Лабораторная работа №8

Научное программирование

Александр Дмитриев

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).

# 2 Теоретическое введение

Ненулевой вектор , который при умножении на некоторую квадратную матрицу превращается в самого же себя с числовым коэфиициентом , называется **собственным вектором** матрицы . Число называется **собственным значением** или **собственным числом** данной матрицы.

Система называется **цепью Маркова**, если последовательность случайных событий удовлетворяет следующим условиям:

* возможно конечное число состояний,
* через определенные промежутки времени проводится наблюдение и регистрируется состояние системы,
* для каждого состояния задается вероятность перехода в каждое из остальных состояний или вероятность остаться в том же самом состоянии. Существенным предположением является то, что эти вероятности зависят только от текущего состояния.

Для любого начального вектора вероятности и любого положительного целого числа вектор вероятности после периодов времени равен .

Состояние называется **равновесным**, если , где - матрица перехода для цепи Маркова. Равновесное состояние не приводит к изменению состояния в будущем. Каждая цепь Маркова имеет хотя бы одно равновесное состояние.

Пусть - матрица переходов для цепи Маркова. Тогда является собственным значением . Если является собственным вектором для с неотрицательными компонентами, сумма которых равна , то является равновесным состоянием для .

Более подробно см. в [@Octave\_1:bash] и [@Octave\_2:bash].

# 3 Выполнение лабораторной работы

Найдем собственные значения и собственные векторы заданной матрицы (рис. fig. 1).

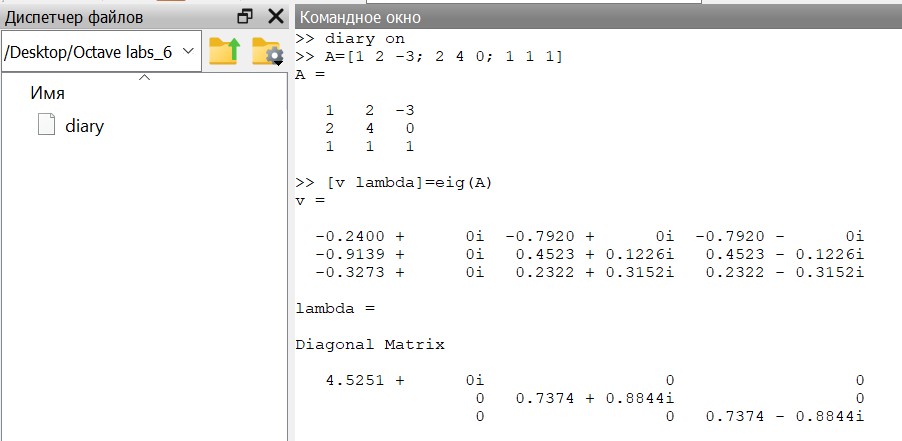


Рис. 1: Нахождение собственных значений и векторов матрицы

Получим матрицу с действительными собственными значениями, создав симметричную матрицу путем умножения матрицы на транспонированную матрицу (рис. fig. 2).

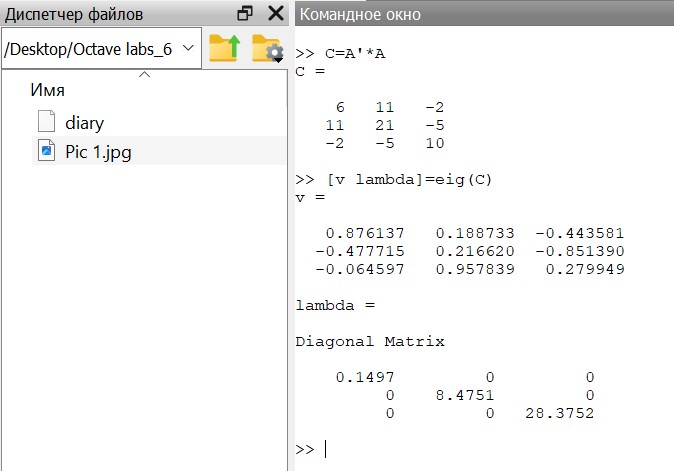


Рис. 2: Получение матрицы с действительными собственными значениями

Допустим, что мы случайным образом передвигаемся следующим образом. В состояниях 2, 3 или 4 мы перемещаемся влево или вправо наугад. При достижении конца дороги (состояния 1 или 5) мы останавливаемся. Наша цель - предсказать, где мы окажемся. Для примера случайного блуждания находим вектор вероятности после 5 шагов для каждого из заданных начальных векторов вероятности. Сначала сформируем матрицу переходов. Вероятности будущего состояния вычисляются как , где - начальный вектор вероятностей (рис. fig. 3) и (рис. fig. 4).

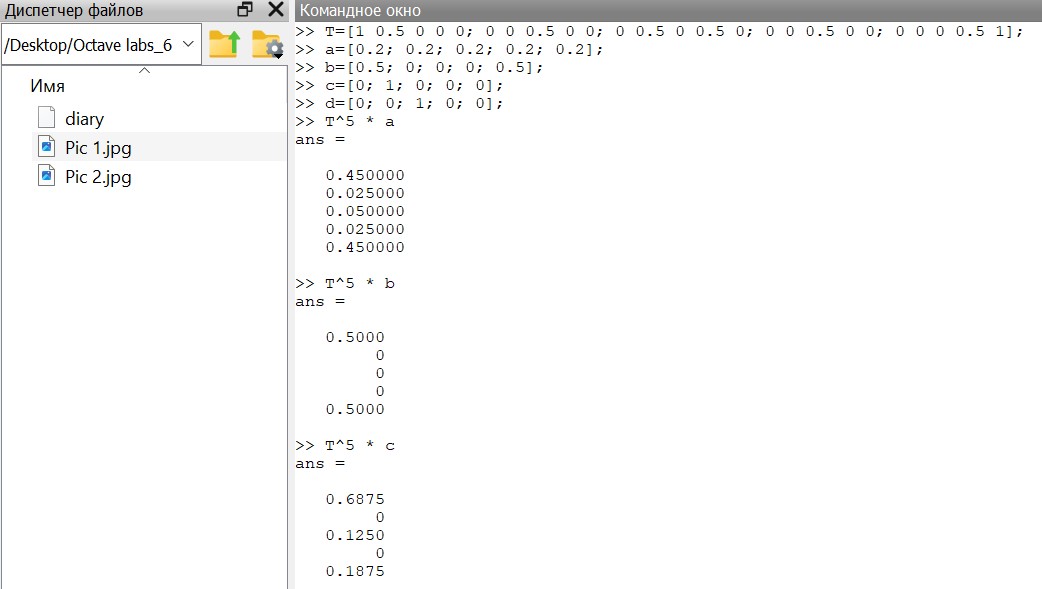


Рис. 3: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

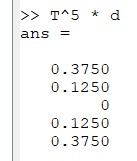


Рис. 4: Нахождение вектора вероятности после 5 шагов

Найдем вектор равновесного состояния для цепи Маркова с заданной переходной матрицей (рис. fig. 5).

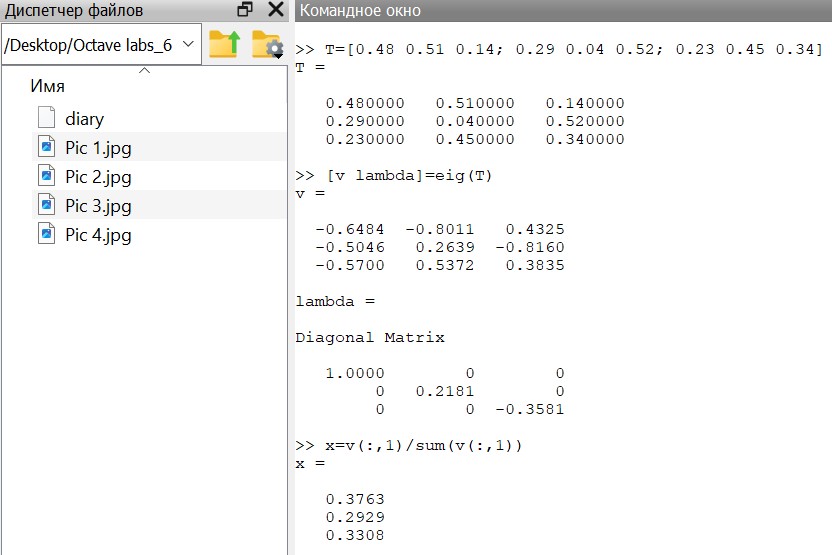


Рис. 5: Нахождение вектора равновесного состояния

Проверим правильность полученного результата (рис. fig. 6).

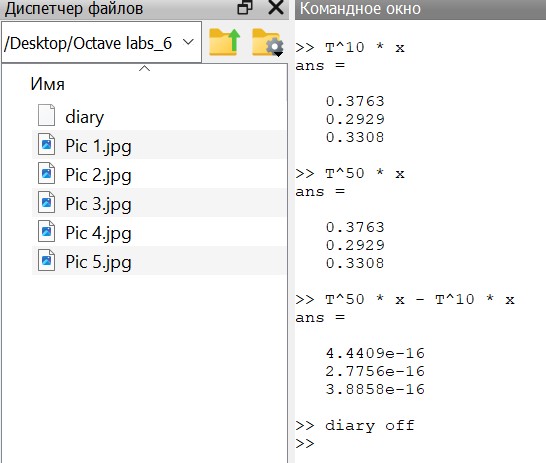


Рис. 6: Проверка результата

# 4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил в Octave методы работы с собственными значениями и собственными векторами, а также с марковскими цепями (случайное блуждание).