

Лабораторная работа №7

Научное программирование

Александр Дмитриев

Содержание

1	Цель работы	4
2	Теоретическое введение	5
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Вывод	16
	Список литературы	17

Список иллюстраций

3.1	График трех периодов циклоиды радиуса 2	7
3.2	Улитка Паскаля	8
3.3	Улитка Паскаля в полярных осях	9
3.4	График кривой $-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1$	10
3.5	График окружности $(x - 2)^2 + y^2 = 25$ и касательной к нему в точке $(-1, 4)$	11
3.6	Арифметические операции с комплексными числами	12
3.7	График в комплексной плоскости	12
3.8	Кубический корень из отрицательного числа	13
3.9	Гамма-функция и факториал	14
3.10	Гамма-функция и факториал (более точный график)	15

1 Цель работы

Изучить в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

2 Теоретическое введение

Основной функцией для построения **двумерных графиков** в Octave служит функция `plot`. У функции несколько вариантов вызова:

- `plot(X, Y)` - в данном случае будет построен график зависимости $y(x)$. Значения y и x берутся из матриц Y и X , которые могут быть либо вектором-столбцом, либо вектором-строкой одинаковой размерности;
- `plot(X1,Y1,...,Xn,Yn)` - будут одновременно построены несколько функциональных зависимостей $y(x)$, при этом параметры линий на графике будут выбраны Octave самостоятельно;
- `plot(X,Y,LineSpec)`, `plot(X1,Y1,LineSpec1,...,Xn,Yn,LineSpecn)` — наиболее полный вариант вызова функции построения двумерных графиков с заданием параметров графических линий. `LineSpec` - это шаблон, с помощью которого определяется цвет линии, ее толщина, вид маркеров и другие параметры. Шаблон представляет собой взятое в апострофы название параметра, отделенное запятой от его значения.

Один из способов построения **трехмерных графиков** связан с использованием функции `surf`. Наиболее часто функция вызывается в формате `surf(X,Y, Z)` или в `surf(X, Y, Z, C)`. X и Y - векторы-строки, определяющие значения абсцисс и ординат. Z - матрица с размерностью, равной произведению размерностей матриц X и Y , задающая значения координаты z для соответствующих пар x и y . Параметр C определяет способ отображения трехмерной картинки (цвет, режим отображения кромок и т. д.).

Гамма функция находит очень широкое применение в прикладном анализе. С гамма-функцией связаны функции Бесселя используемые при синтезе фильтров и спектральном анализе, а также другие специальные функции: бета-функция, К-функции, G-функции. В статистике широко используется гамма-распределение, частными случаями которого являются экспоненциальное распределение и распределение хи-квадрат.

Данная функция не выражается через элементарные функции, но может быть представлена как интеграл вида:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Для натуральных значений аргумента гамма-функция совпадает со значением факториала:

$$\Gamma(n) = (n-1)!, n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

При этом для любых комплексных значений z справедливо равенство:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

Более подробно см. в [[@Octave_1:bash](#)] и [[@Octave_2:bash](#)].

3 Выполнение лабораторной работы

Параметрические уравнения для циклоиды:

$$x = r(t - \sin(t)), y = r(1 - \cos(t)).$$

Построим график трех периодов циклоиды радиуса 2 (рис. fig. 3.1).

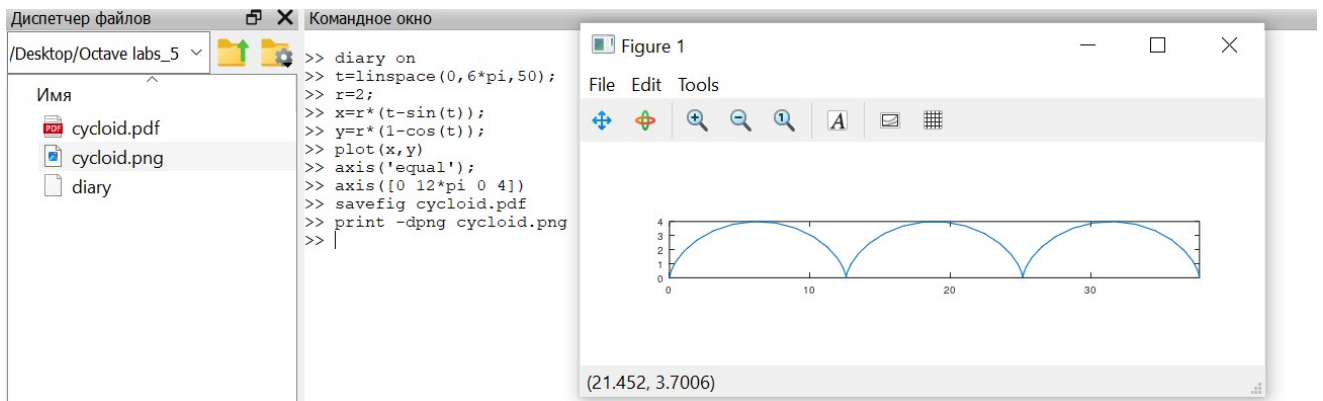


Рис. 3.1: График трех периодов циклоиды радиуса 2

Графики в полярных координатах строятся аналогично. Для функции

$$r = f(\theta)$$

начинаем с определения независимой переменной θ , далее вычисляем r . Чтобы построить график, вычислим x и y , используя стандартное преобразование координат

$$x = r\cos(\theta), y = r\sin(\theta),$$

затем строим график в осях $xу$. Построим улитку Паскаля

$$r = 1 - 2\sin(\theta)$$

(рис. fig. 3.2).

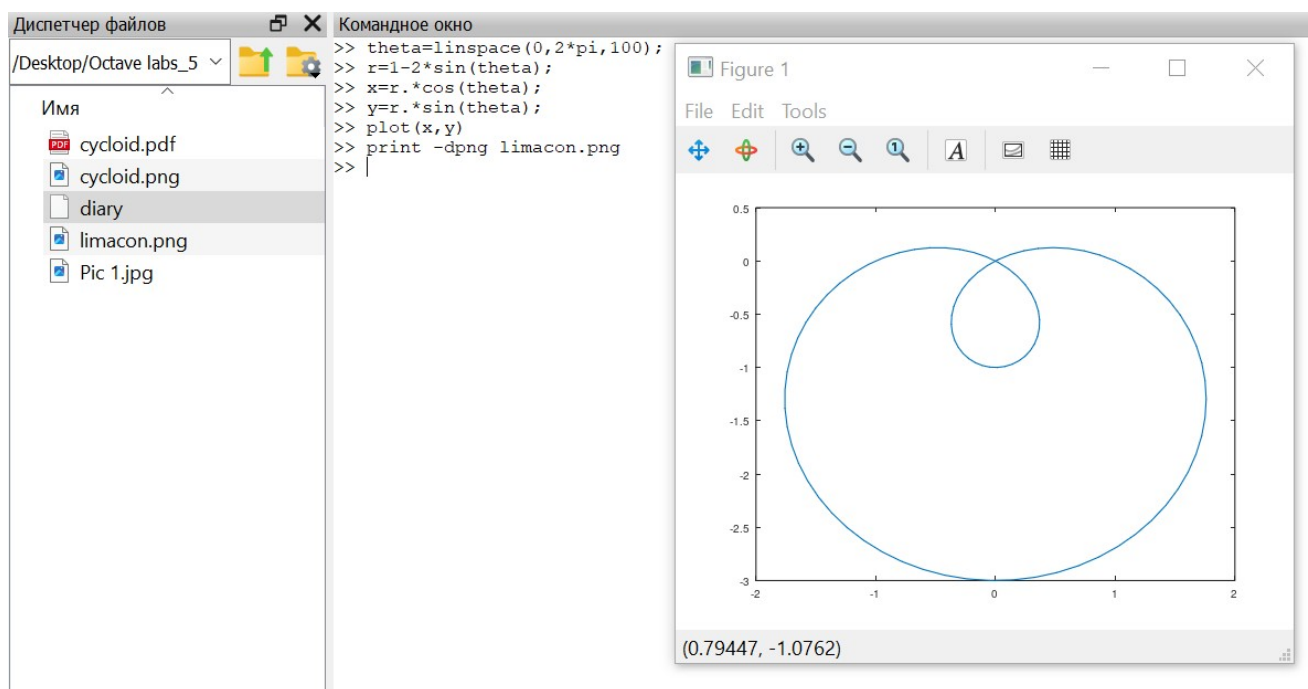


Рис. 3.2: Улитка Паскаля

Построим функцию

$$r = f(\theta)$$

в полярных осях, используя команду `polar` (рис. fig. 3.3).

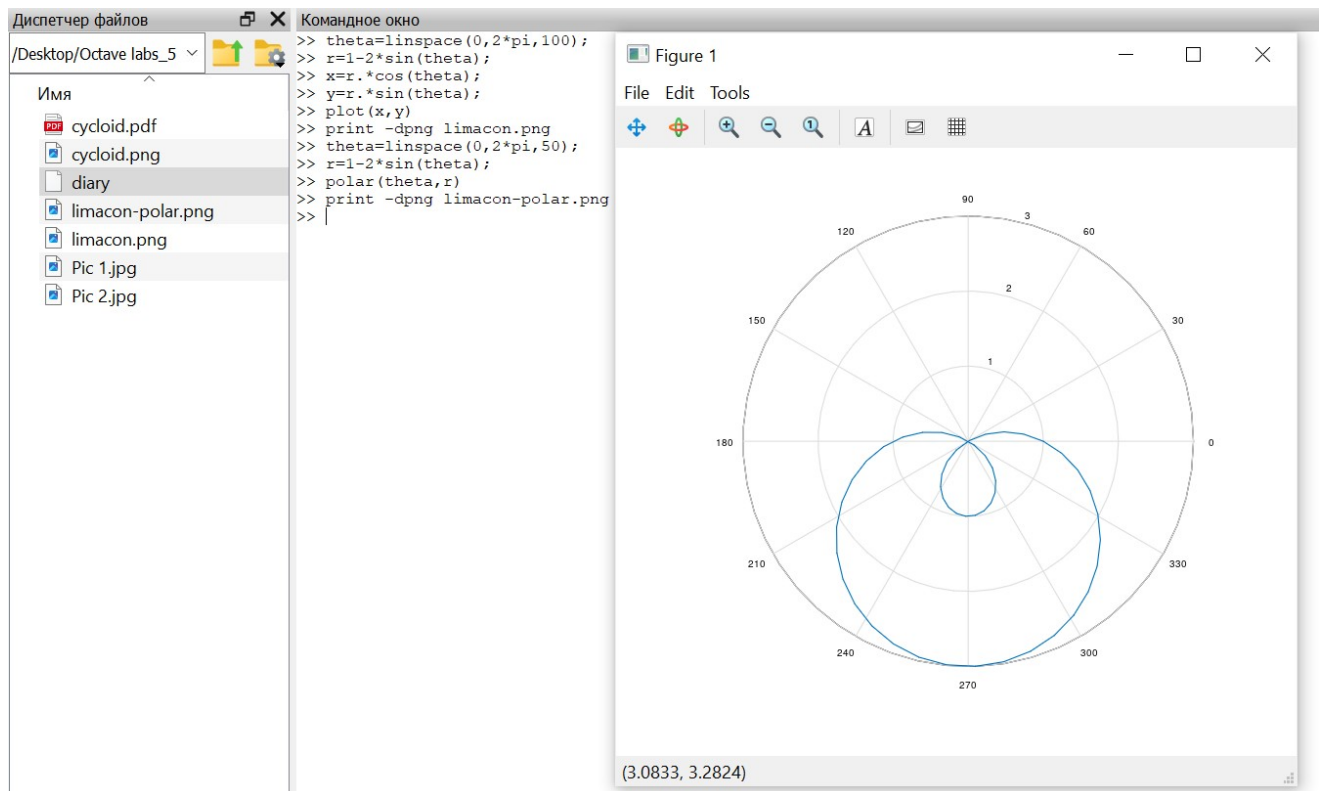


Рис. 3.3: Улитка Паскаля в полярных осях

Теперь необходимо построить функцию, неявно определенную уравнением вида

$$f(x, y) = 0.$$

Для этого применяется команда `ezplot`. Построим кривую, определяемую уравнением

$$-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1.$$

Чтобы определить функцию в виде $f(x, y) = 0$, вычтем 1 из обеих частей уравнения. Зададим функцию в виде λ -функции и построим график (рис. fig. 3.4).

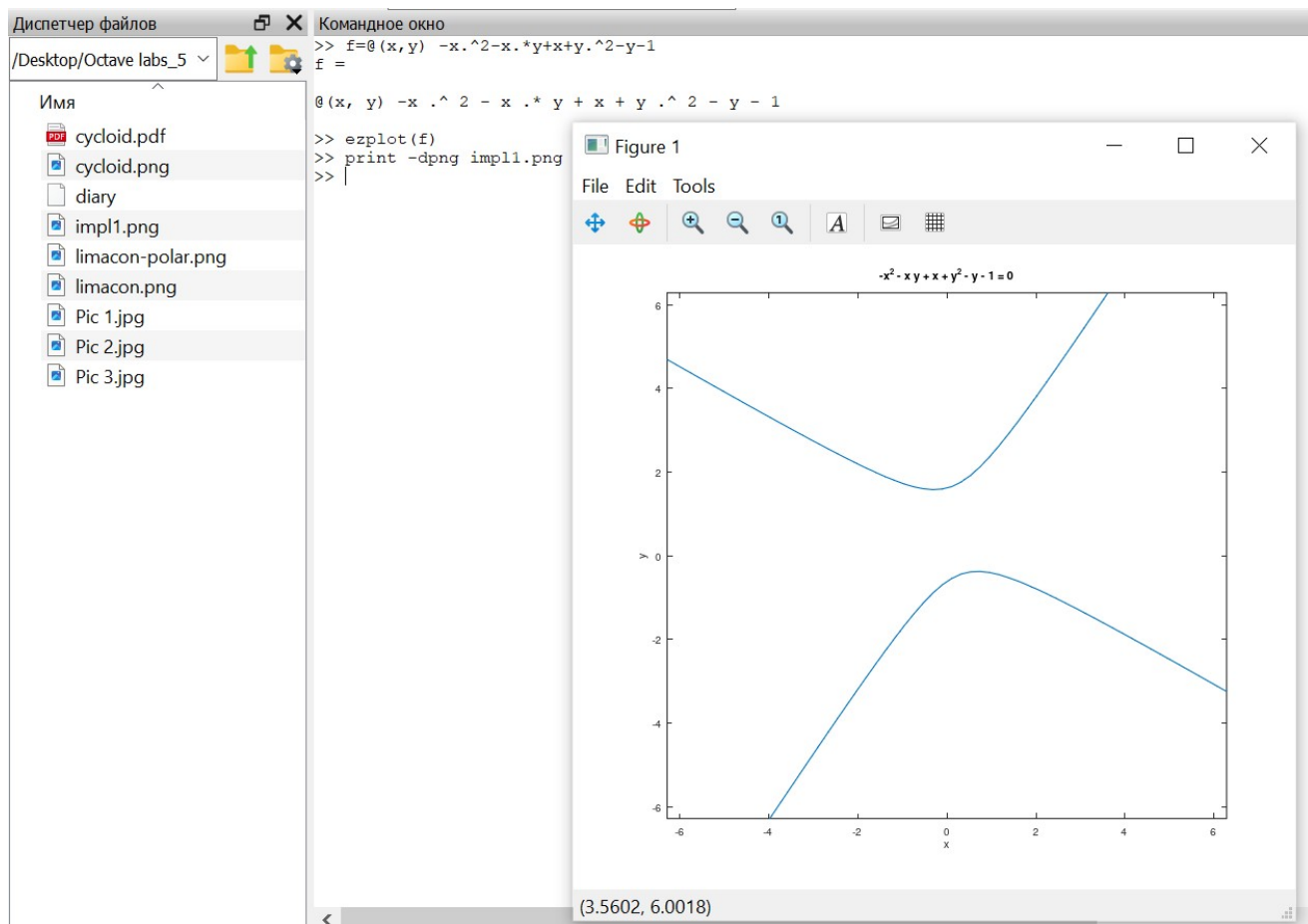


Рис. 3.4: График кривой $-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1$

Найдем уравнение касательной к графику окружности

$$(x - 2)^2 + y^2 = 25$$

в точке $(-1, 4)$ и построим график окружности и касательной. Для начала определим круг как функцию вида $f(x, y) = 0$ и зададим функцию в виде λ -функции. Центр круга находится в точке $(2, 0)$, а радиус равен 5. Задаем оси нашего графика так, чтобы они несколько превосходили окружность. Используя правило дифференцирования неявной функции, найдем

$$y' = \frac{2 - x}{y}.$$

В точке $(-1, 4)$ имеем

$$y'|_{(-1,4)} = \frac{2 - (-1)}{4} = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, уравнение касательной линии будет иметь вид:

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

Построим график (рис. fig. 3.5).

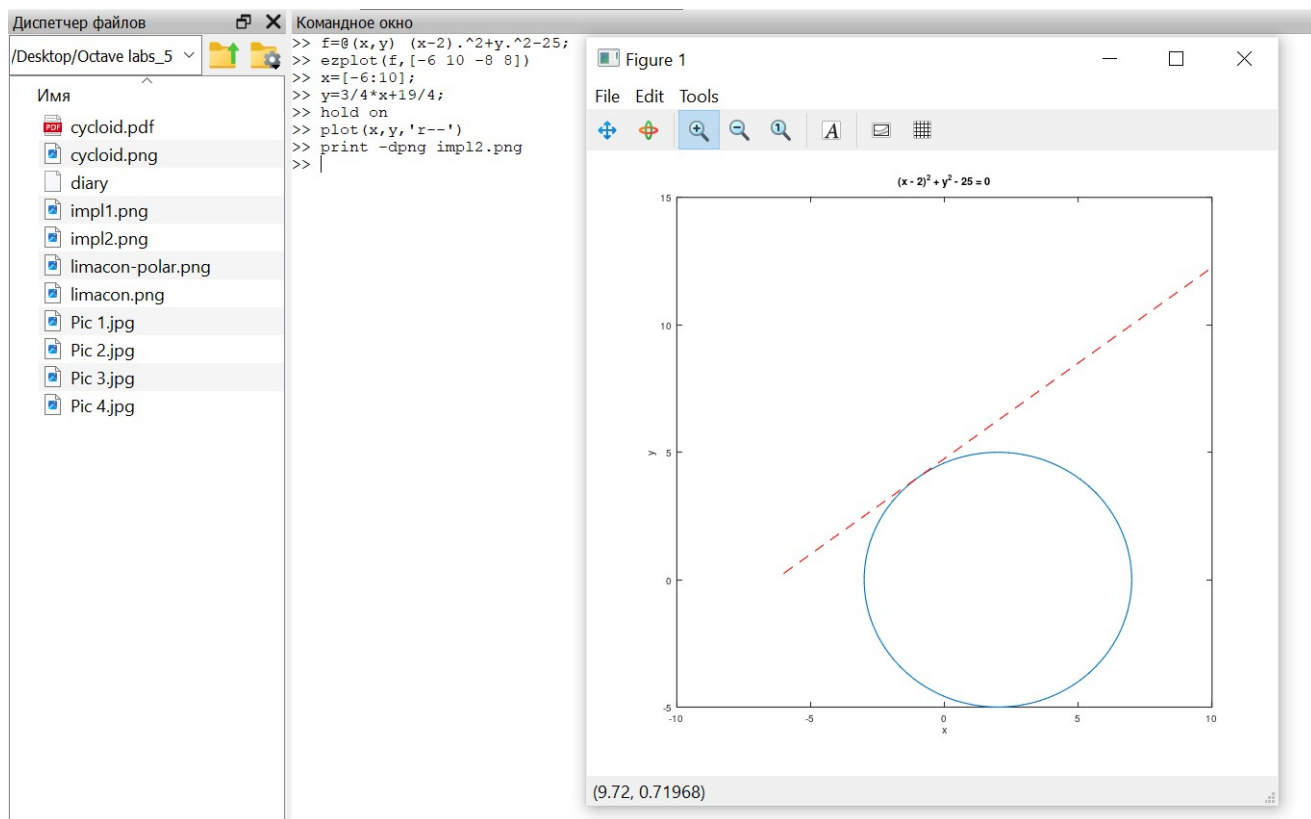


Рис. 3.5: График окружности $(x - 2)^2 + y^2 = 25$ и касательной к нему в точке $(-1, 4)$

Пусть $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Выведем основные арифметические операции с этими комплексными числами (рис. fig. 3.6).

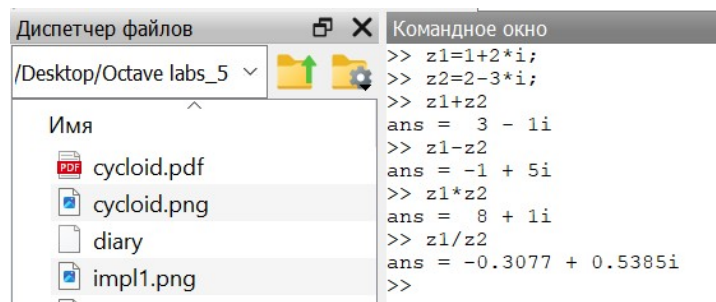


Рис. 3.6: Арифметические операции с комплексными числами

Построим график в комплексной плоскости, используя команду `compass`. Пусть $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Построим графики z_1 , z_2 , $z_1 + z_2$, $z_1 + z_2 + 2$ (рис. fig. 3.7).

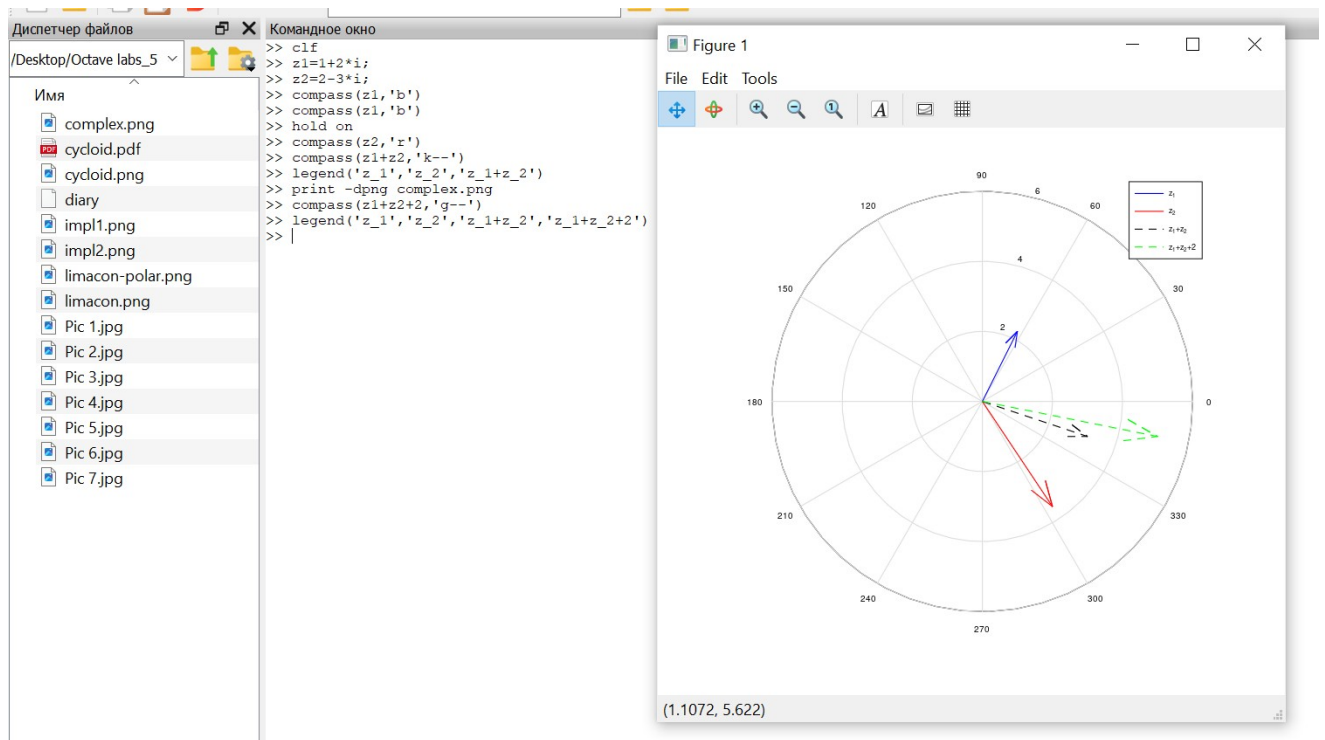
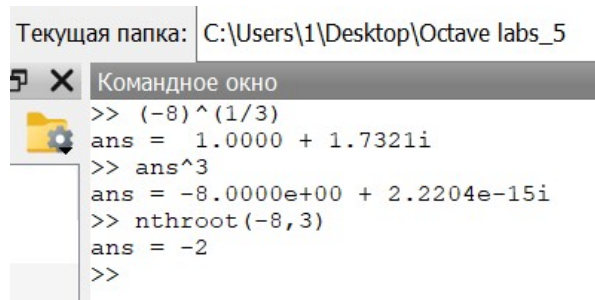


Рис. 3.7: График в комплексной плоскости

Вычислим $\sqrt[3]{-8}$ и проверим ответ. Чтобы вывести просто действительный корень, воспользуемся командой `nthroot` (рис. fig. 3.8).



```
Текущая папка: C:\Users\1\Desktop\Octave labs_5
Командное окно
>> (-8)^(1/3)
ans = 1.0000 + 1.7321i
>> ans^3
ans = -8.0000e+00 + 2.2204e-15i
>> nthroot(-8,3)
ans = -2
>>
```

Рис. 3.8: Кубический корень из отрицательного числа

Гамма-функция определяется как

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Это расширение факториала, так как для натуральных чисел n гамма-функция удовлетворяет соотношению

$$\Gamma(n) = (n-1)!.$$

Построим функции $\Gamma(x+1)$ и $n!$ на одном графике (рис. fig. 3.9).

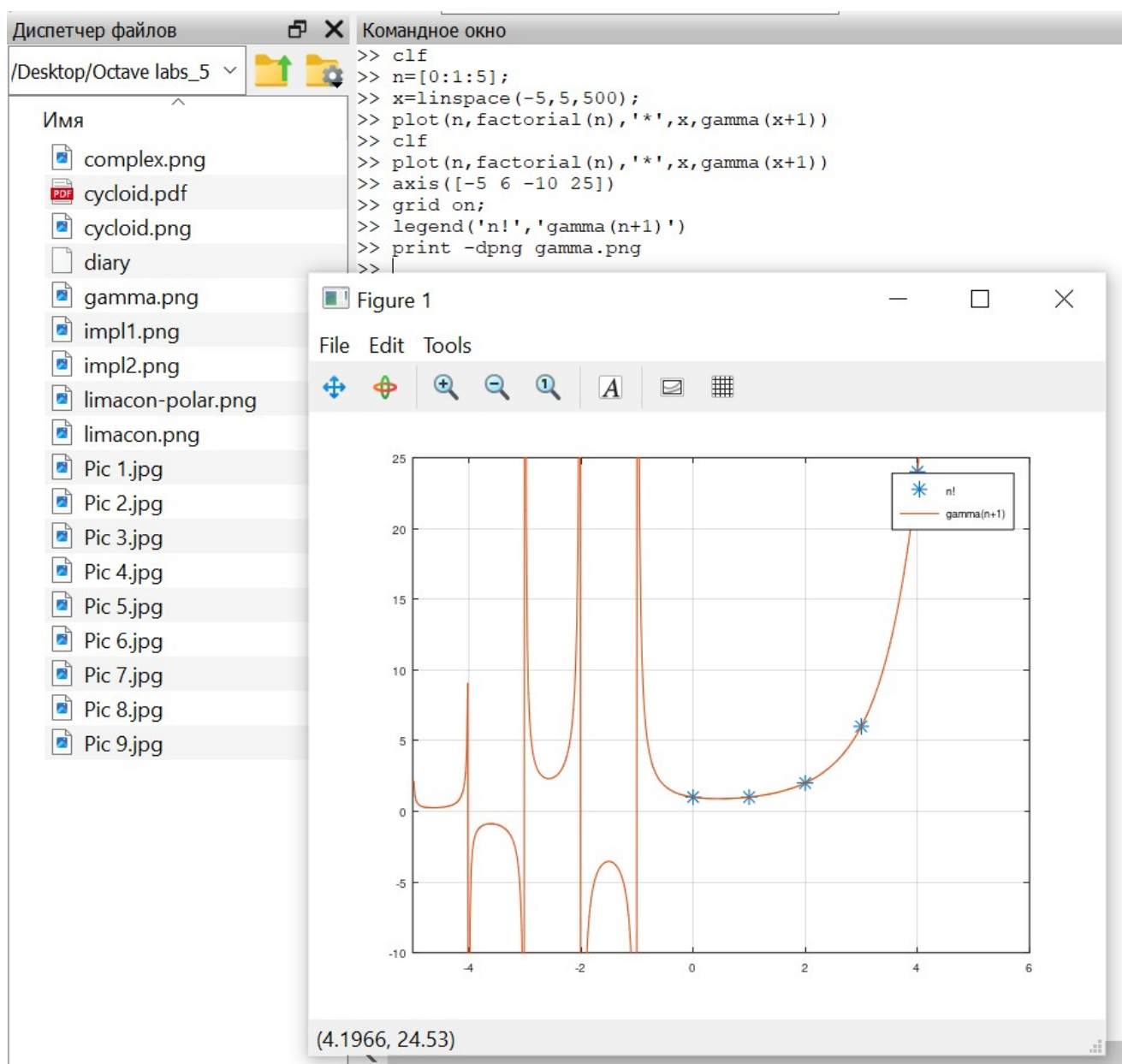


Рис. 3.9: Гамма-функция и факториал

Поскольку вертикальные асимптоты на полученном графике в районе отрицательных чисел не являются истинной частью графика, а являются артефактами вычисления, то для их устранения разделим область значений на отдельные интервалы, что даст более точный график (рис. fig. 3.10).

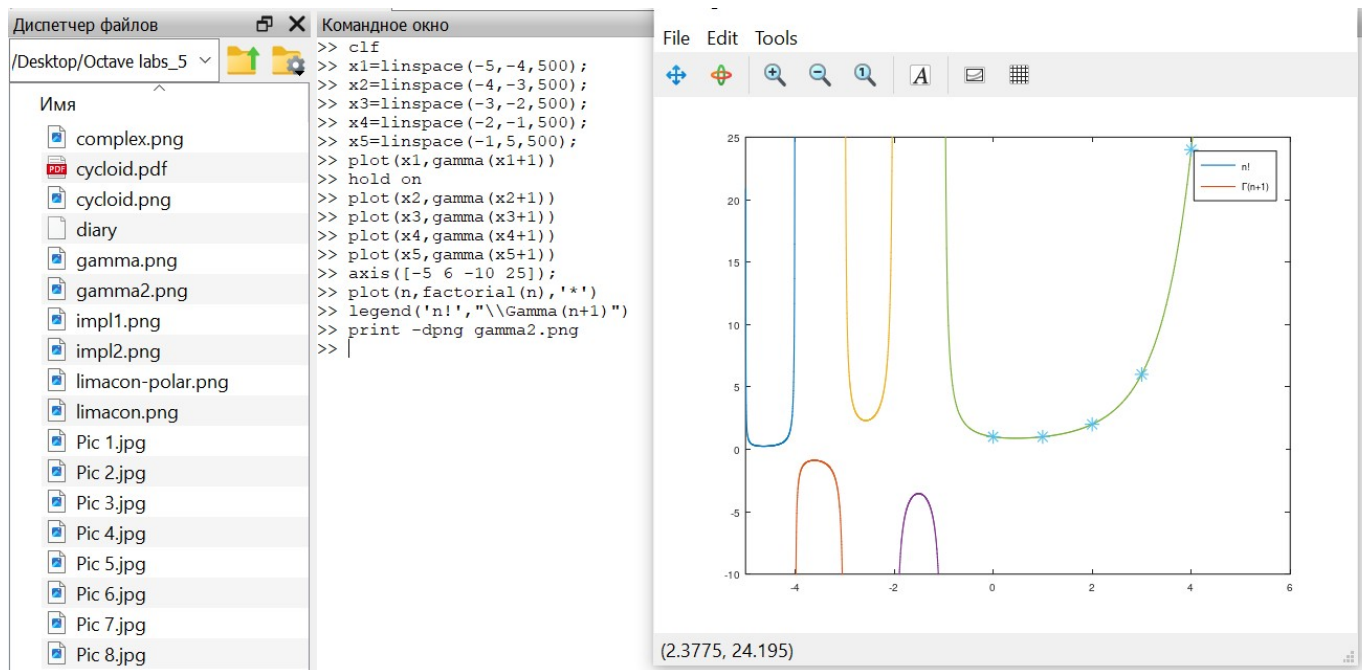


Рис. 3.10: Гамма-функция и факториал (более точный график)

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучила в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

Список литературы