

Лабораторная работа №8

Научное программирование

Александр Дмитриев

Содержание

1	Цель работы	4
2	Теоретическое введение	5
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Вывод	12

Список иллюстраций

3.1	Нахождение собственных значений и векторов матрицы	7
3.2	Получение матрицы с действительными собственными значениями	8
3.3	Нахождение вектора вероятности после 5 шагов	9
3.4	Нахождение вектора вероятности после 5 шагов	9
3.5	Нахождение вектора равновесного состояния	10
3.6	Проверка результата	11

1 Цель работы

Изучить в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).

2 Теоретическое введение

Ненулевой вектор \vec{u} , который при умножении на некоторую квадратную матрицу A превращается в самого же себя с числовым коэффициентом λ , называется **собственным вектором** матрицы A . Число λ называется **собственным значением** или **собственным числом** данной матрицы.

Система называется **цепью Маркова**, если последовательность случайных событий удовлетворяет следующим условиям:

- возможно конечное число состояний,
- через определенные промежутки времени проводится наблюдение и регистрируется состояние системы,
- для каждого состояния задается вероятность перехода в каждое из остальных состояний или вероятность остаться в том же самом состоянии. Существенным предположением является то, что эти вероятности зависят только от текущего состояния.

Для любого начального вектора вероятности x и любого положительного целого числа k вектор вероятности после k периодов времени равен $\vec{y} = T^k \vec{x}$.

Состояние x называется **равновесным**, если $\vec{x} = T\vec{x}$, где T - матрица перехода для цепи Маркова. Равновесное состояние не приводит к изменению состояния в будущем. Каждая цепь Маркова имеет хотя бы одно равновесное состояние.

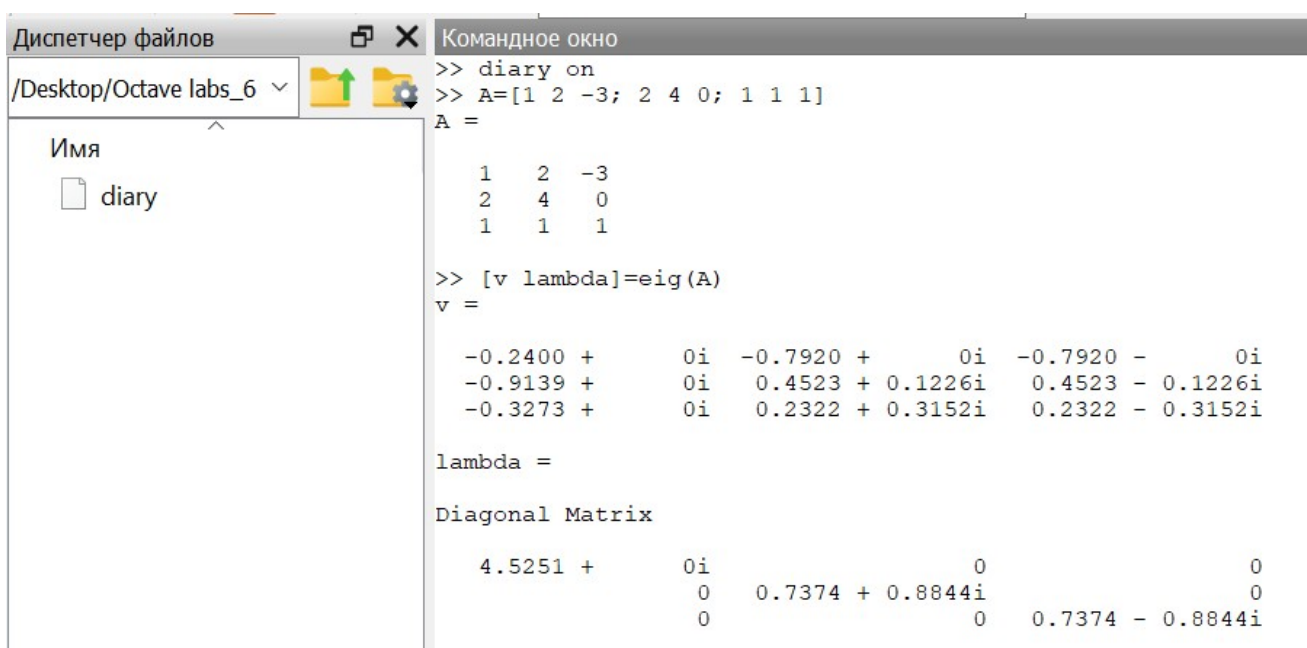
Пусть T - матрица переходов для цепи Маркова. Тогда $\lambda = 1$ является собственным значением T . Если x является собственным вектором для $\lambda = 1$ с

неотрицательными компонентами, сумма которых равна 1, то x является равновесным состоянием для T .

Более подробно см. в `[@Octave_1: bash]` и `[@Octave_2: bash]`.

3 Выполнение лабораторной работы

Найдем собственные значения и собственные векторы заданной матрицы (рис. fig. 3.1).



```
>> diary on
>> A=[1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

    1    2   -3
    2    4    0
    1    1    1

>> [v lambda]=eig(A)
v =

-0.2400 + 0i -0.7920 + 0i -0.7920 - 0i
-0.9139 + 0i  0.4523 + 0.1226i  0.4523 - 0.1226i
-0.3273 + 0i  0.2322 + 0.3152i  0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

 4.5251 + 0i      0      0
      0 0.7374 + 0.8844i      0
      0      0 0.7374 - 0.8844i
```

Рис. 3.1: Нахождение собственных значений и векторов матрицы

Получим матрицу с действительными собственными значениями, создав симметричную матрицу путем умножения матрицы A на транспонированную матрицу A (рис. fig. 3.2).

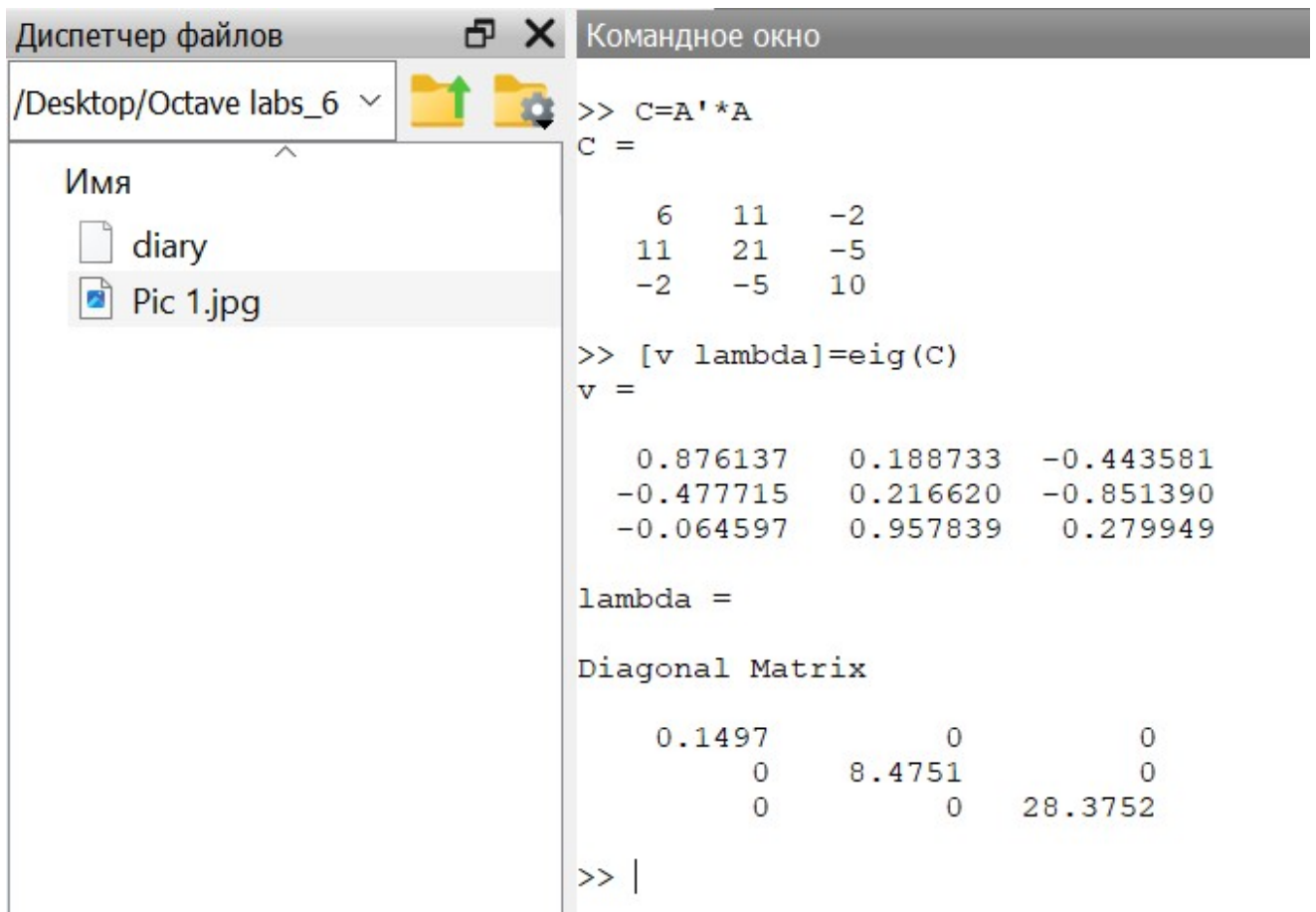


Рис. 3.2: Получение матрицы с действительными собственными значениями

Допустим, что мы случайным образом передвигаемся следующим образом. В состояниях 2, 3 или 4 мы перемещаемся влево или вправо наугад. При достижении конца дороги (состояния 1 или 5) мы останавливаемся. Наша цель - предсказать, где мы окажемся. Для примера случайного блуждания находим вектор вероятности после 5 шагов для каждого из заданных начальных векторов вероятности. Сначала сформируем матрицу переходов. Вероятности будущего состояния вычисляются как $T^k \vec{x}$, где \vec{x} - начальный вектор вероятностей (рис. fig. 3.3) и (рис. fig. 3.4).

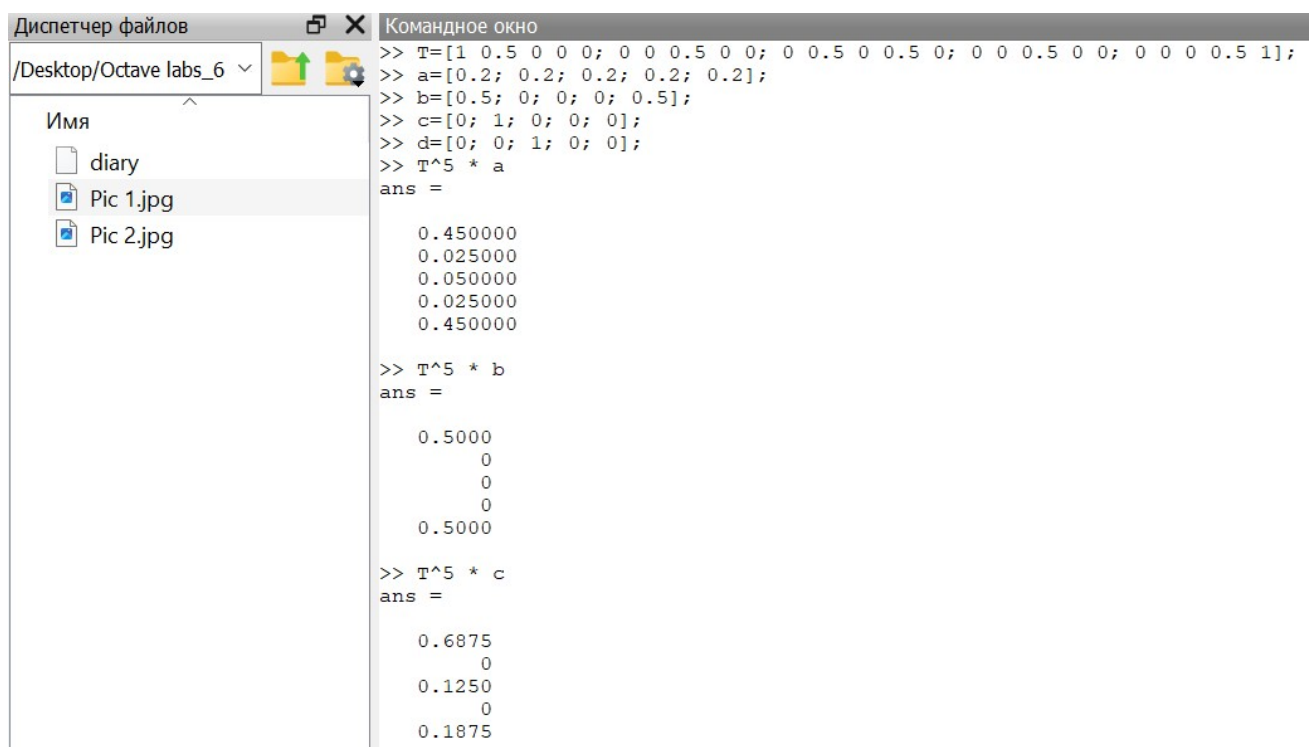


Рис. 3.3: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

```
>> T^5 * d
ans =

    0.3750
    0.1250
         0
    0.1250
    0.3750
```

Рис. 3.4: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

Найдем вектор равновесного состояния для цепи Маркова с заданной переходной матрицей (рис. fig. 3.5).

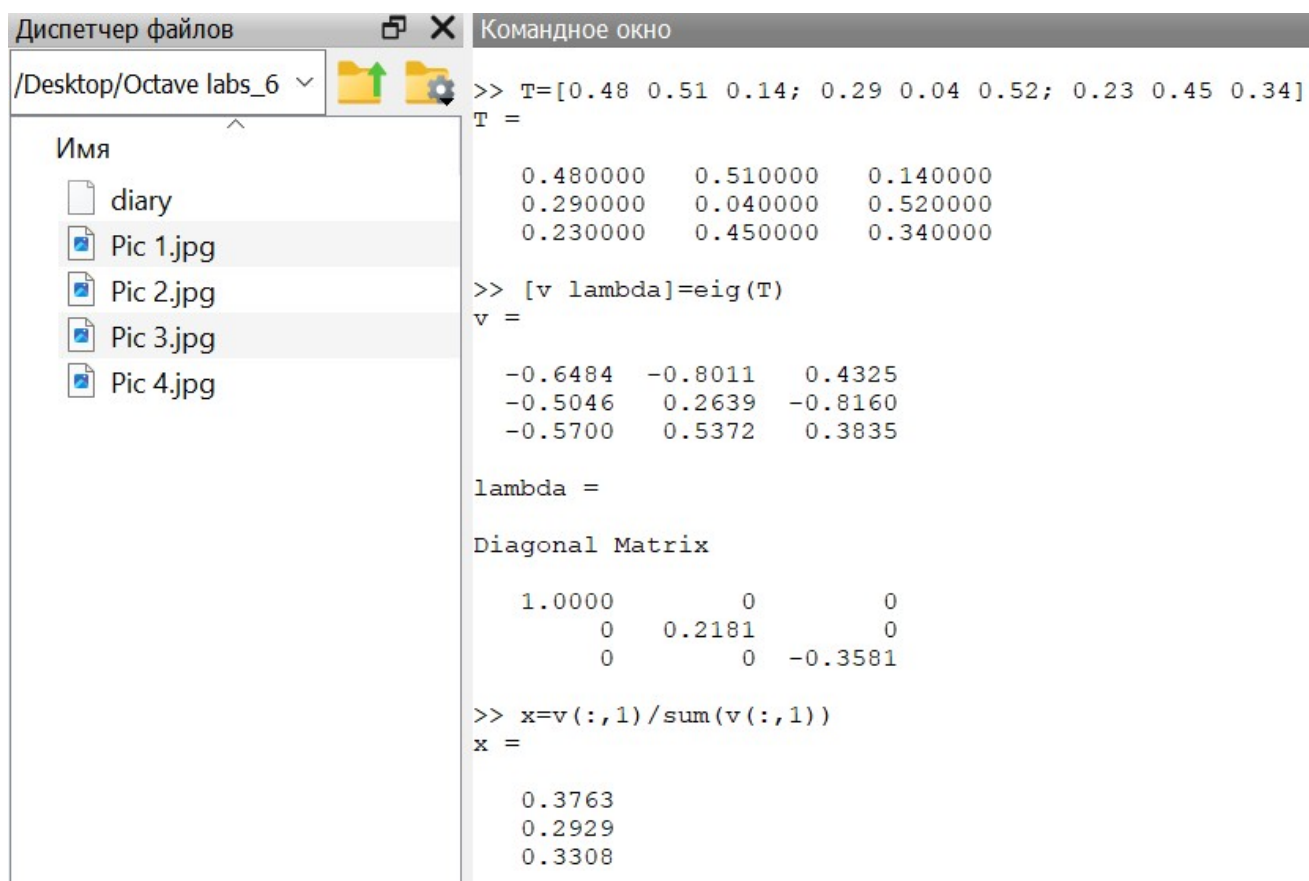


Рис. 3.5: Нахождение вектора равновесного состояния

Проверим правильность полученного результата (рис. fig. 3.6).

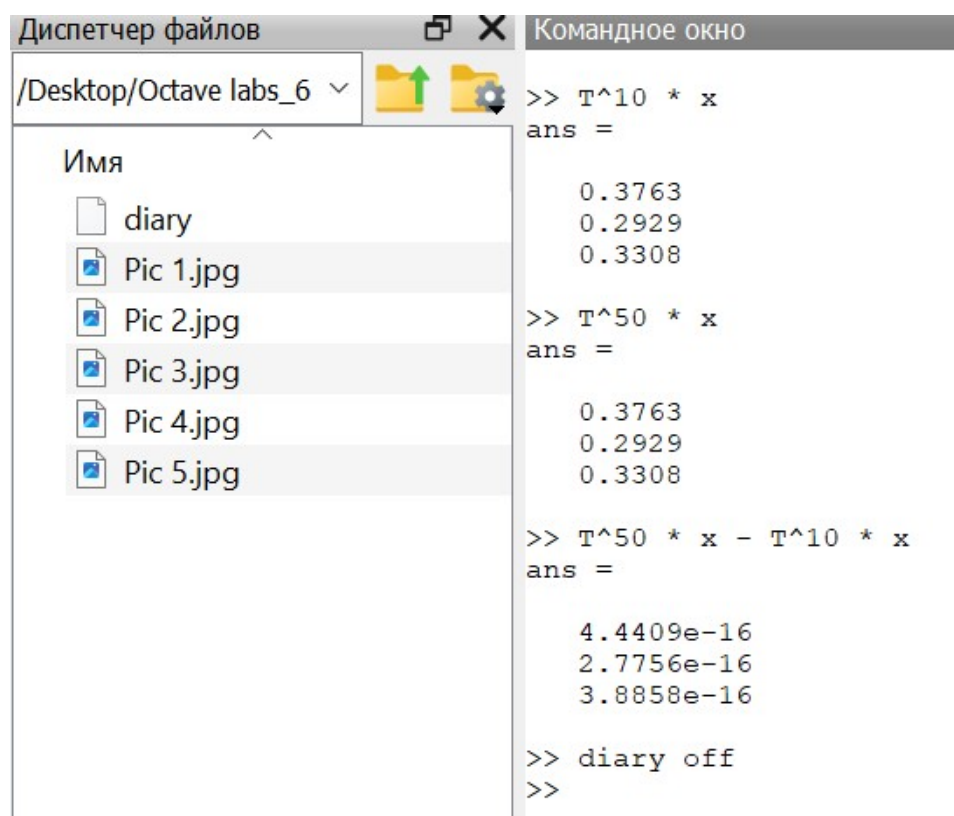


Рис. 3.6: Проверка результата

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).