



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3
ПРЕДМЕТ «ЧАСТОТНЫЕ МЕТОДЫ»
ТЕМА «ЖЕСТКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ»

Лектор: Перегудин А. А.
Практик: Пашенко А. В.
Студент: Румянцев А. А.
Поток: ЧАСТ.МЕТ. 1.3

Факультет: СУиР
Группа: R3241

Санкт-Петербург
2024

Содержание

1 Задание 1. Жесткие фильтры.	2
1.1 Убираем высокие частоты.	2
1.2 Убираем низкие частоты.	11

1 Задание 1. Жесткие фильтры.

Зададим такие числа a, t_1, t_2 , что $t_1 < t_2$, и рассмотрим функцию g такую, что $g(t) = a$ при $t \in [t_1, t_2]$ и $g(t) = 0$ при других t .

$$\square a = 2, \quad t_1 = -1.5, \quad t_2 = 2.5, \quad g(t) = \begin{cases} 2, & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Выберем интервал времени $T = 10$ и шаг дискретизации $dt = 0.1$. Зададим в python массив времени t от $-0.5 \cdot T$ до $0.5 \cdot T + dt$ с шагом dt и включим последнюю точку. Найдем список значений g и зададим зашумленную версию сигнала как

$$u = g + b \cdot (\text{random}(\text{len}(t)) - 0.5) + c \cdot \sin(d \cdot t);$$

В данном задании мы выполняем жесткую фильтрацию сигнала u . Алгоритм следующий: находится Фурье-образ от сигнала, обнуляются его значения на некоторых диапазонах частот, затем сигнал восстанавливается обратным преобразованием Фурье. Далее строятся графики с помощью программы на языке python. Используемый код с пояснениями находится в отдельной секции.

В задаваемом сигнале параметр a отвечает за высоту, на которую поднимется часть сигнала от нуля, а t_1 и t_2 – начало и конец промежутка с подъемом соответственно. Таким образом, на интервале длины $t_2 - t_1 = 2.5 + 1.5 = 4$, начиная с $t_1 = -1.5$ и заканчивая $t_2 = 2.5$, на высоте $a = 2$ будет находиться часть от всего сигнала, который, в свою очередь, располагается на промежутке $[-0.5 \cdot T, 0.5 \cdot T] = [-5, 5]$ длины $2 \cdot T \cdot 0.5 = 10$. Параметры b, c, d отвечают за шум, присутствующий в сигнале. Далее будут рассмотрены графики и сделаны выводы о влиянии каждого параметра на сам сигнал и на его результат фильтрации.

1.1 Убираем высокие частоты.

Возьмем параметр $c = 0$. Далее действуем в соответствии с алгоритмом. Возьмем некоторый диапазон частот $[-\nu_0, \nu_0]$, на котором оставим Фурье-образ сигнала u неизменным, а на остальных частотах обнулим его значения. Построим сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов на некотором интервале $[t_1, t_2]$, а также модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов. Исследуем влияние частоты среза ν_0 и значения параметра b на эффективность фильтрации.

Далее будут приведены рисунки полученных графиков. На каждом графике подписаны выбранные значения b, c, d, ν_0 (хотя, при условии, что $c = 0$, менять или рассматривать параметр d не требуется). Также отмечена легенда – синим цветом обозначается оригинальный сигнал, красным фильтрованный.

Исходя из графиков можно сделать вывод, что значение параметра b отвечает за амплитуду каждой волны. Чем больше значение b , тем зашумленнее, «грязнее» выглядит сигнал, так как амплитуды волн возрастают. Фильтрованный сигнал при больших значениях b также имеет более глубокие ямы и высокие подъемы, то есть испытывает увеличение амплитуды. Наглядно такое возрастание можно наблюдать на графиках модуля Фурье-образа обычного и фильтрованного сигналов – на рисунке 2 амплитуды больше прижимаются к линии $A = 0$, а на рисунке 8 они больше стремятся к линии $A = 50$, где A – амплитуда. Само значение параметра b не влияет на эффективность фильтрации в локальном смысле, то есть из плохого зашумленного сигнала получается фильтрованный

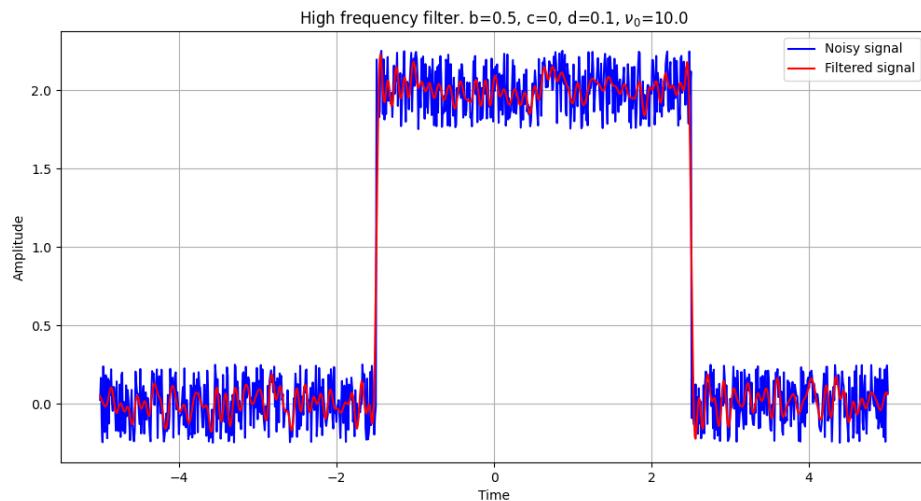


Рис. 1: График исходного и фильтрованного сигналов

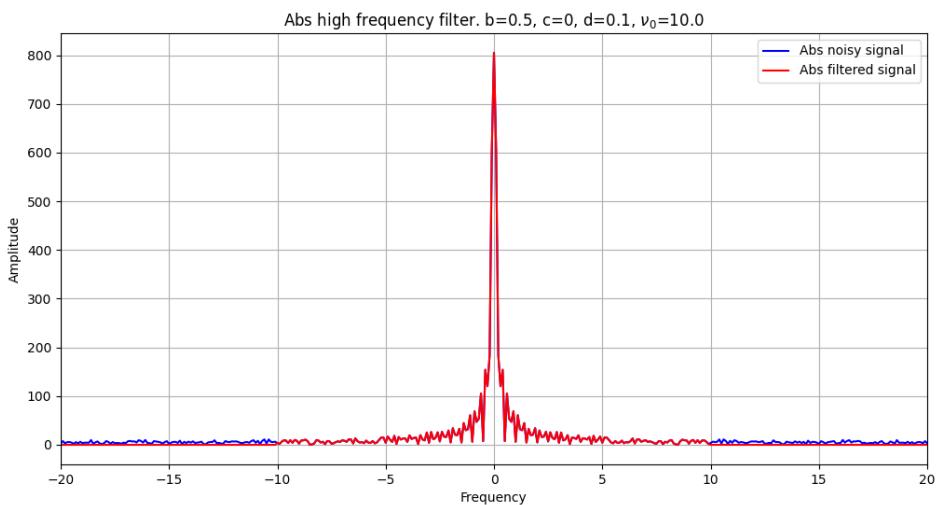


Рис. 2: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

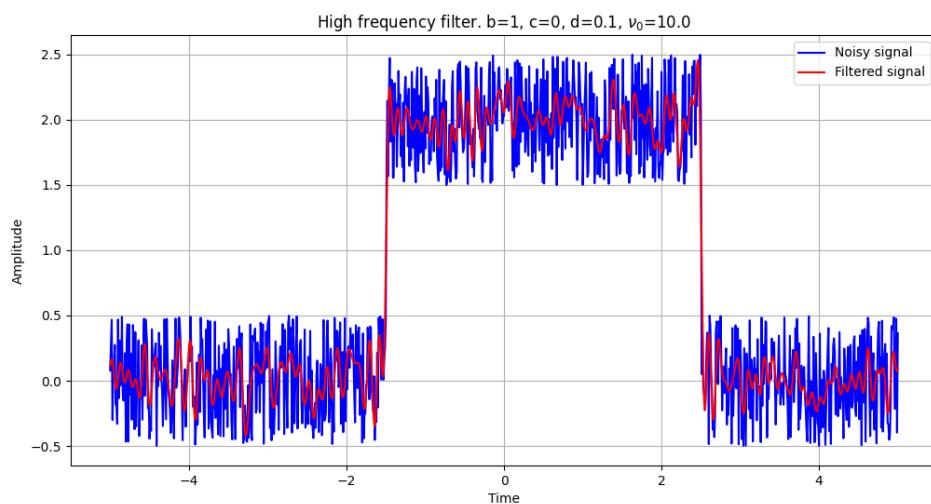


Рис. 3: График исходного и фильтрованного сигналов

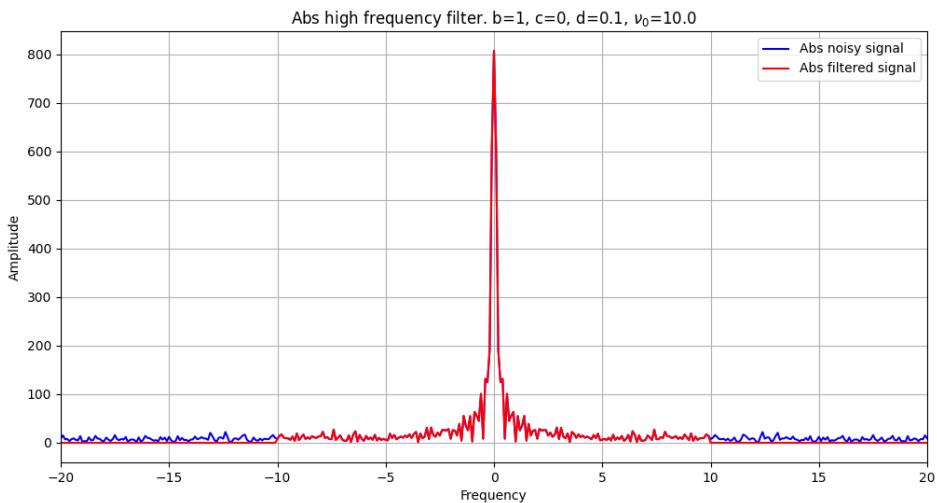


Рис. 4: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

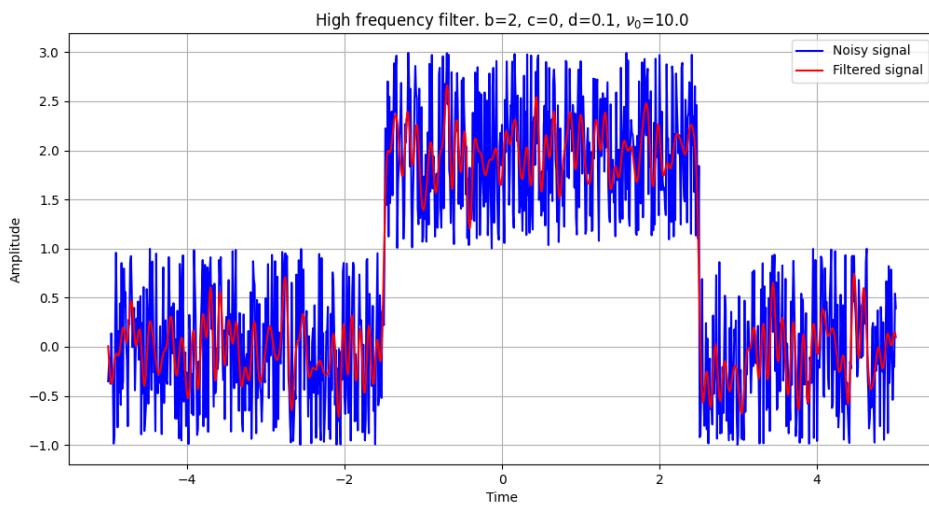


Рис. 5: График исходного и фильтрованного сигналов

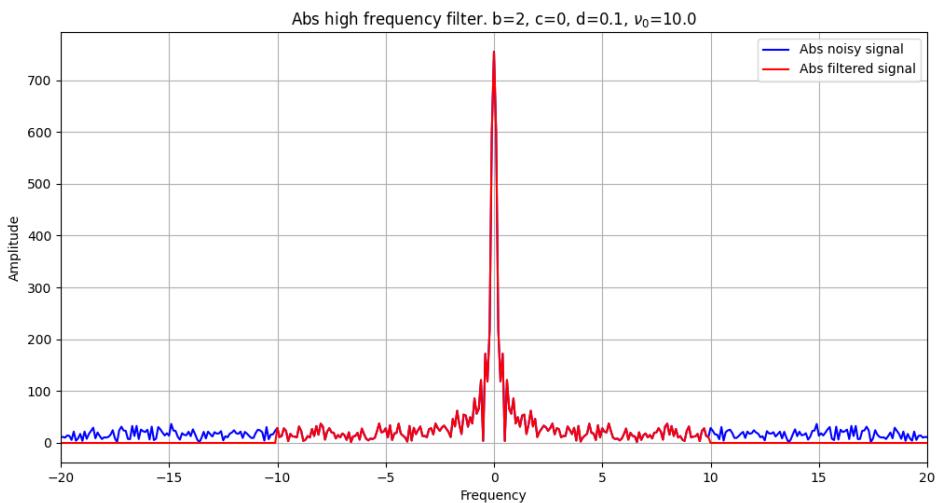


Рис. 6: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

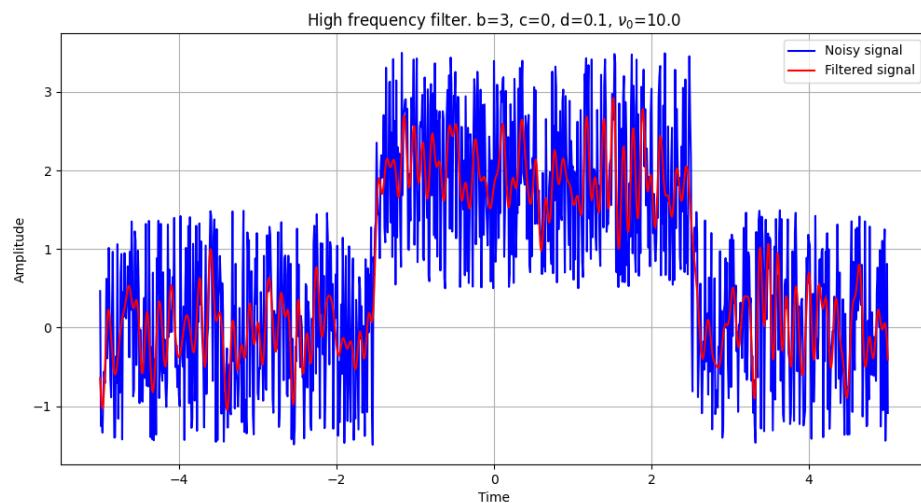


Рис. 7: График исходного и фильтрованного сигналов

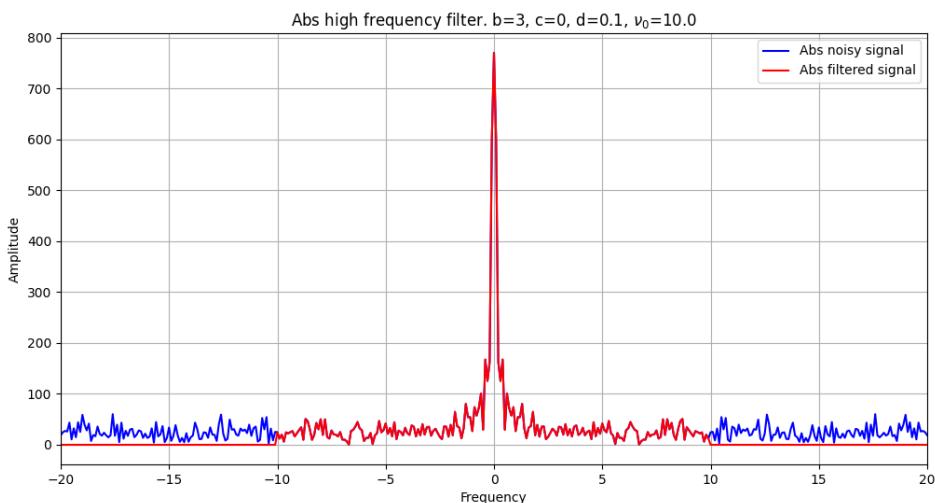


Рис. 8: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

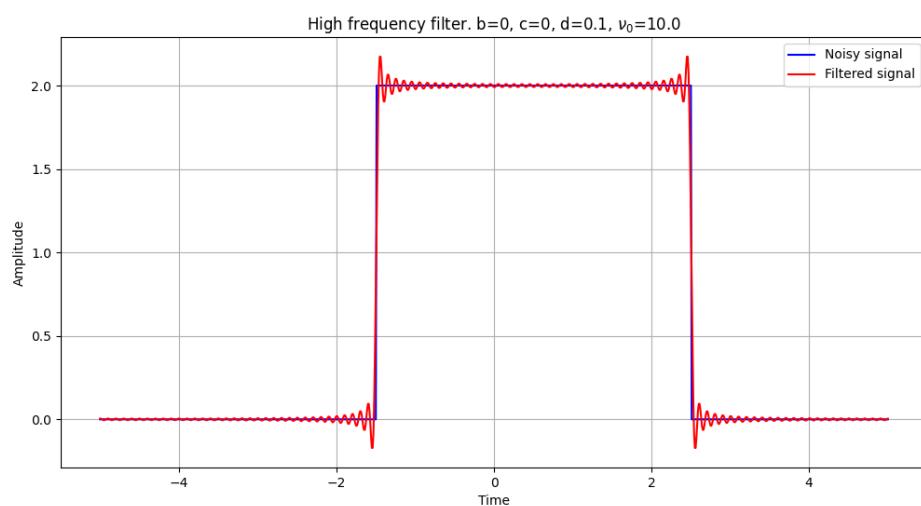


Рис. 9: График исходного и фильтрованного сигналов

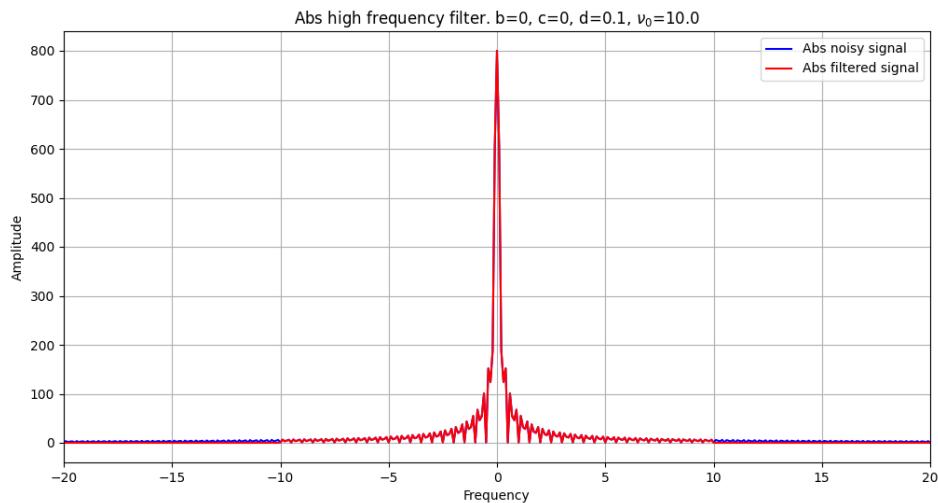


Рис. 10: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

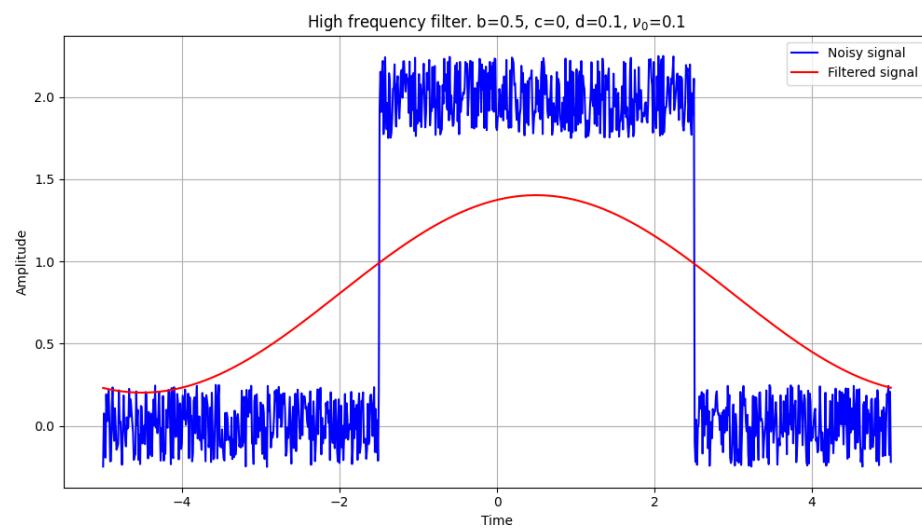


Рис. 11: График исходного и фильтрованного сигналов

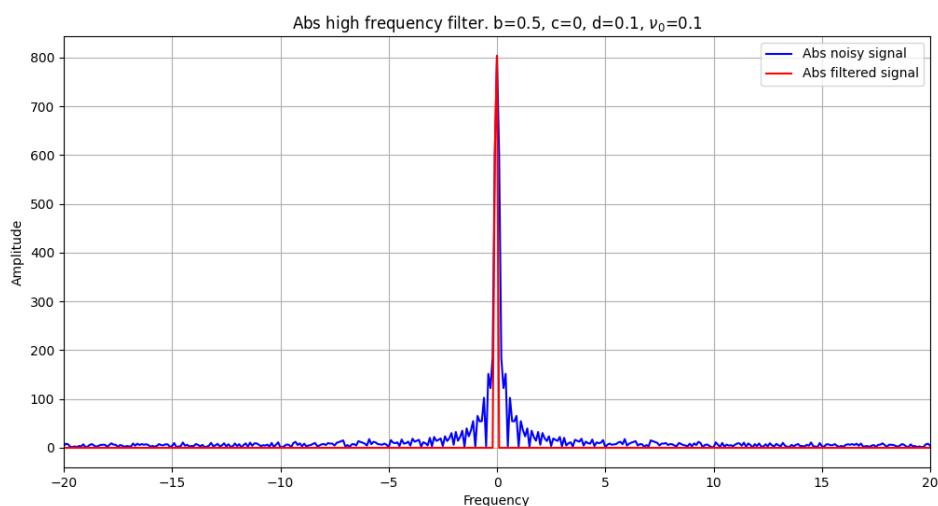


Рис. 12: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

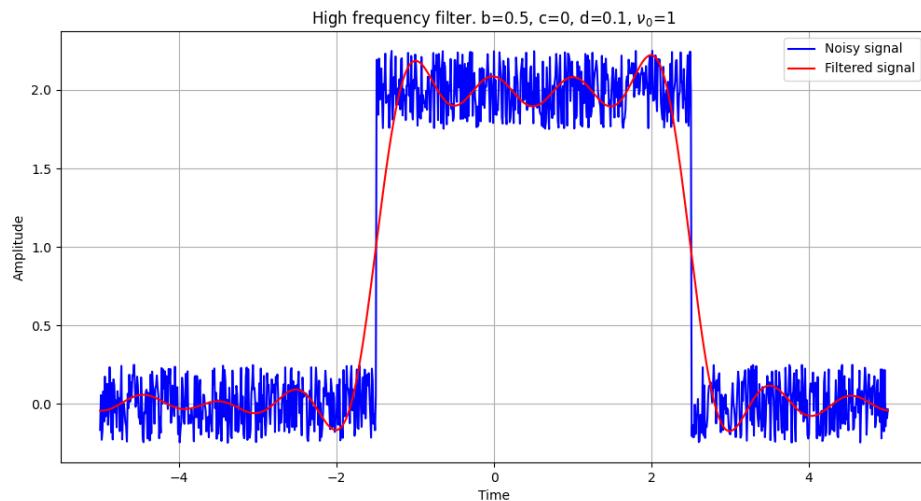


Рис. 13: График исходного и фильтрованного сигналов

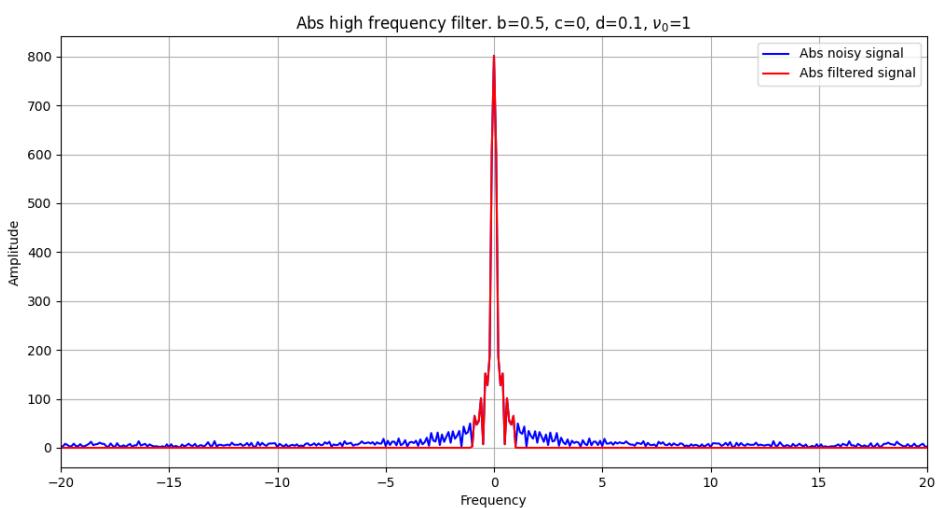


Рис. 14: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

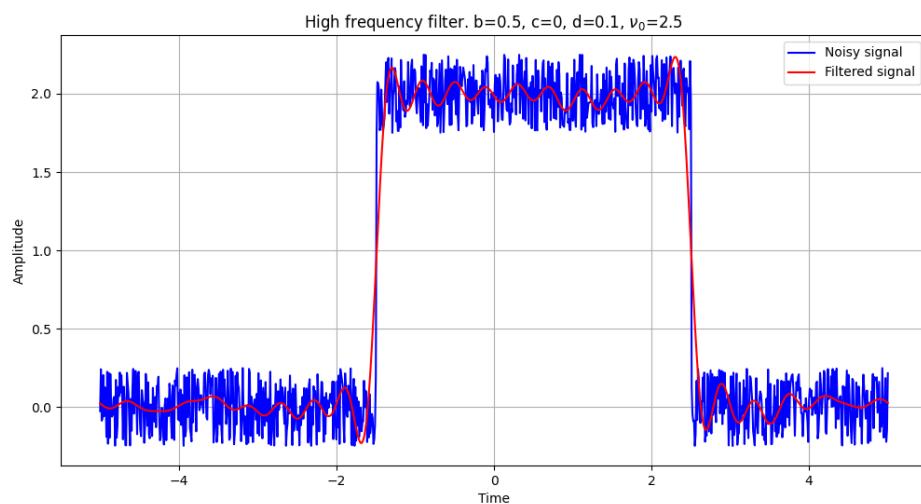


Рис. 15: График исходного и фильтрованного сигналов

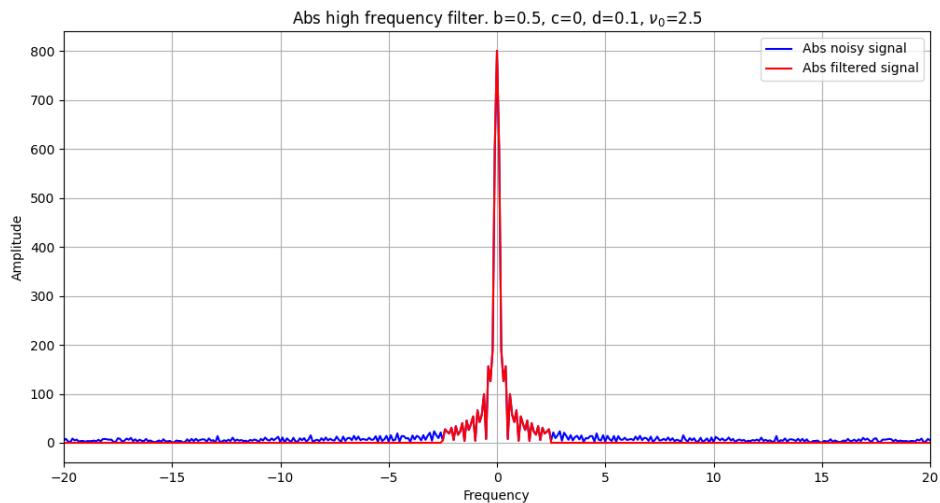


Рис. 16: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

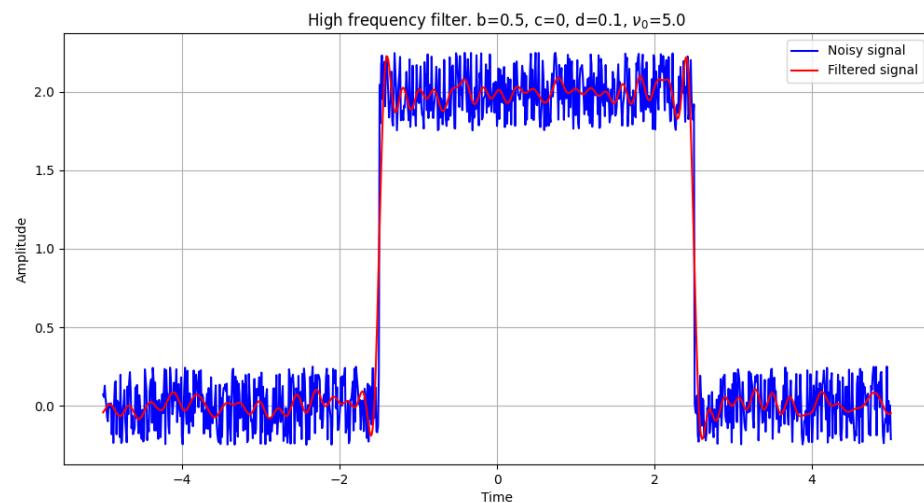


Рис. 17: График исходного и фильтрованного сигналов

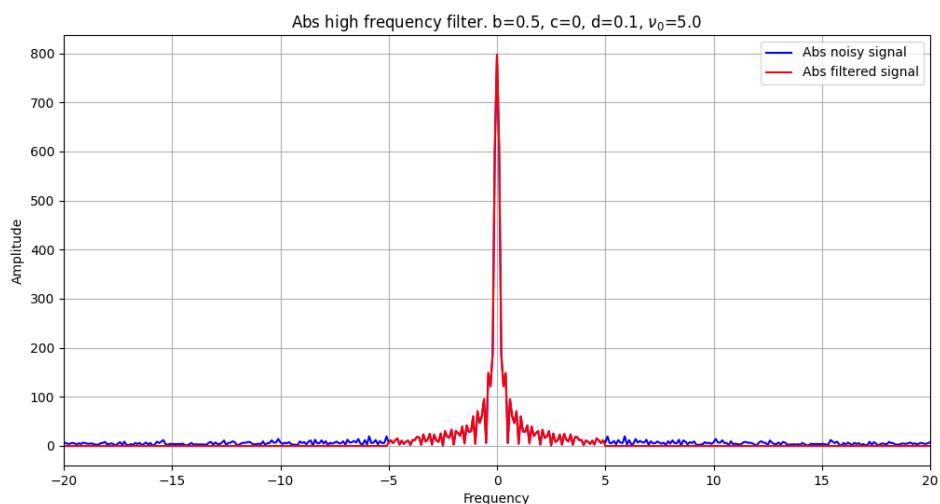


Рис. 18: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

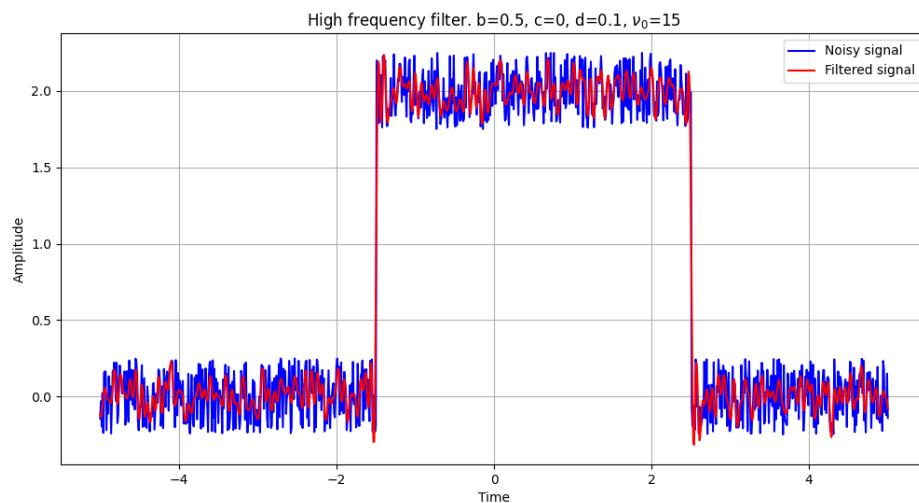


Рис. 19: График исходного и фильтрованного сигналов

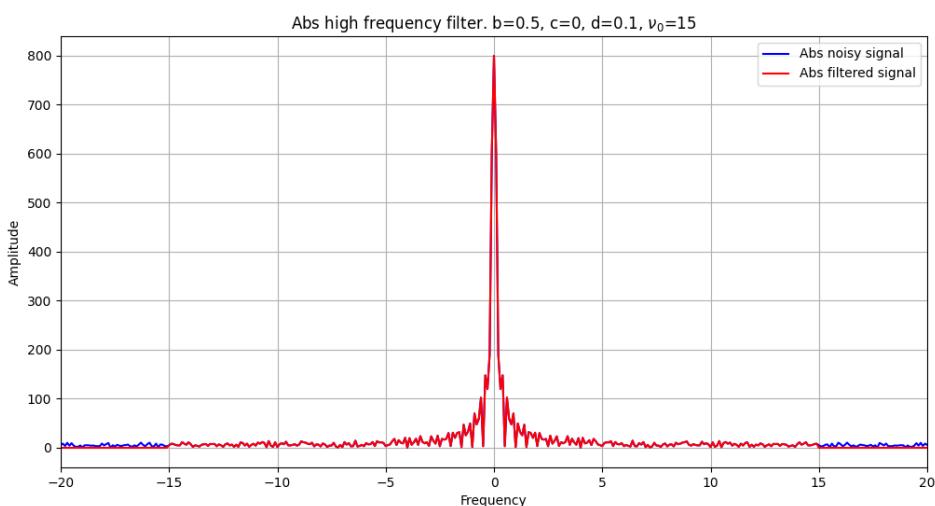


Рис. 20: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

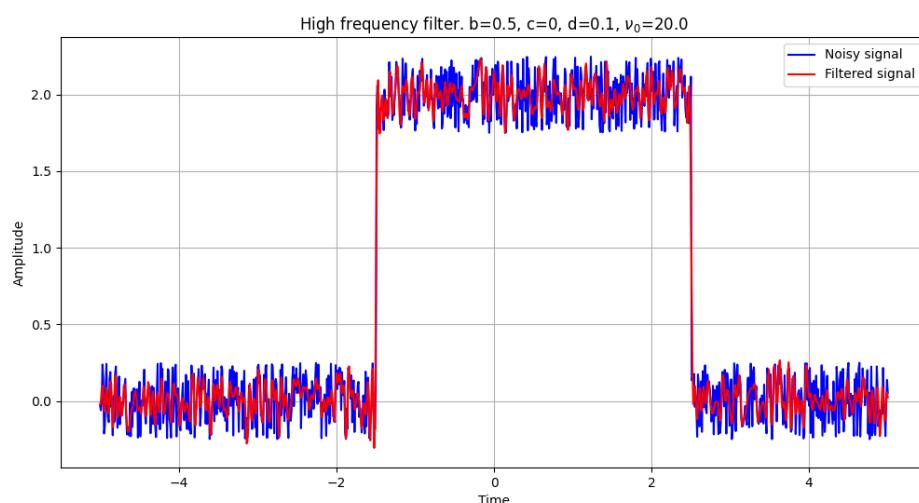


Рис. 21: График исходного и фильтрованного сигналов

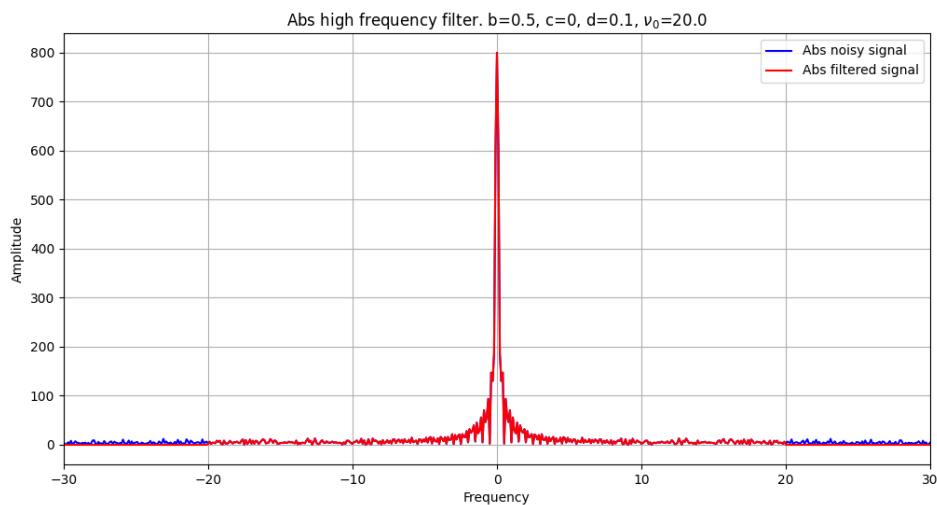


Рис. 22: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

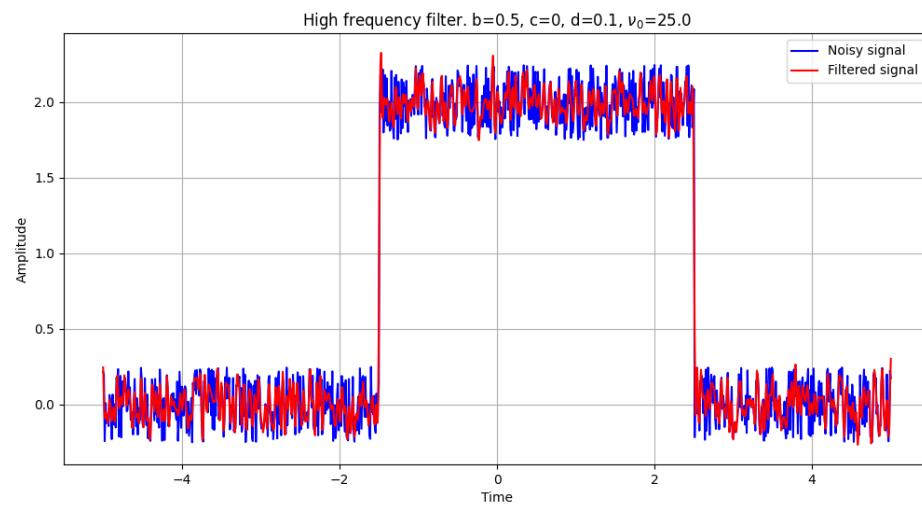


Рис. 23: График исходного и фильтрованного сигналов

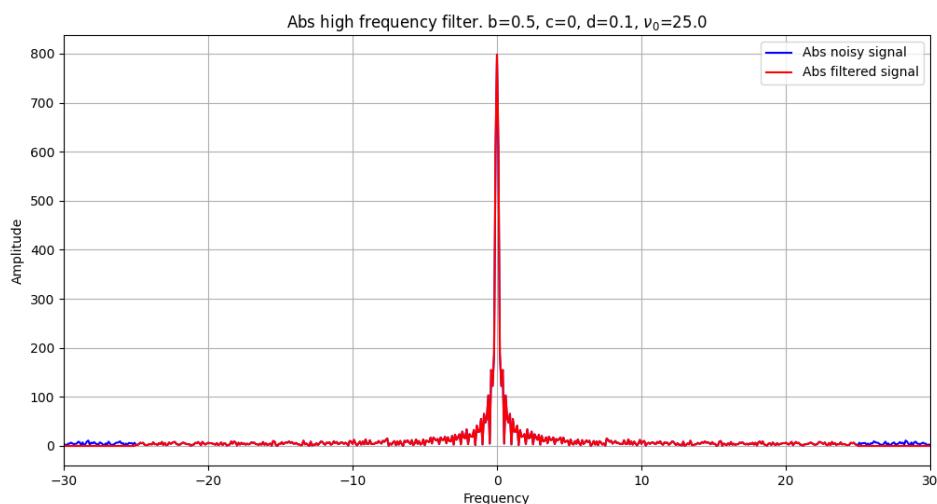


Рис. 24: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

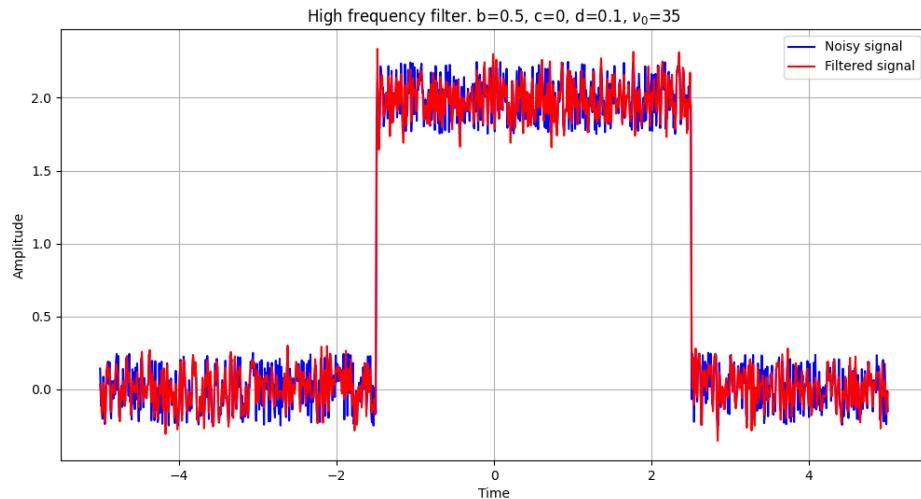


Рис. 25: График исходного и фильтрованного сигналов

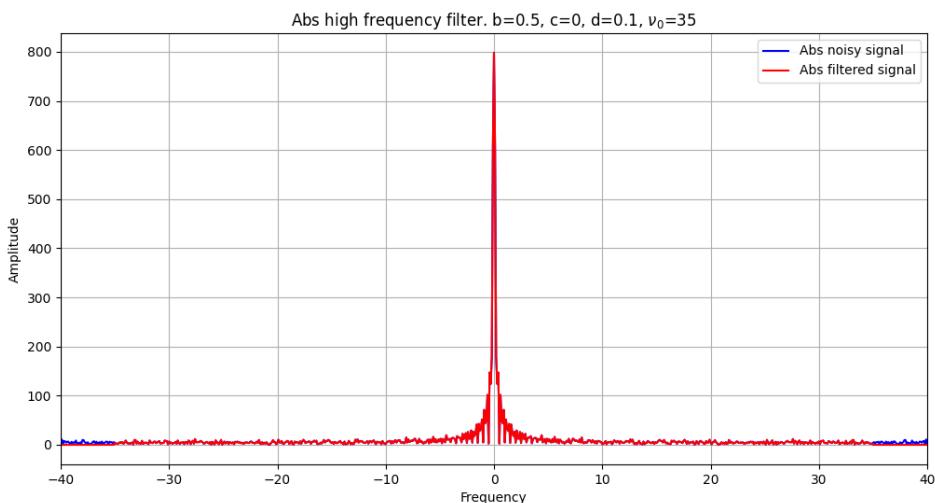


Рис. 26: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

плохой сигнал, но в глобальном смысле чем меньше значение b , тем чище сигнал и тем лучше сама фильтрация. При $b = 0$ получается особый случай — сигнал превращается в прямоугольную функцию, а фильтрованный сигнал выглядит как ее аппроксимация.

Больше всего влияния на эффективность фильтрации оказывает частота среза ν_0 . Этот параметр необходимо подобрать так, чтобы оставались только те частоты, которые имеют заметно более высокую амплитуду по сравнению с остальными. Чем меньше частота среза ν_0 , тем заметно лучше фильтрация, однако, если взять слишком маленькое значение ν_0 , то фильтрация будет слишком сильной и мы потеряем большую часть значащих частот в сигнале, что можно увидеть на рисунке 11. Если взять слишком большое значение ν_0 , то фильтрация будет не очень эффективной (см. рис. 25).

1.2 Убираем низкие частоты.

Рассмотрим графики, где в некоторой окрестности точки $\nu = 0$ обнулим все значения частот Фурье-образа, таким образом избавившись от наивысших амплитуд. Окрестность будет настраиваться выбором диапазона частот $[-\nu_0, \nu_0]$, где фильтр будет обнулять все

частоты, что входят в него. Также рассмотрим поведение фильтрации при различных параметрах b, c, d .

Далее будут приведены рисунки полученных графиков. На каждом графике подписаны выбранные значения b, c, d, ν_0 . Также отмечена легенда – синим цветом обозначается оригинальный сигнал, красным фильтрованный.

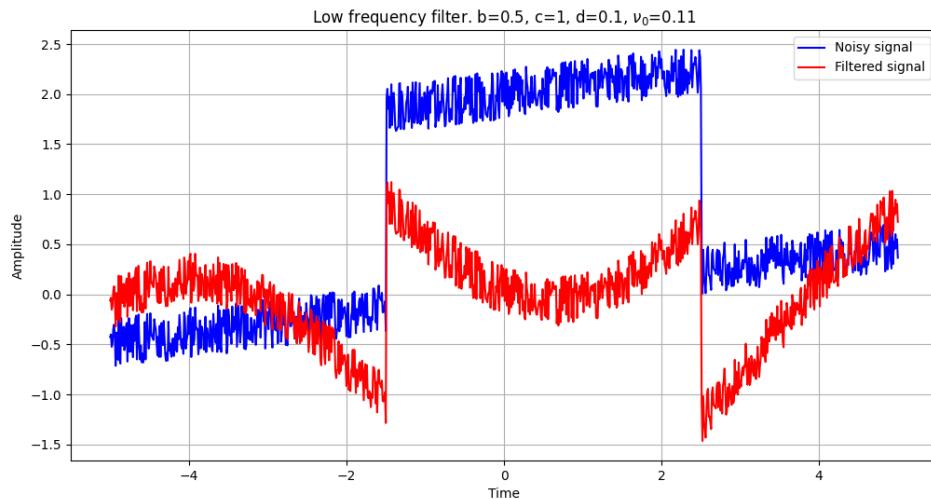


Рис. 27: График исходного и фильтрованного сигналов

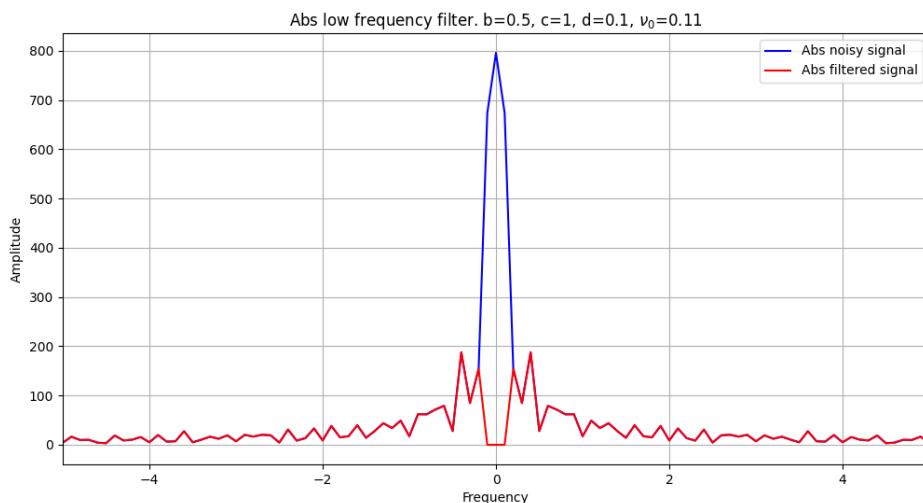


Рис. 28: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

анализ здесь будет

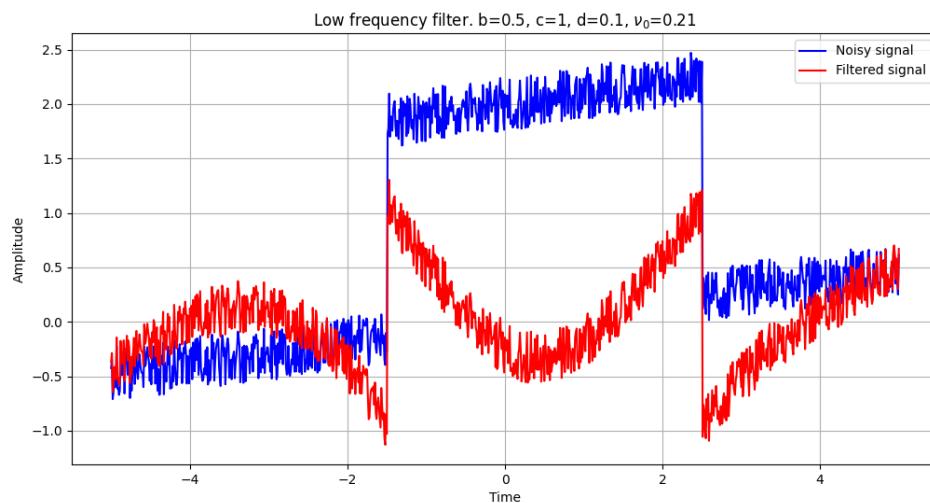


Рис. 29: График исходного и фильтрованного сигналов

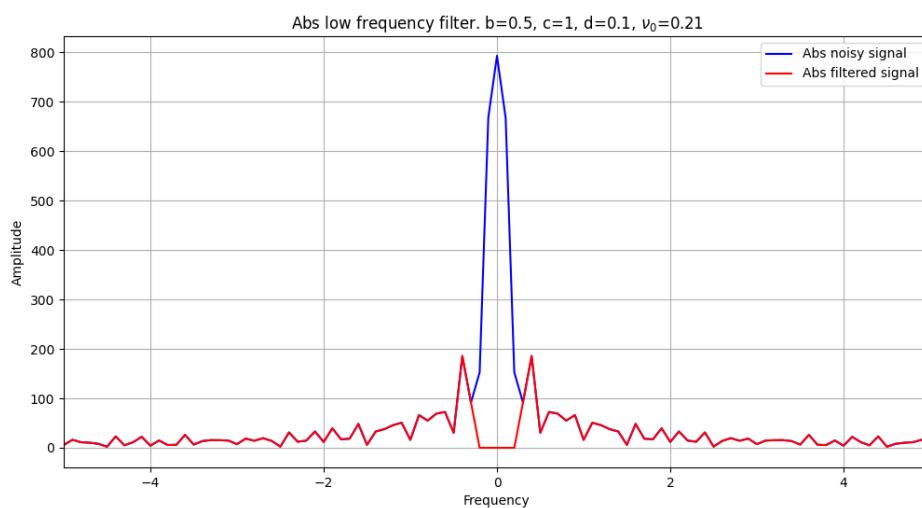


Рис. 30: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

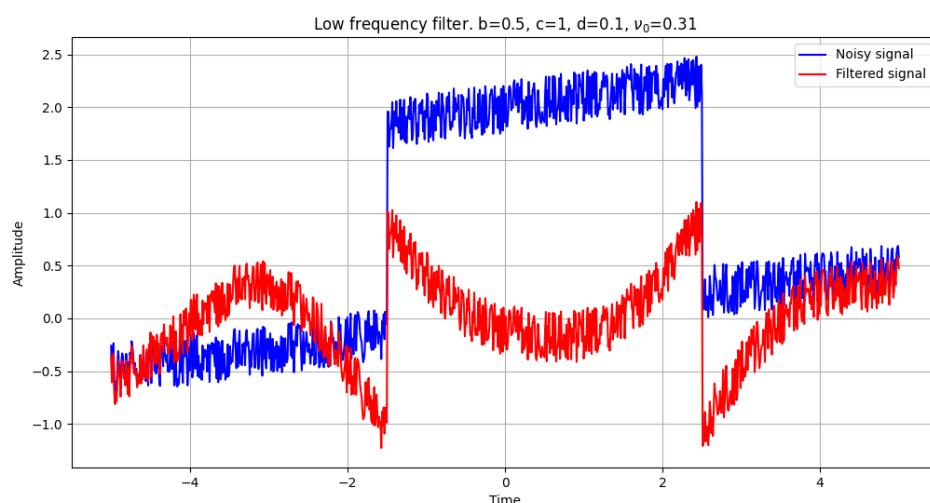


Рис. 31: График исходного и фильтрованного сигналов

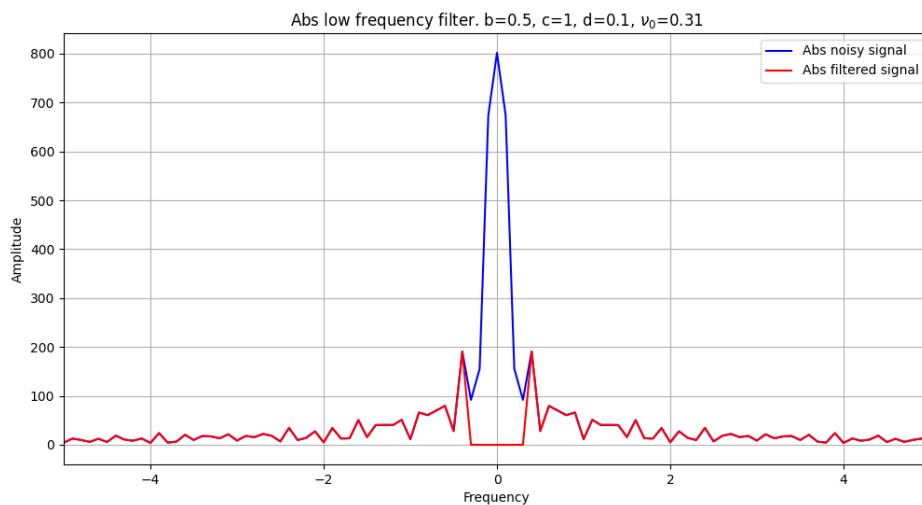


Рис. 32: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

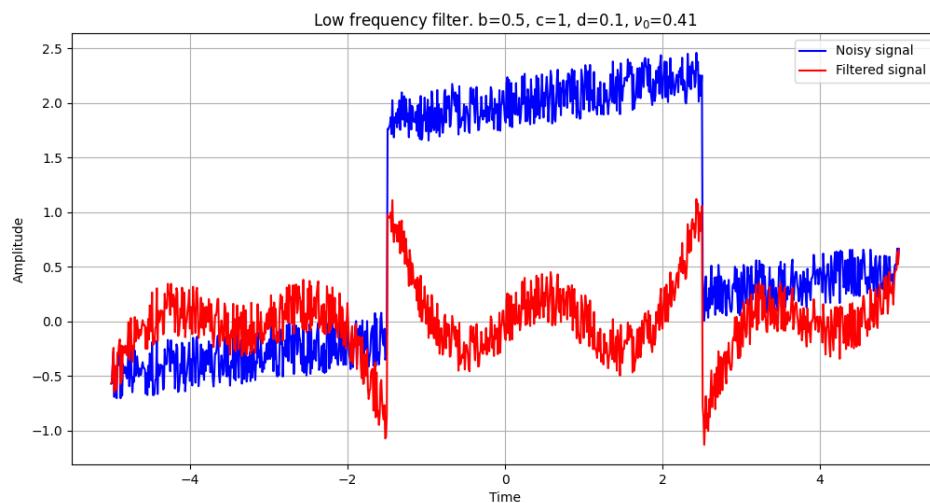


Рис. 33: График исходного и фильтрованного сигналов

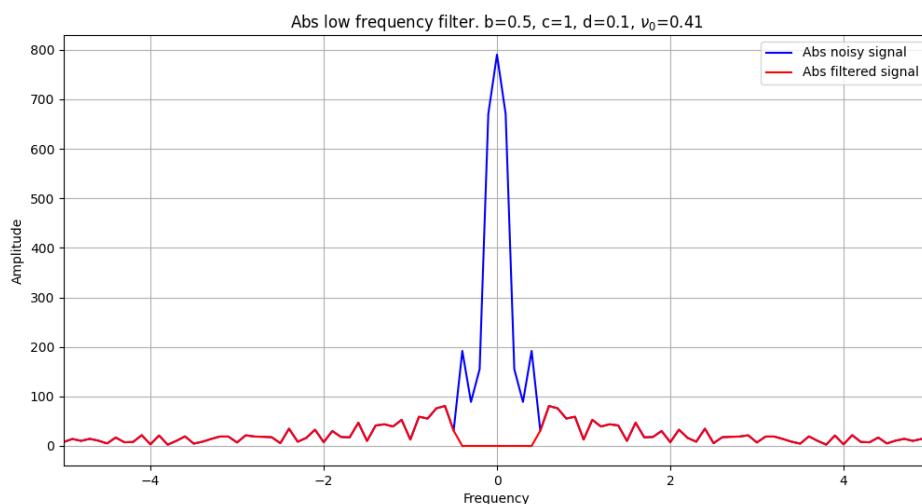


Рис. 34: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

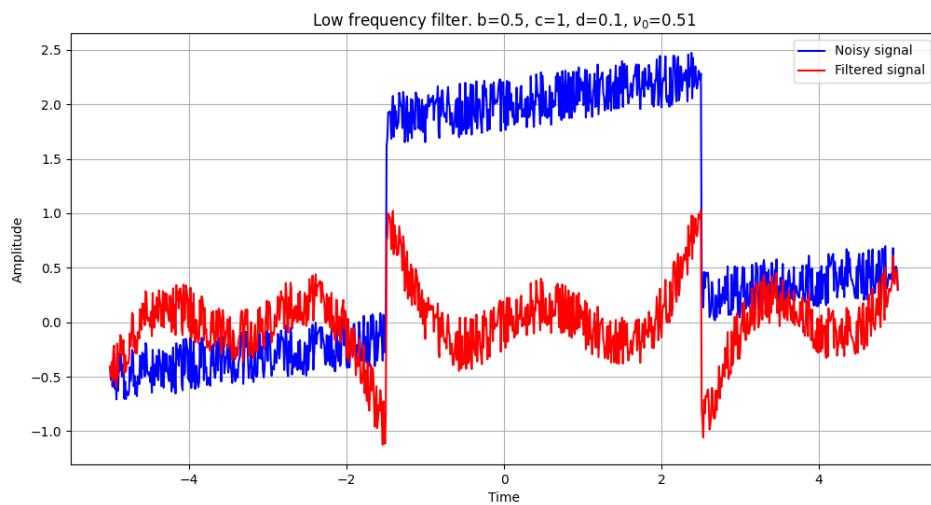


Рис. 35: График исходного и фильтрованного сигналов

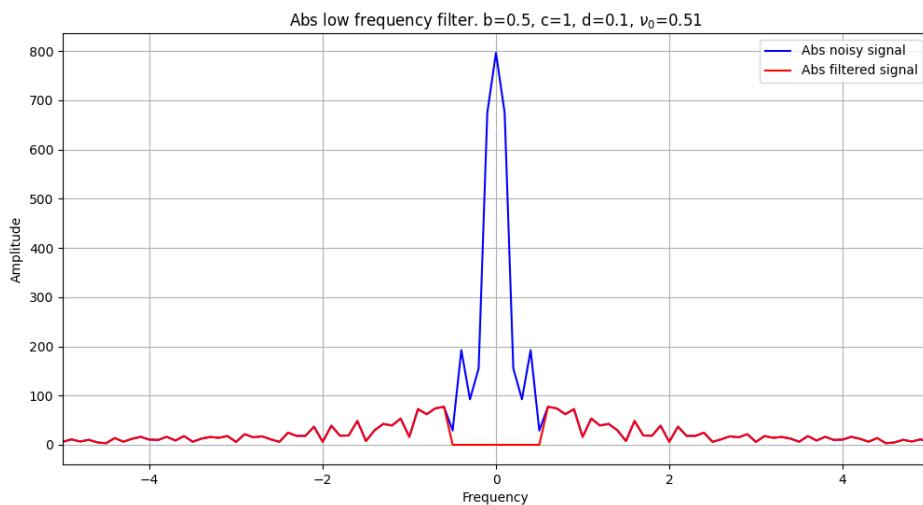


Рис. 36: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

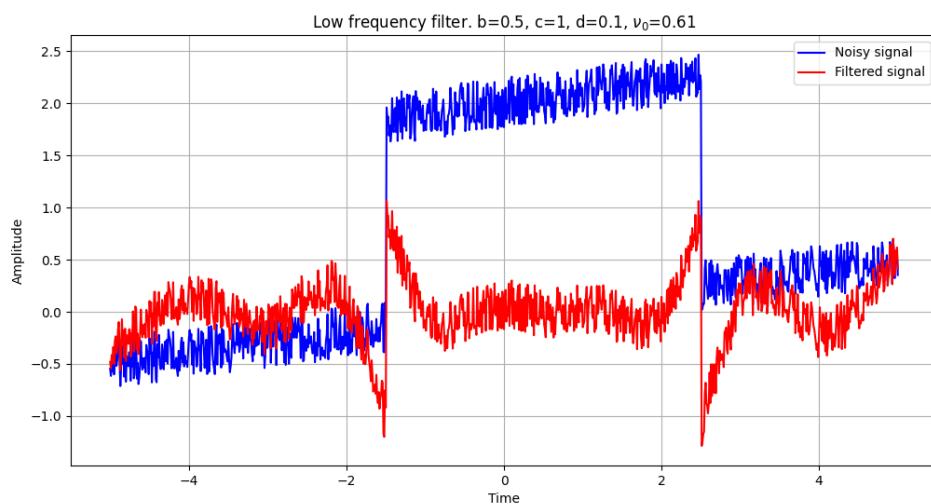


Рис. 37: График исходного и фильтрованного сигналов

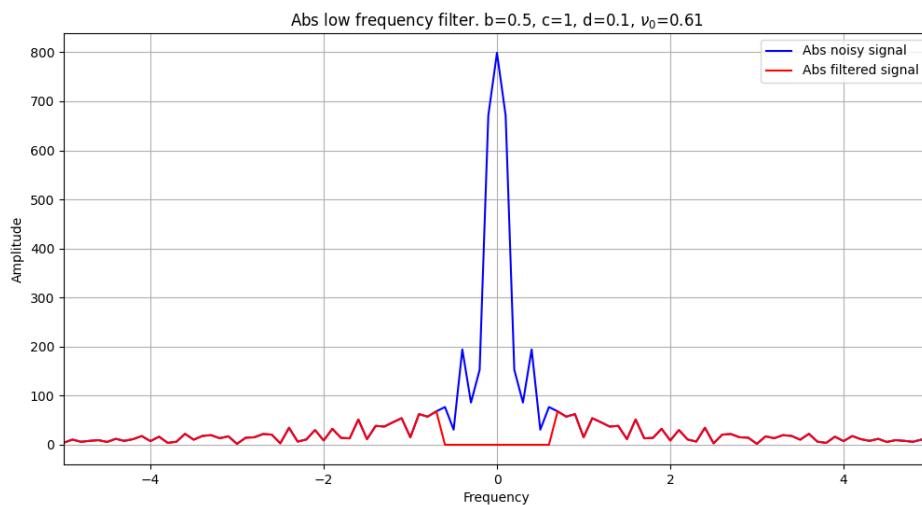


Рис. 38: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

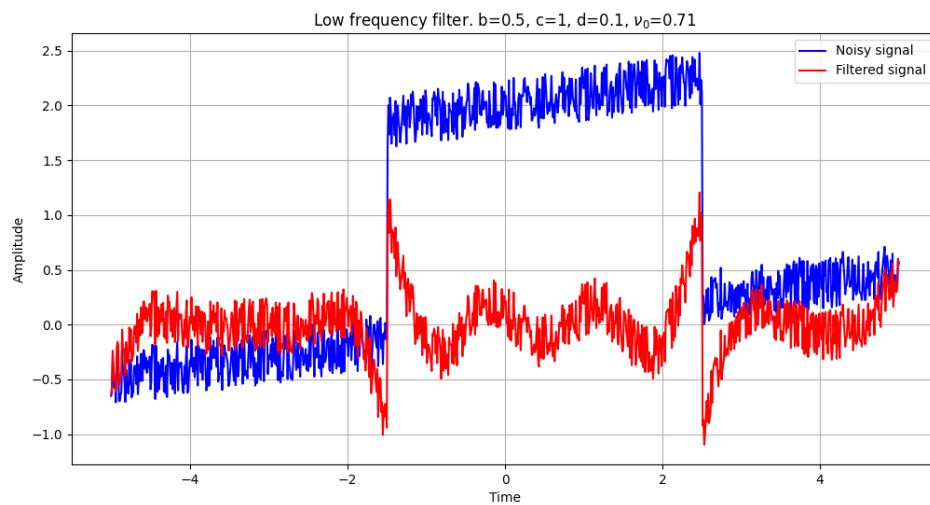


Рис. 39: График исходного и фильтрованного сигналов

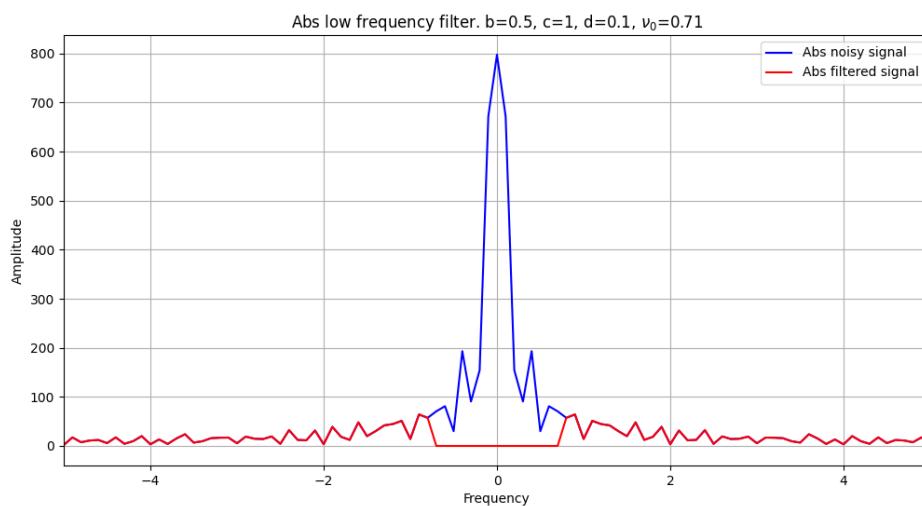


Рис. 40: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

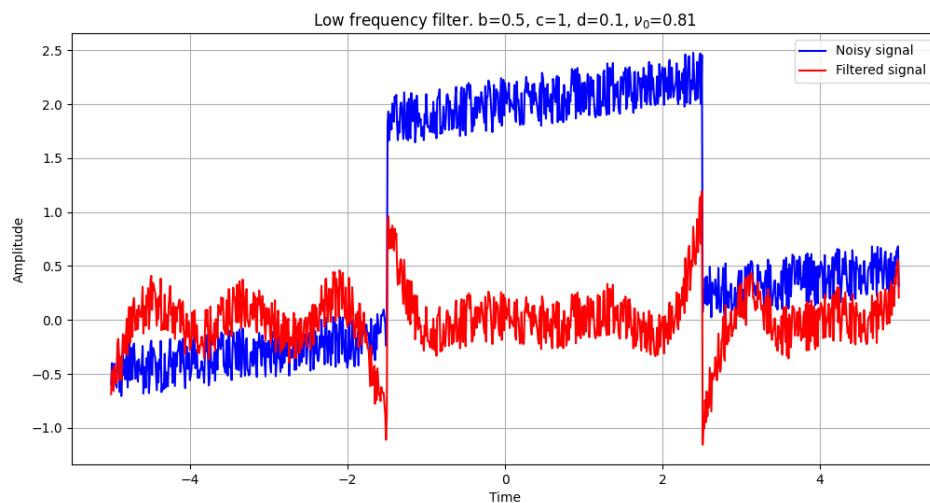


Рис. 41: График исходного и фильтрованного сигналов

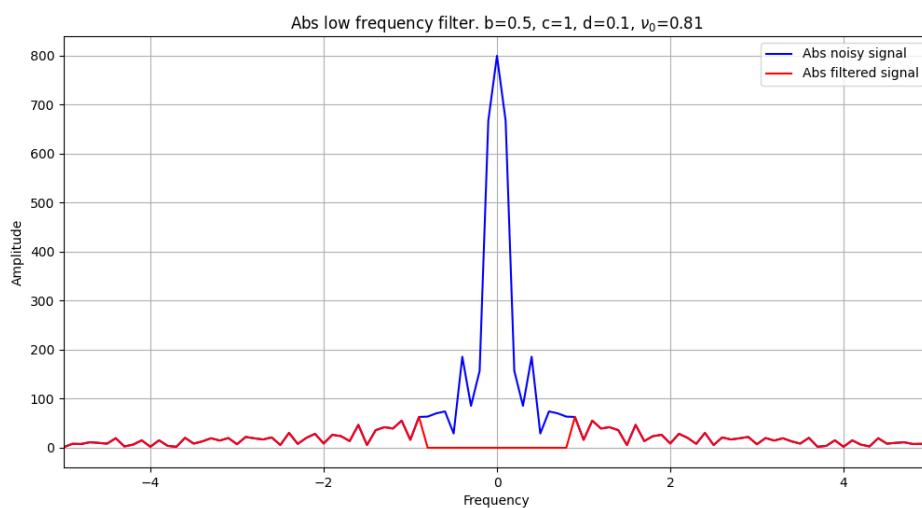


Рис. 42: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

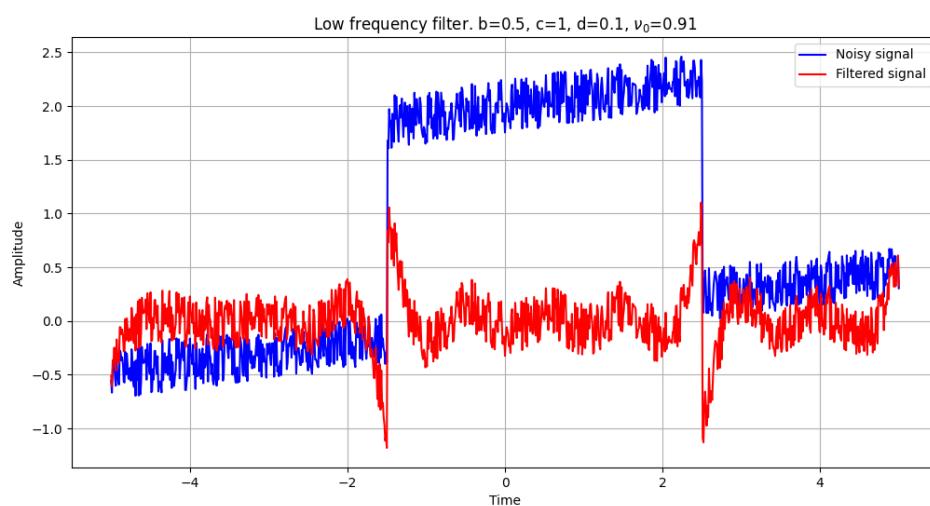


Рис. 43: График исходного и фильтрованного сигналов

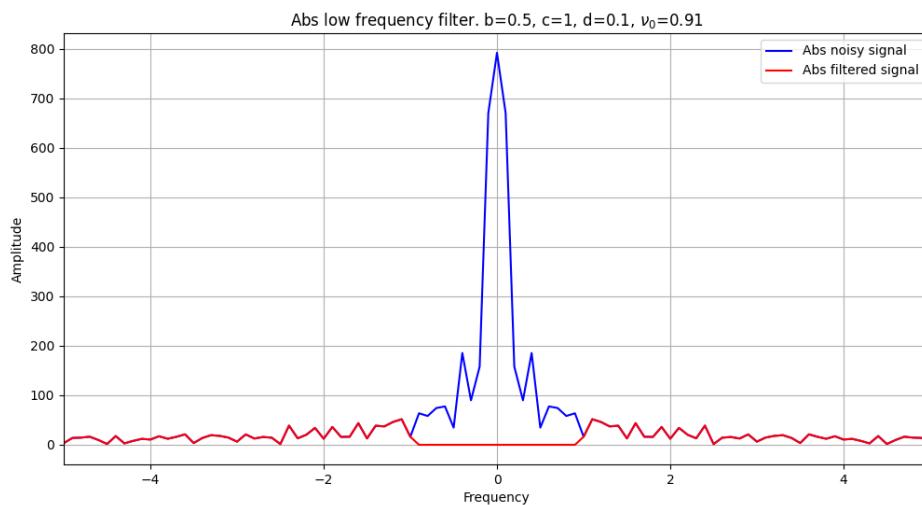


Рис. 44: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

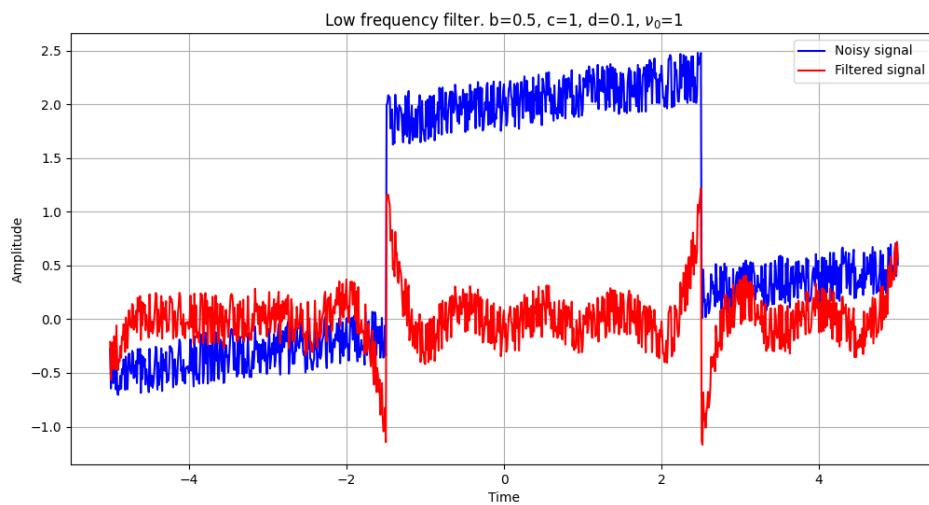


Рис. 45: График исходного и фильтрованного сигналов

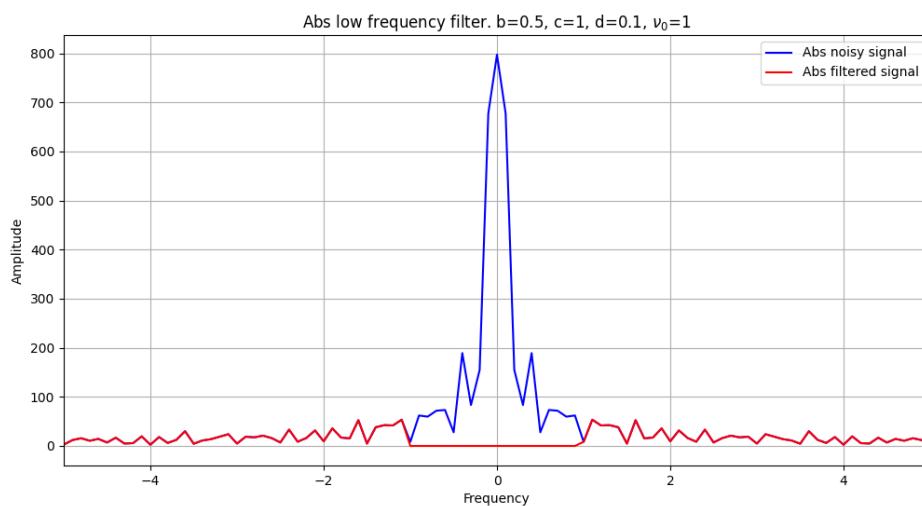


Рис. 46: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

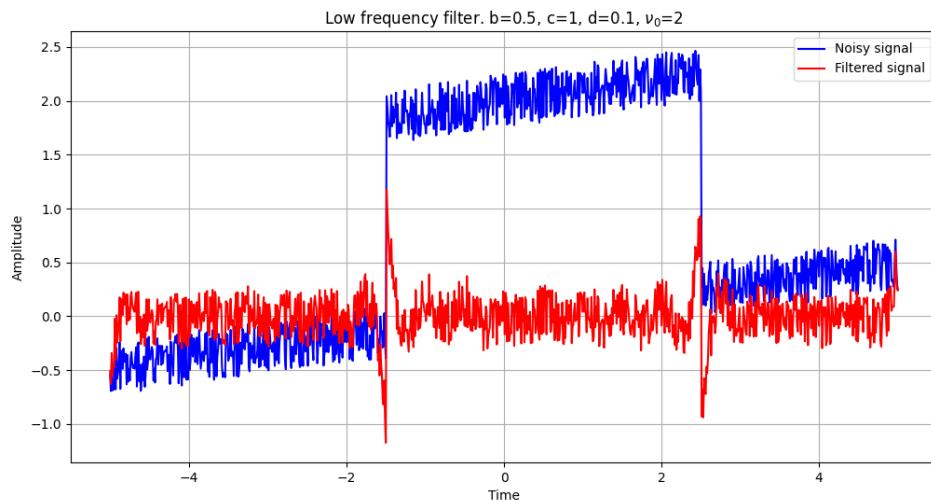


Рис. 47: График исходного и фильтрованного сигналов

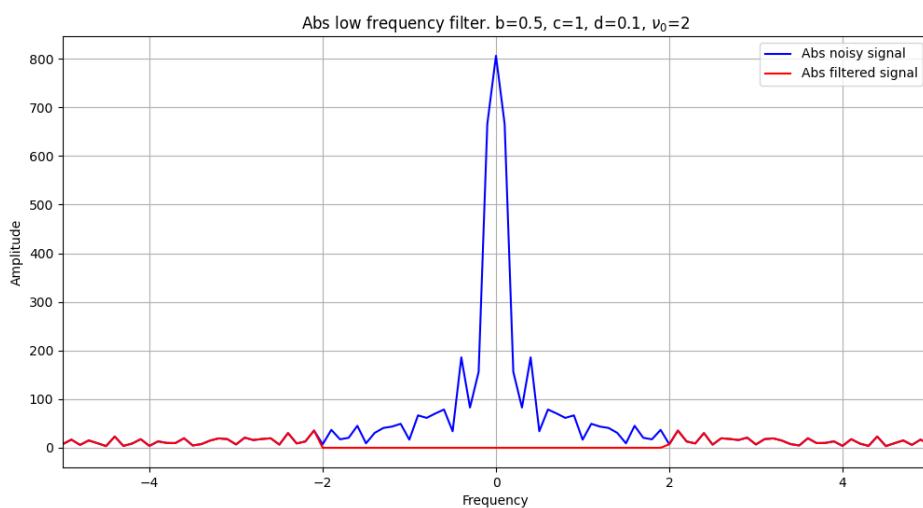


Рис. 48: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

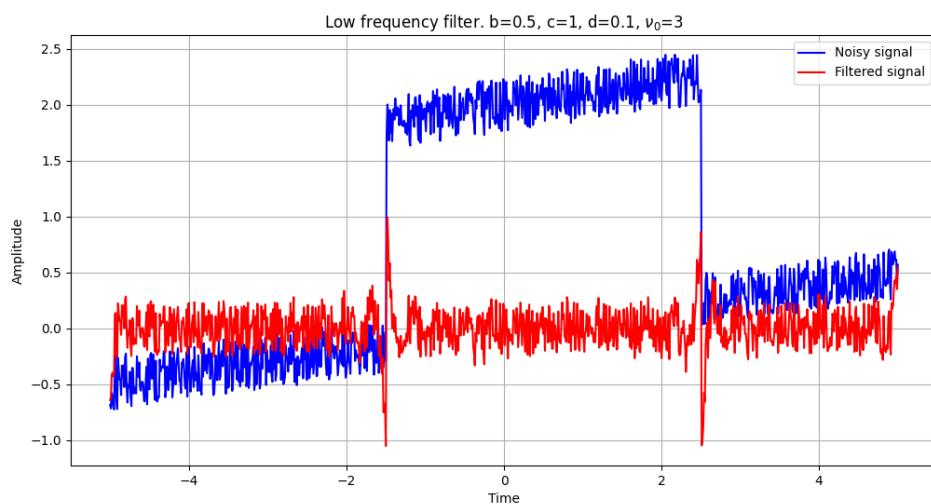


Рис. 49: График исходного и фильтрованного сигналов

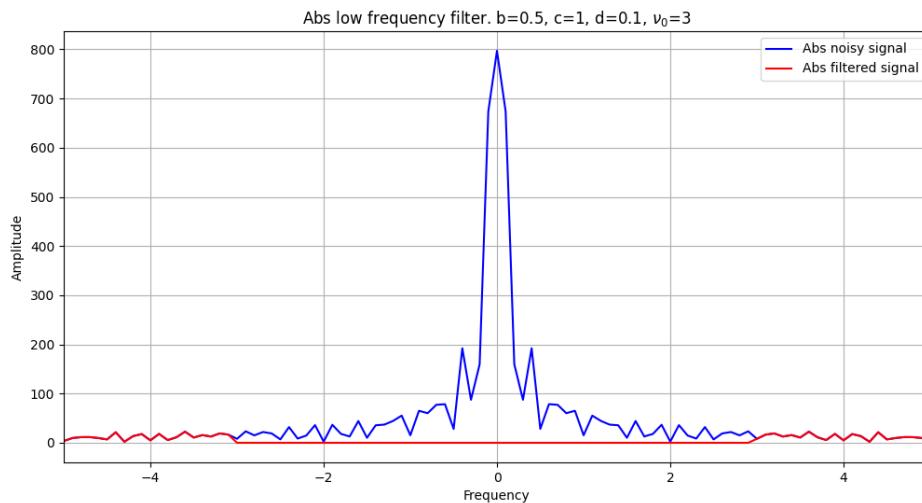


Рис. 50: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

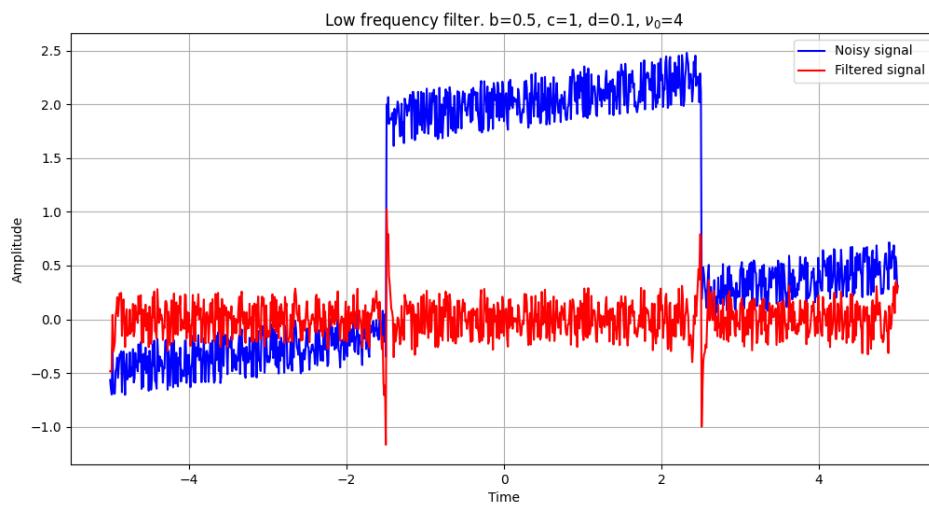


Рис. 51: График исходного и фильтрованного сигналов

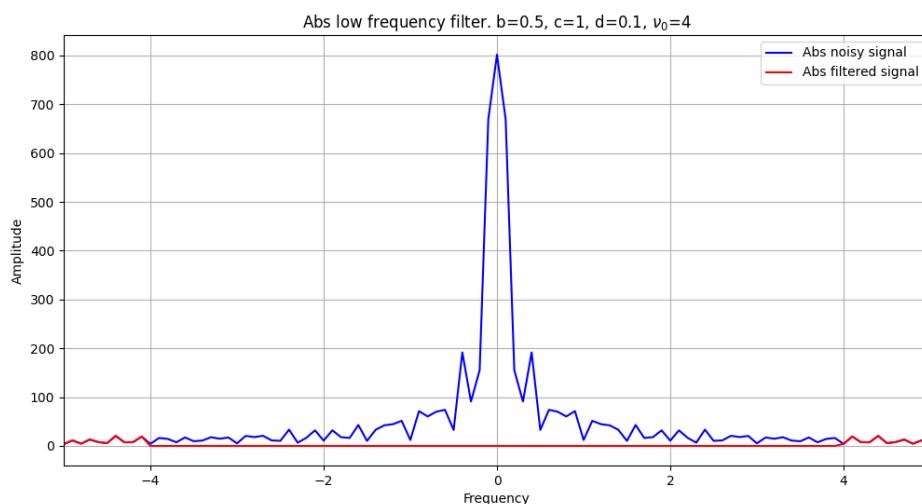


Рис. 52: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

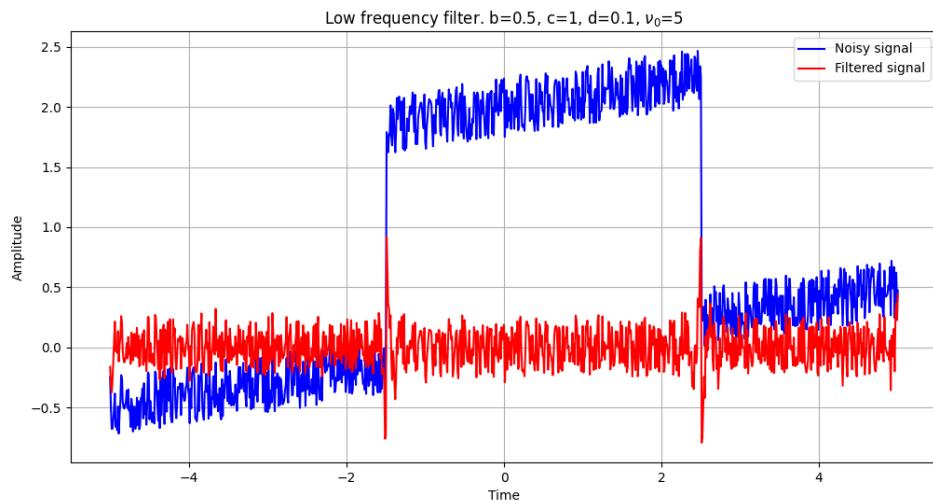


Рис. 53: График исходного и фильтрованного сигналов

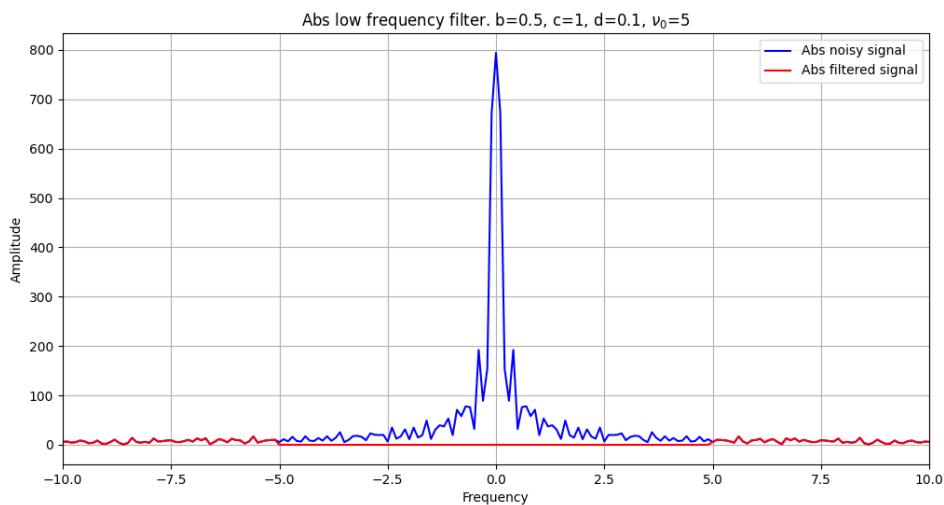


Рис. 54: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

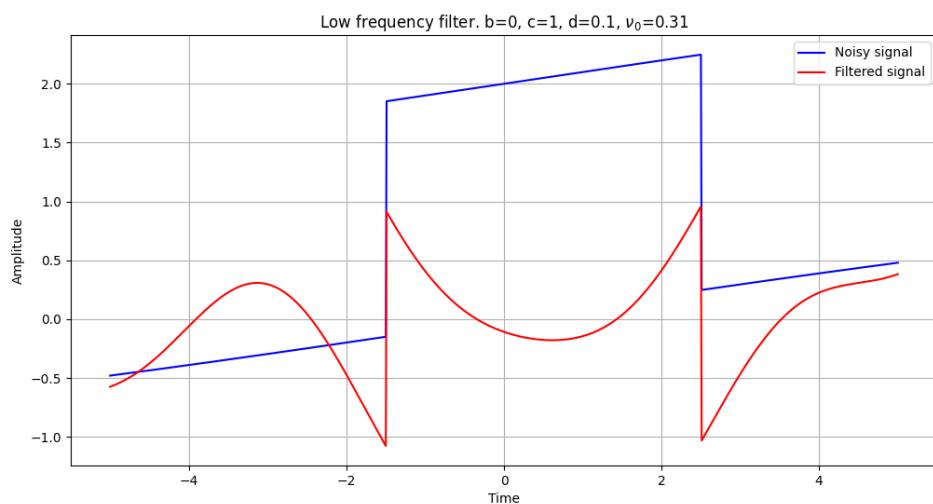


Рис. 55: График исходного и фильтрованного сигналов

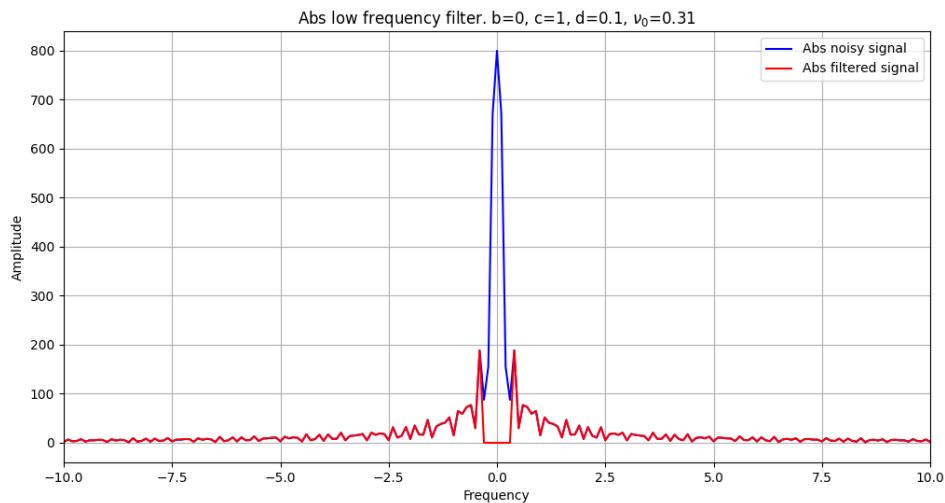


Рис. 56: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

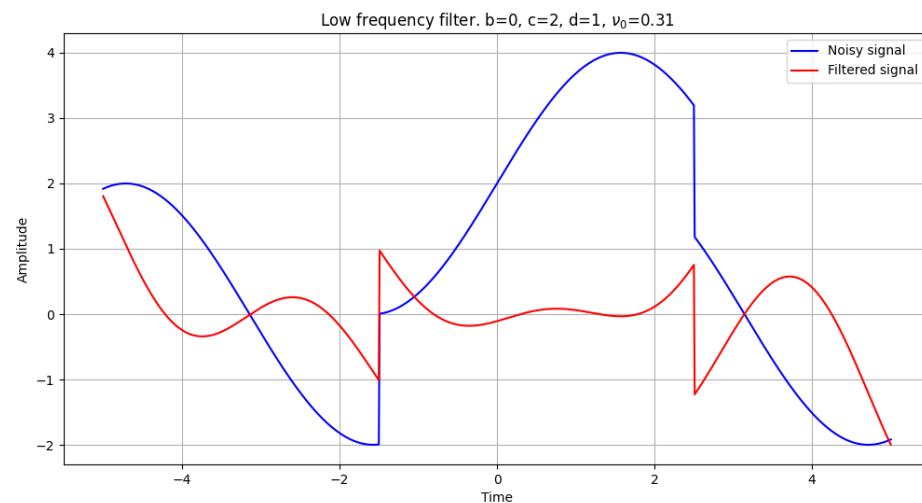


Рис. 57: График исходного и фильтрованного сигналов

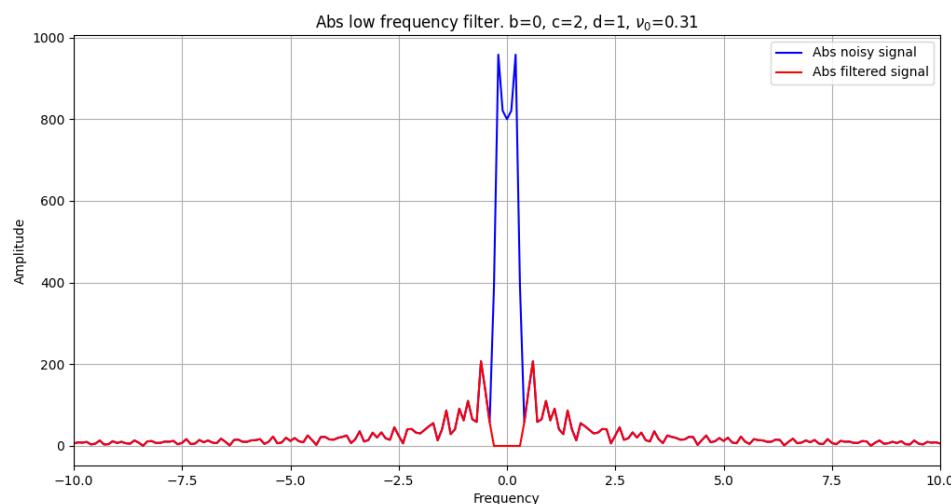


Рис. 58: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

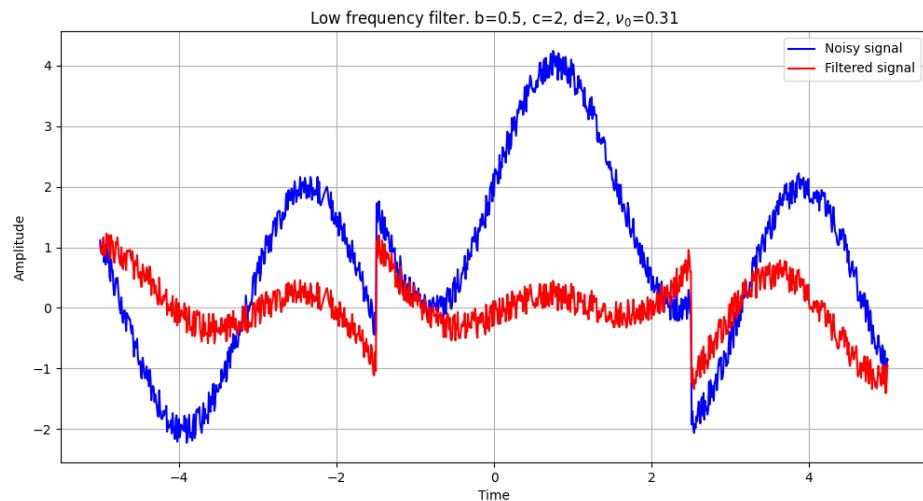


Рис. 59: График исходного и фильтрованного сигналов

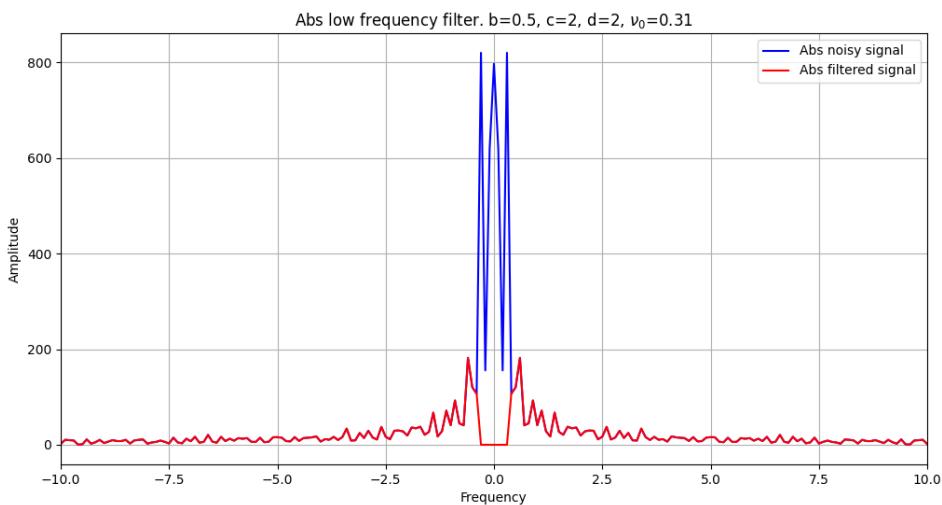


Рис. 60: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

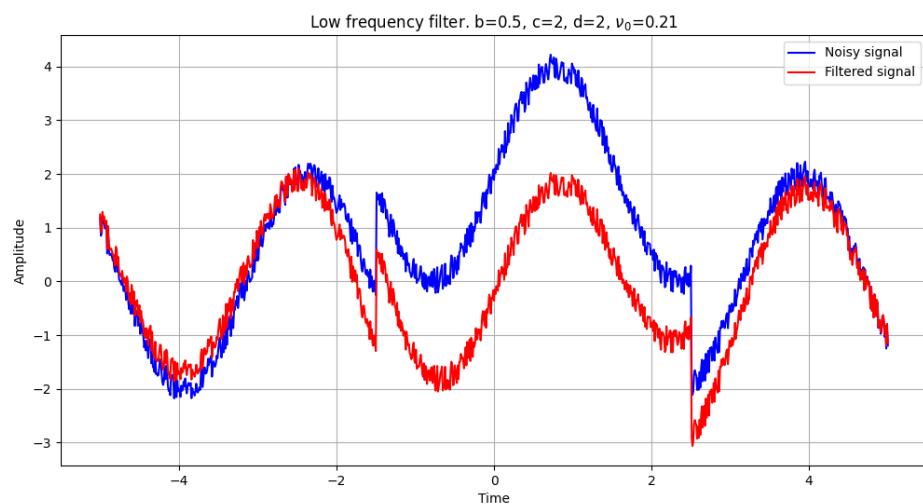


Рис. 61: График исходного и фильтрованного сигналов

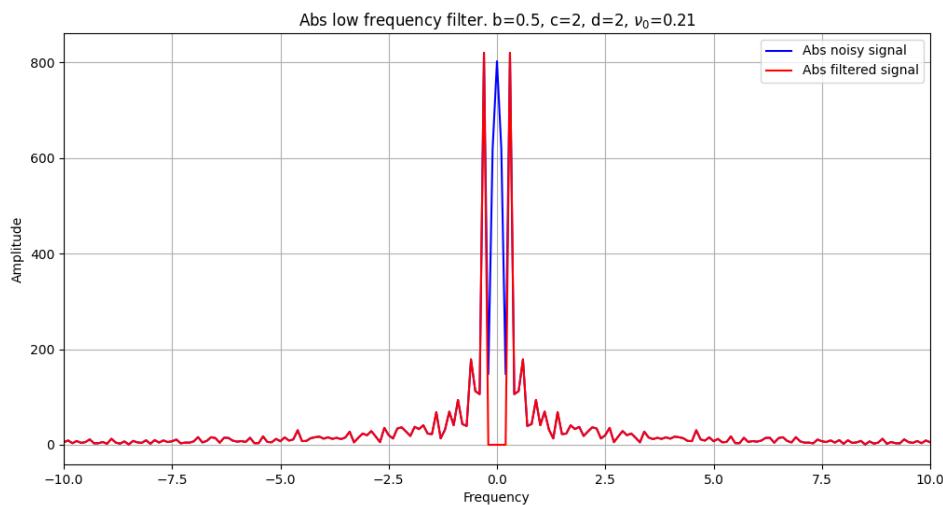


Рис. 62: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

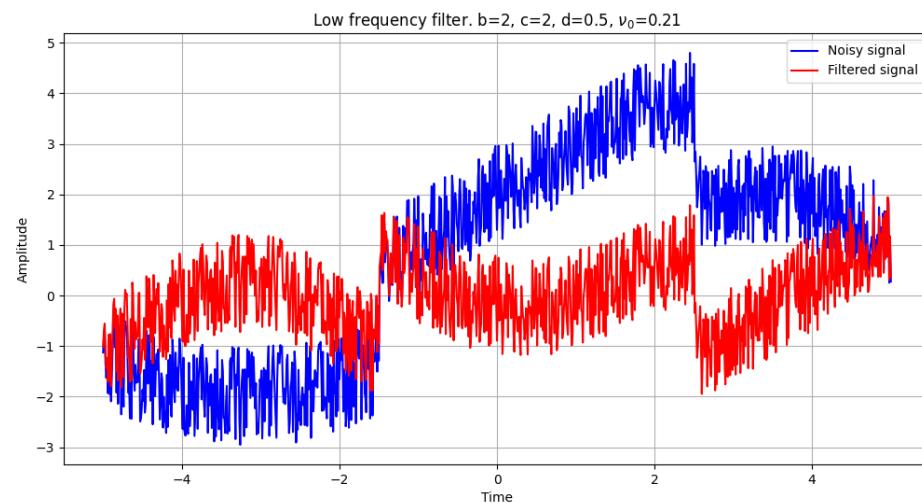


Рис. 63: График исходного и фильтрованного сигналов

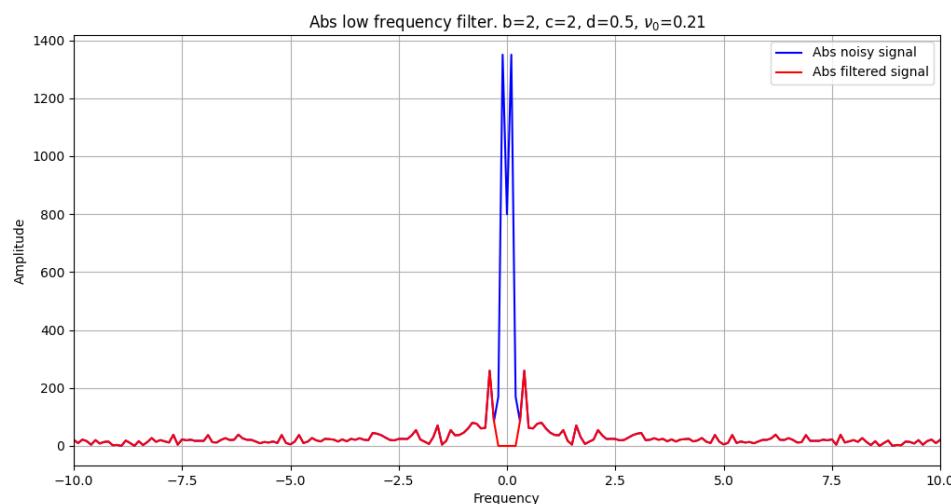


Рис. 64: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

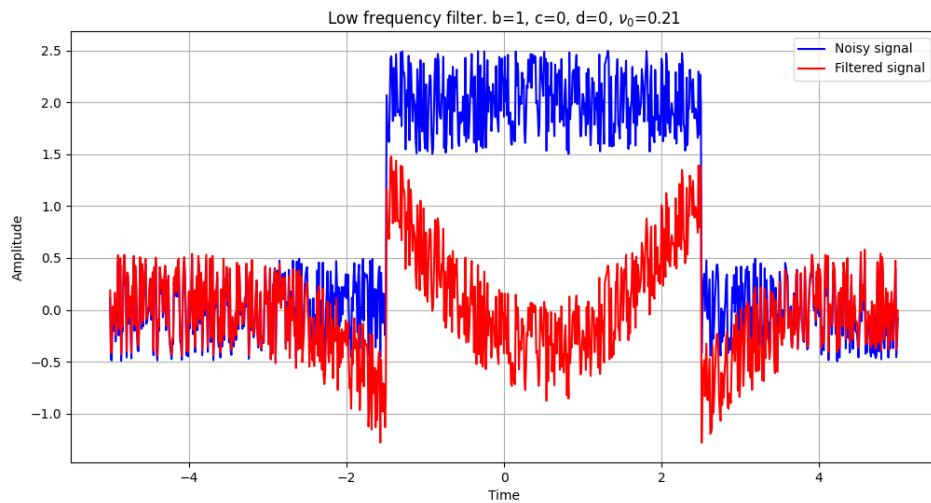


Рис. 65: График исходного и фильтрованного сигналов

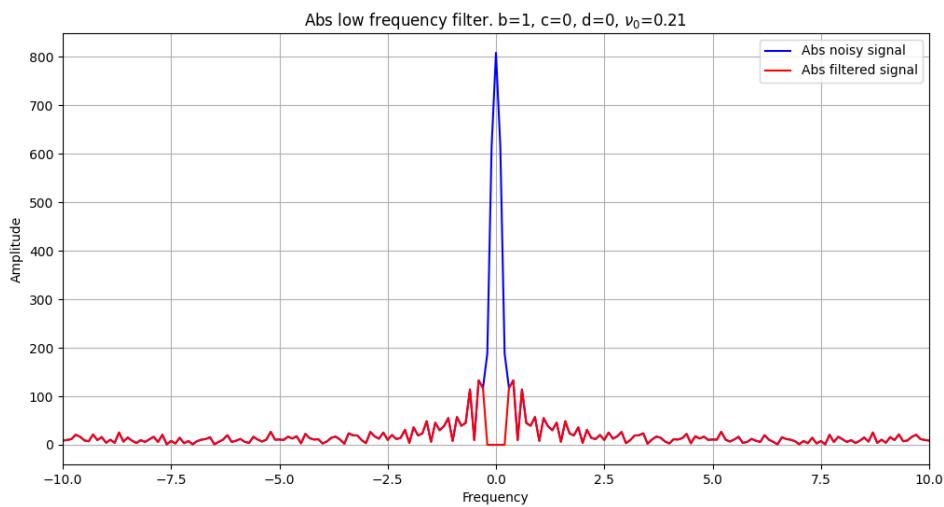


Рис. 66: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов

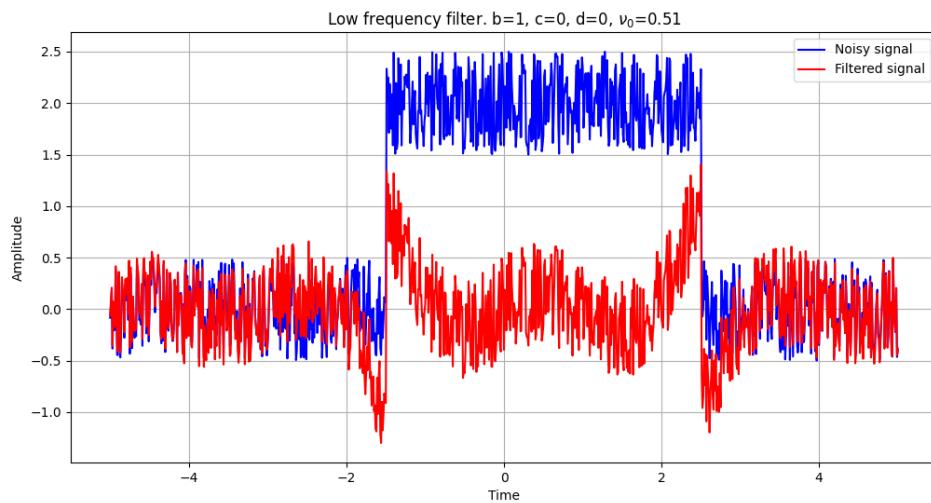


Рис. 67: График исходного и фильтрованного сигналов

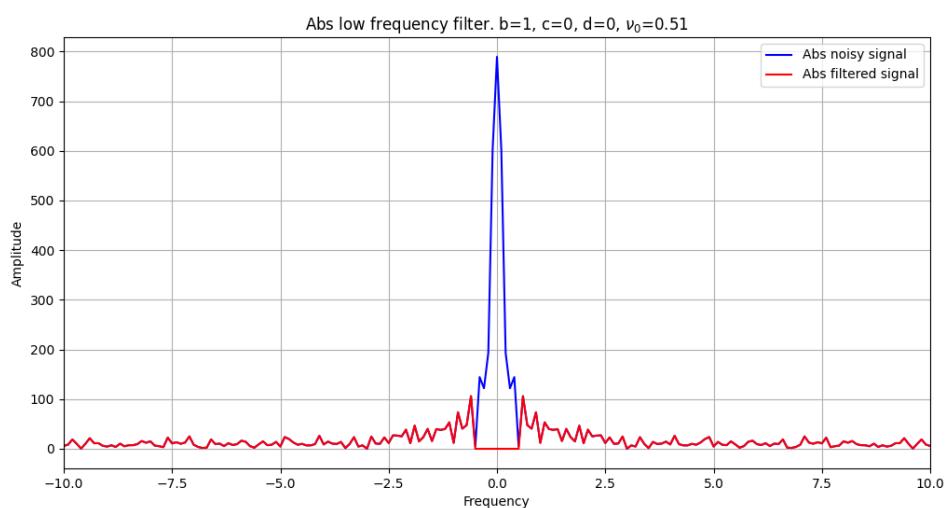


Рис. 68: График модуля Фурье-образа исходного и фильтрованного сигналов