Universidad de Carabobo - Facultad de Ingenieria - Direccion de Postgrado
Programa: Maestria Matematica y Computacion - **Asignatura**: Introduccion al Calculo
Alumno: Ronald Medina - **Cedula**: V-16291029
Lapso: 03 - 2022 - **Fecha**: 09 - 03 - 2023
Titulo: Asignacion - **Parte 11)** Funciones Inversas, Inyectividad

```
> restart:
> with(Student[Calculus1]):
```

Ejercicio 11.1 $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$

```
> f:= proc (x) options operator, arrow; (x-2)/(x-3) end proc
```

$$f := x \to \frac{x-2}{x-3} \quad \textbf{(1.1)}$$

```
> f(1); #Se evalua en f un valor de x para tener la referencia de imagen.
```

$$\frac{1}{2} \quad \textbf{(1.2)}$$

Parte a) Obtencion de la funcion inversa:

```
> solve(x=f(y),y);
```

$$\frac{3x-2}{x-1} \quad \textbf{(1.3)}$$

```
> g:=unapply(%,x); #Se obtiene la funcion inversa,
```

$$g := x \to \frac{3x-2}{x-1} \quad \textbf{(1.4)}$$

```
> g(1/2); #Se evalua la f(1)= 1/2 en la funcion inversa, nos da como
  resultado 1, se verifica la obtencion correcta de las funciones
```

$$1 \quad \textbf{(1.5)}$$

Parte b) Verificacion de la definicion de funcion inversa: Una funcion "f" admite inversa "g" si y solo si, f(g(x) = x y g(f(x)) = x.

```
> f(g(x)); #Se realiza la primera composicion.
```

$$\frac{\frac{3x-2}{x-1} - 2}{\frac{3x-2}{x-1} - 3} \quad \textbf{(1.6)}$$

```
> simplify(f(g(x))); #Se simplifica la expresion
```

$$x \quad \textbf{(1.7)}$$

```
> g(f(x));  #Se realiza la primera composicion.
```

$$\frac{\frac{3(x-2)}{x-3} - 2}{\frac{x-2}{x-3} - 1} \quad \textbf{(1.8)}$$

```
> simplify(g(f(x)));#Se simplifica la expresion
```

$$x \quad \textbf{(1.9)}$$

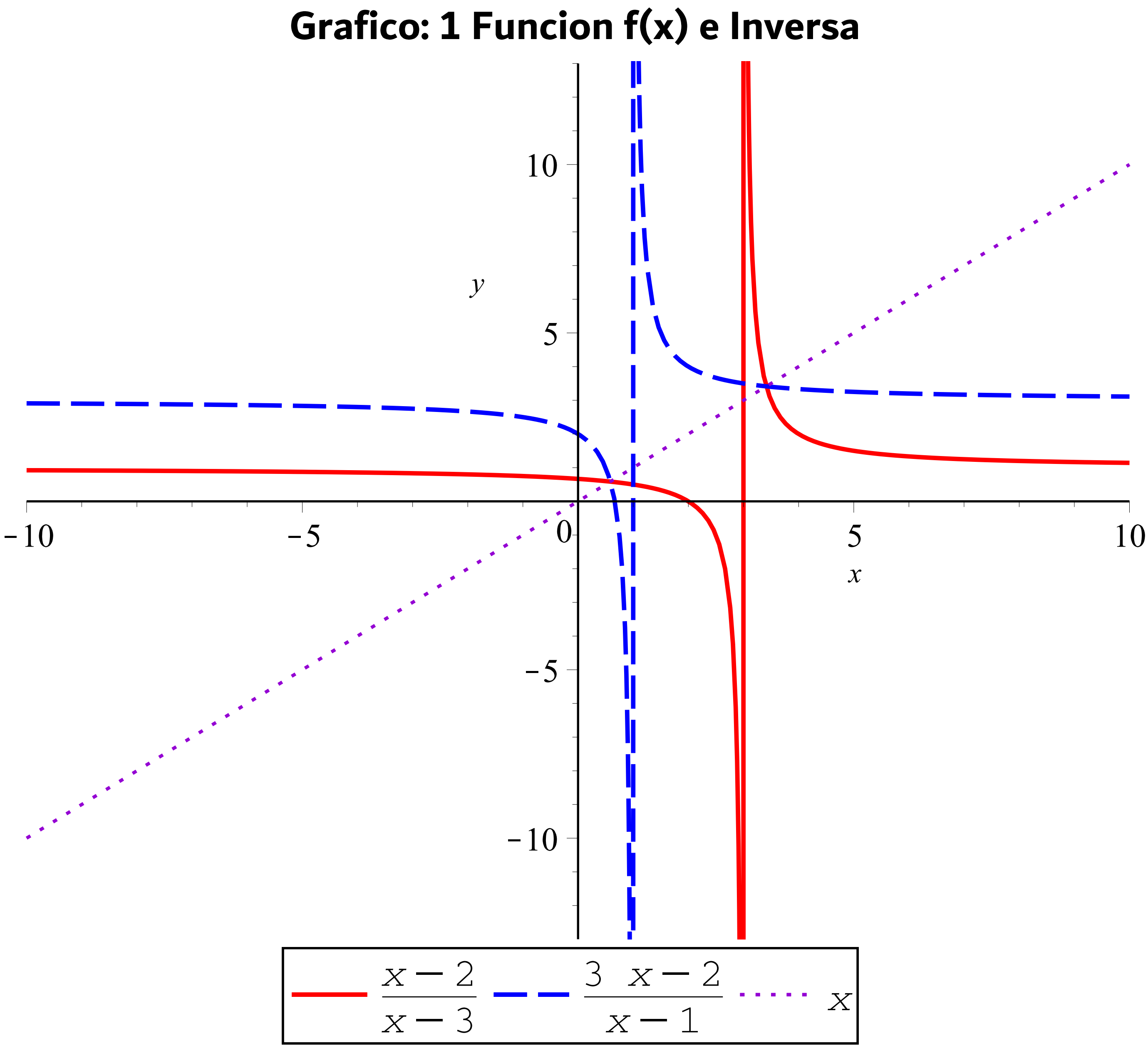
Se comprueba que f(x) y g(x), son funciones inversas.

Parte c) Grafico de la funcion y su inversa

1ra Forma: Graficar la funcion y su inversa

```
> plot([f(x),g(x),x], x=-10..10, y=-13..13,
        gridlines  =false,
        title      ="Grafico: 1 Funcion f(x) e Inversa",
        titlefont  =["Dubai",bold,15],
        thickness  =[2,2,1],
        legend     =[typeset(f(x)),typeset(g(x)),x],
        legendstyle=[font=["Courant",roman, 14]],
```

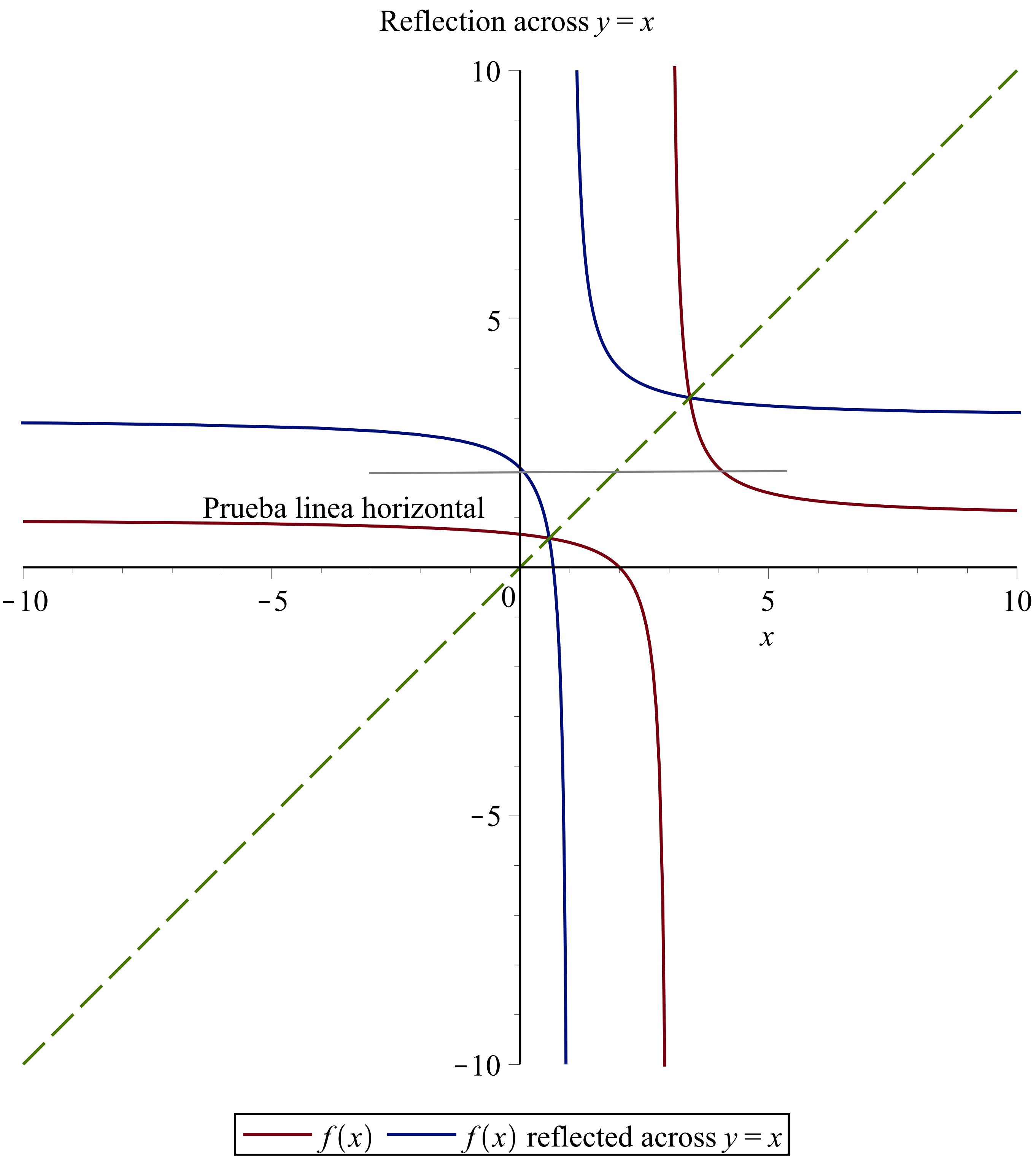
```
color      =[red,blue,"DarkViolet"],
linestyle  =[solid,dash,dot]);
```



Nota: En el grafico anterior se reflejan las asintotas verticales, en f(3) y g(1)

2da Forma: Graficar la funcion y su inversa, en esta version no se muestran las asintotas

```
> InversePlot(f(x));
```



A graph of $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$. The line $y = x$. The reflection of $f(x)$ across the line $y = x$.

La funcion es inyectiva, ya que al realizar la prueba de linea horizontal (linea gris en el grafico 2) para un valor de ordenada, se obtiene un solo valor de x

Ejercicio 11.2 $f1(x) = \dfrac{1+2\,e^{x}}{1-2\,e^{-x}}$

```
> f1:= proc (x) options operator, arrow; (1+2*exp(x))/(1-2*exp(-x)) end proc
  ; #La llame f1(x)
```

$$f1 := x \rightarrow \frac{1+2\,e^{x}}{1-2\,e^{-x}} \qquad \textbf{(2.1)}$$

```
> f1(1); #Se evalua en f un valor de x para tener la referencia de imagen.
```

$$\frac{1+2\,e}{1-2\,e^{-1}} \tag{2.2}$$

```
> evalf(%);
```

$$24.35867557 \tag{2.3}$$

Parte a) Obtencion de la funcion inversa:

```
> solucion := solve(x=f1(y),y);
```

$$solucion := \ln\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,x+\frac{1}{4}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}\right), \ln\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,x-\frac{1}{4}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}\right) \tag{2.4}$$

```
> k:=unapply(%,x); #Se obtiene la funcion inversa,  #Da error porque da dos
  funciones segun el signo
Error, (in unapply) variables must be unique and of type name
> k1:=unapply(ln(-1/4+(1/4)*x+(1/4)*sqrt(x^2-18*x+1)),x); #Se separa cada
  solucion en k1 y k2
```

$$k1 := x \rightarrow \ln\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,x+\frac{1}{4}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}\right) \tag{2.5}$$

```
> k2:=unapply(ln(-1/4+(1/4)*x-(1/4)*sqrt(x^2-18*x+1)),x);
```

$$k2 := x \rightarrow \ln\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,x-\frac{1}{4}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}\right) \tag{2.6}$$

```
> f1(k1(x));
```

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\,x+\frac{1}{2}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}}{1-\frac{2}{-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,x+\frac{1}{4}\,\sqrt{x^2-18\,x+1}}} \tag{2.7}$$

```
> simplify(f1(k1(x)));
```

$$\frac{1}{2}\,\frac{\left(1+x+\sqrt{x^2-18\,x+1}\right)\left(-1+x+\sqrt{x^2-18\,x+1}\right)}{-9+x+\sqrt{x^2-18\,x+1}} \tag{2.8}$$

```
> k1(f1(x));
```

$$\ln\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\,\frac{1+2\,e^{x}}{1-2\,e^{-x}}+\frac{1}{4}\,\sqrt{\frac{\left(1+2\,e^{x}\right)^2}{\left(1-2\,e^{-x}\right)^2}-\frac{18\,\left(1+2\,e^{x}\right)}{1-2\,e^{-x}}+1}\right) \tag{2.9}$$

```
> simplify(k1(f1(x)));
```

$$-\ln(2)+\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{\left(e^{2x}-4\,e^{x}-1\right)^2}{\left(e^{x}-2\right)^2}}\,e^{x}+e^{2x}-2\,\sqrt{\frac{\left(e^{2x}-4\,e^{x}-1\right)^2}{\left(e^{x}-2\right)^2}}+1}{e^{x}-2}\right) \tag{2.10}$$

```
> #Nota: No se cumple la condicion de composicion;
```

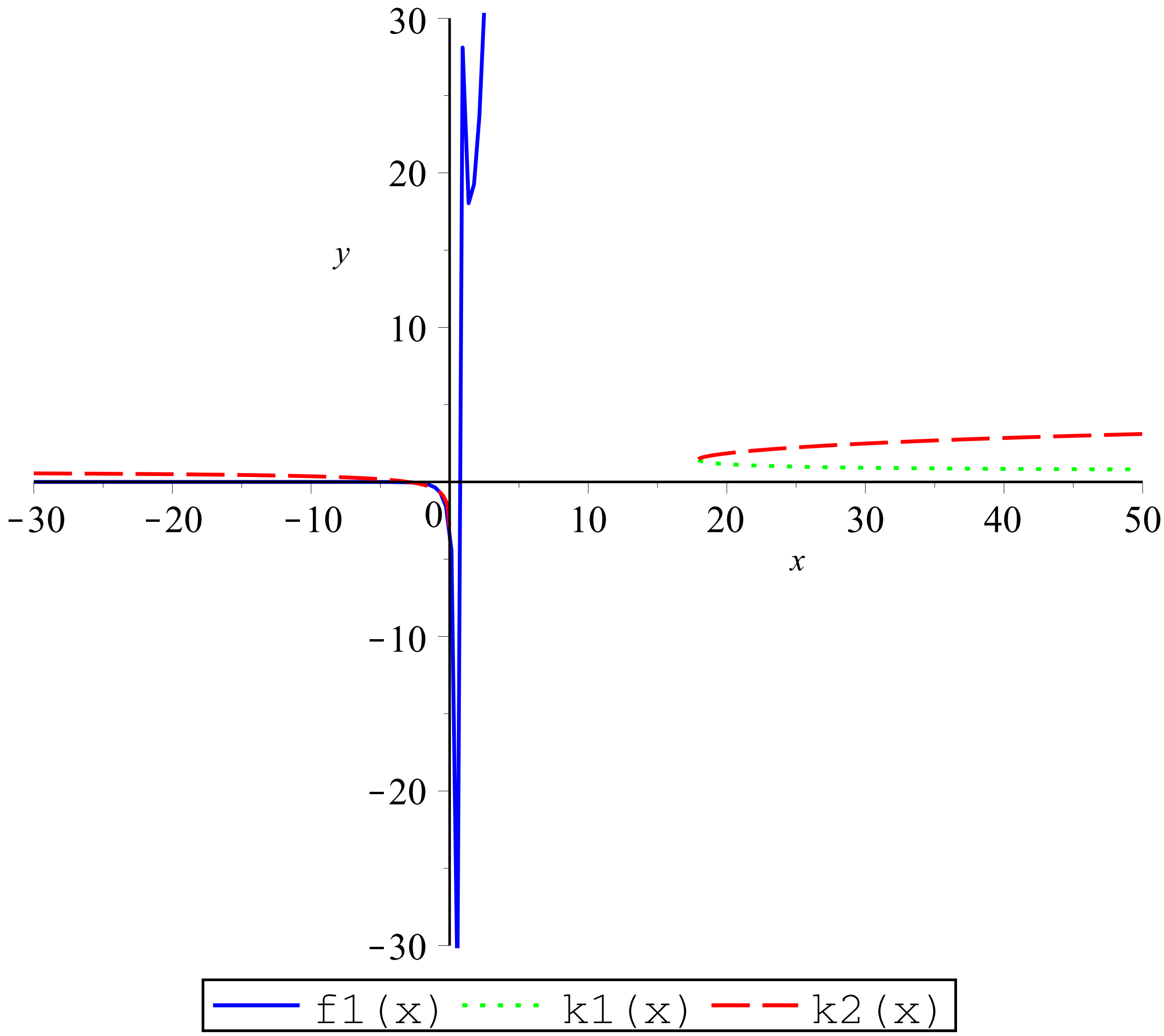
Parte b) Verificacion de la definicion de funcion inversa: Una funcion "f" admite inversa "g" si y solo si, f(g(x) = x y g(f(x)) = x. En este caso con comple con la condicion.

Parte c) Grafico de la funcion y su inversa

1ra Forma: Graficar la funcion y su inversa.

```
> plot([f1(x),k2(x),k1(x)], x=-30..50, y=-30..30,
        gridlines  =false,
        title      ="Grafico 3 Funcion f1(x) e Inversa",
        titlefont  =["Dubai",bold,15],
        thickness  =[1,1,1],
        legend     =["f1(x)","k1(x)","k2(x)"],
        legendstyle=[font=["Courant",roman, 14]],
        color      =[blue,green,red],
        linestyle  =[solid,dot,dash]);
```

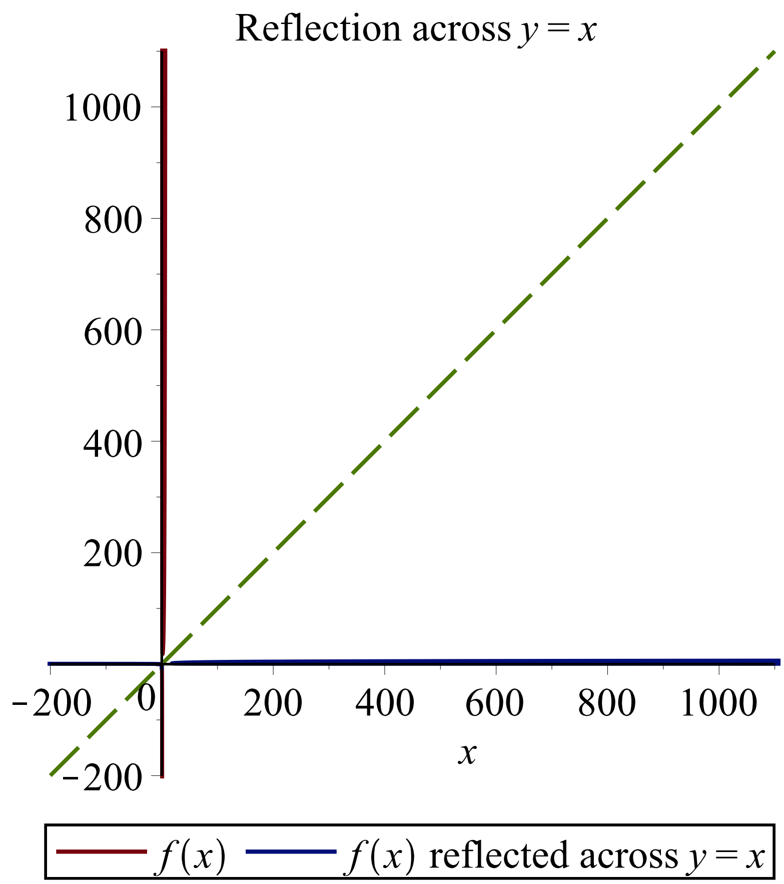
Grafico 3 Funcion f1(x) e Inversa



Nota: En el grafico anterior se reflejan las asintotas,:k1 y k2 tienen colores distintos.

2da Forma: Graficar la funcion y su inversa

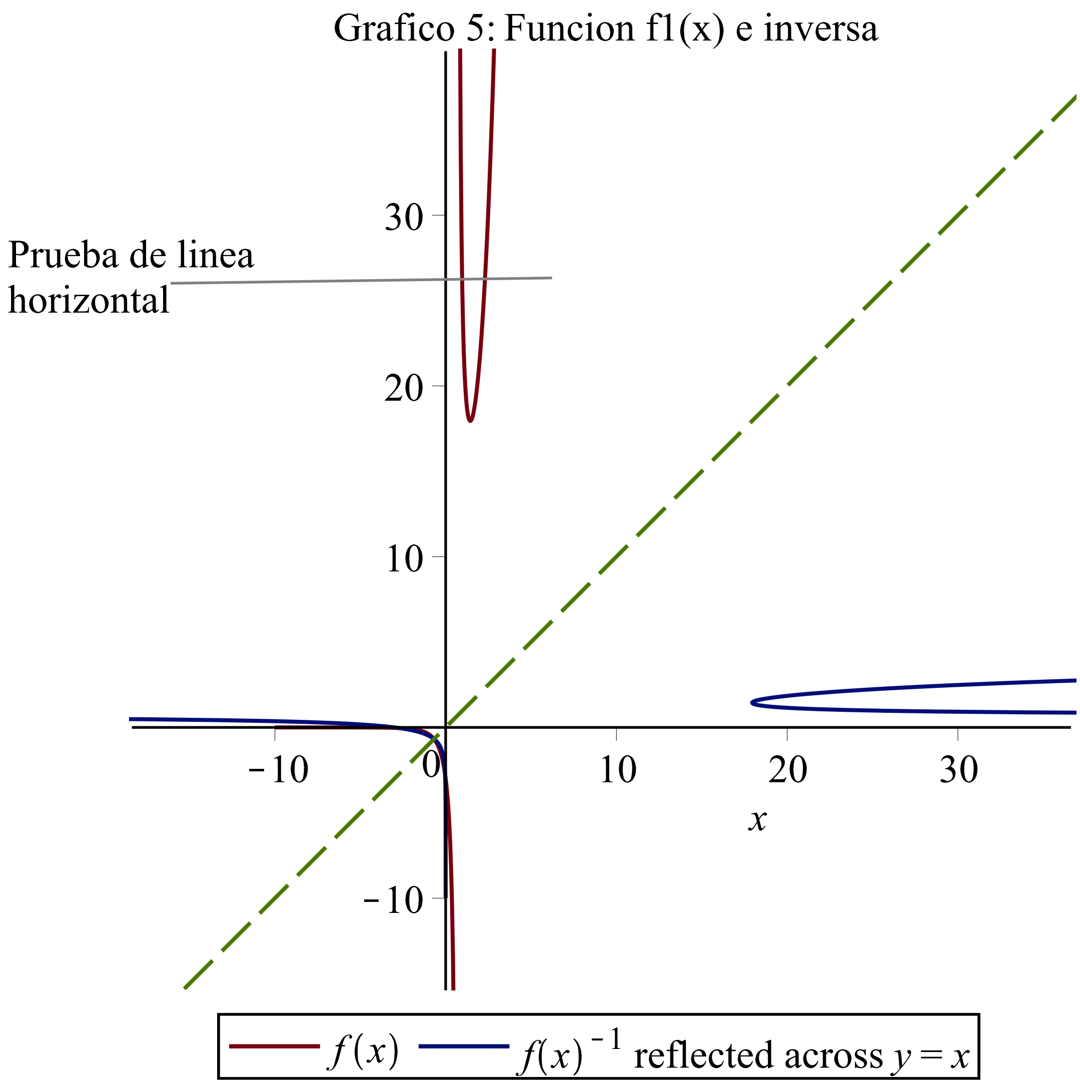
```
> InversePlot(f1(x));
```



A graph of $f(x) = \dfrac{1 + 2\,e^{x}}{1 - 2\,e^{-x}}$. The line $y = x$. The reflection of $f(x)$ across the line $y = x$.

```
> #Al usar el segundo metodo,coloca una escala muy alejada, se copia el
  resultado en la siguiente celda, con una escala apropiada
```

2da Forma: Graficar la funcion y su inversa (Otra escala)



A graph of $f(x) = \dfrac{1+2\,e^{x}}{1-2\,e^{-x}}$. The line $y=x$. The reflection of $f(x)$ across the line $y=x$.

Nota: no cumple con la pruena horizontal, por lo tanto f1(x) no es inyectiva