A Independência do Caminho na Integral do Trabalho Trabalho 1 - Grupo 16

Alex Campbell e Souza - Engenharia de Sistemas Caio Lucas Gomes Silva - Matemática Pedro Mansur Gamarano - Matemática

UFMG

Universidade Federal de Minas Gerais Fundamentos de Eletromagnetismo

25 de Agosto de 2020



1. Introdução

2. Exemplo

O Trabalho (W)

O trabalho é a grandeza física associada a mudança de energia. Ele acontece quando aplicamos uma força sobre um corpo e este sofre um deslocamento. O trabalho de uma força constante pode ser escrito como:

$$W = F * d * cos(\theta) \tag{1}$$

Já o trabalho de uma força não constante pode ser escrito como:

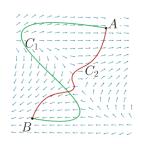
$$W = \int_{a}^{b} \vec{F} d\vec{r} \tag{2}$$

Campos Elétricos e Campos Conservativos

O método da idependência do caminho é possivel apenas em campos conservativos. Um campo é conservativo quando ele é obtido atraves do cálculo do vetor gradiente de uma função. O campo elétrico é um exemplo de campo conservativo.

Campos Elétricos e Campos Conservativos

A independencia do caminho diz que, em campos conservativos, quaisquer integrais de linha que possuem os mesmos pontos inicial e final resultam em um mesmo valor, independente da curva entre eles. Utilizando o trabalho como exemplo:

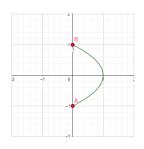


$$W = \int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = f(b) - f(a)$$

 $W = \int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = f(b) - f(a)$

Exemplo

Dado o campo conservativo $F(x,y) = (x^2,\cos(y)),$ calcule o trabalho de deslocamento sobre a curva $c_1(t) =$ $(1 - t^2, t)$ que tem ponto inicial A(0,-1) e final B(0,1):



$$\int \vec{F} d\vec{r} = egin{cases} F(x,y) = (x^2,\cos(y)), \ c_1 = (1-t^2,t) & \textit{sendo } t \ \epsilon \ [-1,1] \ e \ c_1 = (0,t) & \textit{sendo } t \ \epsilon \ [-1,1] \end{cases}$$

sendo t
$$\epsilon$$
 $[-1,1]$ ϵ sendo t ϵ $[-1,1]$

Resolução - Exemplo

Usando
$$c_1$$
:
 $F(x,y) = (x^2,\cos(y)) = ((1-t^2),\cos(t))$
 $d\vec{r}$
 $c(t) = (1-t^2,t) = (1-(-1)^2,1) = (0,1)$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^{1} ((1 - t^2)^2, \cos(t)) \cdot (0, 1) dt$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^{1} \cos(t) dt$$

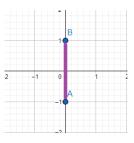
$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \sin(t)|_{-1}^{1}$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \sin(1) - \sin(-1)$$

$$\int \vec{F} d\vec{r} = 2 * \sin(1)$$

Exemplo

Utilizando a independencia do caminho podemos calcular a mesma integral utilizando a reta $c_2(t)=(0,t)$, que liga os pontos A e B.



Resolução - Exemplo

Usando c_2 : $F(x, y) = (x^2, \cos(y)) = (0, \cos(t))$ $d\vec{r}$

$$c(t) = (0, t) = (0, 1)$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^{1} (0, \cos(t)) \cdot (0, 1) dt$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^{1} \cos(t) dt$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \sin(t)|_{-1}^{1}$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \sin(1) - \sin(-1)$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = 2 * \sin(1)$$

Conclusão

Esta técnica pode ser muito útil para resolver problemas complexos envolvendo forças conservativas. Uma ferramenta importante dentro do estudo do eletromagnetismo.

O código fonte deste documento pode ser encontrado em: https://tinyurl.com/yya8nuau

Referências I

[Física III - Eletromagnetismo, 2015] YOUNG - FREEDMAN. 9788543018157, Pearson.

[Campos vetoriais conservativos]

https://pt.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/
integrating-multivariable-functions/
line-integrals-in-vector-fields-articles/a/conservative-fields

[Integrais de Linha - Independência do Caminho] Responde Aí. https://www.youtube.com/watch?v=ONpa0kJ5TAs

[Integral de Linha de Função Vetorial (VETORIAL)]
Toda a Matemática
https://www.youtube.com/watch?v=r_NwdXff0Ok

Referências II



[Campo Conservativo (VETORIAL)]

Toda a Matemática

https://www.youtube.com/watch?v=R1xmPwTq7Q0