РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 14 июня 2017 г.

1А. (*Колесов Ю.И.*) Двумерное распределение Максвелла: $f(v) = \frac{mv}{kT}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$. Средний модуль скорости $\bar{v} = \int\limits_0^\infty vf(v)dv = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\frac{kT}{m}}$. Средний квадрат (по теореме о равнораспределении по степеням свободы): $\overline{v^2} = 2\frac{kT}{m}$. Среднеквадратичная флуктуация: $\sqrt{\overline{\Delta v^2}} = \sqrt{\overline{v^2} - \bar{v}^2} = \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}\sqrt{\frac{kT}{m}}$, относительное значение $\boxed{\sqrt{\overline{\Delta v^2}}/\bar{v} = \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1} \approx 0{,}52}$.

2А. (*Быков А.А., Попов П.В.*) Работа газа: $A = \int P\,dV = R(T+\theta)\ln\frac{V_1}{V_0} = 8{,}31\cdot 300\cdot 1{,}1 \approx 2{,}74$ кДж. Пользуясь соотношением $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = \frac{RT}{V} - \frac{R(T+\theta)}{V} = -\frac{R\theta}{V}$, находим $\Delta U = -R\theta\ln\frac{V_1}{V_0} = -\frac{\theta}{T+\theta}A \approx \boxed{-0{,}27\text{ кДж}}$. Подведённая теплота $Q = A + \Delta U = RT\ln\frac{V_1}{V_0} \approx \boxed{2{,}47\text{ кДж}}$.

3А. (*Овчинкин В.А.*) Масса содержимого $m = \frac{\mu P_1 V}{RT_1} = \frac{18\cdot 1{,}43\cdot 10^{-3+5-3}}{8{,}31\cdot 3{,}83\cdot 10^2} \approx 0{,}809$ г. Объёмом жидкой фазы можно заведомо пренебречь, поэтому масса пара после охлаждения $m_\text{п} = \frac{\mu P_2 V}{RT_2} = m\frac{P_2}{P_1}\frac{T_1}{T_2} \approx 809\frac{383}{1{,}43\cdot 373} \approx 0{,}581$ г, масса жидкости $\boxed{m_\text{ж} = m - m_\text{п} \approx 0{,}228\text{ г}}$. Так как процесс происходил при постоянном объёме, количество теплоты равно изменению внутренней энергии:

$$Q = U_2 - U_1 = m_\text{п}u_{\text{п}2} + m_\text{ж}u_{\text{ж}2} - mu_{\text{п}1} = m(u_{\text{п}2} - u_{\text{п}1}) - m_\text{ж}(u_{\text{п}2} - u_{\text{ж}2}),$$

где $u_{\text{п,ж}}$ — удельные энергии пара и жидкости в начальном (1) и конечном (2) состояниях. Поскольку водяной пар — многоатомный газ, для него имеем $u_{\text{п}2} - u_{\text{п}1} = \frac{3R(T_2 - T_1)}{\mu} \approx -14$ Дж/г. Кроме того $u_{\text{п}2} - u_{\text{ж}2} \approx \Lambda - P_2V/m_\text{п} = \Lambda - \frac{RT_2}{\mu} \approx 2260\cdot 10^3 - 177 \approx 2083$ Дж/г. (см. нулевку 12 из задания). Отсюда находим $Q = -0{,}809\cdot 14 - 0{,}228\cdot 2083 \approx \boxed{-487\text{ Дж}}$.

4А. (*Смирнова О.И.*) В кнудсеновском (молекулярном) режиме течение газа через капилляр описывается диффузионным законом с коэффициентом $D = \frac{1}{3}2r\bar{v}$. Поэтому поток частиц через сечение капилляра равен $J_\text{к} = D\frac{n_\text{ф} - n_0}{L}\cdot\pi r^2 \approx \frac{2}{3}\pi r^3\bar{v}\frac{P_\text{ф}}{kTL}$, где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \approx 462$ м/с. Полагая, что скорость натекания газа в баллон J_0 (течи и десорбция) не зависит от давления в системе, получаем $V\frac{dn_1}{dt} = \frac{V}{k_\text{Б}T}\frac{\Delta P}{\tau_1} = J_0$ и $V\frac{dn_2}{dt} = \frac{V}{k_\text{Б}T}\frac{\Delta P}{\tau_2} = J_0 + J_\text{к}$, где $\Delta P = 3P_0$. Отсюда находим $J_\text{к} = \frac{V\Delta P}{kT}\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right)$, и $r = \left(\frac{9}{2\pi}V\frac{P_0}{P_\text{ф}}\frac{L}{\bar{v}}\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right)^{1/3} \approx (2\cdot 10^{-10}\text{ м}^3)^{1/3} \approx \boxed{0{,}6\text{ мм}}$.
Примечание: время диффузии по капилляру $L^2/2D \sim 0{,}025$ с, так что процессами установления можно пренебречь.

5А. (*Аникин Ю.А.*) Поскольку $\mu B_0 \gg kT$, вначале практически все ионы находились на одном (нижнем) уровне, поэтому их энтропия была равна нулю, $S_0 \approx 0$. После размагничивания ионы с равной вероятностью распределились по всем $2s + 1 = 8$ состояниям. В итоге энтропия соли увеличилась на $\Delta S = S_1 - S_0 = -kN\sum\limits_{i=1..8} w_i\ln w_i = -R\sum\limits_{i=1..8}\frac{1}{8}\ln\frac{1}{8} = \boxed{R\ln 8}$, и поскольку процесс квазистатический, соль поглотила $Q = T\Delta S = \boxed{RT\ln 8}$.

1Б. (*Колесов Ю.И.*) Двумерное распределение по энергиям: $g(\varepsilon) = f(v(\varepsilon))\frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{1}{k_\text{Б}T}e^{-\frac{\varepsilon}{k_\text{Б}T}}$. Средний квадрат энергии $\overline{\varepsilon^2} = \int\limits_0^\infty g(\varepsilon)\varepsilon^2 d\varepsilon = 2(k_\text{Б}T)^2$. Средняя энергия $\bar{\varepsilon} = kT$. Флуктуация: $\boxed{\sqrt{\overline{\Delta\varepsilon^2}} = k_\text{Б}T}$.

2Б. (*Быков А.А., Попов П.В.*) Аналогично 1А находим $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -\frac{R\theta}{V}$, откуда, поскольку газ одноатомный, имеем $\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T - R\theta\ln\frac{V_1}{V_0} = R\left(\frac{3}{2}\Delta T - \theta\ln\frac{T_1+\theta}{T_0+\theta}\right) \approx 8{,}31\cdot 30\cdot(1{,}5 - 0{,}1) \approx \boxed{350\text{ Дж}}$.
Работа газа $A = P\Delta V = R\Delta T \approx 250$ Дж. Теплота $Q = \Delta U + A = \frac{5}{2}R\Delta T - R\theta\ln\frac{T_1+\theta}{T_0+\theta} \approx \boxed{600\text{ Дж}}$.

3Б. (*Попов П.В.*) Конечную температуру найдём из уравнения Клапейрона–Клаузиуса для идеального газа: $\ln\frac{P_1}{P_0} = \frac{\Lambda}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)$, откуда

$$T_1 = T_0\left(1 - \frac{RT_0}{\Lambda}\ln\frac{P_1}{P_0}\right)^{-1} \approx T_0\left(1 + \frac{RT_0}{\Lambda}\ln\frac{P_1}{P_0}\right) \approx 1{,}053T_0 \approx \boxed{393\ \text{К}}.$$

Отсюда находим начальное количество пара $\nu_{\text{п}} = \frac{P_0}{P_1}\frac{T_1}{T_0}\nu \approx 0{,}53\nu$, и жидкой воды $\nu_{\text{ж}} = \nu - \nu_{\text{п}} \approx$ $\approx 0{,}47\nu$. Аналогично 3А имеем $\Delta U = \nu u_{\text{п1}} - (\nu_{\text{ж}}u_{\text{ж0}} + (\nu - \nu_{\text{ж}})u_{\text{п0}}) = \nu(u_{\text{п1}} - u_{\text{п0}}) + \nu_{\text{ж}}(u_{\text{п0}} - u_{\text{ж0}})$, где $\nu_{\text{ж}}(u_{\text{п0}} - u_{\text{ж0}}) = \nu_{\text{ж}}(\Lambda - RT_0) \approx 0{,}47\cdot 10^{-3}\cdot(40{,}5\cdot 10^3 - 8{,}31\cdot 373) \approx 17{,}8$ Дж, и $\nu(u_{\text{п1}} - u_{\text{п0}}) =$ $= 3\nu R(T_1 - T_0) = 10^{-3}\cdot 3\cdot 8{,}31\cdot 20 \approx 0{,}5$ Дж. Окончательно $\boxed{\Delta U \approx 18{,}3\ \text{Дж}}$.

4Б. (*Смирнова О.И.*) Аналогично 4А коэффициент диффузии по капилляру $D = \frac{1}{3}d\bar{v}$, поток $J_{\text{к}} \approx \frac{\pi d^3}{12}\bar{v}\frac{P_{\text{ф}}}{kTL}$, $\bar{v} \approx 468$ м/с. Для баланса потоков имеем $\beta_1\frac{VP_0}{kT} = J_0$, и $\beta_2\frac{VP_0}{kT} = J_0 + J_{\text{к}}$. Отсюда $J_{\text{к}} = \frac{VP_0}{kT}(\beta_2 - \beta_1)$, и $V = \frac{\pi d^3}{12}\frac{P_{\text{ф}}}{P_0}\frac{\bar{v}}{L(\beta_2 - \beta_1)} \approx \boxed{1{,}16\ \text{л}}$.

5Б. (*Аникин Ю.А., Попов П.В.*) Так как $T \ll \theta$, до введения катализатора практически весь ортоводород равновероятно распределен по $n_l = (2\cdot 1+1)(2\cdot 1+1) = 9$ состояниям с $l = 1$ и энергией $E_1 = 2k_{\text{Б}}\theta$. Следовательно (см. 5А), начальная вращательная энтропия газа равна $S_1 = R\ln 9$. После установления термодинамического равновесия практически все молекулы окажутся в основном состоянии, поэтому конечная энтропия $S_2 \approx 0$. Таким образом, $\boxed{\Delta S = -R\ln 9}$ (энтропия газа уменьшается). При этом выделится энергия $\Delta E = 2R\theta$, которая и будет передана в виде тепла термостату ($A = 0$): $\boxed{Q = 2R\theta}$.

Примечания: 1) процесс неравновесный, поэтому $T\Delta S \neq Q$; 2) ответ $\Delta S < 0$ не противоречит второму началу, поскольку для изменения энтропии термостата имеем $\Delta S_{\text{т}} = 2R\theta/T$ и, следовательно, для всей системы $\Delta S + \Delta S_{\text{т}} > 0$ при $\theta \gg T$.

Инструкция для проверяющих

Каждая задача оценивается согласно таблице:

$+$	**1,0**	Задача решена верно: приведено *обоснованное* решение и даны правильные ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок или описок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке или знаке величины.
$+_{(-)}$	**0,8**	Ход решения верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит существенные недочеты: арифметические ошибки, влияющие на порядок или знак ответа; ошибки в размерности; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства; ошибки в выкладках, не влияющие на ход решения, и т. п.
$\pm$	**0,5**	Задача решена частично, либо решение содержит ошибки: вычислительные или логические ошибки, влияющие на ход решения; не учтены второстепенные факторы, влияющие на ответ; ошибки в применении основных законов, не влияющие на ход решения и т. п.
$\mp$	**0,2**	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: *все* необходимые для решения физические законы сформулированы и применены к задаче.
$-$	**0**	Задача не решена, при этом основные законы перечислены не полностью или с грубыми ошибками, либо использованы законы, не имеющие отношения к задаче. / Решение задачи не соответствует условию. / Попытки решить задачу не было.

Оценка за письм. работу = удвоенная сумма по задачам, округленная в сторону ближайшего целого.

К оценке за письменную работу добавляются баллы за задания: «отл»: +2 б./задание; «хор»: +1 б./задание; «удовл»: +0 б./задание; не сдано: −3 б./задание. Итог N определяет *максимальную* оценку на устном экзамене (N может превысить 10, но максимальная оценка всегда “отл(10)”; N может быть отрицательным, но минимальная оценка всегда “неуд(1)”).

Если есть подозрения, что задача списана, рядом с оценкой ставится знак вопроса.

Примеры заполнения:

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	Σ	Оценка
+	±	±	∓	−	2,2	*уд(4)*

1 зад.	2 зад.	Итог
+2	−3	3

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	Σ	Оценка
+	+	$+_{(-)}$	±	±	3,8	*отл(8)*

1 зад.	2 зад.	Итог
+2	+1	11

В примере слева максимально возможная оценка на устном экзамене — удовл(3), справа — отл(10).

Обсуждение замечаний, критериев проверки и результатов — на форуме кафедры board.physics.mipt.ru. Итоговое обсуждение — **19 июня в 8:45 в Главной физ. ауд.**