ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTADÍSTICA MATEMÁTICA

DEBER 02

Fecha entrega: 2015/05/22

EJERCICIOS

1. Pruebe que si

$$\lim_{n\to\infty} Var_\theta(\hat{\theta}_n) = 0$$

entoncces $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado de θ.

Sugerencia: Utilice la desigualdad de Chebyshev

2. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con:

$$E_\beta(X_i) = \beta t_i \quad y \quad Var_\beta(X_i) = \sigma^2$$

donde $t_1, t_2, \ldots, t_n$ constantes conocidas, β, σ^2 parámetros desconocidos. Sea

$$\hat{\beta}_n = \frac{\Sigma_{i=1}^n t_i X_i}{\Sigma_{i=1}^n t_i^2}$$

pruebe que:

a. $\hat{\beta}_n$ es un estimador insesgado de β para cada n.

b. $\hat{\beta}_n$ es consistente.

3. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias $i.i.d$ de distribución de Pareto, con función de densidad:

$$f(x;\beta) = \frac{\beta}{x^{\beta+1}}, \qquad x > 1$$

utilice el método de momentos para probar que

$$\hat{\beta} = \frac{\overline{X}}{\overline{X} - 1}$$

es un estimador de β.

4. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias $i.i.d.$ de distribución $Gamma(\alpha, \lambda)$ con α, λ desconocidos. Encuentre los estimadores para α, λ utilizando el método de momentos.

5. Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ son variables aleatorias *i.i.d.* Exponenciales con parámetro λ. Pruebe que $\hat{\lambda} = \frac{1}{\overline{X}}$.

- **a.** Es el estimador de momentos de λ.
- **b.** Encuentre su error estándar aproximado.