

A Independência do Caminho na Integral do Trabalho

Trabalho 1 - Grupo 16

Alex Campbell e Souza - Engenharia de Sistemas

Caio Lucas Gomes Silva - Matemática

Pedro Mansur Gamarano - Matemática

UFMG

Universidade Federal de Minas Gerais

Fundamentos de Eletromagnetismo

25 de Agosto de 2020

1. Introdução

2. Exemplo

O Trabalho (W)

O trabalho é a grandeza física associada a mudança de energia. Ele acontece quando aplicamos uma força sobre um corpo e este sofre um deslocamento. O trabalho de uma força constante pode ser escrito como:

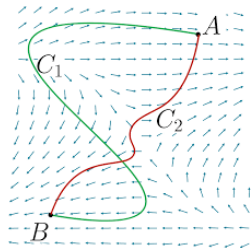
$$W = F * d * \cos(\theta) \quad (1)$$

Já o trabalho de uma força não constante pode ser escrito como:

$$W = \int_a^b \vec{F} d\vec{r} \quad (2)$$

O **método da independência do caminho** é possível apenas em campos conservativos. Um campo é conservativo quando ele é obtido através do cálculo do vetor gradiente de uma função. O campo elétrico é um exemplo de campo conservativo.

A **independência do caminho** diz que, em campos conservativos, quaisquer integrais de linha que possuem os mesmos pontos inicial e final resultam em um mesmo valor, independente da curva entre eles. Utilizando o trabalho como exemplo:

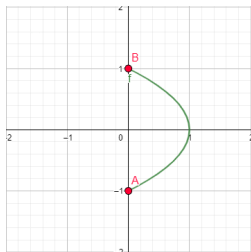


$$W = \int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = f(b) - f(a)$$

$$W = \int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = f(b) - f(a)$$

Exemplo

Dado o campo conservativo
 $F(x, y) = (x^2, \cos(y))$,
calcule o trabalho de deslocamento sobre a curva $c_1(t) = (1 - t^2, t)$ que tem ponto inicial $A(0, -1)$ e final $B(0, 1)$:



$$\int \vec{F} d\vec{r} = \begin{cases} F(x, y) = (x^2, \cos(y)), \\ c_1 = (1 - t^2, t) \\ c_1 = (0, t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{sendo } t \in [-1, 1] \text{ e} \\ \text{sendo } t \in [-1, 1] \end{array}$$

Usando c_1 :

$$F(x, y) = (x^2, \cos(y)) = ((1 - t^2), \cos(t))$$

$d\vec{r}$

$$c(t) = (1 - t^2, t) = (1 - (-1)^2, 1) = (0, 1)$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^1 ((1 - t^2)^2, \cos(t)) \cdot (0, 1) dt$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^1 \cos(t) dt$$

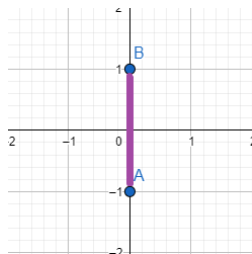
$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \sin(t) \Big|_{-1}^1$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = \sin(1) - \sin(-1)$$

$$\int_{c_1} \vec{F} d\vec{r} = 2 * \sin(1)$$

Exemplo

Utilizando a independência do caminho podemos calcular a mesma integral utilizando a reta $c_2(t) = (0, t)$, que liga os pontos A e B .



Resolução - Exemplo

Usando c_2 :

$$F(x, y) = (x^2, \cos(y)) = (0, \cos(t))$$

$$d\vec{r}$$

$$c(t) = (0, t) = (0, 1)$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^1 (0, \cos(t)) \cdot (0, 1) dt$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{-1}^1 \cos(t) dt$$

$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \sin(t) \Big|_{-1}^1$$


$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = \sin(1) - \sin(-1)$$


$$\int_{c_2} \vec{F} d\vec{r} = 2 * \sin(1)$$

Esta técnica pode ser muito útil para resolver problemas complexos envolvendo forças conservativas. Uma ferramenta importante dentro do estudo do eletromagnetismo.

O código fonte deste documento pode ser encontrado em:

<https://tinyurl.com/yya8nuau>

 [Física III - Eletromagnetismo, 2015] YOUNG - FREEDMAN.
9788543018157,
Pearson.

 [Campos vetoriais conservativos]
[https://pt.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/
integrating-multivariable-functions/
line-integrals-in-vector-fields-articles/a/conservative-fields](https://pt.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/integrating-multivariable-functions/line-integrals-in-vector-fields-articles/a/conservative-fields)

 [Integrais de Linha - Independência do Caminho]
Responde Aí.
<https://www.youtube.com/watch?v=ONpa0kJ5TAs>

 [Integral de Linha de Função Vetorial (VETORIAL)]
Toda a Matemática
https://www.youtube.com/watch?v=r_NwdXff0Ok



[Campo Conservativo (VETORIAL)]

Toda a Matemática

<https://www.youtube.com/watch?v=R1xmPwTq7Q0>