Вариант 1

1. ④ $\dfrac{x^2-10x-4}{x^3+2x^2-6x+8}=\dfrac{2}{x+4}-\dfrac{x+2}{x^2-2x+2}$;

$\displaystyle\int\frac{x^2-10x-4}{x^3+2x^2-6x+8}\,dx=2\ln|x+4|-\frac{1}{2}\ln(x^2-2x+2)-3\,\mathrm{arctg}\,(x-1)+C.$

2. ③ Замена $t^3=e^x+1$; $\displaystyle\int\frac{e^x\cos^2\sqrt[3]{1+e^x}}{\sqrt[3]{1+e^x}}\,dx=3\int t\cos^2 t\,dt=\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{4}t\sin 2t+\frac{3}{8}\cos 2t+C.$

3. ④ $dw(M)=\dfrac{dx}{2\sqrt{2}}$, $d^2w(M)=-\dfrac{dx^2}{8\sqrt{2}}-\dfrac{dy^2}{2\sqrt{2}}$; $w=\sqrt{2}+\dfrac{x-1}{2\sqrt{2}}-\dfrac{(x-1)^2}{16\sqrt{2}}-\dfrac{y^2}{4\sqrt{2}}+o\big((x-1)^2+y^2\big).$

4. ④ $\displaystyle L=\sqrt{2}\int\limits_1^2\frac{\sqrt{t^2+1}}{t}\,dt=\sqrt{10}-2+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\ln\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}-\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right).$

5. ⑤ $\displaystyle w_x(0,\,0)=\lim_{x\to0}\frac{w(x,\,0)}{x}=\lim_{x\to0}x^{2/15}=0,\qquad w_y(0,\,0)=\lim_{y\to0}\frac{w(0,\,y)}{y}=\lim_{y\to0}y^{2/15}=0;$

$\displaystyle\left(x^4+y^4-\frac{x^2y^2}{4}\right)^{1/6}\geqslant\left(\frac{7}{16}\right)^{1/6}\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{2/3};\quad |F(x,\,y)|=\frac{w(x,\,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}\leqslant\left(\frac{32}{\sqrt{7}}\right)^{1/3}\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{2/15};$

$\displaystyle\forall\varepsilon>0\quad\exists\,\delta=\left(\left(\frac{\sqrt{7}}{32}\right)^{1/3}\varepsilon\right)^{15/2}>0\quad\forall(x,\,y)\,:\;0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta\quad\to\quad|F(x,\,y)|<\varepsilon$ —

функция дифференцируема в точке $(0,\,0)$.

6. ④ Интеграл расходится при $\alpha=0$, для $\alpha>0$: $f(x)\sim Cx^{2\alpha+1/3}\ln^\alpha x$ при $x\to+\infty$ — интеграл расходится.

При $\alpha<0$: $f(x)\sim\dfrac{C_1}{x^{-4\alpha/3}}$ при $x\to0$; $\quad f(x)\sim\dfrac{C_2}{x^{-3\alpha-1/3}\ln^{-\alpha}x}$ при $x\to+\infty$. $\{\ \alpha>0\ \sim x^{7/3}\ (x\to0)$

Интеграл сходится при $\alpha\in(-3/4,\,-4/9)$.

7. ③ $\displaystyle\sqrt[n]{a_n}\sim\left(1-\frac{7}{6}\frac{1}{n^2}\right)^{n^2};\ \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^{-7/6}<1$; ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится.

8. ⑤ $\displaystyle f(x)=\lim_{n\to\infty}f_n(x)=\frac{x^3}{3},\ x\in E_1\cup E_2;\ g_n(x)=|f_n(x)-f(x)|=\frac{x^3}{3}-n\left(\frac{x}{\sqrt[3]{n}}-\mathrm{arctg}\,\frac{x}{\sqrt[3]{n}}\right);$

$\displaystyle g_n'(x)=\frac{x^4}{x^2+n^{2/3}}>0,\ \sup_{E_1}g_n(x)=g_n(1)=\frac{1}{3}-n\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}-\mathrm{arctg}\,\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)\sim\frac{1}{5n^{2/3}}\to0,\ n\to\infty;$

$\{f_n(x)\}$ сходится равномерно к функции f на множестве E_1.

$x_n=\sqrt[3]{n}\in E_2$ при $n>1$; $g_n(x_n)=n\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{2}{3}\right)\geqslant\dfrac{n}{12}>\dfrac{1}{12}$ при $n>1$;

$\{f_n(x)\}$ не является равномерно сходящейся к функции f на множестве E_2.

9. ④ $f_n(x_0)\leqslant[q_1(x_0)]^n$, где $q_1(x_0)=\left(\dfrac{e}{10}\right)^{1/x_0}<1$; $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q_1(x_0)^n<\infty$,

по признаку сравнения есть поточечная сходимость на $E_1\cup E_2$;

на E_1: $|f_n(x)|\leqslant q^n$, где $q=\dfrac{e}{10}<1$; $\quad\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q^n<\infty$,

по признаку Вейерштрасса на E_1 есть равномерная сходимость;

$x_n=4n+1\in E_2,\ n\geqslant1;\quad f_n(x_n)\to\dfrac{\mathrm{ch}\,(1/4)}{10^{1/4}}>0$ при $n\to\infty$;

на E_2 нет равномерной сходимости.

10. ③ $\displaystyle y=\ln2+\left(\ln3-\frac{1}{2}\right)t+\sum_{k=2}^{\infty}\left[\frac{(-1)^k}{3^{k-1}(k-1)}-\frac{1}{2^kk}\right]t^k,\ t=x-1;\ R=2.$

2016–2017 учебный год, 2 семестр

Вариант 2

1. ④ $\dfrac{-2x^2+x+10}{x^3-5x+12} = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{3x-8}{x^2-3x+4}\right);$

$$\int \frac{-2x^2+x+10}{x^3-5x+12}\,dx = -\frac{1}{2}\ln|x+3| - \frac{3}{4}\ln(x^2-3x+4) + \frac{\sqrt{7}}{2}\operatorname{arctg}\frac{2x-3}{\sqrt{7}} + C.$$

2. ③ Замена $t^2 = 2\operatorname{ch} x$; $\displaystyle\int \operatorname{sh}^2\left(\sqrt{e^x+e^{-x}}\right)\operatorname{sh} x\,dx = -\frac{t^2}{4}+\frac{t}{4}\operatorname{sh} 2t - \frac{1}{8}\operatorname{ch} 2t + C.$

3. ④ $dw(M) = \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}\left(dx+\dfrac{dy}{2}\right)$, $d^2w(M) = -\dfrac{1}{(1+\sqrt{2})^2}\left(dx^2-\sqrt{2}\,dx\,dy+\dfrac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,dy^2\right);$

$$w = \ln(1+\sqrt{2}) + \frac{1}{1+\sqrt{2}}\left((x-1)+\frac{y-1}{2}\right) - \frac{1}{2(1+\sqrt{2})^2}\Big((x-1)^2-\sqrt{2}(x-1)(y-1)+$$
$$+\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}(y-1)^2\Big) + o\left((x-1)^2+(y-1)^2\right).$$

4. ④ $L = \displaystyle\int_1^2 \sqrt{1+\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}}\,dx = \int_1^2 \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}\,dx = \ln\operatorname{sh} x\Big|_1^2 = \ln\frac{\operatorname{sh} 2}{\operatorname{sh} 1}.$

5. ⑤ $w_x(0,\,0) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{w(x,\,0)}{x} = 0,\qquad w_y(0,\,0) = \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{w(0,\,y)}{y} = \lim\limits_{y\to 0} y^{3/40} = 0;$

$$\left(x^4+y^4-\frac{x^2y^2}{3}\right)^{1/5} \geqslant \left(\frac{5}{12}\right)^{1/5}\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{4/5};\quad |F(x,\,y)| = \frac{w(x,\,y)}{\sqrt{x^2+y^2}} \leqslant 2\left(\frac{12}{5}\right)^{1/5}\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^{3/40};$$

$$\forall\varepsilon>0\quad \exists\,\delta = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{5}{12}\right)^{1/5}\varepsilon\right)^{40/3} > 0\quad \forall(x,\,y)\,:\,0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta\quad\to\quad |F(x,\,y)|<\varepsilon\ -$$

функция дифференцируема в точке $(0,\,0)$.

6. ④ При $\alpha = 0$ интеграл расходится, для $\alpha > 0$: $f(x)\sim Cx^{2\alpha}$ при $x\to+\infty$ — интеграл расходится.
Для $\alpha<0$: $f(x)\sim C_1x^{-3\alpha/2}$ при $x\to 0$; $f(x)\sim\dfrac{C_2}{x^{-3\alpha}}$ при $x\to+\infty$.
Интеграл сходится при $\alpha < -1/3$.

7. ③ $\sqrt[n]{a_n}\sim\left(1+\dfrac{1}{8}\dfrac{1}{n^2}\right)^{n^2}$; $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = e^{1/8} > 1$; ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится.

8. ⑤ $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = \dfrac{1}{6x^6}$, $x\in E_1\cup E_2$; $g_n(x) = |f_n(x)-f(x)|$; $g_n(x) = \dfrac{\sin\xi}{24x^2}\cdot\dfrac{1}{nx^2}$, $0<\xi<\dfrac{1}{nx^2}$;
тогда $\sup\limits_{E_2} g_n(x)\leqslant\dfrac{C}{n}\to 0$, $n\to\infty$; $\{f_n(x)\}$ сходится равномерно к f на E_2.
$x_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}\in E_1\ \forall n>1$; $g_n(x_n) > \sin 1 - \dfrac{5}{6} = \varepsilon_0 > 0$;
$\{f_n(x)\}$ не является равномерно сходящейся к функции f на множестве E_1.

9. ④ $f_n(x_0)\leqslant\dfrac{1}{2}\,[q_1(x_0)]^n$, где $q_1(x_0) = \left(\dfrac{e^2}{9}\right)^{1/x_0} < 1$; $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} q_1(x_0)^n < \infty$,
по признаку сравнения есть поточечная сходимость на $E_1\cup E_2$;
на E_1: $|f_n(x)|\leqslant\dfrac{1}{2}q^n$, где $q = \dfrac{e^2}{9} < 1$; $\quad\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} q^n < \infty$,
по признаку Вейерштрасса на E_1 есть равномерная сходимость;
$x_n = 2n\in E_2$, $n\geqslant 1$; $\quad f_n(x_n) = \operatorname{th} 2n\cdot\dfrac{\operatorname{sh}(1)}{3}\geqslant\operatorname{th} 2\cdot\dfrac{\operatorname{sh}(1)}{3} > 0$ при $n\to\infty$;
на E_2 нет равномерной сходимости.

10. ③ $y = \dfrac{1}{\sqrt[5]{2}} + \dfrac{1}{\sqrt[5]{2}}\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{2^k}\left[2C_{-1/5}^{k-1} - C_{-1/5}^{k}\right]t^k$, $t = x-1$; $R = 2$.

2016–2017 учебный год, 2 семестр

Вариант 3

1. ④ $\dfrac{x-3}{x^3+4x^2-3x+10}=\dfrac{1}{4}\Big(\dfrac{x-2}{x^2-x+2}-\dfrac{1}{x+5}\Big);$

$$\int\frac{x-3}{x^3+4x^2-3x+10}\,dx=-\frac{1}{4}\ln|x+5|+\frac{1}{8}\ln(x^2-x+2)-\frac{3}{4\sqrt{7}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-1}{\sqrt{7}}+C.$$

2. ③ Замена $t^2=1+e^x$; $\displaystyle\int e^x\,\mathrm{ch}^2\big(\sqrt{1+e^x}\big)\,dx=\int t(1+\mathrm{ch}\,2t)\,dt=\frac{t^2}{2}+\frac{t}{2}\,\mathrm{sh}\,2t-\frac{1}{4}\,\mathrm{ch}\,2t+C.$

3. ④ $dw(M)=\dfrac{1}{2}(dx+dy)$, $d^2w(M)=-\dfrac{1}{4}(dx+dy)^2$;

$$w=1+\frac{1}{2}\big(x+(y-1)\big)-\frac{1}{8}\big(x^2+2x(y-1)+(y-1)^2\big)+o\big(x^2+(y-1)^2\big).$$

4. ④ Фигура симметрична относительно Oy и $0\leqslant x\leqslant 1$;

$$S=2\int\limits_0^1\big(\sqrt{\mathrm{ch}^2 1-x^2}-x\,\mathrm{sh}\,x\big)\,dx=\mathrm{ch}^2 1\arcsin\frac{1}{\mathrm{ch}\,1}+3\,\mathrm{sh}\,1-2\,\mathrm{ch}\,1.$$

5. ⑤ $w_x(0,\,0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{w(x,\,0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}x=0,\qquad w_y(0,\,0)=\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{w(0,\,y)}{y}=0;$

$$\left(x^4+y^4-\frac{3}{2}x^2y^2\right)^{1/6}\geqslant\frac{1}{\sqrt{2}}\big(\sqrt{x^2+y^2}\big)^{2/3};\quad |F(x,\,y)|=\frac{w(x,\,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}\leqslant 2\sqrt{2}\,\sqrt{x^2+y^2};$$

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\,\delta=\dfrac{\varepsilon}{2\sqrt{2}}>0\quad\forall(x,\,y)\,:\,0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta\quad\to\quad|F(x,\,y)|<\varepsilon$ —

функция дифференцируема в точке $(0,\,0)$.

6. ④ При $\alpha=0$ интеграл расходится, $\alpha>0$: $f(x)\sim Cx^{4\alpha+1/2}$ при $x\to+\infty$ — интеграл расходится.

При $\alpha<0$: $f(x)\sim\dfrac{C_1}{x^{-\alpha/3}}$ при $x\to 0$; $\quad f(x)\sim\dfrac{C_2}{x^{-5\alpha-1/2}}$ при $x\to+\infty$;

интеграл сходится при $\alpha\in(-3,\,-3/10)$.

7. ③ $\sqrt[n]{a_n}\sim\left(1-3\dfrac{1}{n^2}\right)^{n^2}$; $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^{-3}<1$; ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится.

8. ⑤ $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}f_n(x)=\dfrac{x^3}{3}$, $x\in E_1\cup E_2$; $g_n(x)=|f_n(x)-f(x)|=\left|\dfrac{x^3}{3}-n\left(\dfrac{x}{\sqrt[3]{n}}-\mathrm{th}\,\dfrac{x}{\sqrt[3]{n}}\right)\right|$;

на E_1: $g_n(x)=\left|\mathrm{th}^{(4)}(\xi)\,\dfrac{x^4}{24n^{1/3}}\right|\leqslant\dfrac{C}{n^{1/3}}$, $\sup\limits_{E_1}g_n(x)\leqslant\dfrac{C}{n^{1/3}}\to 0$ при $n\to\infty$;

$\{f_n(x)\}$ сходится равномерно к функции f на множестве E_1.

$x_n=\sqrt[3]{n}\in E_2$ при $n>1$; $g_n(x_n)=\left(\mathrm{th}\,1-\dfrac{2}{3}\right)n>\mathrm{th}\,1-\dfrac{2}{3}$ при $n>1$;

$\{f_n(x)\}$ не является равномерно сходящейся к функции f на множестве E_2.

9. ④ $f_n(x_0)\leqslant\dfrac{\pi}{2}\,[q_1(x_0)]^n$, где $q_1(x_0)=\left(\dfrac{e}{3}\right)^{1/x_0}<1$; $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q_1(x_0)^n<\infty$,

по признаку сравнения есть поточечная сходимость на $E_1\cup E_2$;

на E_1: $|f_n(x)|\leqslant\dfrac{\pi}{2}q^n$, где $q=\dfrac{e}{3}<1$; $\quad\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q^n<\infty$,

по признаку Вейерштрасса на E_1 есть равномерная сходимость;

$x_n=n\in E_2$, $n>1$; $\quad f_n(x_n)=\mathrm{arctg}\,n\,\dfrac{\mathrm{ch}\,(1)}{3}\geqslant\dfrac{\pi}{4}\,\dfrac{\mathrm{ch}\,(1)}{3}$;

на E_2 нет равномерной сходимости.

10. ③ $y=\ln 2+\left(\ln 5-\dfrac{1}{2}\right)t+\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\left[\frac{(-1)^k}{5^{k-1}(k-1)}-\frac{1}{2^k k}\right]t^k$, $t=x-2$; $R=2$.

Вариант 4

1. ④ $\dfrac{x^2-x-4}{2x^3+4x^2+3x+1}=\dfrac{5x-2}{2x^2+2x+1}-\dfrac{2}{x+1}$;

$$\int\frac{x^2-x-4}{2x^3+4x^2+3x+1}\,dx=-2\ln|x+1|+\frac{5}{4}\ln(2x^2+2x+1)-\frac{9}{2}\operatorname{arctg}(2x+1)+C.$$

2. ③ Замена $t^2=2\operatorname{sh}x$; $\displaystyle\int\sin^2\bigl(\sqrt{e^x-e^{-x}}\bigr)\operatorname{ch}x\,dx=\frac{1}{4}t^2-\frac{t}{4}\sin 2t-\frac{1}{8}\cos 2t+C.$

3. ④ $dw(M)=\dfrac{1}{1+e}(e\,dx+dy)$, $d^2w(M)=\dfrac{1}{(1+e)^2}\bigl(e\,dx^2+2\,dx\,dy-(2+e^{-1})\,dy^2\bigr)$;

$$w=\ln(1+e)+\frac{1}{1+e}\bigl(e(x-1)+(y-1)\bigr)+\frac{1}{2(1+e)^2}\bigl(e(x-1)^2+2(x-1)(y-e)-$$
$$-(2+e^{-1})(y-e)^2\bigr)+o\bigl((x-1)^2+(y-e)^2\bigr).$$

4. ④ В полярных координатах: $r=2(\cos\varphi\sin\varphi)^{3/2}$; кривая расположена в I и III квадрантах;

$$S=2\left(\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}r^2(\varphi)\,d\varphi\right)=\int_0^{\pi/2}4\cos^3\varphi\sin^3\varphi\,d\varphi=\Bigl|\sin\varphi=t\Bigr|=4\int_0^1 t^3(1-t^2)\,dt=\frac{1}{3}.$$

5. ⑤ $w_x(0,\,0)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{w(x,\,0)}{x}\lim\limits_{x\to0}x^{7/6}=0,\qquad w_y(0,\,0)=\lim\limits_{y\to0}\dfrac{w(0,\,y)}{y}=\lim\limits_{y\to0}y^{7/6}=0;$

$$\left(x^4+y^4-\frac{5x^2y^2}{4}\right)^{1/3}\geqslant\sqrt[3]{\frac{3}{16}}\bigl(\sqrt{x^2+y^2}\bigr)^{4/3};\quad |F(x,\,y)|=\frac{w(x,\,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}\leqslant2\sqrt[3]{\frac{16}{3}}\bigl(\sqrt{x^2+y^2}\bigr)^{1/6};$$

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta=\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3}{16}}\,\varepsilon\right)^6>0\quad\forall(x,\,y)\,:\,0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta\quad\to\quad|F(x,\,y)|<\varepsilon\,-$$

функция дифференцируема в точке $(0,\,0)$.

6. ④ При $\alpha=0$ интеграл расходится, $\alpha>0$: $f(x)\sim Cx^{3\alpha/2}$ при $x\to+\infty$ — интеграл расходится.
Для $\alpha<0$: $f(x)\sim\dfrac{C_1}{x^{-5\alpha/3}}$ при $x\to+0$; $f(x)\sim\dfrac{C_2}{x^{-5\alpha/2}}$ при $x\to+\infty$.
Интеграл сходится при $\alpha\in(-3/5,\,-2/5)$.

7. ③ $\sqrt[n]{a_n}\sim\left(1+\dfrac{1}{18}\dfrac{1}{n^2}\right)^{n^2}$; $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^{1/18}>1$; ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится.

8. ⑤ $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}f_n(x)=\dfrac{1}{6x^3}$, $x\in E_1\cup E_2$; $g_n(x)=|f_n(x)-f(x)|=\dfrac{\operatorname{sh}\xi}{24x^3}\cdot\dfrac{1}{x\sqrt{n}}$, $0<\xi<\dfrac{1}{x\sqrt{n}}$;

на E_2 верно $0<\xi<\dfrac{1}{x\sqrt{n}}\leqslant\dfrac{1}{\sqrt{n}}$, поэтому $\sup\limits_{E_2}g_n(x)\leqslant\dfrac{C}{n}\to0$, $n\to\infty$;

$\{f_n(x)\}$ сходится равномерно к f на E_2;

$x_n=\dfrac{1}{\sqrt{n}}\in E_1$ $\forall n>1$; $g_n(x_n)>\operatorname{sh}1-\dfrac{7}{6}=\varepsilon_0>0$;

$\{f_n(x)\}$ не является равномерно сходящейся к функции f на множестве E_1.

9. ④ $f_n(x_0)\leqslant\dfrac{1}{2}\,[q_1(x_0)]^n$, где $q_1(x_0)=\left(\dfrac{\sqrt{e}}{2}\right)^{1/x_0}<1$; $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q_1(x_0)^n<\infty$,

по признаку сравнения есть поточечная сходимость на $E_1\cup E_2$;

на E_1: $|f_n(x)|\leqslant\dfrac{1}{2}\,q^n$, где $q=\dfrac{\sqrt{e}}{2}<1$; $\quad\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q^n<\infty$,

по признаку Вейерштрасса на E_1 есть равномерная сходимость;

$x_n=n/2\in E_2$, $n>2$; $\quad f_n(x_n)=\dfrac{\operatorname{sh}(1)}{4}>0$ при $n\to\infty$;

на E_2 нет равномерной сходимости.

10. ③ $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{6}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{6}}\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{6^k}\left[6C_{-1/3}^{k-1}+C_{-1/3}^{k}\right]t^k$, $t=x-2$; $R=6$.