Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1
ПРЕДМЕТ «ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»
ТЕМА «МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Вариант 4

Преподаватель: Золотаревич В. П.
Студент: Румянцев А. А.
Поток: ЛСАУ R22 бак 4.1.1

Факультет: СУиР
Группа: R3341

Санкт-Петербург
2024

Содержание

1 Цель работы

Ознакомление с пакетом прикладных программ SIMULINK и основными приемами моделирования линейных динамических систем.

2 Задание 1

2.1 Условие

Исследование модели вход-выход:

- Построить схему моделирования линейной динамической системы при

$$n = 3, \quad a_0 = 8, \quad a_1 = 6, \quad a_2 = 2, \quad b_0 = 12, \quad b_1 = 1, \quad b_2 = 10$$

- Осуществить моделирование системы при двух видах входного воздействия

$$u = 1(t), \quad u = 2\sin(t)$$

  и нулевых начальных условиях. Выводить графики сигналов $u(t)$ и $y(t)$. Продолжительность интервала наблюдения выбрать самостоятельно.
- Осуществить моделирование свободного движения системы, т.е. с нулевым входным воздействием и ненулевыми начальными условиями

$$y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 0.1, \quad \ddot{y}(0) = -0.1$$

  Выводить графики $y(t)$.

2.2 Выполнение

Математическая модель линейной стационарной системы может быть представлена в виде скалярного дифференциального уравнения n-го порядка (модель *вход-выход*)

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + ... + b_1 u^{(1)} + b_0 u,$$

где y – выходная переменная, u – входной сигнал, n – порядок системы, m – порядок производной выходной переменной, в явном виде зависящей от u ($m \leq n$), a_j, b_j – постоянные коэффициенты. Исходя из данных в задаче, запишем уравнение, которым будет описываться динамическая система

$$y^{(3)} + 2y^{(2)} + 6y^{(1)} + 8y = 10u^{(2)} + u^{(1)} + 12u$$

Заменим операцию дифференцирования оператором дифференцирования $p = d/dt$

$$p^3 y + 2p^2 y + 6py + 8y = 10p^2 u + pu + 12u$$

и выразим слагаемое со старшей степенью p

$$p^3 y = -2p^2 y - 6py - 8y + 10p^2 u + pu + 12u$$

Разделим обе части на p^3

$$y = -\frac{2}{p}y - \frac{6}{p^2}y - \frac{8}{p^3}y + \frac{10}{p}u + \frac{1}{p^2}u + \frac{12}{p^3}u$$

и с помощью элементарных преобразований окончательно получаем

$$y = \frac{1}{p}\left(10u - 2y\right) + \frac{1}{p^2}\left(u - 6y\right) + \frac{1}{p^3}\left(12u - 8y\right)$$

Таким образом, выходная переменная y представлена в виде суммы сигналов прямых и обратных связей, проинтегрированных соответствующее число раз. Составим по данному выражению схему в SIMULINK

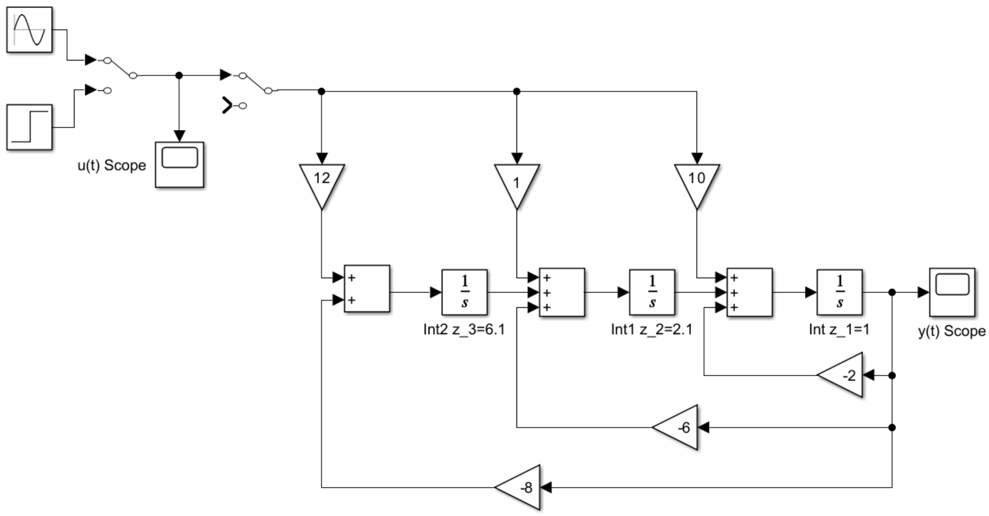

Рис. 1: Схема моделирования на основе составленного уравнения

Зададим нулевое воздействие на систему по условию и выведем результаты $u(t)$ и $y(t)$. Продолжительность интервала наблюдения выбрана $[0, 30]$.

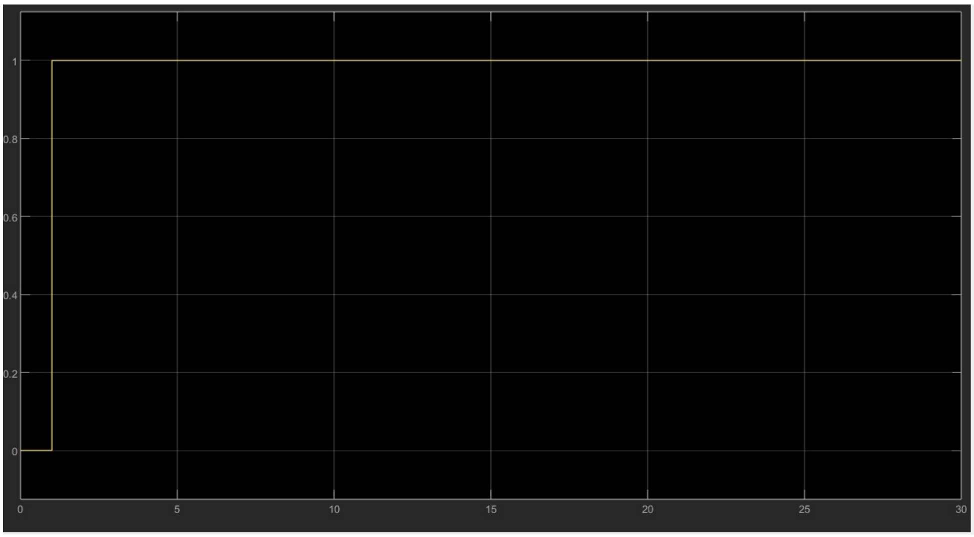

Рис. 2: Входной сигнал $u(t)$ функции Хевисайда

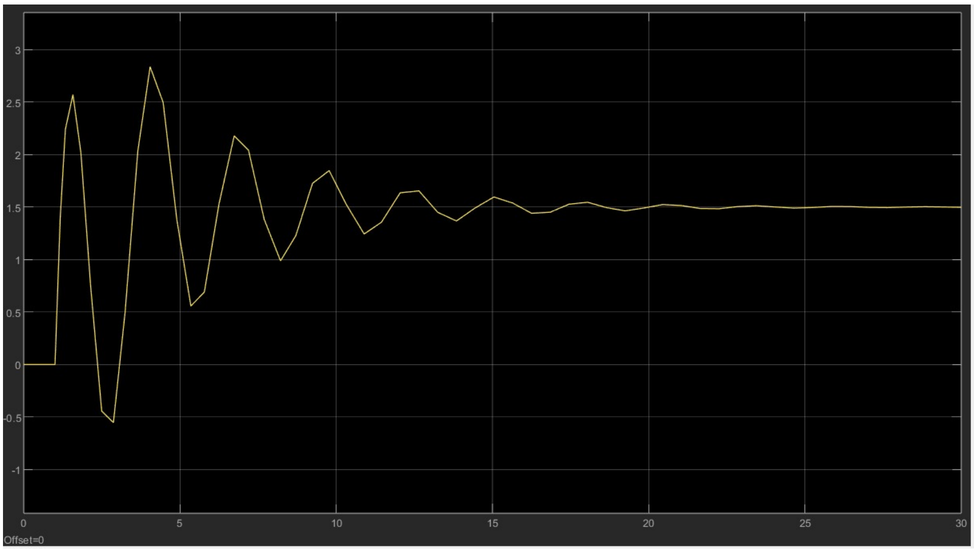

Рис. 3: Выходной сигнал $y(t)$ функции Хевисайда

Рис. 4: Входной сигнал $u(t)$ функции синуса

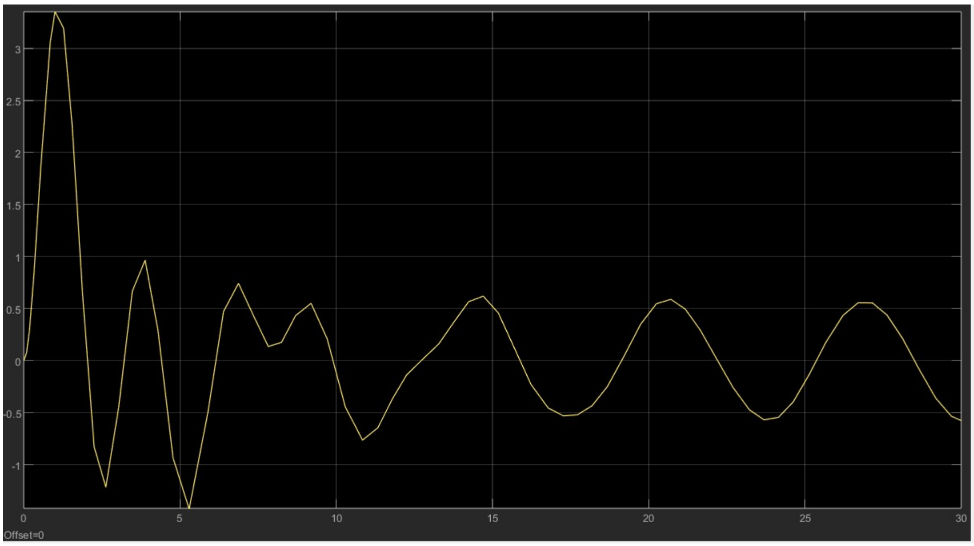

Рис. 5: Выходной сигнал $y(t)$ функции синуса

Определим начальные условия интеграторов. Для удобства обозначим выходные сигналы интеграторов через z_1, z_2, z_3, и, следовательно, искомые начальные условия – через $z_1(0), z_2(0)$ и $z_3(0)$. Так как $z_1 = y$, то $z_1(0) = y(0) = 1$. Из схемы моделирования 1 видно, что

$$\dot{y} = \dot{z}_1 = z_2 + 10u - 2y$$

Выразим z_2

$$z_2 = \dot{y} - 10u + 2y$$

Подставим начальные значения сигналов $y(0), u(0), \dot{y}(0)$, чтобы вычислить начальное условие для второго интегратора

$$z_2(0) = \dot{y}(0) - 10u(0) + 2y(0) = 0.1 - 0 + 2 = 2.1$$

Так же из структурной схемы получаем, что

$$\dot{z}_2 = z_3 + u - 6y$$

Выразим z_3

$$z_3 = \dot{z}_2 - u + 6y$$

Продифференцируем z_2, которое выразили ранее из $\dot{z}_1$, и, подставим результат в z_3

$$\dot{z}_2 = \ddot{y} - 10\dot{u} + 2\dot{y} \Rightarrow z_3 = \ddot{y} - 10\dot{u} + 2\dot{y} - u + 6y$$

Подставим начальные значения сигналов и вычислим начальное условие для третьего интегратора

$$z_3 = \ddot{y}(0) - 10\dot{u}(0) + 2\dot{y}(0) - u(0) + 6y(0) = -0.1 - 0 + 2 \cdot 0.1 - 0 + 6 \cdot 1 = 6.1$$

Напоминание: начальные условия слева $\Rightarrow u(0) = \dot{u}(0) = 0$. Выведем результат $y(t)$.

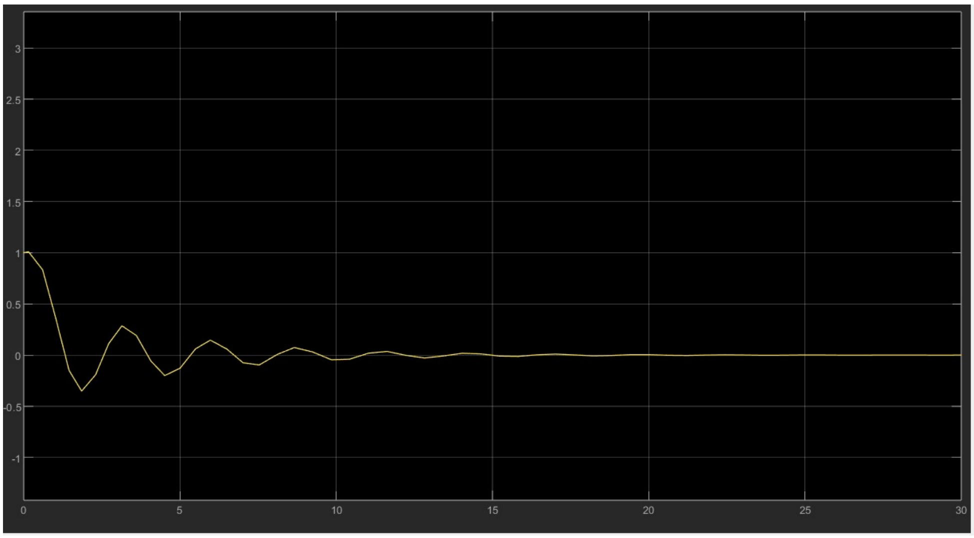

Рис. 6: Выходной сигнал $y(t)$ при свободном движении системы

3 Задание 2

3.1 Условие

Исследование модели вход-состояние-выход:

- Построить схему моделирования линейной динамической системы при

$$n = 2, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

- Осуществить моделирование линейной динамической системы при двух видах входного воздействия

$$u = 1(t), \quad u = 2\sin(t)$$

  Выводить графики сигналов $u(t)$ и $y(t)$. Начальное значение вектора состояния нулевое.
- Осуществить моделирование свободного движения системы с начальными условиями

$$x_1(0) = -0.5, \quad x_2(0) = 0.13$$

  Выводить графики $y(t)$.

3.2 Выполнение

Математическая модель линейной стационарной системы может быть представлена в виде системы из n дифференциальных уравнений 1-го порядка (модель *вход-состояние-выход*). Запишем ее в компактной векторно-матричной форме

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

где A – $n \times n$ матрица постоянных коэффициентов, B – $n \times 1$ вектор-столбец постоянных коэффициентов, C – $1 \times n$ вектор-строка постоянных коэффициентов, а x – n-мерный вектор состояния. Исходя из данных в задаче, запишем систему, которой будет описываться динамическая система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0x_1 - 4x_2 + 0.5u \\ \dot{x}_2 = 1x_1 - 1x_2 + 0.25u \\ y = 0x_1 + 8x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2 + 0.5u \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + 0.25u \\ y = 8x_2 \end{cases}$$

Составим схему моделирования системы.

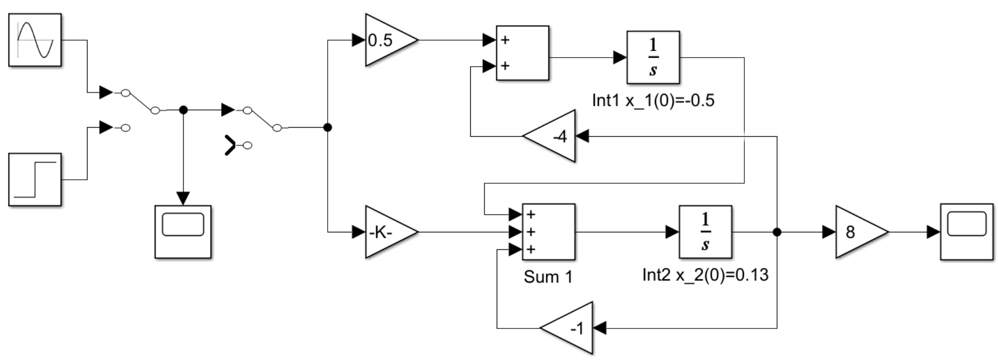

Рис. 7: Схема моделирования на основе составленной системы

Зададим нулевое воздействие на систему по условию и выведем результаты $u(t)$ и $y(t)$. Продолжительность интервала наблюдения выбрана $[0, 30]$.

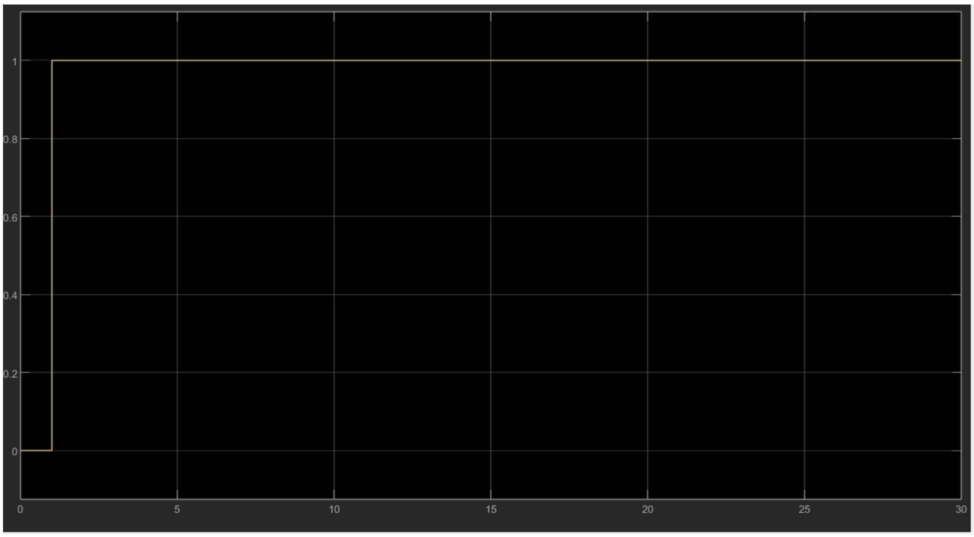

Рис. 8: Входной сигнал $u(t)$ функции Хевисайда

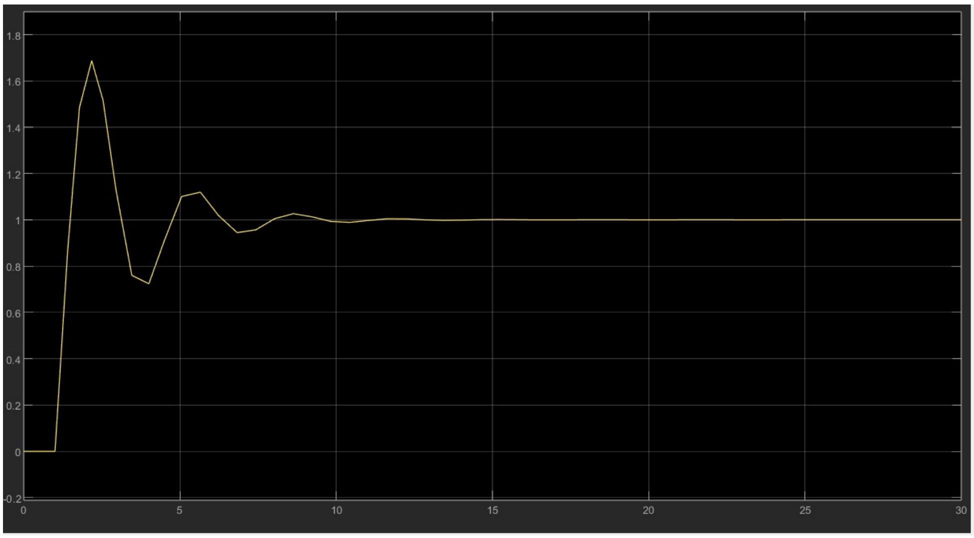

Рис. 9: Выходной сигнал $y(t)$ функции Хевисайда

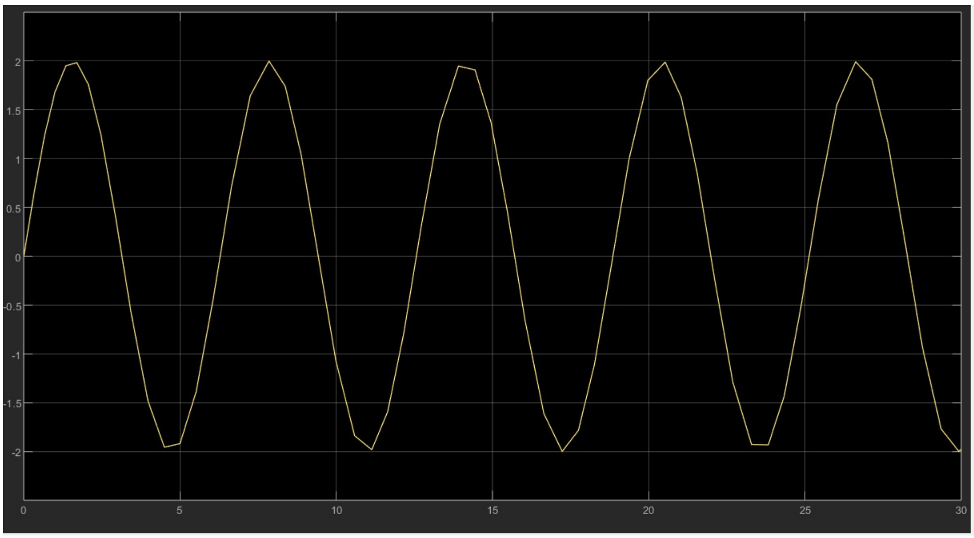

Рис. 10: Входной сигнал $u(t)$ функции синуса

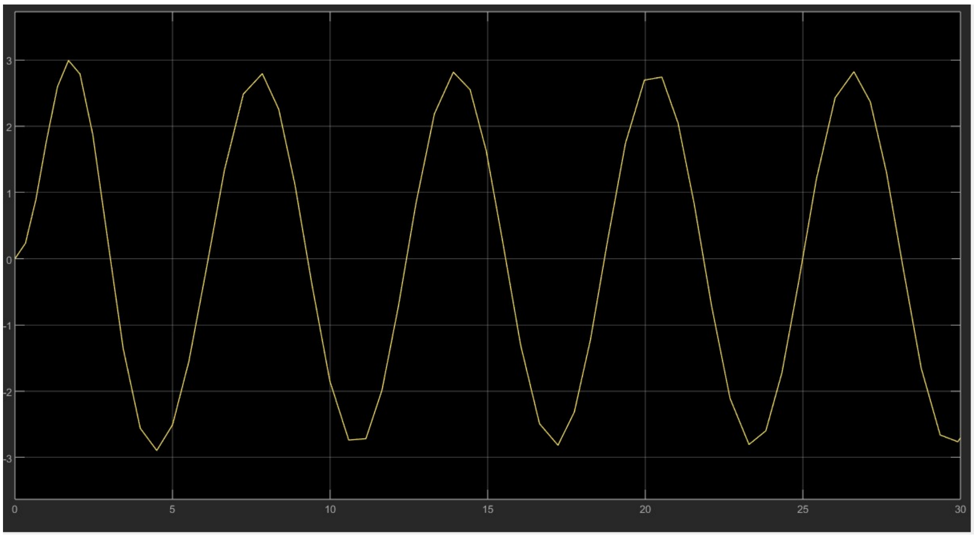

Рис. 11: Выходной сигнал $y(t)$ функции синуса

Начальные условия на интеграторах соответствуют начальным значениям координат вектора состояния $x_1(0)$ и $x_2(0)$. Выведем график $y(t)$.

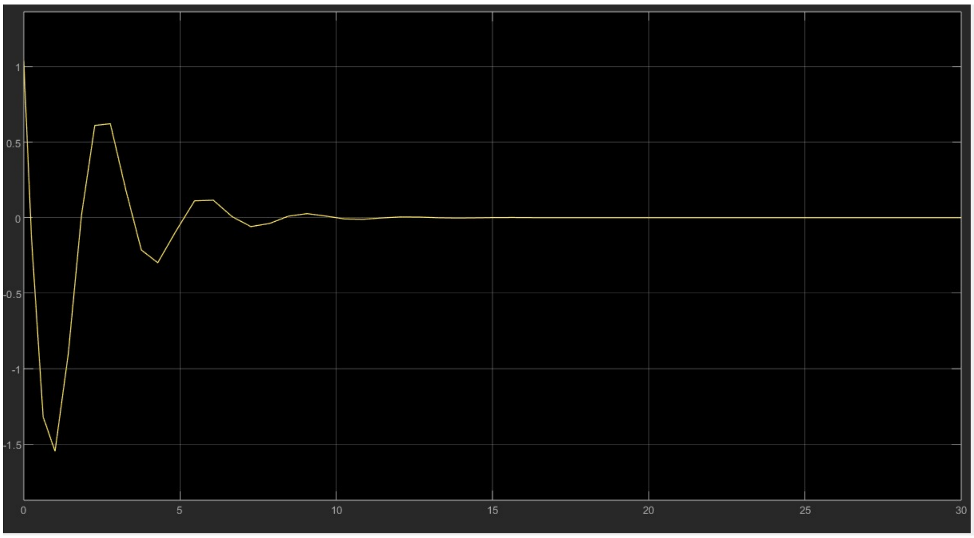

Рис. 12: Выходной сигнал $y(t)$ при свободном движении системы

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я научился пользоваться пакетом прикладных программ SIMULINK и познакомился с основными способами моделирования линейных динамических систем.