

Lógica - INET

Soluciones Práctico 1 - Lenguajes y Sistemas Formales

Ejercicio 1)

1. Llamemos $L1$ al lenguaje. Las reglas son las siguientes:

1) axioma) $AFI \in L1$

2) regla)

$$\frac{Ax \in L1}{xAx \in L1}$$

3) regla)

$$\frac{xI \in L1}{xIA \in L1}$$

Veamos que $FIAFIA$ pertenece a $L1$. La derivación es la siguiente:

$$\frac{\frac{AFI \in L1 \text{ por axioma 1}}{FIAFI \in L1 \text{ por regla 2}}}{FIAFIA \in L1 \text{ por regla 3}}$$

2. Llamemos $L2$ al lenguaje. Las reglas son las siguientes:

1) axioma) $A0 \in L2$

2) axioma) $B1 \in L2$

3) regla)

$$\frac{x \in L2 \quad y \in L2}{x - y \in L2}$$

4) regla)

$$\frac{x0 \in L2}{Ax0 \in L2}$$

5) regla)

$$\frac{x1 \in L2}{Bx1 \in L2}$$

Veamos que BA0-B1 pertenece a L2. La derivación es la siguiente:

$$\frac{A0 \in L2 \text{ por axioma 1} \quad B1 \in L2 \text{ por axioma 2}}{A0 - B1 \in L2 \text{ por regla 3}} \\ \frac{A0 - B1 \in L2 \text{ por regla 3}}{BA0 - B1 \in L2 \text{ por regla 5}}$$

Veamos que AAA0-A0 pertenece a L2. La derivación es la siguiente:

$$\frac{A0 \in L2 \text{ por regla 1}}{AA0 \in L2 \text{ por regla 4}} \\ \frac{AA0 \in L2 \text{ por regla 4} \quad A0 \in L2 \text{ por regla 1}}{AAA0 - A0 \in L2 \text{ por regla 3}}$$

Ejercicio 2)

Defina de las 2 formas que vimos en teórico (axiomas y reglas en español, y reglas con premisas y conclusión) los siguientes lenguajes:

1. números decimales con dígitos del 0 al 9 (o sea los números en base 10).

- axiomas y reglas en español:
 - a) del 0 al 9 son dígitos.
 - b) todo dígito es un número.
 - c) si x es un número y d un dígito entonces xd es un número.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos $L1$ al lenguaje.
Sea $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$\frac{x \in D}{x \in L1}$$

$$\frac{x \in D \quad y \in L1}{xy \in L1}$$

2. expresiones aritméticas formadas sumando o multiplicando expresiones ya construidas. Las expresiones elementales son los números decimales construidos anteriormente.

- axiomas y reglas en español:
 - a) todo número decimal es una expresión.
 - b) si x_1 es una expresión y x_2 es una expresión entonces x_1+x_2 es una expresión.
 - c) si x_1 es una expresión y x_2 es una expresión entonces x_1*x_2 es una expresión.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos L_2 al lenguaje.

$$\frac{x \in L_1}{x \in L_2}$$

(L_1 es el lenguaje de la parte anterior)

$$\frac{x \in L_2 \quad y \in L_2}{x + y \in L_2}$$

$$\frac{x \in L_2 \quad y \in L_2}{x * y \in L_2}$$

3. igual que en la parte anterior colocando paréntesis cada vez que se realiza una suma o producto.

- axiomas y reglas en español:
 - a) todo número decimal es una expresión.
 - b) si x_1 es una expresión y x_2 es una expresión entonces (x_1+x_2) es una expresión.
 - c) si x_1 es una expresión y x_2 es una expresión entonces (x_1*x_2) es una expresión.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos L_2 al lenguaje.

$$\frac{x \in L_1}{x \in L_2}$$

$$\frac{x \in L_2 \quad y \in L_2}{(x + y) \in L_2}$$

$$\frac{x \in L_2 \quad y \in L_2}{(x * y) \in L_2}$$

4. lenguaje formado por todas las palabras que puedo formar con las letras a, b o c.

- axiomas y reglas en español:
 - a) a, b y c son letras.
 - b) toda letra es una palabra.
 - c) si x es una letra y p una palabra entonces xp es una palabra.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos $L3$ al lenguaje.
Sea $A = \{a, b, c\}$

$$\frac{x \in A}{x \in L3}$$

$$\frac{x \in A \quad y \in L3}{xy \in L3}$$

5. defina el conjunto de identificadores de los lenguajes de programación definidos del siguiente modo:

están formados por letras, dígitos o guión bajo (_). No pueden empezar en dígitos. Considerar como letras de la 'a' a la 'z' minúsculas y mayúsculas.

- axiomas y reglas en español:
 - a) toda letra es un identificador.
 - b) un guion bajo es un identificador.
 - c) si a un identificador le agrego un dígito, letra o guion bajo a la derecha obtengo otro identificador.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos $L4$ al lenguaje.
Sea $\alpha = \{a, b, \dots, z, A, B, \dots, Z\}$
Sea $\beta = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$\frac{x_1 \in \alpha}{x_1 \in L4}$$

$$_ \in L4$$

$$\frac{x_1 \in L4 \quad y_1 \in (\alpha \cup \{-\} \cup \beta)}{x_1 y_1 \in L4}$$

6. defina el conjunto de expresiones booleanas que satisfacen la siguiente definición: verdadero y falso son expresiones. Dos expresiones conectadas por un conector binario y entre paréntesis dan otra expresión. Una expresión con un **not** adelante y entre paréntesis es otra expresión. Los conectivos binarios son **or** y **and**.

- axiomas y reglas en español:
 - a) verdadero y falso son expresiones booleanas.
 - b) si e1 y e2 son expresiones booleanas entonces (e1 or e2) es una expresion booleana.
 - c) si e1 y e2 son expresiones booleanas entonces (e1 and e2) es una expresion booleana.
 - d) si e es una expresion booleana entonces (not e) es una expresion booleana.
- 2da forma con axiomas y reglas (con premisas y conclusiones). Llamemos B al lenguaje.
 $verdadero \in B$

$falso \in B$

$$\frac{x \in B \quad y \in B}{(x \text{ or } y) \in B}$$

$$\frac{x \in B \quad y \in B}{(x \text{ and } y) \in B}$$

$$\frac{x \in B}{(\text{not } x) \in B}$$