2020

PERCEPTRÓN Y LÓGICA DIFUSA: Computación Blanda

JOSE DANIEL VELASQUEZ
ALEJANDRA LÓPEZ OCAMPO
OCTUBRE DE 2020

UTP | Pereira

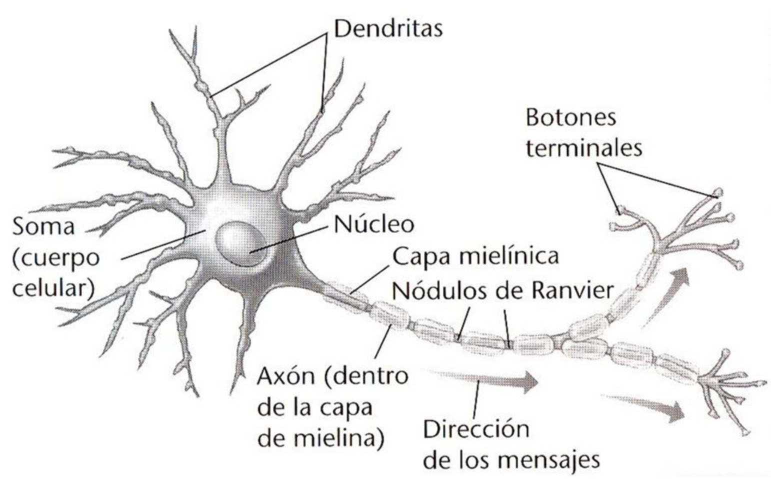
1 CONTENIDO

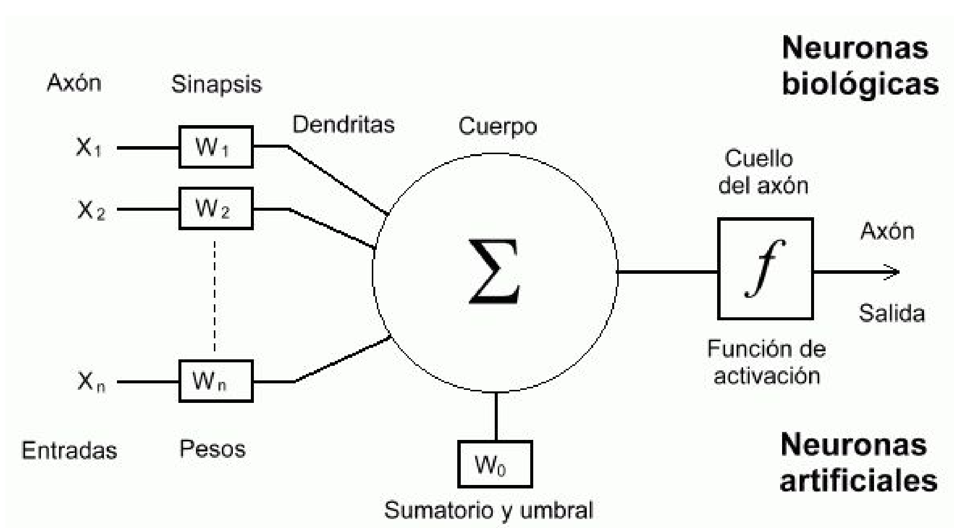
2 PRESENTACIÓN

La presente monografía está orientada a la descripción de los elementos básicos de las neuronas artificiales, en particular el perceptrón, y la teoría fundamental de la lógica difusa.

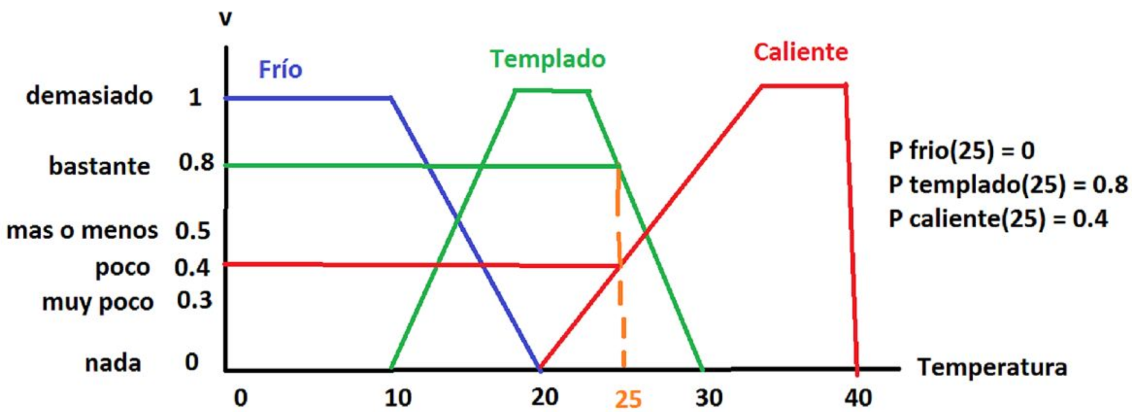
En el documento se analizan los diferentes elementos que componen ambas tecnologías, mostrando las relaciones matemáticas que dan soporte a las funcionalidades tanto del perceptrón como a los factores de incertidumbre que dan sentido a la lógica difusa.

A grandes rasgos, las redes neuronales se basan en los modelos que subyacen a las redes neuronales biológicas. El siguiente diagrama presenta algunos elementos presentes en esta tecnología.





La lógica difusa se basa en la concepción de que la verdad (y la falsedad) no son absolutas. Por este motivo, todos los conceptos que concibe el ser humano tienen cierto grado de certeza, el cual se expresa fácilmente si recurrimos a un esquema como el que se ve a continuación.



En este esquema se afirma que el Frío, la sensación de Templado, y algo que es Caliente, son curvas que varían de acuerdo con la temperatura, según se ve. En el caso particular de tener una temperatura ambiente de 25 grados, dicha temperatura tendrá un valor de verdad respecto de "Caliente" de sólo 0.4. En cambio, los 25 grados representarán, en la curva de "Templado", un valor de verdad de 0.8. Se aprecia, además, que dichos valores se relacionan, de manera bastante cercana, con frases y/o palabras que utiliza el ser humano para describir situaciones de la vida real.

En las próximas secciones se verán estas tecnologías con un mayor grado de detalle.

AUTOR 1: Jose Daniel Velasquez

1088349647

https://github.com/JoseDVG98/Computacion-blanda

AUTOR 2: Alejandra López Ocampo

1088035829

https://github.com/skystay12/computacion-blanda

3 EL PERCEPTRÓN

La teoría básica del perceptrón se presenta a continuación:

El perceptrón sale de la noción básica de cómo es y funciona una neurona humana. Si recordamos un poco las neuronas humanas son las encargadas de hacer la sinapsis en el cerebro, por lo que son lo más fundamental para el funcionamiento de este. La neurona consta de una estructura que le permite transmitir los impulsos eléctricos. El perceptrón de igual manera consta de una estructura lógica abstracta que le permite inferir de acuerdo a unas entradas que pueden ser datos extraídos de hechos.

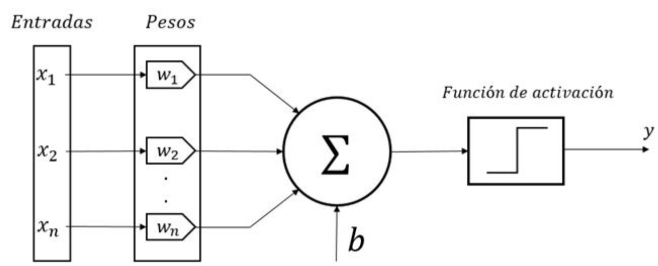


Imagen 1. Neuronal artificial (Perceptrón)

La entrada del perceptrón es por donde ingresan los valores para luego ser multiplicados por los pesos. Los resultados que salen de los pesos son sumados en el cuerpo del perceptrón para luego ser comparados con el umbral y determinar la salida correspondiente.

Los pesos son una parte muy importante del perceptrón, esto porque pueden influir mucho en el resultado final. Ejemplo:

X1	X2	W1	W2	X1*W1+X2*W2 > U	Salida
0	0	0.3	0.3	0*0.3 + 0*0.3 = 0.0 NO	0
0	1	0.3	0.3	0*0.3 + 1*0.3 = 0.3 NO	0
1	0	0.3	0.3	1*0.3 + 0*0.3 = 0.3 NO	0
1	1	0.3	0.3	1*0.3 + 1*0.3 = 0.6 SI	1

Imagen 2. Tabla perceptrón con umbral 0.5.

Tomando como ejemplo la imagen 2, donde el umbral es U=0.5 , si el resultado final de la suma es mayor a este umbral el perceptrón devolverá un 1, en caso contrario devolverá 0. Si analizamos la tabla vemos que los pesos que en este caso son dos (w1 y w2) tienen un valor de 0.3. Para que el perceptrón devuelva un 1 por las dos entradas debe entrar un valor de 1, sino el valor que devuelve el perceptrón sería 0, esto se puede apreciar en la última fila de la tabla.

X1	X2	W1	W2	X1*W1+X2*W2 > U	Salida
0	0	0.6	0.6	0*0.6 + 0*0.6 = 0.0 NO	0
0	1	0.6	0.6	0*0.6 + 1*0.6 = 0.6 SI	1
1	0	0.6	0.6	1*0.6 + 0*0.6 = 0.6 SI	1
1	1	0.6	0.6	1*0.6 + 1*0.6 = 0.6 SI	1

Imagen 3. Tabla perceptrón con umbral 0.5

En cambio si vemos la imagen 3, donde el umbral es U=0.5, podemos ver que los pesos (w1 y w2) tienen un valor mayor que en el anterior perceptron, respectivamente de 0.6 para ambos. Ahora, para poder que el perceptron devuelva un 1, el valor de las entradas ya no es tan limitado, pueden ser: [0-1][1-0][1-1]. De la única forma que el perceptrón devuelve 0 es con [0-0].

Por esto, los pesos en los perceptrones es un importante aspecto a tener en cuenta, además de que en la práctica lo que tendremos que hallar son los pesos para que el perceptrón se comporte de la manera deseada teniendo en cuenta la función de activación.

Función de activación.

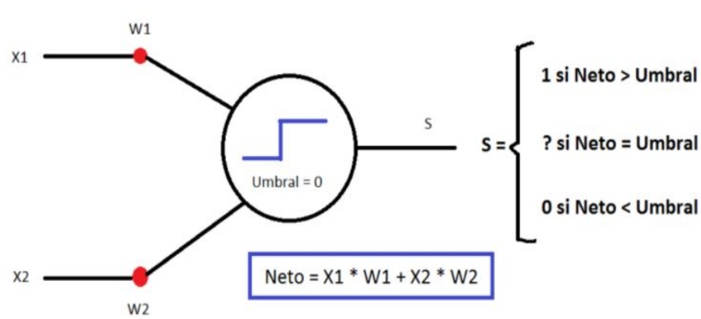


Imagen 4. Perceptron y su funcion de activacion.

La función de activación se puede sacar del valor neto, cuando se multiplican las entradas con los pesos y se suman. Esta función de activación nos puede decir muchas cosas. Si la graficamos primeramente podemos hacerle un análisis matemático.

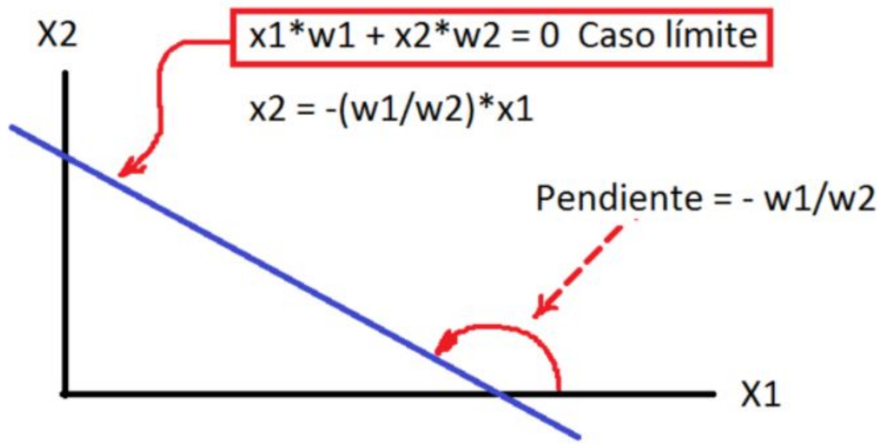


Imagen 5. Recta funcion de activacion

De la función de activación podemos sacar una recta la cual tiene su pendiente y variable independientes y dependientes. Podemos ver que la pendiente en este caso es definida por los pesos.

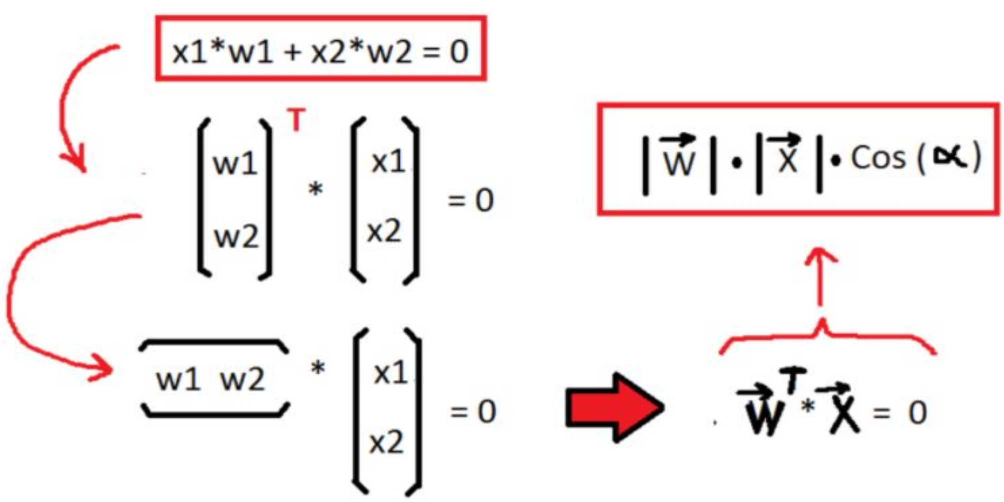


Imagen 6. Análisis vectorial.

Partiendo de un análisis vectorial definimos la expresión $|\vec{w}| \bullet |\vec{x}| \bullet \cos cos\ \alpha$,podemos decir que la recta solución es aquella donde el producto punto entre las magnitudes es igual a cero, para esto el ángulo alfa debe ser igual a 90°. Teniendo en cuenta lo anterior podemos decir lo siguiente.

"Si el vector W es perpendicular a todos los puntos de una cierta recta, entonces dicha recta cumple con la restricción de dividir el espacio en dos zonas, en una de las cuales la salida es una, y en la otra es cero, según se vio en el perceptrón"

Por esto como se había dicho antes los pesos son una parte muy importante, esto porque de acuerdo a estos se puede encontrar un vector perpendicular con respecto a la recta solución que sale de las entradas, dividiendo dos zonas en 1 o 0. hacia donde apunta el vector de los pesos corresponde al valor de 1.

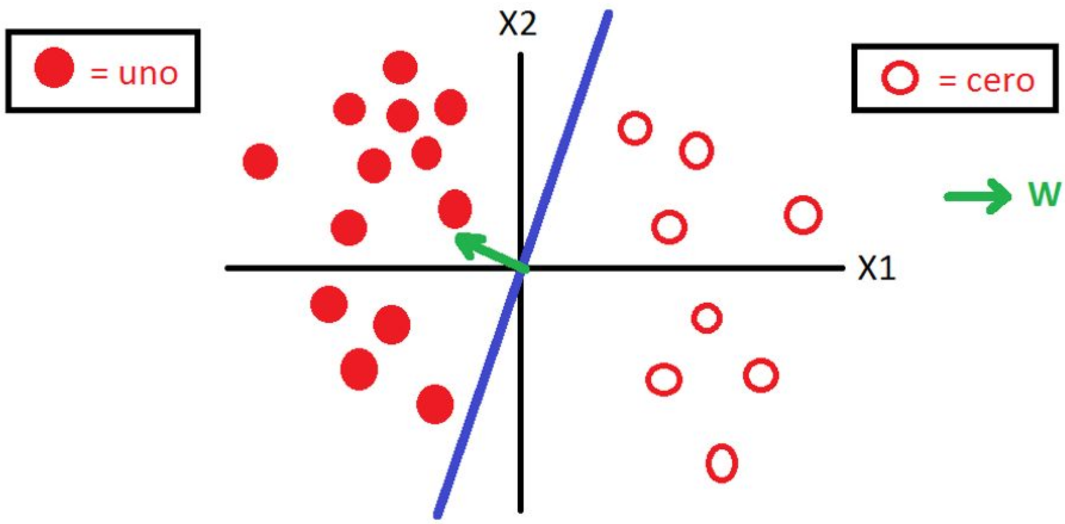


Imagen 7. vector pesos y recta solución.

Cuando hablamos de compuertas lógicas, muchas se pueden representar con el perceptrón, pero es el caso de la XOR donde no es posible representarla con una sola neurona, para esto podemos empezar a utilizar una capa de neuronas muy básica (solo de 3 neuronas) para recibir el resultado deseado.

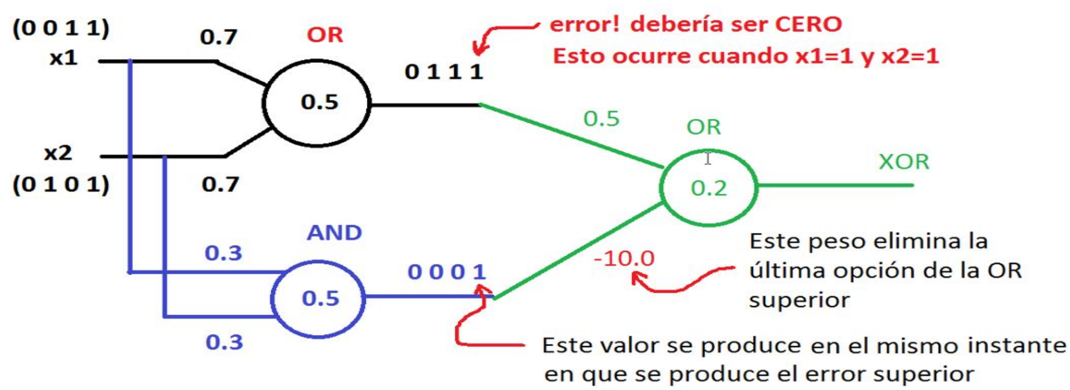


Imagen 8. XOR con perceptrones.

En este caso vemos que la compuerta XOR se compone de dos compuertas OR y una AND, y es una red neuronal de dos capas.

Principio de entrenamiento.

¿Cómo es posible que al sacar el vector de los pesos, hacia donde va el vector es 1 y en el lado opuesto es 0?. Esta pregunta se puede responder analizando el ángulo. Si tomamos una circunferencia de radio 1, y a esta circunferencia le trazamos un vector que viene desde el centro de la circunferencia hasta el limite (Radio) con un ángulo menor a 90° con respecto al eje X, podemos ver que si lanzamos una proyección con el eje X, esta proyección está definida por el coseno del ángulo y siempre va ser positivo, caso contrario cuando el ángulo es mayor a 90 ° con respecto al eje Y, en ese caso también la proyección está definida por el coseno pero siempre tendrá un valor negativo . Teniendo esto en cuenta podemos sacar dos casos.

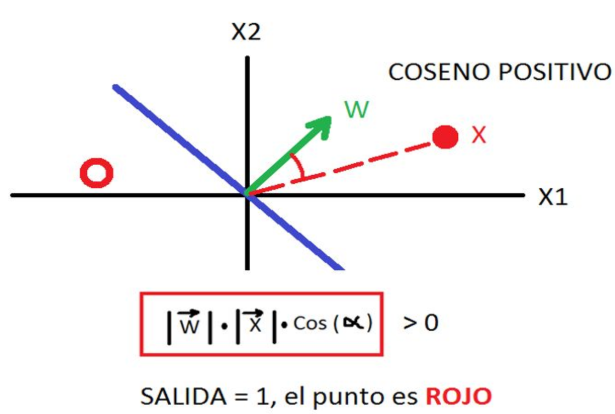


Imagen 9. Salida 1

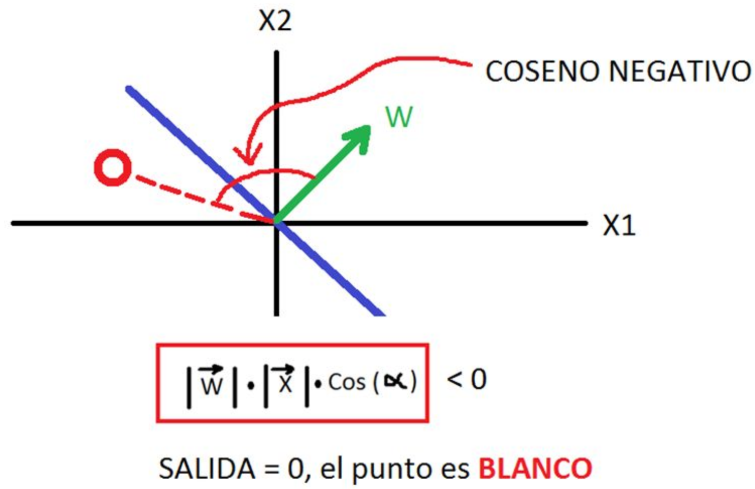


Imagen 10. Salida 0.

Cuando el valor de la expresión $|\vec{w}| \bullet |\vec{x}| \bullet \cos cos\ \alpha$ es mayor a cero el valor es positivo por lo tanto se le da un valor de 1, caso contrario cuando es menor a cero, para este caso se le da un valor de cero. Así es como funciona un perceptrón, como clasifica los datos en dos lados.

4 LÓGICA DIFUSA

El pensamiento humano en su estructura utiliza la lingüística para poder representar su pensamiento ya que puede resultar más útil que representarlo con datos numéricos.

Teniendo lo anterior en cuenta podemos evidenciar que la lógica difusa nace de la necesidad de representar ese conocimiento común que tenemos basado en etiquetas lingüísticas en un lenguaje matemático, llevándola al campo de la lógica clásica, dentro de la cual se podrán modelar ciertos comportamientos con los que antes no era posible trabajar debido a su baja precisión.

Una de las características principales de la lógica difusa es que a diferencia de los que están meramente basados en la lógica clásica es que pueden reproducir los modos usuales de pensamiento, pero tomando cierto grado de una proposición como una certeza. Además su fuerte se encuentra en la capacidad de moldear problemas que consideramos no lineales y su flexibilidad.

La historia de la lógica difusa se remonta a la antigua grecia donde Aristóteles y Platón consideraban que existían ciertos grados de veracidad y falsedad. Pero el término lógica difusa fue acuñado mucho después por el ingeniero iraní Lofti A. Zadeh, quien lo utilizó por primera vez dentro de su trabajo con los conjuntos difusos o Fuzzy Sets.

Fuzzy sets:

Dentro de la teoría de la teoría clásica de conjuntos no era posible que un elemento perteneciera de manera parcial a un conjunto, ya que se categoriza de manera binaria, o pertenece o no pertenece a ese conjunto. Por el contrario, lo que propone Lofti es que un conjunto pueda contener elementos de manera parcial. Siendo lo anterior muy útil ya que lo que construye al pensamiento humano no son números sino etiquetas lingüísticas que son inherentemente imprecisas.

En un principio este planteamiento no fue recibido de la mejor manera por la comunidad científica, muchos investigadores vieron es este un potencial y decidieron hacer contribución y ayudaron a desarrollar tanto las bases como la terminología de esta teoría. Autores como Bellman, Lakoff, Goguen, Kohout, Smith, Sugeno, Chang, Dunn, Bezdek, Negoita, Mizumoto, Tanaka, Kandel, Zimmermann, entre otros lograron generalizar estructuras lógicas matemáticas que eran usadas por la lógica clásica para usarlos en la lógica difusa como: relaciones lógicas, funciones, grupos, operaciones, operadores,

algoritmos, etc.

Para ilustrar el concepto de conjunto difuso Lofti A. Zadeh presentó su primer ejemplo de fuzzy set o conjunto difuso, que fue el "conjunto de los hombres altos". En primer lugar planteó el conjunto usando la lógica clásica donde un hombre era alto cuando su estatura era mayor a cierto valor previamente establecido como por ejemplo 1,80 metros. Es decir, todo hombre con una estatura inferior a la mencionada anteriormente no pertenecía al conjunto. Por consiguiente un hombre de 1,79 metros no se consideraría alto incluso cuando la diferencia sea de 1 centímetro lo cual no podría considerarse muy lógico.

Por el contrario, el enfoque de la lógica difusa considera que el "conjunto de hombres altos" no se puede delimitar de una forma clara. Con lo cual asigna a cada valor de altura un grado de pertenencia con el cual se pretende que la transición entre "no alto" y "alto" sea menos radical. Así por ejemplo, un hombre que mida 1.79 podría pertenecer al conjunto difuso "hombres altos" con un grado 0.8 de pertenencia, uno que mide 1.81 con un grado 0.85, y uno que mida 1.50 m con un grado 0.1.

En consecuencia, si aplicaramos este grado de pertenencia a la lógica clásica se le asignaría 1 solo a los que tienen una estatura mayor o igual que la propuesta y 0 a los demás. A continuación se muestra de una manera gráfica las dos visiones propuestas por las lógicas y cómo serían asignados los grados de pertenencia.

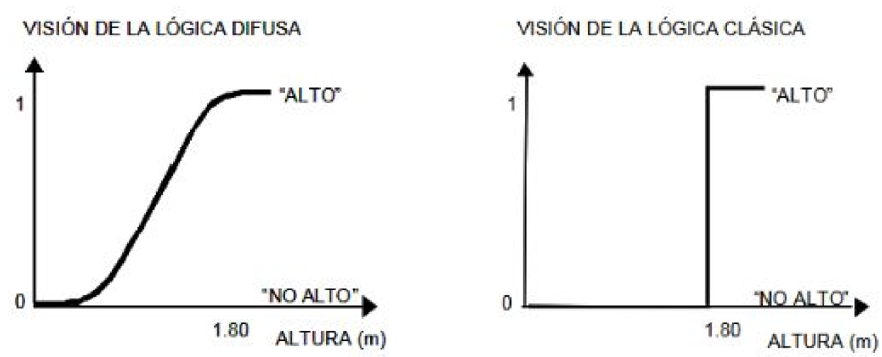


Imagen 11. Conjunto de hombres altos según la visión de las dos lógicas.

En un conjunto difuso como por ejemplo A, el universo U se caracteriza por una función de pertenencia o función característica $\propto_A(x)$ de la siguiente manera.

$$A = \{(x, \propto_A(x)) | x \in U\}$$

Esta depende del criterio y del problema que fue planteado. El enfoque puede ser diverso, la única condición establecida es que tome valores entre 0 y 1, además de que debe ser continua.

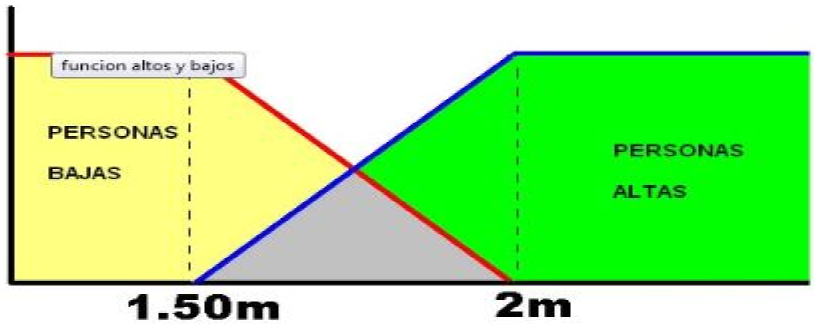


Imagen 12. Gráfica trapezoidal del ejemplo en forma difusa .

En la gráfica anterior podemos evidenciar un ejemplo que es similar al de Lofti en el cual se intentan clasificar las personas bajas y las personas altas. Las medidas de las personas están representadas en en el eje horizontal. En el eje vertical están representados los grados de pertenencia que pueden tomar valores de o a 1.

Teniendo lo anterior en cuenta podemos evidenciar que una persona que mida 1,50 tendría un grado de pertenenci 1 a las personas bajas y 0 al de las personas altas, pero que a medida que la altura va incrementando el grado de pertenencia al de las personas bajas decrementa y el de las personas altas incrementa.

Asimismo. puede usarse este tipo de gráfica para diversos ejemplos como los siguientes:

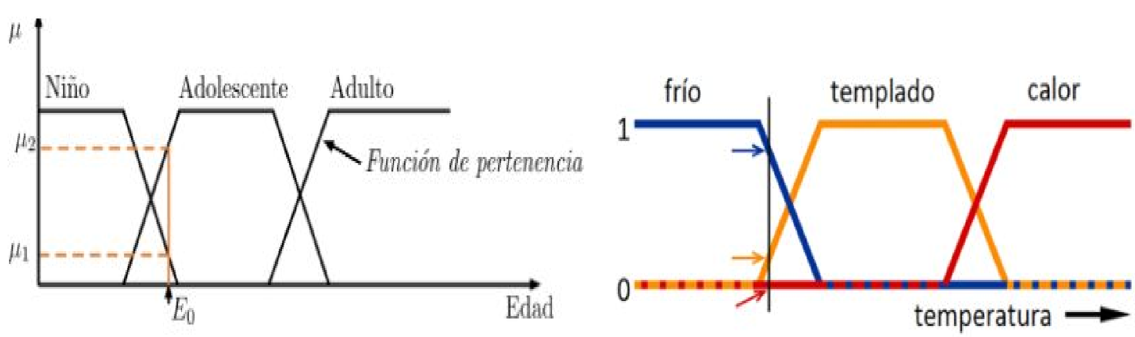


Imagen 13 Ejemplos usando la lógica difusa.

Adicionalmente, la lógica difusa ha estado ligada a las redes neuronales dando como resultado los sistemas neuro-fuzzy, donde se usan los métodos de aprendizaje basados en las redes neuronales con el fin de optimizar sus parámetros y los valores que puedan tomar. Posteriormente aparecen los algoritmos genéticos que también pueden combinarse con las técnicas anteriores y funcionan muy bien como complemento.

Las aplicaciones de la lógica difusa son múltiples, desde sensores de imágen hasta lavadoras que pueden regular la cantidad de jabón que se necesita según el lavado, sistemas de frenado y control automático de velocidad en autos, etc. Todos estos sistemas utilizan información imprecisa con el fin de lograr su cometido.

5 CONCLUSIONES

Luego de analizar los diferentes elementos que componen ambas tecnologías, podemos evidenciar que ambas toman como referencia la forma en la que el pensamiento es elaborado y representado ya sea la estructura de las neuronas o la forma en la que concebimos la lógica. Asimismo podemos ver el potencial que tienen estas como herramienta para resolver problemas complejos como los no-lineales y aquellos cuyos parámetros no pueden ser descritos de manera matemática y clara.

6 BIBLIOGRAFÍA

[1] Redes neuronales-Grupo ADA, Ingenieria de sistemas y computacion.

[2] Logica Difusa Introduccion.