



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3  
ПРЕДМЕТ «ЧАСТОТНЫЕ МЕТОДЫ»  
ТЕМА «ЖЕСТКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ»

Лектор: Перегудин А. А.  
Практик: Пашенко А. В.  
Студент: Румянцев А. А.  
Поток: ЧАСТ.МЕТ. 1.3

Факультет: СУиР  
Группа: R3241

Санкт-Петербург  
2024

## Содержание

<b>1 Задание 1. Жесткие фильтры.</b>	<b>2</b>
1.1 Убираем высокие частоты. . . . .	2
1.2 Убираем низкие частоты. . . . .	11
1.3 Убираем специфические частоты. . . . .	12
<b>2 Задание 2. Фильтрация звука.</b>	<b>26</b>
<b>3 Листинги программных реализаций</b>	<b>41</b>

# 1 Задание 1. Жесткие фильтры.

Зададим такие числа  $a, t_1, t_2$ , что  $t_1 < t_2$ , и рассмотрим функцию  $g$  такую, что  $g(t) = a$  при  $t \in [t_1, t_2]$  и  $g(t) = 0$  при других  $t$ .

$$\square a = 2, \quad t_1 = -1.5, \quad t_2 = 2.5, \quad g(t) = \begin{cases} 2, & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Выберем интервал времени  $T = 10$  и шаг дискретизации  $dt = 0.1$ . Зададим в python массив времени  $t$  от  $-0.5 \cdot T$  до  $0.5 \cdot T + dt$  с шагом  $dt$  и включим последнюю точку. Найдем список значений  $g$  и зададим зашумленную версию сигнала как

$$u = g + b \cdot (\text{random}(\text{len}(t)) - 0.5) + c \cdot \sin(d \cdot t);$$

В данном задании мы выполняем жесткую фильтрацию сигнала  $u$ . Алгоритм следующий: находится Фурье-образ от сигнала, обнуляются его значения на некоторых диапазонах частот, затем сигнал восстанавливается обратным преобразованием Фурье. Далее строятся графики с помощью программы на языке python. Используемый код с пояснениями находится в отдельной секции.

В задаваемом сигнале параметр  $a$  отвечает за высоту, на которую поднимется часть сигнала от нуля, а  $t_1$  и  $t_2$  – начало и конец промежутка с подъемом соответственно. Таким образом, на интервале длины  $t_2 - t_1 = 2.5 + 1.5 = 4$ , начиная с  $t_1 = -1.5$  и заканчивая  $t_2 = 2.5$ , на высоте  $a = 2$  будет находиться часть от всего сигнала, который, в свою очередь, располагается на промежутке  $[-0.5 \cdot T, 0.5 \cdot T] = [-5, 5]$  длины  $2 \cdot T \cdot 0.5 = 10$ . Параметры  $b, c, d$  отвечают за шум, присутствующий в сигнале. Далее будут рассмотрены графики и сделаны выводы о влиянии каждого параметра на сам сигнал и на его результат фильтрации.

## 1.1 Убираем высокие частоты.

Возьмем параметр  $c = 0$ . Далее действуем в соответствии с алгоритмом. Возьмем некоторый диапазон частот  $[-\nu_0, \nu_0]$ , на котором оставим Фурье-образ сигнала  $u$  неизменным, а на остальных частотах обнулим его значения. Построим сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов на некотором интервале  $[t_1, t_2]$ , а также модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов. Исследуем влияние частоты среза  $\nu_0$  и значения параметра  $b$  на эффективность фильтрации.

Далее будут приведены рисунки полученных графиков. На каждом графике подписаны выбранные значения  $b, c, d, \nu_0$  (хотя, при условии, что  $c = 0$ , менять или рассматривать параметр  $d$  не требуется). Также отмечена легенда – синим цветом обозначается оригинальный сигнал, красным фильтрованный.

Исходя из графиков можно сделать вывод, что значение параметра  $b$  отвечает за амплитуду каждой волны. Чем больше значение  $b$ , тем зашумленнее, «грязнее» выглядит сигнал, так как амплитуды волн возрастают. Фильтрованный сигнал при больших значениях  $b$  также имеет более глубокие ямы и высокие подъемы, то есть испытывает увеличение амплитуды. Наглядно такое возрастание можно наблюдать на графиках модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов – на рисунке 2 амплитуды больше прижимаются к линии  $A = 0$ , а на рисунке 8 они больше стремятся к линии  $A = 50$ , где  $A$  – амплитуда. Само значение параметра  $b$  не влияет на эффективность фильтрации в локальном смысле, то есть из плохого зашумленного сигнала получается фильтрованный

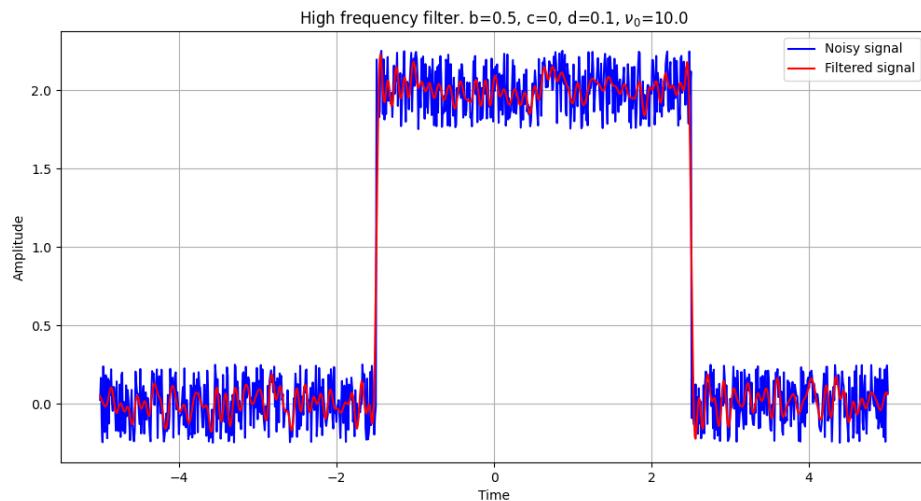


Рис. 1: График исходного и фильтрованного сигналов

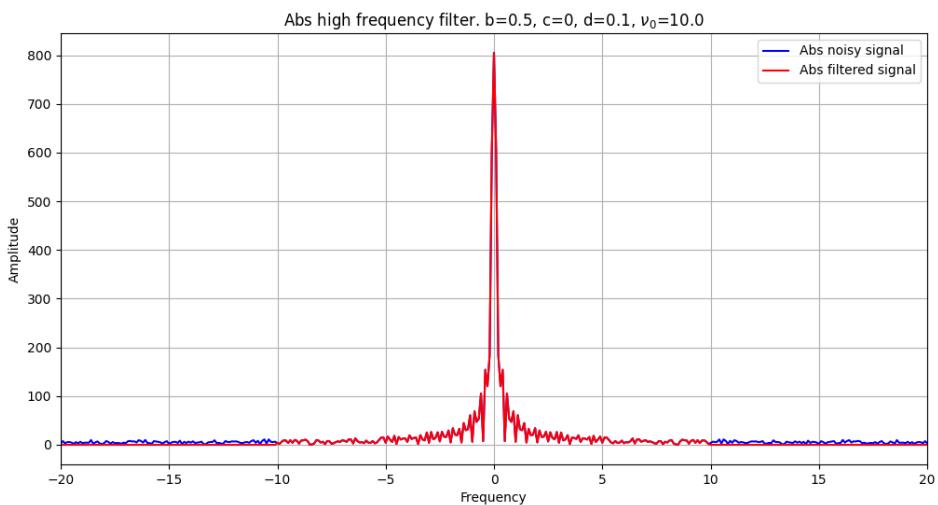


Рис. 2: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

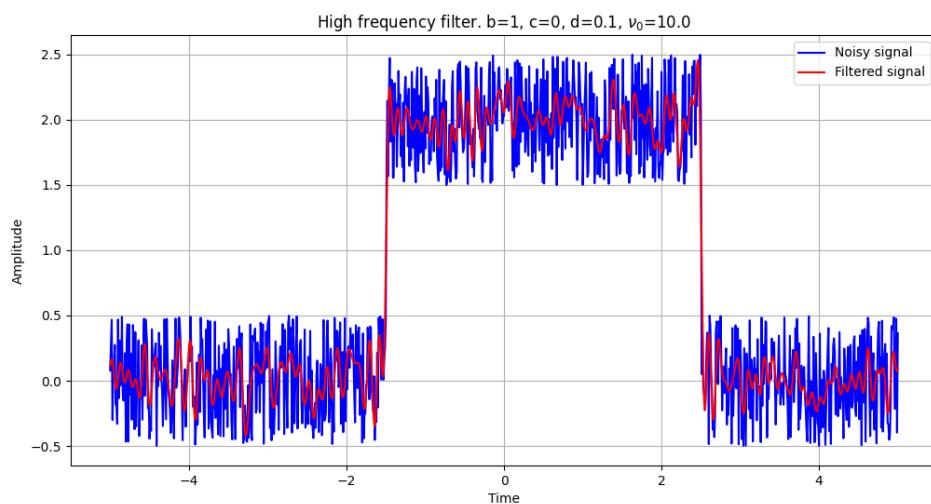


Рис. 3: График исходного и фильтрованного сигналов

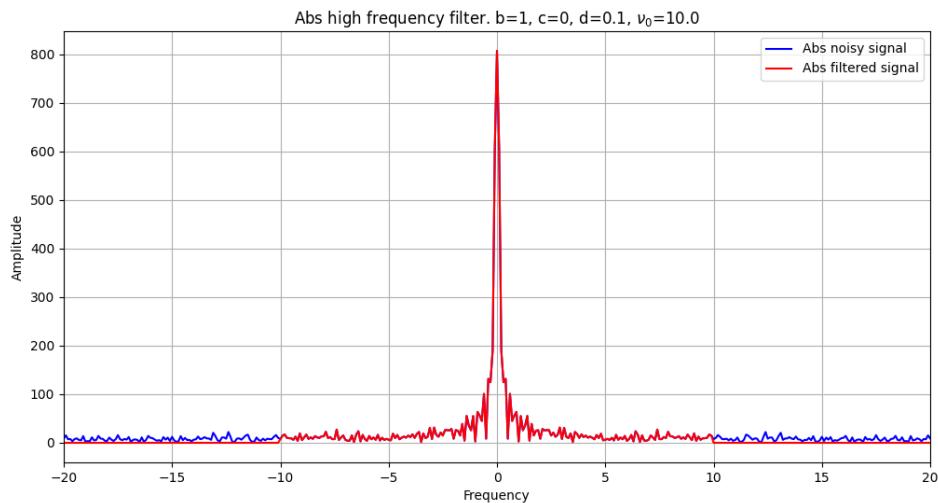


Рис. 4: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

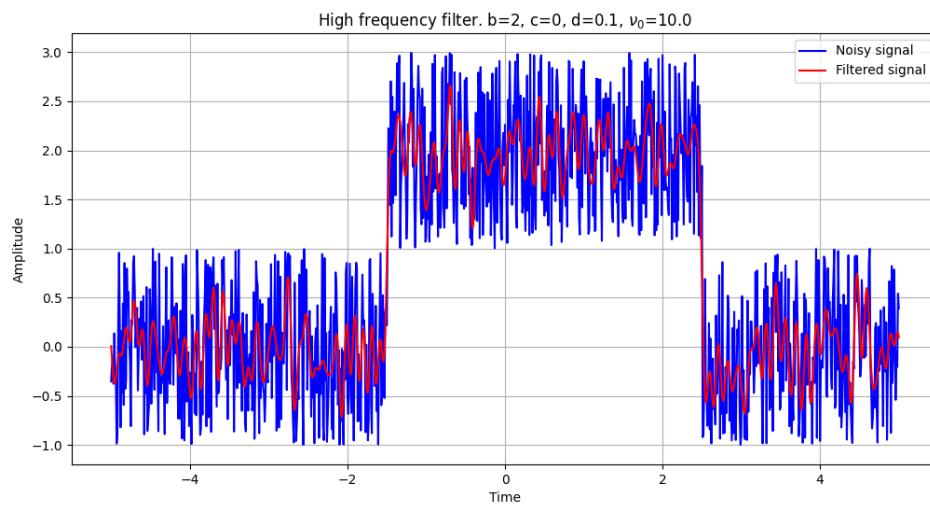


Рис. 5: График исходного и фильтрованного сигналов

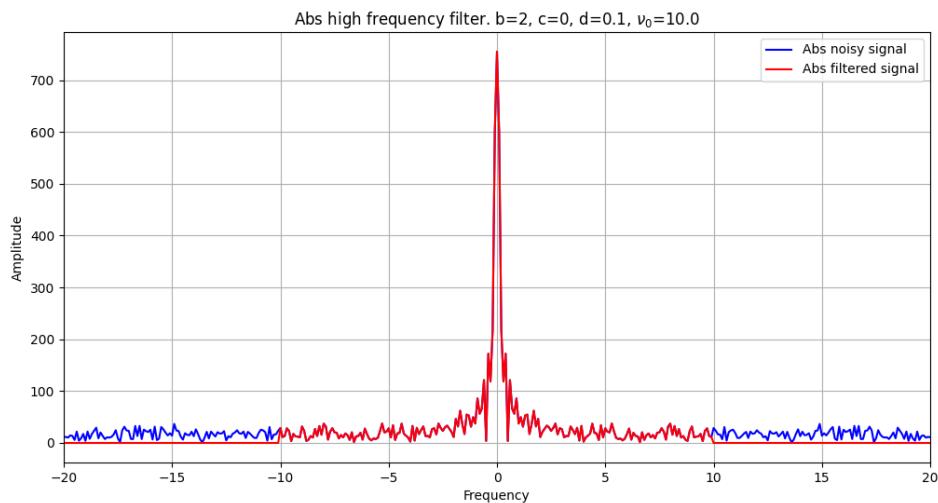


Рис. 6: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

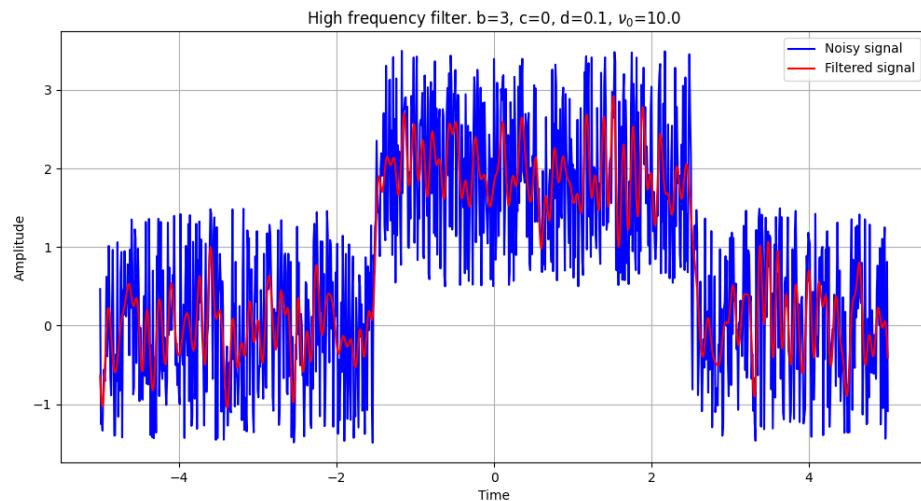


Рис. 7: График исходного и фильтрованного сигналов

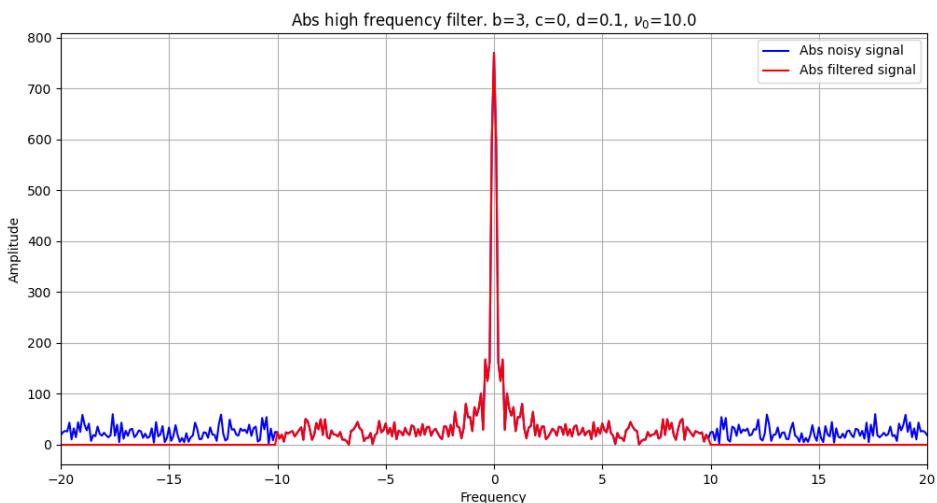


Рис. 8: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

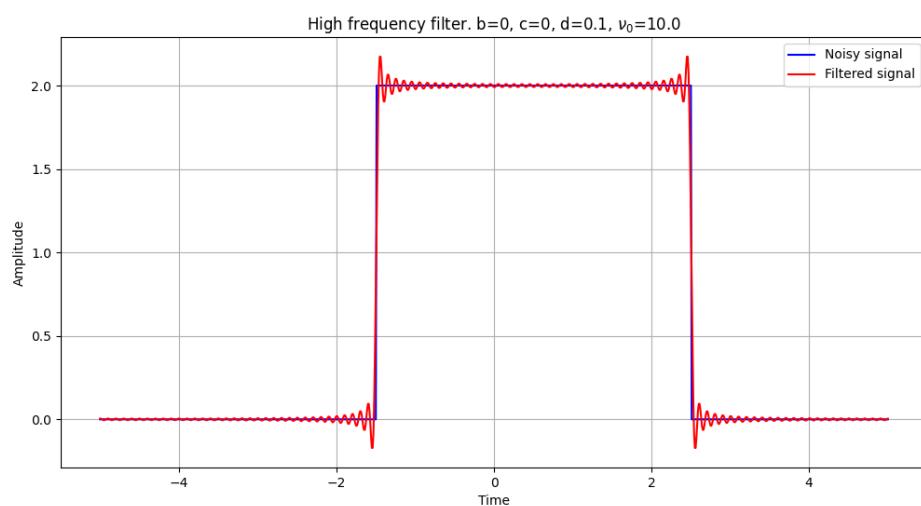


Рис. 9: График исходного и фильтрованного сигналов

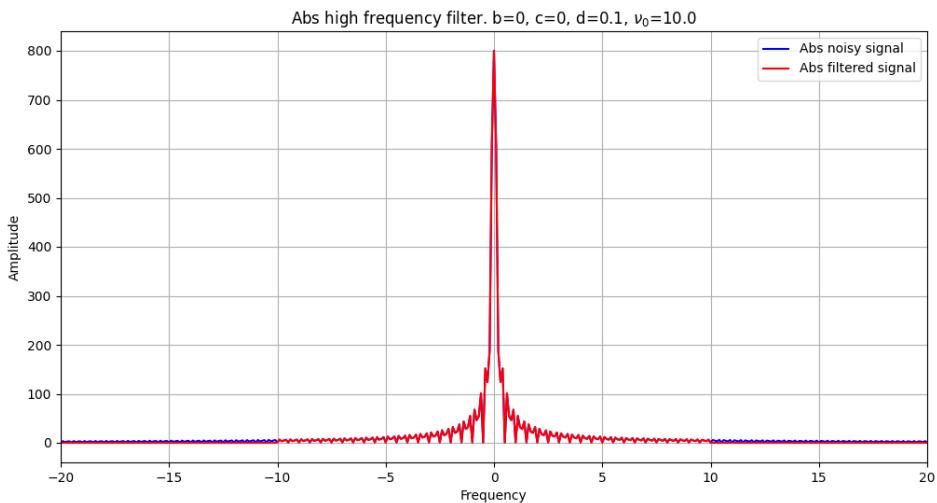


Рис. 10: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

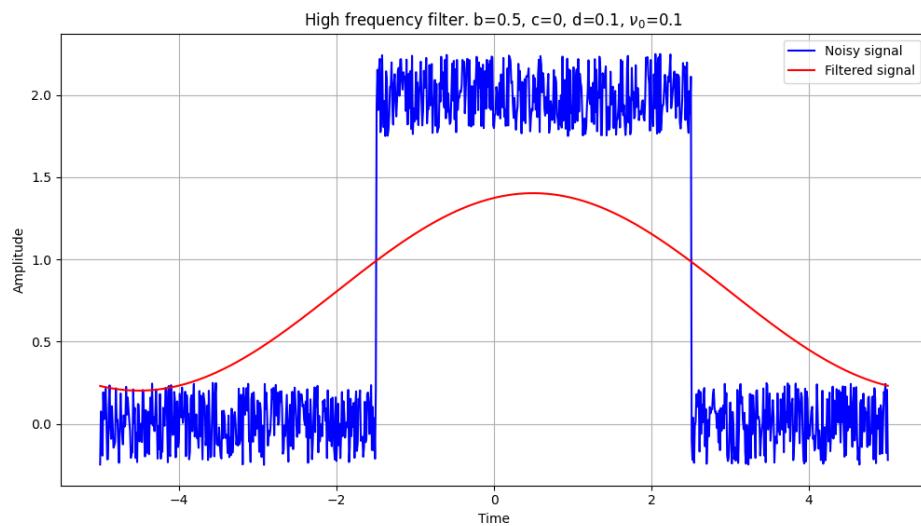


Рис. 11: График исходного и фильтрованного сигналов

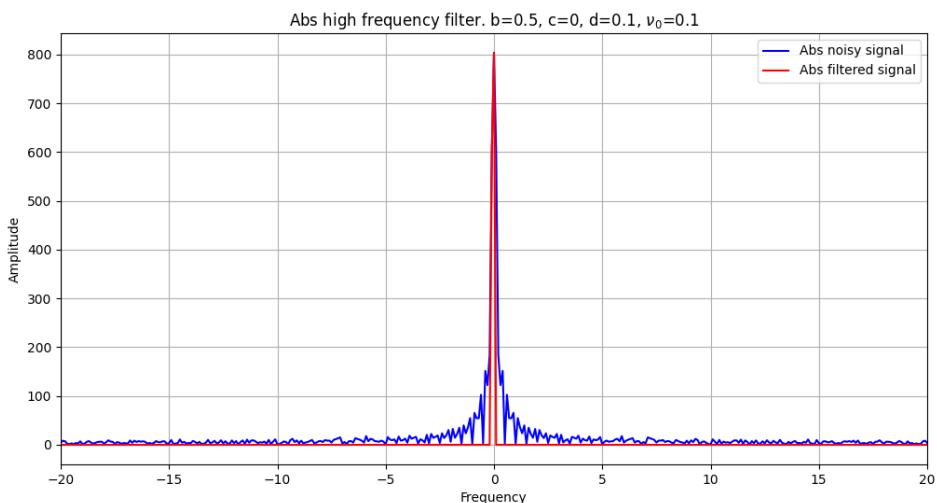


Рис. 12: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

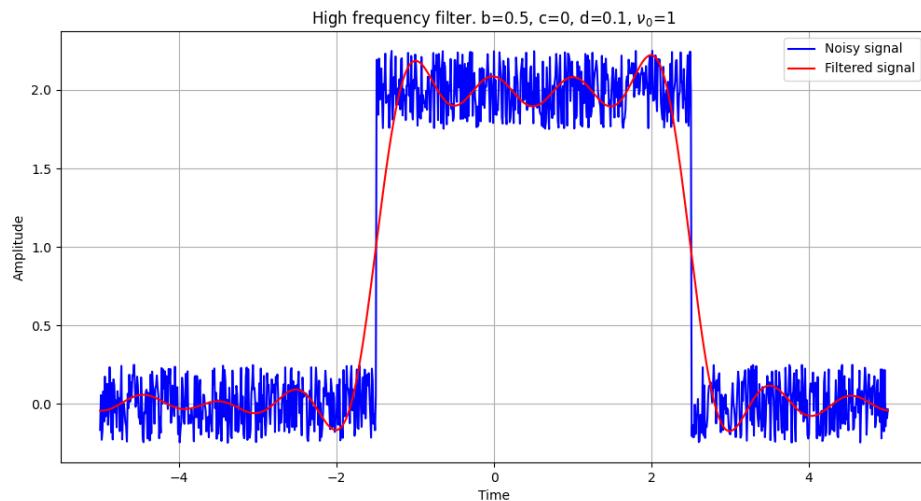


Рис. 13: График исходного и фильтрованного сигналов

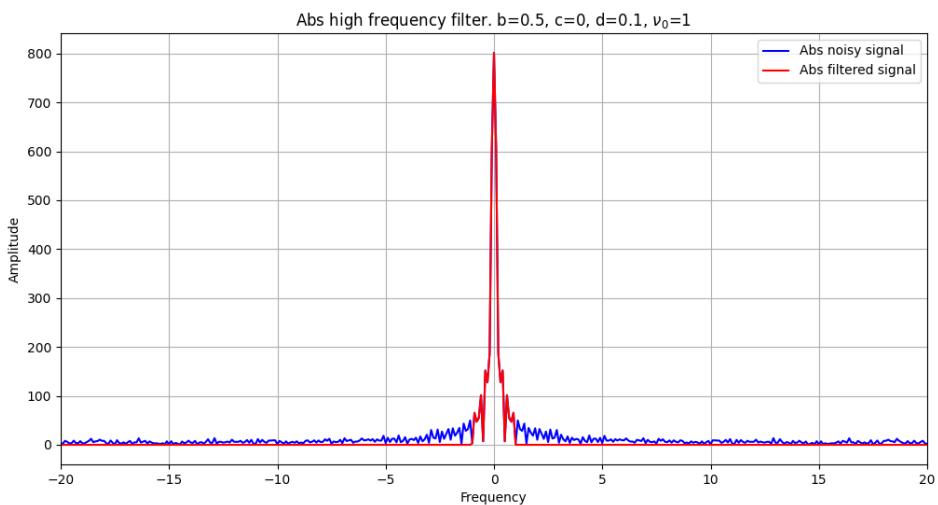


Рис. 14: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

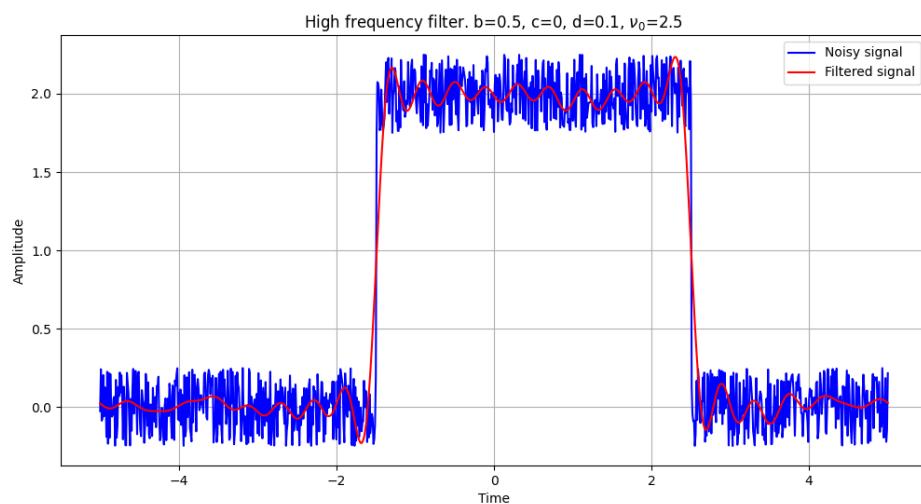


Рис. 15: График исходного и фильтрованного сигналов

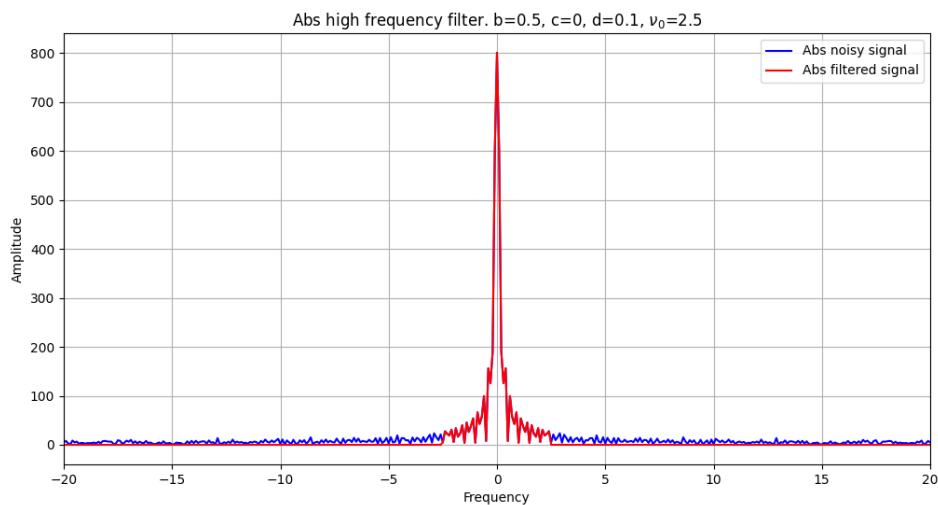


Рис. 16: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

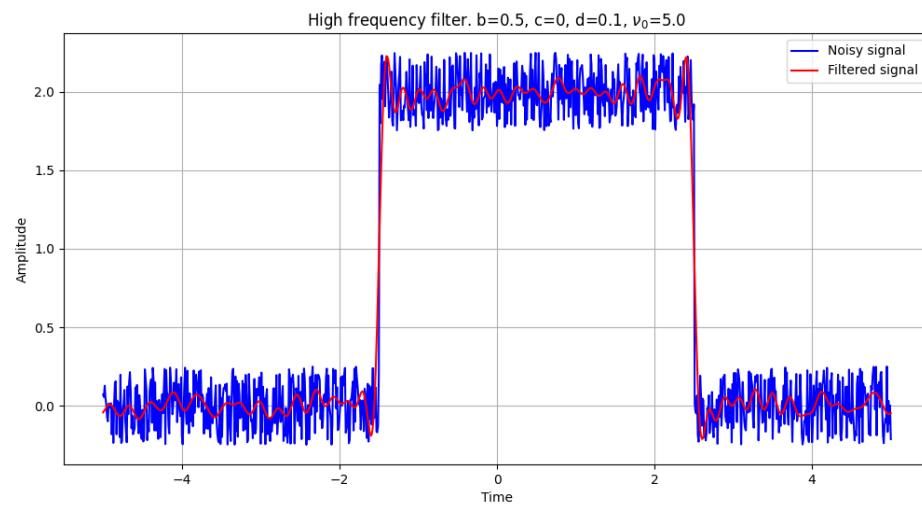


Рис. 17: График исходного и фильтрованного сигналов

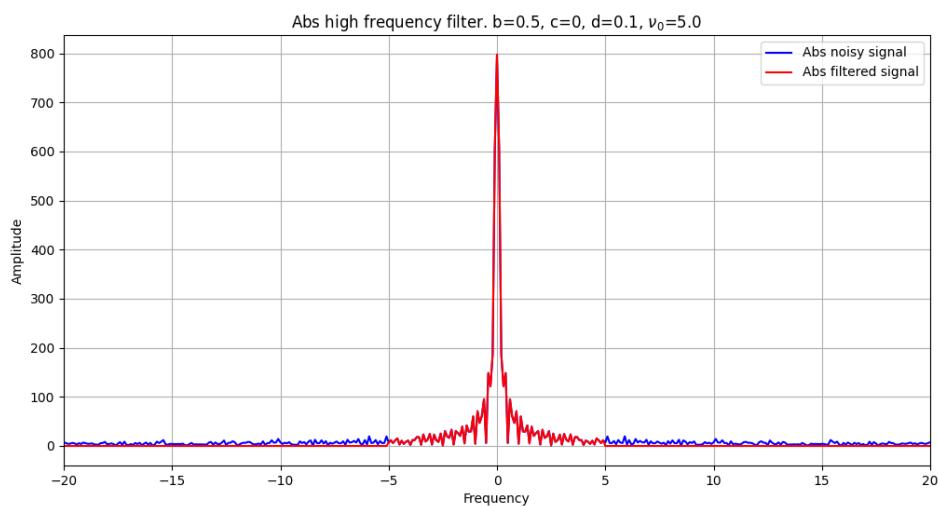


Рис. 18: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

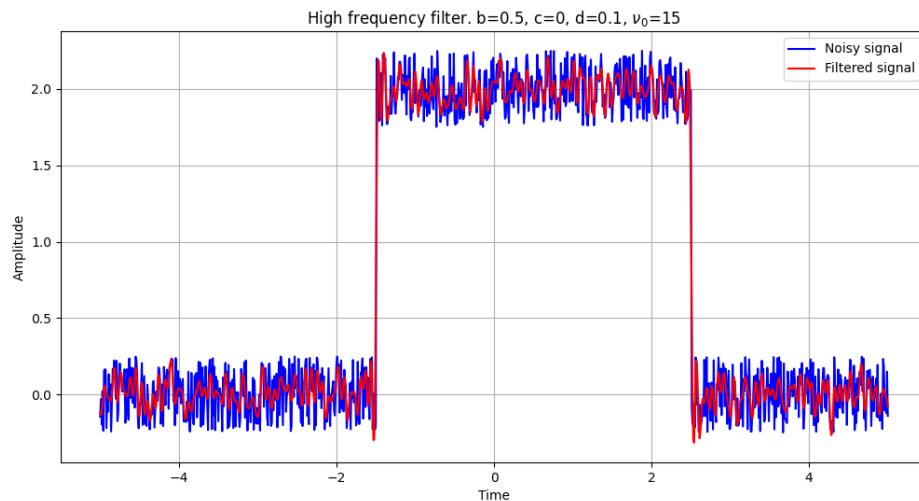


Рис. 19: График исходного и фильтрованного сигналов

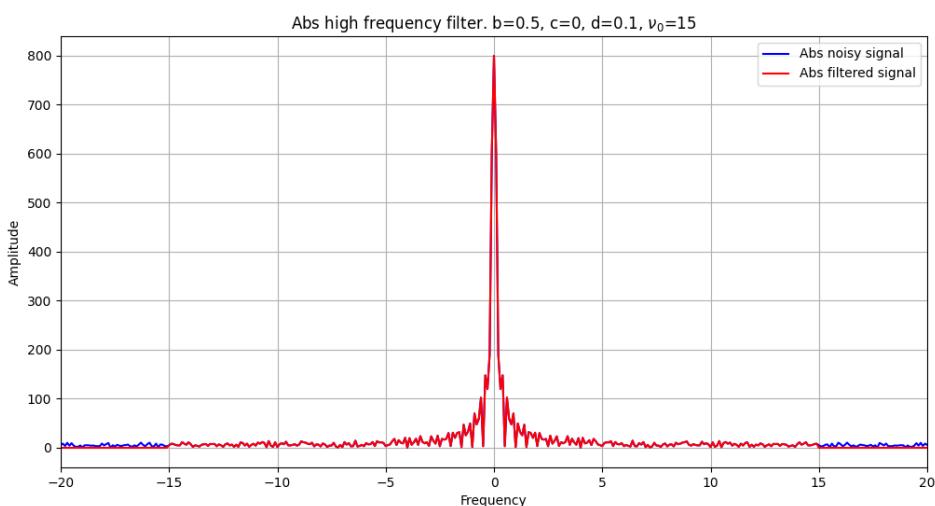


Рис. 20: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

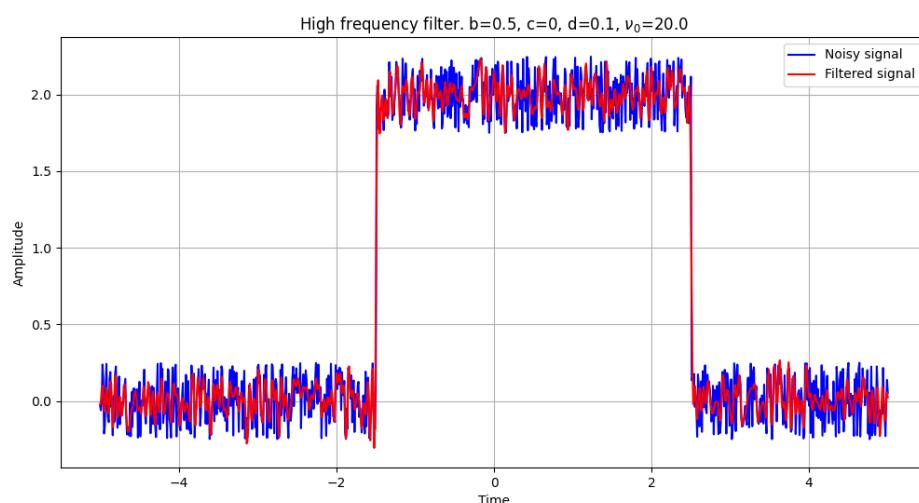


Рис. 21: График исходного и фильтрованного сигналов

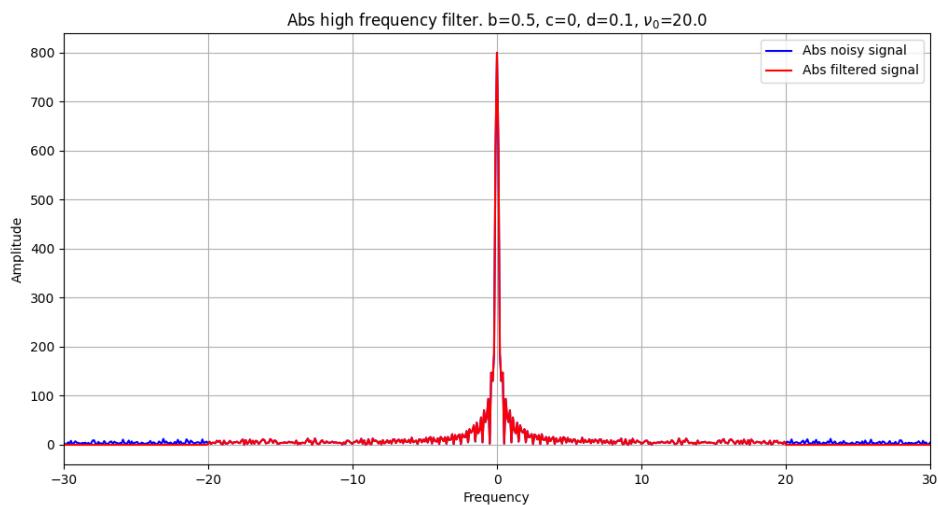


Рис. 22: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

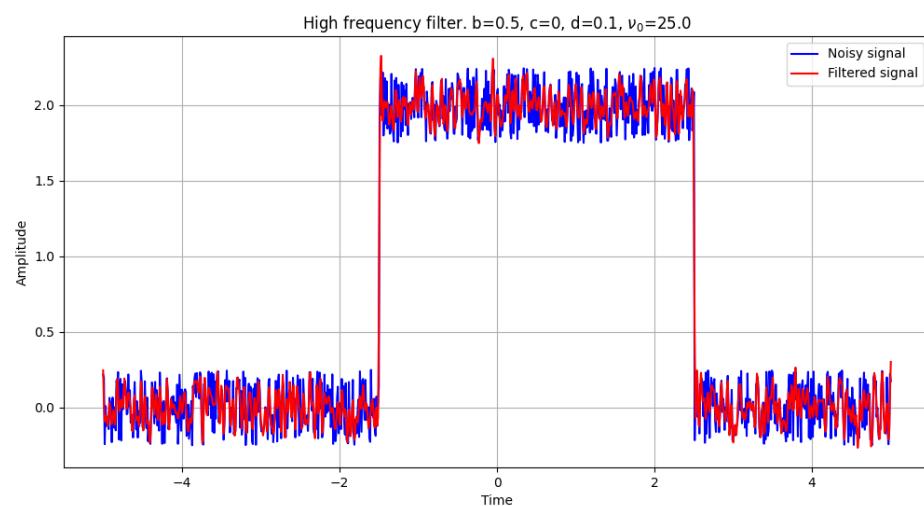


Рис. 23: График исходного и фильтрованного сигналов

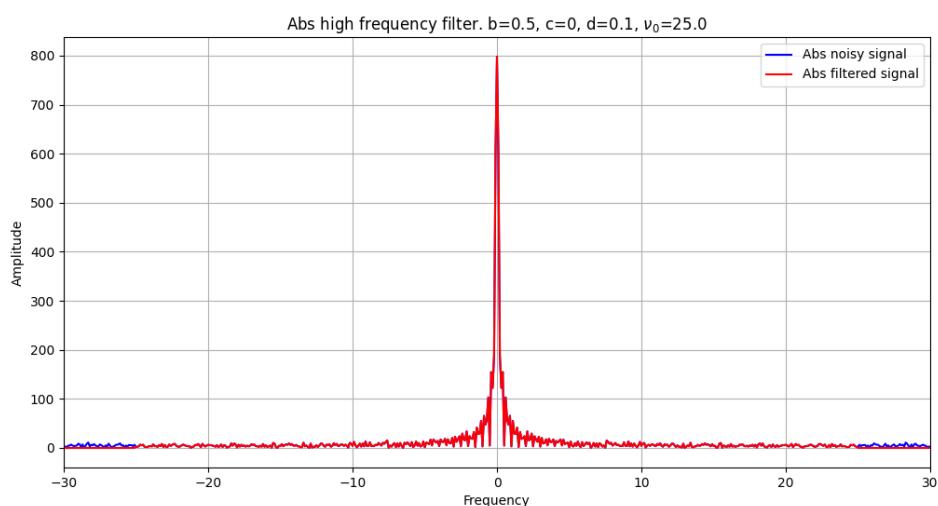


Рис. 24: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

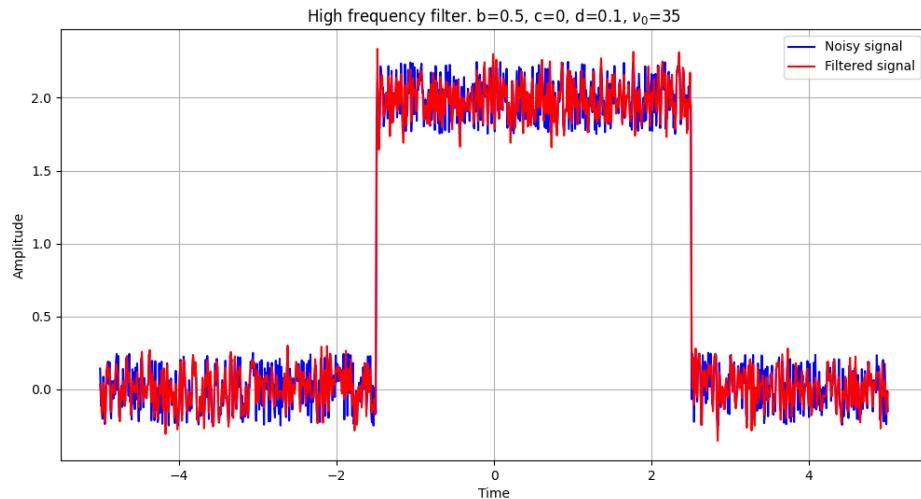


Рис. 25: График исходного и фильтрованного сигналов

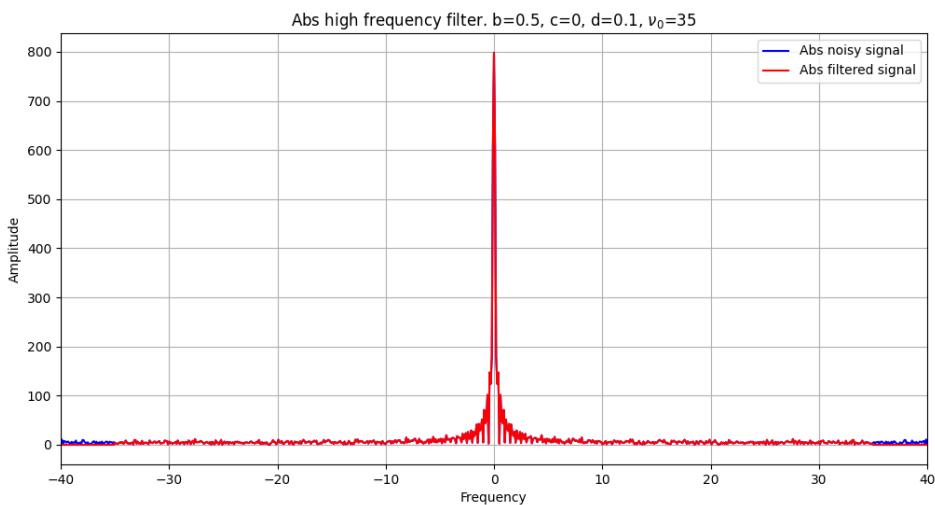


Рис. 26: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

плохой сигнал, но в глобальном смысле чем меньше значение  $b$ , тем чище сигнал и тем лучше сама фильтрация. При  $b = 0$  получается особый случай — сигнал превращается в прямоугольную функцию, а фильтрованный сигнал выглядит как ее аппроксимация.

Больше всего влияния на эффективность фильтрации оказывает частота среза  $\nu_0$ . Этот параметр необходимо подобрать так, чтобы оставались только те частоты, которые имеют заметно более высокую амплитуду по сравнению с остальными. Чем меньше частота среза  $\nu_0$ , тем заметно лучше фильтрация, однако, если взять слишком маленькое значение  $\nu_0$ , то фильтрация будет слишком сильной и мы потеряем большую часть значащих частот в сигнале, что можно увидеть на рисунке 11. Если взять слишком большое значение  $\nu_0$ , то фильтрация будет не очень эффективной (см. рис. 25).

## 1.2 Убираем низкие частоты.

Рассмотрим графики, где в некоторой окрестности точки  $\nu = 0$  обнулим все значения частот Фурье-образа, таким образом избавившись от наивысших амплитуд. Окрестность будет настраиваться выбором диапазона частот  $[-\nu_0, \nu_0]$ , где фильтр будет обнулять все

частоты, что входят в него. Также рассмотрим поведение фильтрации при различных параметрах  $b, c, d$ .

Далее будут приведены рисунки полученных графиков. На каждом графике подписаны выбранные значения  $b, c, d, \nu_0$ . Также отмечена легенда – синим цветом обозначается оригинальный сигнал, красным фильтрованный.

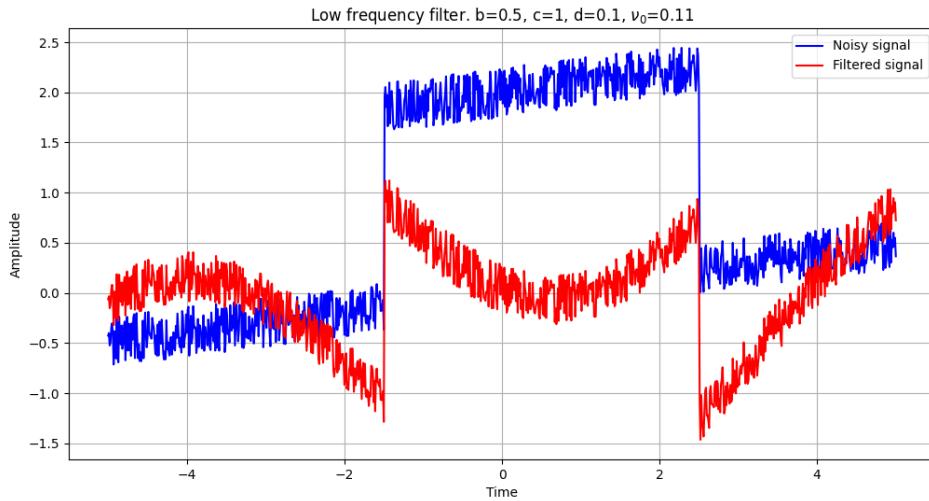


Рис. 27: График исходного и фильтрованного сигналов

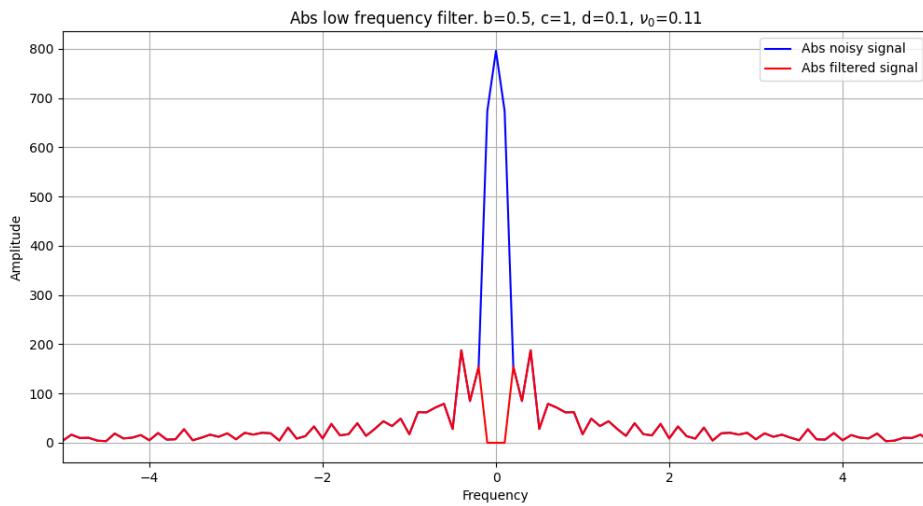


Рис. 28: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

### 1.3 Убираем специфические частоты.

Возьмем ненулевые параметры  $b, c, d$  и проделаем то же самое, что и раньше. Сначала попробуем обнулять некоторые диапазоны частот, потом обнулим верхние или нижние частоты, а также совместим различные варианты фильтрации, чтобы по возможности убрать влияние обеих компонент помехи. Исследуем влияние частот среза и значений параметров  $b, c, d$  на вид помехи и эффективность фильтрации. Кроме того, отдельно рассмотрим случай для  $b = 0$ .

Далее будут приведены рисунки полученных графиков. На каждом графике подписаны выбранные значения  $b, c, d, \nu_0$ . Также отмечена легенда – синим цветом обозначается

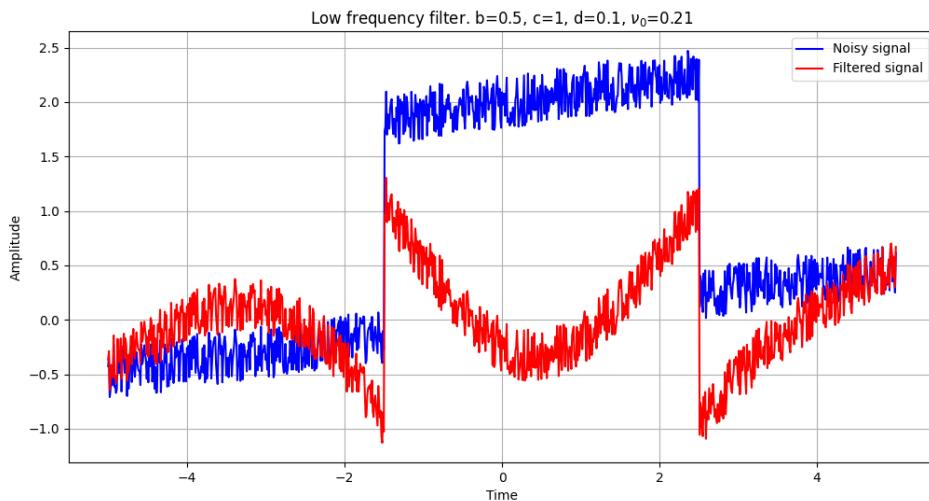


Рис. 29: График исходного и фильтрованного сигналов

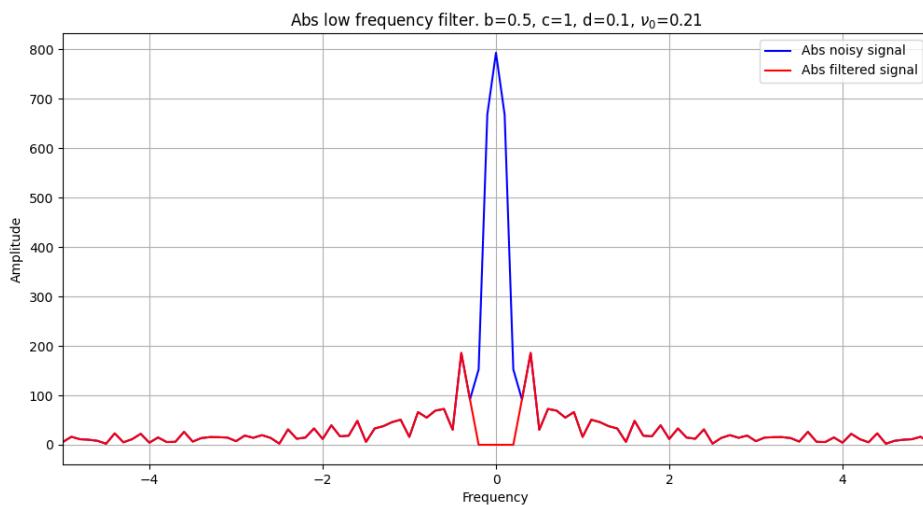


Рис. 30: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

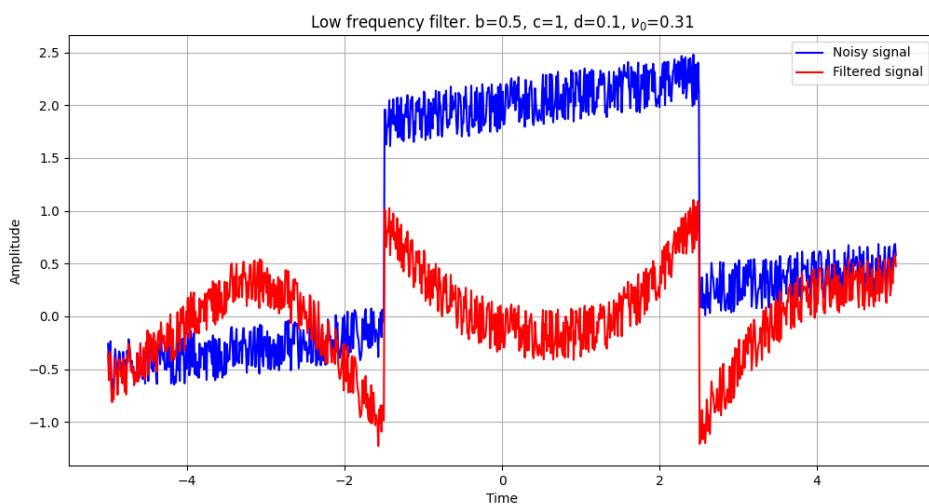


Рис. 31: График исходного и фильтрованного сигналов

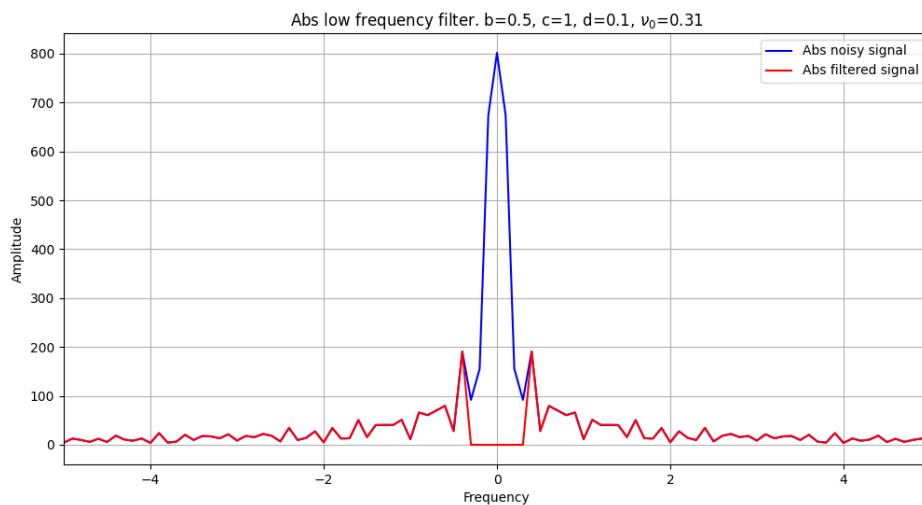


Рис. 32: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

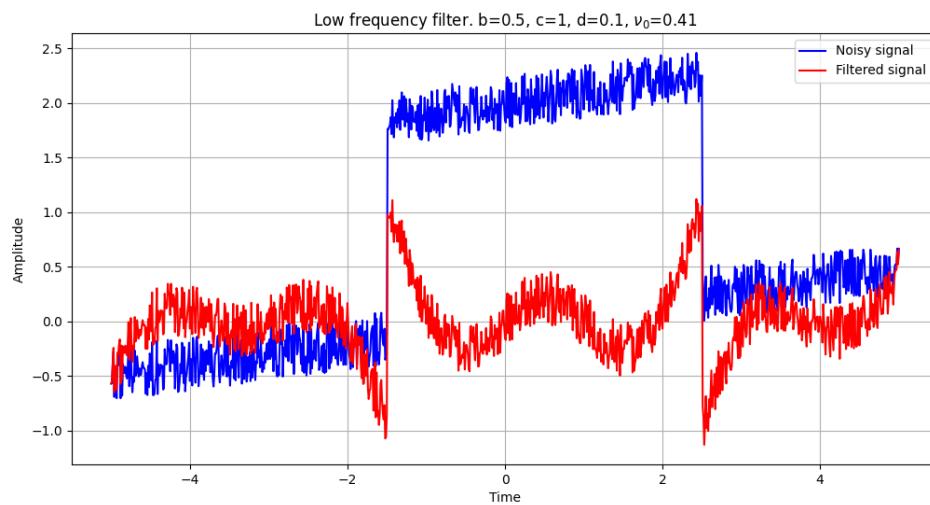


Рис. 33: График исходного и фильтрованного сигналов

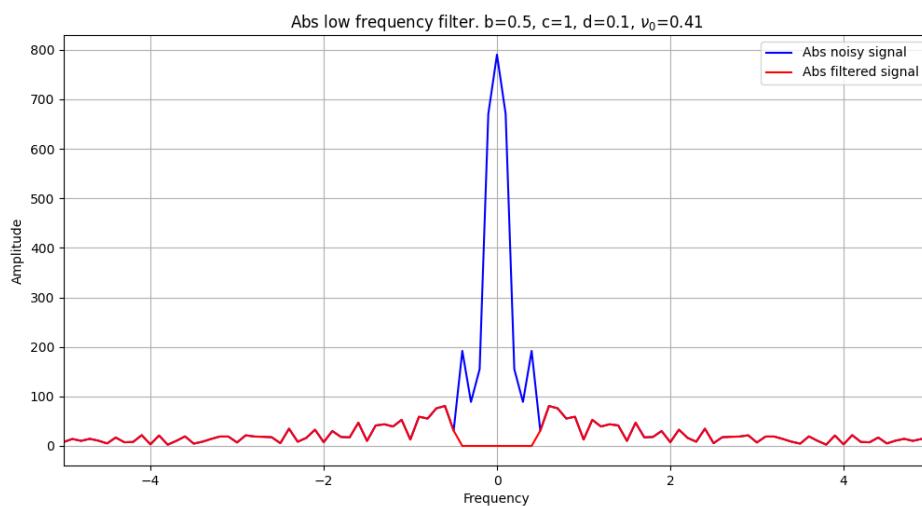


Рис. 34: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

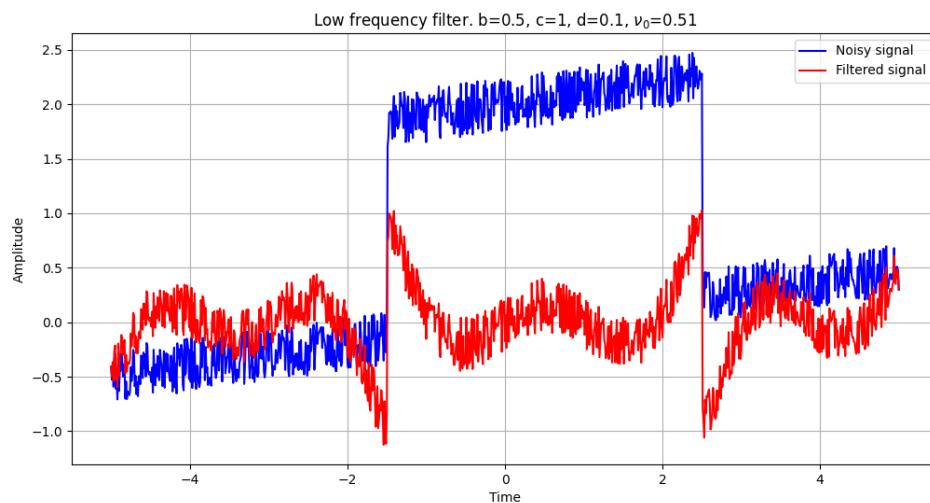


Рис. 35: График исходного и фильтрованного сигналов

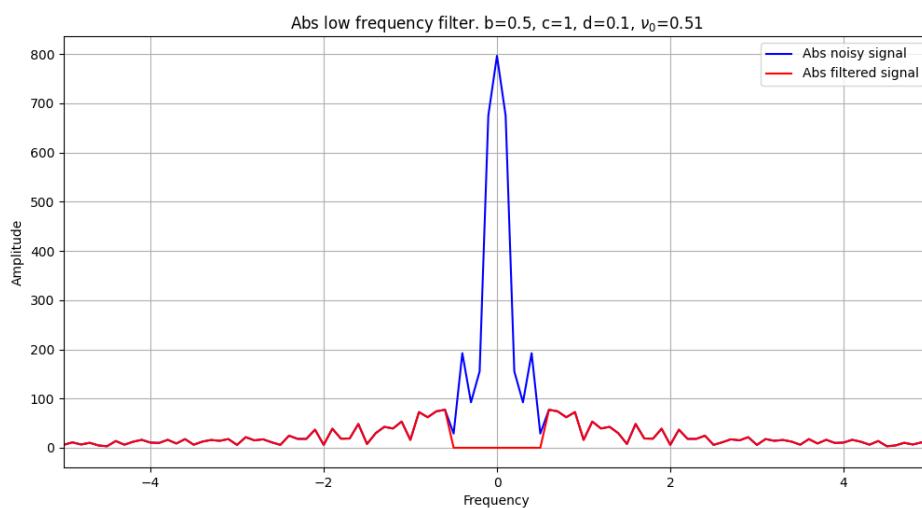


Рис. 36: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

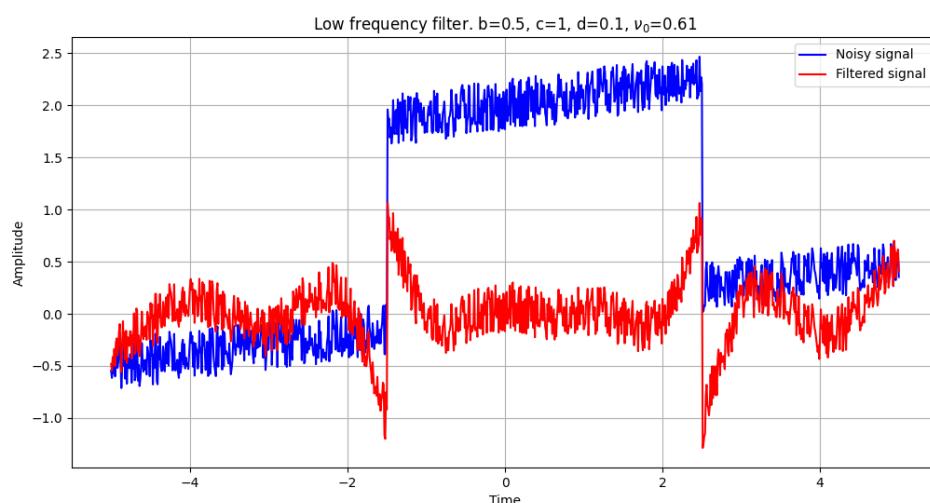


Рис. 37: График исходного и фильтрованного сигналов

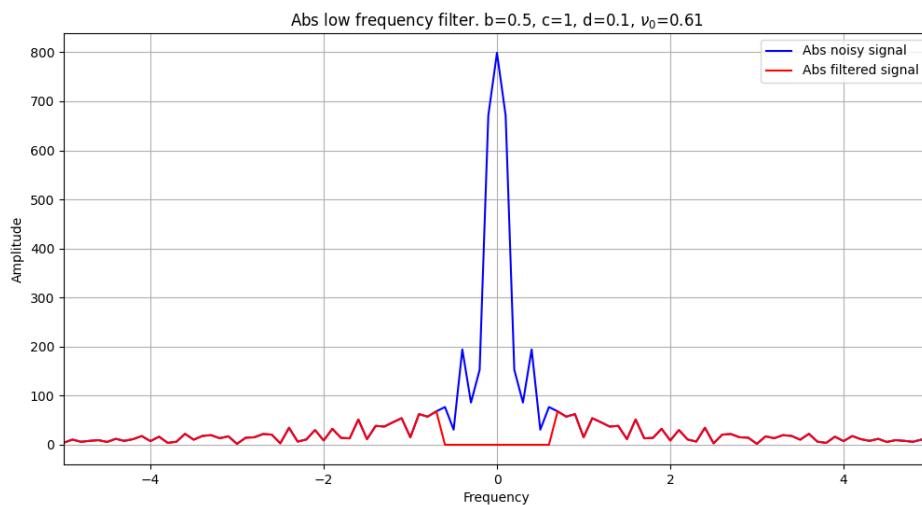


Рис. 38: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

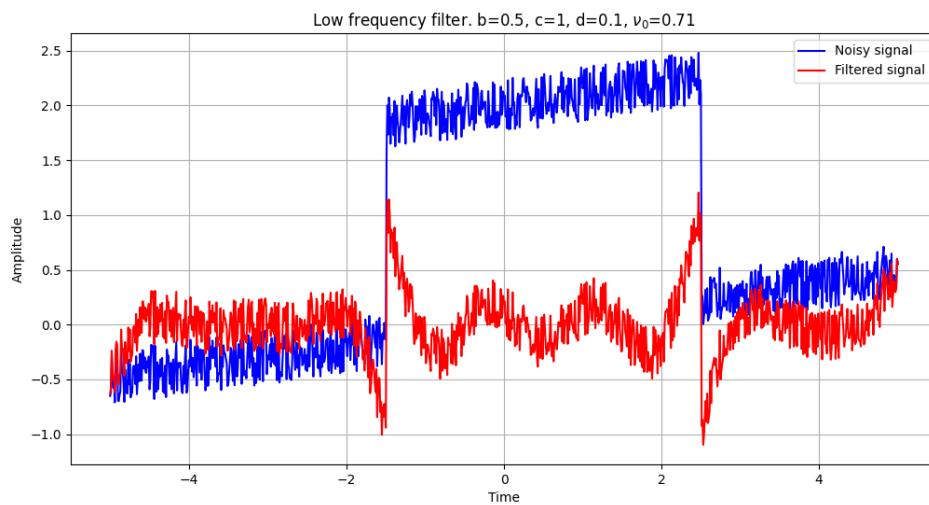


Рис. 39: График исходного и фильтрованного сигналов

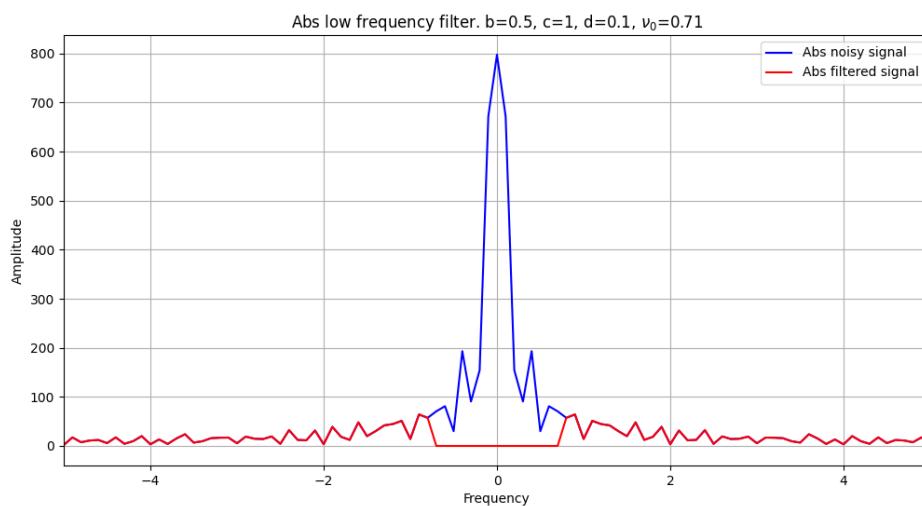


Рис. 40: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

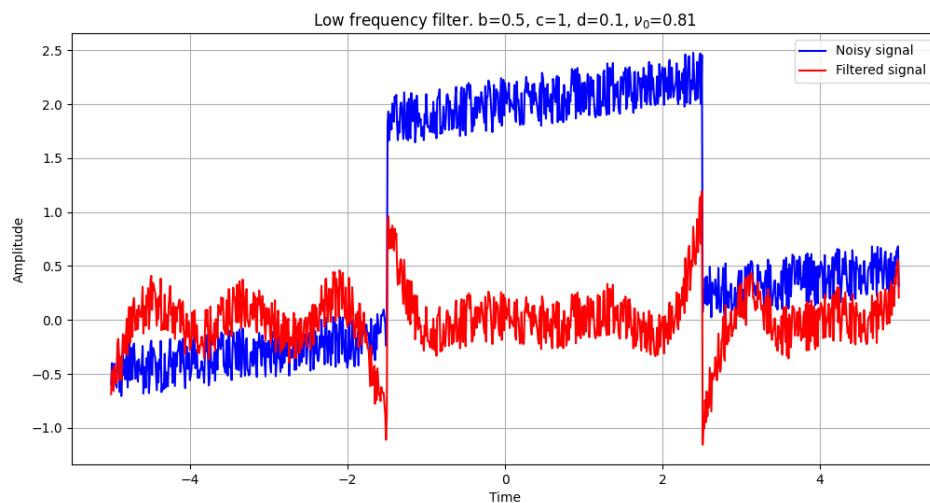


Рис. 41: График исходного и фильтрованного сигналов

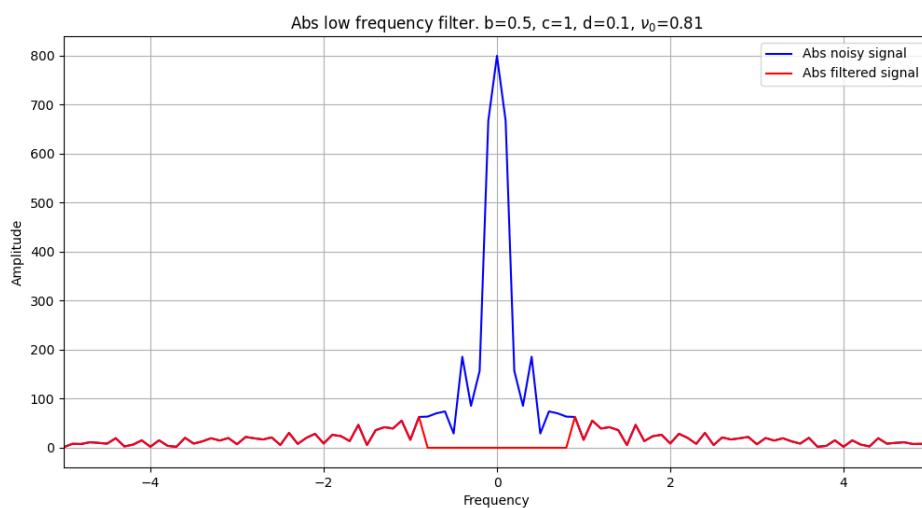


Рис. 42: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

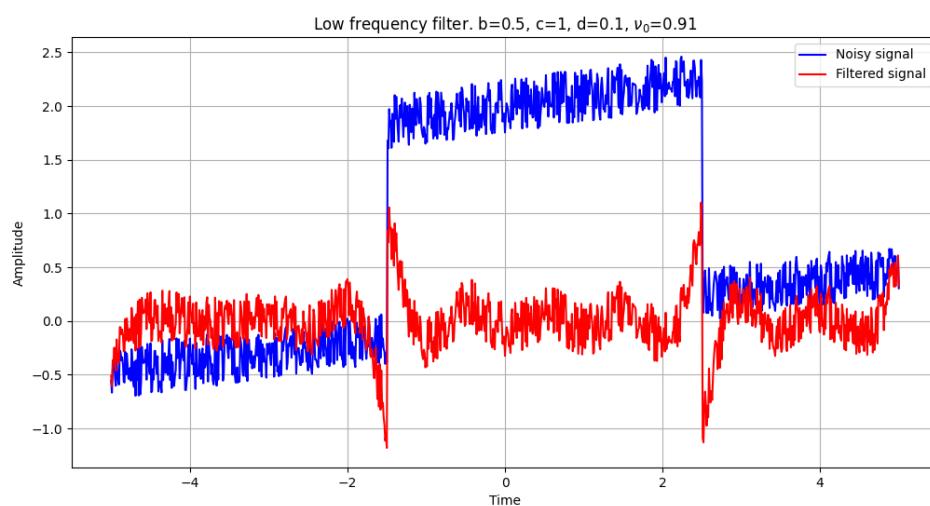


Рис. 43: График исходного и фильтрованного сигналов

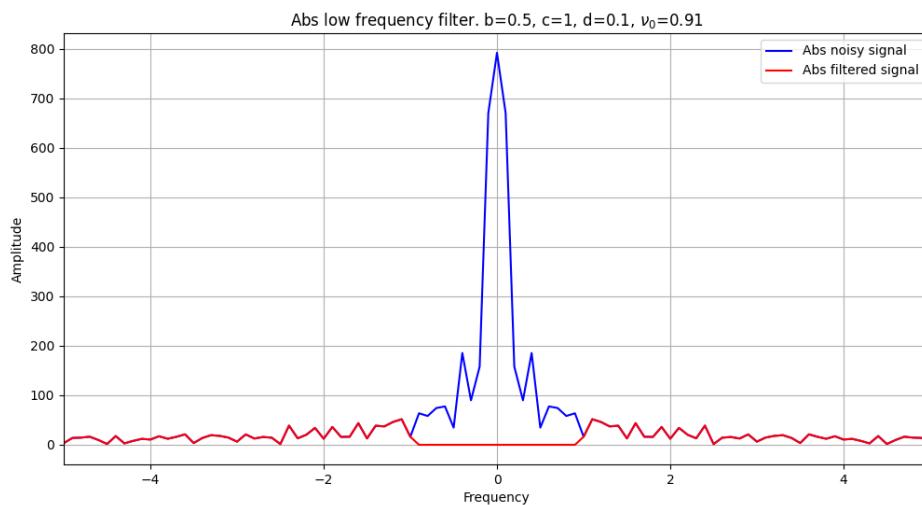


Рис. 44: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

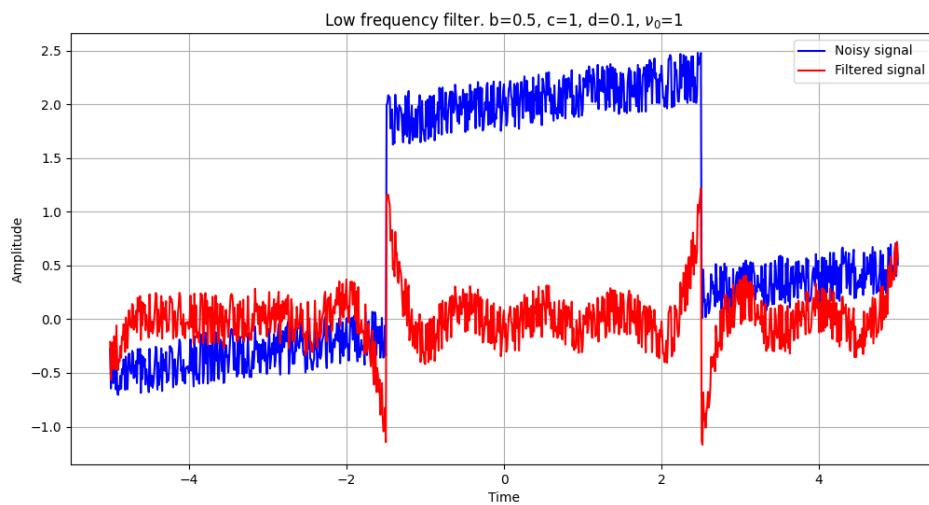


Рис. 45: График исходного и фильтрованного сигналов

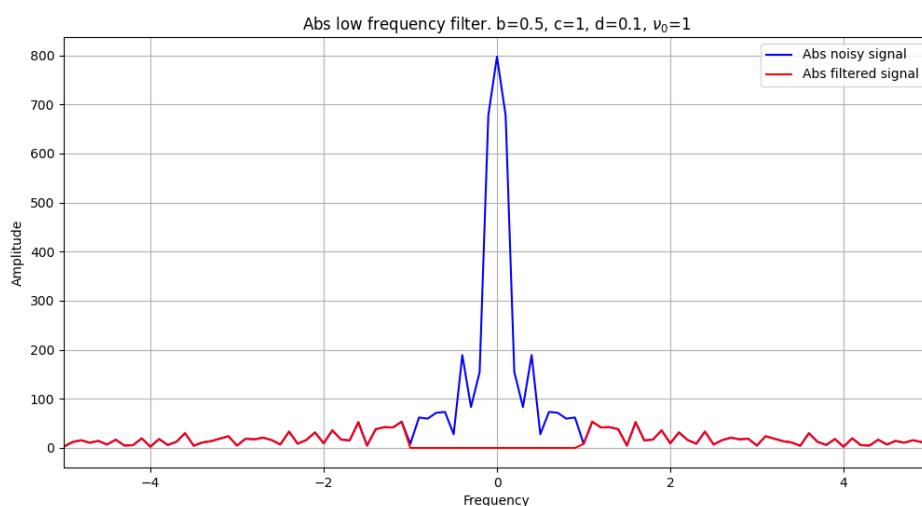


Рис. 46: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

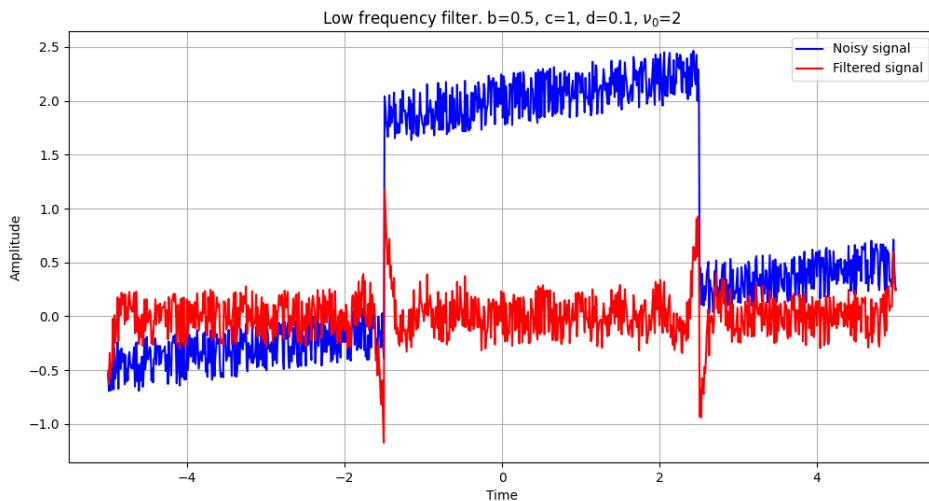


Рис. 47: График исходного и фильтрованного сигналов

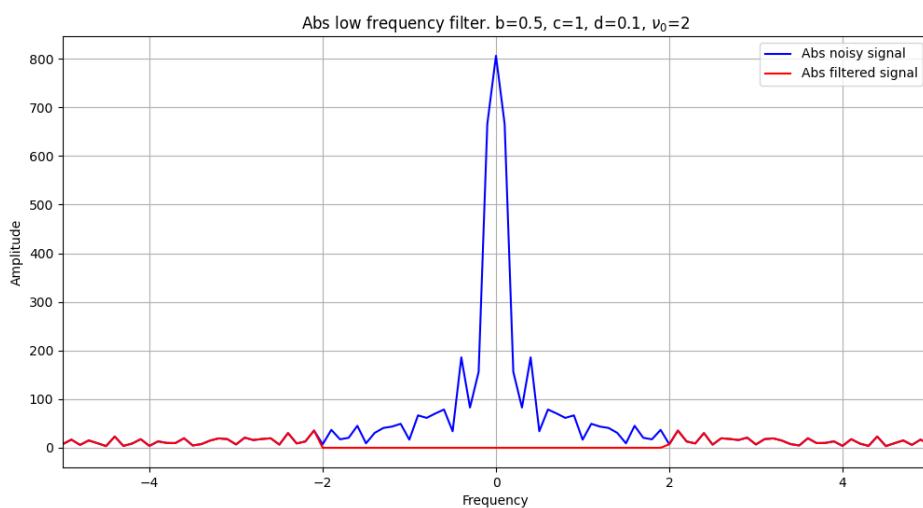


Рис. 48: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

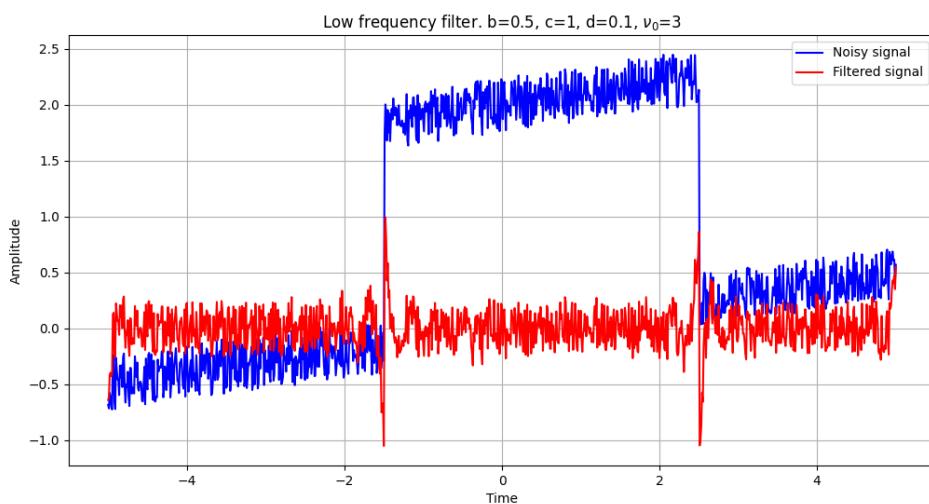


Рис. 49: График исходного и фильтрованного сигналов

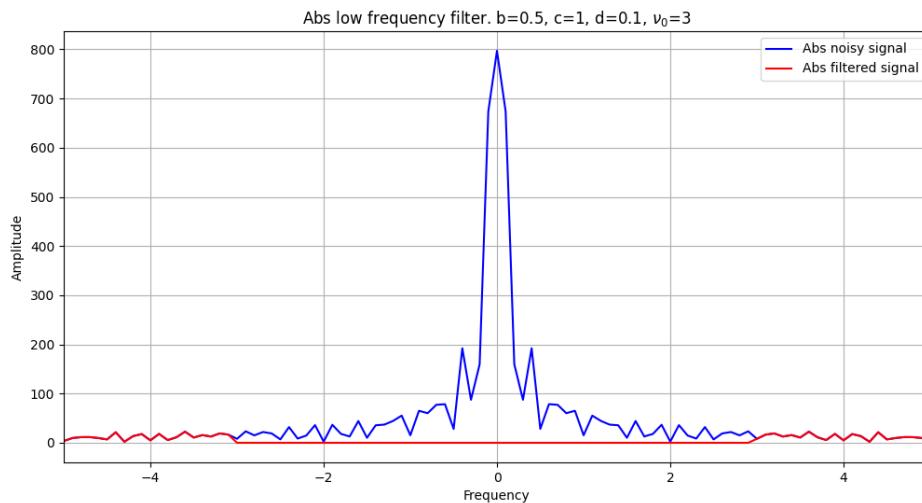


Рис. 50: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

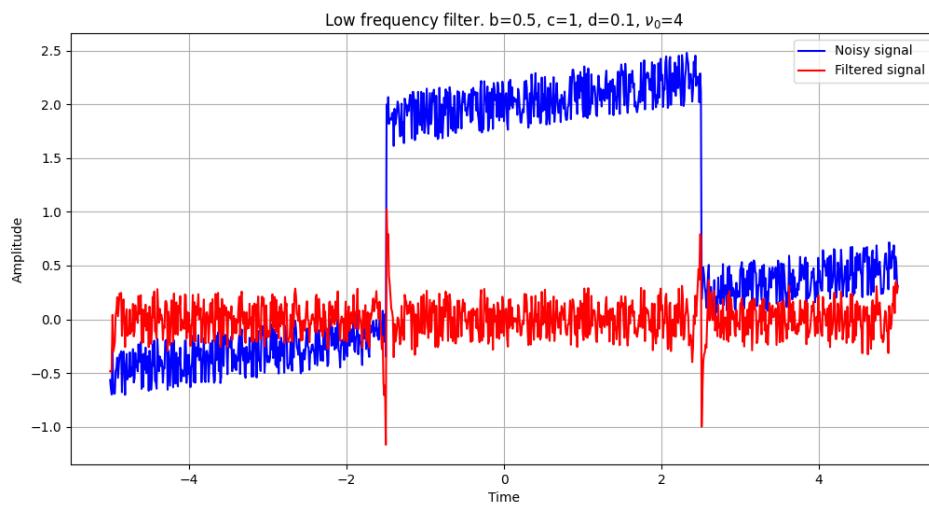


Рис. 51: График исходного и фильтрованного сигналов

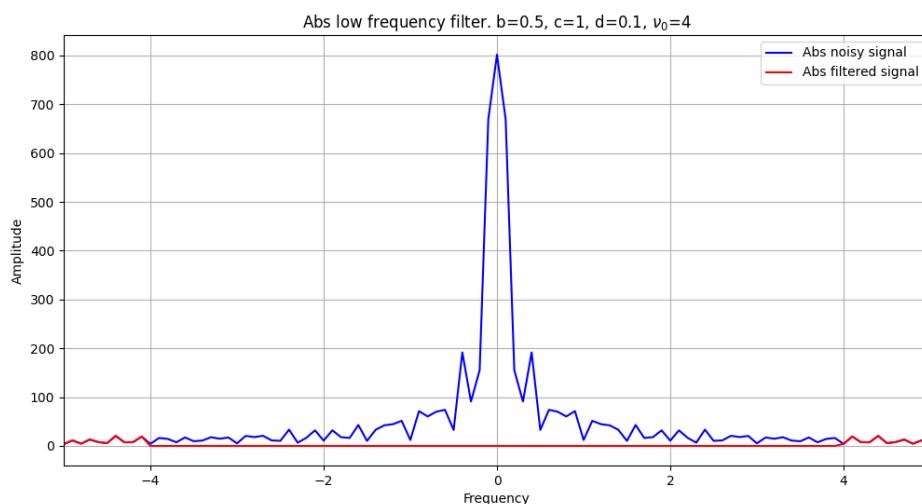


Рис. 52: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

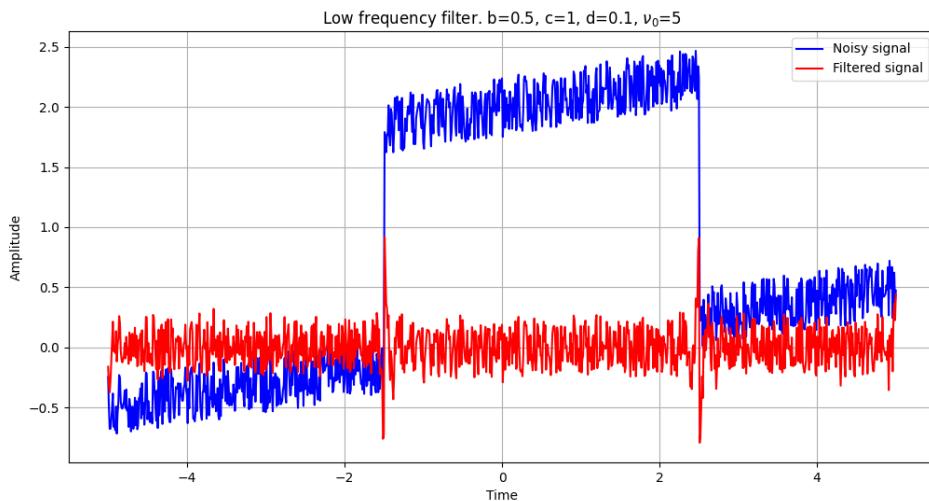


Рис. 53: График исходного и фильтрованного сигналов

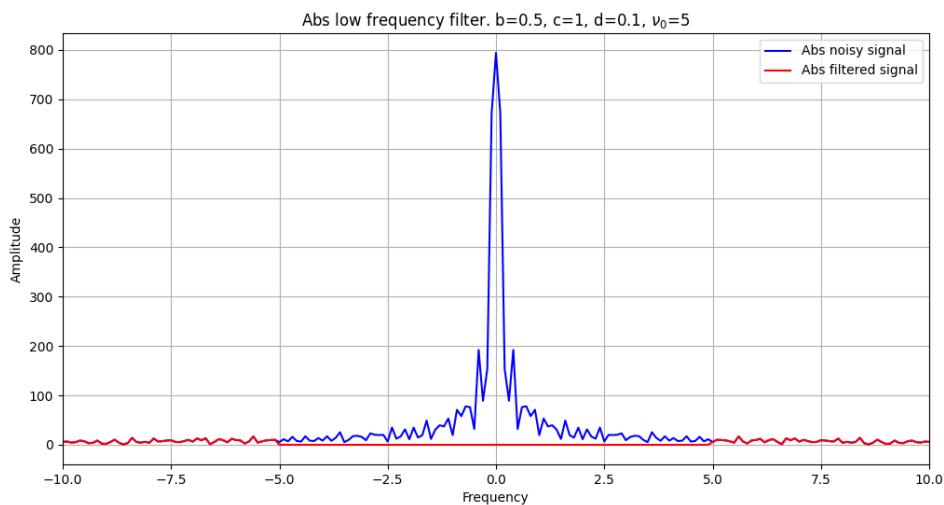


Рис. 54: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

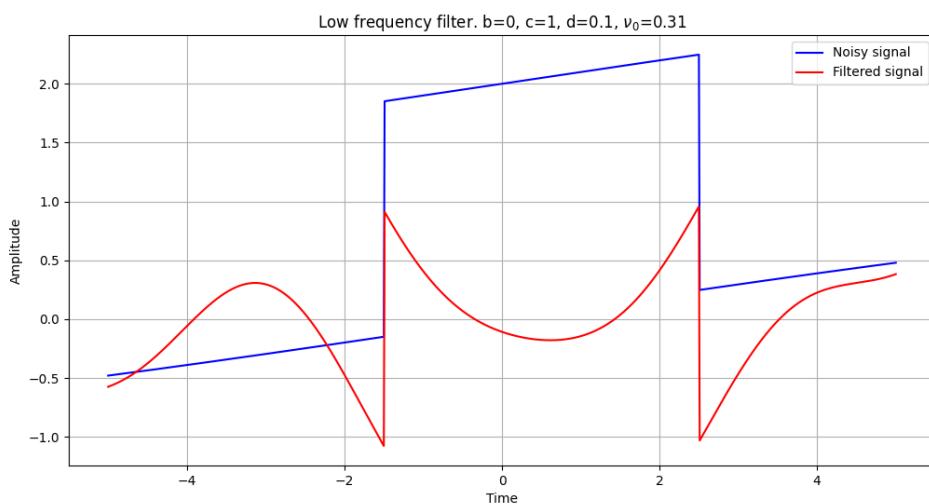


Рис. 55: График исходного и фильтрованного сигналов

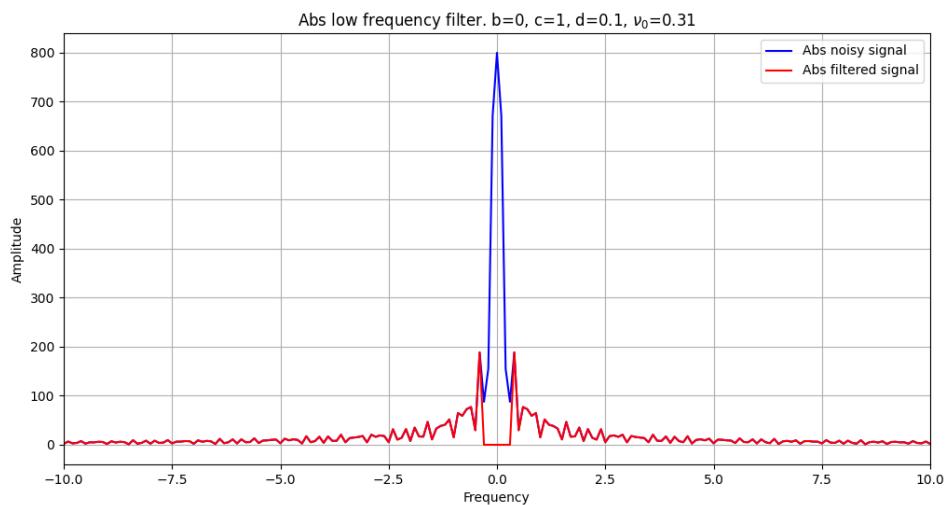


Рис. 56: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

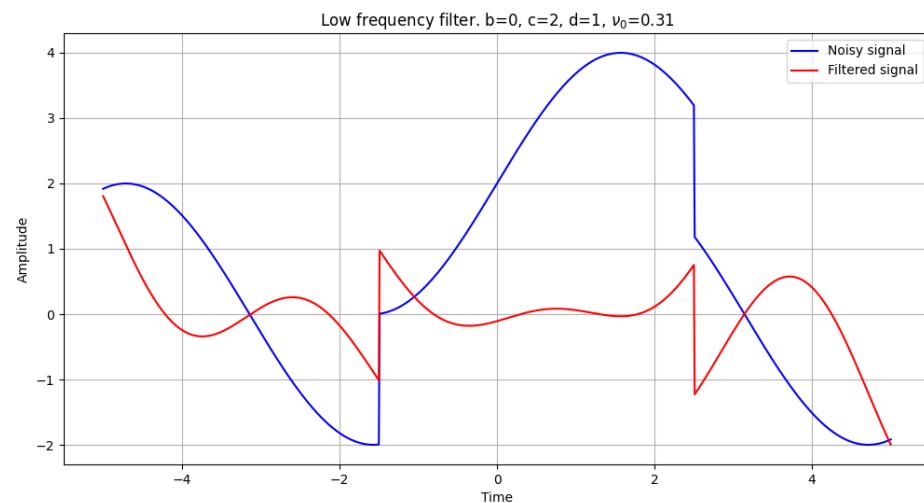


Рис. 57: График исходного и фильтрованного сигналов

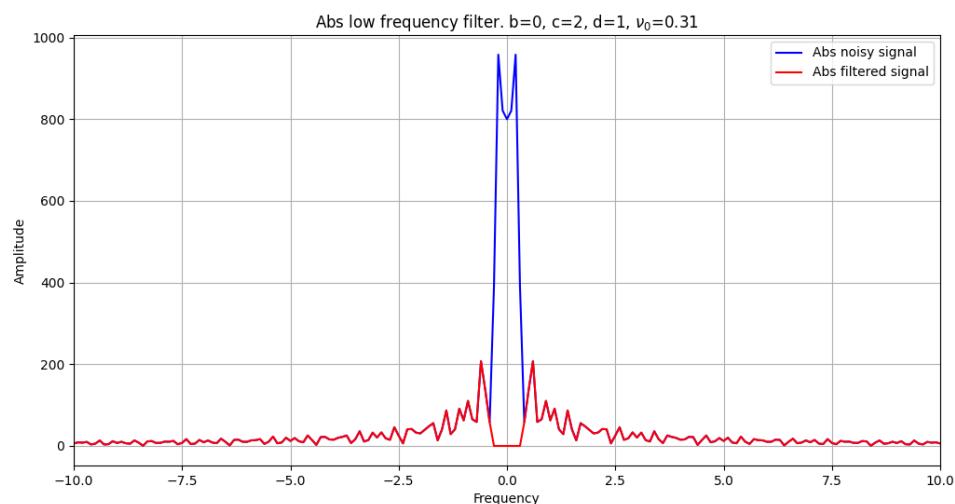


Рис. 58: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

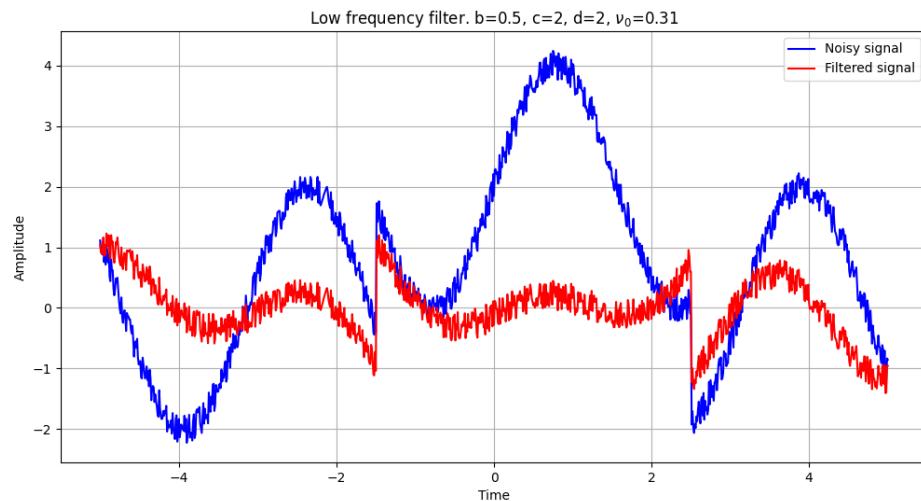


Рис. 59: График исходного и фильтрованного сигналов

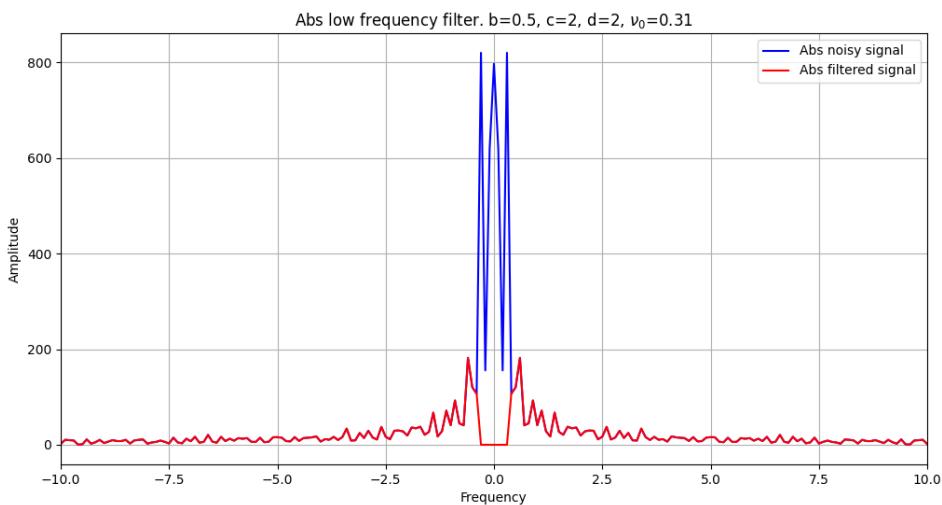


Рис. 60: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

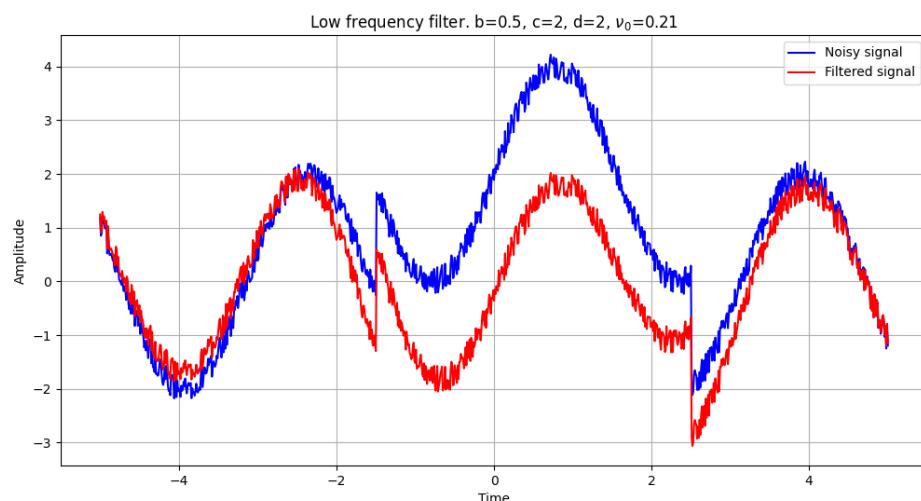


Рис. 61: График исходного и фильтрованного сигналов

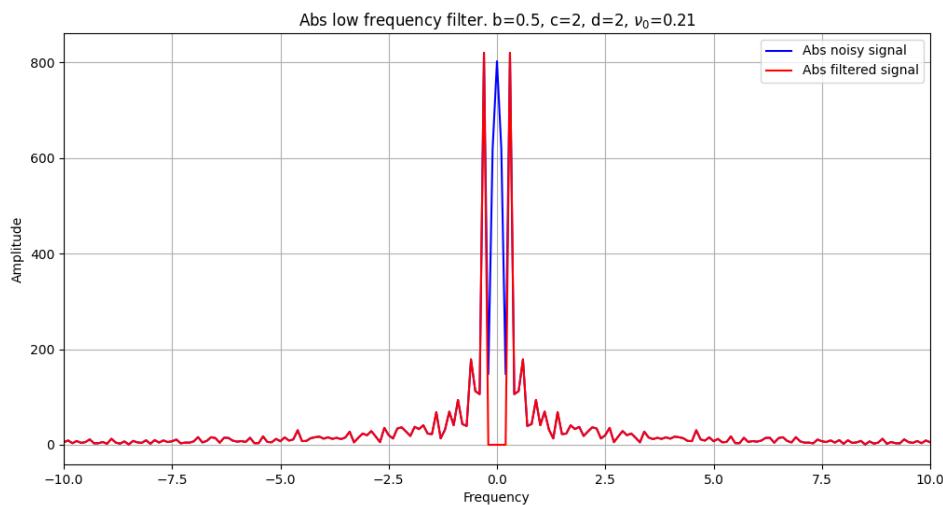


Рис. 62: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

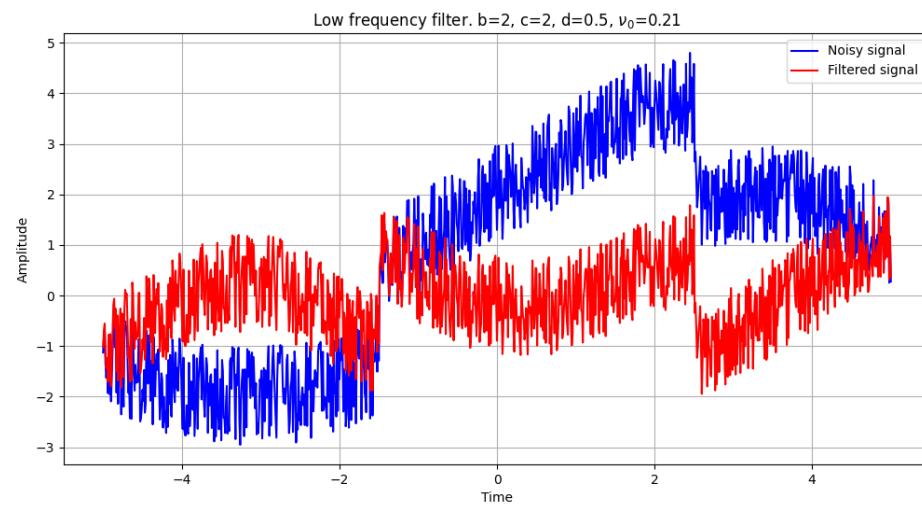


Рис. 63: График исходного и фильтрованного сигналов

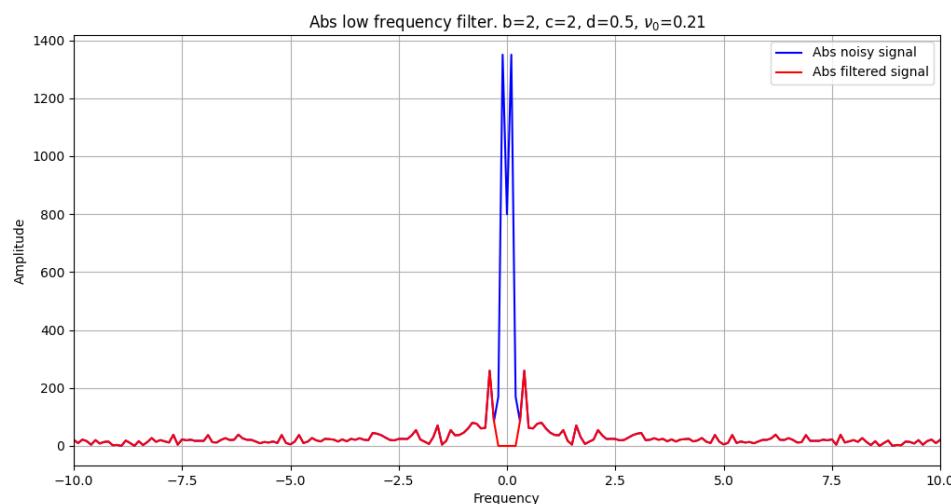


Рис. 64: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

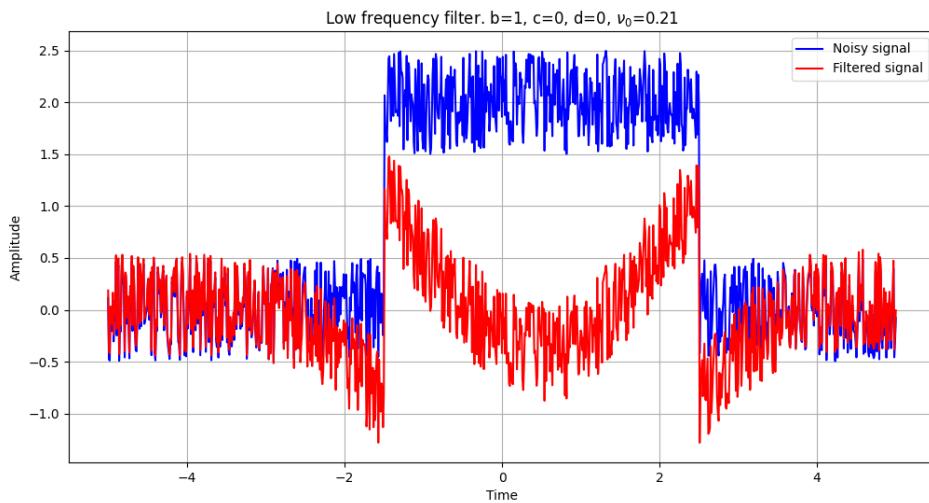


Рис. 65: График исходного и фильтрованного сигналов

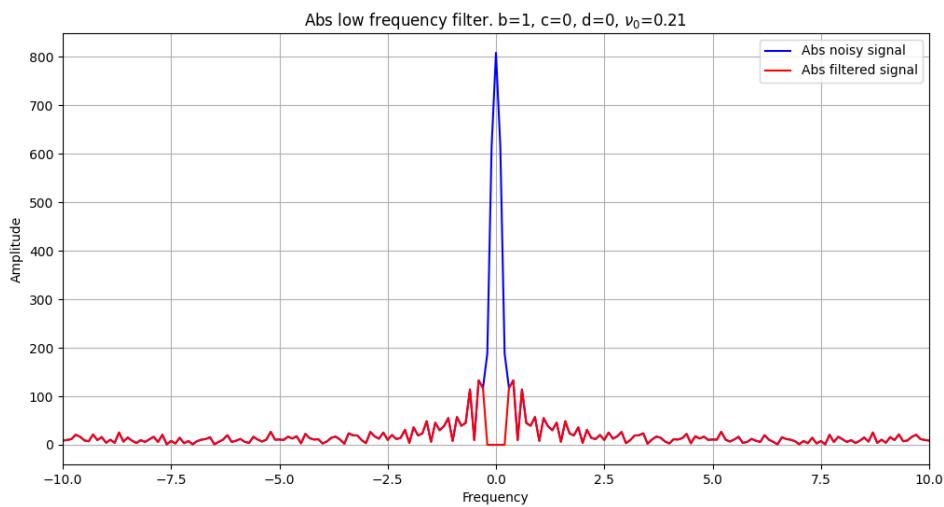


Рис. 66: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

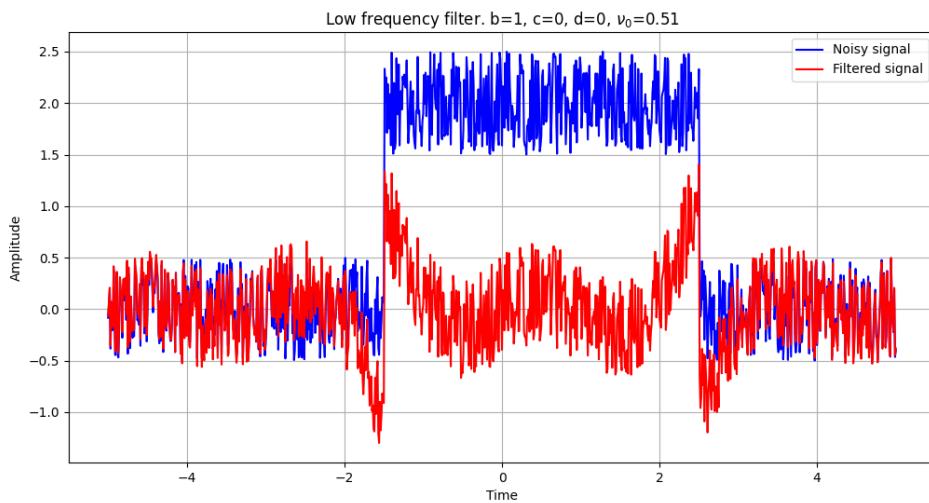


Рис. 67: График исходного и фильтрованного сигналов

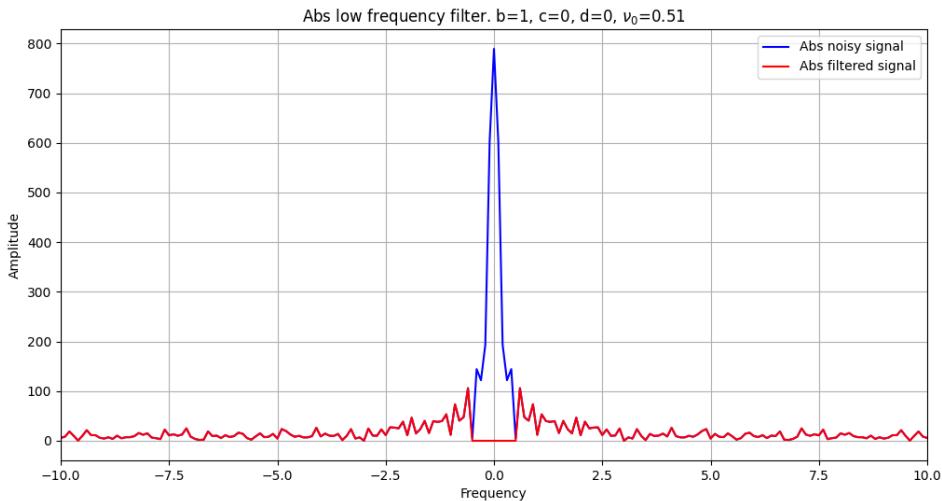


Рис. 68: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

оригинальный сигнал, красным фильтрованный. Для первого случая будут добавлены два дополнительных рисунка – графики сигнала и его Фурье-образа. Второй из двух нужен для того, чтобы выбрать диапазон частот, который мы будем обнулять. В ходе эксперимента с различными диапазонами был сделан вывод, что нужно попробовать обнулять те частоты, которые имеют пиковые амплитуды рядом с наивысшей амплитудой в точке 0. Если наивысшая амплитуда не одна, а, например, их две, и они находятся где-то в окрестности точки 0, то обнулять будем пики частот слева от левой и справа от правой наивысших амплитуд. Частоты в этих диапазонах будем называть специфическими.

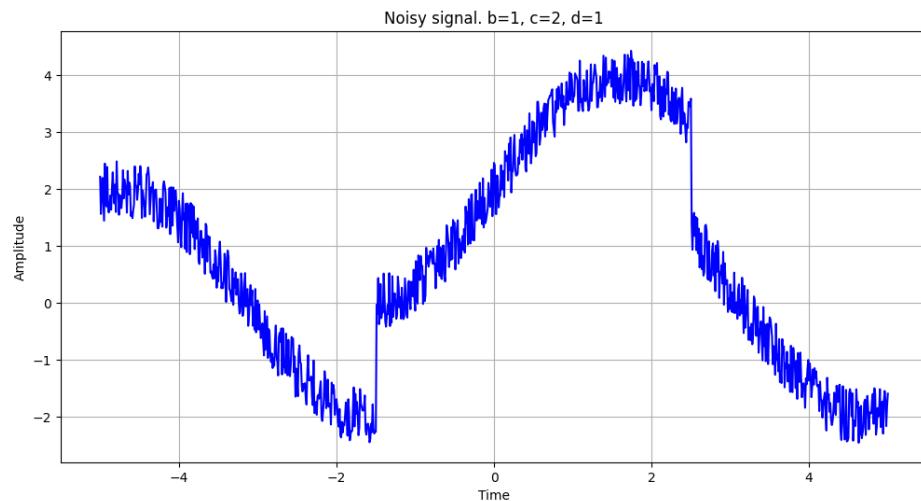


Рис. 69: График исходного сигнала

## 2 Задание 2. Фильтрация звука.

В данном задании необходимо убрать шумы из записи голоса в файле MUHA.wav так, чтобы остался только голос. При прослушивании записи голос слышно не очень хорошо, так как присутствует громкий гул. Построим графики исходного сигнала аудиозаписи и его Фурье-образа. Определим по второму графику, какие частоты могут создавать шумы.

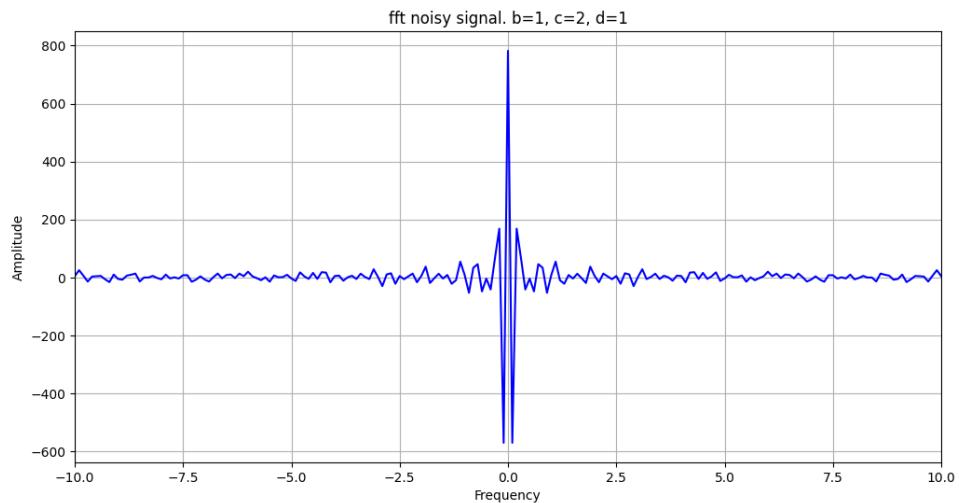


Рис. 70: График Фурье-образа исходного сигнала

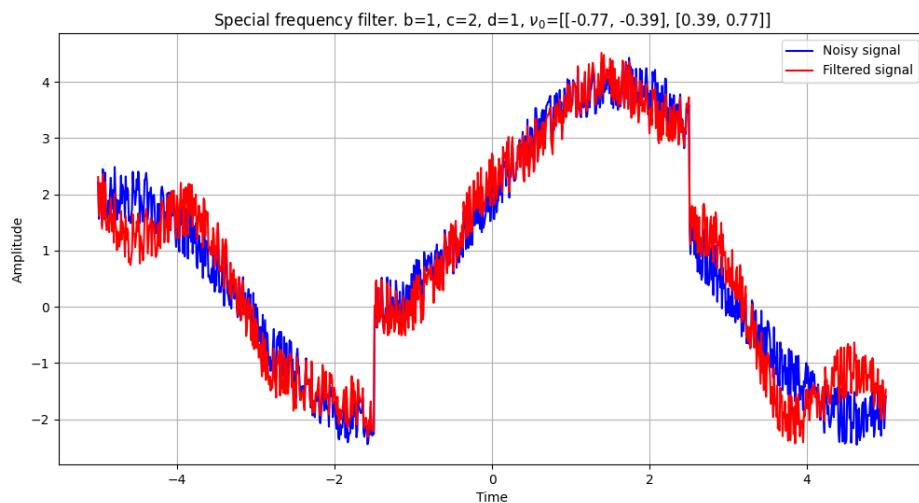


Рис. 71: График исходного и фильтрованного сигналов

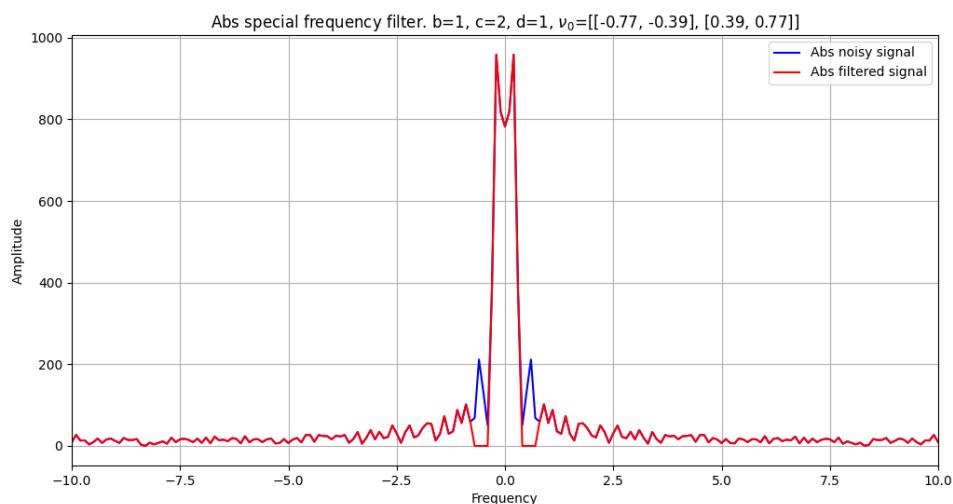


Рис. 72: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

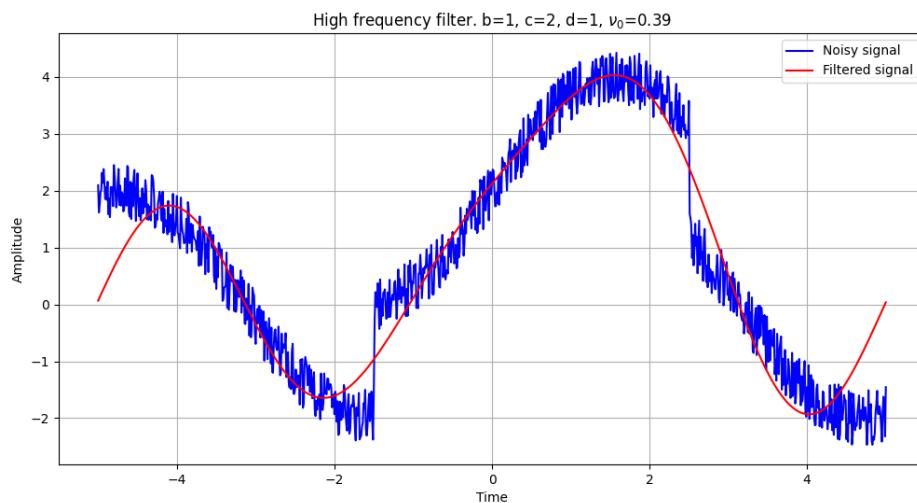


Рис. 73: График исходного и фильтрованного сигналов

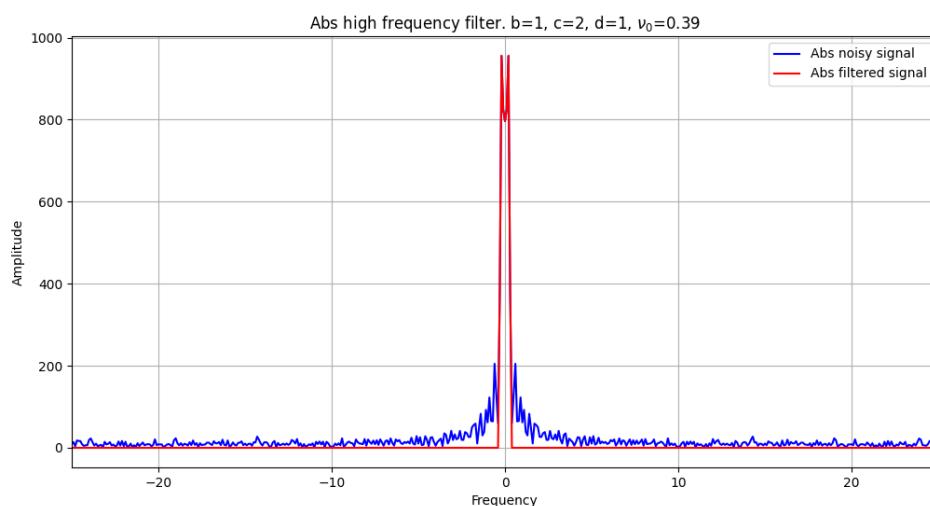


Рис. 74: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

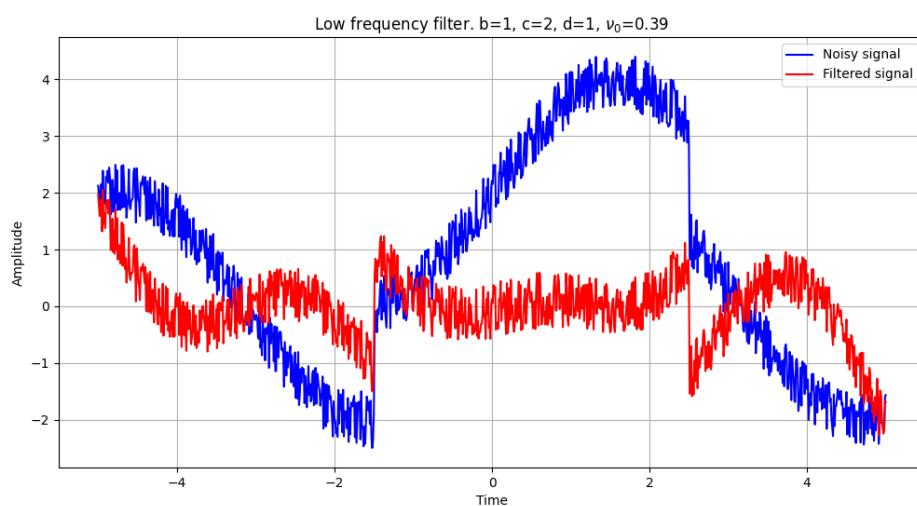


Рис. 75: График исходного и фильтрованного сигналов

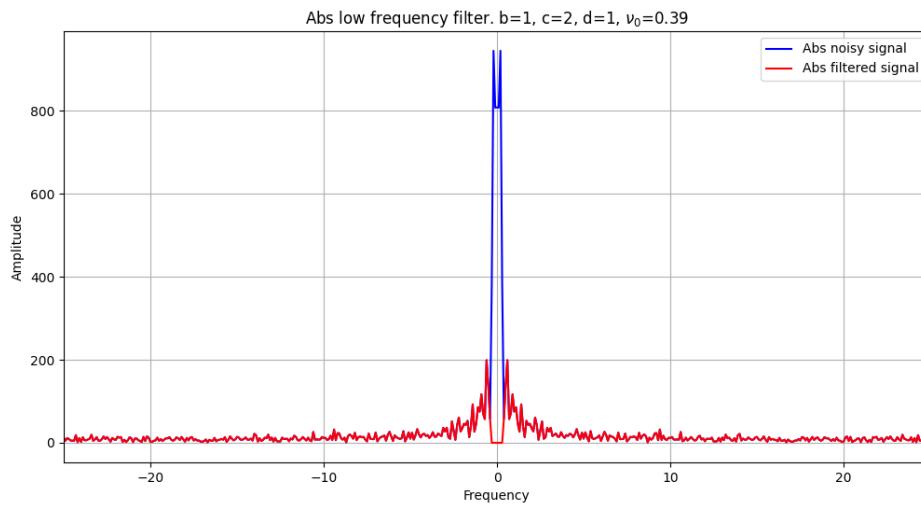


Рис. 76: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

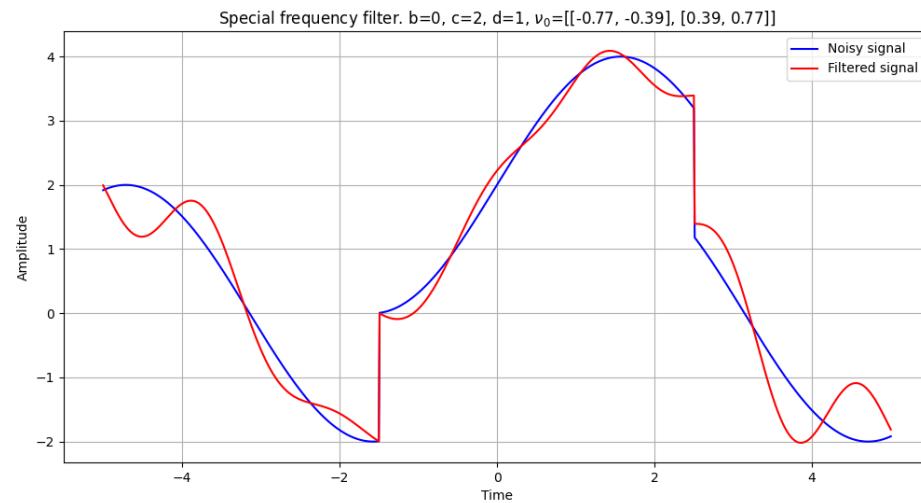


Рис. 77: График исходного и фильтрованного сигналов

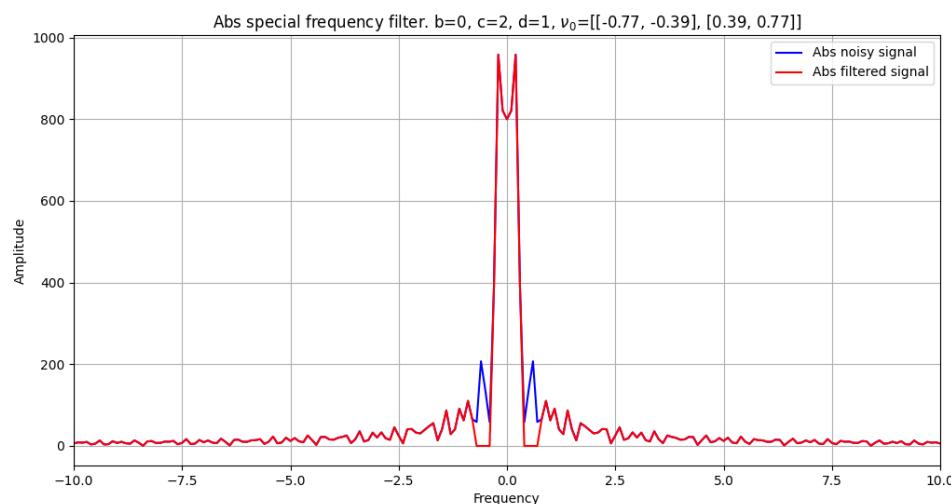


Рис. 78: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

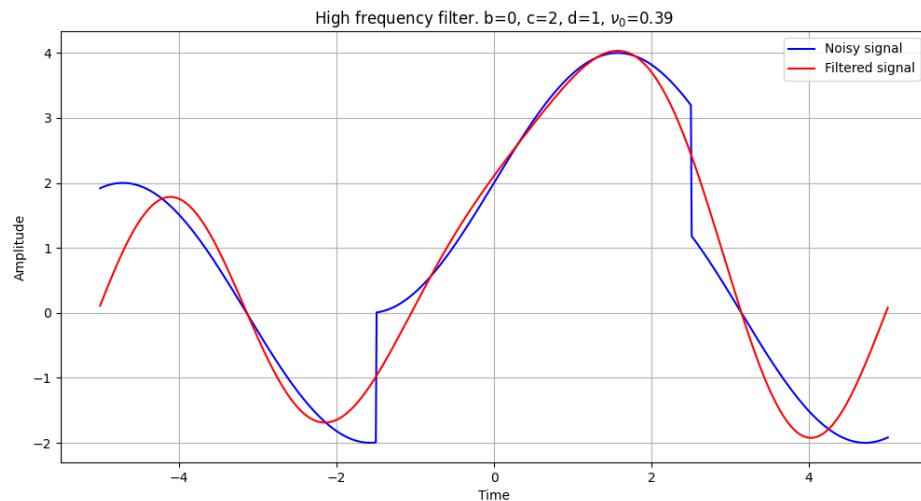


Рис. 79: График исходного и фильтрованного сигналов

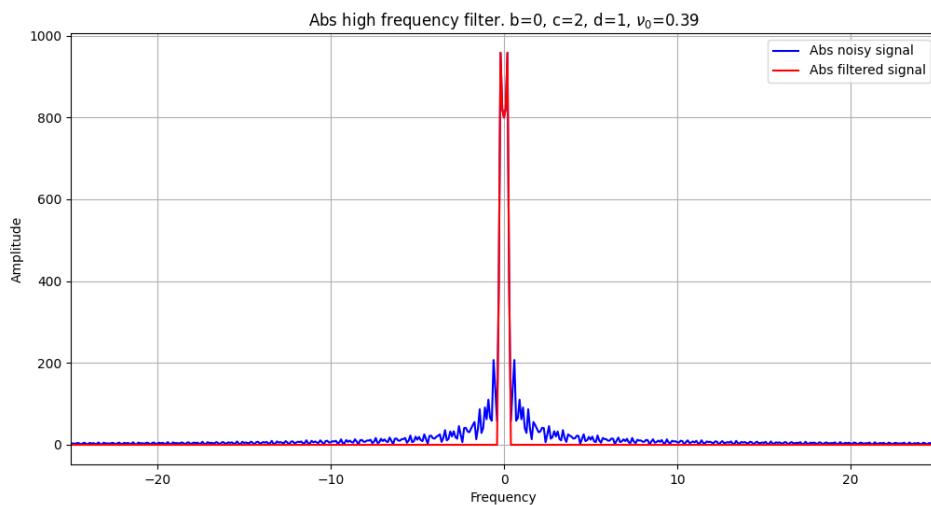


Рис. 80: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

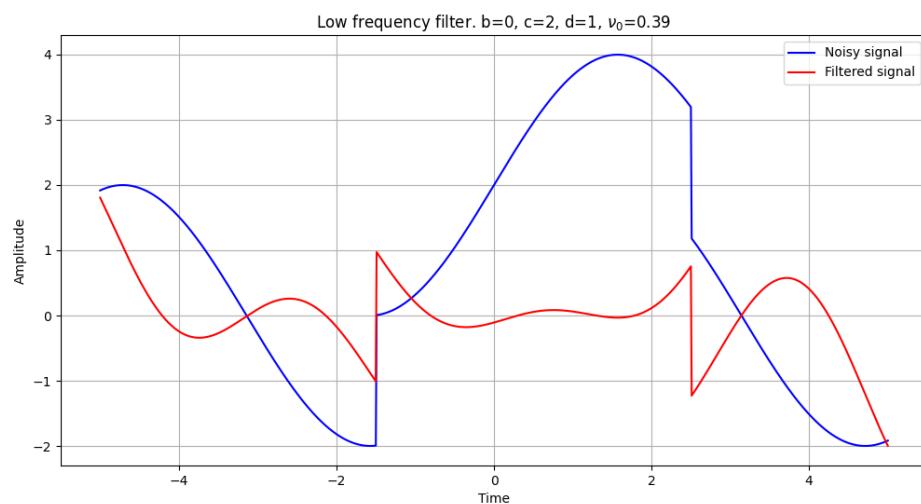


Рис. 81: График исходного и фильтрованного сигналов

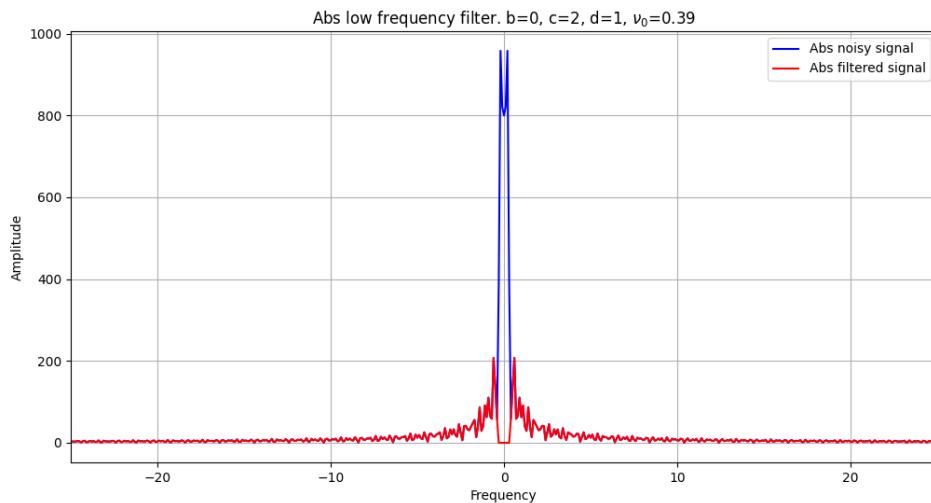


Рис. 82: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

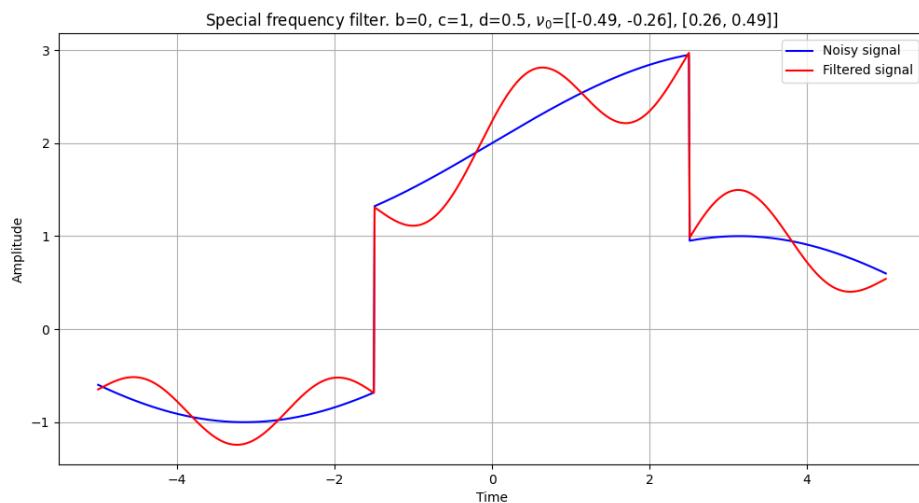


Рис. 83: График исходного и фильтрованного сигналов

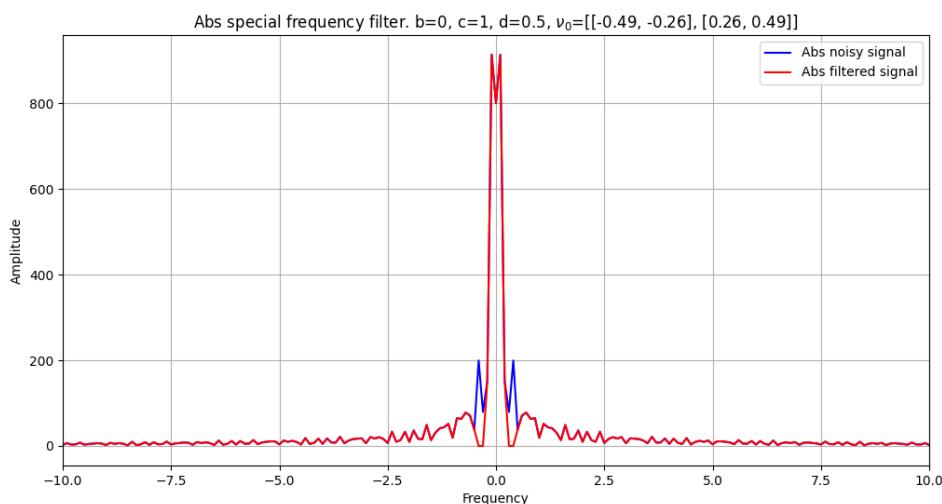


Рис. 84: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

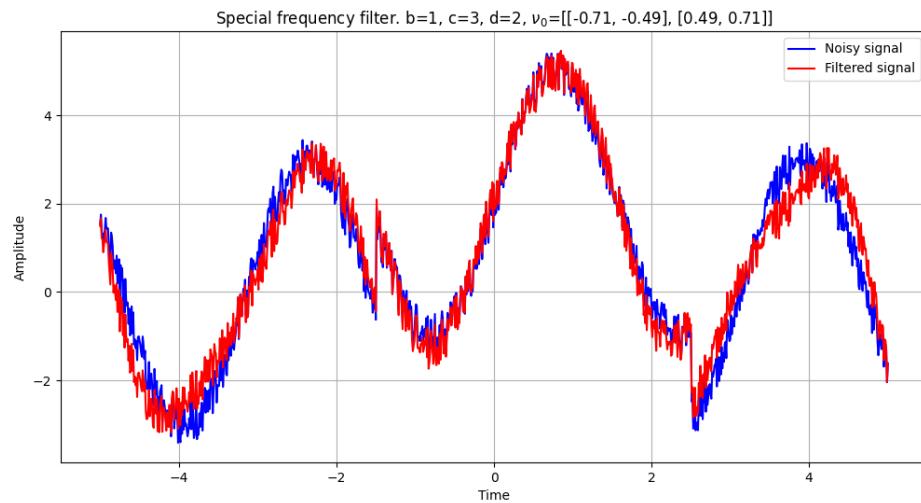


Рис. 85: График исходного и фильтрованного сигналов

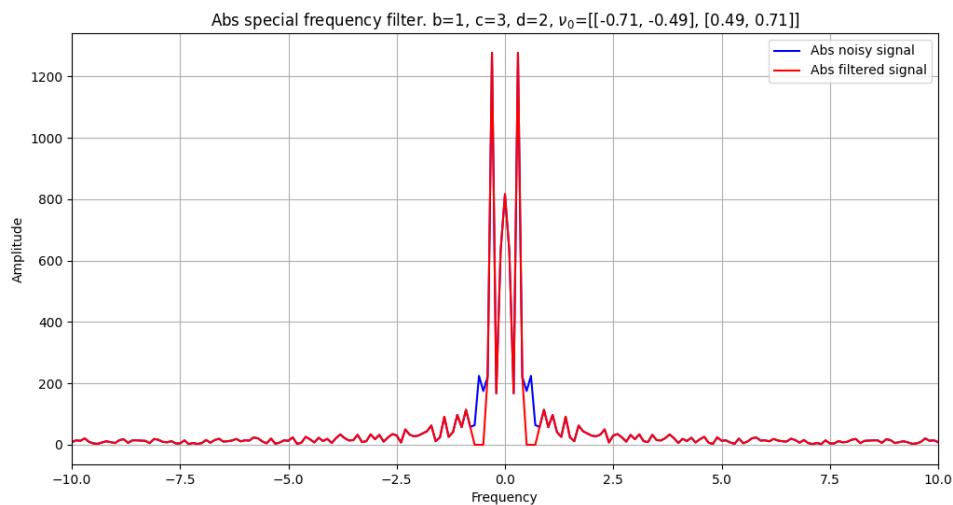


Рис. 86: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

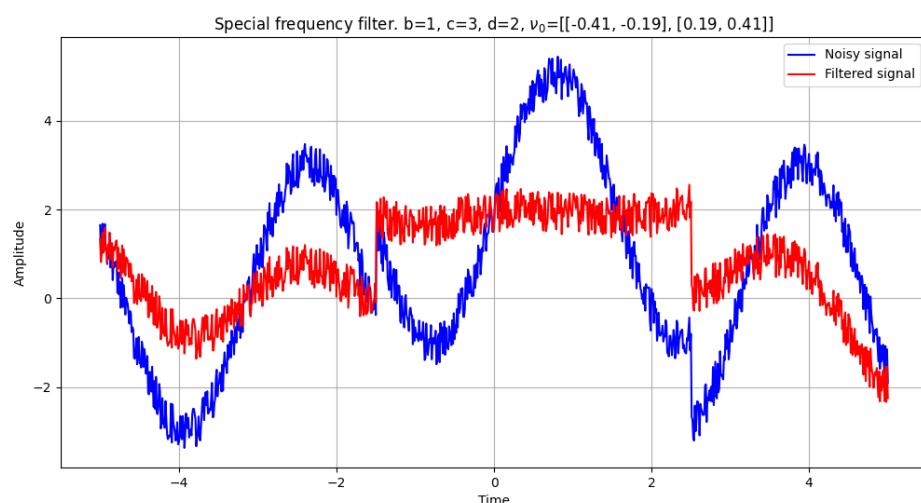


Рис. 87: График исходного и фильтрованного сигналов

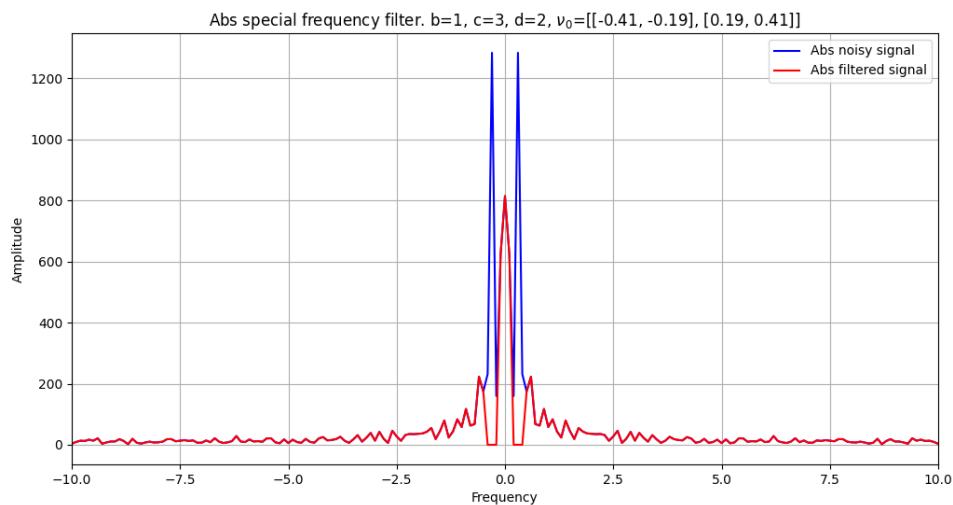


Рис. 88: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

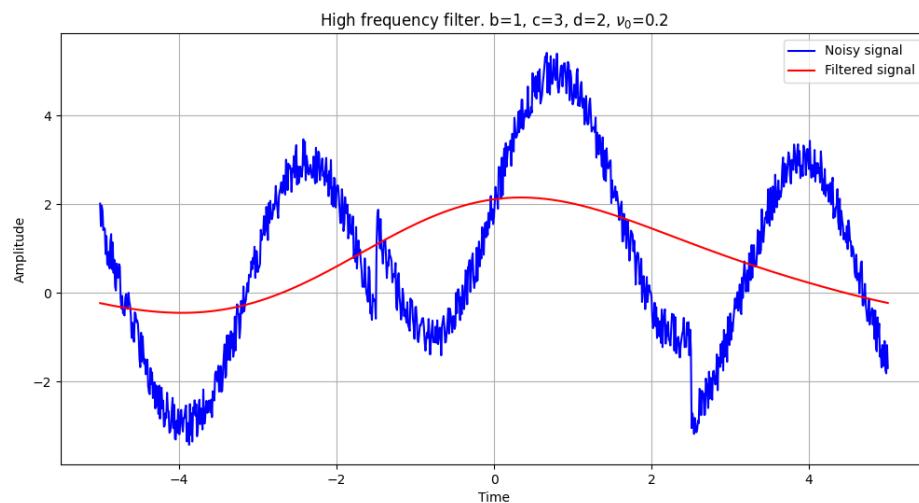


Рис. 89: График исходного и фильтрованного сигналов

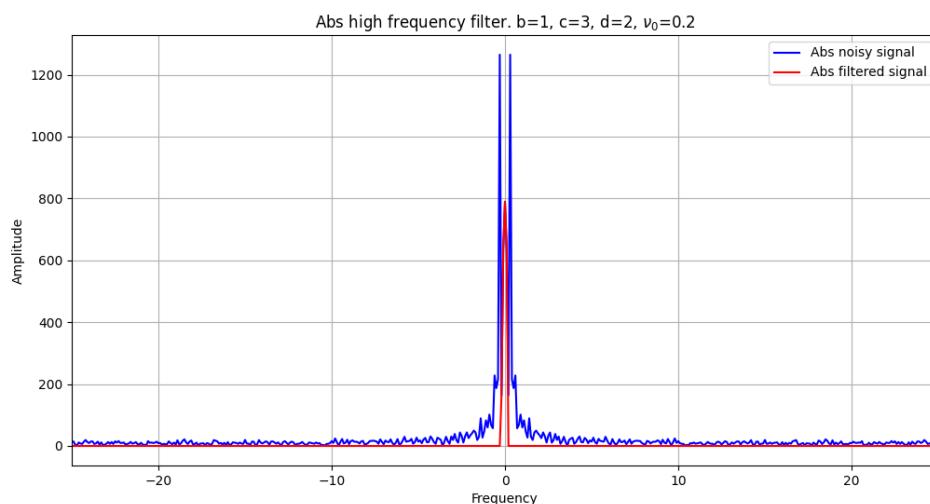


Рис. 90: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

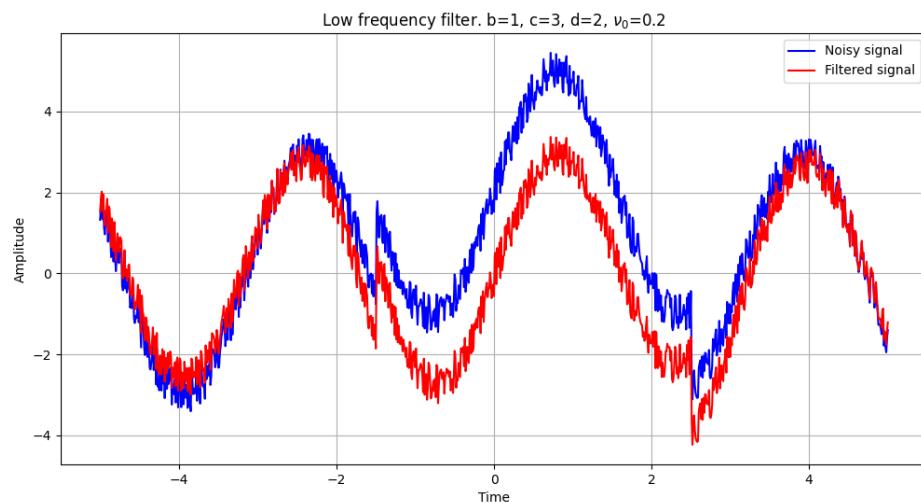


Рис. 91: График исходного и фильтрованного сигналов

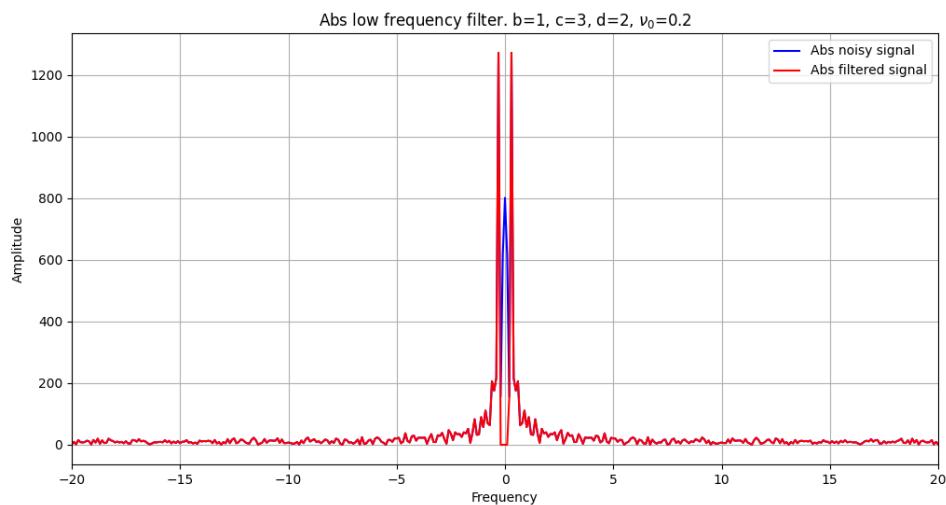


Рис. 92: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

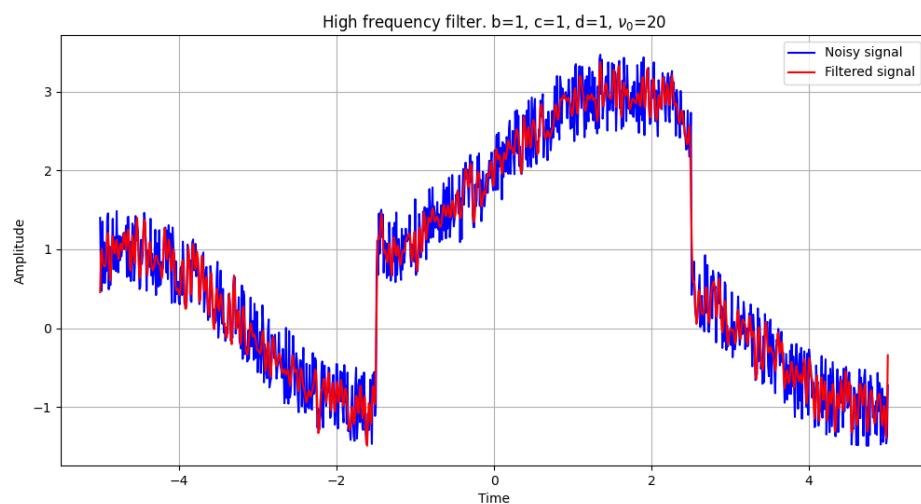


Рис. 93: График исходного и фильтрованного сигналов

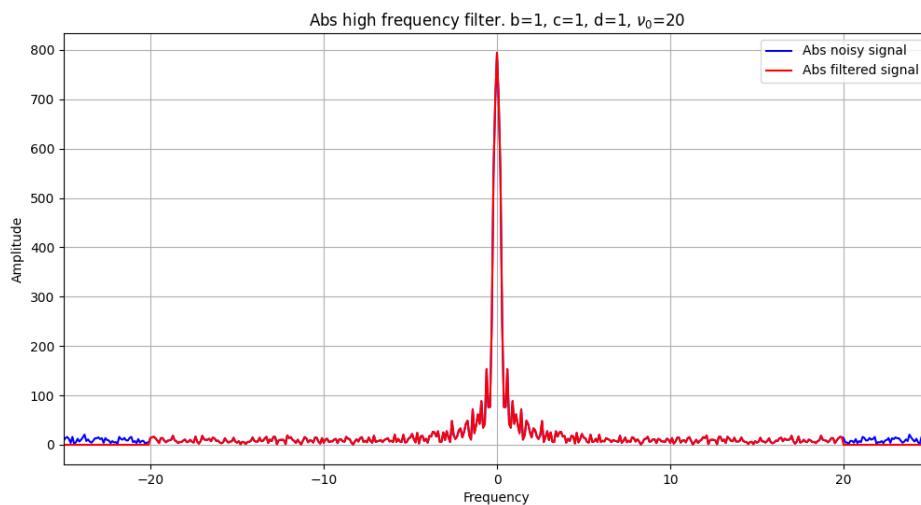


Рис. 94: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

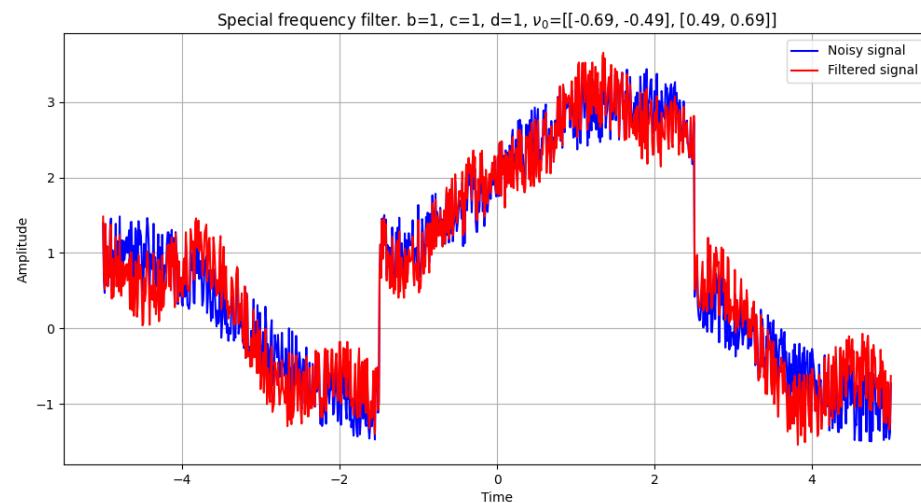


Рис. 95: График исходного и фильтрованного сигналов

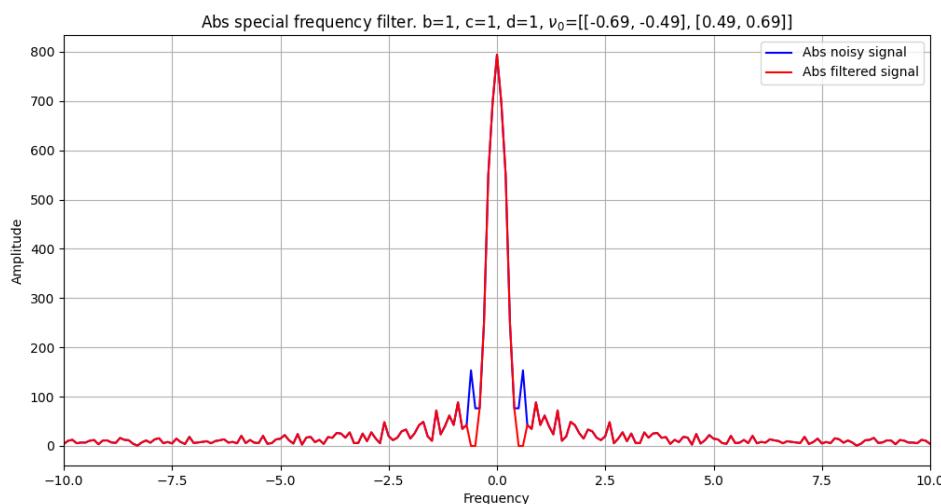


Рис. 96: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

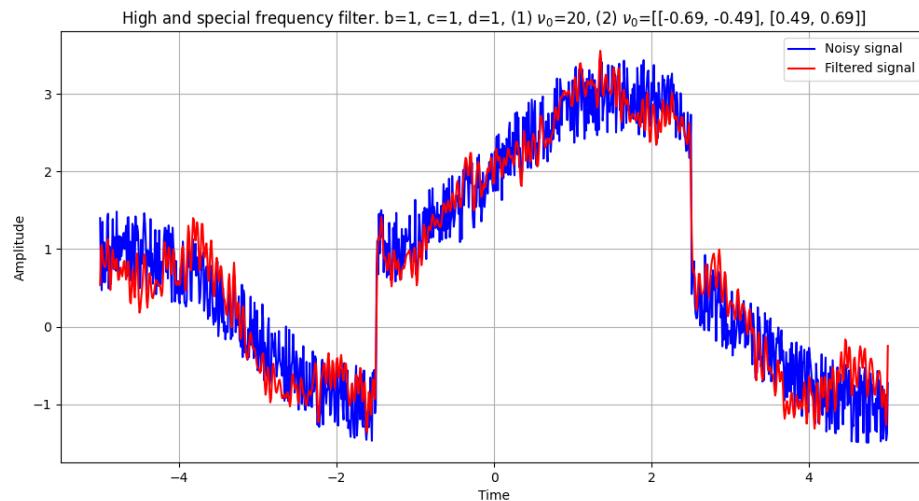


Рис. 97: График исходного и фильтрованного сигналов

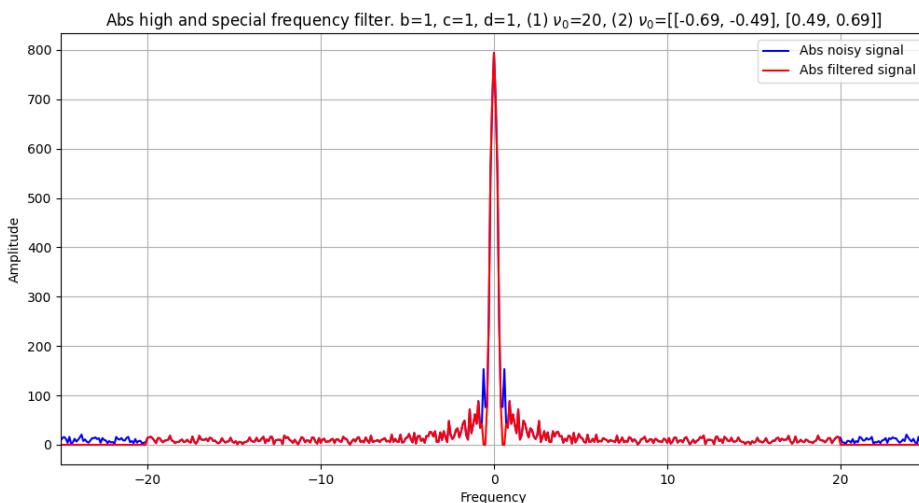


Рис. 98: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

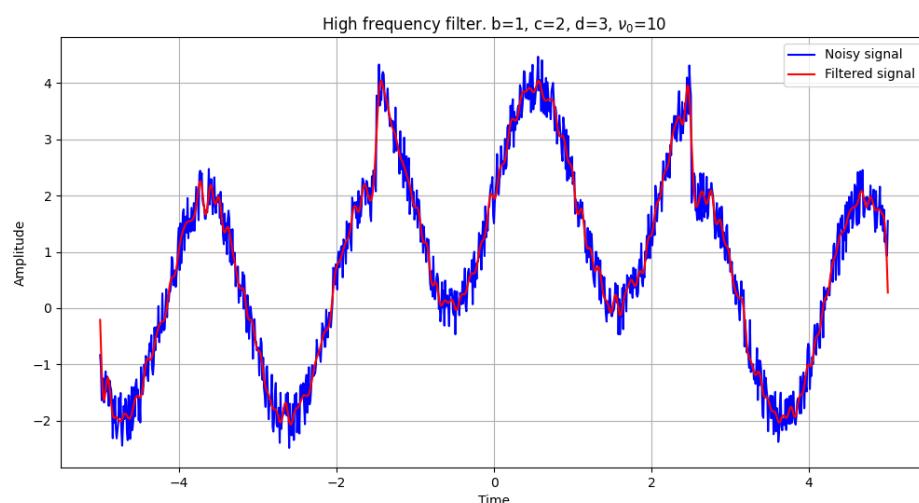


Рис. 99: График исходного и фильтрованного сигналов

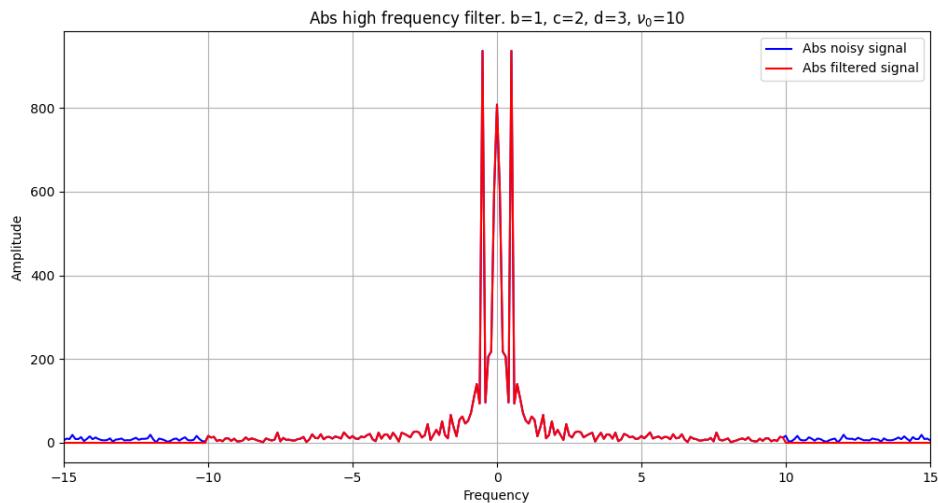


Рис. 100: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

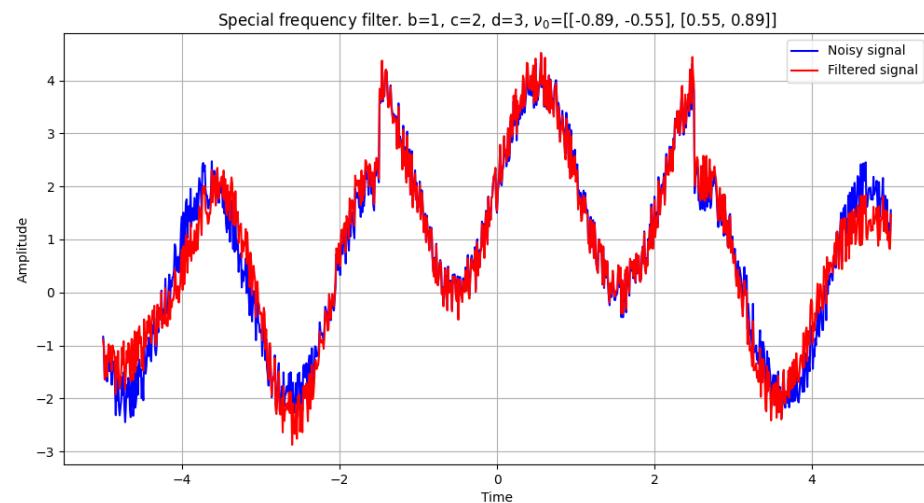


Рис. 101: График исходного и фильтрованного сигналов

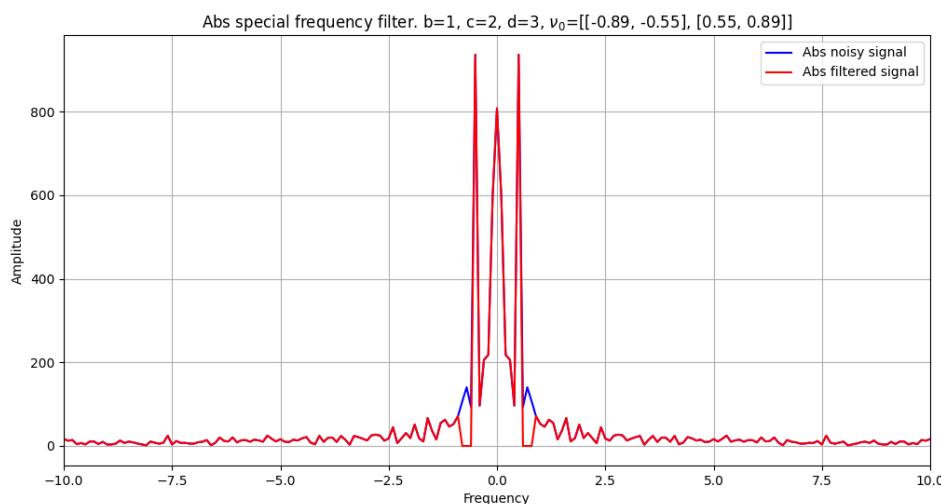


Рис. 102: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

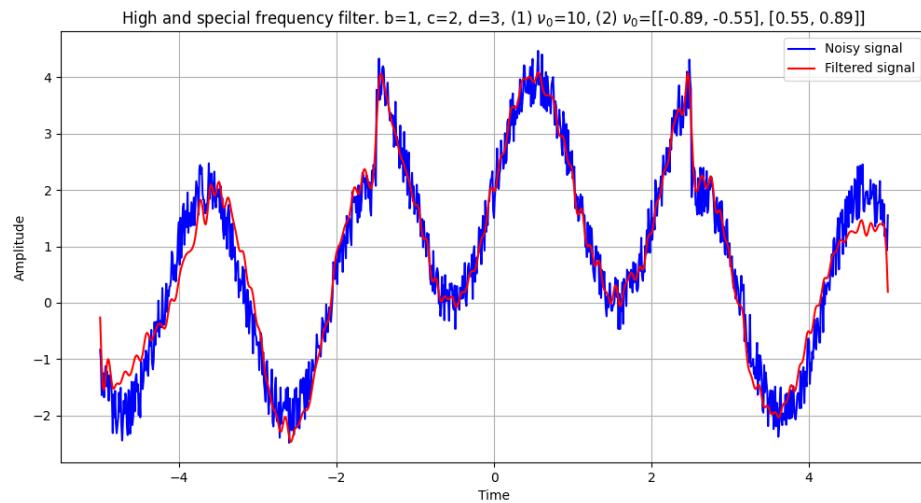


Рис. 103: График исходного и фильтрованного сигналов

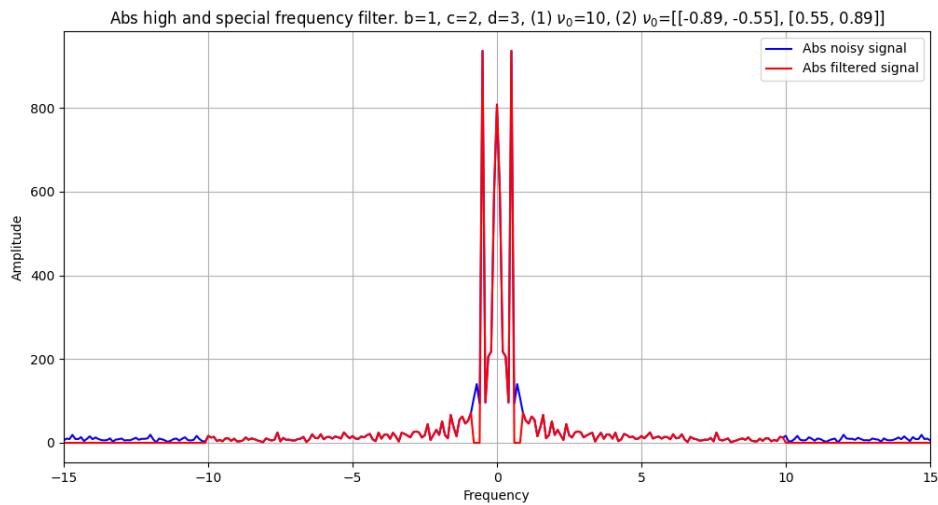


Рис. 104: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

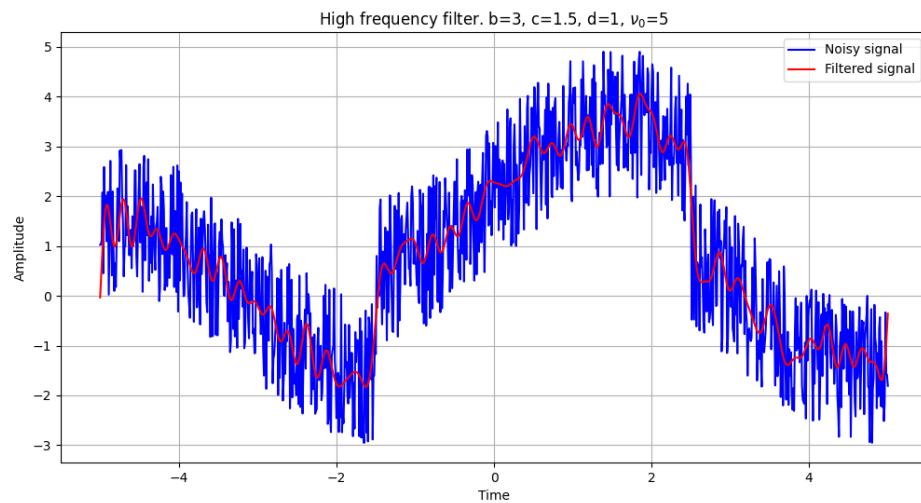


Рис. 105: График исходного и фильтрованного сигналов

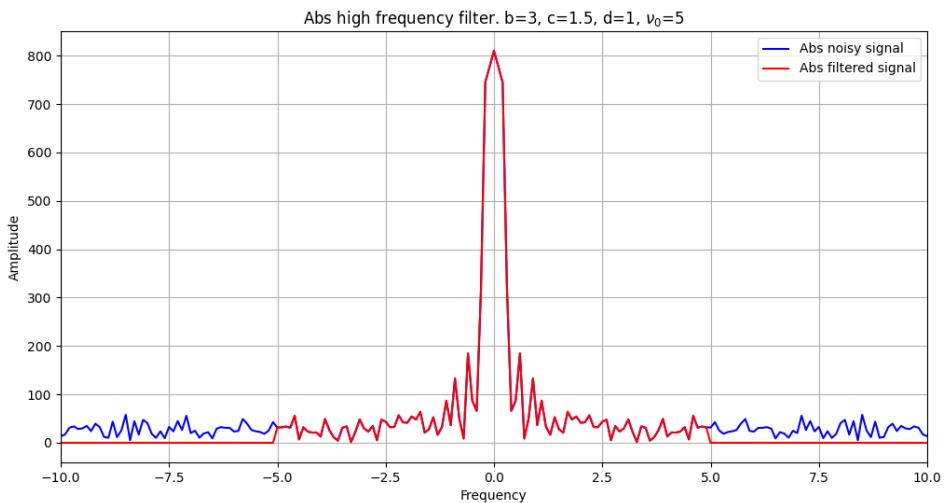


Рис. 106: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

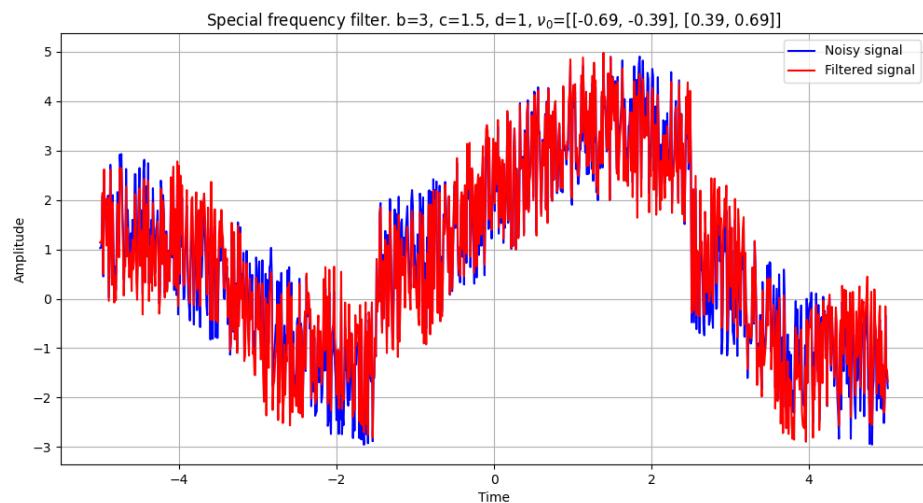


Рис. 107: График исходного и фильтрованного сигналов

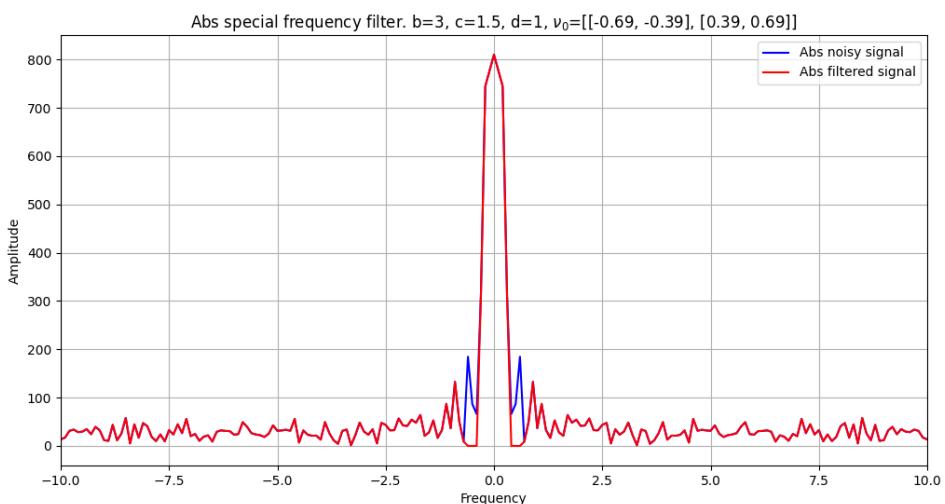


Рис. 108: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

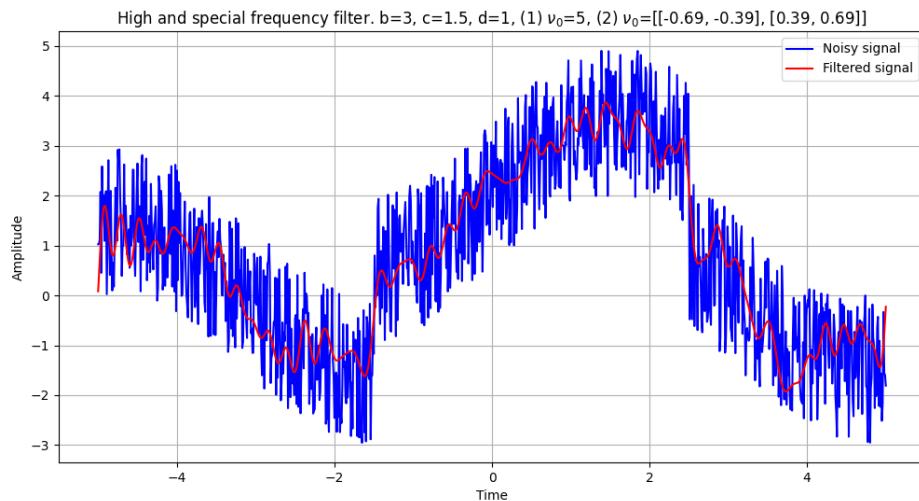


Рис. 109: График исходного и фильтрованного сигналов

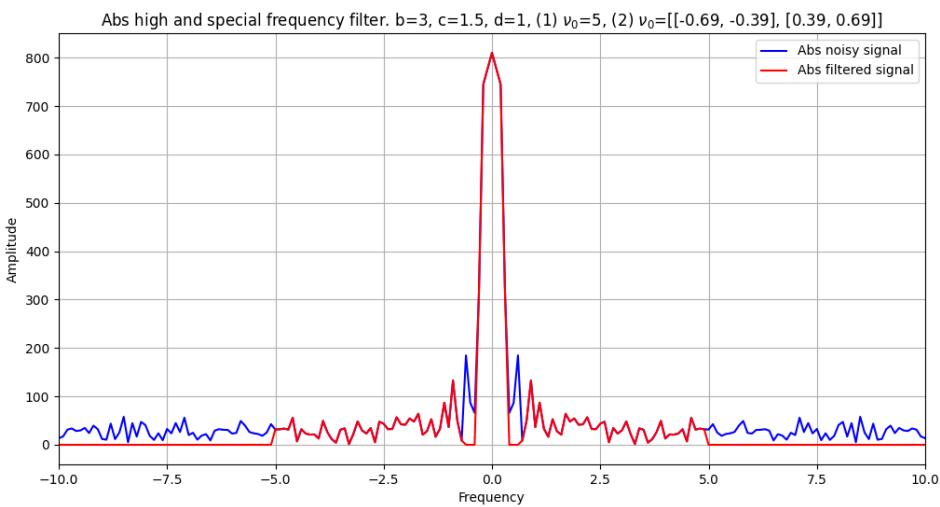


Рис. 110: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

Так как гул громкий, нам необходимо вырезать самые высокие частоты из аудиозаписи. Такие частоты мы можем наблюдать примерно в диапазоне  $[-300, 300]$  Гц. Чтобы вырезать эти частоты, потребуется фильтр нижних частот, который мы рассматривали в задании 1. После применения фильтра построим сравнительный график исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи. Можем наблюдать, насколько чище стал сигнал — оставшиеся амплитуды являются голосом, который нам нужен. Это легко понять исходя из того, что между каждым возрастанием амплитуд есть интервал с падением амплитуд, где они находятся в некоторой окрестности нуля — это паузы в предложении, которое говорит человек на записи. Также построим сравнительный график модуля исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи. На нем мы видим, что мы успешно вырезали самые высокие частоты, которые соответствовали громкому гулу. Теперь послушаем аудиозапись `filtered_MUHA.wav`, которая оставлена на этом [гугл-диске](#), и убедимся в том, что все посторонние шумы пропали. На записи голос слышно хорошо, однако остался некоторый звуковой эффект фейзер. Избавиться от него мне удалось только обрезав частоты в диапазоне  $[-22050, -1000]$  и  $[1000, 22050]$  Гц, однако голос сильно потерял в качестве. Прослушать этот вариант можно на том же [гугл-диске](#), файл выложен под названием `filtered_MUHA_2.wav`.

Далее представлены рисунки с графиками, о которых говорилось в предыдущем абзаце. Синим цветом обозначен исходный сигнал, красным – фильтрованный. Также представлены графики для фильтрованной аудиозаписи `filtered_MUHA_2.wav`. Стоит заметить, что на рисунке 116 видно, как окрестность нуля стала меньше по сравнению с рисунком 113, то есть в подобных диапазонах амплитуды частот уменьшились.

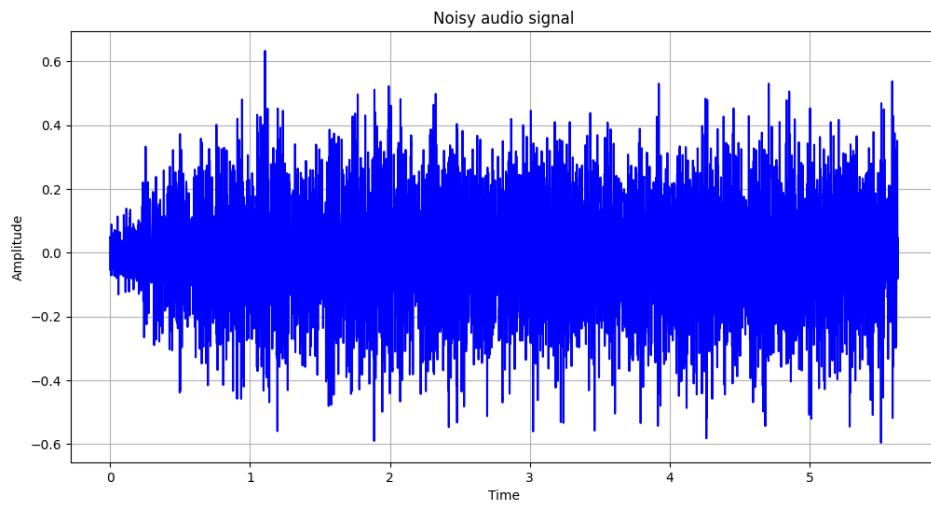


Рис. 111: График исходного сигнала аудиозаписи

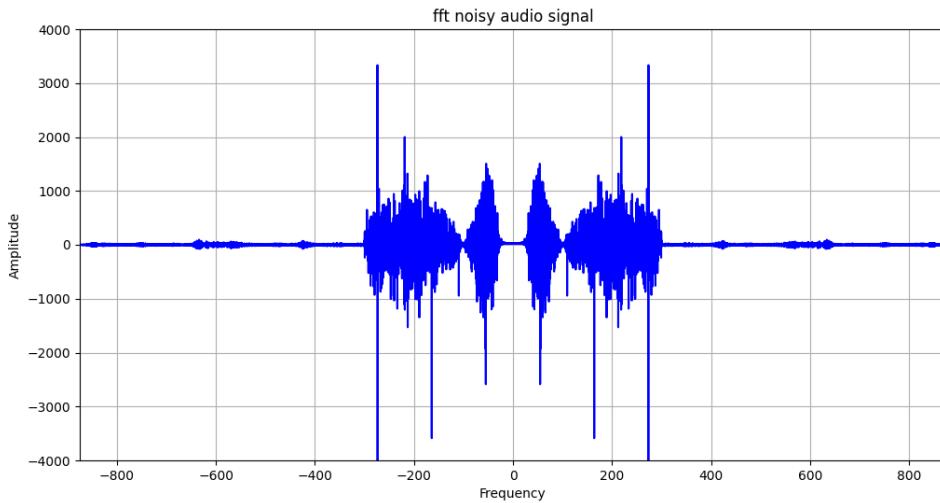


Рис. 112: График Фурье-образа исходного сигнала аудиозаписи

### 3 Листинги программных реализаций

В этой секции будут рассмотрены программные реализации, которые использовались по ходу выполнения лабораторной работы.

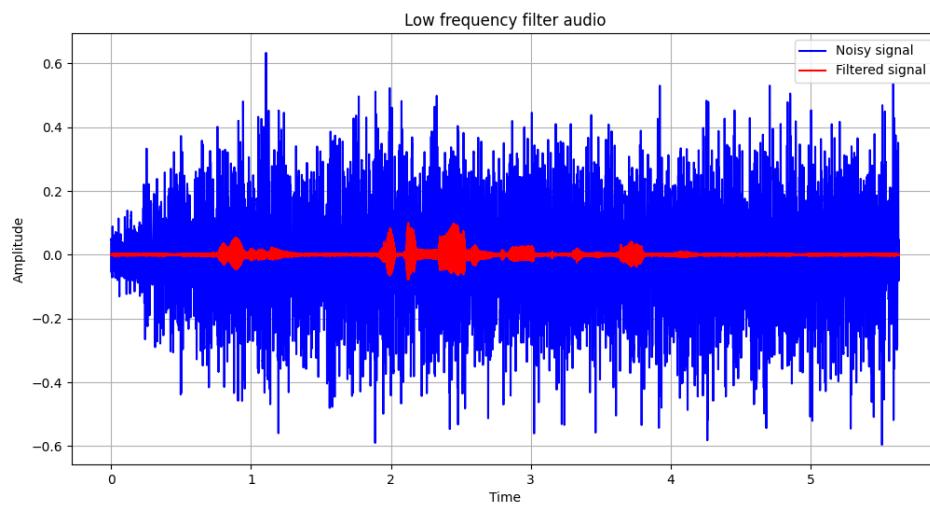


Рис. 113: График исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи

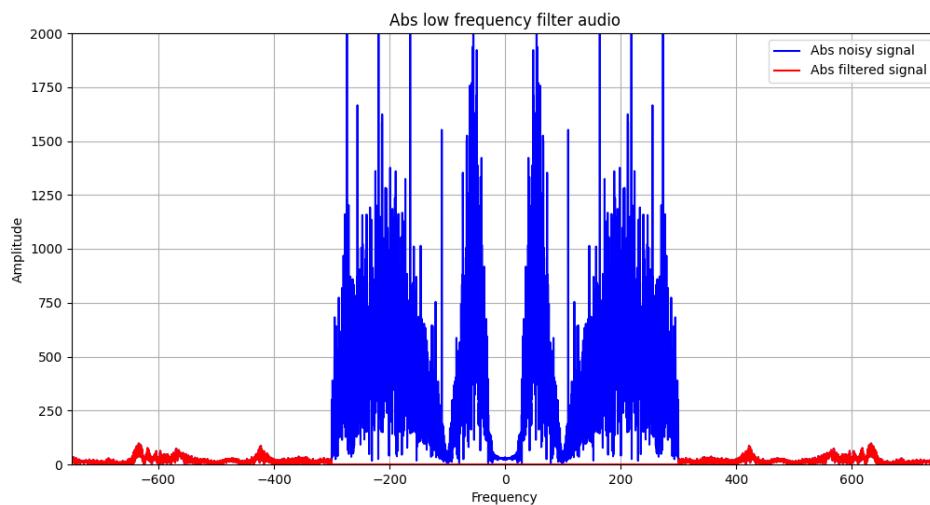


Рис. 114: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи

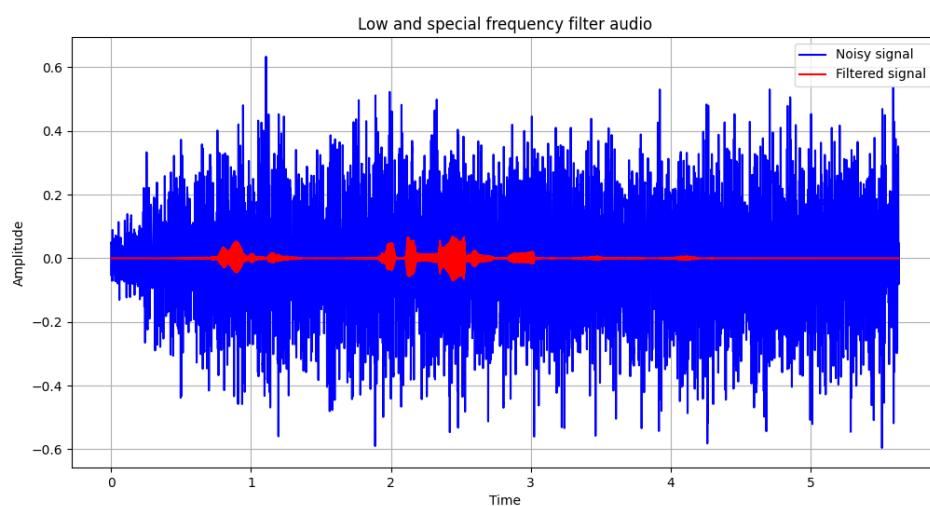


Рис. 115: График исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи

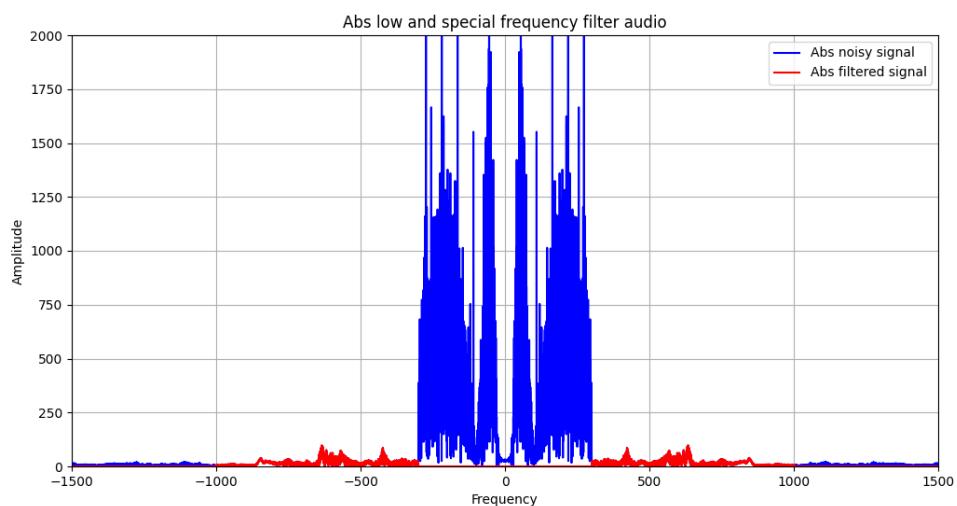


Рис. 116: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов аудиозаписи