

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2015–2016 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. (4) Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 1)$  функции  $z(x, y) = \cos \operatorname{sh} xy^2 + y^3$ . Разложить функцию  $z = z(x, y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y - 1)^2)$ .

2. (3) Найти работу силы  $\bar{F} = \begin{pmatrix} xy \\ x \end{pmatrix}$  вдоль кривой  $y = \operatorname{sh} x$ ,  $x \in [1, 2]$ .

3. (4) Исследовать на дифференцируемость функцию  $f(x, y) = \begin{cases} |y|^{5/4} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}, & x \neq \frac{\pi}{2}; \\ \arctg y - y, & x = \frac{\pi}{2}; \end{cases}$  в заданной точке  $M_0(\pi/2, 0)$ .

4. (4) Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \arcsin \frac{x^4 - 2}{x^4 + 2}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

5. (3) Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \cos \sqrt{\frac{2}{n}} + \frac{1}{n+2} \right)^{n^3}$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) (4)} \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x^5}{\operatorname{sh}^\alpha x \ln^2 \operatorname{ch} x} dx; \quad \text{б) (6)} \int_2^{+\infty} \frac{\sin 3x}{(x - \arctg x)^\alpha \ln^2 x} dx.$$

Строго сформулировать все используемые в исследовании утверждения.

7. Выяснить являются ли сходящимися и равномерно сходящимися на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$

а) (5) функциональная последовательность  $f_n(x) = n(e^{x/n} - 1)$ ;

б) (5) функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}} \arctg \frac{nx}{n^2 + x^2}$ .

8. (4) На множестве  $E = [1, +\infty)$  исследовать на равномерную непрерывность функцию  $f(x) = \sqrt{x} \sin^2 x$ .

МФТИ – 61

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_

(Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**  
 Курс **1** Семестр **2** 2015–2016 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции  $z(x, y) = \operatorname{arctg}(e^{xy} - 1) + x^2$  в точке  $M(1, 0)$ . Разложить функцию  $z = z(x, y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x - 1)^2 + y^2)$ .

2. ③ Найти массу кривой  $\Gamma$ , если известна ее линейная плотность  $\rho(x, y) = x + y$ , а кривая  $\Gamma$  задана уравнением  $y = \operatorname{ch} x$ ,  $x \in [0, 1]$ .

3. ④ Исследовать на дифференцируемость функцию  $f(x, y) = \begin{cases} |y|^{3/2} \frac{\sin x}{x + \pi}, & x \neq -\pi; \\ y - \operatorname{th} y, & x = -\pi; \end{cases}$  в заданной точке  $M_0(-\pi, 0)$ .

4. ④ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \operatorname{arcctg} \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^4}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

5. ③ Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 - 1}{2n} \operatorname{tg} \frac{2}{n} \right)^{n^3}$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

a) ④  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{th} x^5}{\ln^2(1+x) \ln^\alpha(e^x-x)} dx;$       б) ⑥  $\int_2^{+\infty} \frac{\cos 4x}{(x - \ln^2 x) e^{\alpha x}} dx.$

Строго сформулировать все используемые в исследовании утверждения.

7. Выяснить являются ли сходящимися и равномерно сходящимися на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$

а) ⑤ функциональная последовательность  $f_n(x) = n^2 \left( \operatorname{ch} \frac{1}{nx} - 1 \right);$

б) ⑤ функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{nx}}{1 + \ln^2 n}.$

8. ④ На множестве  $E = [1, +\infty)$  исследовать на равномерную непрерывность функцию  $f(x) = x \cos^2 x.$

МФТИ – 62

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**  
 Курс **1** Семестр **2** 2015–2016 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 1)$  функции  $z(x, y) = \operatorname{ch} \sin xy^2 - y^3$ . Разложить функцию  $z = z(x, y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y - 1)^2)$ .

2. ③ Найти работу силы  $\bar{F} = \begin{pmatrix} y^2 \\ x \end{pmatrix}$  вдоль кривой  $y = e^x$ ,  $x \in [0, 1]$ .

3. ④ Исследовать на дифференцируемость функцию  $f(x, y) = \begin{cases} |y|^{7/6} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} + x}, & x \neq -\frac{\pi}{2}; \\ \operatorname{tg} y - y, & x = -\frac{\pi}{2}; \end{cases}$  в заданной точке  $M_0(-\pi/2, 0)$ .

4. ④ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \arccos \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 3}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

5. ③ Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{ch} \sqrt{\frac{2}{n}} - \frac{1}{n - 1/2} \right)^{n^3}$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

a) ④  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x^4}{(e^x - 1) \ln^\alpha \operatorname{ch} x} dx;$       б) ⑥  $\int_2^{+\infty} \frac{\sin 5x}{(x - \sqrt{1+x})^\alpha \ln x} dx.$

Строго сформулировать все используемые в исследовании утверждения.

7. Выяснить являются ли сходящимися и равномерно сходящимися на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$

а) ⑤ функциональная последовательность  $f_n(x) = n \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6n}$ ;

б) ⑤ функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{x\sqrt{n}}{n^2 + x^2} \right)$ .

8. ④ На множестве  $E = [1, +\infty)$  исследовать на равномерную непрерывность функцию  $f(x) = x \sin^3 x$ .

МФТИ – 63

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**  
 Курс **1** Семестр **2** 2015–2016 учебный год

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции  $z(x, y) = \ln(2e^{xy} - 1) - x^2$  в точке  $M(1, 0)$ . Разложить функцию  $z = z(x, y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + y^2)$ .

2. ③ Найти массу кривой  $\Gamma$ , если известна ее линейная плотность  $\rho(x, y) = y \sin 2x$ , а кривая  $\Gamma$  задана уравнением  $y = -\ln \cos x$ ,  $x \in [0, \pi/4]$ .

3. ④ Исследовать на дифференцируемость функцию  $f(x, y) = \begin{cases} |y|^{4/3} \frac{\sin x}{x - \pi}, & x \neq \pi; \\ \sin y - y, & x = \pi; \end{cases}$  в заданной точке  $M_0(\pi, 0)$ .

4. ④ Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \arctg \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

5. ③ Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 1}{3n} \arctg \frac{3}{n} \right)^{n^3}$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость несобственные интегралы:

a) ④  $\int_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{th} x^3}{\ln^\alpha(1+x) \ln^2(1+\operatorname{sh} x)} dx;$       б) ⑥  $\int_2^{+\infty} \frac{\cos 3x}{(\sqrt{x} - \ln x) \operatorname{sh}^\alpha x} dx.$

Строго сформулировать все используемые в исследовании утверждения.

7. Выяснить являются ли сходящимися и равномерно сходящимися на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$

а) ⑤ функциональная последовательность  $f_n(x) = n \operatorname{sh} \frac{1}{xn}$ ;

б) ⑤ функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{th} \frac{1}{nx+1}}{1 + \ln^3 n}$ .

8. ④ На множестве  $E = [1, +\infty)$  исследовать на равномерную непрерывность функцию  $f(x) = \ln x \cdot \sin x$ .

МФТИ – 64

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)