

①

$$P(B) = 0,01$$

$$P(\text{Test} = \text{Pozitiv} | B) = 0,95$$

$$P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B) = 0,90$$

$$a) P(B | \text{Test} = \text{Pozitiv}) = \frac{P(\text{Test} = \text{Pozitiv} | B) \cdot P(B)}{P(\text{Test} = \text{Pozitiv})} \quad (\text{formula lui Bayes})$$

$$P(\text{Test} = \text{Pozitiv}) = P(\text{Test} = \text{Pozitiv} | B) \cdot P(B) + P(\text{Test} = \text{Pozitiv} | \neg B) \cdot P(\neg B) \quad (\text{formula probabilității totale})$$

$$P(\text{Test} = \text{Pozitiv} | \neg B) = 1 - P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B) = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$P(\neg B) = 1 - P(B) = 1 - 0,01 = 0,99$$

$$P(\text{Test} = \text{Pozitiv}) = 0,95 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,99 = 0,0095 + \cancel{0,099} = 0,099$$

$$= 0,1085$$

$$P(B | \text{Test} = \text{Pozitiv}) = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,1085} = \frac{0,0095}{0,1085} \approx 0,0875$$

Probabilitatea ca o persoană testată pozitiv să fie efectiv bolnavă este mică (8,75 %) deoarece boala afectează un număr foarte mic din populație (1%).

$$b) P(B | \text{Test} = \text{Pozitiv}) = 0,5$$

$$0,5 = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + (1 - P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B)) \cdot 0,99}$$

$$0,5(0,0095 + 0,99 - 0,99 \cdot P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B)) = 0,0095$$

$$0,9995 - 0,99 \cdot P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B) = 0,019$$

$$0,9805 = 0,99 \cdot P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B)$$

$$P(\text{Test} = \text{Negativ} | \neg B) = \frac{0,9805}{0,99} \approx 0,9904$$