dialog zur Auswahl des zweiten Signals zur Korrelation

Der Dialog in Abb. 4.10 zeigt in der oberen Hälfte die beiden zu korrelierenden Signale an, wobei in jedem der beiden Plots der gewünschte Signalausschnitt ebenso wie in den anderen Plots dieser Applikation gewählt werden kann.

Ein Klick auf „Korrelation“ berechnet diese und zeigt das aktuelle Ergebnis in der unteren Dialoghälfte an. Hierbei stehen ebenfalls die bereits beschriebenen Zoom - Funktionen zur Verfügung.

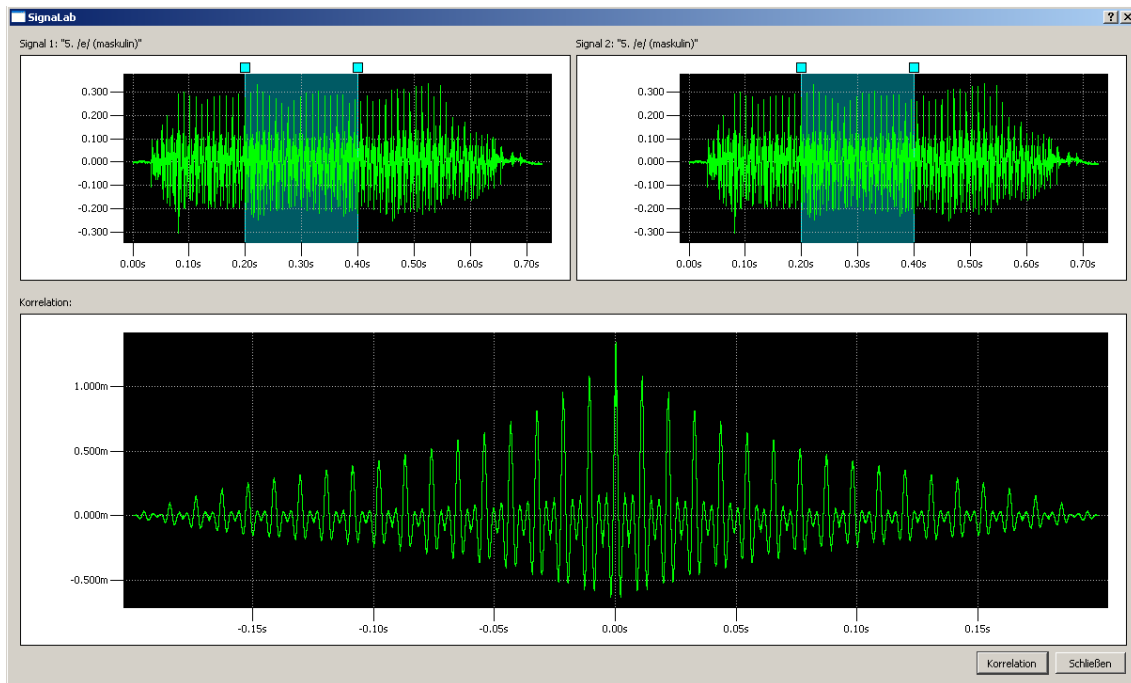


Abbildung 4.10: Dialog zur Erstellung der Korrelation

Durchführung

Alle Zeitsignale sowie DFT-Spektren und KKF-Summen liegen als diskrete Sequenzen vor. Bei der Abtastung im Zeit- bzw. Frequenzbereich findet eine Zeitnormierung ($t = n \cdot T_a$) statt. Aus Gründen der Anschaulichkeit werden am Bildschirm dennoch alle Signale und Spektren über der nicht normierten Zeit t bzw. Frequenz f aufgetragen.

Verwenden Sie - wenn nicht anders angegeben - stets die Abtastfrequenz $\omega_a = 2\pi \cdot 48\text{kHz}$ am AD-Wandler sowie eine Quantisierung mit $q = 24\text{Bit}$ am DA-Wandler.

5.1 Korrelation

1. Die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) zweier Rechteckimpulse soll mit den Ergebnissen der Vorbereitungsfragen verglichen werden.
 - (a) Erzeugen Sie mit dem Signalgenerator zwei Gleichsignale. Wählen Sie hierzu Frequenz und Phasenwinkel der Sinusfunktion so, dass diese für alle Zeiten t den Wert 1 ergibt.

 $x_1(t)$: Amplitude 2 V, Dauer 8 ms
 $x_2(t)$: Amplitude 4 V, Dauer 4 ms
 - (b) Bilden Sie die Kreuzkorrelation der beiden Signale $x_1(t)$ und $x_2(t)$. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis Ihrer Versuchsvorbereitung.
 - (c) Bilden Sie die Autokorrelationsfunktion des Signals $x_1(t)$. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis Ihrer Versuchsvorbereitung.
2. Mittels der AKF sollen zwei Sprachsignale auf Periodizität hin überprüft werden.
 - (a) Zeichnen Sie die Sprachlaute /f/ und /a/ mittels Mikrofon auf. Überprüfen Sie Ihre Aufnahme jeweils, indem Sie sie über Lautsprecher ausgeben.
 - (b) Bilden Sie die AKF der gesamten Aufnahme des /f/-Lautes.
Ist das Signal periodisch, wenn ja, mit welcher Frequenz?
Welches stochastisch beschreibbare Signal hat eine sehr ähnliche AKF?

- (c) Bilden Sie die AKF der gesamten Aufnahme des /a/-Lautes. Ist das Signal periodisch, wenn ja, mit welcher Frequenz?
- 3. Das vordefinierte Signal „200Hz + Rauschen“ ist ein weißes Rauschsignal, dem kurzzeitig ein sinusförmiges Signal der Frequenz $\omega = 2\pi \cdot 200\text{Hz}$ additiv überlagert ist.
 - (a) Geben Sie das Signal über Lautsprecher aus. Versuchen Sie, den „verborgenen“ Sinuston wahrzunehmen.
 - (b) Bestimmen Sie mittels KKF die Zeitpunkte t_0 und t_1 , zu denen der Sinuston beginnt und endet. Mit welchem Signal muss hierzu die Korrelation erfolgen?

5.2 Diskrete Fourier-Transformation

- 1. Es sollen Kurzzeitspektren sinusförmiger Signale bestimmt werden.
 - (a) Erzeugen Sie zwei sinusförmige Signale (Dauer 100 ms).
$$x_1(t) = 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 10\text{kHz} \cdot t)$$
$$x_2(t) = 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 12\text{kHz} \cdot t)$$
 - (b) Betrachten Sie das Kurzzeitspektrum des Signals $x_1(t)$. Verwenden Sie ein Rechteckfenster der Breite $N_w = 128$.
 - (c) Betrachten Sie das Kurzzeitspektrum des Signals $x_2(t)$. Verwenden Sie ein Rechteckfenster der Breite $N_w = 128$.
 - (d) Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Kurzzeitspektren.
- 2. Das ZDFT-Spektrum $X(\Omega)$ eines Rechteckimpulses $x[n]$ der Breite $N = 128$ soll untersucht werden.
 - (a) Bestimmen Sie das DFT-Spektrum des vordefinierten Signals „Rechteck (N=128)“ mit den Fensterbreiten $N_w = 128, 512$ und 2048 , jeweils unter Verwendung eines Rechteckfensters.
Achten Sie darauf, dass der Rechteckimpuls ganz im zu transformierenden DFT-Fenster liegt, schieben Sie dieses also ganz nach links.
 - (b) Wie unterscheiden sich die drei DFT-Spektren voneinander? Welches der Spektren ist dem ZDFT-Spektrum eines Rechteckimpulses am ähnlichsten?
- 3. Die fünf Fensterfunktionen, die im Versuch verfügbar sind, sollen miteinander verglichen werden. Bestimmen Sie jeweils:
 - die Nebenkeulen-Dämpfung ΔL_d

Vergleichen Sie die Werte mit denen aus Tabelle 2.2 Ihrer Versuchsanleitung. Verwenden Sie zur Transformation das sinusförmige 12kHz-Signal aus Aufgabe 5.2.1, die Fensterbreite $N_w = 512$ sowie die Option „Überabtastung“.

Hinweise:

Die Überabtastung bewirkt, dass die DFT mit der Dimension $N = 128 \cdot N_w$ ausgeführt wird. Somit erhöht sich die Auflösung des Frequenzplots um den Faktor 128. Das resultierende Spektrum kann als Approximation des kontinuierlichen ZDFT-Spektrums $X(\Omega)$ aufgefasst werden.

4. Anhand zweier Signale sollen die beiden Fensterfunktionen „Rechteck“ und „Blackman“ miteinander verglichen werden. Führen Sie diesen Versuch ohne Überabtastung durch!

Erzeugen Sie ein Signal, welches aus zwei Sinusfunktionen dicht benachbarter Frequenz und gleicher Amplitude besteht:

$$x(t) = 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 9,75\text{kHz} \cdot t) + 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 10,25\text{kHz} \cdot t)$$

Führen Sie die DFT eines beliebigen Ausschnitts des Signals durch. Vergleichen Sie die Ergebnisse, die Sie bei Verwendung des Rechteck- und des Blackman-Fensters erhalten. Welche minimale Fensterbreite N_w ist für die jeweilige Fensterart notwendig, damit die beiden Sinusfunktionen im Spektrum eindeutig unterschieden werden können?

5. Ein Sprachsignal soll im Spektralbereich analysiert werden. Zeichnen Sie hierzu den Vokal /e/ auf, jeweils einmal von einem weiblichen sowie einem männlichen Sprecher.

Verwenden Sie für die DFT ein Hamming-Fenster sowie die Fensterbreite $N_w = 2048$.

- (a) Transformieren Sie einen repräsentativen Ausschnitt des /e/-Signals vom männlichen Sprecher. Wie groß ist die Grundfrequenz ω_0 des Signals?
- (b) Geben Sie die Frequenzen F_1 und F_2 der ersten beiden Formanten an und vergleichen Sie mit der Formantkarte (Bild 2.10) in Ihrer Versuchsanleitung.
- (c) Welche Auswirkung hat eine Veränderung der Fensterbreite N_w auf das DFT-Spektrum? Warum kann die Fensterbreite nicht beliebig klein gewählt werden? Warum kann die Fensterbreite bei der Sprachsignalanalyse nicht beliebig groß gewählt werden?
- (d) Bestimmen Sie nun ω_0 sowie F_1 und F_2 für das /e/-Signal des weiblichen Sprechers. Wo liegen die Unterschiede zum männlichen /e/?
Welches Problem kann bei der automatischen Spracherkennung mittels DFT bei weiblichen Sprechern auftreten?
- (e) Wenn Interesse besteht: lesen Sie weitere Vokale ein, analysieren Sie sie mit der DFT und vergleichen Sie ermittelte Formanten mit der Formantkarte!

5.3 Abtastung und Quantisierung

1. Im Folgenden sollen die Auswirkungen von *Aliasing* bei der Abtastung untersucht werden.

5. Durchführung

- (a) Stellen Sie zunächst die Abtastfrequenz des AD-Wandlers auf $\omega_a = 2\pi \cdot 8\text{kHz}$ ein. Erzeugen Sie dann zwei sinusförmige Signale:

$$x_1(t) = 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 3\text{kHz} \cdot t)$$

$$x_2(t) = 1V \cdot \sin(2\pi \cdot 7\text{kHz} \cdot t)$$

- (b) Geben Sie die beiden Signale über Lautsprecher aus. Entspricht Ihr Höreindruck hinsichtlich der Tonhöhenwahrnehmung den gewählten Frequenzen?
- (c) Betrachten Sie die DFT-Spektren der beiden Signale. Wählen Sie eine sinnvolle Fensterung.
- (d) Decken sich die Ergebnisse des Versuchs qualitativ mit den Erwartungen aus Vorbereitungsfrage 5?
2. Die Auswirkungen der Nichteinhaltung des Abtasttheorems sollen anhand eines aufgezeichneten Sprachsignals verdeutlicht werden. Verwenden Sie weiterhin die Abtastfrequenz $\omega_a = 2\pi \cdot 8\text{kHz}$ am AD-Wandler.
- (a) Zeichnen Sie mit dem Mikrofon ein beliebiges Signal auf. Besonders gut eignet sich eine gepfiffene Melodie.
- (b) Geben Sie das Signal über Lautsprecher aus und interpretieren Sie das Ergebnis.
3. Das Quantisierungsrauschen eines Signals ist zu untersuchen.
- (a) Geben Sie die vordefinierten Signale „Piano-Sample“ und „Gesangs-Sample“ über Lautsprecher aus. Verwenden Sie zunächst eine Quantisierung mit $q = 24$ Bit am DA-Wandler, reduzieren Sie diese dann schrittweise bis auf 1 Bit und beobachten Sie Veränderungen im Klang.