

Доказать, что:

$$E - p^2 c^2 - \text{инвариантен} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Приведу решение сначала для указанной в задании формуле. Здесь и далее энергия релятивистской частицы } E = mc^2 \\ \text{Преобразованиями Лоренца получим } E - p^2 c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \left( \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 c^2 = \frac{mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - m^2 v^2 c^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{mc^4 \sqrt{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} - m^2 v^2 c^4}{c^2 - v^2} = \\ = \frac{mc^3 \sqrt{c^2 - v^2} - m^2 v^2 c^4}{c^2 - v^2} = \frac{mc^3 (\sqrt{c^2 - v^2} - mv^2/c)}{c^2 - v^2} \Rightarrow \text{выражение по-прежнему зависит от переменной величины } v, \text{ поэтому задание некорректно.} \end{array} \right.$$

Воспользуемся преобразованием Лоренца для выражения  $\boxed{E^2 - p^2 c^2}$ .

$$E^2 - p^2 c^2 = \left( \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \left( \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 c^2 = \frac{m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2 c^2 (c^2 - v^2)}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{m^2 c^4 \cancel{(c^2 - v^2)}}{\cancel{c^2 - v^2}} = m^2 c^4 = \text{const} \Rightarrow \text{величина } E^2 - p^2 c^2 \text{ инварианта, т.е. не зависит от системы отсчёта и одинакова.}$$

ч.т.д. (с поправкой на некорректность задания)