

ФИО _____

группа _____

1А	2А	3А	4А	5А	6А	Оценка

1 зад.	2 зад.	Σ

Подпись преп. _____

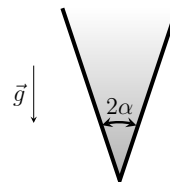
ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

4 июня 2021 г.

Вариант А

1А. (1,5) Теплоизолированный сосуд разделён перегородкой на две части равного объема V . В одной части находится 1 моль двухатомного газа Ван-дер-Ваальса с константой a , а в другой — 2 моля идеального одноатомного газа. Температуры газов одинаковы. Перегородку убирают. Определите изменение температуры в сосуде к моменту установления равновесия.

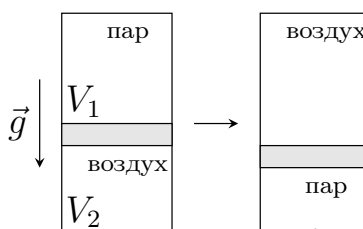
2А. (1,5) Определите равновесное давление газа при вершине бесконечно высокой конусообразной воронки, стоящей вертикально в однородном поле силы тяжести. Полное число молекул в воронке равно N , масса молекулы m , температура T , угол раствора конуса 2α , ускорение свободного падения g .



3А. (2,0) Тонкостенный сосуд заполнен молекулярным водородом при температуре $T = 300$ К. Какая доля молекул, покидающих сосуд через микроскопическое отверстие в стенке сосуда, имеет скорость, превышающую первую космическую $v_k = 7,9$ км/с? Считать, что длина свободного пробега молекул газа в сосуде существенно превышает размер отверстия и толщину стенки.

4А. (2,0) Воздушный шарик, надутый чистым гелием, со временем сдувается, что связано с диффузией газов (гелия и воздуха) через микроскопические поры в его латексной оболочке. Оцените относительную концентрацию примеси воздуха c_v в шаре к тому моменту, когда его объём уменьшится на 10% от первоначального. Считать, что давление газа в шаре практически не отличается от атмосферного.

5А. (2,5) Вертикальный цилиндр с теплопроводящими стенками, разделённый подвижным поршнем на две части, помещён в термостат с температурой $T_0 = 373$ К. Объём над поршнем $V_1 = 1,25$ л заполнен насыщенным водяным паром, а объём $V_2 = 1,0$ л под поршнем — сухим воздухом. Поршень своим весом создаёт дополнительное давление $P_{\text{п}} = 20$ кПа. Находящийся исходно в состоянии равновесия цилиндр переворачивают «вверх дном».



Найдите изменение энтропии S и внутренней энергии U его содержимого к моменту установления равновесия. Теплота парообразования воды $\lambda = 2,26$ кДж/г.

6А. (2,5) Плотность воды имеет максимальное значение $\rho_0 = 1$ г/см³ при $t_0 = 4$ °С, т.е. в малой окрестности t_0 она зависит от температуры по закону $\rho(t) = \rho_0 - A(t - t_0)^2$, где A — положительная константа. Вода, имеющая температуру $t_1 = 3$ °С, адиабатически сжимается прессом так, что ее температура уменьшается на $\Delta t = 0,01$ °С. Как изменится температура воды, взятой при $t_2 = 7$ °С, если ее сжать вдвое большим давлением?

ФИО _____

группа _____

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	6Б	Оценка

1 зад.	2 зад.	Σ

Подпись преп. _____

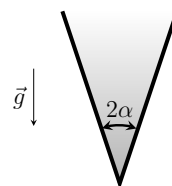
ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

4 июня 2021 г.

Вариант Б

1Б. (1,5) Теплоизолированный сосуд разделён перегородкой на две части равного объема V . В одной части находится 1 моль одноатомного газа Ван-дер-Ваальса, а в другой — 3 моля идеального двухатомного газа. Температуры газов одинаковы. Перегородку убирают. После установления равновесия температура газов отличается от первоначальной на ΔT . Определите константу a газа Ван-дер-Ваальса.

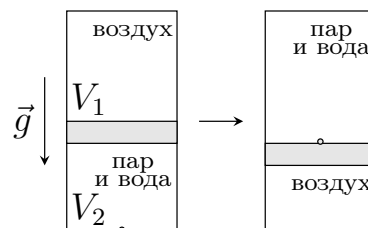
2Б. (1,5) Сколько молей идеального газа содержится в бесконечно высокой конусообразной воронке, стоящей вертикально в однородном поле силы тяжести, если давление при её вершине равно P_0 ? Молярная масса газа равна μ , температура T , угол раствора конуса 2α , ускорение свободного падения g .



3Б. (2,0) Тонкостенный сосуд заполнен гелием при температуре $T = 1200$ К и атмосферном давлении. Какая доля атомов гелия, покидающих сосуд через микроскопическое отверстие в стенке сосуда, имеет энергию, достаточную для преодоления поля тяготения Земли? Считать, что длина свободного пробега молекул газа в сосуде существенно превышает размер отверстия и толщину стенки. *Справка:* вторая космическая скорость $v_2 = 11,2$ км/с.

4Б. (2,0) Показания весов с грузом, привязанным к надутому гелием воздушному шарiku, с течением времени увеличиваются по линейному закону $m = m_0 + \beta t$, где $\beta = 7$ мг/мин. Считая, что изменение показаний связано с диффузией гелия через резиновую оболочку шара, оцените коэффициент диффузии гелия в резине. Площадь поверхности надутго шара $S = 1600$ см², толщина резиновой оболочки $\delta = 15$ мкм. Считать, что оболочка шара проницаема только для гелия, размер шара за время опыта изменяется незначительно, а давление газа в нём практически равно атмосферному $P_0 = 10^5$ Па. Температура комнатная.

5Б. (2,5) Вертикальный цилиндр с теплопроводящими стенками, разделённый подвижным поршнем на две части, помещён в термостат с температурой $T_0 = 373$ К. Объём $V_1 = 1,25$ л над поршнем заполнен сухим воздухом, а объём $V_2 = 0,75$ л под поршнем содержит водяной пар и небольшое количество воды. Поршень своим весом создаёт дополнительное давление $P_{\text{п}} = 16,7$ кПа. Находящийся исходно в состоянии равновесия цилиндр переворачивают «вверх дном». Найдите изменение энтропии S и внутренней энергии U его содержимого к моменту установления равновесия. Известно, что водяной пар в итоге остался насыщенным. Теплота парообразования воды $\lambda = 2,26$ кДж/г.



6Б. (2,5) Плотность воды имеет максимальное значение $\rho_0 = 1$ г/см³ при $t_0 = 4$ °С, т.е. в малой окрестности t_0 она зависит от температуры по закону $\rho(t) = \rho_0 - A(t - t_0)^2$, где A — положительная константа. Вода в количестве 2 г, имеющая температуру $t_1 = 5$ °С, адиабатически сжимается прессом до некоторого давления P так, что ее температура увеличивается на $\Delta t = 0,01$ °С. Какую теплоту необходимо подвести к тому же количеству воды, чтобы изотермически сжать её до втрое большего давления при температуре $t_2 = 2$ °С? Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 4 июня 2021 г.

1А. (Колесов Ю. И., Холлин) $\nu_1 C_{V1} T - \frac{a\nu_1^2}{V} + \nu_2 C_{V2} T = \nu_1 C_{V1} T_x - \frac{a\nu_1^2}{2V} + \nu_2 C_{V2} T_x$, откуда $\Delta T = T_x - T = -\frac{a\nu_1^2}{2V(\nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2})}$. Ответ: $-\frac{a}{11RV}$

2А. (Прут Э. В.) $dN = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) dV = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \pi(h \operatorname{tg} \alpha)^2 dh$; $N = \pi n_0 \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^\infty h^2 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) dh$
 $= 2\pi n_0 \operatorname{tg}^2 \alpha \left(\frac{kT}{mgh}\right)^3$, откуда $n_0 = \frac{N}{2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha} \left(\frac{mgh}{kT}\right)^3$, $P = n_0 kT$ и получаем ответ: $\frac{N(mg)^3}{2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha (kT)^2}$

3А. (Попов П. В.) Частота столкновений молекул со стенками сосуда, а значит и вероятность их вылета пропорциональна скорости молекул: $g(v) = A v f(v) dv$, A — константа, $f(v) \sim v^2 \exp(-mv^2/(2kT))$ — распределение молекул по модулю скорости. Введём безразмерную скорость: $\eta = v\sqrt{m/(kT)}$
 $\eta_1 = 7,9 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-3}/8,31/300} \approx 7,1$ Искомая доля среди вылетающих молекул:
 $\alpha = \left(\int_{\eta_1}^\infty \eta^3 \exp(-\eta^2/2) d\eta\right) / \left(\int_0^\infty \eta^3 \exp(-\eta^2/2) d\eta\right) = (\eta_1^2/2 + 1) \exp(-\eta_1^2/2) = 26 \exp(-25) \approx 3,6 \cdot 10^{-10}$

4А. (Холлин Д. И.) Скорость эффузии обратно пропорциональна корню квадратному из массы молекулы. Концентрация воздуха в шаре мала; концентрация гелия в шаре и воздуха вне шара совпадают. В силу этого поток гелия из шара наружу и поток воздуха снаружи внутрь связаны соотношением: $j_{He} = \sqrt{m_B/m_{He}} j_B$. Относительное уменьшение объёма шара $dV/V = dN/N = (j_{He} - j_B) dt/N$, где N — полное количество частиц в шаре. Для относительной концентрации воздуха в шаре: $c_B = dN_B/N = (j_B/(j_{He} - j_B)) \cdot (dV/V) = (1/(\sqrt{m_B/m_{He}} - 1)) \cdot (dV/V) \approx (1/(\sqrt{7} - 1)) \cdot (dV/V) = 6\%$

5А. (Шеронов А. А.) Пусть V_B — объём воздуха, $V_B = (P_0 + P_n)V_2/(P_0 - P_n) = 3V_2/2$, V_n — объём пара, $V_n = V_1 + V_2 - V_B = 3V_2/4$, тогда сконденсировалось $\Delta m = \mu P_0(V_1 - V_n)/RT_0 = 0,29$ г пара. Изменение энтропии пара $\Delta S_n = -\lambda \Delta m/T_0 = -(2260 \cdot 0,29)/373 = -1,76$ Дж/К. Изменение энтропии воздуха $\Delta S_B = \nu R \ln(V_B/V_2) = +0,13$ Дж/К. Тогда ответ: $\Delta S_n + \Delta S_B = -1,63$ Дж/К

6А. (Аникин Ю. А.) При адиабатическом сжатии температура воды увеличивается на $\Delta T = \frac{T}{\epsilon_p} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \beta \Delta V = \frac{\alpha T}{\epsilon_p} \Delta P$, где α — коэффициент изотермического сжатия. Для воды он равен: $\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = \rho \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = \frac{2A(t-t_0)}{\rho_0}$ Отсюда при $t_2 = 7^\circ\text{C}$ он в три раза больше, чем при $t_1 = 3^\circ\text{C}$ и противоположенного знака. Таким образом температура воды увеличится на $3 \cdot 2 \cdot 0,01^\circ\text{C} = 0,06^\circ\text{C}$.

1Б. (Колесов Ю. И.) Аналогично 1А, $a = -2V \Delta T (\nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2})/\nu_1^2$, Ответ: $-18RV \Delta T$

2Б. (Прут Э. В., Холлин Д. И.) Аналогично 2А, $d\nu = \frac{n_0}{N_A} \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) dV = \frac{P_0}{RT} \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) \pi(h \operatorname{tg} \alpha)^2 dh$.
 $\nu = \pi \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{P_0}{RT} \int_0^\infty h^2 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) dh = \pi \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{P_0}{RT} \cdot 2 \left(\frac{RT}{\mu g}\right)^3$. Ответ: $2\pi P_0 \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{(RT)^2}{(\mu g)^3}$

3Б. (Попов П. В.) Аналогично 3А: $\eta = v\sqrt{m/(kT)} = 11,2 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-3}/8,31/1200} \approx 5,0$, тогда доля частиц $\alpha = (\eta_1^2/2 + 1) \exp(-\eta_1^2/2) \approx 13,5 \exp(-12,5) \approx 5,0 \cdot 10^{-5}$

4Б. (Гуденко А. В.) Считаем концентрацию гелия вне шарика нулевой. Поток молекул в атмосферу: $dN/dt = jS = DS n/\delta = DS N/\delta V$, $V \sim N$ т.к. $P = \text{const}$, $T = \text{const}$, то $dV = (dN/N)V = DS dt/\delta$. Подъёмная сила уменьшается на: $dF_n = (\rho_0 - \rho_{He}) g dV = DS(\rho_0 - \rho_{He}) g dt/\delta$, решая уравнение находим $F_n(t) = F_0 - DS(\rho_0 - \rho_{He}) g t/\delta$, тогда показания весов $m(t) = m_r - F_0/g + DS(\rho_0 - \rho_{He}) t/\delta = m_0 + \beta t$, откуда $D = \beta \delta / (S(\rho_0 - \rho_{He}))$. Плотность воздуха: $\rho_0 = P_0 \mu_{\text{воз}}/(RT) \approx 1,18$ мг/см³, плотность гелия $\rho_r = P_0 \mu_r/(RT) \approx 0,163$ мг/см³, угловой коэффициент: $\beta = 7 \cdot 10^{-3}$ г/мин $\approx 1,16 \cdot 10^{-4}$ г/с. Коэффициент диффузии гелия через резину $D = 1,16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} / (1,6 \cdot 10^3 \cdot (1,18 - 0,163) \cdot 10^{-3}) \approx 1 \cdot 10^{-7}$ см²/с

5Б. (Шеронов А. А.) Пусть V_B — объём воздуха, $V_B = (P_0 - P_n)V_1/(P_0 + P_n) = 0,892$ л, V_n — объём пара, $V_n = V_1 + V_2 - V_B = 1,11$ л, тогда испарилось $\Delta m = \mu P_0(V_n - V_2)/RT_0 = 0,209$ г пара. Изменение энтропии пара $\Delta S_n = \lambda \Delta m/T_0 = (2260 \cdot 0,209)/373 = 1,27$ Дж/К. Изменение энтропии воздуха $\Delta S_B = \nu R \ln(V_B/V_1) = -0,07$ Дж/К. Тогда ответ: $\Delta S_n + \Delta S_B = 1,2$ Дж/К

6Б. (Холлин Д. И.) Для адиабатического сжатия $\Delta t = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S \Delta P = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \Delta P = \frac{T}{C_P} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \Delta P$. Если dS – это изменение энтропии воды при её изотермическом сжатии, то подведенное к ней в этом процессе тепло равно $\delta Q = TdS = T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \Delta P = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \Delta P$. При этом $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial(m/\rho)}{\partial T}\right)_P = -\frac{m}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \approx \frac{m}{\rho_0^2} \cdot 2A(t - t_0)$ В результате получаем $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -C_P \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}$ Подставляя для теплоёмкости 2 г воды величину 8.4Дж/К, получаем $\Delta Q = -8,4 \cdot \frac{2-4}{5-4} \cdot 3 \cdot 0,01 = \boxed{0,5\text{Дж}}$

Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется число баллов, кратное 0,5, исходя из стоимости задачи (x):

x	+	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке или знаке величины.
$x - 0,5$	\pm	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит ошибки, не касающиеся физического содержания: арифметические ошибки, влияющие на порядок или знак величины; ошибки в размерности; вычислительные ошибки в выкладках.
$x - 1$	$+/2$	Задача решена частично: дан ответ только на часть вопросов; выкладки не доведены до конца; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства; либо решение содержит грубые ошибки (вычислительные, логические), влияющие на ход решения.
$x - 1,5$	\mp	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: сформулированы физические законы, на основе которых задача может быть решена.
0	–	Задача не решена: основные физические законы применены с грубыми ошибками, перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче / подход к решению принципиально неверен / решение задачи не соответствует условию / попытки решить задачу не было.

Оценка за письменную работу ставится по сумме баллов за все задачи с округлением в большую сторону, но не более 10 и не менее 1.

Максимальная оценка за устный экзамен: $\Sigma = [\text{оценка за письм. работу}] + [\text{баллы за задания}]$.
«отл»: +2 б./задание; «хор»: +1 б./задание; «удовл»: +0 б./задание; не сдано: –3 б./задание.

Обсуждение замечаний, критериев проверки и результатов — на форуме кафедры board.physics.mipt.ru.

**Обсуждение результатов письменного
и порядка проведения устного экзаменов
состоится 8 июня в 10:00 по ZOOM-конференции
<https://zoom.us/j/96099927102>**