
Группа ЭМ СУиР 2.1.1

К работе допущен _____

Студенты Румянцев А. А., Овчинников
П. А., Чебаненко Д. А.

Работа выполнена _____

Преподаватель Боярский К. К.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №3.10

Изучение свободных затухающих электромагнитных колебаний

Цель работы

Задачи

1. Измерить период колебаний в контуре и значения $2U_i$, $2U_{i+n}$ удвоенной амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе для двух моментов времени, разделенных количеством периодов $n = 1-5$, при разных сопротивлениях магазина R_M
2. Построить график зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M . Найти значение собственного сопротивления контура R_0 и полное сопротивление R . Найти значения индуктивности L при $R_M \leq 100$ Ом, найти среднее значение индуктивности L_{cp} и оценить его погрешность. Вычислить период колебаний в контуре при некоторых значениях R_M
3. Вычислить добротность контура Q при различных сопротивлениях магазина. Построить график зависимости добротности от сопротивления контура. Для двух малых сопротивлений посчитать добротность другим способом
4. Найти экспериментально и теоретически критическое сопротивление контура и период колебаний в контуре. Построить графики периодов от емкости конденсатора. Рассмотреть формулу Томсона

Экспериментальная установка

1. Блок генератора напряжений ГН1
2. Осциллограф ОЦЛ2.
3. Стенд с объектом исследования СЗ-ЭМ01
4. Проводники Ш4/Ш2 (4 шт.), Ш2/Ш2 (3 шт.), 2Ш4/BNC (2 шт.)

Метод экспериментального исследования

Многократные измерения

Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Осциллограф	Электроизмерительный	$2 - 3 \cdot 10^4$ Гц	-

Схема установки

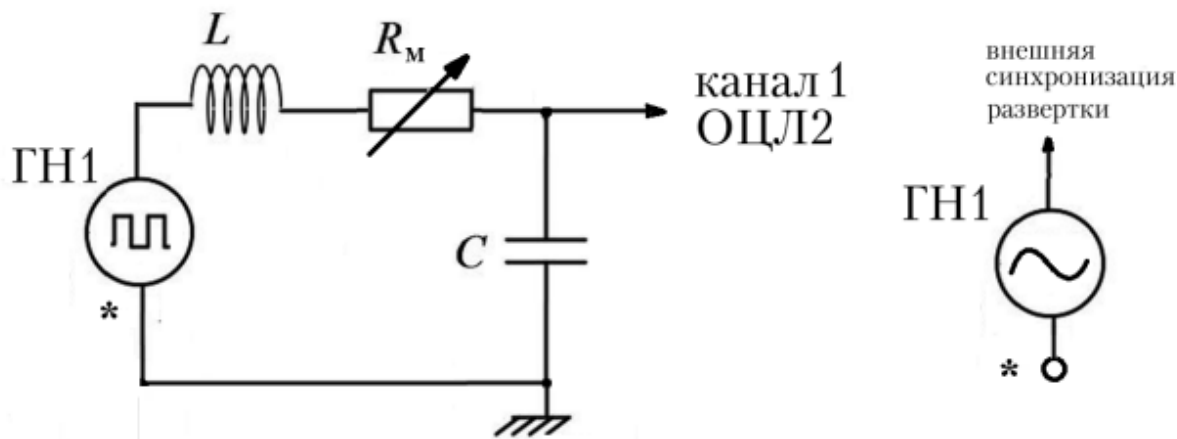


Рис 1. Колебательный контур

Исходные данные

Таблица 1

C_1, Φ	C_2, Φ	C_3, Φ	C_4, Φ	$L, \text{Гн}$	Δ
$2.20 \cdot 10^{-8}$	$3.30 \cdot 10^{-8}$	$4.70 \cdot 10^{-8}$	$4.70 \cdot 10^{-7}$	$10 \cdot 10^{-3}$	10%

Результаты прямых и косвенных измерений

Таблица 2

Результаты измерения периодов колебаний $T_{\text{эксп}}$ в контуре и значений $2U_i$, $2U_{i+n}$ удвоенной амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе для двух моментов времени, разделенных количеством периодов $n = 1-3$, при разных сопротивлениях магазина R_M . Результаты вычислений логарифмического декремента λ , полного сопротивления R , индуктивности L , добротности контура Q и периода колебаний $T_{\text{теор}}$ в контуре при $R_M = 0, 200, 400 \text{ Ом}$

Примеры вычислений λ и Q :

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{U_i}{U_{i+n}} = \frac{1}{3} \ln \frac{3.12}{1.12} = 0.34, \quad Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\lambda}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2 \cdot 0.34}} = 12.70$$

Для нахождения $R = R_M + R_0$ необходимо найти R_0 . Построим график 1 $\lambda(R_M)$ и аппроксимируем с помощью МНК. Имеем линейный график $\lambda = kR + b$, по нему же найдем $k = 4.74 \cdot 10^{-3}$ и $b = 0.33$. Вычислим R при $\lambda = 0$:

$$R = -\frac{b}{k} = -69.88 = -R_0 \Rightarrow R_0 = 69.88 \text{ Ом}$$

Примеры вычислений R , L и $T_{\text{теор}}$:

$$R = R_M + R_0 = 10 + 69.88 = 79.88, \quad L = \left(\frac{\pi R}{\lambda}\right)^2 \cdot C_1 = \left(\frac{69.88\pi}{0.34}\right)^2 \cdot 2.20 \cdot 10^{-8} = 9.09 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$T_{\text{теор}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{9.09 \cdot 10^{-3} \cdot 2.20 \cdot 10^{-8}} - \frac{69.88^2}{4(9.09 \cdot 10^{-3})^2}}} = 8.90 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

$R_M, \text{Ом}$	$T_{\text{эксп}}, \text{с}$	$2U_i, \text{дел}$	$2U_{i+n}, \text{дел}$	n	λ	Q	$R, \text{Ом}$	$L, \text{Гн}$	$T_{\text{теор}}, \text{с}$
0	$9.20 \cdot 10^{-5}$	3.12	1.12	3	0.34	12.70	69.88	$9.09 \cdot 10^{-3}$	$8.90 \cdot 10^{-5}$
10	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.96	0.96	3	0.38	11.90	79.88	$9.83 \cdot 10^{-3}$	—
20	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.92	0.80	3	0.43	10.87	89.88	$9.41 \cdot 10^{-3}$	—
30	$9.40 \cdot 10^{-5}$	2.84	0.68	3	0.48	10.23	99.88	$9.54 \cdot 10^{-3}$	—
40	$9.30 \cdot 10^{-5}$	2.72	0.96	2	0.52	9.71	109.88	$9.67 \cdot 10^{-3}$	—
50	$9.30 \cdot 10^{-5}$	2.64	0.88	2	0.55	9.42	119.88	$10.34 \cdot 10^{-3}$	—
60	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.56	0.76	2	0.61	8.94	129.88	$9.93 \cdot 10^{-3}$	—
70	$9.30 \cdot 10^{-5}$	2.48	0.68	2	0.65	8.66	139.88	$10.15 \cdot 10^{-3}$	—
80	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.40	0.56	2	0.73	8.20	149.88	$9.21 \cdot 10^{-3}$	—
90	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.28	0.52	2	0.74	8.14	159.88	$10.16 \cdot 10^{-3}$	—
100	$9.20 \cdot 10^{-5}$	2.20	0.96	1	0.83	7.76	169.88	$9.11 \cdot 10^{-3}$	—
200	$9.30 \cdot 10^{-5}$	1.60	0.48	1	1.20	6.90	269.88	$10.91 \cdot 10^{-3}$	$9.92 \cdot 10^{-5}$
300	$9.20 \cdot 10^{-5}$	1.12	0.20	1	1.72	6.49	369.88	$10.01 \cdot 10^{-3}$	—
400	$9.20 \cdot 10^{-5}$	0.78	0.10	1	2.05	6.39	469.88	$11.36 \cdot 10^{-3}$	$10.51 \cdot 10^{-5}$

Усредним полученные значения L при $R_M \leq 100 \text{ Ом}$, $L_{\text{ср}} = 9.68 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$. Оценим абсолютную погрешность ΔL среднего значения индуктивности $L_{\text{ср}}$, где коэффициент

Стьюдента $\alpha = 0.95$, погрешность прибора $\Delta_{\text{и}}L = 0.1$, $n = 11$:

$$\Delta \bar{L} = \alpha \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - L_{\text{ср}})^2}{n(n-1)}}, \quad \Delta L = \sqrt{\Delta \bar{L}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{и}}L\right)^2} = 6.67 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

Для $R = 69.88, 79.88 \text{ Ом}$ рассчитаем добротность контура, используя следующую формулу:

$$Q_1 = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{1}{69.88} \sqrt{\frac{9.09 \cdot 10^{-3}}{2.20 \cdot 10^{-8}}} = 9.20, \quad Q_2 = \frac{1}{79.88} \sqrt{\frac{9.83 \cdot 10^{-3}}{2.20 \cdot 10^{-8}}} = 8.37,$$

где R_i, L_i – значения из таблицы 1, соответствующие конкретному индексу i

Периодичность процесса разряда конденсатора исчезает при $R = 1000 \text{ Ом}$, оценим критическое сопротивление контура по формуле:

$$R_{\text{крит}} = R_{\text{М}} + R_0 = 1000 + 69.88 = 1069.88 \text{ Ом}$$

Вычислим критическое сопротивление по следующей формуле:

$$R_{\text{крит}} = 2 \sqrt{\frac{L_{\text{ср}}}{C_1}} = 2 \sqrt{\frac{9.68 \cdot 10^{-3}}{2.20 \cdot 10^{-8}}} = 1326.57 \text{ Ом}$$

Таблица 3

Результаты измерений периода $T_{\text{эксп}}$ при нулевом сопротивлении магазина при различной емкости конденсатора C_i . Результаты вычислений периодов $T_{\text{теор}}$ и погрешностей δT

Примеры вычислений $T_{\text{теор}}$ и δT :

$$T_{\text{теор}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L_{\text{ср}}C_2} - \frac{R_0^2}{4L_{\text{ср}}^2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{9.68 \cdot 10^{-3} \cdot 3.30 \cdot 10^{-8}} - \frac{69.88^2}{4(9.68 \cdot 10^{-3})^2}}} = 1.13 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

$$\delta T = \frac{|T_{\text{эксп}} - T_{\text{теор}}|}{T_{\text{теор}}} \cdot 100 \%$$

$C, \text{Ф}$	$T_{\text{эксп}}, \text{с}$	$T_{\text{теор}}, \text{с}$	$\delta T, \%$
$2.20 \cdot 10^{-8}$	$9.20 \cdot 10^{-5}$	$9.18 \cdot 10^{-5}$	0.20
$3.30 \cdot 10^{-8}$	$1.12 \cdot 10^{-4}$	$1.13 \cdot 10^{-4}$	0.47
$4.70 \cdot 10^{-8}$	$1.32 \cdot 10^{-4}$	$1.34 \cdot 10^{-4}$	1.79
$4.70 \cdot 10^{-7}$	$4.30 \cdot 10^{-4}$	$4.37 \cdot 10^{-4}$	1.59

Таблица 4

Результаты вычисления периода по формуле Томсона

Так как при малом затухании величина заряда меняется по времени по закону

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

то период можно вычислять по формуле Томсона. Выразим эту формулу:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

При $\beta \ll \omega_0$:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}$$

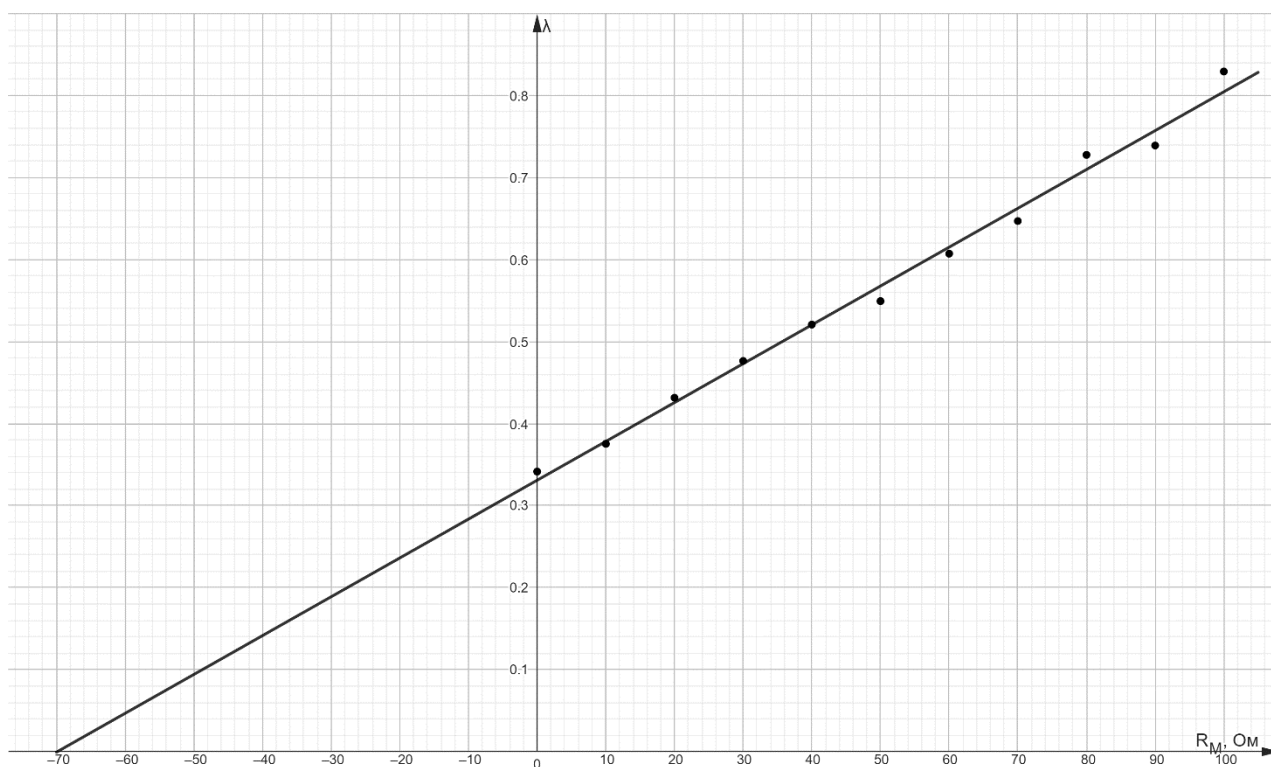
Пример вычисления T :

$$T = 2\pi\sqrt{9.68 \cdot 10^{-3} \cdot 4.70 \cdot 10^{-8}} = 1.34 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

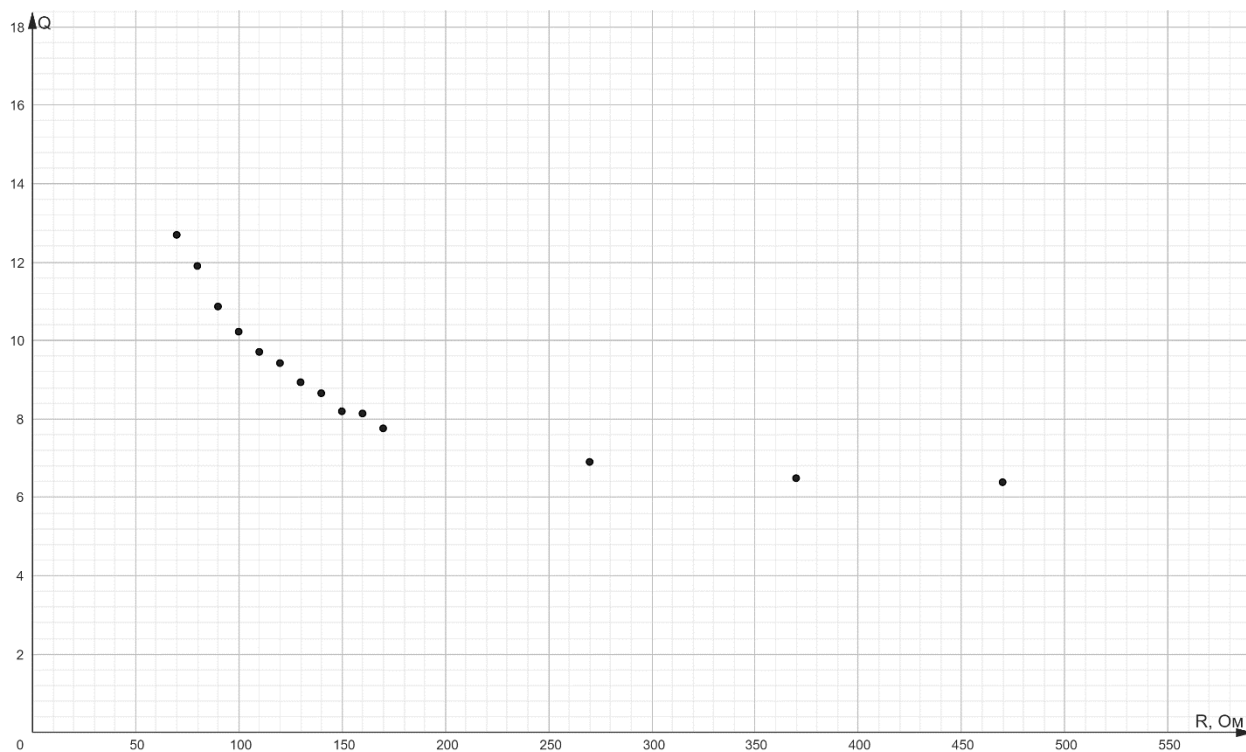
C, Φ	$L = L_{\text{ср}}, \text{Гн}$	$T, \text{с}$
$2.20 \cdot 10^{-8}$	$9.68 \cdot 10^{-3}$	$9.17 \cdot 10^{-5}$
$3.30 \cdot 10^{-8}$		$1.12 \cdot 10^{-4}$
$4.70 \cdot 10^{-8}$		$1.34 \cdot 10^{-4}$
$4.70 \cdot 10^{-7}$		$4.24 \cdot 10^{-4}$

Графики

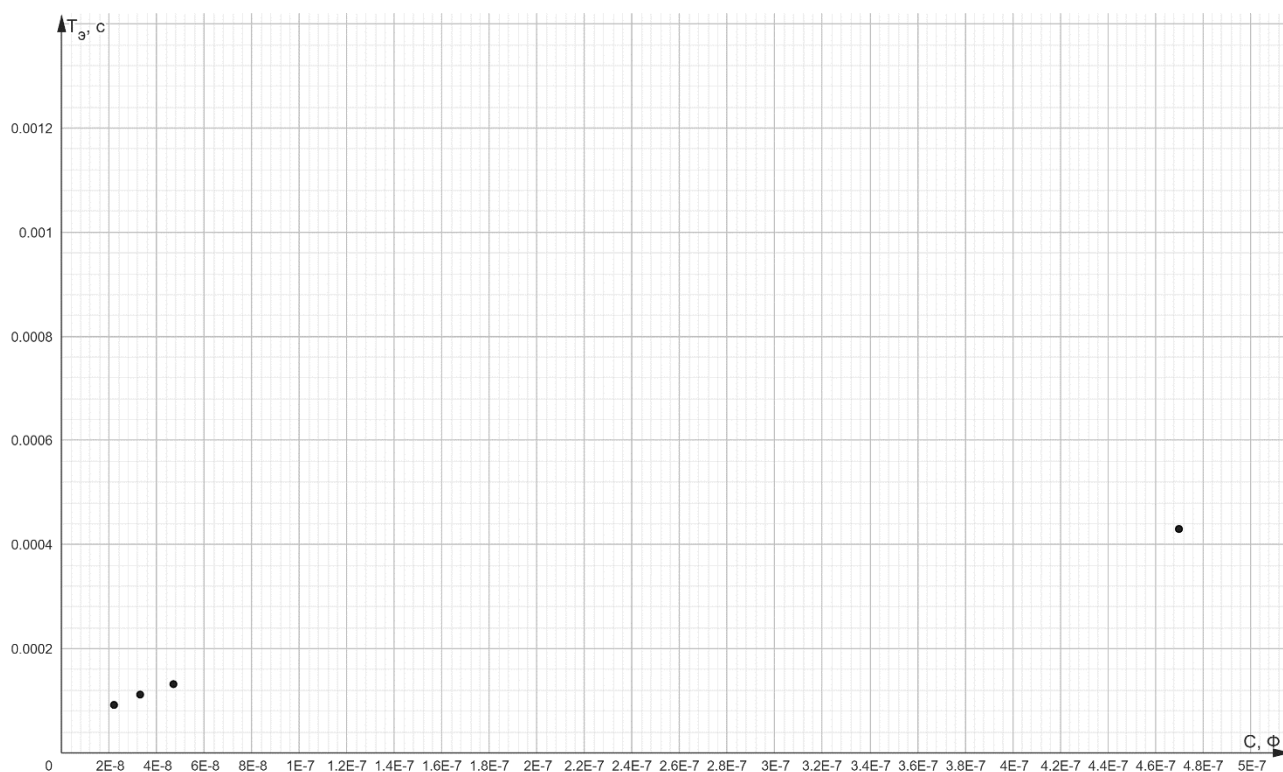
1. График зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магистина R_M



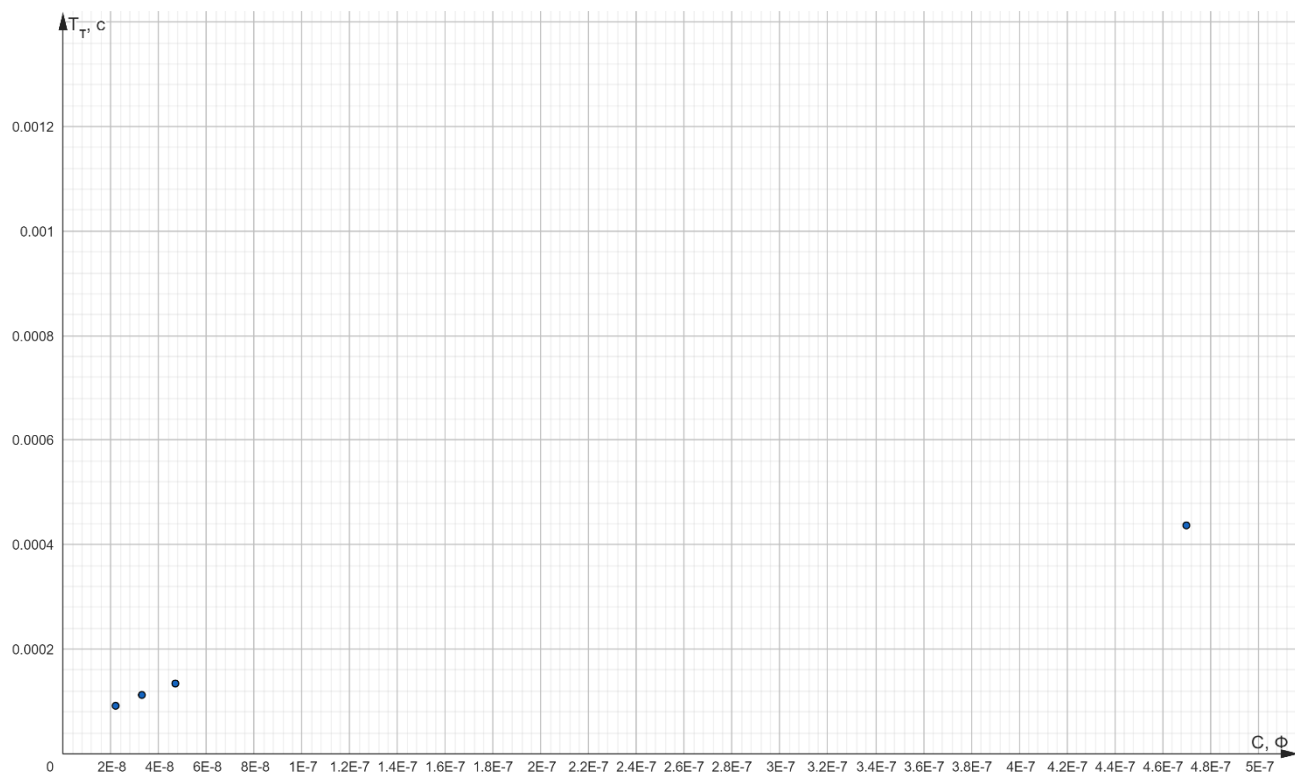
2. График зависимости добротности Q от сопротивления контура R



3. График зависимости измеренного периода $T_{\text{эксп}}$ от емкости конденсатора C



4. График зависимости вычисленного периода $T_{\text{теор}}$ от емкости конденсатора C



Выводы и анализ результатов работы

В ходе выполнения лабораторной работы были получены графики зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M , зависимости добротности Q от сопротивления контура R , зависимости измеренного периода $T_{\text{эксп}}$ от емкости конденсатора C и зависимости вычисленного периода $T_{\text{теор}}$ от емкости конденсатора C . Была выяснена возможность применения формулы Томсона для расчета периода