



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS
ESTADÍSTICA MATEMÁTICA
DEBER 02



Fecha entrega: 2015/05/22

EJERCICIOS

1. Sea $\hat{\theta}_n$ un estimador insesgado de θ , pruebe que si

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}_{\theta}(\hat{\theta}_n) = 0$$

entonces $\hat{\theta}_n$ es un estimador consistente de θ .

Sugerencia: Utilice la desigualdad de Chebyshev

2. Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias independientes con:

$$E_{\beta}(X_i) = \beta t_i \quad y \quad \text{Var}_{\beta}(X_i) = \sigma^2$$

donde t_1, t_2, \dots, t_n constantes conocidas, β, σ^2 parámetros desconocidos. Sea

$$\hat{\beta}_n = \frac{\sum_{i=1}^n t_i X_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

pruebe que:

- a. $\hat{\beta}_n$ es un estimador insesgado de β para cada n .
b. $\hat{\beta}_n$ es consistente.
3. Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias *i.i.d* de distribución de Pareto, con función de densidad:

$$f(x; \beta) = \frac{\beta}{x^{\beta+1}}, \quad x > 1$$

utilice el método de momentos para probar que

$$\hat{\beta} = \frac{\overline{X}}{\overline{X} - 1}$$

es un estimador de β .

4. Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias *i.i.d.* de distribución $Gamma(\alpha, \lambda)$ con α, λ desconocidos. Encuentre los estimadores para α, λ utilizando el método de momentos.
5. Suponga que X_1, \dots, X_n son variables aleatorias *i.i.d.* Exponenciales con parámetro λ . Pruebe que $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$.
- a. Es el estimador de momentos de λ .
 - b. Encuentre su error estándar aproximado.