Universidad de Carabobo - Facultad de Ingenieria - Direccion de Postgrado
Programa: Maestria Matematica y Computacion - **Asignatura**: Introduccion al Calculo
Alumno: Ronald Medina - **Cedula**: V-16291029
Lapso: 03 - 2022 - **Fecha**: 14- 03 - 2023
Titulo: Asignacion - **Parte 6)** Sistemas de Ecuaciones, **Parte 7)** Matrices

```
> restart:
> with(LinearAlgebra):
```

Ejercicio 6.1 $u+2v+3x+4y+5z=20$

$$6u-v+6x+2y-3z=0$$
$$2u+8v-8x-2y+z=6$$
$$u+v+x+y+z=5$$
$$10u-3v+3x-2y+2z=5$$

Primera manera de resolver el sistema: a cada ecuacion se guarda, en una variable (a,b,c,d,e), y se usa el comando solve, indicando las ecuaciones y las incognitas del sistema

```
> a:=u+2*v+3*x+4*y+5*z=20;
  b:=6*u-v+6*x+2*y-3*z=0;
  c:=2*u+8*v-8*x-2*y+z=6;
  d:=u+v+x+y+z=5;
  e:=10*u-3*v+3*x-2*y+2*z=5;
  solve({a,b,c,d,e},{u,v,x,y,z})
```

$$a:=u+2v+3x+4y+5z=20$$
$$b:=6u-v+6x+2y-3z=0$$
$$c:=2u+8v-8x-2y+z=6$$
$$d:=u+v+x+y+z=5$$
$$e:=10u-3v+3x-2y+2z=5$$
$$\{u=1, v=0, x=-1, y=3, z=2\} \quad \textbf{(1.1)}$$

Segunda forma de resolver el sistema de ecuaciones: se construye la matriz de coeficientes (A) y el vector columna (B), formando el sistema matricial A(X)=B, se resuelve por la el medio de matriz inversa, nos queda : X= $A^{-1}B$

```
> A:=Matrix([[1,2,3,4,5],
             [6,-1,6,2,-3],
             [2,8,-8,-2,1],
             [1,1,1,1,1],
             [10,-3,3,-2,2]]);
  B:=Vector[column]([20,0,6,5,5]);
```

$$A:=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & -1 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 8 & -8 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & -3 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B:=\begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 6 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \textbf{(1.2)}$$

Se resuelve el sistema de acuaciones.

```
> MatrixInverse(A).B;
```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Tercera forma de resolver el sistema de ecuaciones: Mediante el comando Linear Solve

```
> LinearSolve(<A|B>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Ejercicio 6.2 $u + v + x + y = 10$

$$u + y + z = 10$$
$$u + x + y = 8$$
$$u + v + x + z = 11$$
$$v + y - z = 1$$

Primera manera de resolver el sistema: a cada ecuacion se guarda en una variable de maple(f1,f2,f3,f4,f5), y se usa el comando solve, indicando las ecuaciones y las incognitas del sistema

```
> f1:=u+v+x+y=10;
  f2:=u+y+z=10;
  f3:=u+x+y=8;
  f4:=u+v+x+z=11;
  f5:=v+y-z=1;
  solve({f1,f2,f3,f4,f5},{u,v,x,y,z});
```

$$f1 := u + v + x + y = 10$$
$$f2 := u + y + z = 10$$
$$f3 := u + x + y = 8$$
$$f4 := u + v + x + z = 11$$
$$f5 := v + y - z = 1$$
$$\{u = 11 - 2\,z,\ v = 2,\ x = -2 + z,\ y = -1 + z,\ z = z\} \quad (2.1)$$

Se obtienen valores numericos en la variable v(2), el resto de las variables tienen soluciones en funcion de la variable z, quiere decir, que el sistema tiene infinitas soluciones.

```
> M2:=Matrix([[1,1,1,1,0],
             [1,0,0,1,1],
             [1,0,1,1,0],
             [1,1,1,0,1],
             [0,1,0,1,-1]]);
  V2:=Vector[column]([10,10,8,11,1]);
```

$$M2 := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$V2 := \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 8 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

```
> MatrixInverse(M2);
Error, (in MatrixInverse) singular matrix
```

Al intentar usar la inversa nos da error porque la matriz M2 es singular

Ejercicio 7.1

Del ejerccio 6.1 Se muestra a continuacion: Matriz de coeficientes, determinante de matriz de coeficientes, matriz inversa, autovalores, reduccion del sistemas por Gauss-Jordan, reduccion del sistema por Gauss.

Matriz de coeficientes A

```
> Matriz_A:= A;
```

$$Matriz\_A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & -1 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 8 & -8 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & -3 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Determinante de la matriz A

```
> det(A):= Determinant(A);
```

$$det\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & -1 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 8 & -8 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & -3 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}\right) := -935 \tag{3.2}$$

Matriz inversa de A

```
> Inv_A:=MatrixInverse(A);
```

$$Inv\_A := \begin{bmatrix} \frac{5}{17} & \frac{3}{17} & \frac{2}{17} & -\frac{20}{17} & \frac{1}{17} \\ -\frac{536}{935} & -\frac{189}{935} & -\frac{15}{187} & \frac{456}{187} & -\frac{46}{935} \\ -\frac{732}{935} & -\frac{293}{935} & -\frac{47}{187} & \frac{606}{187} & -\frac{7}{935} \\ \frac{61}{55} & \frac{29}{55} & \frac{3}{11} & -\frac{45}{11} & -\frac{4}{55} \\ -\frac{4}{85} & -\frac{16}{85} & -\frac{1}{17} & \frac{10}{17} & \frac{6}{85} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Parte 1) Autovalores de A, $(A - \lambda \cdot I)$

```
> AuV1:=A-lambda*IdentityMatrix(5);
```

$(A - \lambda \cdot I)$

$$AuV1 := \begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & -1-\lambda & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 8 & -8-\lambda & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-\lambda & 1 \\ 10 & -3 & 3 & -2 & 2-\lambda \end{bmatrix}$$

$$-\mathrm{I}\lambda + \mathrm{A} \tag{3.4}$$

Parte 2) Autovalores de A, $(\mathrm{A} - \lambda \cdot \mathrm{I}) . B = 0$

```
> AuV1.B= Vector[column]([0,0,0,0,0]);
```

$$\begin{bmatrix} 83-20\lambda \\ 151 \\ -13-6\lambda \\ 36-5\lambda \\ 218-5\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Parte 3) Autovalores de A, $det(\mathrm{A} - \lambda \cdot \mathrm{I}) = 0$

```
> Determinant(A-lambda*IdentityMatrix(5))=0;
```

$$-\lambda^5 - 5\lambda^4 + 153\lambda^3 + 366\lambda^2 - 3908\lambda - 935 = 0 \tag{3.6}$$

Reduccion del sistema por Gauss - Jordan

```
> ReducedRowEchelonForm(<A|B>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Reduccion del sistema por Gauss

```
> GaussianElimination(<A|B>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 20 \\ 0 & -13 & -12 & -22 & -33 & -120 \\ 0 & 0 & -\frac{230}{13} & -\frac{218}{13} & -\frac{249}{13} & -\frac{922}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{33}{115} & -\frac{34}{115} & -\frac{167}{115} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{85}{6} & \frac{85}{3} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Ejercicio 7.2

Del ejerccio 6.2 Se muestra a continuacion: Matriz de coeficientes, determinante de matriz de coeficientes, matriz inversa, autovalores, reduccion del sistemas por Gauss-Jordan, reduccion del sistema por Gauss.

Matriz de coeficientes M2

```
> Matriz_M2:= M2;
```

$$Matriz\_M2 := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Determinante de la matriz M2

```
> det(M2):= Determinant(M2);
```

$$det\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}\right) := 0 \quad (4.2)$$

Matriz inversa de M2

```
> Inv_M2:=MatrixInverse(M2); #Da error porque el determinante es cero, es
  singular
Error, (in MatrixInverse) singular matrix
```

Parte 1) Autovalores de M2, $(M2 - \lambda \cdot \mathrm{I})$

```
> AuV2:=M2-lambda*IdentityMatrix(5);
```
$(M2 - \lambda \cdot \mathrm{I})$

$$AuV2 := \begin{bmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -\lambda & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1-\lambda \end{bmatrix}$$

$$-\lambda \mathrm{I} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Parte 2) Autovalores de M2, $(M2 - \lambda \cdot \mathrm{I}) . V2 = 0$

```
> AuV2.V2= Vector[column]([0,0,0,0,0]);
```

$$\begin{bmatrix} 39 - 10\lambda \\ 22 - 10\lambda \\ 29 - 8\lambda \\ 29 - 11\lambda \\ 20 - \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Parte 3) Autovalores de M2, $det(M2 - \lambda \cdot \mathrm{I}) = 0$

```
> Determinant(M2-lambda*IdentityMatrix(5))=0;
```

$$-\lambda^5 + \lambda^4 + 8\lambda^3 + \lambda^2 - 7\lambda = 0 \quad (4.5)$$

Reduccion del sistema por Gauss - Jordan, se observa como una fila tiene puros valores 0, tiene infinitas soluciones el sistema.

```
> ReducedRowEchelonForm(<M2|V2>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Reduccion del sistema por Gauss. Da el mismo resultado que el metodo anterior (Infinitas soluciones)

```
> GaussianElimination(<M2|V2>);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$