

Марийский государственный технический университет

На правах рукописи

Егошин Алексей Валерьевич

**АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ
СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ВЫДЕЛЕНИЯ ГРАНИЦ
РЕАЛИЗАЦИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
д.т.н., профессор
И.Г. Сидоркина

Санкт-Петербург – 2009

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ	11
1.1. Методы анализа сложных сигналов	11
1.2. Методы прогнозирования сложных сигналов	15
1.3. Маломодовое моделирование сложного сигнала.....	18
1.4. Задача обнаружения разладки при прогнозировании сложного сигнала	20
Основные выводы по первой главе.....	26
2. ОБНАРУЖЕНИЕ РАЗЛАДКИ ПО ЛОКАЛЬНОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ СИГНАЛА	27
2.1. Характеристика сигнала для обнаружения разладки.....	27
2.1.1. Выбор характеристики для обнаружения разладки в сложном сигнале	28
2.1.2. Исследование модельных систем и их производных	33
2.1.3. Исследование по реальным временным рядам	37
2.2. Выделение границы реализаций динамических систем на основе фрактального анализа.....	40
2.2.1. Использование глобального фрактального анализа	40
2.2.2. Определение локальной фрактальной размерности сигнала.....	44
2.2.3. Характер использования индекса фрактальности.....	45
2.3. Обнаружение смены динамики сигнала по ряду локальной фрактальной размерности.....	50
2.3.1. Апостериорные методы обнаружения разладки	50
2.3.2. Обнаружение разладки в ряде оценки локальной фрактальной размерности.....	53

2.3.3. Примеры оценок момента разладки на модельных сигналах.....	57
2.3.4. Распределение оценок моментов разладки.....	66
2.3.5. Способы оценки момента разладки в сложном сигнале	71
2.4. Определение степени уверенности обнаруженной разладки в сигнале	77
Основные результаты и выводы по второй главе	80
3. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕНИ ДОСТИЖЕНИЯ ПОРОГА ИЗМЕНЕНИЯ СИГНАЛА И ЛОКАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ	81
3.1. Прогнозирование на основе анализа времени достижения порога изменения сигнала	81
3.2. Прогнозирование на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога.....	87
3.3. Определение истинности экстремума модифицированным методом К-ближайших соседей.....	92
3.4. Определение класса локального экстремума многослойным персептроном	97
Основные результаты и выводы по третьей главе	99
4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ	100
4.1. Архитектура и структура программного обеспечения	100
4.2. Определение критериев применимости метода обнаружения смены динамики в сложном сигнале	105
4.3. Повышение точности прогнозирования по ряду значений времени достижения порога изменения сигнала.....	109
4.4. Примеры прогнозирования сложных сигналов.....	112
4.4.1. Прогнозирование числа возвратов пользователей.....	112
4.4.2. Прогнозирование магнитуды землетрясений.....	123
Основные результаты и выводы по четвертой главе	132

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	134
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	136
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	153

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Современная хозяйственно-экономическая деятельность человека не возможна без принятия решений, основанных на прогнозировании развития текущей ситуации. Это справедливо для многих сфер: в экономике, в промышленном производстве при управлении технологическими процессами, здравоохранении и др.

Автоматизация сбора данных, широкое использование информационных технологий и вычислительных средств обработки числовой информации связаны с накоплением и обработкой значительных объемов наблюдений. Временные ряды (значения сигналов) при этом получают значительной длины с высокой степенью дискретизации, что позволяет рассматривать их как эволюционные. Для сложных стохастических нестационарных сигналов сам источник можно рассматривать как нелинейную динамическую систему (ДС) с неизвестными уравнениями фазовой траектории движения («черный ящик»), где сам сигнал является наблюдаемой реализацией данной системы.

Задачу прогнозирования временных рядов решали отечественные и зарубежные специалисты: Ю.И. Журавлев, Г. Г. Малинецкий, А.Г. Беляков, А.Г. Ивахненко, В.П. Боровиков, А.С. Мандель, А.А. Френкель, Е.М. Четыркин, Х. Акаике, Д. Бокс, Р. Браун, Д. Бриллинджер, Г. Дженкинс и др.

Среди основных моделей и технологий прогнозирования можно выделить: авторегрессионные модели, нейронные сети, методы классификации в контексте прогнозирования, метод группового учета аргументов, метод Гусеница, вейвлет-анализ. Данные и другие разработки применяются при построении прогнозов, однако в области применения их к стохастическим, нестационарным эволюционным рядам трудно выделить наиболее подходящий метод.

Так как все известные методы прогнозирования основываются на анализе прошлых значений сигнала, встает вопрос выбора объема ретроспективы, которая, с одной стороны, не будет учитывать явно устаревшие значения, а с другой – будет достаточно длинной, чтобы уловить глобальную тенденцию движения сигнала. Поэтому наряду с разработкой методов прогнозирования остро стоит проблема разработки метода математически обоснованного выбора ретроспективного объема данных для использования их в прогнозирующем аппарате. Решение данного вопроса предлагается на основе задачи о разладке, теории динамических систем и модифицированной парадигмы русел и джокеров Г.Г. Малинецкого. В ее рамках временной ряд рассматривается как наблюдаемые реализации ДС с неизвестными уравнениями фазовой траектории («черный ящик»), которые эволюционно (или скачками) переходят одна в другую. Тогда для построения достоверного прогноза используется ретроспектива временного ряда, являющаяся реализацией последней динамической системы на этапе эволюции глобальной ДС, так как каждая такая система проще (ее можно рассматривать как квазидетерминированную), чем их совокупность, а значит, и смоделировать ее легче. Это дает возможность более точно идентифицировать текущую динамику изменения сигнала, что, в конечном итоге, позволит строить в общем случае более точный прогноз, чем при выборе ретроспективы, исходя только из чисто эмпирических соображений. Поэтому актуальным является решение задачи определения границ реализаций ДС по наблюдаемому сигналу.

Цель диссертационной работы – разработка методов и алгоритмов выделения в сложном стохастическом сигнале границ перехода между динамическими системами, генерирующими сигнал и повышение на основе этого эффективности прогнозирования. Достижение поставленной цели предполагается осуществить на основе решения следующих **задач**:

1) провести анализ современных методов прогнозирования и обнаружения разладки в сложных стохастических сигналах;

2) разработать метод выделения границы реализации динамических систем на основе обнаружения изменения в локальной фрактальной размерности сигнала;

3) разработать методы предобработки временного ряда, позволяющие выявить временные характеристики сигнала;

4) разработать метод прогнозирования на основе анализа времени достижения заданного порога изменения сигнала;

5) разработать метод прогнозирования на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога;

6) разработать программный комплекс, реализующий описанные выше методы обнаружения разладки и прогнозирования.

Объект исследования – сложный стохастический наблюдаемый сигнал.

Предмет исследования – методы обнаружения границы перехода в сложных стохастических сигналах от одной динамики к другой, позволяющие выделить для обучения предиктора фрагмент сигнала с квазистабильной динамикой, прогнозирующие модели на основе аппроксимации и классификации.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались методы анализа фрактальности сигнала, методы теории хаоса, математической статистики и нелинейной динамики, спектральный анализ, нейронные сети.

Научные положения выносимые на защиту:

1) метод обнаружения границы реализации динамических систем в сложном сигнале по наличию разладки в самом сигнале и локальной фрактальной размерности сигнала;

2) метод оценки степени уверенности обнаружения разладки в сигнале;

3) метод прогнозирования на основе анализа времени достижения заданного порога изменения сигнала;

4) способ повышения эффективности прогнозирования на основе анализа времени достижения заданного порога изменения сигнала;

5) метод прогнозирования на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога.

Научные результаты. Проведенные исследования показали применимость выдвинутой гипотезы о сложном стохастическом сигнале как последовательности реализаций динамических систем, эволюционно или скачкообразно переходящих одна в другую. Получены следующие основные научные результаты:

1) Разработан метод обнаружения границы реализации динамических систем в сложном сигнале по наличию разладки в самом сигнале и стабильности локальной фрактальности сигнала, позволяющий повысить точность обнаружения разладки в зашумленных сигналах, по сравнению с известными.

2) Предложен метод оценки степени уверенности обнаружения разладки в сигнале по количеству локальных экстремумов заданного порога в решающей функции метода обнаружения, позволяющий получить численное значение степени наличия разладки в сигнале, что актуально для сложных сигналов, в которых разладка обнаруживается и на постоянной динамике.

3) Разработан метод прогнозирования на основе преобразования временного ряда сигнала в ряд значений времени достижения заданного порога изменения, позволяющий агрегировать сигнал, отфильтровывая несущественные в практическом смысле колебания и подходить к задаче прогнозирования, как к задаче определения времени, которое потребуется для того, чтобы сигнал изменился на заданный порог.

4) Предложен способ повышения эффективности метода прогнозирования на основе преобразования временного ряда сигнала в ряд времени достижения заданного порога изменения.

5) Разработан метод прогнозирования на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога, позволяющий прогнозировать существенные, в практическом отношении, изменения сигнала на основе отнесения локального экстремума к определенному классу в многомерном пространстве признаков.

Практическая ценность. Разработано программное обеспечение, реализующее методы и алгоритмы обнаружения границ реализаций динамических систем и прогнозирования. Данное обеспечение может применяться для анализа и прогнозирования сложных стохастических сигналов различного генезиса, например технологических данных и др.

Достоверность полученных результатов. Обоснованность и достоверность положений, выводов и рекомендаций подтверждаются использованием классических методов анализа и моделирования сигналов, методов математической статистики, нелинейной динамики, теории хаоса, а также вычислительными экспериментами.

Публикации и апробация результатов работы. Основные результаты настоящей диссертации опубликованы в 6 работах, в том числе одна в рекомендованном для публикации журнале по списку ВАК. Материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на Всероссийской конференции «Технологии Microsoft в теории и практике программирования» (Нижний Новгород, 2007); VI Международной научно-технической конференции «Информационно-вычислительные технологии и их приложения» (Пенза, 2007); Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе» (Йошкар-Ола, 2007); Всероссийской научно-практической конференции с международным

участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе» (Йошкар-Ола, 2008); Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе» (Йошкар-Ола, 2009). Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009616119.

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы внедрены в научно-исследовательскую деятельность «Санкт-Петербургского филиала учреждения Российской академии наук института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН» (СПбФ ИЗМИРАН), а именно: принята в эксплуатацию разработанная программная система, позволяющая обнаруживать смену динамики в сложном сигнале и прогнозировать его дальнейшее изменение, используя информацию о границе перехода от одной динамики к другой.

Результаты работы внедрены в учебный процесс кафедры информационно-вычислительных систем Марийского государственного технического университета. Учебно-методические разработки используются студентами при выполнении расчетно-графических работ по дисциплине «Интеллектуальные системы» специальности 230105 «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

Разработанный программный комплекс внедрен в ООО «Вяткасофт» (Санкт-Петербург) для анализа и прогнозирования посещаемости web-сервисов компании.

Имеются соответствующие акты о внедрении.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Рукопись содержит 174 страницы текста, 77 рисунков, 31 таблицу.

1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В данной главе рассмотрены характеристики сложного сигнала, основные методы и подходы в области прогнозирования, а также методы обнаружения разладки в сигнале.

1.1. Методы анализа сложных сигналов

Под сигналом понимается упорядоченный по времени ряд значений наблюдаемого процесса $\{\mathbf{x}_i\}_1^N \equiv \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$, где $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(t_i)$, $i = 1 \dots N$, t_i – моменты времени наблюдения, N – число наблюдений сигнала. Сложный сигнал характеризуется следующими особенностями (всеми или некоторыми):

- a. Нестационарность – статистические характеристики, такие как среднее, дисперсия, функция распределения – не постоянны по времени, вплоть до разности нескольких порядков;
- b. Непериодичность – спектральный и вейвлет-анализ не выявляют выраженной периодической компоненты (спектр похож на спектр белого шума);
- c. Функция распределения сигнала отлична от нормального – например, более «толстые» хвосты распределения, более высокий пик;
- d. Нелинейность – сигнал описывается нелинейным уравнением;
- e. Наличие сингулярностей – не закономерных сильных изменений сигнала, которые нельзя исключать при анализе как «выбросы»;
- f. Фрактальность – наличие в сигнале самоподобной структуры на различных временных масштабах.
- g. Стохастичность – вероятностное описание поведения сигнала, внешняя схожесть со случайным сигналом;

- h. Хаотичность — возможно наличие хаоса в сигнале, т.е. детерминированное поведение сигнала не смотря на кажущуюся стохастичность.

Рассмотрим некоторые характеристики подробнее.

Фрактальность указывает на наличие фрактальной структуры в сигнале. Фрактами называются геометрические объекты: линии, поверхности, пространственные тела, имеющие сильно изрезанную форму и обладающие свойством самоподобия [71]. Сложные сигналы могут быть самоподобны на различных масштабах времени, т.е. сигнал выглядит одинаково, будь то секундная или часовая временная шкала, проявляя, таким образом, наличие фрактальности.

Примерами сложных сигналов могут служить температура воздуха на коротких интервалах, количество посещений сайта, котировки акций и валют, показания приборов технологических процессов, медицинские наблюдения и др. Во всех случаях можно полагать, что сигнал генерируется некоторой сложной динамической системой. Под динамической системой понимают любой объект или процесс, для которого однозначно определено понятие состояния как совокупности некоторых величин в данный момент времени и задан закон, который описывает изменение (эволюцию) начального состояния с течением времени. Этот закон позволяет по начальному состоянию прогнозировать будущее состояние динамической системы, его называют законом эволюции. Динамические системы — это механические, физические, химические, биологические объекты, вычислительные процессы и процессы преобразования информации, совершаемые в соответствии с конкретными алгоритмами. Описания динамических систем для задания закона эволюции также разнообразны: с помощью дифференциальных уравнений, дискретных отображений, теории графов, теории марковских цепей и т.д. Выбор одного из способов описания

задает конкретный вид математической модели соответствующей динамической системы [4].

Определив понятие сложного сигнала, рассмотрим существующие методы анализа и прогнозирования сигналов [74,72,89] и в частности сложных.

В спектральном анализе (Фурье-анализ) [108] исследуются периодические модели данных. Цель спектрального анализа – разложить ряд на функции синусов и косинусов различных частот, для определения тех, появление которых особенно существенно и значимо. Один из возможных способов сделать это – решить задачу линейной множественной регрессии, где зависимая переменная – наблюдаемый временной ряд (ВР), а независимые переменные или регрессоры: функции синусов всех возможных (дискретных) частот. Такая модель линейной множественной регрессии может быть записана как
$$x_t = a_0 + \sum_{i=1}^q (a_i \cos(\lambda_i t) + b_i \sin(\lambda_i t)),$$
 где a_i , b_i – параметры модели, λ_i – круговая частота, выраженная в радианах в единицу времени, $i = 1 \dots q$. В итоге, спектральный анализ определяет корреляцию функций синусов и косинусов различной частоты с наблюдаемыми данными. Если найденная корреляция (коэффициент при определенном синусе или косинусе) велика, то можно заключить, что существует строгая периодичность на соответствующей частоте в данных. Однако как было сказано выше, в сложных сигналах, как правило, отсутствует выраженная периодичность.

Анализ главных компонент [86] является одним из способов понижения размерности, состоящий в переходе к новому ортогональному базису, оси которого ориентированы по направлениям максимальной дисперсии набора входных данных. Вдоль первой оси нового базиса дисперсия максимальна, вторая ось максимизирует дисперсию при условии ортогональности первой оси, и т.д., последняя ось имеет минимальную

дисперсию из всех возможных. Такое преобразование позволяет понижать информацию путем отбрасывания координат, соответствующих направлениям с минимальной дисперсией. Предполагается, что если нам надо отказаться от одного из базисных векторов, то лучше, если это будет тот вектор, вдоль которого набор входных данных меняется менее значительно.

Можно отметить, что в основе метода главных компонент лежат следующие допущения:

- Допущение о том, что размерность данных может быть эффективно понижена путем линейного преобразования;
- Допущение о том, что больше всего информации несут те направления, в которых дисперсия входных данных максимальна.

Можно легко видеть, что эти условия далеко не всегда выполняются. Например, если точки входного множества располагаются на поверхности гиперсферы, то никакое линейное преобразование не сможет понизить размерность (но с этим легко справится нелинейное преобразование, опирающееся на расстояние от точки до центра сферы). Это недостаток в равной мере свойственен всем линейным алгоритмам и может быть преодолен за счет использования дополнительных фиктивных переменных, являющихся нелинейными функциями от элементов набора входных данных.

Второй недостаток метода главных компонент состоит в том, что направления, максимизирующие дисперсию, далеко не всегда максимизируют информативность. На странице подпрограммы линейного дискриминантного анализа приведен пример такой задачи – переменная с максимальной дисперсией не несет почти никакой информации, в то время как переменная с минимальной дисперсией позволяет полностью разделить классы. Метод главных компонент в данном случае отдаст предпочтение первой (менее информативной) переменной. Этот недостаток тесно связан с тем, что метод главных компонент не осуществляет линейное разделение классов, линейную регрессию или иные подобные операции – он всего лишь

позволяет оптимальным образом восстановить входной вектор на основе неполной информации о нем. Вся дополнительная информация, связанная с вектором (например, принадлежность образа к одному из классов), игнорируется.

Вейвлет-анализ [45] представляет собой особый тип линейного преобразования сигналов и отображаемых этими сигналами физических данных о процессах и физических свойствах природных сред и объектов. Базис собственных функций, по которому проводится разложение сигналов, обладает многими специальными свойствами и возможностями. Они позволяют сконцентрировать внимание на тех или иных особенностях анализируемых процессов, которые не могут быть выявлены с помощью традиционных преобразований Фурье и Лапласа. Принципиальное значение имеет возможность вейвлетов анализировать нестационарные сигналы с изменением компонентного содержания во времени или в пространстве. Вейвлеты – функции определенной формы, локализованные по оси аргументов (независимых переменных), инвариантные к сдвигу и линейные к операции масштабирования (сжатия/растяжения). Они создаются с помощью специальных базисных функций, которые определяют их вид и свойства.

1.2. Методы прогнозирования сложных сигналов

Модели авторегрессии [12] одни из классических методов прогнозирования стационарных сигналов. Модель авторегрессии порядка p – $AR(p)$, задает значение сигнала в момент времени t как совокупность p предыдущих значений с некоторым шумом:

$$x_t = \mu + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} + \varepsilon_t,$$

где μ – «уровень» сигнала, $a_{1..p}$ – весовые коэффициенты, обеспечивающие стационарность ряда, ε_t – белый шум. Каждое следующее значение сигнала равно взвешенной сумме p предыдущих значений с некоторым шумом.

Модель скользящего среднего порядка q – $СС(q)$:
 $x_t = \mu + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q}$, где $b_{1..q}$ – коэффициенты. Выражает взвешенный белый шум настоящего и прошлых значений сигнала.

Для достижения большей гибкости к подгонке моделей к наблюдаемым временным рядам бывает целесообразно объединить в одной модели и авторегрессию и скользящее среднее – получается модель авторегрессии – скользящего среднего порядка (p, q) , обозначаемая как модель $АРСС(p, q)$:

$$x_t = \mu + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} - b_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t.$$

Для нестационарных сигналов существует модель авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего порядка (p, d, q) , $АРПСС(p, d, q)$:

$$\Delta^d x_t = \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d x_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j}, \text{ где}$$

$$\Delta^d x_t = x_t - C_d^1 x_{t-1} + C_d^2 x_{t-2} - \dots + (-1)^d x_{t-d}, \quad t = 1 + d, 2 + d, \dots, N.$$

Построение математической модели процесса позволяет путем подбора ее параметров на ретроспективе сигнала получать предиктор. Однако для сложных сигналов трудно однозначно подобрать или описать модель. Помимо сложности выбора вида модели, для авторегрессионных линейных стохастических моделей качество оценки параметров во многом зависит от выбранного способа оценки.

В настоящее время большую популярность для конкретных задач прогнозирования приобретает так называемый **метод группового учета аргументов (МГУА)** [65], представляющий собой дальнейшее развитие метода регрессионного анализа. Он основан на некоторых принципах теории обучения и самоорганизации, в частности на принципе «селекции», или направленного отбора [63,64]. Метод группового учета аргументов состоит из нескольких алгоритмов для решения разных задач. В него входят как параметрические алгоритмы, так и непараметрические алгоритмы кластеризации, комплексирования аналогов, ребинаризации и вероятностные алгоритмы. Этот подход самоорганизации основан на переборе постепенно

усложняющихся моделей и выборе наилучшего решения согласно минимуму внешнего критерия. В качестве базисных моделей используются не только полиномы, но и также нелинейные, вероятностные функции или кластеризации. Большинство алгоритмов МГУА используют полиномиальную базисную функцию. Общая связь между входными и выходными переменными может быть выражен в виде функционального ряда Вольтерра, дискретным аналогом которого есть полином Колмогорова-Габора [138]:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^M a_i x_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M a_{ijk} x_i x_j x_k, \text{ где } X(x_1, x_2, \dots, x_M) -$$

входной вектор переменных; $A(a_1, a_2, \dots, a_M)$ – вектор коэффициентов или весов. Компонентами входного вектора X могут быть независимые переменные, функциональные формы или конечные разностные члены. Другие нелинейные базисные функции, например дифференциальные, логистические, вероятностные или гармонические также могут быть применены для построения модели. Метод позволяет одновременно получить оптимальную структуру модели и зависимость выходных параметров от выбранных наиболее значимых входных параметров системы.

Жесткие статистические предположения о свойствах временных рядов ограничивают возможности методов математической статистики, теории распознавания образов, теории случайных процессов и т.п. Дело в том, что многие реальные процессы (природные, экономические, биологические, технологические) не могут адекватно быть описаны с помощью традиционных статистических моделей [9], поскольку, по сути, являются существенно нелинейными, и имеют либо хаотическую, либо квазипериодическую, либо смешанную (стохастика + хаос + детерминизм) основу [1]. В данной ситуации адекватным аппаратом для решения задач диагностики и прогнозирования могут служить искусственные **нейронные сети** [10,118,117] реализующие идеи предсказания и классификации при наличии обучающих последовательностей. Нейронные сети нашли широкое

применение в задачах прогнозирования сложных сигналов [99,124,37,89,13,107]. Для прогнозирования, как правило, выделяют сети радиальных базисных функций (RBF-сети) [118] и многослойные персептроны (MLP) [118], которые выступают в качестве универсальных аппроксиматоров. Радиальные сети имеют один скрытый слой, состоящих из нейронов, воспроизводящих гауссову структуру отклика, тогда как MLP может иметь много скрытых слоев. Опыт показывает, что для правильного моделирования типичной функции сеть RBF, с ее более эксцентричной поверхностью отклика, требует несколько большего числа элементов. Конечно, можно специально придумать форму поверхности, которая будет хорошо представляться первым или, наоборот, вторым способом, но общий итог оказывается не в пользу RBF. Следовательно, модель, основанная на RBF, будет работать медленнее и потребует больше памяти, чем соответствующий MLP (однако она гораздо быстрее обучается). С "групповым" подходом связано и неумение сетей RBF экстраполировать свои выводы за область известных данных. При удалении от обучающего множества значение функции отклика быстро падает до нуля. Напротив, сеть MLP выдает более определенные решения при обработке сильно отклоняющихся данных. Сети RBF более чувствительны к "проклятию размерности" и испытывают значительные трудности, когда число входов велико [87]. Поэтому для прогнозирования сложных сигналов многослойные персептроны предпочтительнее сетей радиальных базисных функций.

1.3. Маломодовое моделирование сложного сигнала

Интересный подход для прогнозирования и моделирования сложных сигналов предложен в работах [30,82, 68,84]. Отмечено, что аппарат нелинейной динамики при решении задач, связанных с построением предсказывающей модели на основе известной истории поведения объекта, наиболее эффективен в случаях, когда размерность модели невелика. Задачи

большой размерности можно решать, используя тот факт, что фазовое пространство динамических систем зачастую неоднородно: состояние системы может быть с приемлемой точностью охарактеризовано небольшим количеством переменных, составляющих проекцию малой размерности. Прочие переменные могут быть подчинены переменным проекции (называемым параметрами порядка) и/или несущественны с точки зрения описания системы в рамках задачи. В общем случае проекции малой размерности могут использоваться в ограниченных областях фазового пространства, причём в разных областях проекции необязательно одинаковы. Такие области было предложено называть руслами.

Области, в которых построение проекции малой размерности с последующим применением методов нелинейной динамики не представляется возможным, именуются джокерами. Поведение системы, находящейся в области джокера, отличается сложностью, непредсказуемостью и разнообразием, вследствие чего приходится использовать вероятностные методы и/или простые приближённые правила, определяемые эмпирически либо из общих соображений. Таким образом, решение задачи с помощью русел и джокеров представляет собой комбинацию динамических и статистических методов. На рис. 1 приведены два русла (G_1 и G_2) и 3 джокера (J_1 , J_2 , J_3). Черные стрелки показывают детерминированное описание динамики (траектории модели для проекции), "пустые" стрелки показывают действие джокеров: когда траектория попадает в область джокера (заштрихованную), она может с некоторой вероятностью направиться в некоторую точку русла или к другому джокеру.

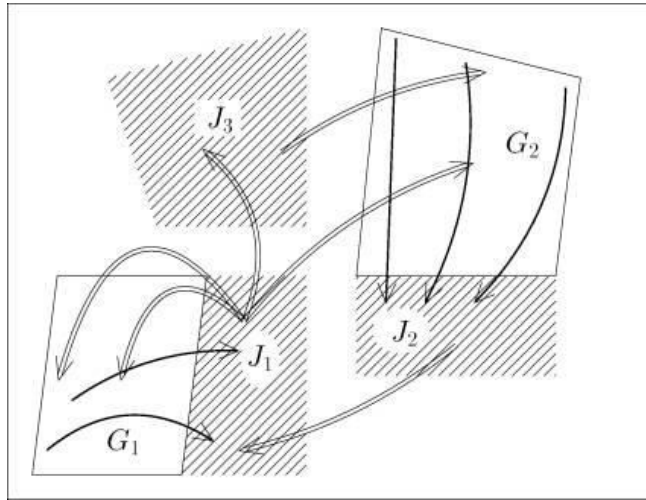


Рис. 1. Схема представления сложной динамики как комбинации русел и джокеров

Предположим, что локально, в некоторой области G n -мерного фазового пространства, поведение сложной системы приближенно, но с хорошей точностью может быть описано маломодовой моделью с размерностью фазового пространства $r < n$. Тогда, если данная траектория в течение времени наблюдений достаточное число раз проходила через область G , то этого может быть недостаточно для того, чтобы восстановить полную исходную n -мерную систему, но достаточно, чтобы восстановить r -мерную функцию, дающую возможность делать локальный прогноз. При таких обстоятельствах не возникает никаких противоречий с ограничениями методик прогноза.

Эта гипотеза позволяет объяснить, почему именно нейронные сети могут случайно находить такие области G и строить локальные предикторы. Они формируют большое число проекций исходного фазового пространства, и если для предсказаний достаточно $r < n$ параметров, то в принципе может обнаружить существование области G и сформировать соответствующий маломодовый предиктор. Таким образом концепция русел и джокеров может использовать идеи маломодовой нелинейной динамики для анализа сложных систем большой размерности.

Использование русел может позволить упростить структуру предикторов, а потому дает возможность делать прогнозы для систем

большой размерности, которые в общем случае оказываются вне пределов применимости методов маломодовой нелинейной динамики.

1.4. Задача обнаружения разладки при прогнозировании сложного сигнала

Один из современных подходов прогнозирования сложных хаотических сигналов основывается на теореме Такенса [83]. Ее смысл заключается в следующем. Пусть состояние системы полностью описывается m переменными: $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$. С интервалом T производятся измерения какой-либо одной из них, например, $x_1(t)$. Тогда, согласно теореме, вместо последовательности, состоящей из m переменных $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$, можно рассматривать последовательность $x_1(t+T), x_1(t+2T), \dots, x_1(t+(m-1)T)$, т.е. в каждый момент времени состояние системы может быть описано m значениями одной переменной, взятыми со сдвигом T .

Теорема Такенса вводится для достаточно общего случая систем без учета симметрии, однако она не удовлетворяется для большинства технических систем из-за следствия наличия симметрии вырождения операторов эволюции. Другими словами, для таких систем теорема неприменима, т.е. пространство состояний системы не может быть восстановлено на основании единственного выходного процесса независимо от того, как велика размерность реконструкции. Более того, фазовое пространство не может быть восстановлено ни локально, около периодических траекторий аттрактора, ни вдоль определенных кривых в пространстве фазы, ни глобально [92]. Используя язык теории автоматического управления, такие системы можно считать локально и глобально ненаблюдаемыми. Вопрос о непригодности метода реконструкции фазового пространства систем, допускающих симметрии, был впервые поднят в работе [136], где определено, что причина неудачи применения теоремы Такенса нарушение одного из предположений, что наблюдаемый

процесс, определяемый уравнением $y(t) = H(s(t))$, где $y(t)$ – наблюдаемый скалярный выход неизвестной динамической системы, являющийся функцией неизвестного вектора внутренних $s(t)$ состояний системы, не имеет вырожденных собственных значений для периодических траекторий. Однако симметричные системы обычно (но не всегда) имеют вырожденные собственные значения из-за того, что в базисе инвариантов нетривиальные инфинитезимальные образующие являются многомерными. Ж. Кинг и И. Стеварт [136] доказали обобщение теоремы о вложениях, в которой требуется, чтобы наблюдаемый выход был векторной, а не скалярной функцией состояния системы $s(t)$: $y(t) = G(s(t))$ при отображении пространства состояний Q идентифицируемой системы в m -мерное евклидово пространство [93].

Учитывая все вышесказанное, сложный сигнал трудно моделировать в глобальном масштабе, а также всецело полагаться на теорему Такенса. Подход русел и джокеров позволяет перейти к маломодовой динамике, моделируя сигнал в рамках русла, несмотря на то, что подразумевает глобальное восстановление поведения сигнала. Однако остается открытым вопрос, как узнать в области русла или джокера находится текущее состояние системы.

Поэтому для сложных эволюционных сигналов предложена модель, согласно которой наблюдаемый сигнал есть последовательность реализаций неизвестных нелинейных диссипативных динамических систем («черных ящиков»), постепенно или скачками переходящие одна в другую [54]. Такой подход упрощает рассмотрение эволюции сигнала, позволяя перейти от глобального восстановления системы уравнений, описывающих генерирующую сигнал сложную динамическую систему, к полностью маломодовому моделированию, когда восстанавливается локальная динамика сигнала.



Рис. 2. Сложный сигнал как последовательность реализаций динамических систем.

Пример сложного сигнала и его представление как последовательности реализаций динамических систем представлен на рис. 2. Вместо того чтобы считать, что сигнал сгенерирован сложной динамической системой $ДС$ и пытаться восстановить ее аттрактор [61, 81, 66], смоделировать ее динамику или искать русла в ее фазовой траектории, предположим, что в начале наблюдаемый сигнал генерировался динамической системой $ДС1$, заданной вектор-функцией F_1 , затем $ДС2$, заданной F_2 т.д. Причем каждая из локальных $ДС$ более простая (т.е. задается более простой функцией) по сравнению с $ДС$. Формально можно записать:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-1), \dots, \mathbf{x}(t-k_1)), & t = 0, 1, \dots, r_1, \\
 \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{F}_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-1), \dots, \mathbf{x}(t-k_2)), & t = r_1 + 1, \dots, r_2, \\
 &\dots \\
 \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{F}_n(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-1), \dots, \mathbf{x}(t-k_n)), & t = r_n, \dots, N-1, \\
 \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_d(t)],
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(t)$ – d -мерный вектор состояния системы в момент времени t (многомерный сигнал), состоящий из компонент $x_c(t)$, $c = 1 \dots d$, n – число

точек смены динамики; F_i – вектор-функции, определяющие следующее состояние системы в различные периоды времени и имеющие k_i последних значений $x(t)$ в качестве параметров, $i=1..n$. Задают генерирующую динамическую систему на локальном участке времени; r_i – точки смены динамики сигнала; N – число наблюдений сигнала. Для простоты будем считать, что переход от F_i к F_{i+1} происходит моментально (скачком). Данная модель представления легла в основу анализа и прогнозирования сложных сигналов.

Ее преимуществом является то, что для сложных эволюционных сигналов такая модель представления позволяет полностью перейти к маломодовому моделированию.

Прогнозирование сложного сигнала в этом случае заключается в том, чтобы адекватно смоделировать динамику сигнала, соответствующую последней генерирующей ДС. Как правило, единственные данные, доступные для построения модели (предиктора) – это сам наблюдаемый сигнал. Поэтому для того, чтобы построить наиболее адекватную модель, необходимо точно выбрать ретроспективу сигнала. С одной стороны, слишком короткая выборка последних значений дает с высокой степенью надежности фрагмент, соответствующий динамике точно последней ДС. Однако временной ряд может оказаться слишком коротким, чтобы построить адекватную модель. С другой стороны, слишком длинная ретроспектива может охватить реализации не только последней ДС, но и предыдущих, что также не позволит построить адекватную модель. Поэтому важно максимально точно найти границу реализаций динамических сигналов в наблюдаемом сложном сигнале, с тем, чтобы анализировать и использовать для обучения предиктора последний «стабильный» по некоторой статистической мере фрагмент ВР, т.е. с квазистабильной динамикой.

Такая задача известна как задача обнаружения «разладки». Различают апостериорные и последовательные методы обнаружения [90].

Апостериорные для обнаружения используют всю ретроспективу сигнала, последовательные используют для определения факта разладки информацию, полученную на предыдущем шаге.

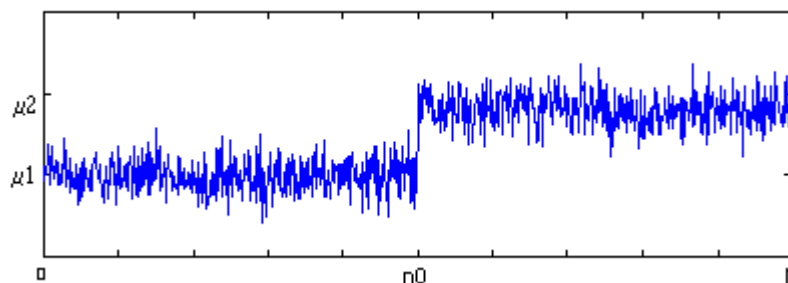


Рис. 3. Разладка как изменение математического ожидания сигнала

Как правило, под разладкой понимается изменение математического ожидания или дисперсии сигнала (см. рис. 3 и рис. 4).

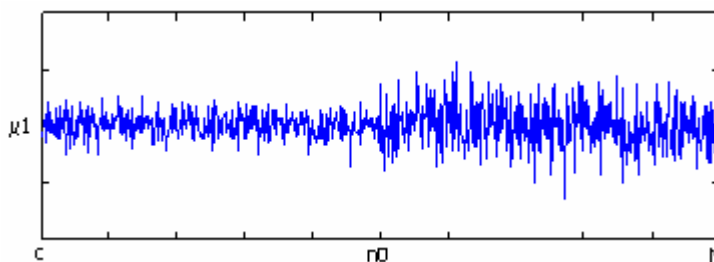


Рис. 4. Разладка как изменение дисперсии сигнала

Однако для сложных сигналов, порождаемых нелинейными динамическими системами, такая статистическая мера может быть не адекватна. Например когда локальная квазистабильная динамика сигнала имеет на своем периоде действия изменения матожидания или/и дисперсии (в этом случае имеется ввиду что нельзя и дальше применять предложенную модель сигнала как последовательность реализаций различных динамических систем и рассматривать сигнал на еще более «локальном» уровне ввиду нехватки остающихся отсчетов для построения модели). В данной работе под «разладкой» понимается смена динамики сигнала (смена генерирующей ДС), как это показано в формуле (1).

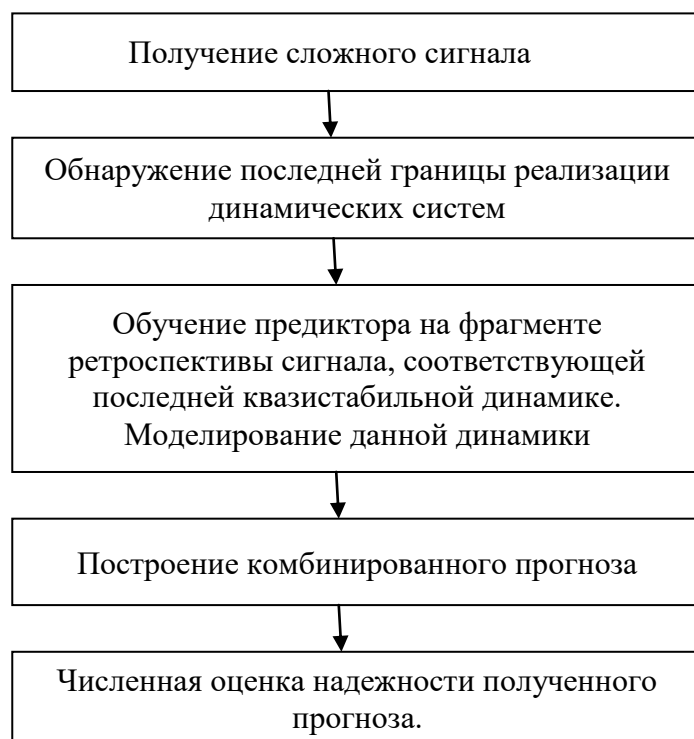


Рис. 5. Последовательность действий при прогнозировании сложного сигнала

Таким образом, можно сформулировать каким образом будет происходить прогнозирование сложного сигнала и какие задачи нужно решить. Общая схема показана на рис. 5.

Основные выводы по первой главе

В данной главе получены следующие результаты:

1. Определены характеристики сложного сигнала, такие как стохастичность, фрактальность, нестационарность, непериодичность, хаотичность, сингулярность. По некоторым даны разъяснения.
2. Рассмотрены существующие методы и анализа и прогнозирования сигналов, в контексте применения к сложным сигналам.
3. На основе проведенного анализа выявлены существующие трудности моделирования сложного сигнала, связанные в

значительной степени с выбором объема ретроспективы, используемой для построения модели.

4. Предложена структурная модель сложного сигнала, представляющая сложный сигнал как последовательность реализаций неизвестных динамических систем, смена которых происходит скачком.
5. Обоснована необходимость определения характеристики сигнала, по которой возможно определение смены динамики сигнала, т.к. изменение математического ожидания не всегда точно отражает изменение динамики.
6. Предложена общая схема прогнозирования сложного сигнала заключающаяся кратко в следующем: в сложном сигнале обнаруживаются смены динамики, найденная граница реализаций динамических систем используется для определения фрагмента ретроспективы сигнала, используемой для моделирования последней сформировавшейся квазистабильной динамики. На основании построенной модели строится прогноз.

2. ОБНАРУЖЕНИЕ РАЗЛАДКИ ПО ЛОКАЛЬНОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ СИГНАЛА

В данной главе предлагается метод обнаружения смены динамики сигнала по наблюдаемому временному ряду с использованием такой характеристики сигнала как локальная фрактальная размерность.

2.1. Характеристика сигнала для обнаружения разладки

Как было показано выше, классическое определение разладки не всегда может адекватно характеризовать смену динамики сигнала. Поэтому необходимо свойство сигнала, которое бы удовлетворяла следующим требованиям:

1. Отражало некоторую характеристику сигнала, зависимую от свойств генерирующей ДС, т.е. имела «физический» смысл;
2. Было локально вычислимо, т.е. приемлемая точность ее оценки достигалась бы при использовании относительно коротких выборок отсчетов сигнала.

Рассмотрим, какие характеристики существуют для расчета параметров генерирующей сигнал нелинейной ДС или самого сигнала (если аттрактор предполагаемой ДС не восстанавливается) и какие из них можно использовать для идентификации автономности системы [80,100,36,79,123,28].

1. Корреляционная размерность аттрактора;
2. Размерность вложения аттрактора;
3. Энтропия ДС (Колмогорова);
4. Показатели Ляпунова (старший показатель);
5. Фрактальная размерность сигнала;

В качестве экспериментальных данных использовались модельные системы (отображение Хенона, система Лоренца, система Росселера), их комбинации и реальные данные финансовых временных рядов. Финансовые

временные ряды выбраны по нескольким причинам: они наиболее точно соответствуют понятию «эволюционные», данные по ним доступны за большие временные интервалы и с различными уровнями дискретизации, что делает их удобными для исследования.

2.1.1. Выбор характеристики для обнаружения разладки в сложном сигнале

В качестве критериев автономности системы, порождающей наблюдаемый сигнал, выбраны оценки следующих характеристики:

Фрактальная размерность – характеризует множество, топологическая размерность которого выражается не целым числом, а действительным положительным числом [114,120,69]. Топологическая размерность определяет минимальное количество координат, которыми задается элемент множества [3]. С точки зрения второго подхода, размерность – это число D , выражающее связь естественной меры геометрической фигуры (например, длины, площади или объема) с величиной (в данном случае длиной), положенной в основу исходной метрической системы. Если метрический эталон такой величины, принятый за единицу, увеличить (уменьшить) в b раз, то указанная мера D уменьшится (увеличится) в b раз. Эту размерность называют метрической [131]. Классический способ расчета фрактальной размерности двумерного объекта заключается в последовательном покрытии его сеткой с размером клетки ε и подсчете количества клеток $N(\varepsilon)$, которые накрывают объект. С уменьшением ε , $N(\varepsilon)$ будет увеличиваться. Фрактальная размерность (Хаусдорфова) выражается как $D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\lg(N(\varepsilon))}{\lg(\varepsilon)}$. Однако для временных рядов используется определение фрактальной размерности через показатель Херста H , который для гауссовых процессов связан с D соотношением $H = 2 - D$ [114]. Алгоритм расчета следующий. Сначала вычисляется среднее значение

измеряемой переменной за N наблюдений: $\langle \xi \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t)$ [116]. Затем

рассчитывается накопившееся отклонение ряда измерений $\xi(t)$ от среднего

$\langle \xi \rangle_N$: $X(t, N) = \sum_{u=1}^t (\xi(u) - \langle \xi \rangle_N)$. После этого определяется разность

максимального и минимального накопившегося отклонения, которая и называется «размахом»: $R(N) = \max_{1 \leq t \leq N} X(t, N) - \min_{1 \leq t \leq N} X(t, N)$. Стандартное

отклонение рассчитывается по известной формуле: $S = \left(\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\xi(t) - \langle \xi \rangle_N)^2 \right)^{1/2}$.

H находится из соотношения $R/S = (N/2)^H$.

Корреляционная размерность – оценка фрактальной размерности посредством измерения вероятности того, что две случайно выбранные точки будут находиться в пределах определенного расстояния друг от друга, и прослеживания изменения этой вероятности при изменении расстояния. Белый шум будет заполнять все пространство, так как его составляющие некоррелированы, и его корреляционная размерность равна той размерности, в которой он размещен. Внутризависимая система будет держаться совокупно своими корреляциями и сохранять свою размерность, в какой бы размерности вложения она ни размещалась, до тех пор пока размерность вложения превышает фрактальную размерность системы [83, 67]. Может рассчитывается только используя наблюдаемый временной ряд по методу Грассбергера – Прокаччи [130]. Он состоит в следующем: пусть мы имеем набор m -мерных векторов состояния $\mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, N$, полученных из исходного ряда методом задержек. Используя некоторое (малое) ε можно применить

наш набор данных для оценки $C_m(\varepsilon)$: $C_m(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta(\varepsilon - |d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)|)$, где

θ – ступенчатая функция Хевисайда, $\theta(s) = 1$, при $s \geq 0$ и $\theta(s) = 0$ при $s < 0$, d – функция определения расстояния между векторами, в евклидовой, манхетенновской или другой метрике.

Величина $C_m(\varepsilon)$ – корреляционный интеграл [115], служит (при достаточно больших N , обычно тысячи или десятки тысяч) статистической оценкой суммы $C(\varepsilon)$, где индекс m показывает размерность пространства вложения [71]. Для вычисления корреляционной размерности, для вложения размерности m , проводят расчет $C_m(\varepsilon)$ при различных ε и строят линейную регрессию в двойных логарифмических координатах $\log C_m(\varepsilon)$ и $\log \varepsilon$. Тангенс угла наклона прямой и будет являться оценкой корреляционной размерности D_c для вложения размерности m .

Чем ниже корреляционная размерность ряда, тем меньшее число параметров задействовано в описании системы. При росте размерности вложения и наличии случайной компоненты следует ожидать роста корреляционной размерности ряда [77]. Известно, что с увеличением размерности m фазового пространства, корреляционная размерность полностью случайного ряда растет с порядком роста m [83].

Максимальный показатель Ляпунова – характеризует неустойчивость системы [118,83,40,39]. Одной из особенностей хаотических режимов является неустойчивость каждой траектории, принадлежащей аттрактору, а одной из характеристик этой неустойчивости являются показатели Ляпунова. Эти показатели позволяют получить следующие количественные оценки: фрактальную размерность аттрактора, энтропию динамической системы, время предсказуемости поведения. Наиболее точную числовую оценку можно получить для старшего показателя Ляпунова, который является, величиной, обратной к максимальному времени предсказуемости хаотического сигнала [94,6]. За время обратно пропорциональное показателю Ляпунова система полностью теряет информацию о своем начальном состоянии. Таким образом, прогноз динамики хаотической системы на временах больших горизонта предсказуемости в принципе невозможен. Вычисление старшего показателя Ляпунова осуществляется методом Вольфа [145]. Пусть имеется временной

ряд $x(t)$, $t = \overline{1, N}$ измерений одной координаты хаотического процесса, произведённых через равные промежутки времени. Тогда, используя метод взаимной информации [129] определяют временную задержку τ , а методом ближайших ложных соседей [134] – размерность пространства вложения m . В результате реконструкции получим набор точек пространства R_m :

$x_i = (x(i), x(i - \tau), \dots, x(i - (m - 1) \cdot \tau)) = (x_1(i), x_2(i), \dots, x_m(i))$, где $i = \overline{((m-1)\tau + 1), N}$.

Выберем из последовательности точку и обозначим её через x_0 . Просматривая последовательность, найдём такую точку \tilde{x}_0 , чтобы выполнялось соотношение $\|\tilde{x}_0 - x_0\| = \varepsilon_0 < \varepsilon$, где ε – фиксированная величина существенно меньшая размеров реконструированного аттрактора.

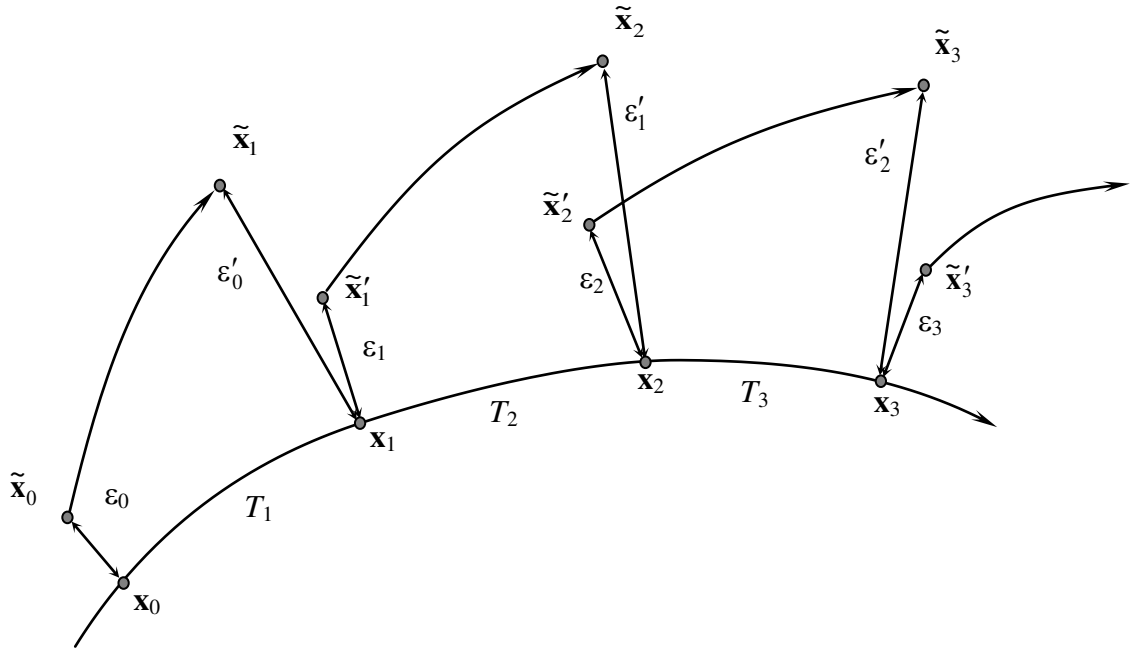


Рис. 6. К оценке старшего показателя Ляпунова по выборке из одной наблюдаемой координаты.

Причём необходимо, чтобы точки x_0 и \tilde{x}_0 были разделены по времени. Затем отслеживаем эволюцию выбранных точек на реконструированном аттракторе до тех пор, пока расстояние между ними не превысит заданную величину ε_{max} . Обозначим полученные точки через x_1 и \tilde{x}_1 , расстояние между ними через ε'_0 , а промежуток времени эволюции через T_1 .

Далее, вновь просматривая последовательность точек находим такую точку \tilde{x}'_1 , чтобы она была близка к x_1 , то есть $\|\tilde{x}'_1 - x_1\| = \varepsilon_1 < \varepsilon$, а векторы $\tilde{x}_1 - x_1$ и $\tilde{x}'_1 - x_1$ имели, по возможности, одинаковое направление. Далее процедура повторяется, но вместо точек x_0 и \tilde{x}_0 рассматриваются точки x_1 и \tilde{x}'_1 соответственно (см. рис. 6).

Повторив описанную процедуру M раз, оценим старший показатель Ляпунова: $\lambda \cong \sum_{k=0}^{M-1} \ln(\varepsilon'_k / \varepsilon_k) / \sum_{k=1}^M T_k$.

Данный алгоритм является достаточно неплохим результатом, однако для своей работы он требует очень большого объёма исходной выборки. Особенно это проблематично для реальных данных. Одним из путей для преодоления этого недостатка является применение нейронной сети.

Энтропия Колмогорова – характеризует сложность системы, как скорость потери информации ДС о своих прошлых состояниях. Стохастические системы и процессы характеризуются эффектом перемешивания траекторий в фазовом пространстве системы, что определяет конечность предсказуемости эволюции во времени. Фундаментальным результатом теории динамических систем явилось введение Колмогоровым понятия энтропии динамических систем [70,106,62], т.е. систем с детерминированным оператором эволюции. Было строго обосновано, что в хаотических системах энтропия Колмогорова характеризуется конечной положительной величиной, что обосновывает спад корреляции во времени и конечность предсказуемости в режиме хаоса. Для случайных процессов, например для белого шума, энтропия Колмогорова бесконечна, что означает отсутствие предсказуемости процесса. С точки зрения строгой теории по Колмогорову, динамические системы могут иметь устойчивые регулярные режимы с нулевой энтропией и хаотические режимы с положительной и конечной величиной энтропии. В случае добавления в систему внешнего шума энтропия бесконечна. Энтропия Колмогорова равна нулю в случае

детерминированного процесса, принимает положительные конечные значения в случае хаотического процесса и обращается в бесконечность в случае процесса стохастического. Однако, для любых реальных систем всегда справедливо наличие шума, что переводит их в класс стохастических [5].

Непосредственный расчет энтропии Колмогорова (равна сумме положительных показателей Ляпунова) не представляется возможным, поэтому широко используют методы ее оценки. Один из распространенных основан на использовании корреляционного интеграла. Рассматривают не только его зависимость от расстояния r , но и от размерности фазового пространства n . При этом полагают, что: $C(r, n) \approx r^{D_c} \exp(-nK)$. Энтропия K вычисляется приближённо в приемлемом диапазоне значений r и n .

Размерность аттрактора – определяется методом самопересечения восстановленной траектории аттрактора (траектория не должна иметь самопересечений). Данная величина показывает число степеней свободы генерирующей системы, определяя, таким образом, минимальное число переменных в системе уравнений, моделирующих динамику данной системы. Это топологическая размерность аттрактора, показывающее минимальную размерность его фазового пространства, в котором не происходит самопересечения его траектории.

Предполагается, что смена аттрактора на участке вызовет изменение некоторых из перечисленных выше характеристик.

2.1.2. Исследование модельных систем и их производных

Поставлена задача: выяснить возможность обнаружения по ряду наблюдаемых значений, присутствие динамических систем с различными аттракторами.

В табл. приведены расчеты хаотических и фрактальных характеристик для модельных систем, выполненные при наличии 8000 отсчетов.

Использованы следующие обозначения:

- C – оценка корреляционной размерности;
- E – оценка энтропии Колмогорова (нат);
- L – оценка наибольшего показателя Ляпунова – в качестве размерности пространства вложения аттрактора используется наибольшее из значений: ближайшее большее целое C или D_z ;
- L_{max} – максимальная оценка наибольшего показателя Ляпунова;
- H – оценка показателя Херста;
- D_z – минимальная размерность вложения фазового пространства, при которой не происходит самопересечения траектории;
- DI – последняя размерность пространства вложения, при которой заканчивается алгоритм по оценке корреляционной размерности.
- Lag – размер используемого лага (задержки) – используется либо первый локальный минимум автовзаимной информации, либо меньшее значение;
- N – количество используемых отсчетов, восстановленных в лаговом пространстве.

Таблица 1

Характеристики модельных систем

Система	C	$L(L_{max})$	E	H	DI	D_z	Lag	N (тыс.)
ображение Хенона	1.23	0.75 (1.22)	0.7	0.54	6	1	2	4000
Аттрактор Росселера	1.7	0.19 (0.59)	0.18	0.23	8	2	2	4000
Система Лоренца	1.98	0.35 (0.68)	0.05	0.73	26	2	8	2000
Случайный ряд	-	-	-	0.54	-	-	1	8000

В табл. показаны расчеты тех же характеристик, выполненные для комбинаций модельных систем. ВР такой сложной системы длиной в 16000 отсчетов на половину (т.е. из 8000 отсчетов) состоит из ВР одной системы, и наполовину из другой.

Таблица 2

Характеристики сложных систем, полученных как комбинация модельных

Система	C	L(Lmax)	E	H	DI	Dz	Lag	N (тыс.)
Хенон-Лоренц	3,64>	0,04 (0,6)	0,61	0,61	9	2	4	4000
Хенон-Росселер	1,23>	0,29 (0,88)	1,27	0,34	5	1	4	4000
Лоренц-Росселер	1,73	0,24 (0,76)	0,21	0,54	9	2	4	4000
Хенон-Случайный	1,66>	-	2,41	0,56	3	1	5	3200
Лоренц-Случайный	6,96>	-	0,56	0,57	19	1	8	2000
Росселер-Случайный	3,84>	0,065 (0,17)	0,29	0,47	6	2	2	8000

На рис. 7 и рис. 8 показаны графики R/S анализа, выполненные для системы Хенон-Лоренц. Участок АВ соответствует отображению Хенона, ВС – системе Лоренца. На них четко заметен переход от одной хаотической системы к другой. На всех сложных системах на основе R/S анализа можно было выявить границу перехода от одной системы к другой. В системах со случайным рядом такой переход более размытый, однако явно заметен.

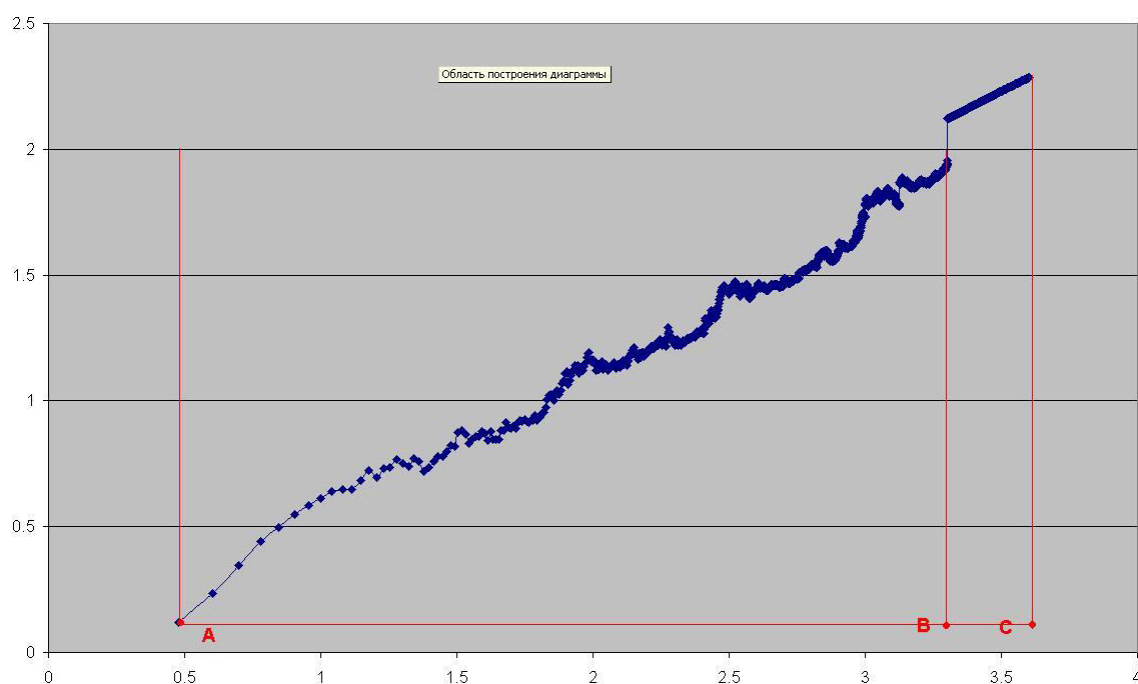


Рис. 7. R/S анализ для системы Хенон-Лоренц

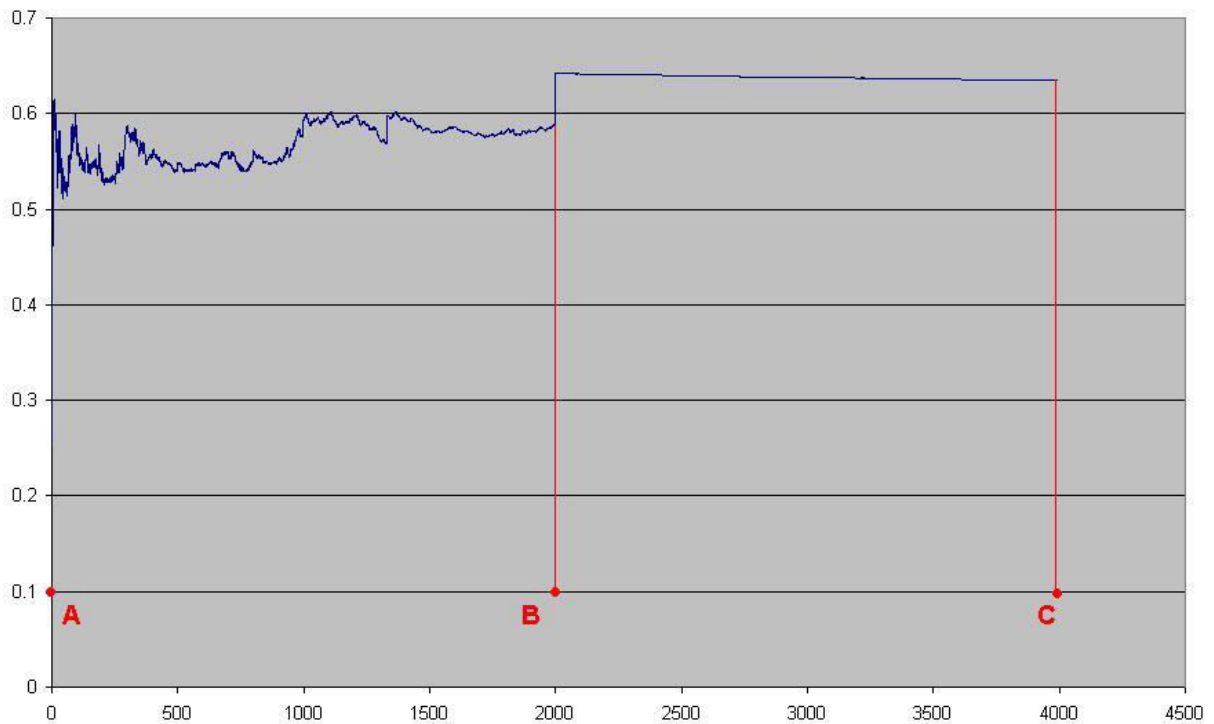


Рис. 8. Зависимость показателя Херста от длины периода для системы Хенон-Лоренц

Сравнение и анализ хаотических характеристик и графиков позволяет сделать следующие выводы:

- Корреляционная размерность сложной системы может превосходить размерности отдельных простых систем, однако это в значительной степени будет зависеть от восстановления предполагаемого аттрактора системы (в частности лага).
- Значительное отличие значения оценки энтропии Колмогорова от оценки максимального показателя Ляпунова говорит о недостаточном количестве используемых отсчетов либо неверно восстановленном фазовом пространстве аттрактора.
- Наиболее четко о наличии различных систем может сказать график R/S анализа (рис. 7, рис. 8), по сильному изменению значения показателя Херста.

2.1.3. Исследование по реальным временным рядам

В качестве примера временных рядов рассмотрены котировки российских и американских акций, цены на золото, котировки валютной пары EUR-USD в периоде от 03.07.2006 до 27.02.2007 на минутном интервале. Указанный период включает праздничные дни Нового года, что позволяет предполагать наличие различных аттракторов в эволюции систем до праздников и после, в составе более сложного глобального аттрактора, восстанавливаемого на всем участке. Поэтому сделаны расчеты хаотических характеристик на всем интервале и на двух внутренних – допраздничном и после Нового года.

Результаты расчетов представлены в табл. . (усредн.) HL – означает усреднение по максимальной и минимальной цене за период дискретизации, т.е. берутся не просто значения с лагом например 3, а среднее по 6 значениям – 3 максимальные цены и соответственно 3 минимальные. При такой предобработке данных, как правило, корреляционная размерность ниже.

Таблица 3

Характеристики реальных систем (финансовые BP)

Эмитент	C	E	H	DI	Dz	N	Lag
10:40 03-07-2006 по 17:28 27-02-2007							
10:40 10.01.2007 по 17:30 27-02-2007							
03.07.2006.10.40-29.09.2006.17.30							
American Express	4,55	0,014	0,89	157	7	14,1	4
American Express (усредн.)HL	4,09	0,019	0,89	93	4	14,1	4
American Express (усредн.)HL	4,17	0,046	0,87	45	17	11,9	1
American Express (усредн.)HL	4,69	0,047	0,89	172	5	10,6	2
Boing	4,04	0,074	0,88	48	7	15,5	4
Boing (усредн.)HL	4,37	0,084	0,88	82	3	15,5	4
Boing (усредн.)HL	3,72	0,029	0,87	65	7	12,4	1
Boing (усредн.)HL	4	0,051	0,88	53	3	11,9	2
Coca-Cola	5,17	0,066	0,89	57	10	15,2	4
Coca-Cola (усредн.)HL	5,23	0,03	0,89	100	7	15,2	4
Coca-Cola (усредн.)HL	4,96	0,054	0,89	48	16	12,3	1
Coca-Cola (усредн.)HL	4,7	0,068	0,87	38	7	11,6	2
EUR-USD	4,33	0,03	0,89	107	9	16,9	16

EUR-USD (усредн. HL)	4,61	0,076	0,89	79	3	16,9	16
EUR-USD (усредн. HL)	5,03	0,014	0,9	108	5	14,9	3

Продолжение табл.

EUR-USD (усредн. HL)	5,62>	0,077	0,9	60	6	15,3	6
Nasdaq	4,52	0,111	0,91	95	5	14,5	4
Nasdaq (усредн.)	4,16	0,076	0,91	88	3	14,5	4
Nasdaq (усредн. HL)	3,87	0,205	0,9	44	3	11,3	1
Nasdaq (усредн. HL)	3,55	0,07	0,89	57	2	11,7	2
Газпром	5,43	0,025	0,89	100	5	16,1	5
Газпром (усредн.)HL	4,56	0,063	0,89	58	3	16,1	5
Газпром (усредн.)HL	4,69	0,046	0,88	55	4	16,7	1
Газпром (усредн.)HL	4,22	0,038	0,9	80	3	16	2
Золото	5,27	0,063	0,9	50	6	15,3	8
Золото (усредн.)HL	4,97	0,027	0,9	93	3	15,3	8
Золото (усредн.)HL	3,9	0,012	0,89	135	6	14,5	2
Золото (усредн.)HL	4,42	0,057	0,9	64	4	14	3
Индекс ММВБ	4,43	0,044	0,9	114	3	16,1	5
Индекс ММВБ (усредн.)	4,13	0,04	0,9	101	2	16,1	5
Индекс ММВБ (усредн.)	4,04	0,015	0,87	159	3	16,7	1
Индекс ММВБ (усредн.)	3,94	0,0007	0,9	45	3	16	2
Лукойл	4,82	0,1	0,9	36	6	16	5
Лукойл (усредн.)HL	4,59	0,045	0,9	75	2	16	5
Лукойл (усредн.)HL	4,5	0,033	0,89	62	4	16,6	1
Лукойл (усредн.)HL	4,22	0,028	0,9	93	2	15,9	2
Норникель	4,82	0,043	0,9	105	4	15,7	5
Норникель (усредн.)HL	3,43	0,62	0,9	35	2	15,7	5
Норникель (усредн.)HL	5,37 >	-	0,88	396 >	4	16,4	1
Норникель (усредн.)HL	4,02	0,26	0,91	40	3	15,7	2
Полюс Золото	5,22	0,056	0,88	74	13	15,6	3
Полюс Золото (усредн.)HL	4,86	0,026	0,88	113	5	15,6	3
Полюс Золото (усредн.)HL	4,82	0,07	0,88	83	10	11,3	1
Полюс Золото (усредн.)HL	3,87	0,04	0,87	79	7	8,6	2
РАО ЕЭС	4,62	0,097	0,9	95	5	16,1	5
РАО ЕЭС (усреднен.)HL	4,81	0,045	0,9	142	3	16,1	5
РАО ЕЭС (усреднен.)HL	4,14	0,041	0,88	89	4	16,7	1
РАО ЕЭС (усреднен.)HL	4,68	0,02	0,87	118	3	16	2
РАО ЕЭС-п	4,22	0,146	0,9	41	6	15,6	3
РАО ЕЭС-п (усредн.)HL	3,86	0,077	0,9	68	3	15,6	3
РАО ЕЭС-п (усредн.)HL	5,03	0,067	0,88	44	9	12,8	1
РАО ЕЭС-п (усредн.)HL	5,27	0,035	0,89	64	10	14,9	1

Лаг выбирался исходя из заданного временного интервала и ограничения на максимальное количество анализируемых наблюдений в 17000 значений. Большие значения DI могут говорить о том, что неверно восстановлено лаговое пространство.

Анализ выполненных расчетов показал, что действительно, на внутренних интервалах есть различия по корреляционной размерности, энтропии и фазовой размерности. Причем не всегда эти различия в меньшую сторону. Отличия по показателю Херста незначительны. Не выявлено заметных отличий в характеристиках для российских и американских акций, цен на золото и валюты, что говорит о том, что биржевые ВР на интервалах в несколько месяцев ведут себя достаточно одинаково. Проанализируем полученные результаты для модельных и реальных систем.

Показано, что большое число отсчетов, необходимое для адекватной оценки корреляционной размерности, не позволяет использовать ее в качестве необходимой меры. Также не выявлена его выраженное изменение при анализе на модельных и реальных сигналах.

Для адекватной оценки старшего показателя Ляпунова необходимо точно подобрать размерность глубины погружения аттрактора, что само по себе является нетривиальной задачей. Это не считая самих сложностей при самой численной оценке, например как выбор ортогонального направления. Также не выявлено его выраженное изменение для составных модельных и реальных временных рядов. По этим причинам показатель Ляпунова также не может выступать в качестве меры.

Энтропия Колмогорова, имеет те же недостатки что и корреляционная размерность и показатель Ляпунова.

Размерность вложения фазового пространства судя по результатам на реальных ВР не может являться показателем смены аттрактора генерирующей сигнал ДС.

Фрактальная размерность, рассчитываемая через вычисление показателя Херста, может служить показателем смены динамики сигнала, поэтому рассмотрим применение фрактального анализа более подробно.

2.2. Выделение границы реализаций динамических систем на основе фрактального анализа

2.2.1. Использование глобального фрактального анализа

Ставится задача определения в стохастическом зашумленном сигнале, состоящим из двух последовательных фрагментов, точки смены динамики используя фрактальный анализ.

Исследуемый модельный сигнал состоит из следующих фрагментов:

- а. Отображение Хенона (Henon), с параметрами уравнений: $a = 1,4$; $b = 0,3$;
- б. Отображение Икеды (Ikeda), с параметрами уравнений: $a = 0,4$, $b = 6$, $c = 0,9$.

Первый фрагмент – Henon, 9000 отсчетов. Второй фрагмент – Ikeda, 2000 отсчетов.

Для того чтобы ряды были одинаковы по амплитуде, ряд Ikeda преобразовывается следующим образом: $x = (x - 0,6765) * 1,33$. Оценка показателя Херста H от длины периода полученного сигнала представлена на рис. 9:

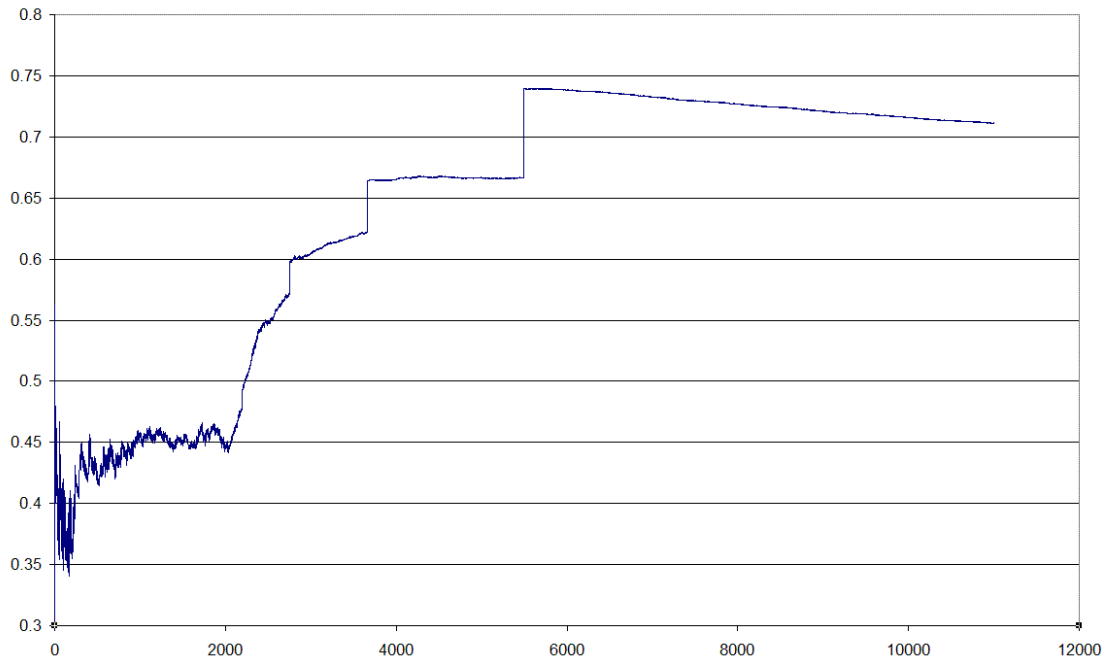


Рис. 9. Оценка Н. Ряд Непон (9000)-Ikeda(2000). Рост графика начинается в точке 2031.

Видно, что вблизи точки 2000 начинается достаточно резкий рост графика. Теперь добавляем ко всему модельному сигналу шум, следующим образом: $x = x + \text{rand()} * 3$. Где $\text{rand}()$ – случайное число от -1 до 1. Что соответствует отношению сигнал/шум в сигнале приблизительно -7дБ. График сигнала показан на рис. 10.

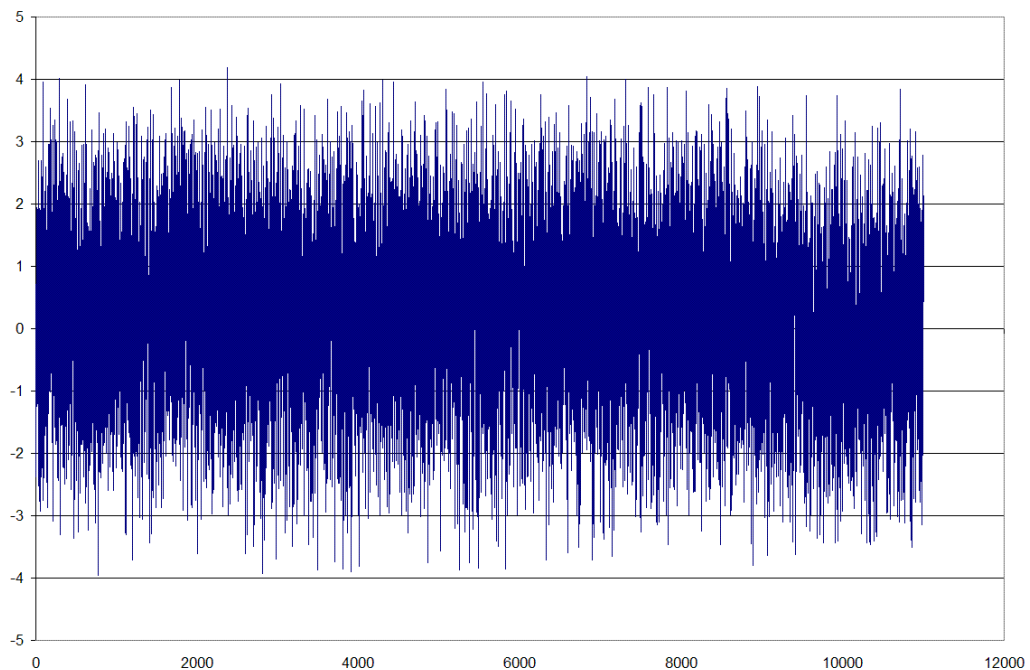


Рис. 10. Ряд Непон (9000)-Ikeda(2000) зашумленный. Граница перехода визуально не видна.

Снова построим график оценки показателя Херста H (рис. 11).

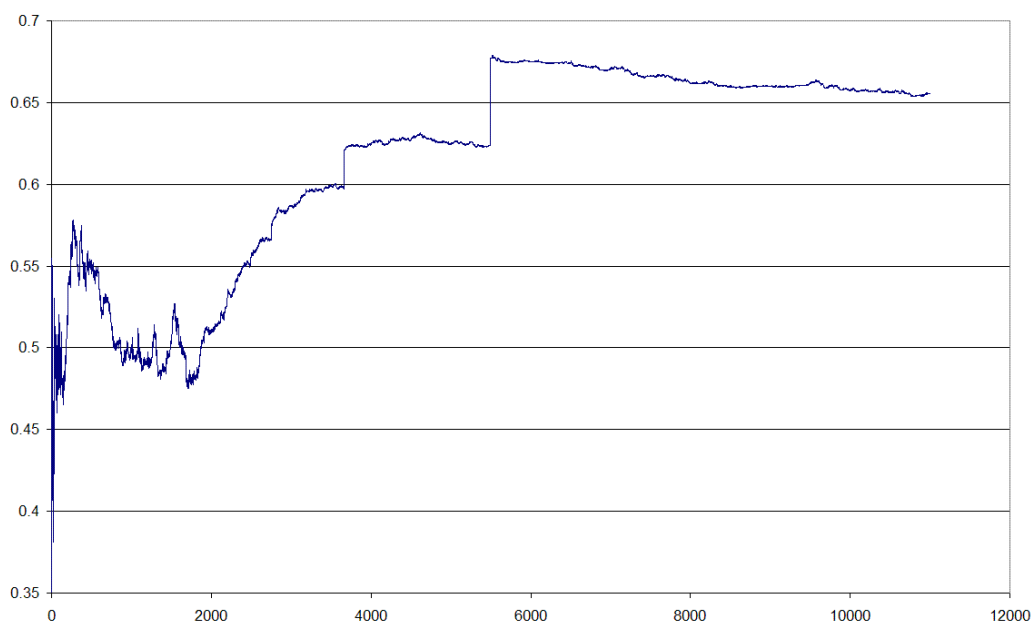


Рис. 11. Оценка H . Ряд Непон (9000)-Ikeda(2000) зашумленный. Рост графика начинается в точке 1715.

Рост графика начинается в точке 1715. Более детальное исследование позволяет найти аномалию и в районе точки 2000, но сейчас его описание выходит за рамки статьи. Для сравнения приведем спектрограмму непрерывного вейвлет-преобразования (CWT — Continuous Wavelet Transform) для данного зашумленного сигнала (рис. 12). На ней границу перехода обнаружить практически невозможно.

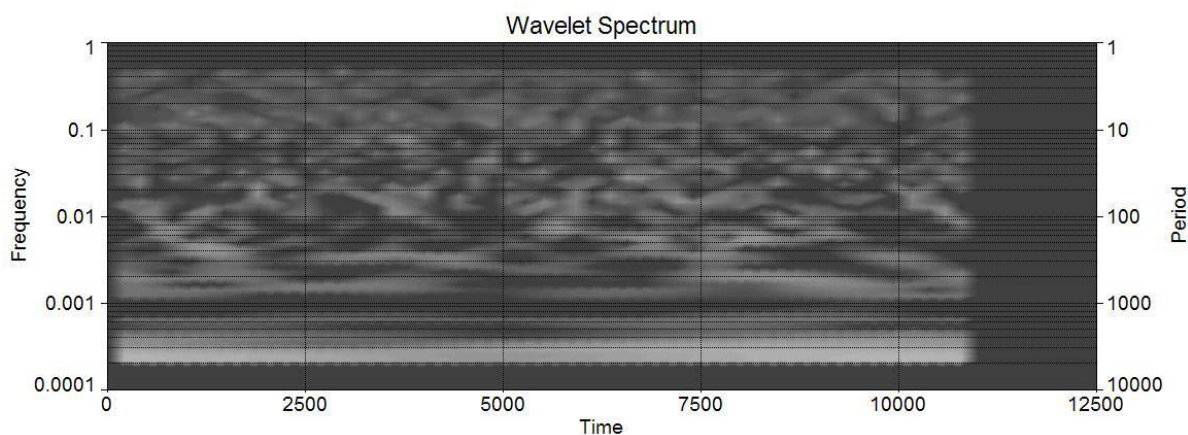


Рис. 12. Вейвлет-спектрограмма. Ряд Непон (9000)-Ikeda(2000) зашумленный.

Рассмотрим теперь модельный ряд, в котором составляющие фрагменты рассмотренного выше зашумленного сигнала поменяны местами,

т.е. теперь первый фрагмент – ряд Ikeda (2000 отсчетов), второй фрагмент – Nenon (9000 отсчетов). График изменения H показан на рис. 13.

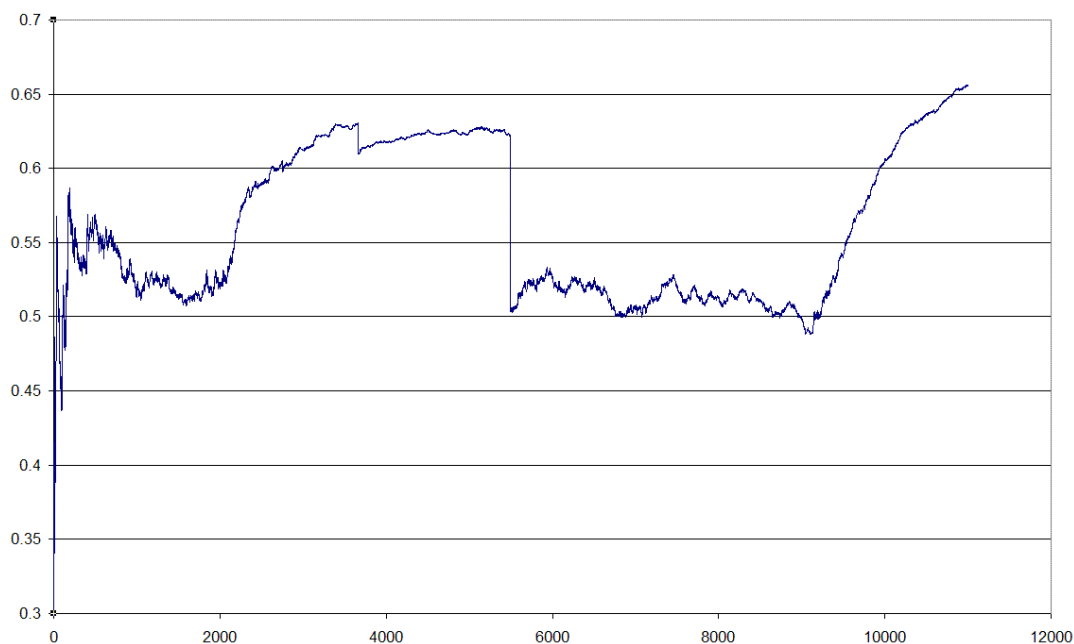


Рис. 13. Оценка H . Ряд Ikeda(2000)-Nenon (9000) зашумленный. График начинается рост в точке 2085. Второй значительный подъем наблюдается в точке 9132.

Сравнение графиков оценки показателя Херста сигналов Nenon-Ikeda и Ikeda-Nenon позволяет определить достаточно узкую область, где находится точка перехода от одной динамки к другой.

Главный характерный признак – это достаточно резкий рост графика в точке, близкой к реальному переходу в сигнале по позиции, отсчитывая с начала или конца. В случае если переход находится после середины (или в середине), то наблюдается единичный дугообразный рост графика в точке, соответствующей точке перехода в исходном сигнале, но отсчитываемом с конца. Если переход до середины сигнала, наблюдается два дугообразных роста – первый также как описано выше, а второй в точке, близкой к точке реального перехода. Такое поведение дает возможность проверки правильности обнаружения границы перехода в сигнале.

Метод достаточно робастен к шуму, по крайней мере по сравнению с вейвлет-анализом. С повышением уровня шума точки роста становятся все менее выраженными, а также более смещенными от истинных значений.

Стоит отметить, что описанный метод обнаружения применим к стохастическим сигналам, с достаточно нормализованной амплитудой (без сильных редких всплесков), и при наличии достаточного количества наблюдений, выражающих как одну динамику, так и другую. Возможно, в сигналах определенного генезиса переход на графике оценки H будет иметь другую форму, что потребует предварительного исследования на рядах такого типа.

Фрактальная размерность применима как характеристика для определения смены динамики по наблюдаемому сигналу, однако для корректной оценки показателя Херста необходимо большое число отсчетов (не менее нескольких тысяч) [98]. Поэтому непосредственно мерой показатель Херста служить не может, так как не отвечает требованию локальной вычислимости.

Однако такой характеристикой может быть индекс фрактальности [51,50,109]. Поэтому будем рассматривать сигнал во фрактальном представлении, и искать разладку по фрактальной мере.

2.2.2. Определение локальной фрактальной размерности сигнала

Вместо локальная фрактальная размерность сигнала также будем употреблять локальная фрактальность сигнала. Числовой оценкой локальной фрактальности сигнала является индекс фрактальности [51,50,109,52]. Кратко опишем процедуру его расчета.

Для локального фрактального анализа Н. В. Старченко предложена процедура расчета индекса фрактальности (фрактальности) на основе минимального покрытия. Пусть на отрезке $[a,b]$ задана функция $f(t)$, имеющая конечное число точек разрыва первого рода. Введем равномерное разбиение отрезка $\omega_m = [a=t_0 < t_1 < \dots < t_m = b]$, $\delta = (b-a)/m$ и рассмотрим покрытие графика этой функции прямоугольниками с основанием δ , таким образом, чтобы это покрытие было минимальным (по площади). Минимальным

является такое покрытие, которое состоит из прямоугольников с основанием δ и высотой равной разности между максимальным и минимальным значением функции на этом отрезке (см. рис. 14).

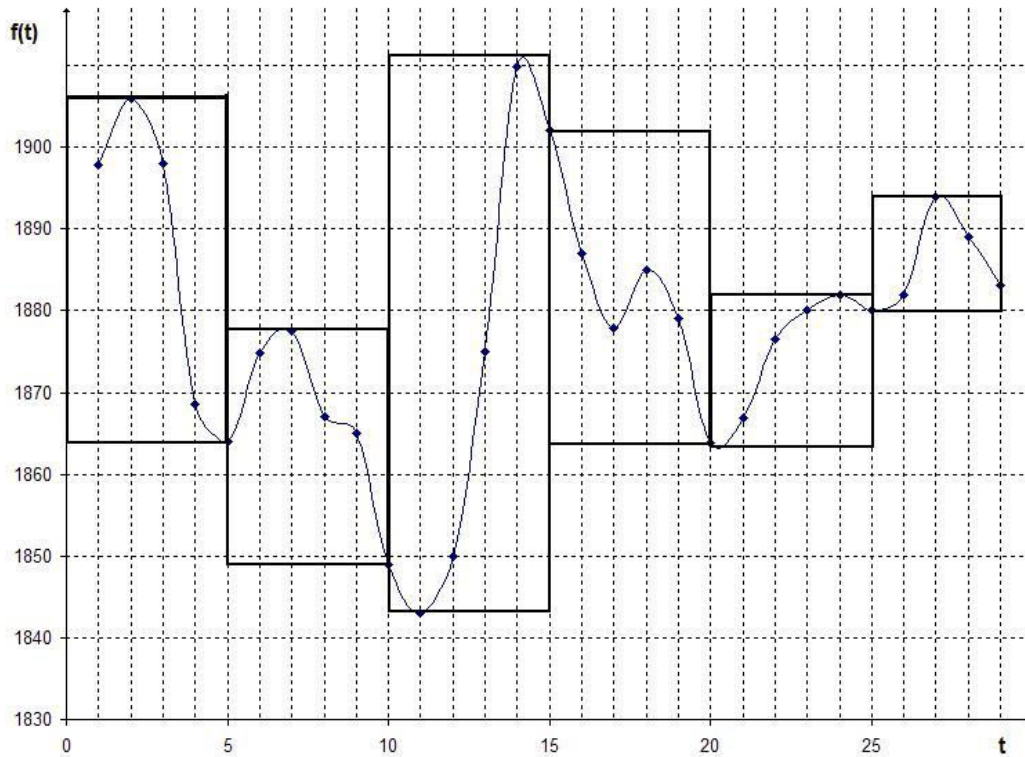


Рис. 14. Построение минимального покрытия с основанием $\delta=5$

Далее вводится величина $V_f \equiv \sum_{i=1}^m A_i(\delta)$, где

$A_i(\delta) = \max(f(t)) - \min(f(t), t \in [t_{i-1}, t_i])$. При этом можно показать что $V_f(\delta) \sim \delta^{-\mu}$, где $\mu = 1 - H = D_\mu - 1$, где H – показатель Херста. Таким образом через индекс фрактальности μ , который определяется как тангенс угла наклона прямой построенной в логарифмических координатах $V_f - \delta$, можно выразить размерность минимального покрытия D_μ , которая в свою очередь стремится к фрактальной размерности D , при $\delta \rightarrow 0$.

Как было проверено на модельных хаотических рядах и рядах авторегрессии 1-го, алгоритм численного определения μ имеет быстрый выход на асимптотику, поэтому для его относительно точного расчета (с коэффициентом детерминации прямой регрессии R^2) достаточно иметь во

временном ряду от нескольких десятков, до нескольких сотен отсчетов. Как показано в [109], эта особенность позволяет давать локальную оценку фрактальной размерности сигнала по его фрагменту.

2.2.3. Характер использования индекса фрактальности

Так как индекс фрактальности характеризует фрактальную размерность сигнала, а она в свою очередь характеризует сигнал по Фурье-спектру (т.е. относит его к определенному классу $1/f$ или так называемых дробных шумов), то можно разделять сигнал на фрагменты, соответствующие различному фрактальному шуму [109].

- a. В этом случае если индекс фрактальности $0 < \mu < 0,5$ ($0,5 > H > 1$) – то сигнал есть черный шум. Такой процесс характеризуется эффектами долгой памяти (т.е. значения сигнала в далеком прошлом влияют на текущие). Сигнал меняет направление реже, чем белый шум.
- b. $\mu = 0,5$ ($H = 0,5$) – белый шум, случайное блуждание.
- c. $0,5 < \mu < 1$ ($0 < H < 0,5$) – розовый шум. Такой процесс не обладает памятью, каждое приращение не зависит от предыдущих. Сигнал меняет направление чаще, чем белый шум.
- d. $\mu = -0,5$ ($H = 1,5$) – коричневый шум, проинтегрированный белый шум.

Покажем, что для сложных сигналов с шумом такой подход дает слишком много изменение в рамках одной динамики. На рис. 15 показан график локальной фрактальной размерности для реализации аттрактора Лоренца.

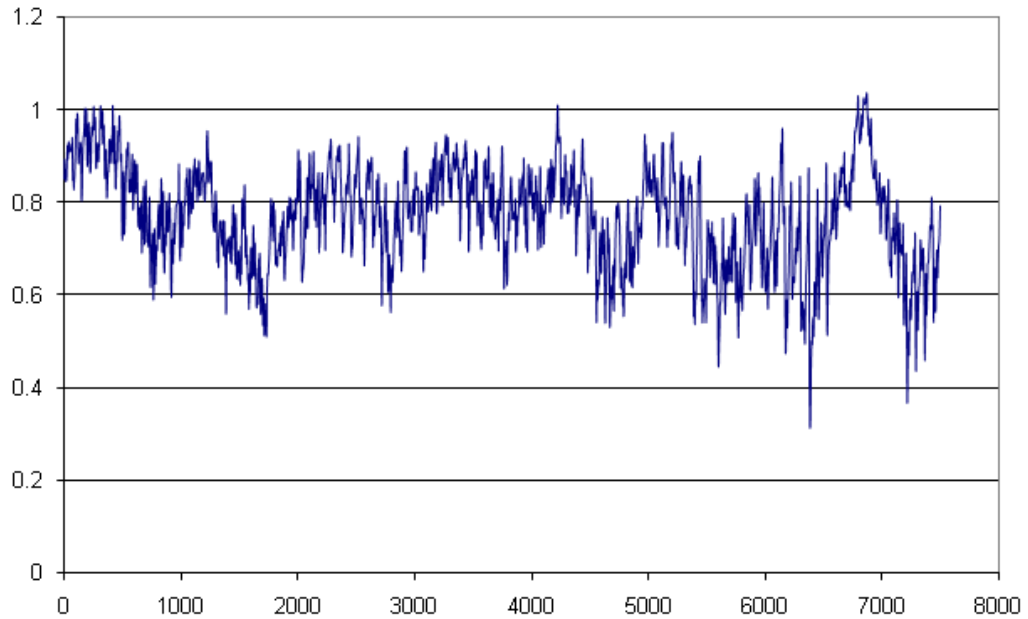


Рис. 15. Ряд локальной фрактальной размерности построенный для реализации аттрактора Лоренца

Очевидно, что рамках одной динамики на различных участках сигнал показывает различное поведение по типу шума (от «розового» до «черного»). Длина окна для расчета индекса фрактальности – 60 отсчетов. Регрессия прямой построена по 5 точкам. Средний множественный коэффициент детерминации для оценок локальной фрактальной размерности $R^2 = 0.94$, что говорит о хорошей адекватности оценки.

На рис. 16 показан график локальной фрактальной размерности для реализации аттрактора Хенона.

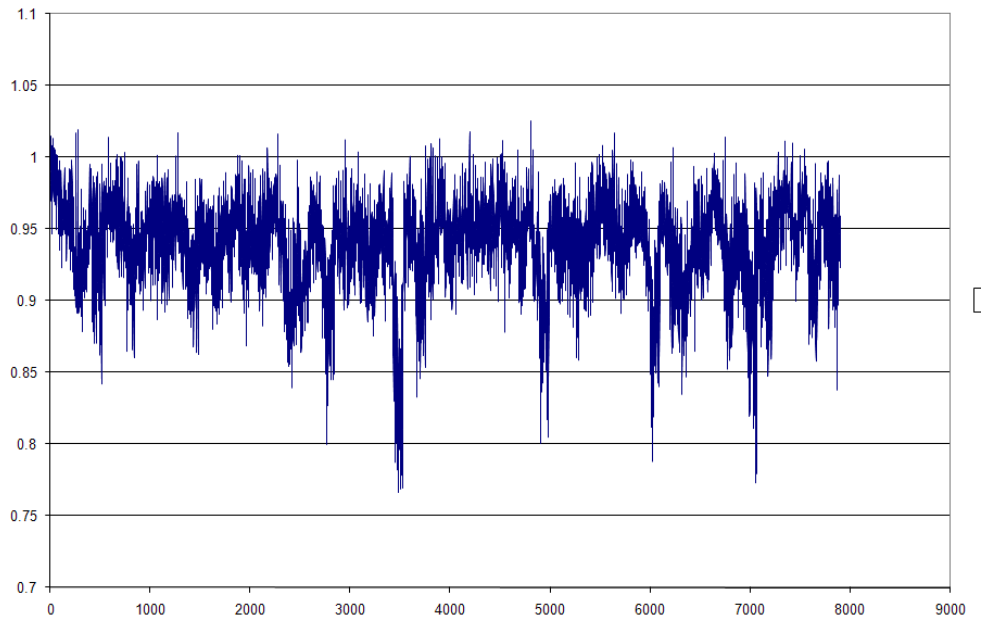


Рис. 16. Ряд локальной фрактальной размерности построенный для реализации аттрактора Хенона

На рис. 17 показан график локальной фрактальной размерности для реализации аттрактора Икеды.

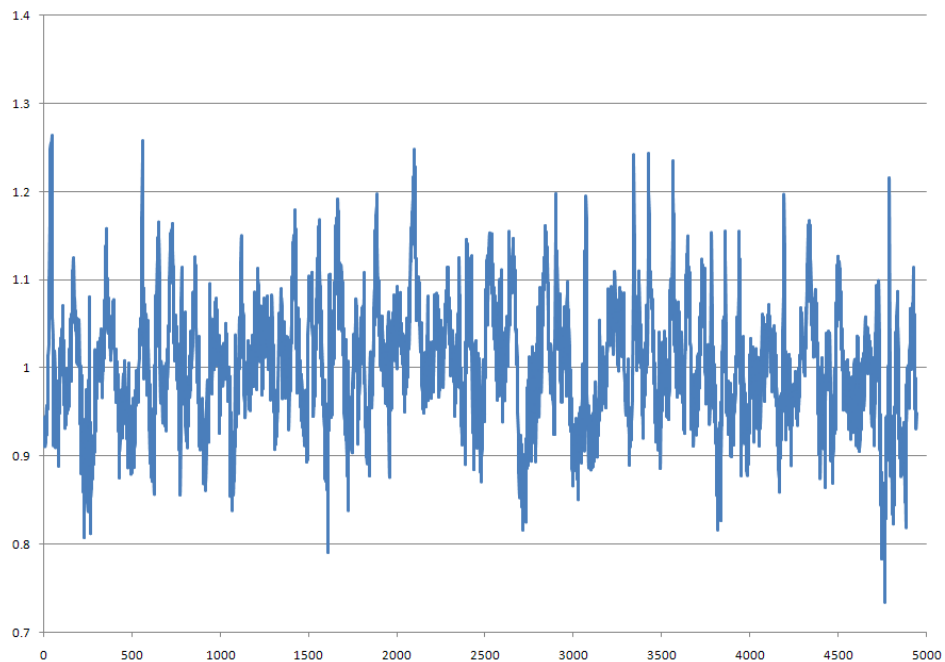


Рис. 17 Ряд локальной фрактальной размерности построенный для реализации аттрактора Икеды

На рис. 18 показан ряд индекса фрактальности для процесса авторегрессии, заданного как $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$, где x_i – очередное i -ое значение процесса, ε – случайное число от -1 до 1. Видно что процесс достаточно однороден по Фурье-спектру.

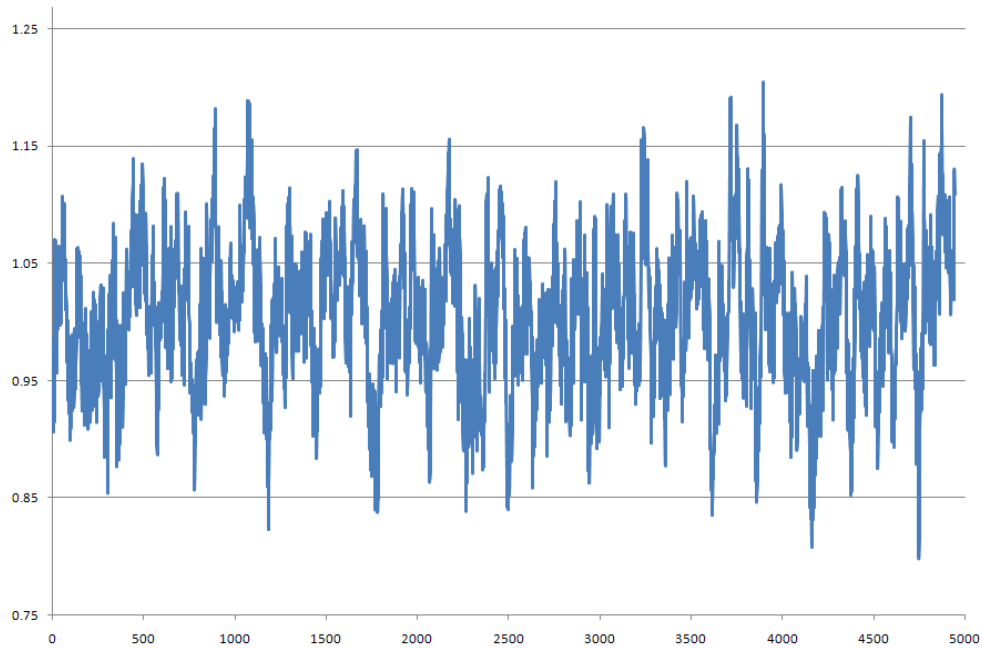


Рис. 18. Ряд локальной фрактальной размерности построенный для процесса авторегрессии $x_i = 0,9 * x_{i-1} + 0,1 + \varepsilon * 1,5$

На рис. 19 показан ряд индекса фрактальности для процесса авторегрессии, заданного как $x_i = 0,2x_{i-1} - 0,1 + \varepsilon$, x_i - очередное i -ое значение процесса, ε - гаусово случайное число от -1 до 1. Видно что процесс достаточно однороден по Фурье-спектру.

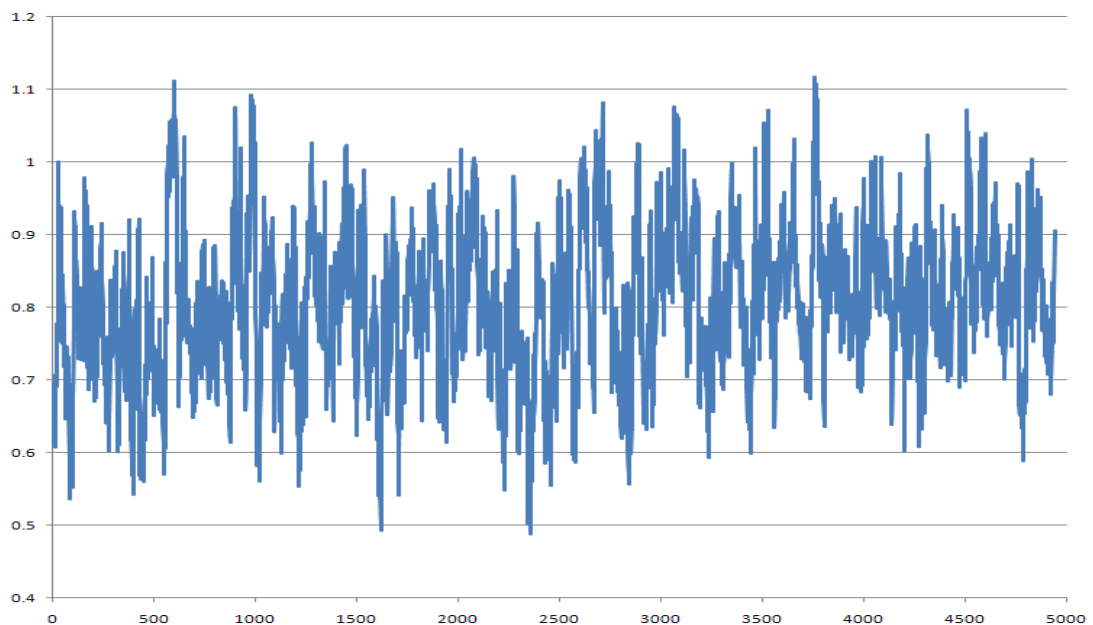


Рис. 19. Ряд локальной фрактальной размерности построенный для процесса авторегрессии $x_i = 0,2 * x_{i-1} - 0,1 + \varepsilon$

На рис. 20 показана типичная регрессия при оценке индекса фрактальности. Значение множественного коэффициента детерминации R^2 близкого к 1 говорит о высокой адекватности полученной оценки.

Как видно из графиков, локальная фрактальная размерность хаотических и сложных авторегрессионных сигналов в подавляющем большинстве времени лежит в одном классе Фурье-спектра, в частности в области «розового» шума.

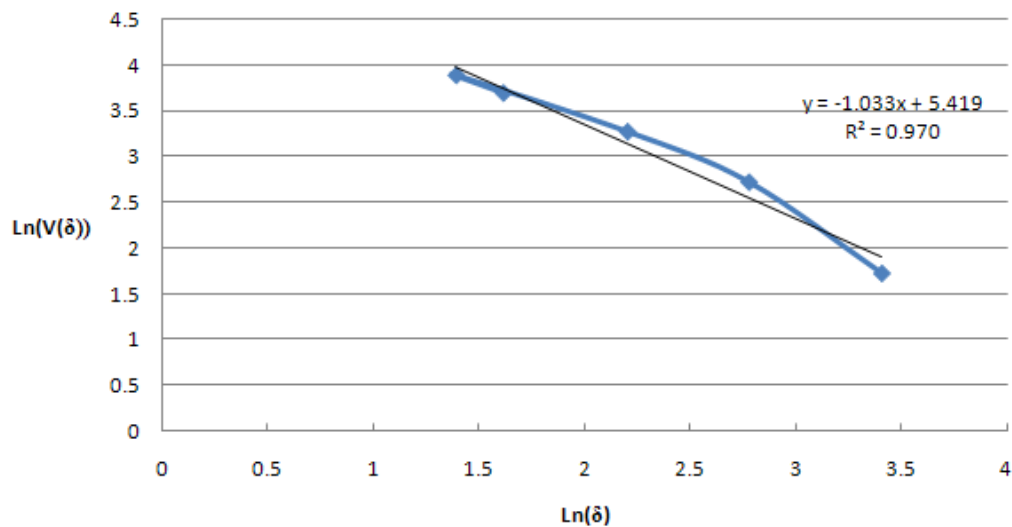


Рис. 20. Типичная регрессия при оценке индекса фрактальности

Таким образом, если сложную динамическую систему представить как последовательность во времени двух представленных динамических систем, например Хенона и Икеды, то выделение границы реализации между ними на основе отнесение к классу Фурье-спектра не даст результата, так как в обоих случаях сигнал лежит в одном классе. А в некоторых случаях, как например, с аттрактором Лоренца – в рамках одной динамики сигнал меняет тип своего шумового поведения. Поэтому необходим другой способ использования локальной фрактальной размерности для выделения границ реализаций динамических систем.

2.3. Обнаружение смены динамики сигнала по ряду локальной фрактальной размерности

Как было показано выше, так как обнаружение изменения динамики сигнала на основе отнесения локального значения фрактальной размерности к определенному классу Фурье-спектра не может применяться для сложных сигналов, будем использовать производный сигнал индекса фрактальной размерности $\mu(t)$ (построенного по принципу скользящего окна) от наблюдаемого сигнала $x(t)$ для обнаружения в нем разладки в классическом понимании, как изменения его вероятностных свойств (одного или нескольких) [90,139,144,137,140,128,141,142,105]. Это позволяет определять смену динамики сигнала $f(t)$ как изменение степени однородности его локальной фрактальной размерности, и на основе этого выбирать для обучения предиктора фрагмент сигнала.

2.3.1. Апостериорные методы обнаружения разладки

Для того чтобы определиться с используемым методом, уточним в каком контексте мы решаем задачу. На рис. 5 схематично представлена последовательность прогнозирования сложного сигнала. Возможно несколько сценариев появления разладки: скачкообразное/плавное/многократное изменение математического ожидания или/и дисперсии случайного процесса сигнала [16,19,23,31,33,25,34,46,91,8]. Как показано в работе Б. С. Дарховского [127], любую разладку в сигнале по статистической мере можно рассматривать как изменение математического ожидания, поэтому такой тип разладки должен быть обязателен для метода обнаружения. В нашем случае можно упростить задачу, рассматривая без потери общности только скачкообразные изменения вероятностных свойств сигнала [29], полагая, что плавное или многократное изменение есть суть скачок в более крупном масштабе времени.

Так как каждый прогноз подразумевает обнаружение границы между реализациями различных динамических систем в ретроспективе сигнала, то задача рассматривается как апостериорное обнаружение разладки, а не последовательное («скорейшее») [24,22,126,43,102,102,104,32,111,42,97]. Апостериорные и последовательные методы обнаружения различаются между собой, но у них есть и некоторые взаимосвязи. В работе [90] производится сравнение методов этих двух классов, результатам которого является вывод, что с точки зрения оценивания момента разладки методом максимального правдоподобия статистически эффективнее апостериорные методы, но по объему вычислений они менее экономичные.

Также стоит отметить, что не стоит задачи обнаружения множественной разладки [27]. Нас интересует только последняя граница, так как для построения прогноза предиктор должен моделировать последнюю сложившуюся динамику. При этом будем полагать, что смоделированная динамика будет продолжаться и в дальнейшем (по крайней мере на дальность прогноза).

При решении практических задач неизбежно придется столкнуться с решением ряда вопросов, одним из которых является выбор подхода: параметрический или непараметрический. Различие между двумя этими подходами заключается в том, что при использовании первого подхода обнаруживаются моменты изменения функции распределения наблюдений с параметрическим заданием функции, а при использовании второго подхода – без такового. Так как распределение момента разладки по времени нам неизвестно, также как и распределение случайного процесса до и после разладки, то необходимо выбирать среди непараметрических методов.

Исходя из описанных требований мы можем заключить, что нам необходимо выбирать среди апостериорных непараметрических методов обнаружения разладки [26,85,86,87]. Причем учитывая специфику сложного сигнала, необходимо чтобы метод не имел требований к распределению

сигнала [113,2]. В результате анализа опубликованных научных статей и книг отобраны следующие методы:

- а. Непараметрический алгоритм кумулятивных сумм (АКС) [132];
- б. Общий случай алгоритма Бродского-Дарховского (АБД) [18];
- с. Метод на основе принципа минимума информационного рассогласования (ПМИР). Данный метод разрабатывался для нормально распределенных процессов, однако он включен в список для сравнения [2].

Алгоритм кумулятивных сумм – один из классических методов обнаружения разладки. В работе рассматривается непараметрическая версия, задаваемая следующей решающей функцией:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^t (x(i) - \frac{1}{N} \sum_{z=1}^N x(z)) / \sqrt{N * \sigma_N^2}, \quad t_d = \arg \max_{a \leq t \leq bN} |Y(t)|, \quad (2)$$

где t – отсчеты времени; $x(t)$ – исходный сигнал; N – число отсчетов в анализируемом сигнале; σ_N^2 – дисперсия сигнала; t_d – момент времени соответствующий разладке, в ней абсолютное значение решающей функции достигает максимума; a и b коэффициенты, $a \geq 1$, $b \leq 1$.

Общий случай алгоритма Бродского-Дарховского также использует технику накопленных сумм отклонений от среднего:

$$Y(t) = \left[\frac{t}{N} \left(1 - \frac{t}{N} \right) \right]^\nu \left(\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t x(i) - \frac{1}{N-t} \sum_{j=t+1}^N x(j) \right), \quad 0 \leq \nu \leq 1, \quad t_d = \arg \max_{[aN] \leq t \leq [bN]} |Y(t)|, \quad (3)$$

где t_d – оценка момента возникновения дефекта, $0 < a < \frac{1}{2} < b < 1$.

Асимптотически наилучший метод в смысле вероятности ложных обнаружений: $\nu = 1$. Асимптотически наилучший метод в смысле вероятности ложного спокойствия: $\nu = 0$. Асимптотически минимаксный метод: $\nu = \frac{1}{2}$.

Метод на основе принципа минимума информационного рассогласования решает задачу обнаружения разладки случайного гауссовского процесса по имеющейся конечной выборке наблюдений с

использованием принципа минимального информационного рассогласования распределений в метрике Кульбака-Лейблера [78]. Алгоритм обнаружения разладки гауссовского процесса X происходит по правилу:

$$\lambda(X_0) = -\frac{M_1}{2} [\ln |S_1| + nC] - \frac{M_2}{2} [\ln |S_2| + nC] + \frac{M_0}{2} [\ln |S_0| + nC] > \ln \lambda_0, \quad (4)$$

где $X_0 = (X_1, X_2)$ объединенная выборка двух различных процессов суммарным объёмом $M_0 = M_1 + M_2$, автоковариационные матрицы:

$$S_1 = M_1^{-1} \sum_{i=1}^{M_1} x_{1,i} x_{1,i}^T, \quad S_2 = M_2^{-1} \sum_{i=1}^{M_2} x_{2,i} x_{2,i}^T, \quad S_0 = (M_1/M_0)S_1 + (M_2/M_0)S_2, \quad C =$$

$\ln(2\pi) + 1 = \text{const}$, n – коэффициент, λ_0 – порог срабатывания, либо максимум статистики.

Необходимо выбрать наиболее эффективный метод среди представленных применительно к сложным сигналам. Главный критерий – точность обнаружения разладки. Для этого проведем эксперименты на модельных сигналах. Поиск разладки будем производить в исходном и в производном от сигнала ряде локальной фрактальной размерности.

2.3.2. Обнаружение разладки в ряде оценки локальной фрактальной размерности

Рассмотрим применение индекса фрактальности для обнаружения в нем разладки понимаемой как изменение его вероятностных свойств. Для этого по исходному сигналу методом скользящего окна построим ряд оценок локальной фрактальной размерности сигнала (ряд индекса фрактальности). Затем найдем апостериорными методами обнаружения разладку в исходном сигнале и производном индекса фрактальности. Сравним результаты, включая совместную оценку по обоим рядам как их среднее значение.

Для анализа будем использовать двухсоставные сигналы, состоящие из реализаций различных динамических систем. Первый пример – сложный сигнал образован как последовательность реализаций отображений Хенона и

Икеды с равномерным шумом. Исследуемый модельный сигнал состоит из следующих фрагментов:

- а. Отображение Хенона (Henon), с параметрами уравнений: $a = 1,4$; $b = 0,3$;
- б. Отображение Икеды (Ikeda), с параметрами уравнений: $a = 0,4$, $b = 6$, $c = 0,9$.

График такого сигнала показан на рис. 21.

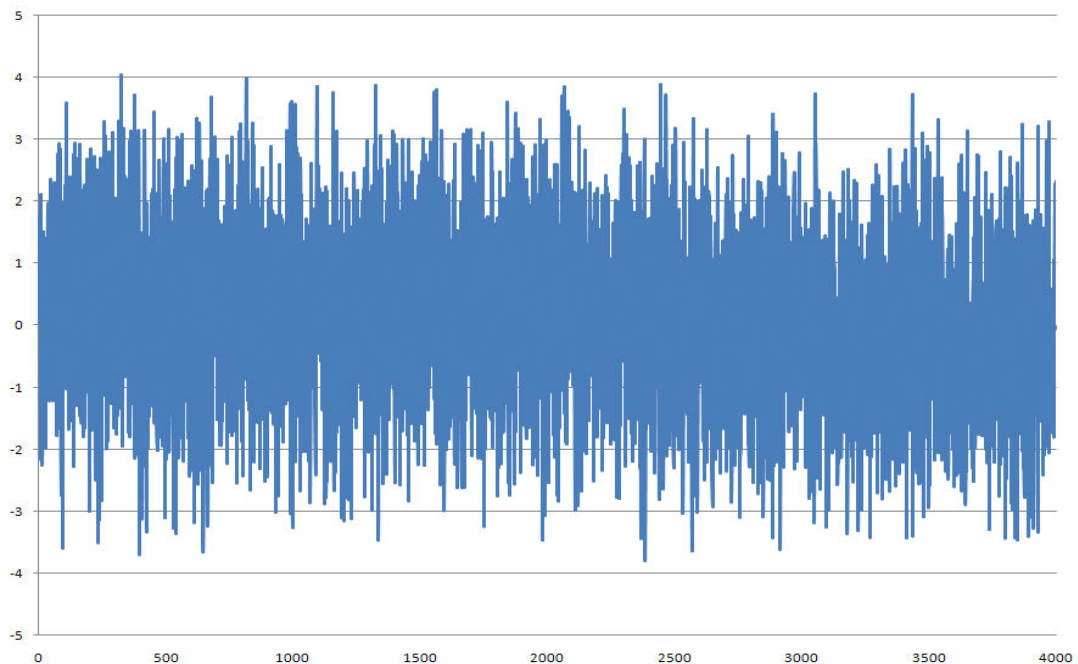


Рис. 21. Двухкомпонентный сигнал: $henon + \varepsilon * 3(2500 \text{ отсчетов}) - ikeda + \varepsilon * 3(1500 \text{ отсчетов})$

Первый фрагмент – Henon, 2500 отсчетов. Второй фрагмент – Ikeda, 1500 отсчетов. Для того чтобы ряды были одинаковы по амплитуде, ряд Ikeda преобразовывается следующим образом: $x = (x - 0,6765) * 1,33$. Для полученного составного сигнала добавлен равномерный шум амплитудой 3 (случайное число с равномерным распределением от -3 до 3). Также рассмотрены сложные сигналы на основе авторегрессии первого порядка. Ниже даны названия модельных сигналов и отображения генерирующих ДС:

1. AR0 (500 отсчетов, $x_0 = 0,2$, справедливо и для модификаций):

- а. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$.
- б. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0, x_{i-1} + 0,105 + 1,45\varepsilon$.

2. AR0-2 (500 отсчетов):

a. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + \varepsilon$.

b. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + \varepsilon$.

3. AR0-3 (500 отсчетов):

a. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 0,5\varepsilon$.

b. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + 0,5\varepsilon$.

4. AR0-4 (500 отсчетов):

a. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 2,5\varepsilon$.

b. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + 2,5\varepsilon$.

5. AR0-5 (500 отсчетов):

a. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$.

b. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + 1,5\varepsilon$.

На примере модельных сигналов AR0 и AR0-(x) найдем оценки для различных моментов разладки с использованием апостериорных методов обнаружения как по исходному сигналу, так и по производному ряду индекса фрактальности. Результаты представлены в табл. , табл. , табл. , табл. .

Таблица 4

Относительные ошибки обнаружение разладки в модельном сигнале AR0 в зависимости от момента возникновения разладки

D	АКС	ПМИР	АБД	FA	CA	MA	DA
400	0,328	0,232	0,327	0,247	0,278	0,243	0,278
300	0,186	0,148	0,184	0,137	0,120	0,140	0,124
200	0,123	0,141	0,121	0,151	0,091	0,124	0,090
Среднее	0,212	0,174	0,211	0,179	0,163	0,169	0,164

В таблицах использованы следующие обозначения: **D** – момент возникновения (номер отсчета с начала сигнала) разладки; **АКС**, **ПМИР** и **АБД** – относительные ошибки обнаружения по исходному сигналу указанными методами, рассчитываемые по формулам (2), (3), (4); **FA** – относительная ошибка обнаружения точки разладки по ряду индекса фрактальности методом АКС; **CA**, **MA** и **DA** – относительная ошибка

обнаружения точки разладки совместно по исходному сигналу и ряду локальной фрактальной размерности соответственно методами АКС, ПМИР и АБД. Относительная ошибка обнаружения $E_d = \frac{|d_r - d_o|}{N}$, где d_r - истинный момент разладки (номер отсчета в анализируемом сигнале), d_o - обнаруженный момент разладки, N - число отсчетов в сигнале.

Таблица 5

Относительные ошибки обнаружение разладки в модельном сигнале AR0-2 в зависимости от момента возникновения разладки

D	АКС	ПМИР	АБД	ФА	СА	МА	ДА
400	0,282	0,244	0,278	0,241	0,251	0,242	0,259
300	0,149	0,154	0,147	0,137	0,103	0,129	0,099
200	0,098	0,127	0,098	0,154	0,096	0,118	0,094
Среднее	0,177	0,175	0,174	0,177	0,150	0,163	0,150

Таблица 6

Относительные ошибки обнаружение разладки в модельном сигнале AR0-3 в зависимости от момента возникновения разладки

D	АКС	ПМИР	АБД	ФА	СА	МА	ДА
400	0,155	0,093	0,148	0,246	0,193	0,169	0,190
300	0,061	0,069	0,060	0,135	0,077	0,104	0,079
200	0,043	0,063	0,044	0,158	0,084	0,105	0,083
Среднее	0,086	0,075	0,084	0,180	0,118	0,126	0,118

Таблица 7

Относительные ошибки обнаружение разладки в модельном сигнале AR0-4 в зависимости от момента возникновения разладки

D	АКС	ПМИР	АБД	ФА	СА	МА	ДА
400	0,332	0,263	0,326	0,263	0,291	0,257	0,291
300	0,219	0,186	0,218	0,129	0,133	0,156	0,135
200	0,149	0,162	0,148	0,155	0,100	0,134	0,098
Среднее	0,233	0,204	0,231	0,182	0,175	0,182	0,174

Как видно по результатам, наименьшую оценку дают методы обнаружения разладки совместно по исходному сигналу и ряду индекса фрактальности методы АКС (столбец СА) и АБД (столбец ДА). Метод на основе принципа минимума информационного рассогласования уступает по точности. Стоит отметить, что методы АКС и АБД дают результат

отличающийся в один отсчет, поэтому использовать имеет смысл только АКС (т.к. он немного быстрее АБД).

2.3.3. Примеры оценок момента разладки на модельных сигналах

Ниже даны названия модельных сигналов и отображения генерирующих ДС:

1. AR1:

- a. 1-й фрагмент (ARW1): $x_i = 0.9x_{i-1} + 0.1 + 1.5\varepsilon$ (3000 отсчетов).
- b. 2-й фрагмент (ARW2): $x_i = 0.8x_{i-1} + 0.105 + 1.45\varepsilon$ (2000 отсчетов).

2. AR2:

- a. ARW3: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \varepsilon$, 1500 отсчетов.
- b. ARW4: $x_i = 0.25x_{i-1} - 0.105 + 1.1\varepsilon$, 1000 отсчетов.

3. AR3:

- a. ARW5: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \varepsilon$, 2000 отсчетов.
- b. ARW6: $x_i = 0.15x_{i-1} - 0.12 + \varepsilon$, 500 отсчетов.

4. AR4:

- a. ARW7: $x_i = 0.9x_{i-1} + 0.1 + 1.5\rho_1$, 3000 отсчетов.
- b. ARW8: $x_i = 0.8x_{i-1} + 0.305 + 2\rho_1$, 2000 отсчетов.

5. AR5:

- a. ARW9: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_1$, 1500 отсчетов.
- b. ARW10: $x_i = 0.25x_{i-1} - 0.105 + 1.1\rho_1$, 1000 отсчетов.

6. AR6:

- a. ARW11: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_1$, 1500 отсчетов.
- b. ARW12: $x_i = 0.25x_{i-1} - 0.105 + \rho_1$, 1000 отсчетов.

7. AR7:

- a. ARW13: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_1$, 2000 отсчетов.

b. ARW14: $x_i = 0.25x_{i-1} - 0.105 + \rho_1$, 250 отсчетов.

8. AR8 (один фрагмент):

a. $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_1$, 2000 отсчетов.

9. AR9 (один фрагмент):

a. $x_i = 0.25x_{i-1} - 0.105 + \rho_1$, 250 отсчетов.

10. AR10:

a. ARW15: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_2$, 1000 отсчетов.

b. ARW16: $x_i = 0.15x_{i-1} - 0.12 + \rho_2$, 1000 отсчетов.

11. AR11:

a. ARW17: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_3$, 1000 отсчетов.

b. ARW18: $x_i = 0.15x_{i-1} - 0.12 + \rho_3$, 1000 отсчетов.

12. AR12:

a. ARW19: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_3 + \varepsilon$, 1000 отсчетов.

b. ARW20: $x_i = 0.15x_{i-1} - 0.12 + \rho_3 + \varepsilon$, 1000 отсчетов.

13. AR13:

a. ARW21: $x_i = \sin(x_{i-1}) + 0.1\varepsilon$, 1000 отсчетов.

b. ARW22: $x_i = \sin(x_{i-1}) + 0.105\varepsilon$, 1000 отсчетов.

14. AR14:

a. ARW23: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + \rho_3 + \varepsilon$, 1000 отсчетов.

b. ARW24: $x_i = 0.2x_{i-1} - 0.1 + 1.1\rho_3 + 0.95\varepsilon$, 1000 отсчетов.

15. AR15 (один фрагмент):

a. $x_i = x_{i-1} + \varepsilon$, 266 отсчетов.

16. AR16:

a. ARW25: $x_i = x_{i-1} + 0.01 + 0.1\varepsilon$, 300 отсчетов.

b. ARW26: $x_i = x_{i-1} + 0.1\varepsilon$, 198 отсчетов.

17. AR17:

a. ARW27: $x_i = x_{i-1} + 0.01 + 0.1\varepsilon$, 300 отсчетов.

b. ARW28: $x_i = x_{i-1} + 0.15\varepsilon$, 198 отсчетов.

18. AR18:

a. ARW29: $x_i = x_{i-1} + 0.01 + 0.1\varepsilon$, 300 отсчетов.

b. ARW30: $x_i = x_{i-1} - 0.01 + 0.15\varepsilon$, 198 отсчетов.

19. AR19:

a. ARW31: $x_i = x_{i-1} - 0.01 + 0.1\varepsilon$, 300 отсчетов.

b. ARW32: $x_i = x_{i-1} + 0.01 + 0.11\varepsilon$, 198 отсчетов.

$x_0 = 0,02$ для всех примеров. ε – случайное число с равномерным распределением от -1 до 1; ρ_1 – случайное число со степенным распределением от -1 до 1, показатель степени равен 2; ρ_2 – случайное число со степенным распределением от -1 до 1, показатель степени равен 4; ρ_3 – случайное число со степенным распределением от -1 до 1, показатель степени равен 11. Для расчета индекса фрактальности использовались следующие значения параметров: начальная длина отрезка разбиения – 5. Конечная длина отрезка разбиения – 30. Длина окна для расчета индекса фрактальности – 60. Линейная регрессия рассчитывается по 5 точкам, средний множественный коэффициент детерминации R^2 равен от 0,9 до 0,99.

Пример соответствующих графиков для сигнала AR18 приведен ниже. На рис. 22 показан график анализируемого сигнала. Первая его часть образован реализацией динамической системы, заданного отображением $x_i = x_{i-1} + 0,01 + 0,1\varepsilon$, длиной 300 отсчетов. Второй фрагмент – реализация динамической системы, заданной отображением $x_i = x_{i-1} - 0,01 + 0,15\varepsilon$, длиной 198 отсчетов. Граница между ними отмечена вертикальной линией. Так как предполагается что необходимо прогнозировать данный сигнал, стоит задача обнаружить границу смены динамики сигнала как можно точнее, с тем чтобы для обучения предиктора использовать только фрагмент, соответствующий последней генерирующей сигнал ДС. В данном случае это ретроспектива от 300-го и до последнего отсчета.

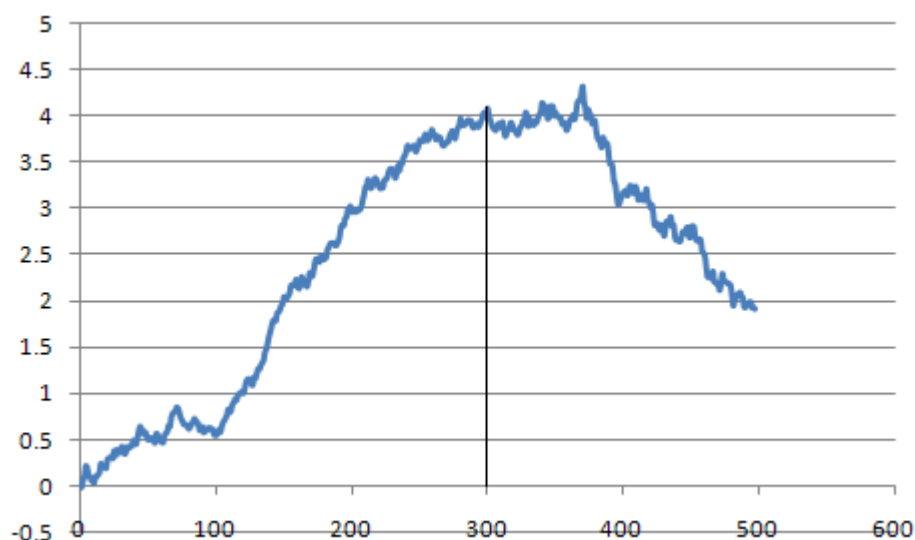


Рис. 22. Двухкомпонентный сигнал AR18. Вертикальной линией обозначена граница между реализациями ДС

На рис. 23 показана решающая функция алгоритма кумулятивных сумм, выполненного для сигнала AR18. Максимум функции по абсолютному значению показывает точку разладки. В данном случае это 176-й отсчет, тогда как на самом деле динамика меняется после 300-го отсчета.

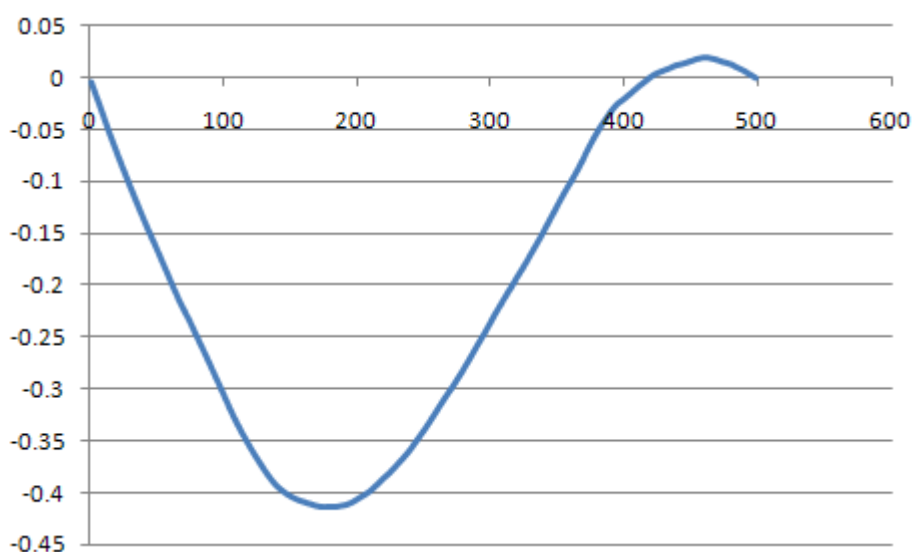


Рис. 23. Решающая функция обнаружения разладки методом АКС для исходного сигнала AR18

На рис. 24 показана решающая функция метода Дарховского-Бродского, выполненного для сигнала AR18. Максимум функции по абсолютному значению показывает точку разладки. В данном случае это 177-й отсчет. Видно, что график практически полностью совпадает с аналогичным графиком АКС.

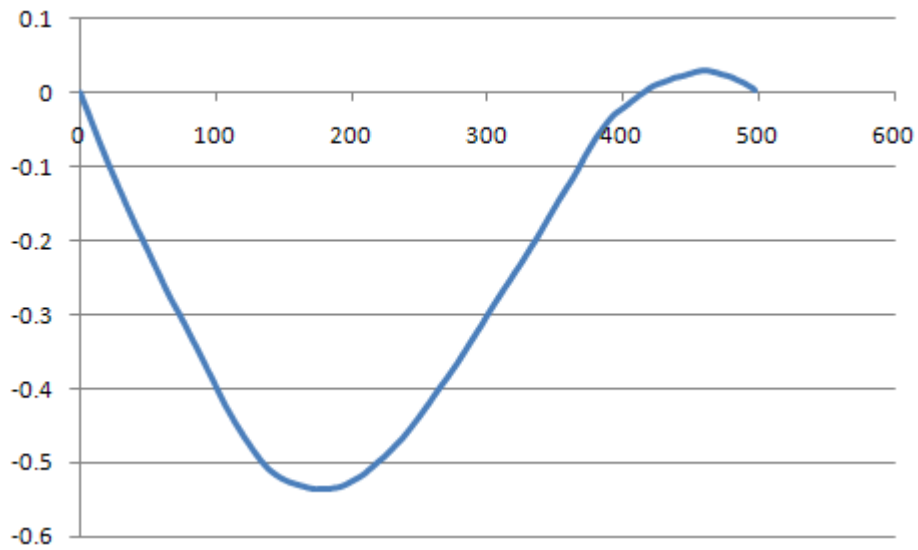


Рис. 24. Решающая функция обнаружения разладки методом Дарховского-Бродского для исходного сигнала AR18

На рис. 25 показана решающая функция метода на основе принципа информационного рассогласования, выполненного для сигнала AR18. Результат хуже чем для предыдущих методов: точка разладки на 121-м отсчете.

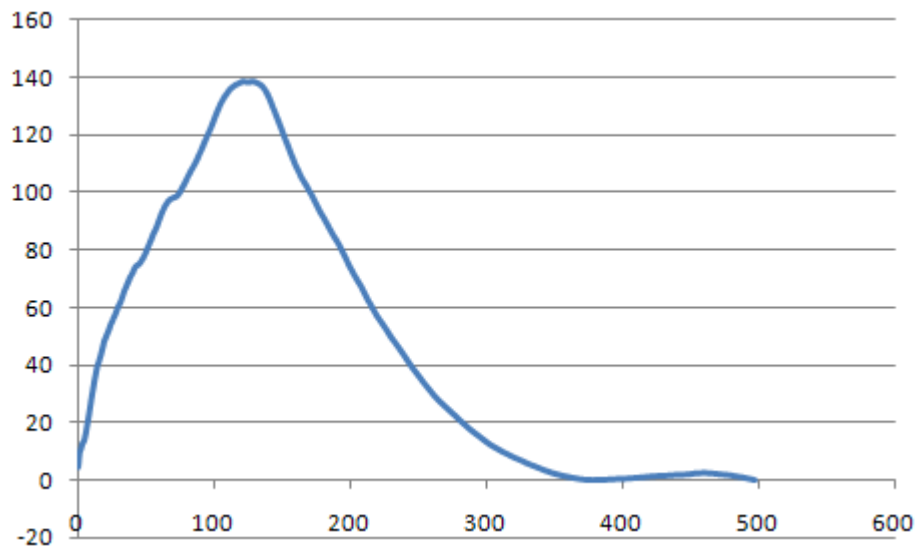


Рис. 25. Решающая функция обнаружения разладки по методу на основе принципа минимума информационного рассогласования для исходного сигнала AR18

График локальной фрактальной размерности, рассчитанной по методу скользящего окна для сигнала AR18 показан на рис. 26. Длина окна 60, поэтому он смещен от начала координат для соответствия с предыдущими графиками.

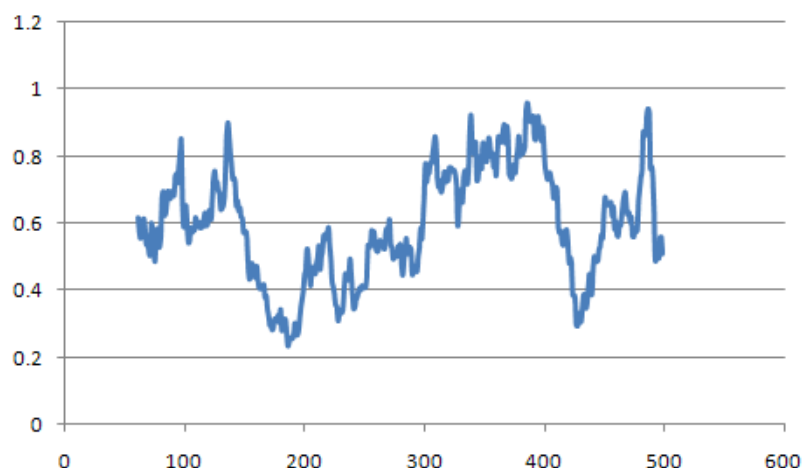


Рис. 26. График индекса фрактальности для сигнала AR18

График решающей функции АКС построенной для ряда локальной фрактальной размерности сигнала AR18 показан на рис. 27. Точка разладки здесь обнаружена точнее, по сравнению с поиском по исходному сигналу – 297-й отсчет.

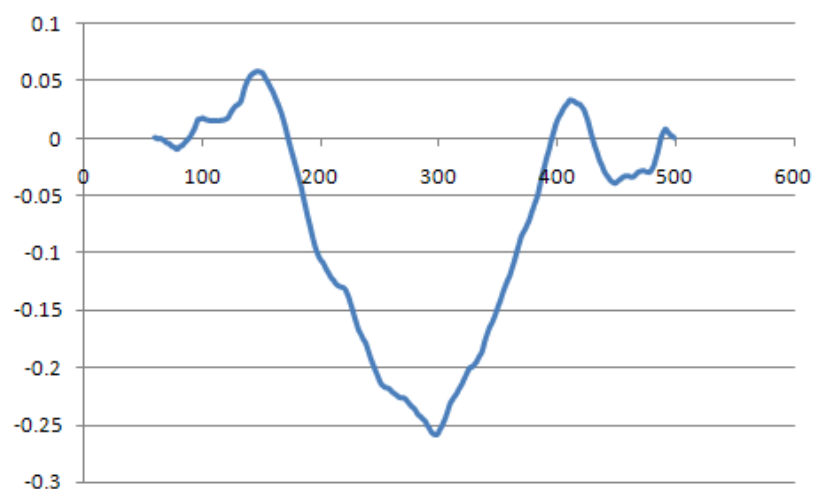


Рис. 27. Решающая функция обнаружения разладки методом АКС для производного от сигнала AR18 индекса фрактальности

Результаты обнаружения разладки представлены в табл. . Здесь АКС – обнаружение разладки алгоритмом кумулятивных сумм. АКС(о) – обнаружение ведется по исходному сигналу, АКС(v) – по производному от исходного сигнала ряду индексу фрактальности (оценке локальной фрактальной размерности сигнала). Аналогично и для других методов. АБД – общий случай Бродского -Дарховского. ПМИР – метод на основе принципа

минимума информационного рассогласования. Взяты средние значения по пяти измерениям для каждого опыта.

Таблица 8

Сравнение методов обнаружение разладки в модельных сигналах

Ряд	АКС(о)	АКС(ν)	АБД (о)	АБД (ν)	ПМИР(о)	ПМИР(ν)
Henon(2500)- Ikeda(1500)	2491	2393	2503	2393	2085	587
AR1	2686	2939	2687	2940	2978	2940
AR2	1973	1220	1974	1220	1802	1220
AR3	600	1036	600	1036	2054	1036
AR4	2183	2730	2183	2730	2178	2865
AR5	1499	1503	1499	1504	1499	2300
AR6	2100	1300	2101	1301	2325	1300
AR7	1055	1378	1062	1378	248	2158
AR8	1443	473	1443	473	1816	474
AR9	197	52	198	133	195	145
AR10	734	1492	735	1493	1359	1492
AR11	1002	1462	1002	1463	1370	1470
AR12	672	1379	673	1380	104	1973
AR13	455	1042	456	1042	1169	1805
AR14	1271	743	1272	743	1936	743
AR15	200	74	201	74	232	75
AR16	246	429	246	430	150	32
AR17	190	390	190	391	41	391
AR18	176	297	177	298	121	298
AR19	123	176	123	176	60	174

Таким образом, относительная ошибка обнаружения точки разладки для каждого метода представлена в табл. . СОО – средняя относительная ошибка. Как видно, методы обнаружения АКС и БД практически одинаковы на исходных сигналах и превосходят ПМИР.

Подробная таблица вычислений при обнаружении разладки для сложного сигнала приведена в табл. 31 в Приложении 1. Применение предложенного метода позволило сократить относительную ошибку в 5 раз, с 0,035 до 0,007. Для оценки различий между результатами обнаружения разладки известным методом и предложенным, использован непараметрический статистический U-критерий Манна-Уитни (т.к. часто условие нормальности не соблюдается). При уровне значимости $\alpha = 0,05$ для

всех рассматриваемых в работе случаев гипотеза о равенстве выборок была отвергнута.

Таблица 9

Относительная ошибка методов обнаружение разладки в модельных сигналах (в %)

Ряд	АКС(о)	АКС(v)	АБД (о)	АБД (v)	ПМИР(о)	ПМИР(v)
Henon(2500)-Ikeda(1500)	0,26	3,06	-0,09	3,06	11,86	54,66
AR1	6,28	1,22	6,26	1,20	0,44	1,20
AR2	-18,92	11,20	-18,96	11,20	-12,08	11,20
AR3	56,00	38,56	56,00	38,56	-2,16	38,56
AR4	16,34	5,40	16,34	5,40	16,44	2,70
AR5	0,04	-0,12	0,04	-0,16	0,04	-32,00
AR6	-24,00	8,00	-24,04	7,96	-33,00	8,00
AR7	42,00	27,64	41,69	27,64	77,87	-7,02
AR10	13,30	-24,60	13,25	-24,65	-17,95	-24,60
AR11	-0,10	-23,10	-0,10	-23,15	-18,50	-23,50
AR12	16,40	-18,95	16,35	-19,00	44,80	-48,65
AR13	27,25	-2,10	27,20	-2,10	-8,45	-40,25
AR14	-13,55	12,85	-13,60	12,85	-46,80	12,85
AR16	10,84	-25,90	10,84	-26,10	30,12	53,82
AR17	22,09	-18,07	22,09	-18,27	52,01	-18,27
AR18	24,90	0,60	24,70	0,40	35,94	0,40
AR19	35,54	24,90	35,54	24,90	48,19	25,30
COO	19,28	14,49	19,24	14,51	26,86	23,70

В табл. 10 показана эффективность обнаружения разладки сопоставлением точек разладки, найденных по ряду оценки локальной фрактальной размерности и по исходному ряду для модельных сигналом методом АКС.

Таблица 10

Эффективность обнаружение разладки в модельных сигналах с использованием индекса фрактальности

№	Ряд	Е ср.	Улучшение (%)
1	Henon(2500)-Ikeda(1500)	1,66	-1,40
2	AR1	3,75	2,53
3	AR2	-3,86	15,06
4	AR3	47,28	8,72
5	AR4	10,87	5,47
6	AR5	-0,04	0,00
7	AR6	-8,00	16,00
8	AR9	-49,80	29,00
9	AR10	-5,65	7,65

10	AR11	-11,60	-11,50
11	AR12	-1,28	15,13
12	AR13	12,58	14,68
13	AR15	-51,50	23,68
14	AR16	-7,53	3,31
15	AR17	2,01	20,08
16	AR18	12,75	12,15
17	AR19	30,22	5,32
	Среднее улучшение		9,37%

Здесь $E_{ср.}$ – средняя ошибка обнаружения точки разладки, выполненных по исходному сигналу и производному ряду локальной фрактальной размерности. Улучшение – насколько увеличилась точность обнаружения по сравнению с методом обнаружения по исходному сигналу.

Проверим точность обнаружения предложенного метода в зависимости от момента возникновения разладки в анализируемом сигнале. Для примера возьмем сигнал AR20, состоящий из двух компонентов:

- а. ARW11: $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,1 + 0,5\rho$;
- б. ARW12: $x_i = 0,79x_{i-1} + 0,103 + 0,53\rho$.

Общая длина сигнала – 1000 отсчетов. Здесь $x_0 = 0,2$, $\rho = \varepsilon^2$, ε – равномерно распределенное случайное число от -1 до 1. Используются средние значения полученные по 1000 независимых испытаний. Относительные ошибки обнаружения разладки различными методами в зависимости от момента возникновения разладки представлены в табл. 11.

Таблица 11

Относительные ошибки обнаружение разладки в модельном сигнале AR20 в зависимости от момента возникновения разладки

D	АКС	ПМИР	АБД	ФА	СА	МА	ДА
900	0,427	0,428	0,417	0,365	0,395	0,392	0,393
800	0,304	0,363	0,297	0,277	0,281	0,295	0,278
700	0,244	0,343	0,237	0,187	0,185	0,241	0,184
600	0,198	0,338	0,194	0,177	0,132	0,206	0,126
500	0,180	0,321	0,181	0,172	0,127	0,210	0,125
400	0,199	0,327	0,197	0,201	0,156	0,206	0,157
300	0,237	0,351	0,242	0,248	0,223	0,278	0,227
200	0,299	0,366	0,306	0,344	0,313	0,332	0,311
100	0,397	0,470	0,400	0,433	0,415	0,461	0,419

Среднее	0,276	0,368	0,275	0,267	0,247	0,291	0,247
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Как видно, в среднем относительная ошибка меньше на несколько процентов при измерении как по среднему между оценкой по исходному сигналу и ряду индекса фрактальности, так и просто по индексу фрактальности. Наибольший эффект применения индекса фрактальности достигается, когда разладка происходит ближе к центру анализируемого сигнала, в этом случае точность повышается в среднем на 5-6%.

2.3.4. Распределение оценок моментов разладки

Важно отметить следующий момент. Так как необходимо моделировать строго последнюю сформировавшуюся динамику, то обучающее множество для предиктора не должно содержать фрагменты сигнала, являющиеся реализациями более ранних динамических систем, потому что в этом случае моделируемая динамика будет иметь более сложное поведение, чем реальная последняя сформировавшаяся квазистабильная динамика. И фактически будет не адекватна ей. Поэтому главным критерием для сравнения точности является не относительная ошибка взятая по модулю, положение найденного момента относительно реального, с учетом справа или слева он находится. Т.е. если найденный момент разладки оказывается левее реального (произошел раньше, чем на самом деле), то в обучающее множество попадет фрагмент сигнала, не принадлежащий последней сформировавшейся динамике. Это скорее всего приведет к тому, что будет смоделирована неверная динамика, неадекватная реальной. Что с высокой вероятностью ухудшит прогноз, особенно, если прогноз рекурсивный.

С другой стороны, если оценка момента справа от реального (т.е. позднее чем на самом деле), то для обучения предиктора (построения модели) используется строго фрагмент сигнала, являющийся реализацией последней квазистабильной динамической системы. Поэтому построение

адекватной модели, а значит и более точного и надежного прогноза более вероятно. Однако оценка справа должна быть максимально близка к реальному моменту, т.к. чем больше обучающих примеров, тем выше будет обобщающая способность аппроксиматора и нейронной сети в частности. Особенно это важно для коротких временных выборок сигнала, когда даже не большое дополнительное число примеров может существенно изменить качество модели.

Оценим, как распределены оценки моментов разладки для сложных стохастических сигналах при обнаружении по исходному сигналу и по ряду индекса фрактальности на примере двухкомпонентного сигнала AR0-5. Рассмотрим 3 положения момента разладки – в начале сигнала, в середине и в конце. Для каждого случая подсчет ведется по 1000 независимых испытаний.

На рис. 28 показано распределение оценок моментов разладки полученных методом АКС по исходному сигналу, при реальной разладке на 100-м отсчете. Как видно, наибольшее число оценок попадает в диапазон от 50 до 150, что соответствует пределам относительной ошибки от -10% до 10%. Дальше значительная часть наблюдений находится правее реального момента разладки.

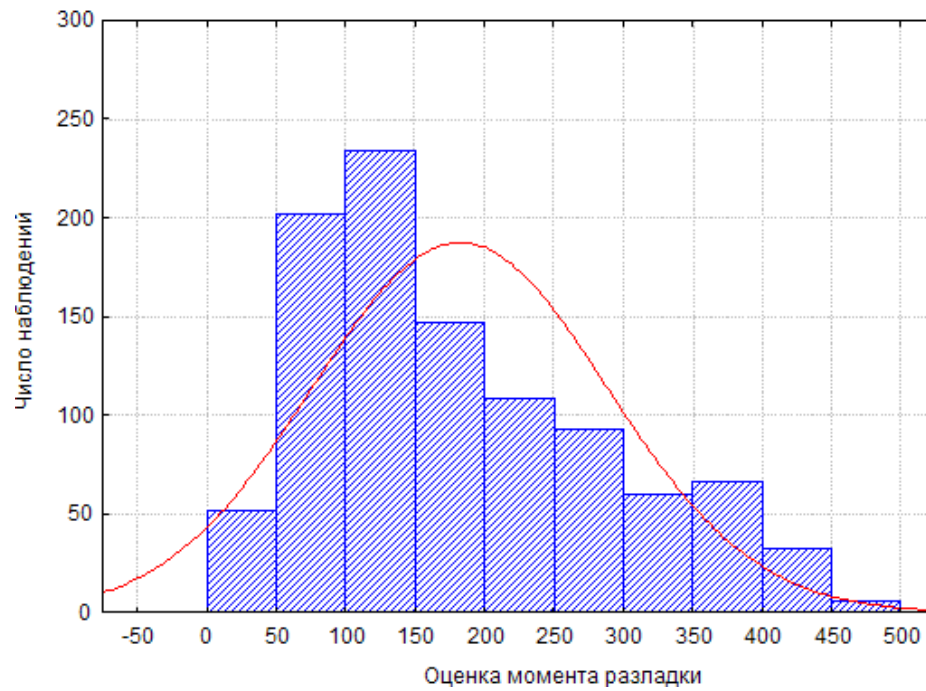


Рис. 28. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 методом АКС (разладка на 100-м отсчете)

На рис. 29 показано распределение оценок моментов разладки полученных методом АКС по производному ряду оценки локальной фрактальной размерности, при реальной разладке на 100-м отсчете.

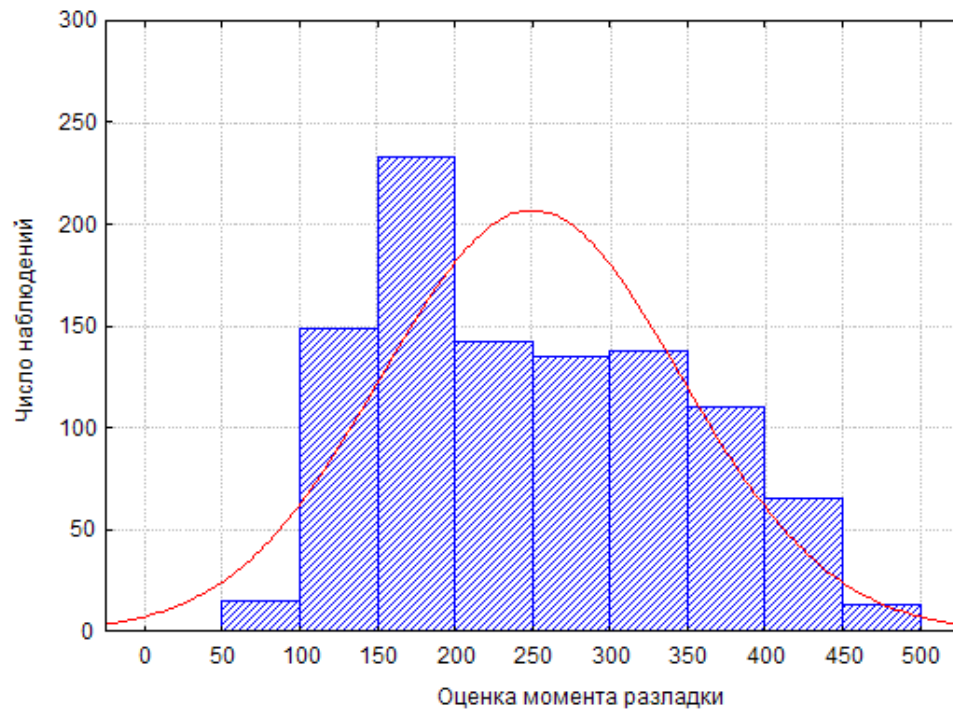


Рис. 29. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 по индексу фрактальности (разладка на 100-м отсчете)

Здесь выраженный максимум наблюдений приходится на диапазон 150-200. Второе место по частоте попаданий – диапазон 100-150. Это соответствует пределам относительной ошибки от 0% до +20%. Также значительная часть приходится на оценки справа.

Сравнивая распределения для оценок полученных по исходному сигналу и по ряду индекса фрактальности, делаем вывод что в абсолютном выражении относительные ошибки обнаружения разладки меньше при обработке исходного сигнала, однако качественнее в плане минимизации захвата «чужой» динамики оценки получаемые по индексу фрактальности (т.к. в левую область попадает минимальное число наблюдений). Также стоит отметить что оценки полученные по исходному сигналу более кучные, чем по индексу фрактальности.

Дальше проведем аналогичную процедуру для разладки, происходящей в середине наблюдаемого сигнала, т.е. на 250 отсчете. Распределения оценок моментов приведены соответственно на рис. 30 для обнаружения по исходному сигналу и на рис. 31 для обнаружения по индексу фрактальности.

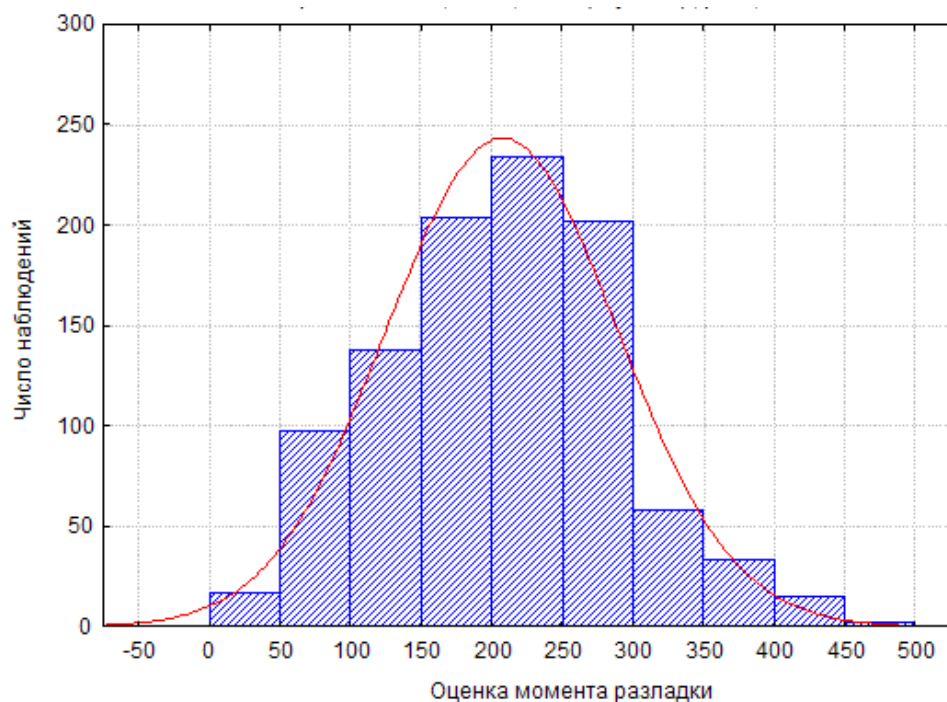


Рис. 30. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 методом АКС (разладка на 250-м отсчете)

Как можно заметить, большая часть оценок выполненных по исходному сигналу попадает в левый диапазон, т.е. происходит захват «чужой» динамики. Максимумы распределений лежат в диапазоне 150-300, что соответствует диапазону относительных ошибок от -20% до +10%.

Оценки же выполненные по индексу фрактальности ряда, напротив дают смещение вправо от реального момента разладки. Наибольшее число наблюдений лежит в диапазоне от 250 до 350, что соответствует диапазону относительных ошибок от 0% до +20%. Также как и в предыдущем случае, оценки по индексу фрактальности более «размытые» по диапазону попадания, чем полученные по исходному сигналу.

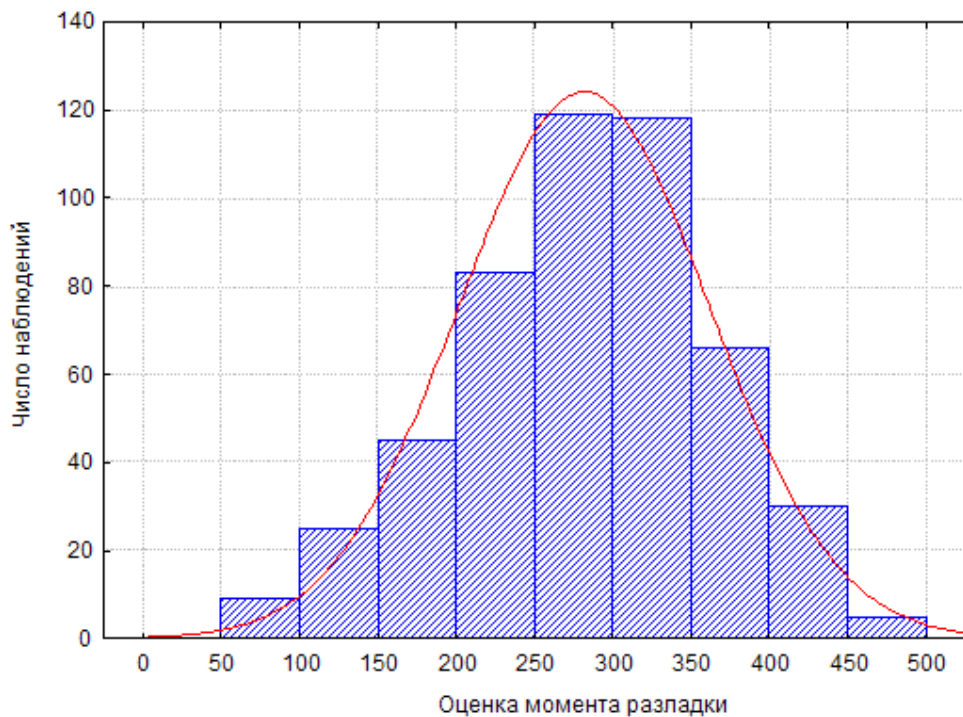


Рис. 31. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 по индексу фрактальности (разладка на 250-м отсчете)

Дальше проведем аналогичную процедуру для разладки, происходящей в конце наблюдаемого сигнала – на 400-м отсчете. Распределения оценок моментов приведены соответственно на рис. 32 для обнаружения по исходному сигналу и на рис. 33 для обнаружения по индексу фрактальности.

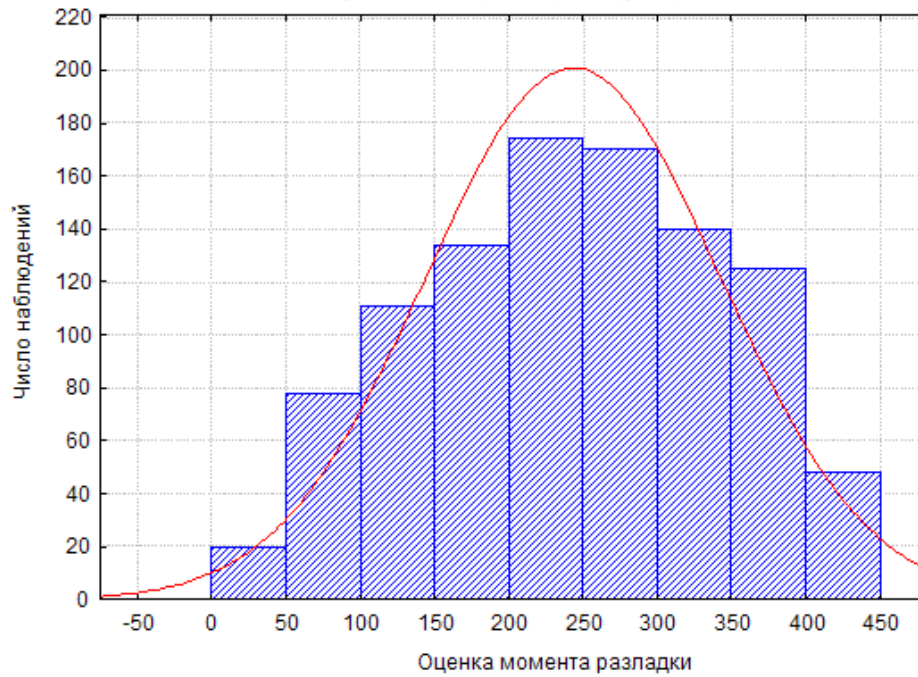


Рис. 32. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 методом АКС (разладка на 400-м отсчете)

Анализ распределения для моментов оцененных по исходному сигналу показывает, что максимум наблюдений приходится на центральную часть сигнала. Стоит отметить крайне низкое попаданий в правую часть от реального момента разладки. Диапазон с наибольшим попаданием от 250 до 400, что соответствует диапазону относительных ошибок от -30% до +10%.

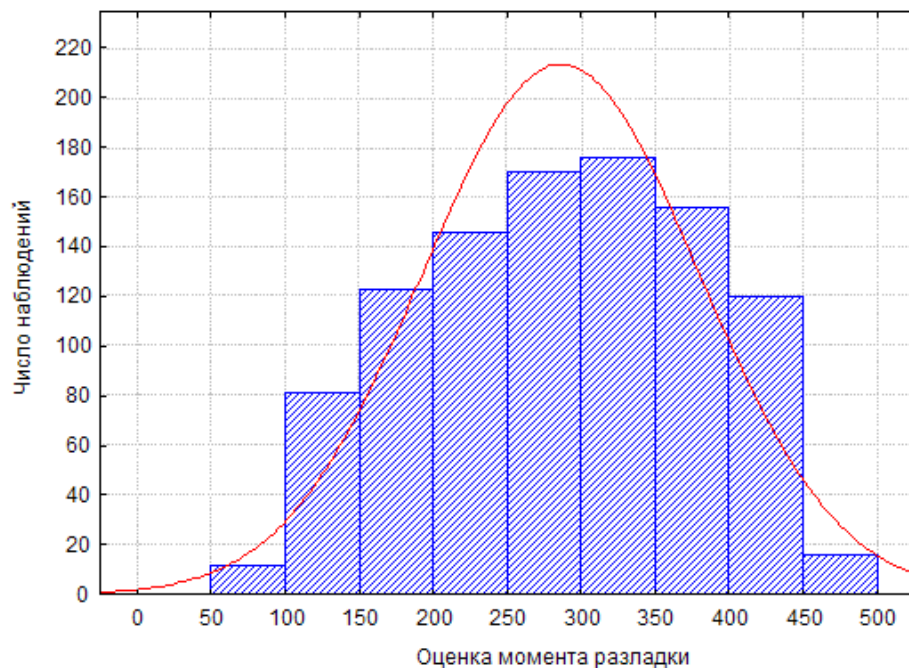


Рис. 33. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 по индексу фрактальности (разладка на 400-м отсчете)

Оценки по индексу фрактальности более смещены вправо, диапазон с наибольшими наблюдениями от 250 до 400, так же как и по исходному сигналу, однако абсолютное число попаданий больше.

2.3.5. Способы оценки момента разладки в сложном сигнале

Исходя из выше изложенного, можно предложить формулы оценки момента возникновения смены динамики сигнала на основе обнаружения разладки в нем и производном ряде оценки локальной фрактальной размерности, в зависимости от ситуации (длины анализируемого фрагмента). Итак, момент возникновения разладки (номер отсчета) определяется как

$$t_d = \max(t_o, t_f), \quad (5)$$

где t_o – оценка момента разладки по исходному сигналу (номер отсчета); t_f – оценка момента разладки по производному от исходного сигнала ряду индекса фрактальности. Применение возможно если $t_l - \text{any}(t_o, t_f) \geq L_{\min}$, где t_l – номер отсчета последнего наблюдения сигнала; $\text{any}()$ – функция возвращающая любой из своих аргументов; L_{\min} – минимальное число примеров обучения, необходимое для моделирования сигнала данного уровня сложности (стохастичности) исходя из всего числа доступных примеров. Данная величина определяется эмпирически, может быть от нескольких десятков, до нескольких тысяч. Такой выбор оценки момента гарантированно минимизирует длину «чужого» фрагмента сигнала, однако он может дать сильно завышенную оценку.

Поэтому в случаях, когда длина обучающего множества может сыграть ключевую роль, оценка момента разладки определяется как

$$t_d = \frac{t_o + t_f}{2}, \quad (6)$$

т.е. берется среднее значение. И наконец, минимизация «захвата» «чужого» фрагмента при максимизации обучающего множества дает оценку

$$t_d = \frac{\frac{t_o + t_f}{2} + \max(t_o, t_f)}{2}, \quad (7)$$

т.е. берется среднее между средним по найденным разладкам и максимальной оценкой.

Сравним предложенные оценки на примере модельного сигнала AR0-5. Для этого посчитаем по каждой формуле число оценок моментов слева и справа от реального, и среднюю относительную ошибку для каждой стороны (слева и справа) по 1000 независимых наблюдений (по которым строились распределения оценок моментов разладки).

Результаты расчетов при разладке на 100-м отсчете показаны в табл. 12. Для методов использованы следующие обозначения: АКС – обнаружение разладки по исходному сигналу методом АКС;

Таблица 12

Сравнение различных оценок момента разладки (разладка на 100-м отсчете) для ряда AR0-5

Метод	Число попаданий слева	Число попаданий справа	Ср. отн. ошибка слева	Ср. отн. ошибка справа
АКС	247	753	0,06212145	0,2396097
Максимум	1	999	0,014	0,3645925
Среднее	22	978	0,02209091	0,2379132
Минимаксный	7	993	0,01235714	0,3003926

Максимум – выбирается максимальная (правая) оценка из методов АКС и по индексу фрактальности по формуле (5); Среднее – среднее значение по моменту разладки в исходном сигнале и ряде индекса фрактальности по формуле (6); Минимаксный – среднее между максимальной оценкой и средней по формуле (7). На рис. 35 показано распределение по числу попаданий оценок вправо или влево для различных способов оценки при разладке на 100-м отсчете.

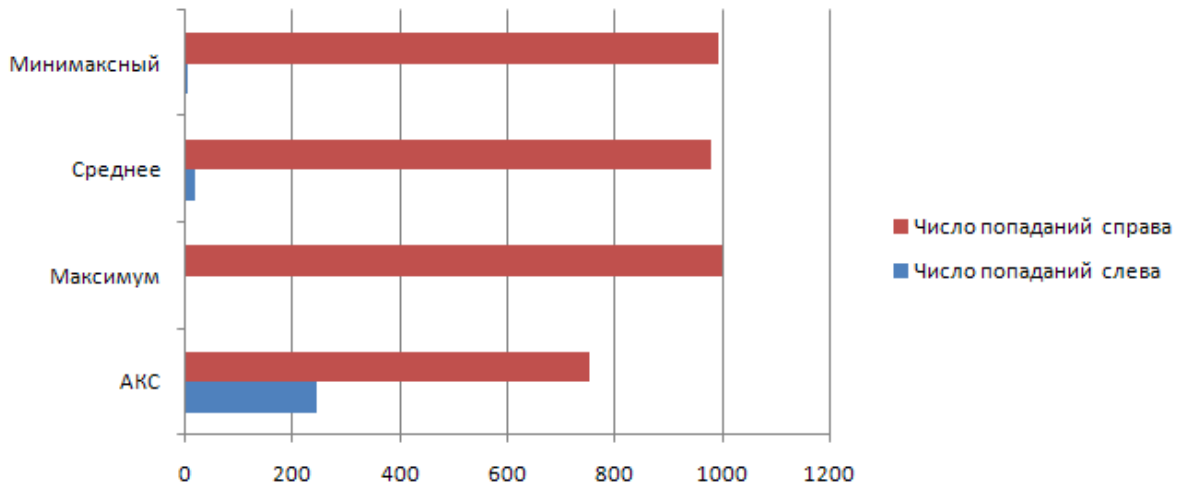


Рис. 34. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 100-м отсчете)

На рис. 35 показаны средние относительные ошибки (отклонения) от истинного момента разладки для каждой стороны для предложенных способов оценки.

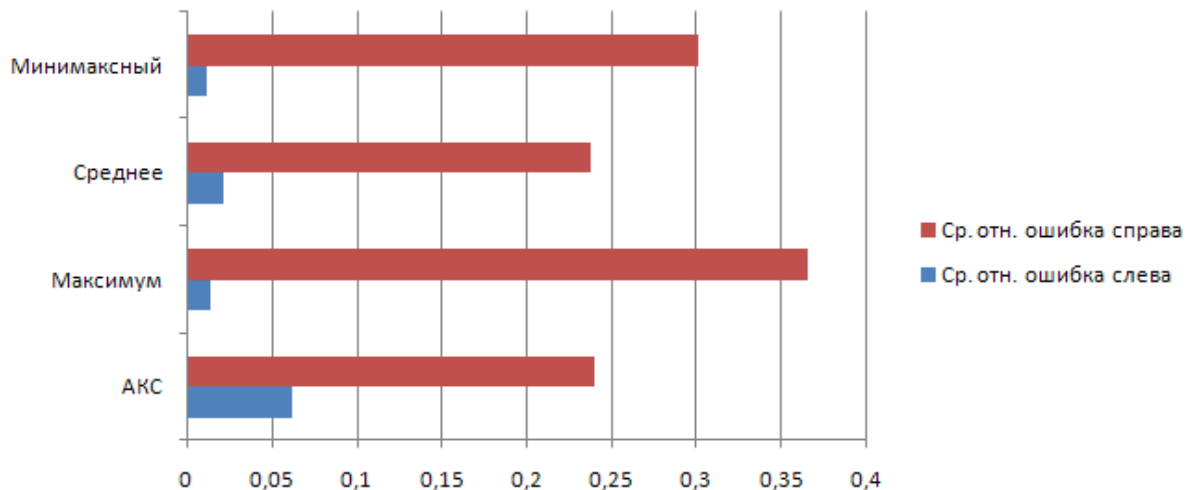


Рис. 35. Средние относительные ошибки оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 100-м отсчете)

Анализ показывает, что выбор оценки по среднему значительно увеличивает число попаданий вправо, не увеличивая (а даже чуть уменьшая) среднюю относительную ошибку справа, но при этом вдвое сокращается ошибка слева. Простым смещением оценки АКС вправо таких результатов добиться не удастся, т.к. уменьшение средней относительной ошибки слева увеличит такую ошибку справа.

Максимум и минимаксный методы имеют значительную ошибку справа, поэтому их применение возможно при достаточной длине сигнала для построения модели.

Результаты расчетов для момента разладки по центру сигнала приведены в табл. 13.

Таблица 13

Сравнение различных оценок момента разладки (разладка на 250-м отсчете) для ряда AR0-5

Метод	Число попаданий слева	Число попаданий справа	Ср. отн. ошибка слева	Ср. отн. ошибка справа
АКС	680	320	0,1689648	0,09373747
Максимум	206	794	0,08332036	0,1417531
Среднее	543	457	0,094919	0,08277024
Минимаксный	353	647	0,07934136	0,1064049

На рис. 36 показано распределение по числу попаданий оценок вправо или влево для различных способов оценки при разладке на 250-м отсчете.

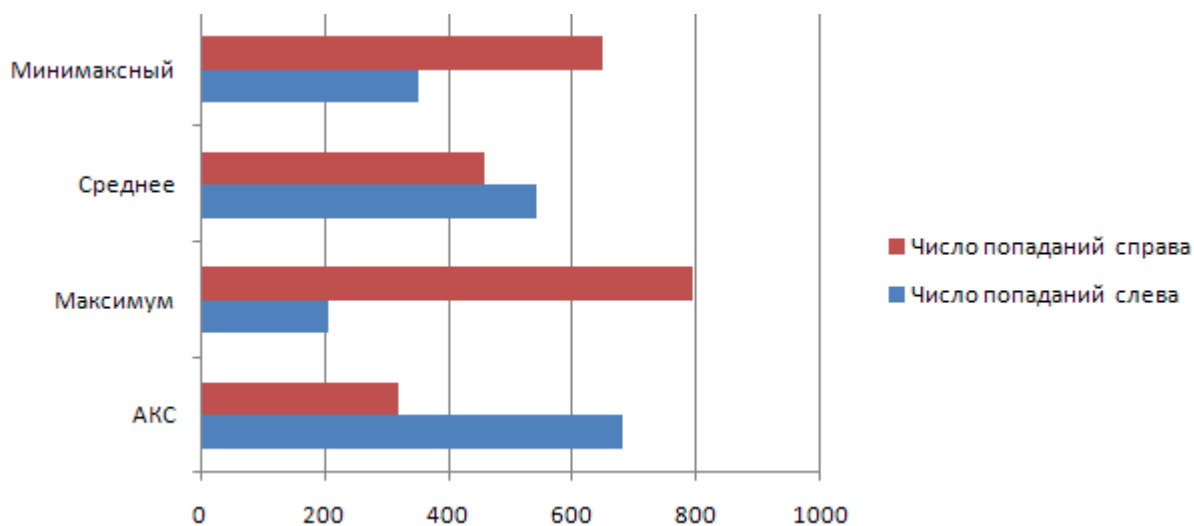


Рис. 36. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 250-м отсчете)

На рис. 37 показаны средние относительные ошибки (отклонения) от истинного момента разладки для каждой стороны для предложенных способов оценки.

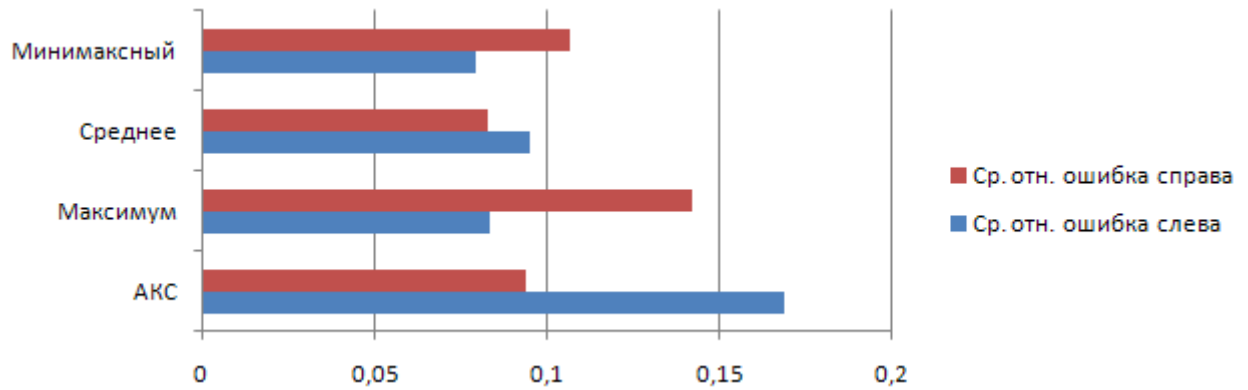


Рис. 37. Средние относительные ошибки оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 250-м отсчете)

Анализ относительных ошибок и распределений показывает, что выбор оценки по среднему значительно увеличивает число попаданий вправо, уменьшает среднюю относительную ошибку справа, почти вдвое сокращает ошибку слева. Опять же простым смещением оценки АКС вправо таких результатов добиться не удастся, т.к. уменьшение средней относительной ошибки слева увеличит такую ошибку справа.

Минимаксный метод не сильно увеличивает ошибку справа относительно метода по среднему (с 8% до 10%), но почти на 35% уменьшает число попаданий влево (и соответственно на столько же увеличивает число попаданий вправо), а также имеет минимальную относительную ошибку слева из рассмотренных способов оценки.

Метод по максимуму как и в предыдущем примере имеет значительную ошибку справа.

Результаты расчетов для момента разладки в конце сигнала приведены в табл. 14.

Таблица 14

Сравнение различных оценок момента разладки (разладка на 400-м отсчете) для ряда AR0-5

Метод	Число попаданий слева	Число попаданий справа	Ср. отн. ошибка слева	Ср. отн. ошибка справа
АКС	950	50	0,3304841	0,02096
Максимум	821	179	0,1962922	0,04322907
Среднее	981	19	0,275629	0,02373684
Минимаксный	957	43	0,2225578	0,03043023

На Рис. 38 показано распределение по числу попаданий оценок вправо или влево для различных способов оценки при разладке на 400-м отсчете.

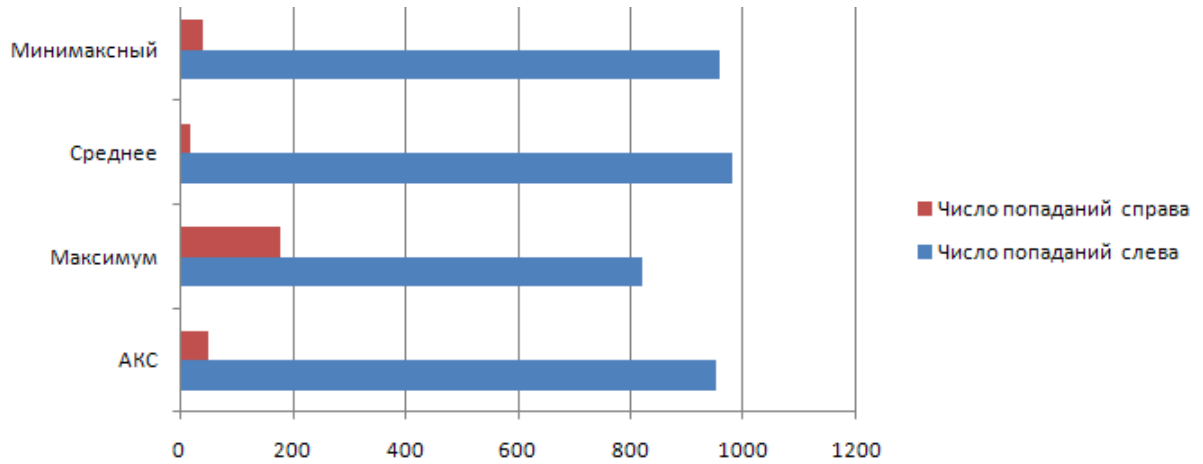


Рис. 38. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 250-м отсчете)

На рис. 39 показаны средние относительные ошибки (отклонения) от истинного момента разладки для каждой стороны для предложенных способов оценки.

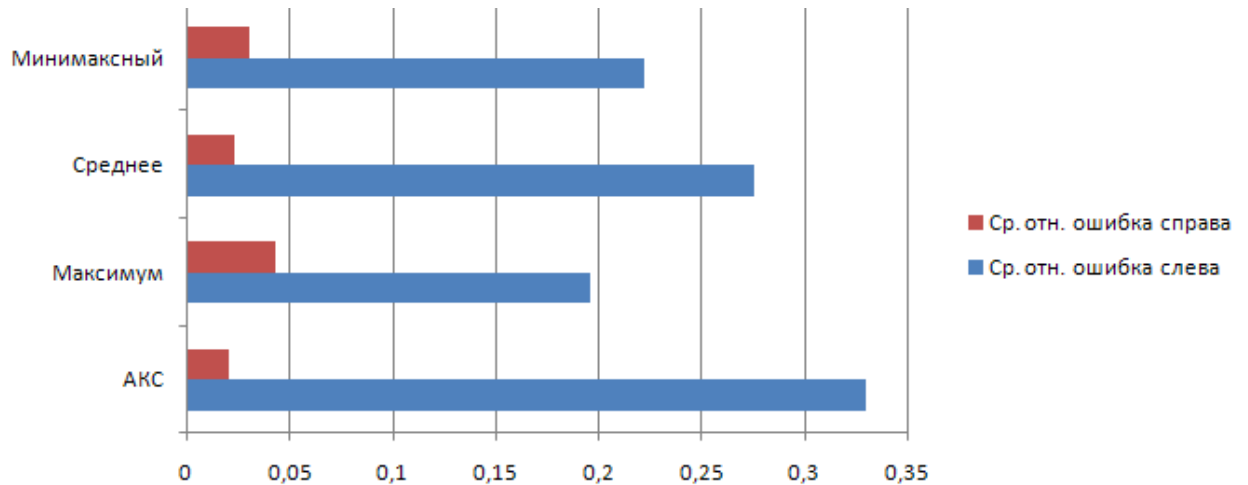


Рис. 39. Средние относительные ошибки оценок моментов разладки в сигнале AR0-5 для различных способов оценки (разладка на 400-м отсчете)

В этом случае метод по среднему чуть ухудшает показатели и более предпочтителен минимаксный метод. Однако в целом только максимальный метод дает наибольшее число попаданий в правую часть.

2.4. Определение степени уверенности обнаруженной разладки в сигнале

Так как на сложном сигнале даже на постоянной динамике методы обнаружения могут давать ложные сигналы, предложен метод определения степени уверенности (достоверности) обнаружения разладки. Главный принцип метода – в случае истинной смены динамики, график решающей функции метода обнаружения $Y(t)$ имеет один ярко выраженный глобальный экстремум, максимум $e_{\max} = |Y(t)|_{\max}$. Пример показан на рис. 40. Здесь изображен график решающей функции метода АКС, рассчитанного по индексу фрактальности сигнала AR1. Данный сигнал состоит из последовательности реализаций двух ДС. Первая реализация соответствует ДС, заданной отображением $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$ (сигнал ARW1). Длина этого первого фрагмента 3000 отсчетов. Вторая реализация соответствует отображению $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + 1,45\varepsilon$ (сигнал ARW2). Длина этого фрагмента 2000 отсчетов. Таким образом в сложном сигнале AR1 смена динамики сигнала происходит на 3000-м отсчете, что и показывает максимум решающей функции на рис. 40.

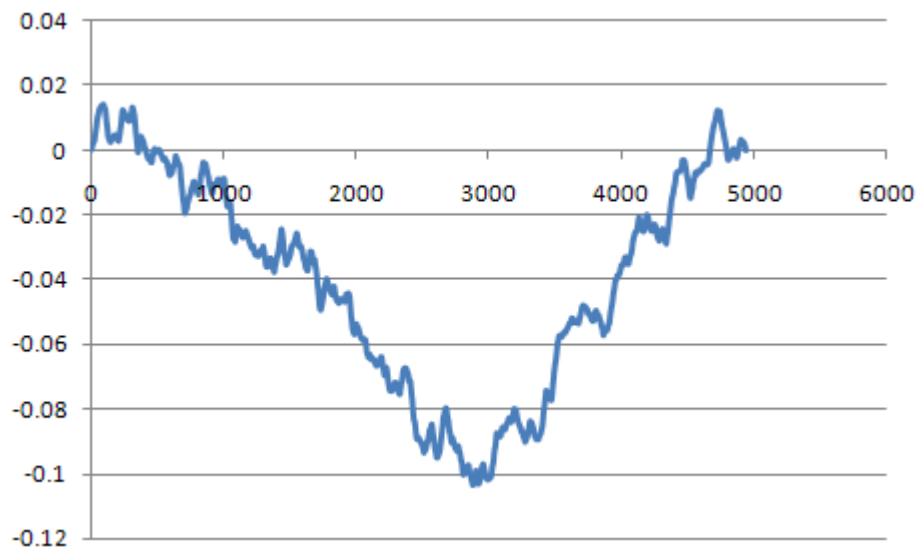


Рис. 40. Решающая функция обнаружения разладки методом АКС для производного от сигнала AR1 индекса фрактальности

В случае анализа хаотического сигнала с однородной динамикой, например отображения Хенона, или процесса авторегрессии первого порядка, график будет иметь несколько выраженных экстремумов $e_1, e_2 \dots e_{\max}$, (указаны по возрастанию абсолютные значения) относительно не сильно отличающихся друг от друга по значению. e_{\max} – максимальное абсолютное значение решающей функции $Y(t)$ (положение по времени соответствует моменту разладки в сигнале). Под выраженным понимается такой локальный экстремум e_v , что $e_v \geq qe_{\max}$, $0 < q < 1$, и слева и справа существуют противоположные по знаку экстремумы e_l и e_r , относительная разница между которыми больше или равна p , т. е. $|(e_l - e_v)/e_v| \geq p$, $|(e_r - e_v)/e_v| \geq p$. Причем между рассматриваемым экстремумом e_v и соседними e_l и e_r нет экстремума того же знака что и у e_v , меньшего, чем e_v . В качестве выраженных рассматриваются локальные максимумы там где $Y(t) > 0$ и минимумы там где $Y(t) < 0$.

Пример на рис. 41. Решающая функция метода АКС построенная для индекса фрактальности сигнала, представленного как реализация ДС, заданной отображением $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$ (сигнал ARW1). Данный сигнал имеет постоянную динамику (так как формула отображения не изменяется), однако по формальному признаку разладка определяется, потому что решающая функция имеет максимум по абсолютному выражению (соответствует точке 1560). Однако как можно заметить, характер решающей функции значительно изменился по сравнению с предыдущим примером. Максимум не так хорошо выражен, график стал более зазубренным. Все это признаки того, что разладки в сигнале, понимаемой как смена динамики, не происходит.

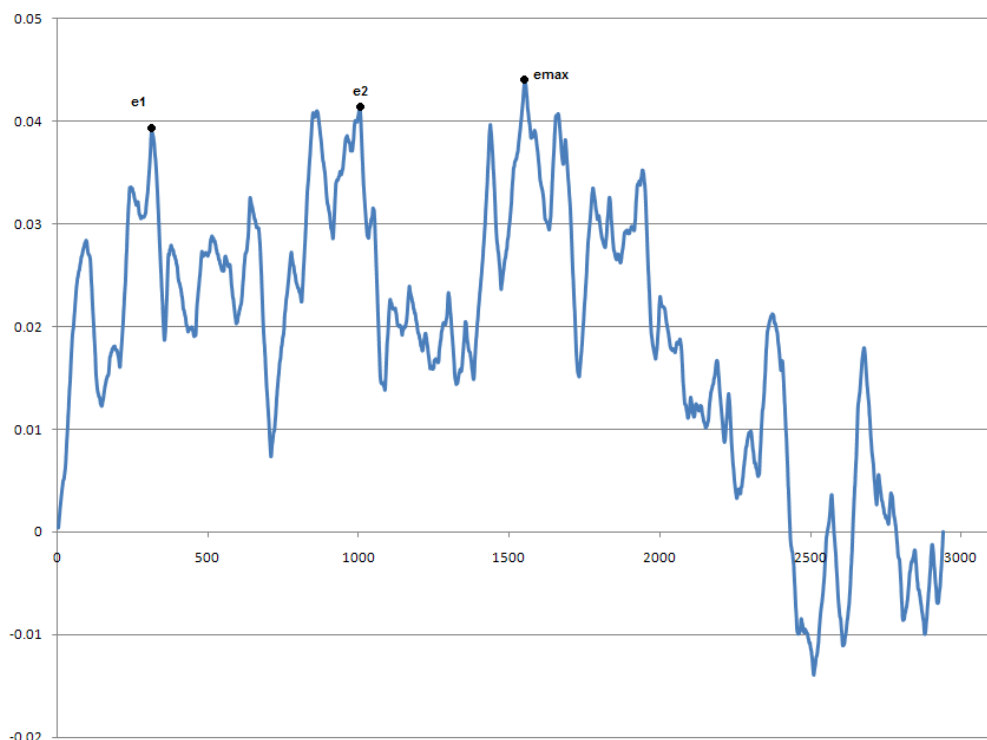


Рис. 41. Решающая функция обнаружения разладки методом АКС для производного от сигнала ARW1 индекса фрактальности

Поэтому степень достоверности разладки определяется как

$$c(p, q) = 1 / N_{p,q} \times 100\% , \quad (8)$$

где p и q – пороги значимости экстремума, $N_{p,q}$ – количество экстремумов удовлетворяющих порогам p и q . Для сигналов анализируемых в работе использованы значения $q = 0.7$ $p = 0.5$. Точками на рис. 41 отмечены значимые экстремумы. Соответственно степень уверенности в разладке $c(0.5, 0.7) = \frac{1}{3} \times 100\% = 33,33\%$. Тогда как степень уверенности в разладке на рис. 40 равна 100%. Проведенные эксперименты на других двухкомпонентных стохастических рядах авторегрессии первого порядка показали сходные результаты.

Основные результаты и выводы по второй главе

1. В результате исследования выбрана характеристика сигнала – фрактальность, адекватно отражающая изменение динамики

сложного сигнала или аттрактора генерирующей ДС. Определено, что искать разладку нужно по производному от сигнала ряду локальной фрактальной размерности.

2. Обоснована возможность применения индекса фрактальности в качестве оценки локальной фрактальной размерности сигнала.
3. Предложен метод обнаружения границы реализации динамических систем как обнаружение разладки в производном от исходного наблюдаемого сигнала ряде локальной фрактальной размерности. Показана его адекватность.
4. Предложены способы оценки момента разладки для минимизации захвата «чужого» фрагмента сигнала, с использованием обнаружения разладки в локальной фрактальной размерности сигнала.
5. Предложен метод определения степени достоверности обнаруженной разладки, показана его адекватность.

По результатам проведенных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. АКС и АБД имеют одинаковую эффективность. Графики их решающих функций полностью коррелированы.
2. ПМИР значительно уступает АКС и АБД по точности для рассмотренных сложных сигналов.
3. Так как АКС несколько быстрее, он будет использоваться в качестве основного метода обнаружения разладки.

3. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕНИ ДОСТИЖЕНИЯ ПОРОГА ИЗМЕНЕНИЯ СИГНАЛА И ЛОКАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ

В данной главе предлагаются новые методы для решения задачи прогнозирования сложных сигналов. Особенностью является использование такой характеристики, как время между наблюдаемыми отсчетами. В большинстве работ по анализу и прогнозированию сигналов предполагается, что сигнал наблюдается через равные промежутки времени. Однако для сложных сигналов такое предположение может быть невыполнимым.

Предлагается основной метод – на основе ряда времени достижения заданного порога изменения сигнала, и дополнительный – на основе классификации экстремумов сигнала заданного порога. Оба метода используют фрагмент ретроспективы сигнала для обучения. Преимуществом является то, что разработанные методы можно применять совместно в составе комитета экспертов, что позволит выполнять более надежный прогноз. Оба метода предполагают предварительное обнаружения границы реализации динамических систем в ретроспективе сигнала, с тем, чтобы выбрать для обучения фрагмент сигнала, соответствующий последней сформировавшейся динамике (реализации ДС).

3.1. Прогнозирование на основе анализа времени достижения порога изменения сигнала

В основу метода положено преобразование исходного сигнала в ряд времени достижения порога изменения p . Преобразование к ряду времени достижения порога изменения, позволяет с одной стороны агрегировать сигнал без потери существенной информации о нем, во-вторых, подойти к задаче прогнозирования с другой точки зрения. В частности, прогнозировать не следующее значение сигнала, а время, через которое изменение сигнала превысит известный порог [55,56,57,58].

Т.е. исходный сигнал преобразовывается следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t) &\equiv \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \rightarrow x' \equiv \{x'_1, x'_2, \dots, x'_{N'}\}, \\ x_i &= x(t_i), \quad i = 1 \dots N, \quad x'_j = x(t'_j), \quad j = 1 \dots N', \\ |(x'_i - x'_{i-1}) / x'_{i-1}| &\geq p, \quad p > 0, \quad i = 2, 3, \dots, N', \\ \tau &= \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{N'-1}\}, \quad \tau_i = t'_{i+1} - t'_i, \quad i = 1 \dots N'-1, \end{aligned} \quad (9)$$

где N – число отсчетов в исходном сигнале, x' – преобразованный сигнал, где оставлены только те значения, относительная разница между которыми превышает порог p , N' – число отсчетов в преобразованном сигнале, τ – ряд времени достижения заданного порога изменения, где каждое значение означает время, которое потребовалось сигналу для того, чтобы превысить порог изменения p .

Рассматривается одномерное наблюдение, т.к. в случае многомерного сигнала по другим компонентам будет происходить выборка с обработкой в зависимости от физического смысла компонента вектора. Например, если рассматривается такой многомерный сигнал, как курс ценной бумаги, то помимо главного сигнала – цены, есть сопутствующий компонент – объем сделки, выраженный в числе акций проданных/купленных по данной цене. При преобразовании такого сигнала в ряд времени достижения заданного порога изменения логично суммировать объемы сделок, произошедших за время, которое потребовалось для того чтобы цена изменилась на заданный порог. Если рассматривается многомерный сигнал как динамика числа пожаров и суммарная уничтоженная огнем площадь по годам, то для второго компонента может иметь смысл не общая сумма уничтоженной площади, а максимальная площадь по данному году, входящему в диапазон времени, которое потребовалось чтобы сигнал изменился на заданный порог.

Для примера рассмотрим сигнал ARW1, который задается отображением: $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 1,5\varepsilon$, $x_0 = 0.02$ (см. рис. 42).

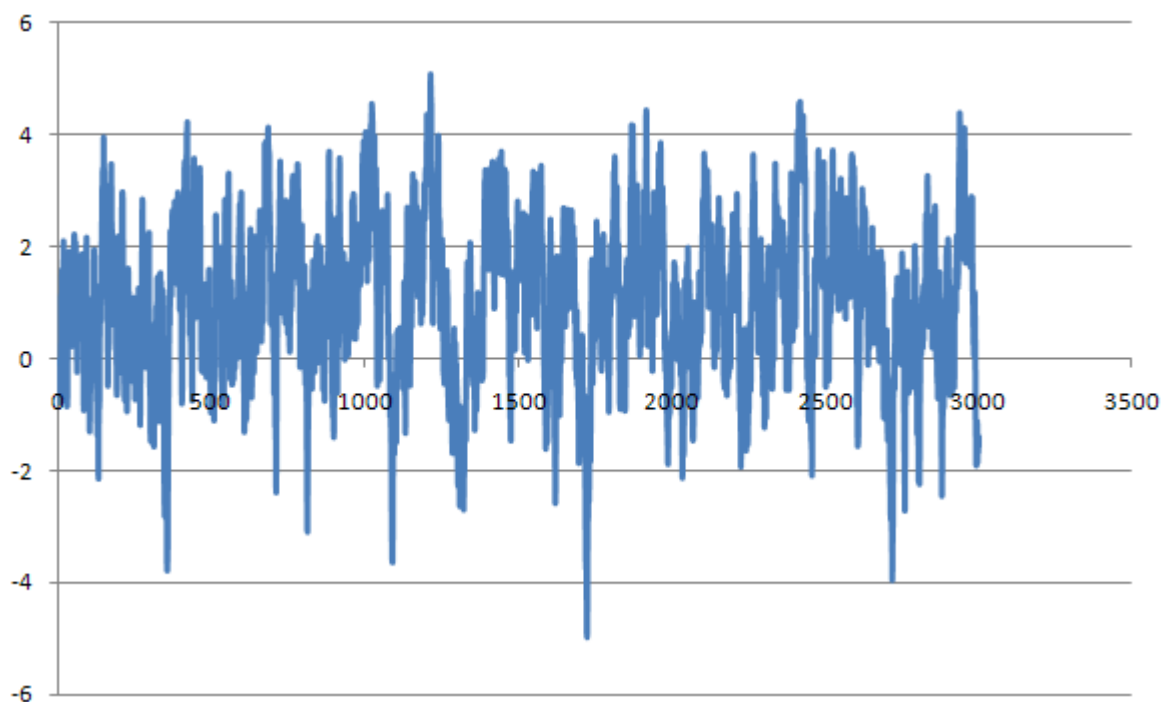


Рис. 42. Сигнал ARW1

Ряд времени достижения порога изменения $p = 100\%$ для данного сигнала показан на рис. 43. Подразумевается, что каждый отсчет в сигнале ARW1 идет через единичный интервал времени.

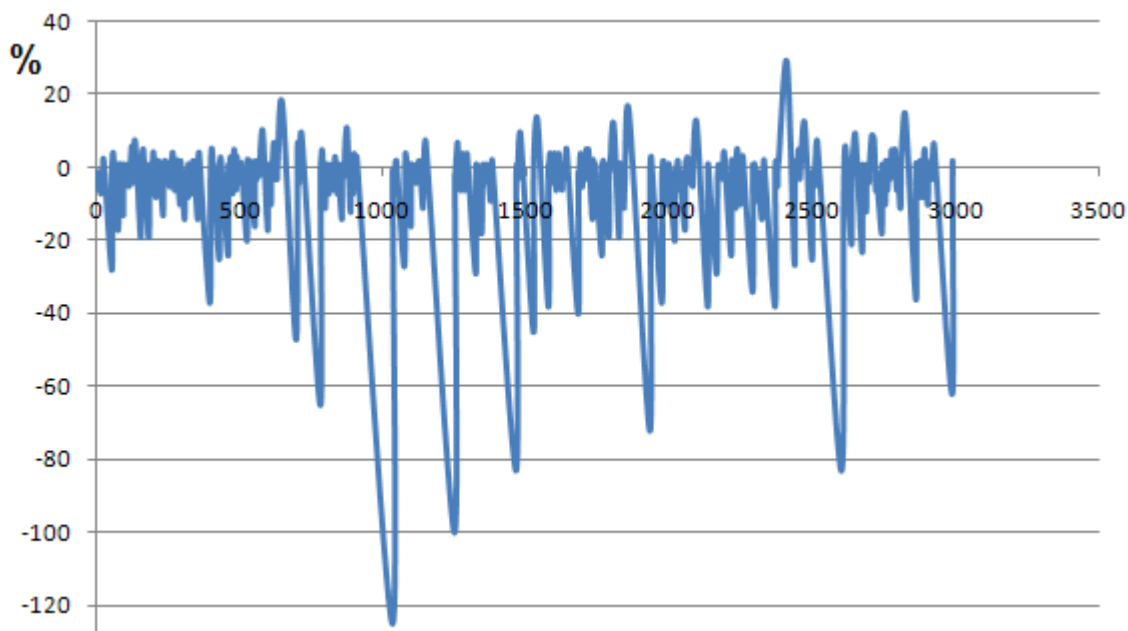


Рис. 43. Ряд времени достижения порога изменения $p=100\%$ для сигнала ARW1

Положительное значение времени достижения означает что сигнал увеличиться, отрицательное – уменьшиться через такое время.

Отсчеты сигнала ARW1, изменения между которыми превышают или равны порогу изменения $p = 100\%$ показаны на рис. 44. Отсчеты стоят на соответствующих местах на временной шкале, также как и на графике, показанном на рис. 43.

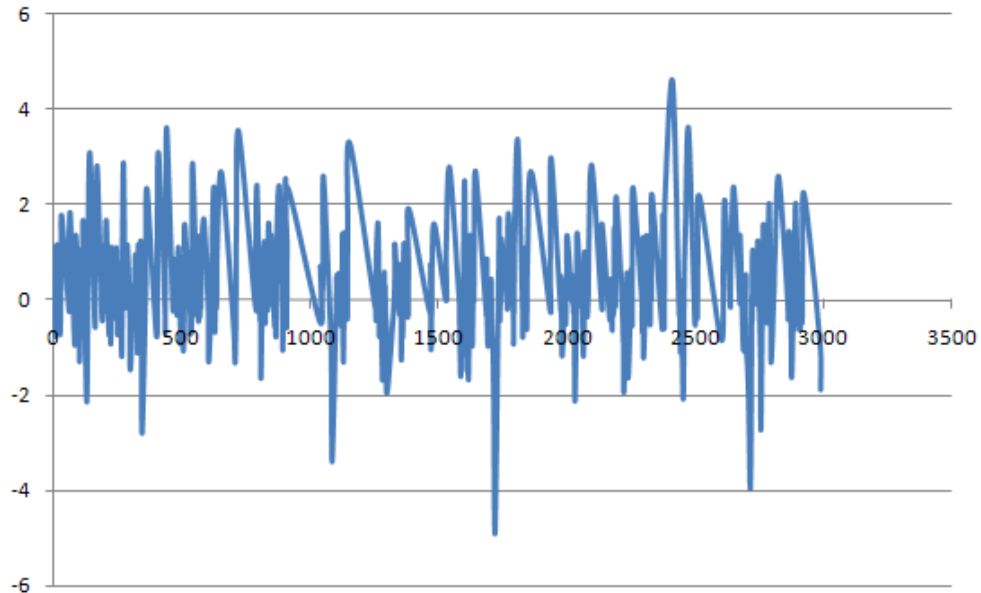


Рис. 44. Значения сигнала ARW1, изменения между которыми превышает или равно порогу $p=100\%$

Как видно, сигнал стал более гладким по сравнению с исходным на рис. 42.

Прогнозирование осуществляется 2-х слойным персептроном с линией задержки на входе. Также такой метод позволяет выполнять комбинированное прогнозирование, которое включает в себя:

1. Оценка по x' следующего значения $x'_{N'+1}$;
2. Оценка по τ следующего значения $\tau_{N'+1}$;
3. Сравнение $sign(\tau_{N'+1})$ и $sign(x'_{N'+1} - x'_{N'})$.

Сопоставление результатов, выполненных по рядам x' и τ позволяет увеличить степень надежности прогноза, так как совпадение знаков изменения величины говорит о высокой степени его достоверности.

Для моделирования сложного сигнала будем рассматривать сигнал AR1:

1-й фрагмент которого задается отображением: $x_i = 0.9x_{i-1} + 0.1 + 1.5\varepsilon$, длиной 3000 отсчетов, а 2-й фрагмент есть реализация ДС заданной отображением: $x_i = 0.8x_{i-1} + 0.105 + 1.45\varepsilon$, длиной 2000 отсчетов. Результаты прогнозирования ряда времени достижения порога изменения при $p = 100\%$, когда в качестве обучающего множества подается только ретроспектива ряда времени достижения порога изменения показаны на рис. 45. Результаты представлены в табл. 15.

Таблица 15

№	Реальное значение	Прогноз	Ошибка (%)	Знак
	-1	-0,681905861	31,80941394	+
	1	-0,430453418	143,0453418	-
	-1	-1,031922054	3,192205395	+
	-2	-0,734995412	63,2502294	+
	1	-0,138209461	113,8209461	-
	-3	-0,844184288	71,86052374	+
	1	-0,110448158	111,0448158	-
	-1	-0,721085993	27,89140072	+
	1	-0,66999083	166,999083	-
	-2	-1,093453979	45,32730103	+

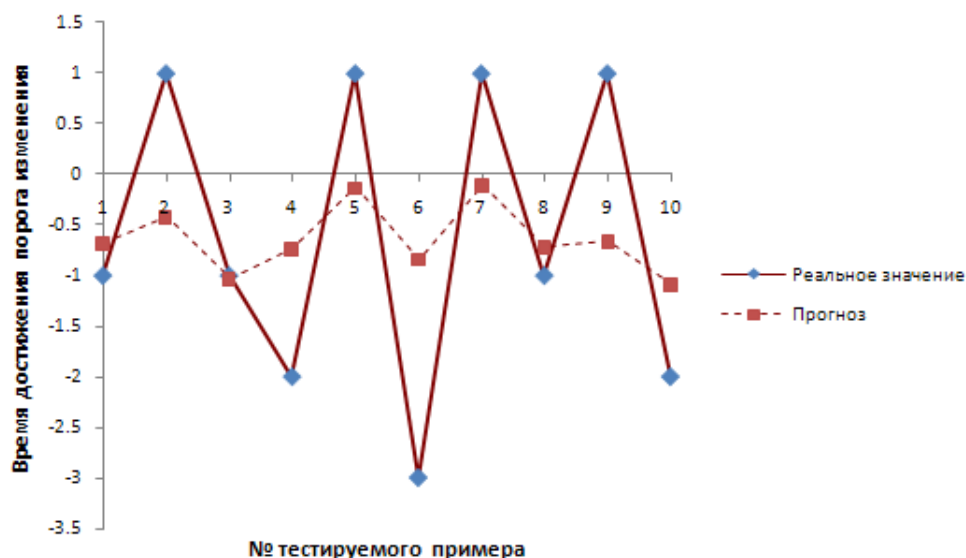


Рис. 45. Прогноз на 1 шаг вперед ряда времени достижения порога изменения $p=100\%$ при обучении только на ретроспективе этого ряда

Нас главным образом интересует прогноз первой точки, потому что для адекватного прогноза такого ряда необходимо переобучать нейронную сеть для следующих шагов. Как видно из таблицы, относительная ошибка

составила почти 31,8%, однако направление определено верно (столбец «Знак» в табл. 15). Это означает, что мы спрогнозировали уменьшение сигнала на 100% в течение 0,68 единиц времени, тогда как на самом деле он уменьшиться на 100% в течение 1-ой единицы времени.

Также стоит отметить высокую степень корреляции между прогнозируемыми и реальными значениями сигнала для практически всех десяти примеров. Статистические результаты прогнозирования представлены в табл. 16. Здесь:

- MSE – среднеквадратическая ошибка;
- NMSE – нормализованная среднеквадратическая ошибка;
- MAE - средняя абсолютная ошибка;
- Min Abs Error – минимальная абсолютная ошибка;
- Max Abs Error – максимальная абсолютная ошибка.

Таблица 16

Характеристика	Значение
MSE	1,461328184
NMSE	0,716337345
MAE	1,030539839
Min Abs Error	0,031922054
Max Abs Error	2,155815712
r	0,754953176

Параметры нейронной сети, используемой в качестве аппроксиматора: персептрон с одним скрытым слоем из 3-х нейронов, с обучением на основе обратного распространения ошибки. Выход один – прогнозное значение. Число эпох обучения – 1800. График ошибки обучения показан на рис. 46. Для обучения использовался ряд, соответствующий квазистабильной динамике (фрагмент ARW2), число обучающих примеров - 1062.

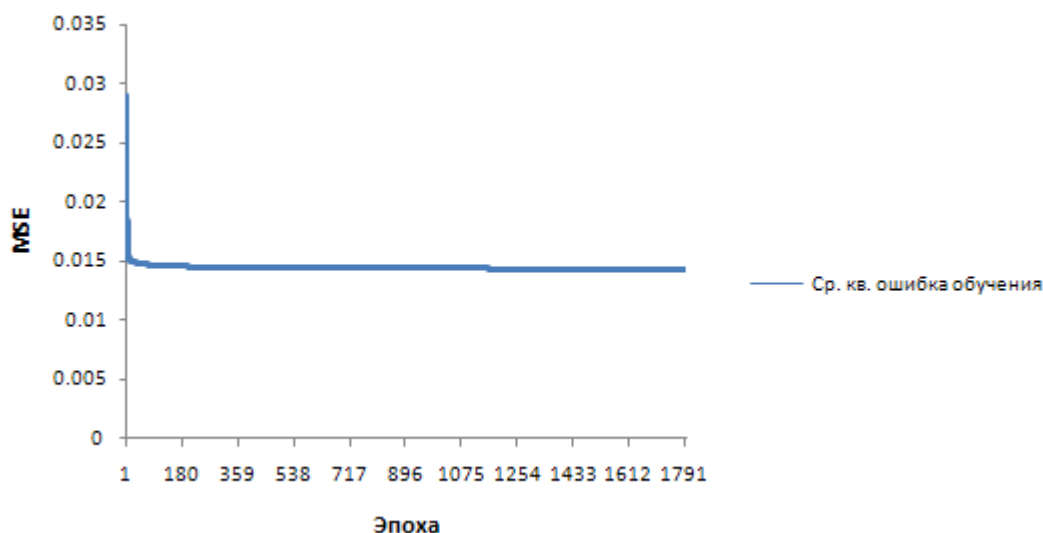


Рис. 46. Среднеквадратическая ошибка обучения нейронной сети

3.2. Прогнозирование на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога

Второй метод прогнозирования (дополнительный) базируется на утверждении, что во многих случаях прогнозирование сигнала как задачи получения численных оценок будущей величины сигнала можно представить задачей классификации. В этом случае текущее состояние определяет некоторый класс события в будущем, например «увеличение» сигнала, «уменьшение» или «без изменения» на некоторый горизонт. Во многих прикладных случаях задачу прогнозирования можно решать в контексте определения изменения сигнала, превышающем некоторый порог, когда изменение становится значимым в практическом смысле (например, сейсмическая активность или процент выхода годных изделий на производстве). В этом случае сигнал можно представить как последовательность сменяющих друг друга локальных экстремумов, между которыми изменение сигнала превышает некоторый значимый в практическом смысле порог. Формально можно записать:

$$\begin{aligned}
 x(t) &\equiv \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \rightarrow x' \equiv \{x'_1, x'_2, \dots, x'_{N'}\}, \\
 x_i &= x(t_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad x'_i = x(t'_i), \quad i = 1, 2, \dots, N', \\
 |(x'_i - x'_{i-1}) / x'_{i-1}| &\geq p, \quad p > 0, \quad i = 2, 3, \dots, N',
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где N – число отсчетов в исходном сигнале, x' – преобразованный сигнал, где все значения являются локальными экстремумами в исходном сигнале, N' – число отсчетов в преобразованном сигнале, $p > 0$ – порог.

Таким образом, после прохождения заданного порога p изменения сигнала от момента фиксации последнего локального экстремума, встает задача определения следующего локального экстремума удовлетворяющего условию необходимого порога. Причем можно ограничиться не прогнозированием положения этой точки во времени или по значению сигнала, а определять собственно факт прохождения этого экстремума на текущий момент времени. Потому что даже такое «запаздывающее» прогнозирование дает информацию о последующем изменении сигнала. А именно, о том, что сигнал измениться не менее чем на заданный порог от анализируемого локального экстремума, в случае если мы установили что локальный экстремум порога p пройден, т.е. определяем его как «истинный». Или же заданный порог не будет достигнут и сигнал уйдет выше локального экстремума, если это локальный максимум или ниже, если это локальный минимум (т.е. определяем его как «ложный»). Таким образом, необходимо отнести экстремум к одному из двух возможных классов – «истинному или «ложному». Формально задача ставиться следующим образом: зная $x'_1, x'_2, \dots, x'_{N'}, x'^p$ определить истинность равенства $x'^p = x'_{N'+1}$, где x'^p – экстремум подтверждающего порога $p' < p$. На рис. 47 необходимо в точке А определить – истинным или ложным является локальный экстремум $E4$.

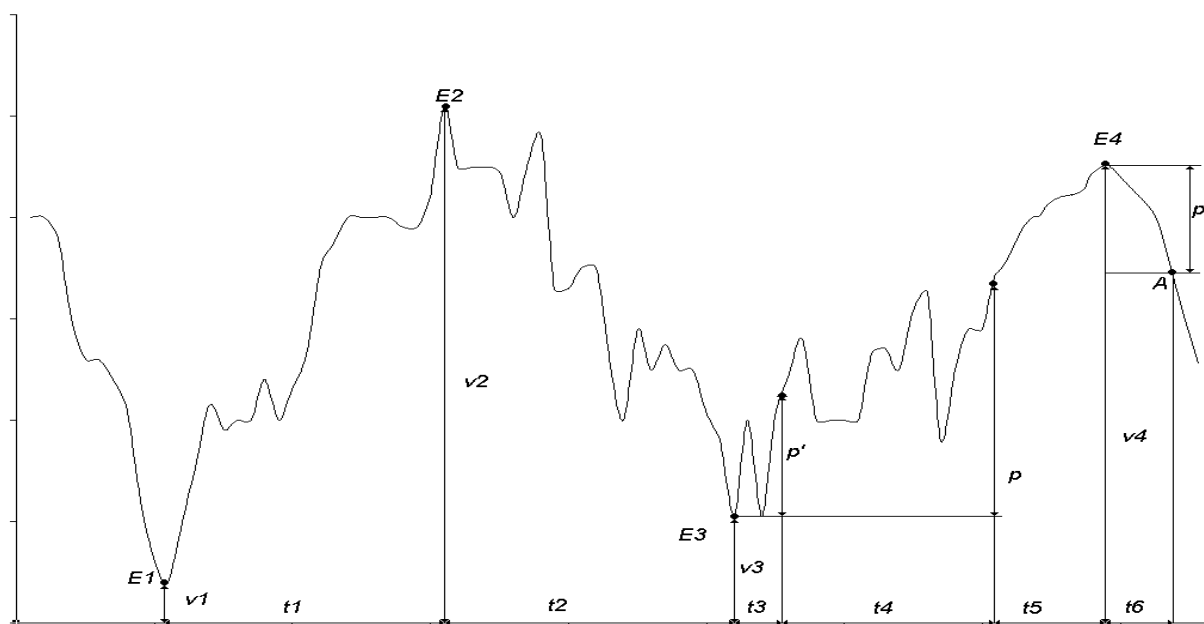


Рис. 47. Сигнал с экстремумами порога p и подтверждающим порогом p' .

Для решения этой задачи по обучающему множеству построено многомерное пространство, в котором располагаются экстремумы. Принадлежность экстремума к классу определяется двухслойным персептроном с линией задержки на входе. Каждый экстремум задается вектором: $E_i = (v_1, v_2, v_3, v_4, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6)$, где i – порядковый номер экстремума (на рис. 47 это точки E_1, E_2, E_3, E_4). Методом главных компонент исходные вектора возможно преобразовывать в вектора меньшей размерности, однако как показали эксперименты, для сложных сигналов лучше ограничиться агрегацией элементов вектора через их линейную комбинацию.

Дополнительный прогноз на основе определения истинности локального экстремума E_i в зависимости от сигнала может использоваться как отдельно, так и совместно с методом прогнозирования на основе ряда времени достижения порога изменения сигнала. При этом вначале строится преобразование сигнала в ряд экстремумов порога p , а затем от точки последнего известного экстремума подтверждающего порога p' строится ряд времени достижения порога изменения p . В обоих методах для обучения

предиктора используется фрагмент сигнала до обнаруженной границы реализации динамической системы, получаемый как описано во второй главе.

На рис. 48 показан пример на сигнале ARW1, где обозначены экстремумы, основные пороги и подтверждающие пороги, помеченные как истинные и ложные.

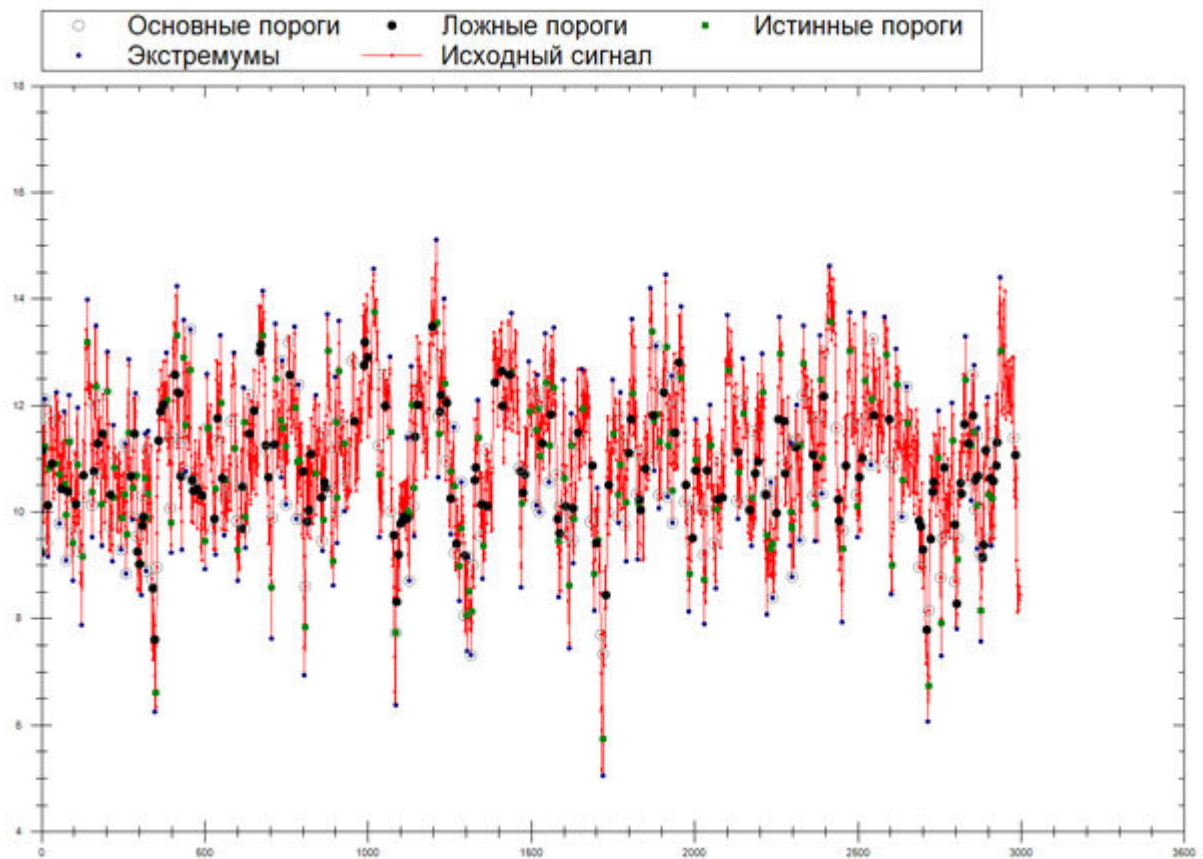


Рис. 48. Сигнал ARW1 с экстремумами порога $p=20\%$ и подтверждающим порогом $p'=5\%$

На рис. 49 показан увеличенный фрагмент сигнала ARW1, с обозначенными экстремумами и порогами.

На рис. 50 показана диаграмма размещения подтверждающих порогов в двумерном пространстве признаков. В качестве первой координаты используется следующая линейная комбинация: $coord_1 = (v_4 - v_3) / v_3$. В качестве второй координаты используется следующая линейная комбинация: $coord_2 = (v_4 - v_2) / (t_4 - t_3)$.

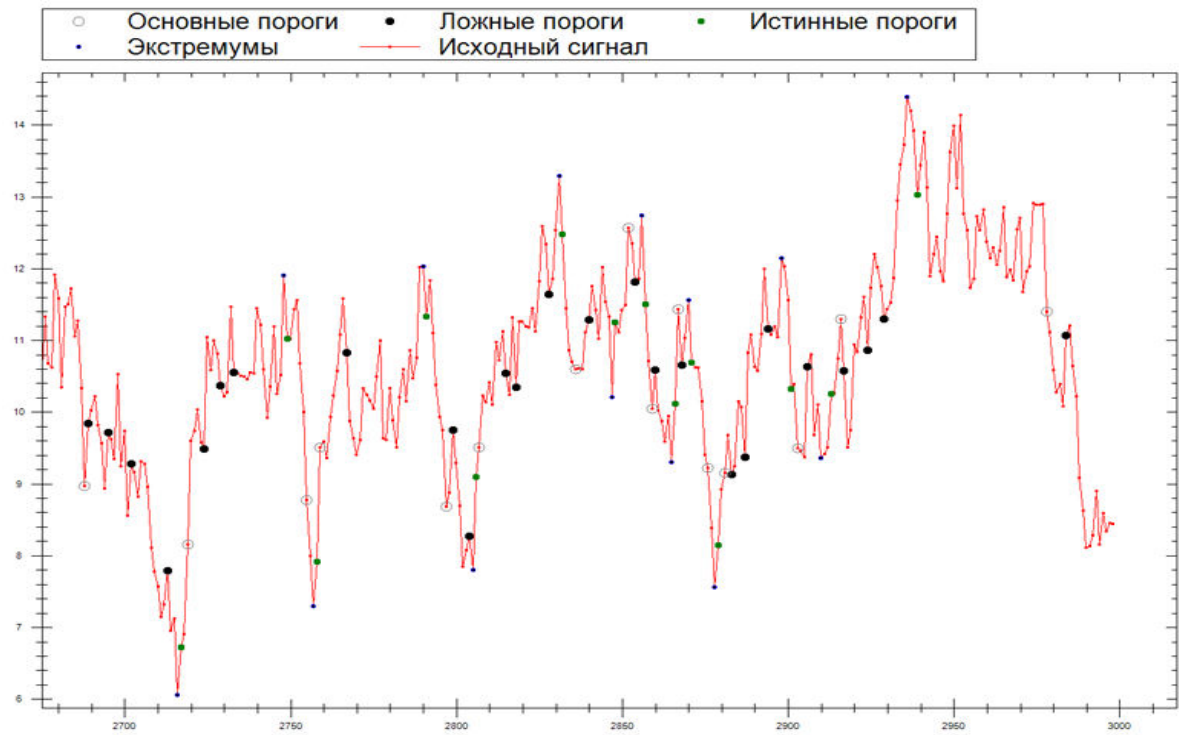


Рис. 49. Фрагмент сигнал ARW1 с экстремумами порога $p=20\%$ и подтверждающим порогом $p'=5\%$.

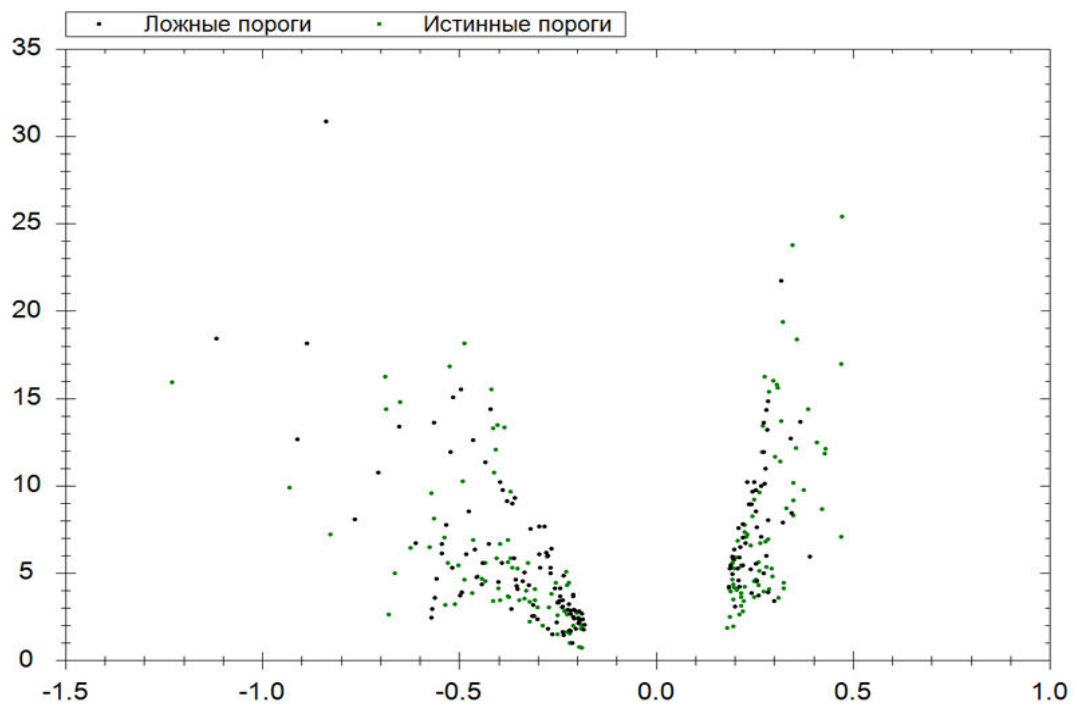


Рис. 50. Двумерная диаграмма ложных и истинных порогов сигнала ARW1 с экстремумами порога $p=20\%$ и подтверждающим порогом $p'=5\%$.

3.3. Определение истинности экстремума модифицированным методом К-ближайших соседей

Задача прогнозирования сводится к задаче определения после прохождения локального экстремума сигнала истинный или ложный экстремум мы имеем. Т.е. на рис. 47 в точке A определяем – истинный или ложный экстремум $E4$. Если экстремум истинный, то сигнал изменится не менее чем на порог p , в противном случае о дальнейшем изменении сигнала можно сказать что он изменится менее порога p , после чего продолжит движение в прежнем направлении. Понятно, что $p' < p$, однако чем меньше эта разница, тем больше вероятность того, что пройденный локальный экстремум истинный. Но с другой стороны, и ценность такого прогноза будет меньше, так как сокращается горизонт прогнозирования сигнала (точнее горизонт изменения).

Для решения данной задачи предлагается использовать модифицированный метод классификации, основанный на поиске ближайших соседей [121]. Классифицироваться будут экстремумы – на истинные и ложные.

Модификация заключается в том, что в качестве метрики близости используется не только расстояние в пространстве, но и дальность во времени между различными экстремумами (соседями). Так как сложные стохастические сигналы, имеющие эволюционную природу, могут рассматриваться как последовательные реализации динамических систем [54], то использовать все объекты в пространстве признаков с одинаковой важностью было бы неправильно.

Эволюционный ВР при длительном наблюдении может обладать свойством фрактальности, при этом величина сигнала в абсолютных выражениях может измениться очень сильно. По этой причине в качестве характеризующих признаков, используемых для построения

классифицирующего пространства, будем использовать относительные величины.

Исходя из принципа минимизации размерности пространства признаков, для описания каждого экстремума будем использовать два значения (хотя сам метод не имеет принципиальных ограничений на число признаков для каждой точки). Первое значение v характеризует предшествующие относительные изменения сигнала, второе t – эти же изменения, но по времени. Если в сигнале присутствует большее число характеристик, они добавляются аналогично текущим координатам. Однако нужно помнить, что увеличение размерности пространства признаков значительно увеличивает вычислительные расходы без гарантии увеличения качества классификации. Для координаты v будем использовать следующие величины: v_1-v_4 – значения сигнала в точках предшествующих экстремумов. Соответственно для координаты t : t_1-t_6 – время, между соответствующими характеристическими точками (см. Рис. 47).

Выразим координаты v и t точки экстремума следующим образом:

$$v = \frac{v_1 \times v_2}{v_3 \times v_4} \times \frac{v_1}{(v_2 + v_3)} \times \frac{(v_1 + v_2 + v_3)}{(v_1 + v_2) \times v_4}, \quad t = \frac{t_1 \times t_5 \times t_6 \times (t_1 + t_2)}{(t_3 + t_4) \times t_2 \times t_3 \times t_4 \times (t_3 + t_4 + t_5 + t_6)}.$$

Отметим, что такое определение координат диктуется выбором малой размерности пространства признаков и приемлемой скоростью вычислений, для того чтобы минимизировать возможность наложения точек на плоскости. В принципе можно использовать другие формулы, однако важно соблюдать принцип отношения характеризующих значений друг к другу, с тем, чтобы корректно классифицировать экстремумы, имеющие разные абсолютные значения сигнала.

Для ускорения поиска ближайших соседей будем линейно нормировать все координаты точек в некоторый фиксированный диапазон, с тем, чтобы все точки попадали на квадратную сетку фиксированного размера. При этом максимальные и минимальные значения берутся с некоторым запасом,

определяемым эмпирически. Для этого воспользуемся формулой:

$$x_i = \frac{(x_{\max} \times k_{\max} - x_i)}{(x_{\max} \times k_{\max} - x_{\min} \times k_{\min})}, \text{ где } x_i, - \text{ нормированное значение координаты, } x_{\max},$$

x_{\min} – максимальное и минимальное значение x , $k_{\max} > 1$, $k_{\min} < 1$ – коэффициенты запаса.

Возможно и нелинейное нормирование (например, используя функции гиперболического синуса или тангенса) в случае если точки будут достаточно однородно заполнять пространство.

В качестве метрики будем использовать Манхэттенское расстояние (сумма разностей соответствующих координат).

Так как плотность точек в различных квадратах сетки может серьезно отличаться, ограничиться определенным, жестко заданным числом ближайших соседей нельзя, потому что в областях с низкой плотностью придется учитывать «лишние» точки, а в областях с высокой плотностью, часть соседей имеющих влияние, может быть не учтена. Также нужно учесть, что при жестко заданном числе учитываемых соседей, в список анализируемых могут не попасть более актуальные по времени соседи. Выходом в такой ситуации видится использование радиуса от классифицируемой точки, внутри которого ищутся соседи. Причем радиус определяется плотностью точек в квадрате (клетке сетки), в котором находится точка – чем выше плотность, тем меньше радиус. Таким образом, радиус для поиска соседей каждой точки определяется следующим образом:

$$r_i = \frac{l \times k_r}{p_i}, \text{ где } l - \text{ длина наибольшей стороны клетки сетки, } k_r > 1 -$$

коэффициент радиуса, p_i – плотность точек в i -й клетке сетки.

Степень влияния соседа в зависимости от времени T между ними (на временном ряду) зададим так же как и другие координаты. Однако в зависимости от характеристик ряда эту зависимость можно и заменить, например на экспоненциальную. Исходя из этого степень влияния i -го соседа

класса c , вычисляется следующим образом: $W_{ci} = \frac{1}{1 + (|v - v_{ci}| + |t - t_{ci}| + |T - T_{ci}|)}$,

откуда следует, что степень влияния тем выше, чем ближе находится сосед в пространстве признаков и по времени на временном ряду. Здесь v , t , T – координаты классифицируемой точки. В случае обратно пропорциональной

зависимости по времени: $W_{ci} = \frac{1}{1 + (|v - v_{ci}| + |t - t_{ci}|) \times (T - T_{ci})}$, в этом случае

близость по времени значительно усиливает влияние соседа, чем в предыдущем варианте.

Степень принадлежности точки к каждому классу вычисляется суммированием влияния соседей каждого класса: $S_c = \sum_i W_{ci}$, где S_c – степень принадлежности точки к классу c .

Методика поиска соседей выглядит следующим образом. В начале, по обучающему множеству точек определяем сетку в пространстве координат: длина L сетки определяется следующим образом: $L = v_{\max} \times k1_{\max} - v_{\min} \times k1_{\min}$, где $v_{\max|min}$ – максимальное и минимальное значение координаты из всех точек, $k1_{\max|min}$ – соответствующие коэффициенты запаса. Аналогично высота сетки определяется как: $H = t_{\max} \times k2_{\max} - t_{\min} \times k2_{\min}$.

Разбиение сетки на клетки производится исходя из эмпирических данных. Высота клетки $h = \frac{H}{n_h}$, где n_h – количество разбиений по высоте, H –

общая высота сетки. Аналогично длина клетки определяется как $l = \frac{L}{n_l}$, где n_l

– количество разбиений по длине, L – ширина сетки.

Каждая клетка получает индекс ряда и индекс позиции в ряду. Затем для каждой клетки составляется список индексов, содержащихся в ней точек. Для классифицируемой точки в начале определяется индекс клетки, в которую она попадает. За тем, зная сколько точек находится в данной клетке, вычисляется радиус, внутри которого должны искать соседи. По радиусу

уже определяются те клетки, внутри которых все точки проверяются на дальность от классифицируемой.

Понятно, что размер клеток должен выбираться исходя из того, чтобы с одной стороны, в случае охвата радиусом соседних клеток, количество заведомо не попадающих в радиус было минимально (т.е. клетки не должны быть слишком большие), а с другой стороны, радиус должен как можно меньше охватывать соседние клетки, с тем, чтобы сократить объем вычислений.

Результаты прогнозирования на основе классификации локальных экстремумов модифицированным методом К-ближайших соседей сигнала ARW1 с экстремумами порога $p=20\%$ и подтверждающим порогом $p'=5\%$ представлены в табл. 17.

Таблица 17

Результаты классификации экстремумов модифицированным методом К-ближайших соседей

Реально /Определено	Ложный	Истинный
Ложный	1	7
Истинный	0	2

Результаты можно признать неудовлетворительными: общее число верно распознанных локальных экстремумов заданного порога составило 30%. В качестве основных причин столь низкого качества классификации можно отметить следующие:

- Высокая перемешанность точек, принадлежащих различным классам;
- Неравномерность распределения точек на двумерной сетке – в результате в радиусе охвата соседей затрагиваются точки принадлежащие различным кластерам.

Решением проблемы могло бы стать повышение размерности пространства, в котором рассматриваются точки, за счет увеличения числа учитываемых признаков. Однако в этом случае велика вероятность, что точки будут равномерно распределяться по пространству, и мера пространственной близости уже не сможет выступать в качестве классификатора. Другая проблема вычислительная – объем требуемой памяти для работы алгоритма имеет степенную зависимость от размерности векторов-точек, поэтому уже на размерности больше 4 при достаточно большом числе n -мерных кубов сетки не хватает памяти персонального компьютера. Соответственно увеличивается и время работы алгоритма.

Исходя из этого нужен другой классификатор – не имеющей пропорциональной зависимости от размерности входных векторов и не чувствительный к разбросу минимальных и максимальных значений каждого компонента входного вектора. Таким математическим аппаратом может выступать нейронная сеть типа многослойный персептрон, реализующая нелинейный классификатор [118].

3.4. Определение класса локального экстремума многослойным персептроном

Преимущества многослойного персептрона в том, что он может классифицировать вектора большей размерности без существенного наращивания архитектуры сети и времени обучения, в отличие от метода К-ближайших соседей. Каждый нейрон сети задает гиперплоскость, которая разделяет входное пространство пополам, т.е. скрытый слой нейронов делит пространство на полиэдры. Трехслойная нейронная сеть позволяет описать любые разделения объединений полиэдров. Нейроны первого слоя разделяют пространство признаков на полиэдры одного класса и отображают их в вершины гиперкуба. Нейроны второго слоя отсекают вершины гиперкуба.

Нейрон третьего слоя собственно осуществляет классификацию через оператор логического сложения [118].

В качестве классификатора выбран многослойный персептрон как и в примере для прогнозирования. На вход классификатора подаются обучающие вектора с координатами $coord_1$ и $coord_2$. Результаты для сигнала ARW1 представлены в табл. 18.

Таблица 18

Результаты классификации экстремумов модифицированным методом К-ближайших соседей

Реально /Определено	Ложный	Истинный
Ложный	4	3
Истинный	0	2

Эффективность распознавания локальных экстремумов нейронной сетью составила около 67%, что вдвое больше чем при использовании метода на основе ближайших соседей.

Сопоставляя результаты полученные для модифицированного метода К-ближайших соседей можно сделать вывод что классификация многослойным персептроном лучше. В пользу многослойного персептрона говорят также следующие недостатки модифицированного метода К-ближайших соседей:

- Более точная классификация возможна при увеличении размерности вектора описания локального экстремума подтверждающего порога. Однако увеличение размерности пространства, в которое погружаются анализируемые экстремумы приводит к усреднению геометрических расстояний между ними, что снижает эффективность классификации на основе близости точек к друг другу;

- С увеличением количества используемых признаков также возникает проблема выбора радиуса, внутри которого ищутся соседи, так как точки неравномерно распределяются по различным координатам;
- С увеличением размерности связаны и проблемы с нехваткой вычислительных ресурсов, в частности памяти.

К недостатком многослойного персептрона можно отнести сложность определения оптимальной структуры и число эпох обучения, однако данные проблемы являются общими для нейронных сетей. А отсутствие недостатков, описанных у метода К-ближайших соседей определяет его как наиболее эффективный классификатор в условиях поставленных задач.

Основные результаты и выводы по третьей главе

1. Предложен метод предобработки сигнала в ряд значений времени достижения заданного порога изменения. Такое преобразование позволяет анализировать только значимые изменения сигнала. Особенно эффективно применение данного метода для сложных сигналов с высокой частой дискретизации.
2. Разработан метод прогнозирования на основе ряда значений времени достижения заданного порога изменения, позволяющий прогнозировать не следующее значение сигнала, а время, которое потребуется сигналу чтобы измениться на заданный порог.
3. Предложен метод прогнозирования на основе классификации локальных экстремумов сигнала заданного порога, заключающийся в представлении сигнала как последовательности локальных экстремумов заданного порога.
4. Модифицирован метод К-ближайших соседей для классификации локальных экстремумов заданного порога.

5. Проведено сравнение многослойного персептрона и модифицированного метода К-ближайших соседей в качестве классификаторов локальных экстремумов заданного порога. Установлено, что многослойный персептрон эффективнее по качеству классификации, скорости и требовательности к вычислительным ресурсам.

4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В данной главе представлено описание особенности структуры разработанного программного обеспечения (программного комплекса). Рассчитаны критерии применимости метода обнаружения разладки с использованием локального фрактального анализа. Предложен способ повышения точности прогнозирования по ряду времени достижения порога изменения сигнала. На примере реальных сложных сигналов показано применение разработанных методов и алгоритмов обнаружения границы реализаций динамических систем и прогнозирования.

4.1. Архитектура и структура программного обеспечения

Для проведения экспериментов, численного моделирования, а также прогнозирования реальных прикладных сигналов разработан программный комплекс «Chaos Expert». Основное назначение комплекса – повышение обоснованности принимаемых управленческих решений при анализе и прогнозировании одномерных сигналов, представленных наблюдениями в виде временных рядов.

Основные решаемые программой задачи:

1. Нормализация и предобработка входного сигнала, для приведения ряда к стационарному виду.
2. Обнаружение границы реализаций различных ДС в сигнале на основе обнаружения разладки в исходном сигнале и производном ряде локальной фрактальной размерности.
3. Прогнозирование сигнала как решение задачи оценки времени, необходимом для изменения сигнала на заданный порог, с возможностью оценки надежности полученного прогноза.
4. Прогнозирование на основе классификации локальных экстремумов заданного порога. Возможность использования этого

метода с использованием метода на основе ряда времени достижения заданного порога изменения, для получения более надежного прогноза.

Приложение имеет MDI архитектуру. Вычисления идут в рабочем потоке. Реализации многих методов позволяют производить параллельные вычисления для уменьшения времени расчетов. Число потоков настраивается в целом для всех методов.

Комплекс имеет модульную структуру. Каждый модуль реализует набор определенного логического функционала, который задействуется при работе с приложением.

Ниже представлен список модулей и набор их методов:

1. Модуль обработки данных:

- a. Конвертирование данных из различных типов в другие;
- b. Экспорт данных различных типов в файлы;
- c. Очистка времени в данных от нерабочих дней;
- d. Прореживание массивов различных типов;
- e. Получение простых и логарифмических разностей различного порядка для элементов массива;
- f. Получения ряда локальных экстремумов заданного порога по сигналу;
- g. Получение статистики по ряду локальных экстремумов заданного порога;
- h. Сглаживание сигнала скользящим средним;
- i. Вычисление информативностей значений сигнала;
- j. Получения ряда времени достижения заданного порога изменения сигнала;
- k. Загрузка данных из текстовых и бинарных файлов различных форматов;
- l. Нормализация по среднему;

- m. Нормализация сигнала в заданном диапазоне значений;
- n. Реверсирование сигнала;
- o. Бинарное сохранение данных обработки сигнала;
- p. Перемешивание значений сигнала.

2. Модуль математических вычислений:

- a. Вычисление разницы в процентах между двумя величинами;
- b. Получение индекса для одномерного массива по координатам многомерного;
- c. Вычисление манхеттенского расстояния между точками в многомерном пространстве;
- d. Перемножение матриц;
- e. Вычисление сигмоидной функции;
- f. Построение линейной регрессии.

3. Модуль расчета хаотических характеристик:

- a. Расчет автовзаимной информации по временному ряду;
- b. Оценка корреляционного интеграла для различных размерностей вложения;
- c. Определение максимального показателя Ляпунова;
- d. R/S анализ ряда;
- e. Расчет индекса фрактальности.

4. Модуль обнаружения разладки:

- a. Общий случай Дарховского-Бродского;
- b. Апостериорное обнаружение разладки по методу Васильченко;
- c. Алгоритм кумулятивных сумм (апостериорный непараметрический вариант) ;
- d. Подobie R/S статистики на основе CUSUM;
- e. Модификация R/S статистики на основе CUSUM;
- f. Генерация случайного сигнала с памятью;

- g. Последовательный метод обнаружения разладки Гиршика-Рубина-Ширяева;
 - h. Обнаружение разладки случайного процесса по выборке на основе принципа минимума информационного рассогласования;
 - i. Последовательный метод обнаружения разладки Сегена-Сандерсона;
 - j. Тест Петтита для обнаружения разладки;
 - k. Определение степени достоверности обнаружения разладки.
5. Модуль классификации локальных экстремумов:
- a. Метод поиска ближайших соседей в заданном радиусе в n -мерной сетке;
 - b. Модифицированный метод К-ближайших соседей для рядов различных типов.
6. Модуль нейронной сети:
- a. Многослойный персептрон с возможностью настройки архитектуры;
 - b. Обучение персептрона методом обратного распространения ошибки;
 - c. Одношаговое и рекурсивное прогнозирование (классификация).

Структурно схема работы программного комплекса изображена на рис.

51. Работа происходит через диалоговый режим работы, для каждой вызываемой процедуры вызывается соответствующее окно настроек параметров. Так как комплекс имеет не только прикладные, но и исследовательские функции, в нем реализованы различные методы, не отраженные непосредственно в диссертации, но использованные в научных исследованиях и экспериментах. Результаты работы выдаются как в

отдельных окнах (графики и текстовый отчет), так и выводятся в текстовые и бинарные файлы.

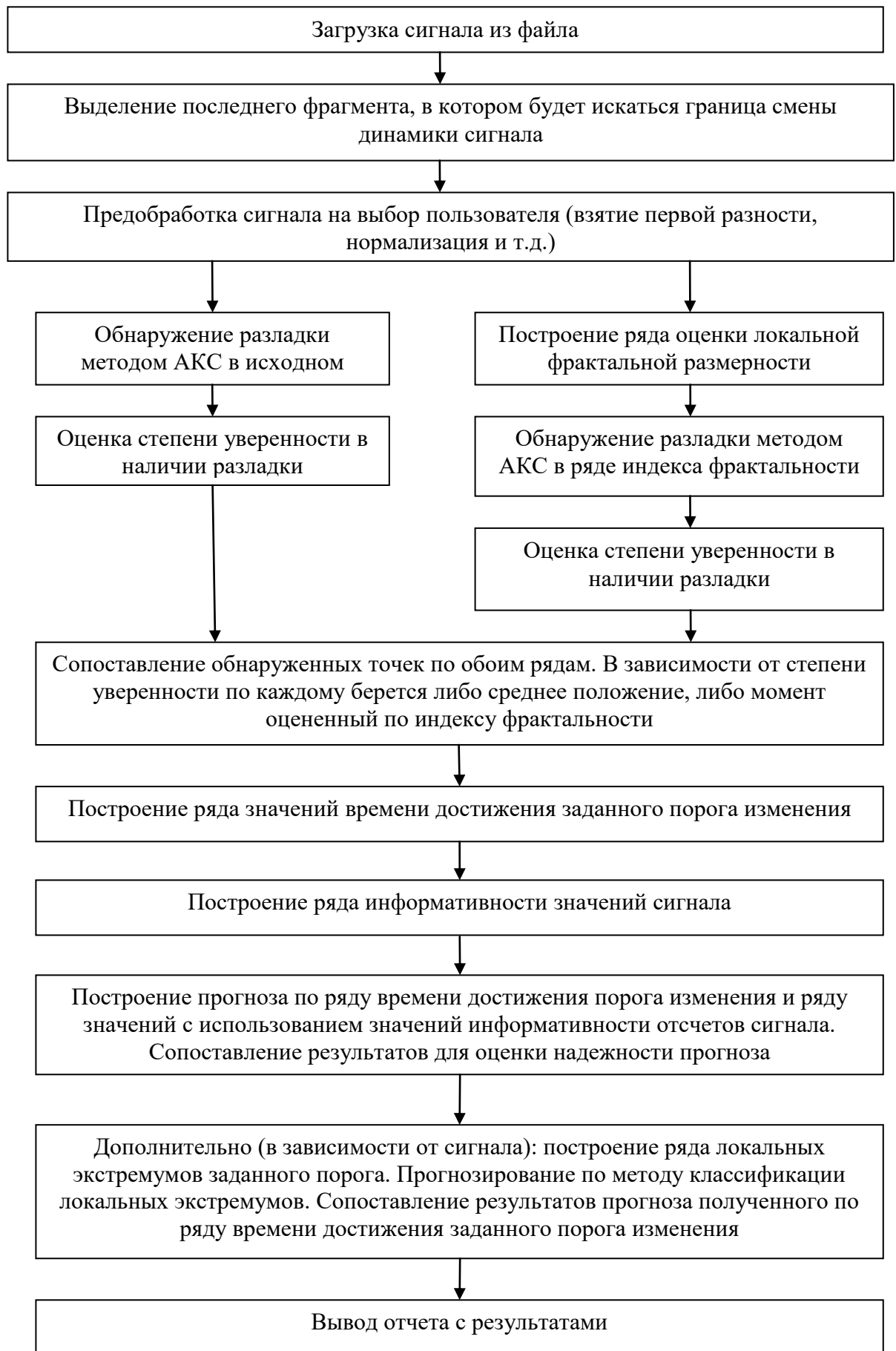


Рис. 51. Схема работы комплекса при решении задачи прогнозирования сложного сигнала

Помимо диалогового режима работы через визуальные элементы интерфейса, приложение поддерживает консольный режим работы для каждой процедуры. Интерфейс приложения показан на рис. 52.

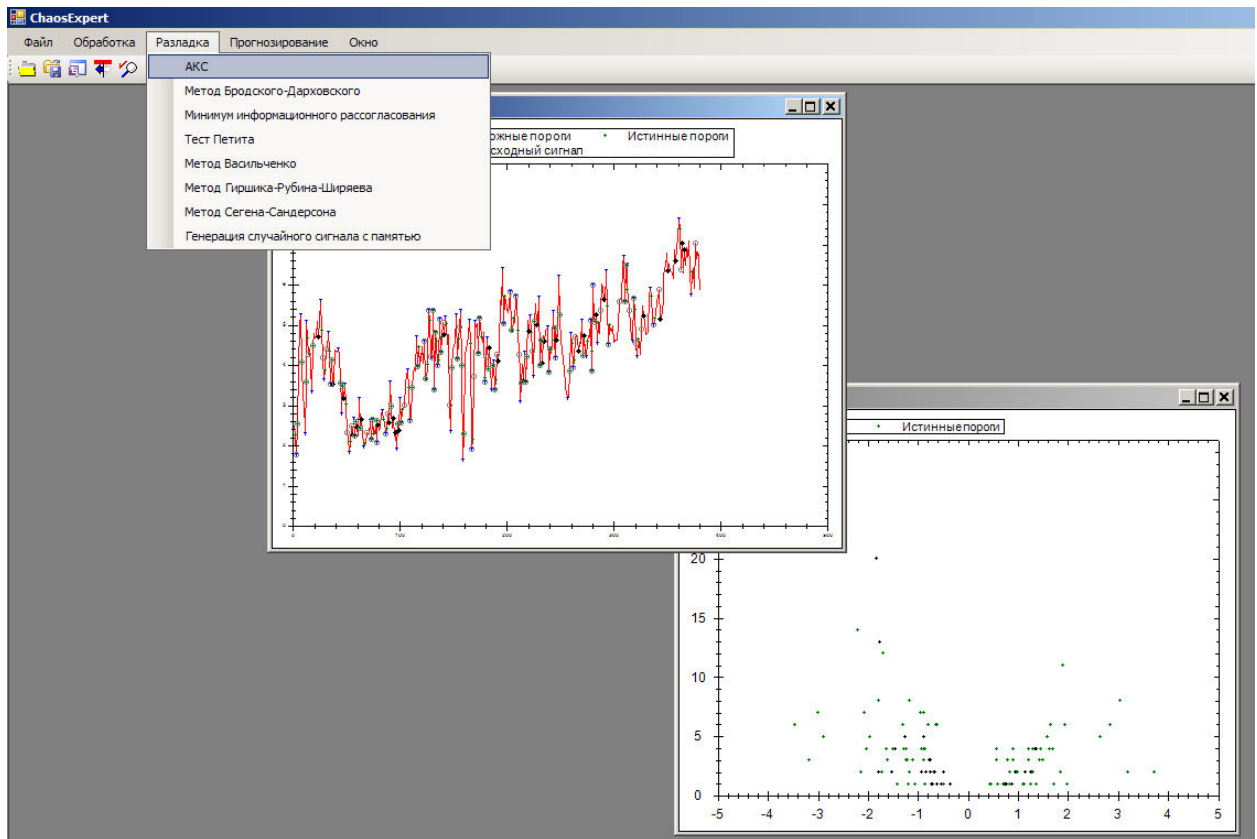


Рис. 52. Внешний вид запущенного ПК

Данное программное обеспечение использовалось для проведения экспериментов и исследований. Распараллеливание вычислений позволяет на многоядерных процессорах увеличить скорость расчетов до 80%.

4.2. Определение критериев применимости метода обнаружения смены динамики в сложном сигнале

На примере модельного сигнала определим критерии применимости предложенного метода обнаружения разладки с использованием локальной фрактальной размерности сигнала. Для этого будем анализировать сигнал в следующем виде: $x_i = ax_{i-1} + b + k\varepsilon$, где k – уровень равномерного шума. Задача заключается в том, чтобы определить при какой минимальной амплитуде шума $k\varepsilon$ относительно первого авторегрессионного значения $v_0 = ax_0 + b$

метод обнаружения разладки с использованием индекса фрактальности дает положительный эффект. В расчет не берется способ оценки по максимуму, т.к. понятно, что он всегда будет не уступать по числу попаданий оценок справа от реального момента всем другим способам. Также необходимо определить максимальное изменение параметров авторегрессии a и b .

Таким образом, модельный сигнал ARTest следующий:

а. 1-й фрагмент $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + k\varepsilon$ (300 отсчетов).

б. 2-й фрагмент: $x_i = 0,8x_{i-1} + 0,105 + k\varepsilon$ (200 отсчетов).

$x_0 = 0,2$, т.е. первый отсчет авторегрессии (без шума) $v_0 = 0,9 * 0,2 + 0,1 = 0,28$. k будем последовательно увеличивать с 0,2 с шагом 0,2. На каждом шаге проведем 1000 независимых оценок момента разладки способами описанными во второй главе. Ключевым показателем является более эффективная оценка способом по среднему применительно к числу попаданий вправо от истинного момента разладки.

Превышение числа оценок моментов справа достигнуто при $k=0,6$. Это соответствует отношению начального значения к амплитуде шума $0,28/0,6=0,47$. А отношение параметра b соответственно $0,1/0,6 = 0,17$. Для второго фрагмента соответственно при $x_0 = 0,2$ получаем соотношения $0,265/0,6 = 0,44$ и $0,105/0,6 = 0,175$. Статистики для оценок моментов разладки по исходному сигналу и индексу фрактальности показаны в табл. 19.

Таблица 19

Стандартная статистика для оценок моментов разладки по исходному сигналу и индексу фрактальности ряда ARTest

	Среднее	Минимум	Максимум	Стандартное отклонение
Исходный сигнал	254,066	24,000	461,000	100,195
Индекс фрактальности	283,944	80,000	469,000	97,119

Как видно, все оценки смещены вправо, хотя и незначительно. Результаты оценок моментов разладки по 1000 независимых испытаний выполненные различными способами представлены в табл. 20 и на рис. 53, рис. 54. Стандартное отклонение для обоих способов отличается не сильно, причем для определения по индексу фрактальности оно меньше.

Таблица 20

Сравнение различных оценок момента разладки (разладка на 300-м отсчете) для сигнала с уровнем шума 0,6

Метод	Число попаданий слева	Число попаданий справа	Ср. отн. ошибка слева	Ср. отн. ошибка справа
АКС	611	389	0,1124713	0,02430848
Максимум	288	712	0,06967363	0,09194102
Среднее	600	400	0,1027533	0,05808999
Минимаксный	490	510	0,07530206	0,07919213

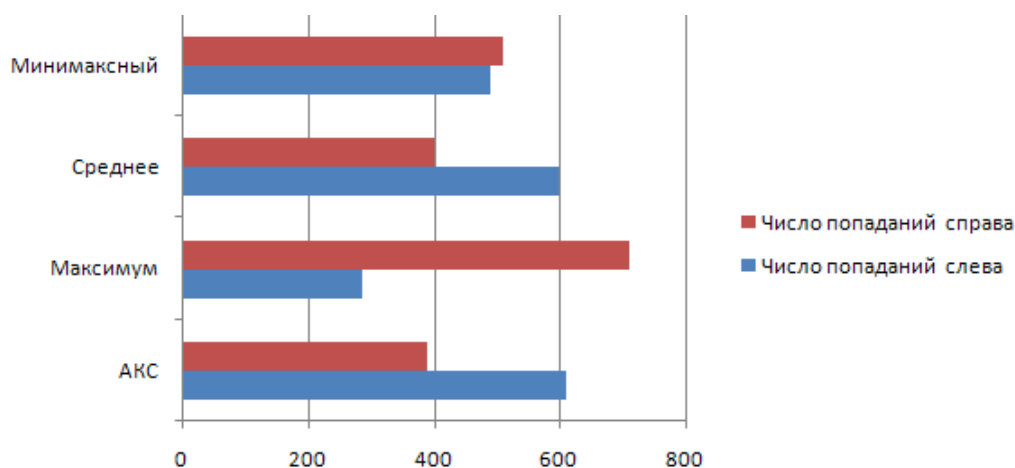


Рис. 53. Распределение оценок моментов разладки в сигнале AR0 для различных способов оценки (разладка на 300-м отсчете) при уровне шума 0,6

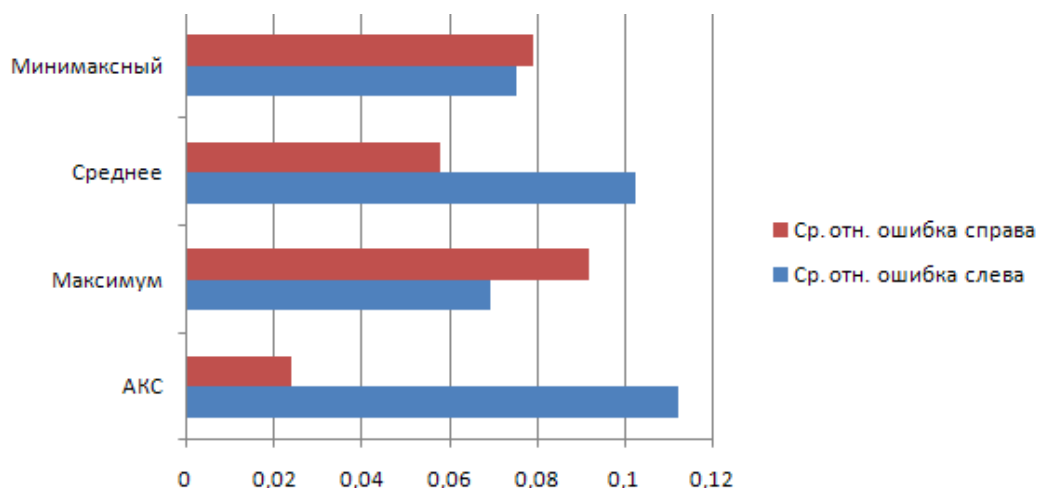


Рис. 54. Средние относительные ошибки оценок моментов разладки в сигнале ARO для различных способов оценки (разладка на 300-м отсчете) при уровне шума 0,6

Стоит отметить, что оценки по максимуму и минимаксному способу могут применяться при уровне шума 0,4.

Оценим изменение коэффициентов. Будем уменьшать коэффициент авторегрессии до тех пор, пока не перестанет наблюдаться эффект от оценки по среднему. Получили коэффициент 0,65. Что соответствует изменению коэффициента авторегрессии $(0,9-0,65)/0,9=0,28$. Статистика для методов обнаружения представлена в табл. 21 и табл. 22.

Таблица 21

Статистики для оценок моментов разладки по исходному сигналу и индексу фрактальности ряда с уменьшенным коэф. авторегрессии

	Среднее	Минимум	Максимум	Стандартное отклонение
Исходный сигнал	282,4960	110	327	31,717
Индекс фрактальности	324,9290	89	446	55,062

Таблица 22

Сравнение различных оценок момента разладки (разладка на 300-м отсчете) для сигнала с уровнем шума 0,6

Метод	Число попаданий слева	Число попаданий справа	Ср. отн. ошибка слева	Ср. отн. ошибка справа
АКС	597	403	0,0620536	0,005057066
Максимум	143	857	0,03843357	0,09103838
Среднее	370	630	0,06288105	0,04871587
Минимаксный	261	739	0,04738506	0,07082816

Посчитаем отношение средних для каждого фрагмента модельного сигнала при уровне шума 0,6 по 30 испытаниям. $1,13$ (для первого фрагмента)/ $0,73$ (для второго фрагмента)= 1.55 . Данное отношение можно считать максимальным при одинаковой дисперсии фрагментов. Теперь у второго фрагмента установим такие же параметры авторегрессии, а уровень шума будем уменьшать до тех пор, пока будет наблюдаться эффект оценки по среднему. Отношение средних стандартных отклонений по всем испытаниям дает оценку $0,52/0,24=2,17$.

В целом суммируя по остальным экспериментам можно сделать следующие выводы: эффект от применения индекса фрактальности на качество обнаружения момента разладки присутствует при изменении математического ожидания случайного процесса (до полутора раз) и дисперсии (до 2,5 раз).

4.3. Повышение точности прогнозирования по ряду значений времени достижения порога изменения сигнала

Для улучшения качества обучения нейронной сети, предложено подавать дополнительную информацию о сигнале. Рассмотрим временной ряд сигнала. Введем понятие значимости каждой точки сигнала $I(x_{t_i})$ на плоскости X - T , где $i \in [2, N-1]$. Допустим, положение точки x_{t_i} неизвестно, но известно, что она существует. Необходимо восстановить график сигнала, причем мерой точности восстановления выступает среднеквадратичное отклонение точки от своего реального положения. Чтобы поставить точку восстанавливаемую точку x'_{t_i} , соединим отрезком точки $x_{t_{i-1}}$ и $x_{t_{i+1}}$ и посередине поставим точку x'_{t_i} . Понятно, что чем меньше расстояние (по некоторой пространственной мере) между точками x'_{t_i} и x_{t_i} тем точнее будет

восстановление и тем меньше несет информации точка x_{t_i} для восстановления исходного графика. Соответственно, чем больше точек в ряде, т.е. чем больше N , тем менее важна каждая точка в отдельности.

Определим значимость точки $x(t_i)$ как

$$I(x(t_i)) = \frac{d((x(t_{i-1}), t_{i-1}), (x(t_i), t_i)) + d((x(t_{i+1}), t_{i+1}), (x(t_i), t_i))}{N}, \quad (11)$$

где $d(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ - манхетенское расстояние между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} . В качестве метрики расстояния можно выбрать и евклидово, выбор обусловлен скоростью вычислений. Для первой и последней точек соответственно левые и правые расстояния равны 0.

Покажем возможность улучшения прогноза при использовании значимости каждой точки анализируемого ряда времени достижения порога изменения.

Результаты прогнозирования сигнала AR1, но уже с учетом значимости каждой точки представлены на рис. 55 и в табл. 23. Как видно, первый прогноз оказался точнее приблизительно на 5%, чем при обучении только на ретроспективе сигнала (см. табл. 15). Хотя и корреляция уменьшилась, однако именно прогноз первой точки является определяющим.

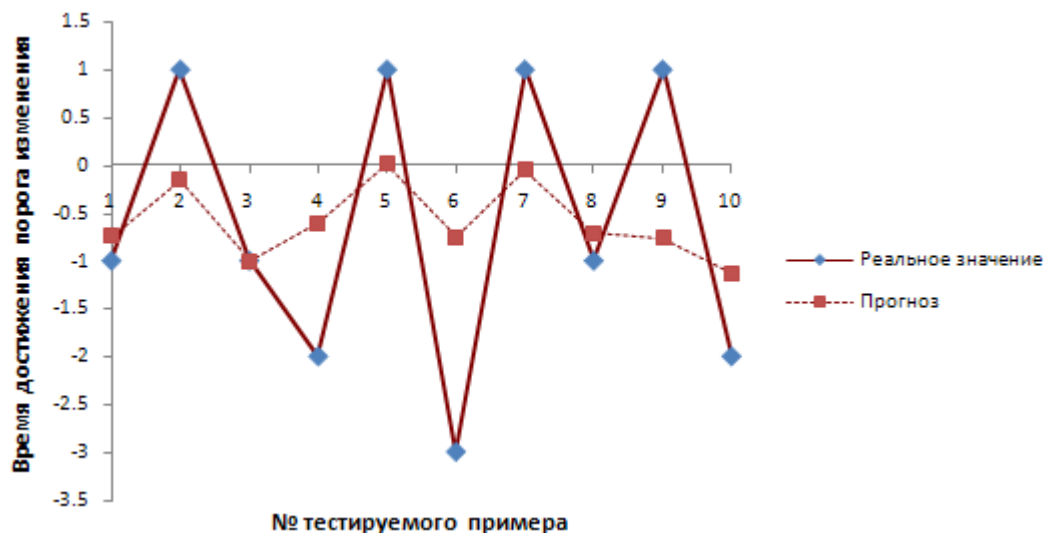


Рис. 55. Прогноз на 1 шаг вперед ряда времени достижения порога изменения $p=100\%$. Для обучения используются значения этого ряда и их информационная значимость

Знак показывает правильно (+) или неправильно (-) определено направление изменения сигнала.

Таблица 23

Реальное значение	Прогноз	Ошибка (%)	Знак
-1	-0,739309626	26,06903745	+
1	-0,153224992	115,3224992	-
-1	-1,010779517	1,077951653	+
-2	-0,608112799	69,59436005	+
1	0,011463118	98,85368825	-
-3	-0,754214764	74,85950786	+
1	-0,045683234	104,5683234	-
-1	-0,713622165	28,63778354	+
1	-0,763465523	176,3465523	-
-2	-1,130436759	43,47816207	+

Результаты прогнозирования этого же сигнала без учета значимости каждой точки, но со значением сигнала в точке достижения порога изменения представлены в табл. 24. Ошибка первого прогноза составила более 94%, что говорит о явном ухудшении, по сравнению с предыдущими примерами.

Таблица 24

Реальное значение	Прогноз	Ошибка (%)	Знак
-1	-0,054	94,636	+
1	-0,064	106,407	-
-1	-0,434	56,570	+

-2	-0,060	96,992	+
1	-0,151	115,081	-
-3	-1,175	60,817	+
1	-0,101	110,144	-
-1	-0,925	7,485	+
1	-0,147	114,732	-
-2	-1,449	27,542	+

Сравнение различных методов прогнозирования представлено в Таблица 25 . Здесь введены следующие обозначения:

1. T&I – ошибка прогноза значения времени достижения порога изменения $p=100\%$ при использовании при обучении как значения времени так и значимости;
2. T – ошибка прогноза значения времени достижения порога изменения при использовании при обучении только значения времени;
3. T&V – ошибка прогноза значения времени достижения порога изменения при использовании при обучении значения времени и значения сигнала;
4. Знак(V) – верно или неверно определен знак изменения при прогнозировании значения сигнала;
5. AP(1) – ошибка прогноза моделью авторегрессии первого порядка времени достижения порога изменения;
6. APC(2,1) – ошибка прогноза моделью авторегрессии второго порядка скользящего среднего первого порядка;
7. Еср – средняя относительная ошибка прогноза по каждому способу для всех рассматриваемых примеров.

Таблица 25

Ошибки методов прогнозирования для модельных рядов

Ряд	T&I (%)	T(%)	T&V(%)	Знак(V)	AP(1) (%)	APCC(2,1) (%)
ARW1	26	31,8	-115,5	+	94,6	73,1
ARW2	3,5	22,2	114	+	94,9	62,2
ARW3	48	13,4	-5	+	63,1	56,3
ARW4	-148	-225	-119	+	-189	-193

Еср	56,375	73,1	88,375		110,4	96,15
-----	--------	------	--------	--	-------	-------

Для каждого ряда сделано по 5 расчетов. Средние результаты представлены в таблице. Ошибка больше 100% в данном случае означает, что неправильно определен знак изменения прогнозируемой величины. Точнее всех оказался способ прогнозирования многослойным персептроном при подаче в качестве обучающих примеров состоящих из векторов, компонентами которых являются время достижения заданного порога изменения и значимость значения соответствующего отсчета.

Как видно, прогнозирование с помощью многослойного персептрона точнее, чем линейными моделями авторегрессии. А сопоставление знака времени достижения и изменения значения сигнала позволяет оценивать надежность прогноза.

4.4. Примеры прогнозирования сложных сигналов

4.4.1. Прогнозирование числа возвратов пользователей

Рассмотрим прогнозирование числа возвратов пользователей некоторого веб-сервиса за период от 21.05.08 до 06.06.09 (рис. 56).

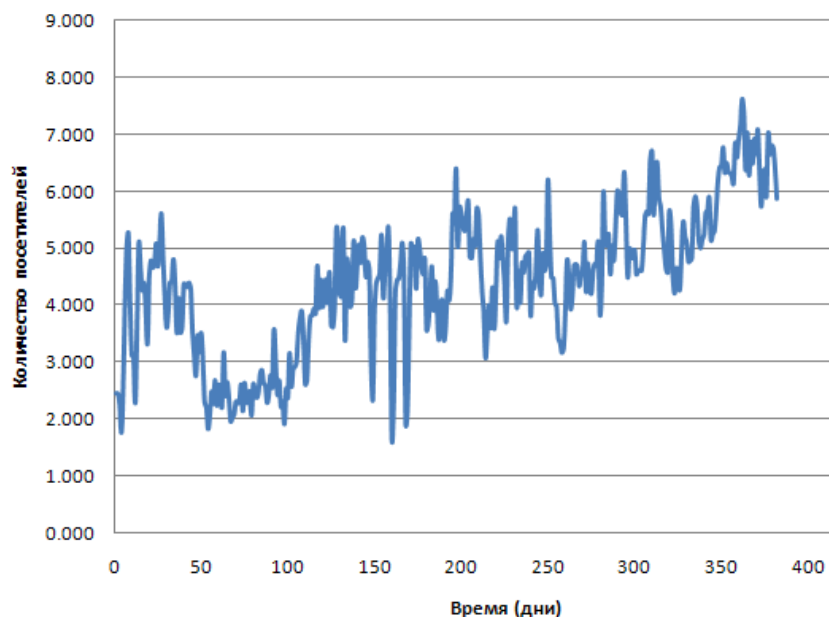


Рис. 56. Количество вернувшихся посетителей веб-сервиса

Найдем точку смены динамики в начале по исходному сигналу методом АКС. Разладка найдена в ряде возвратов пользователей на 192 дне (рис. 57).

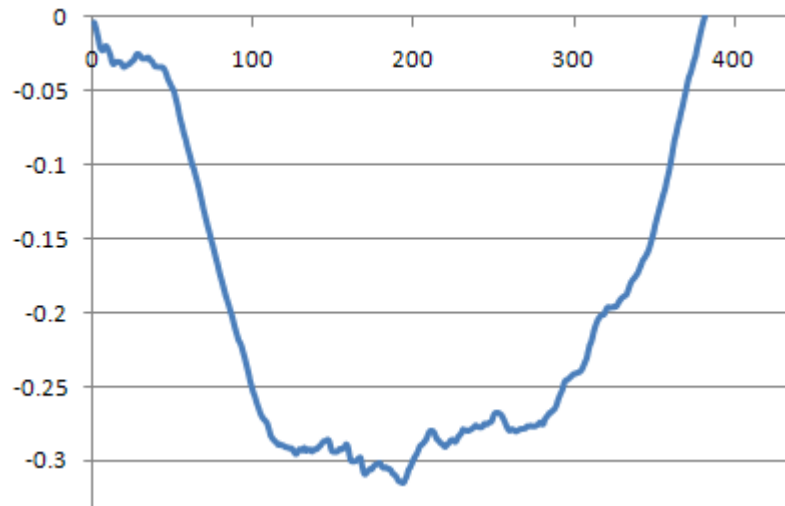


Рис. 57. Решающая функция АКС по ряду возвратов пользователей сайта

Степень достоверности наличия разладки по формуле (8) равна 100%, т.к. есть всего один локальный экстремум удовлетворяющий условиям выраженного порога.

Теперь построим производный ряд оценки локальной фрактальной размерности – индекса фрактальности (Рис. 57).

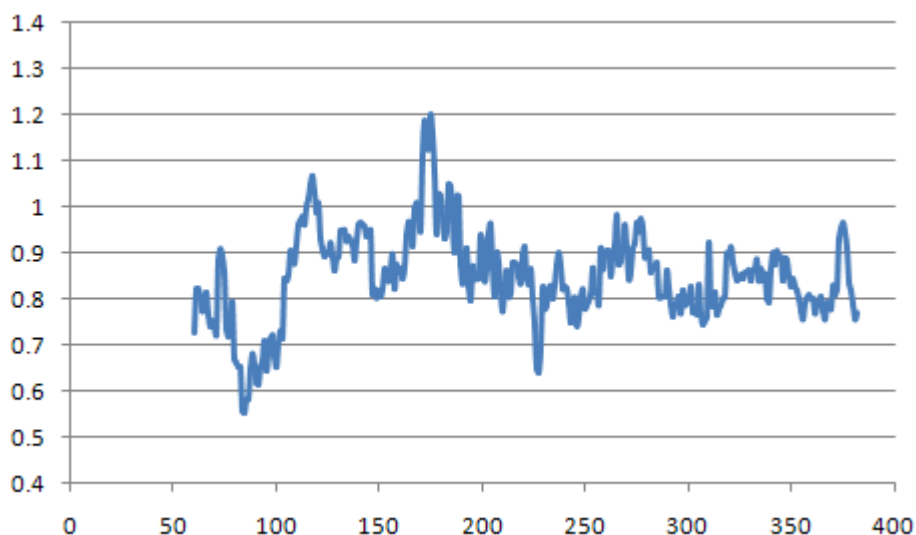


Рис. 58. Оценка локальной фрактальной размерности методом скользящего окна для ряда возвратов пользователей сайта

Длина окна 60, оценка выполняется по коэффициенту регрессии прямой, проведенной через 5 точек на лог-лог-шкале (рис. 59).

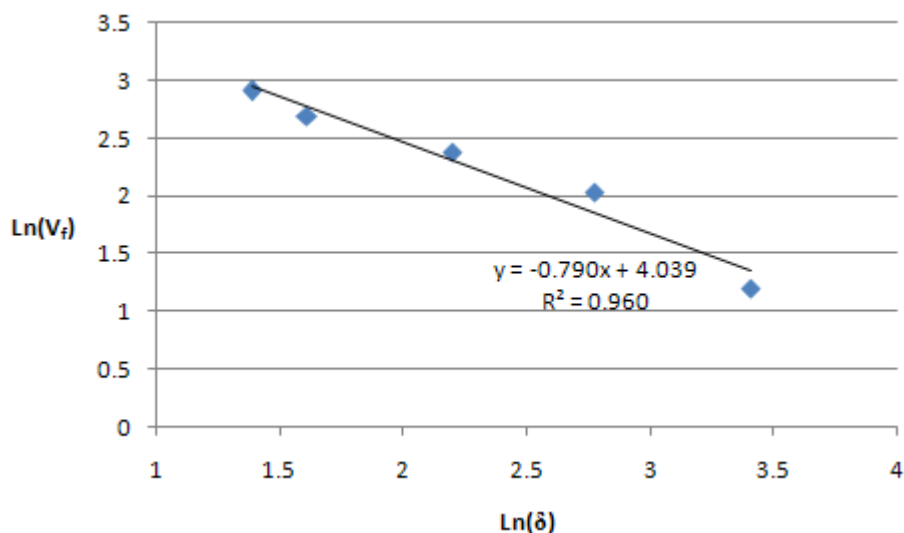


Рис. 59. Типичная оценка индекса фрактальности как коэффициента прямой регрессии для ряда возвратов пользователей сайта

Теперь найдем смену динамики в локальной фрактальной размерности производного сигнала. Разладка в производном ряде индекса фрактальности найдена на 105 дне (рис. 60).

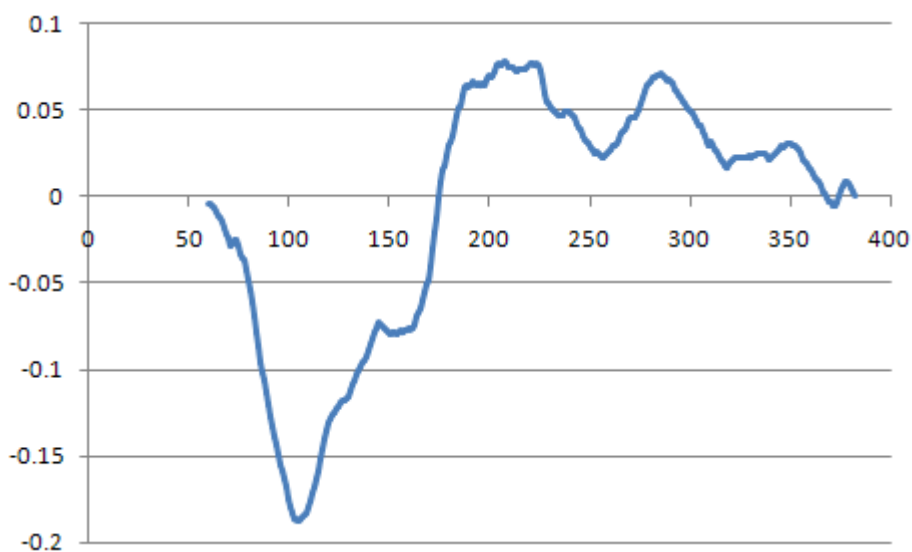


Рис. 60. Решающая функция АКС по ряду индекса фрактальности для возвратов пользователей сайта

Степень достоверности обнаруженной разладки в обоих случаях равна 100%. Сравним точность обнаружения разладки прогнозом на шаг вперед, выполненным многослойным персептроном, в зависимости от объема обучающей выборки (без использования границы смены динамики, с

разладкой в исходном сигнале, с разладкой в индексе фрактальности сигнала).

Результаты прогноза при обучении на множестве различного объема представлено в табл. 26. Используются следующие обозначения: E_{all} – относительная ошибка прогноза при обучении на всем доступном множестве примеров; E_i – обучающее множество выбирается до границы, найденной по ряду индекса фрактальности для прогнозируемого сигнала; E_a – обучающее множество выбирается до границы, найденной по исходному сигналу методом АКС.

Сопоставляя результаты ошибок прогнозирования, делаем вывод, что при использовании фрагмента сигнала для обучения предиктора, найденного по ряду оценки локальной фрактальной размерности прогноз получается в среднем несколько точнее.

Таблица 26

Относительные ошибки прогнозирования числа посетителей сайта в зависимости от обучающего множества

№	E_{all}	E_i	E_a
1	7,10	13,42	11,98
2	7,87	2,58	5,26
3	4,93	2,22	2,22
4	2,58	4,79	5,65
5	16,65	13,60	14,64
6	4,41	1,09	0,10
7	8,74	5,03	4,76
8	5,81	0,62	1,32
9	1,20	3,89	3,39
10	4,98	10,83	9,46
Среднее	6,43	5,81	5,88

Рассмотрим применение метода прогнозирования на основе локальных экстремумов заданного порога. Будем прогнозировать 15%-ое изменение сигнала, подтверждающий порог установим в 5%. См. рис. 61.

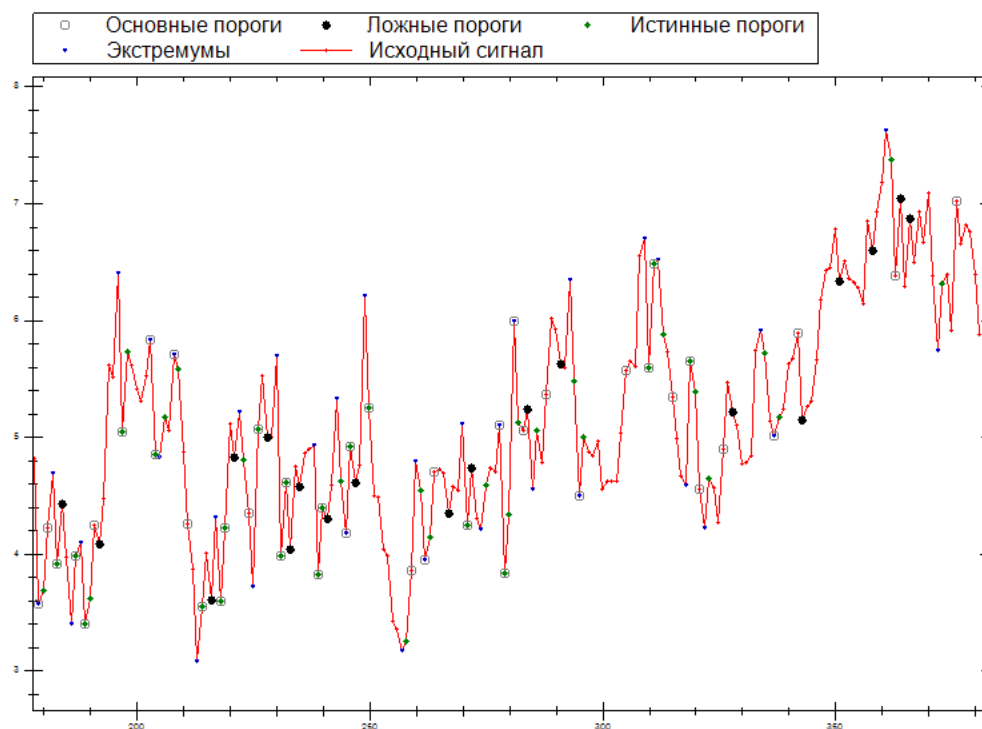


Рис. 61. Фрагмент сигнала количество вернувшихся посетителей веб-сервиса с обозначенными экстремумами порога $p=15\%$ и подтверждающего порога $p'=5\%$

Распределение истинных и ложных экстремумов на двумерной карте признаков показано на рис. 62. По оси абсцисс отложено значение $(v_3 - v_4)/(v_4 + 1)$ для анализируемого локального экстремума, по оси ординат $(t_3 + t_4 + t_5)$ (см. рис. 47).

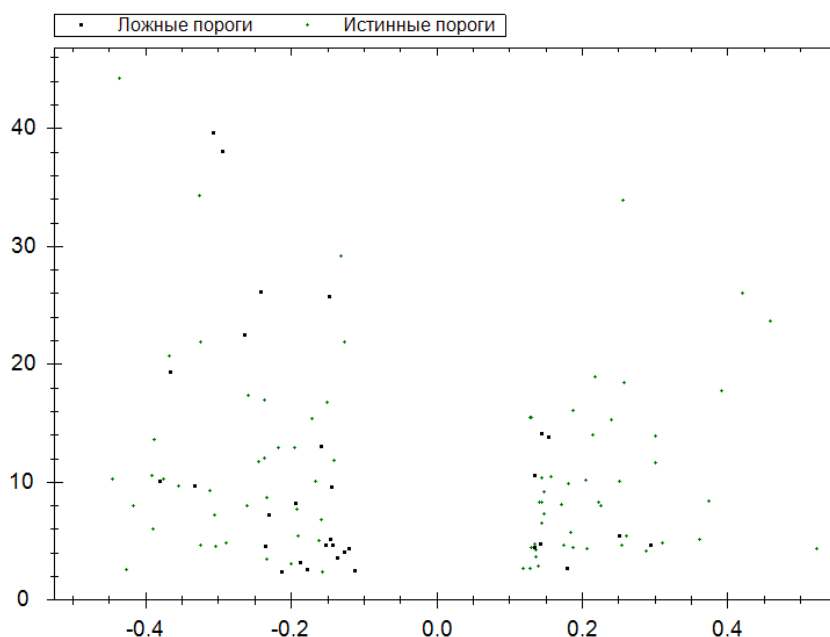


Рис. 62. Распределение истинных и ложных порогов ряда количество вернувшихся посетителей веб-сервиса с экстремумами порога $p=15\%$ и подтверждающим порогом $p'=5\%$ на двумерной карте признаков

Результат классификации многослойным персептроном представлен в табл. 27. Как видно, только один ложный экстремум распознан верно, все остальные классифицированы как истинные. Объяснить это можно тем, что во-первых, доступный ряд и так небольшой после деления на квазистабильную динамику стал еще меньше. А во-вторых, прогнозируется достаточно большой порог изменения сигнала, соответствующий прогнозу сразу на 3-5 отсчетов вперед. Поэтому полученный результат можно считать удовлетворительным.

Теперь найдем еще более последнюю смену динамики. Для этого выделим фрагмент сигнала после 192 отсчета и до «последнего известного».

Таблица 27

Результаты прогнозирования числа посетителей на основе классификации

Класс экстремума	Выход сети	Прогноз
1	0.91782065	1
1	0.99051852	1
0	0.99805122	1
0	0.33892344	0
0	0.73503732	1
1	0.9972763	1
0	0.99829019	1
0	0.99891944	1
1	0.57601351	1

Всего получается 192 отсчета, график показан на рис. 63.

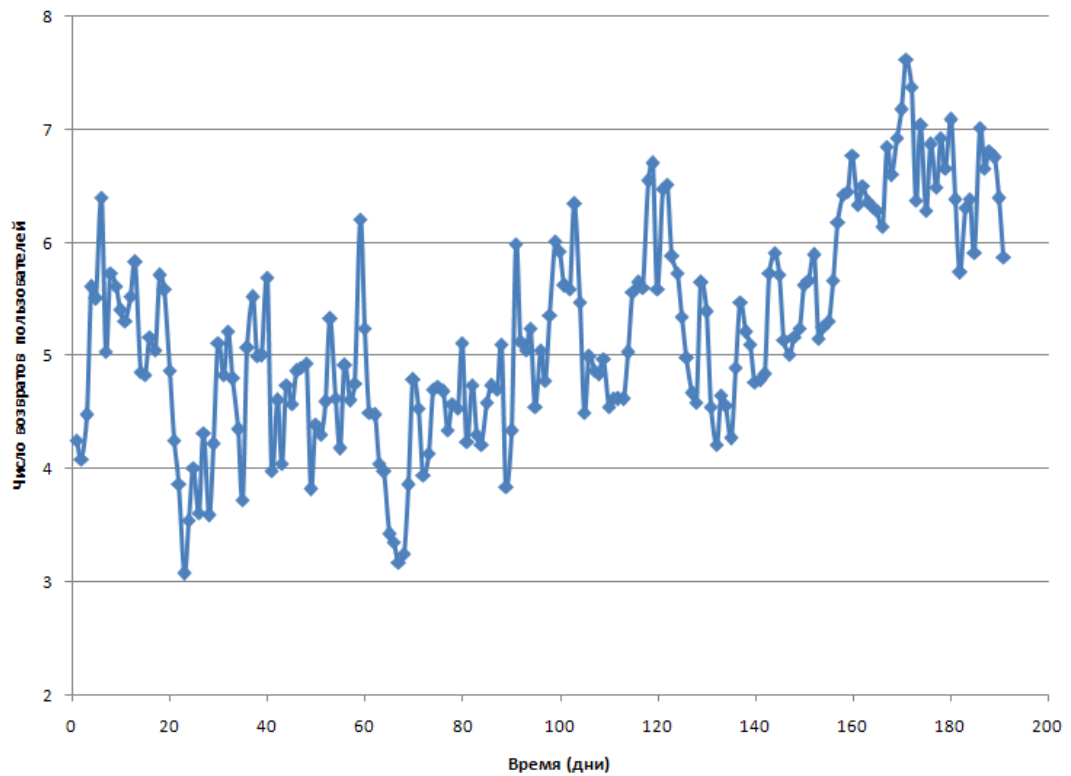


Рис. 63. Новый фрагмент сигнала в котором ищем смену динамики

Найдем в этом фрагменте границу смены динамики. Это отсчет номер 100. Уверенность в разладке и по исходному ряду и по ряду оценки локальной фрактальной размерности составляет 100%. Построим ряд времени достижения порога изменения $p=10\%$. График полученного сигнала показан на рис. 64.



Рис. 64. Прогнозируемый сигнал времени достижения заданного порога изменения

Для обучения нейронной сети выбираем отсчеты, относящиеся к последней квазистабильной динамке, т.е. до найденной границы на 100-м отсчете в исходном сигнале (это соответствует 48 отсчету в ряде времени достижения). Для обучения остается 21 значение, тестирование на 3-х последних отсчетах. Структура нейронной сети: 1 скрытый слой с тремя нейронами. Число эпох обучения – 500. В начале прогнозируем обучая сеть исключительно по ряду времени достижения порога изменения. Результаты показаны на рис. 65. За результат берется среднее по 3-м прогнозам.

Таблица 28

Статистические результаты прогнозирования

Характеристика	Значение
MSE	14.50445184
NMSE	1.255192948
MAE	2.907909292
Min Abs Error	0.839727621
Max Abs Error	6.363722969
r	0.49417975

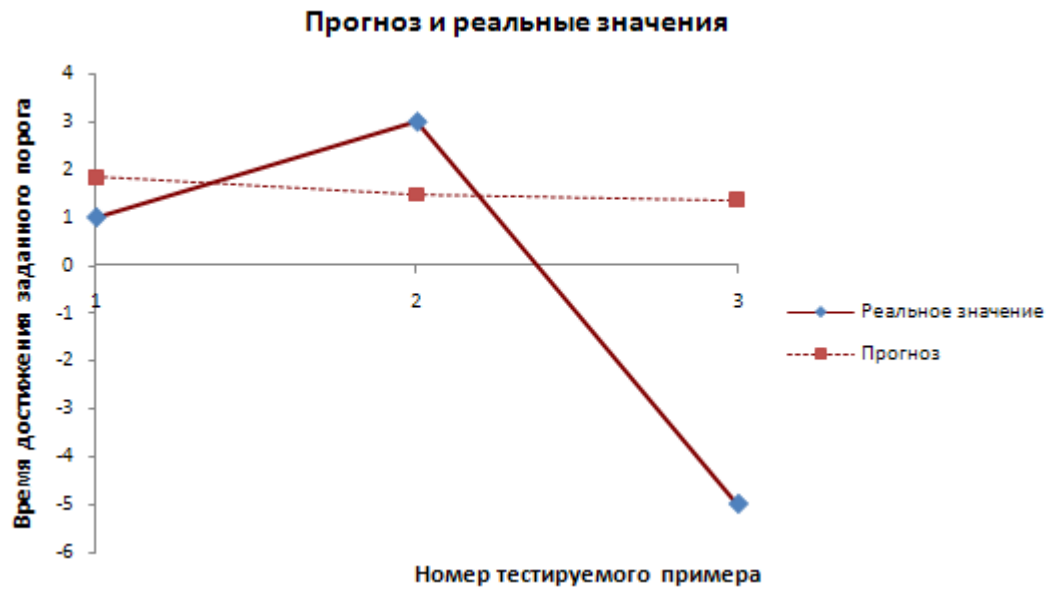


Рис. 65. Прогноз на шаг вперед времени достижения заданного порога изменения при обучении только по ряду времени достижения

Теперь построим такой же прогноз но при обучении будем подавать не только значения ряда времени достижения заданного порога изменения, но и значимость значений (см. рис. 66).

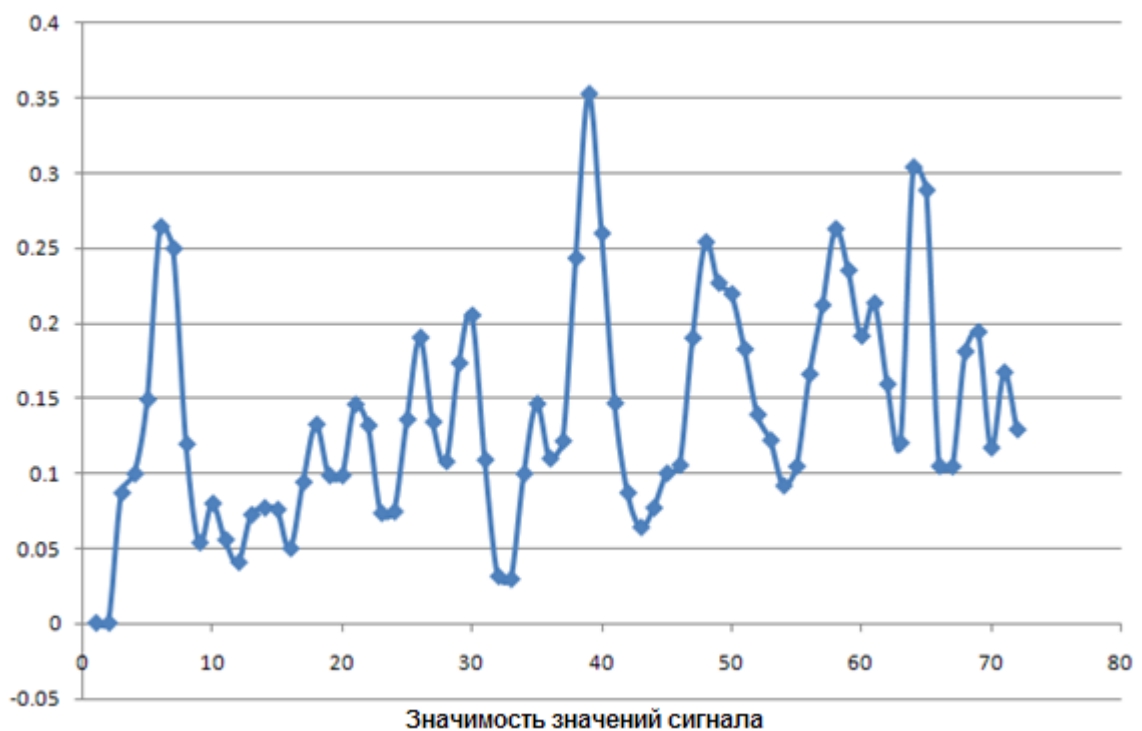


Рис. 66. Значимость значений сигнала «число возвратов пользователей».

Для первого значения значимость установлена в 0. Проведем анализ чувствительности НС к входным переменным, чтобы оценить, даст ли это должный результат.

Анализ чувствительности вносит некоторую ясность в вопрос о полезности тех или иных переменных. Он позволяет выделить ключевые переменные, без которых анализ невозможен, и идентифицировать те, которые можно без ущерба исключить из рассмотрения. Тем не менее, существует ряд важных моментов, которые нужно принимать во внимание при использовании этой процедуры.

В общем случае входные переменные не являются независимыми. Анализ чувствительности располагает их в том порядке, который соответствует степени ухудшения качества модели при исключении из нее соответствующей переменной. При этом каждой переменной присваивается определенный рейтинг. Однако при наличии зависимостей между входными переменными мы не можем быть уверены, что такой одиночный рейтинг правильно отражает реальную ситуацию. Анализ чувствительности, исключает по очереди входные переменные, как если бы они были "недоступны". Для каждого входа определяется диапазон изменения выхода сети по всему диапазону изменений входной переменной. Чем шире диапазон изменений выхода персептрона по данной переменной, тем чувствительнее считается данный вход. Соответственно если диапазон изменений выхода небольшой, можно предположить что данный вход не существенно влияет на выход сети, а значит данную переменную можно исключить из операции обучения и прогнозирования.

Как видно на рис. 67, значимость влияет на выход сети даже больше, чем время достижения порога изменения сигнала. Поэтому можно обоснованно предположить, что подача на вход НС дополнительной переменной повысит точность прогноза.



Рис. 67. Анализ влияния входных переменных на прогноз

Результаты прогнозирования показаны на рис. 68.

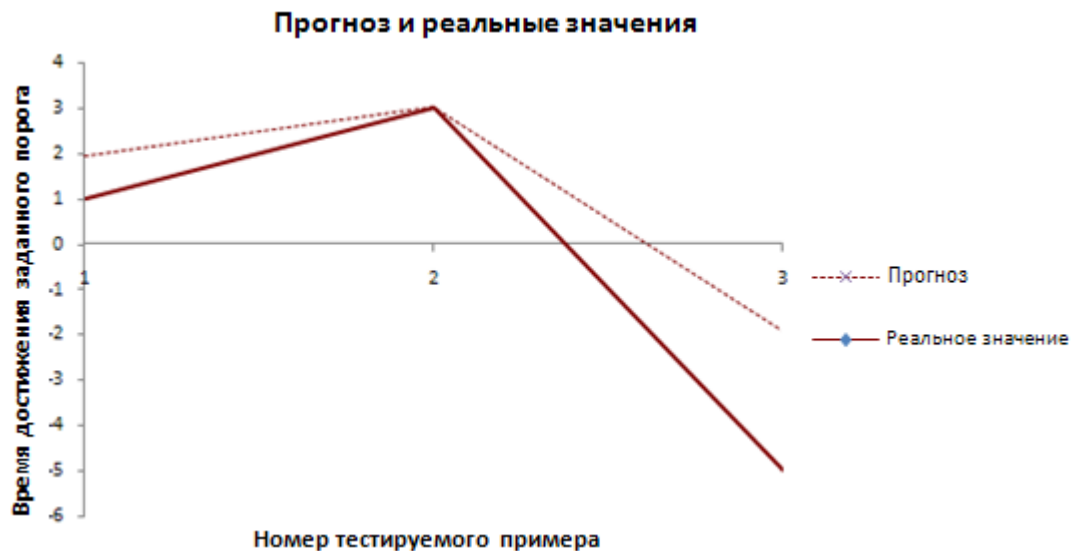


Рис. 68. Прогноз на шаг вперед времени достижения заданного порога изменения сигнала при обучении по ряду времени достижения и значимости значений сигнала

Относительные ошибки прогноза с переобучением после каждого шага для обоих случаев а также для модели $APCC(2,2)$ показаны в табл. 29. Отрицательная ошибка говорит о том что неверно определен знак (а для ряда времени порога достижения это имеет ключевое значение). $E_{ср}$ – средняя относительная ошибка прогноза (по абсолютным значениям).

Таблица 29

Относительные ошибки прогнозирования				
Обучение/№ примера	1	2	3	Е_{ср}
Время достижения	83,97%	52,76%	-127,40%	88,04%
Время достижения и значимость	95,15%	0,88%	62,08%	52,7%
APCC(2,2)	-126%	38%	34,6%	66,2%

Как видно, использование ряда значимости повышает точность прогноза ряда времени достижения заданного порога изменения по рассмотренным примерам. Небольшое число примеров обусловлено тем, что реальный наблюдаемый сигнал имеет конечную длину.

4.4.2. Прогнозирование магнитуды землетрясений

В качестве следующего примера рассмотрим ряд магнитуды землетрясений, наблюдаемых с 1960 по 2007 год. Магнитуда землетрясения – относительная энергетическая характеристика землетрясения, введена Рихтером. Определяется как логарифм отношения максимальных амплитуд волн данного землетрясения к амплитудам таких же волн некоторого стандартного землетрясения [125]. Данные взяты с сайта программы мониторинга землетрясений американской геологической службы – United States Geological Survey's (USGS) Earthquake Hazards Program, по адресу: <http://earthquake.usgs.gov/research/data/pager/expocat.php>. Исходный сигнал представлен на рис. 69. В данном случае мы можем рассматривать планету как гиперсложную нелинейную динамическую систему. Ее фазовая траектория изменения состояний наблюдается через магнитуду фиксируемых землетрясений. Прогнозирование магнитуды землетрясений, совместно с другими методами анализа и прогнозирования сейсмических колебаний может помочь в решении задачи прогноза землетрясений по месту, времени и силе, поэтому такая задача актуальна.

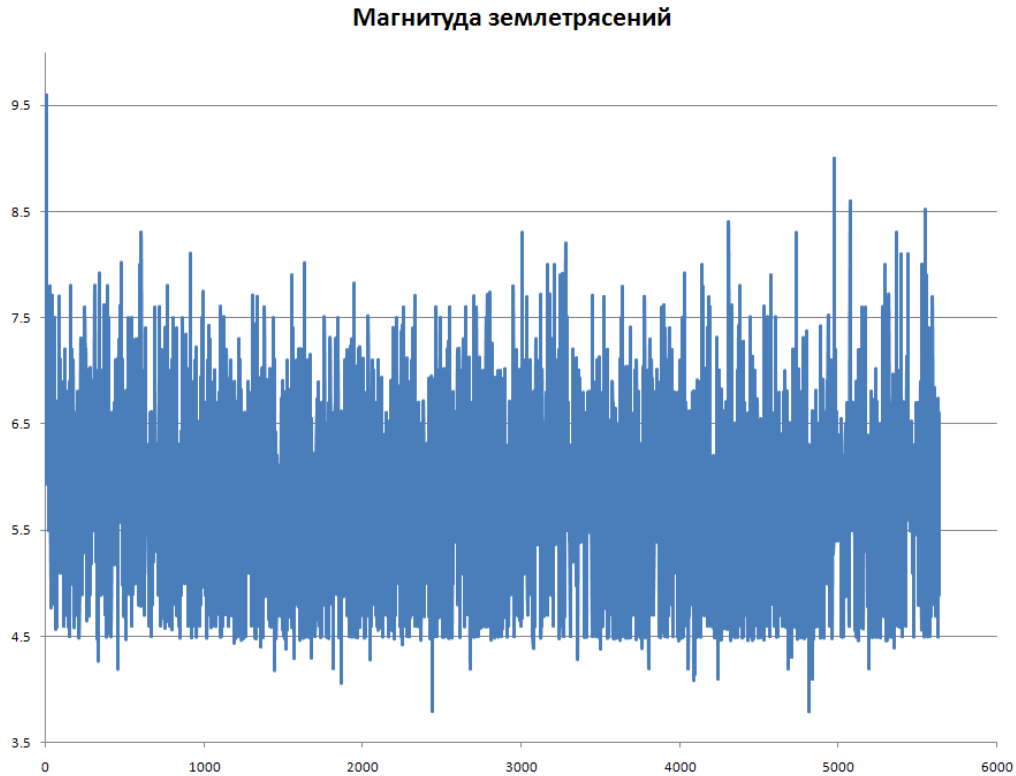


Рис. 69. Магнитуда опасных землетрясений зафиксированных USGS

Т.к. мы имеем достаточно большое число наблюдений за достаточно долгий период времени ($N=5637$ землетрясений, 47 лет), можно предположить, что гиперсложная динамика сейсмического поведения планеты образована последовательностью более простых квазистабильных динамических систем. Наша задача выделить в исходном сигнале границу, после которой наблюдаемый временной ряд есть реализация последней сформировавшейся квазистабильной сейсмической динамической системы. После этого необходимо используя полученный последний фрагмент сигнала как обучающее множество смоделировать эту квазистабильную динамику. И предполагая что данная динамика сохраниться, выполнить прогноз следующего значения магнитуды.

Найдем разладку в исходном сигнале. Максимум решающей функции АКС находится в точке $n_o = 1417$. Степень уверенности в разладке по формуле (8) составляет $c_o = \frac{1}{2} = 0,5$.

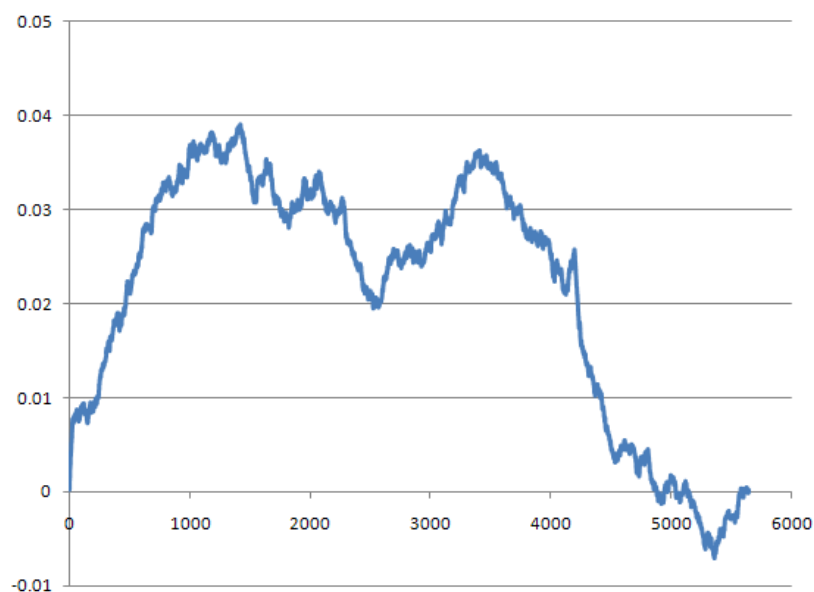


Рис. 70. График решающей функции АКС для ряда магнитуды землетрясений

Построим производный ряд оценки локальной фрактальной размерности (индекс фрактальности) для данного сигнала. Параметры процедуры построения такие же как и в рассмотренных ранее примерах.

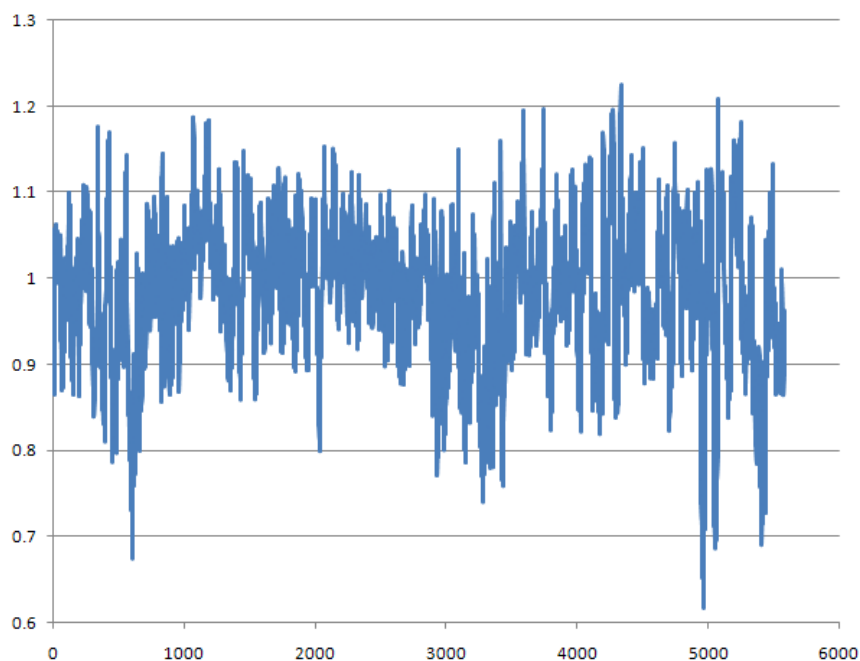


Рис. 71. Ряд индекса фрактальности для сигнала магнитуды землетрясений

Теперь найдем точку разладки в ряде оценки локальной фрактальной размерности. Максимум решающей функции АКС (см. рис. 72) находится на отсчете $n_i = 2936$.

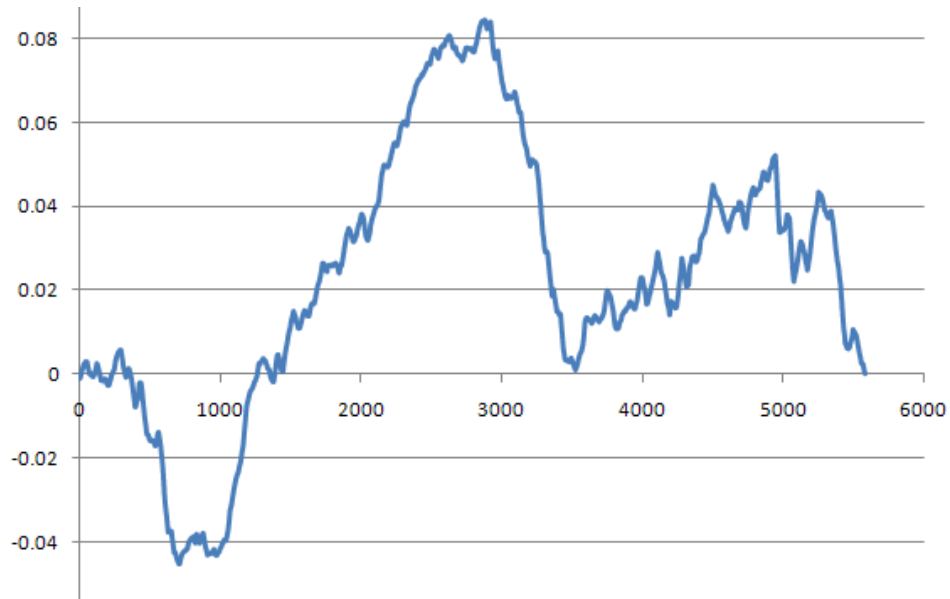


Рис. 72. График решающей функции АКС для производного ряда оценки локальной фрактальной размерности сигнала магнитуды землетрясений

Степень уверенности в разладке по формуле (8) составляет $c_o = \frac{1}{3} = 0,33$

(параметр $q=0,5$, $p=0,5$). Учитывая оба результата, можно сказать, что динамика достаточно однородна, поэтому можно предположить, что точность прогноза не будет сильно отличаться при обучении по всему сигналу или по фрагменту.

По предлагаемому методу обнаружения точки смены динамики в сложном сигнале за оценку границы реализаций динамических систем необходимо взять отсчет равный $n = \frac{n_o + n_i}{2} = \frac{(1417 + 2936)}{2} = 2177$. Таким образом, для обучения предиктора у нас будет $L = N - n = 5637 - 2177 = 3460$ отсчетов. Т.к. это достаточно много, то можно руководствоваться следующими умозаключениями. Нам необходимо моделировать самую последнюю сформировавшуюся квазистабильную сейсмическую динамику. А значит, следует выбирать максимально последние наблюдения, но с условием, что должно быть некоторое минимальное число отсчетов используемых для построение модели (предиктора). При этом чем больше отсчетов будет использоваться для обучения, тем точнее будет модель (при условии что они являются реализациями одной ДС). В данном случае можно

сказать, что обучающих примеров достаточно настолько, чтобы брать за оценку границы смены динамики отсчет $n_i = 2936$ (для обучения нейронной сети достаточно порядка 1000 отсчетов).

Построим ряд времени достижения порога изменения $p=20\%$ (рис. 73).



Рис. 73. Ряд времени достижения порога изменения $p=20\%$ от ряда магнитуд

Структура нейронной сети используемой в качестве аппроксиматора: 1(2- если две входные переменные)-3-1. Для обучения используется 556 отсчетов. Число эпох обучения – 1000, при обучении с подачей значимости точек сигнала – 2000. График уменьшения среднеквадратической ошибки при обучении показан на рис. 74.



Рис. 74. Обучение предиктора по ряду времени достижения порога изменения

Как видно, достаточно быстро сеть выходит на режим обучения, когда ошибка уменьшается очень медленно.

Сравним также точность прогноза получаемого при использовании значимости значений сигнала в качестве дополнительной входной переменной. Для того чтобы оценить, ухудшит или улучшит данная переменная прогноз, проведем так называемый анализ чувствительности для данной нейронной сети.

На рис. 75 показан анализ чувствительности, выполненный при обученной по всему доступному множеству примеров сети.



Рис. 75. Анализ влияния входных переменных на прогноз

Как видно, значимость значений сигнала в данном случае мало влияет на выход сети, поэтому можно ожидать, что улучшения точности прогноза при ее использовании не произойдет, а возможно даже ухудшение.

Для сравнения прогнозов будем использовать среднюю относительную ошибку, а также учет правильного определения знака изменения сигнала. Среднеквадратическая ошибка не подходит в качестве меры сравнения точности двух прогнозов, т.к. при прогнозировании ряда времени достижения порога изменения сигнала ключевым показателем является правильность определения знака изменения. Рассмотрим пример. Пусть последнее известное значение ряда времени достижения – 5. Следующее

значение, которое необходимо спрогнозировать – -10. Т.е. это означает, что сигнал уменьшится на заданный порог p за 10 единиц времени. Пусть мы получили два прогноза, выполненных различными предикторами. Первый прогноз – 1. Второй – -20. Среднеквадратическая ошибка для первого прогноза будет гораздо меньше чем для второго, однако второй прогноз дает более правильную информацию о дальнейшем изменении сигнала – а именно о том что он уменьшится, а не увеличится. Оценка по времени, когда это произойдет, получается не точная, однако сравнивать по точности эти два прогноза некорректно. Поэтому имеет смысл считать отдельно среднюю относительную ошибку для прогнозов, в которых правильно определен знак изменения, и такую же для прогнозов с неправильно определенным знаком. И сравнивать прогнозы по этим двум числам.

Сравним прогнозирование ряда времени достижения порога изменения магнитуды с методом APCC [15,119] реализованного в программном продукте STATISTICA 6. Для каждого прогноза выполнено 3 независимых эксперимента, за результат взято среднее значение. Относительные ошибки прогноза при различном обучении предиктора представлены в табл. 30.

Таблица 30

Относительные ошибки прогнозирования времени достижения порога изменения в 20% для магнитуды землетрясений

T				T-I				P	APCC	
D		All		D		All				
48,7032		29,9937		52,56		27,86		-2	76,75	
99,0241		104,0826		85,85		93,39		8	92,14	
45,72575		44,96033		48,83		42,71		-9	97,29	
101,07		80,2741		82,98		71,70		1	68,00	
-111,1939		-110,1394		-115,49		-112,57		20	100,64	
281,239		351,013		214,42		343,09		-1	-116,29	
97,89904		97,19068		94,92		95,34		-31	99,79	
31,50435		-112,2057		12,54		105,06		1	91,71	
11,9387		1,39381		144,03		89,03		-2	98,26	
92,19279		132,6608		-119,17		-150,23		1	95,78	
+	-	+	-	+	-	+	-		+	-
89,92	111,19	105,20	111,17	92,02	117,33	108,52	131,39		91,15	116,29

Результаты в столбце:

- **T** – обучение нейронной сети велось только по ряду времени достижения порога изменения сигнала;
- **T-I** – при обучении на вход подаются значения времени достижения и значимости соответствующего отсчета;
- **P** – на какое число отсчетов вперед получился прогноз. Отрицательная величина означает что сигнал уменьшился, положительная – увеличился на заданный порог;
- **APCC** – результаты прогнозирования моделью авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего с 2-мя параметрами авторегрессии и 2-мя параметрами скользящего среднего, выполненного в программной системе STATISTICA 6.
- **D** – относительные ошибки прогноза (в %), при обучении использовался фрагмент сигнала до найденной границы смены динамик;
- **AI** – обучение ведется по всему доступному ряду (1208 отсчетов). Отрицательная ошибка прогноза говорит о том, что неверно определен знак изменения прогнозируемого сигнала (т.е. вместо увеличения спрогнозировали уменьшение и наоборот).
- «+» – средняя относительная ошибка по верным по знаку прогнозам;
- «-» – средняя относительная ошибка по неверным прогнозам.

Как видно, точность прогнозирования выше на 15% при использовании для обучения фрагмента найденного по предложенному методу. Модель авторегрессии скользящего среднего уступает по точности, однако незначительно. При выборе структуры модели авторегрессии руководствуемся методом указанным в [7]. Для этого проанализируем сам график сигнала, а также его автокоррелограмму, в том числе частную. Если автокорреляция — это корреляция переменной с самой собой, сдвинутой на некое число наблюдений k , то частная автокорреляция — это корреляция

переменной с самой собой, сдвинутой на некое число наблюдений k , при исключении влияния промежуточных сдвигов (от 1 до $k-1$).

Как видно по АКФ (рис. 76), ряд достаточно стационарен (взятие разностей не приводит к повышению стационарностей). Так как АКФ имеет форму синусоиды или экспоненциально убывает; ЧАКФ имеет резко выделяющиеся значения на лагах 1, 2, нет корреляций на других лагах – два параметра авторегрессии.

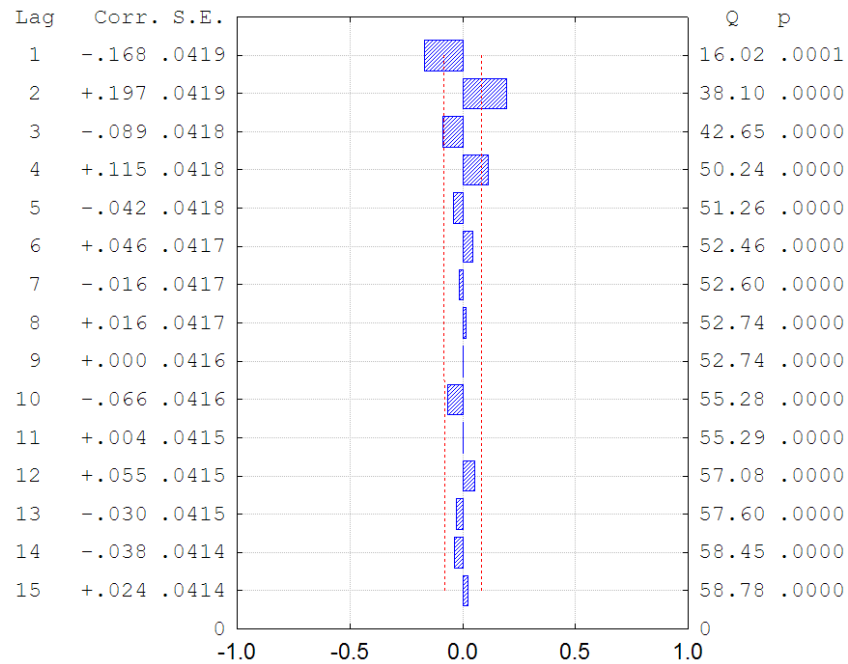


Рис. 76. АКФ ряда времени достижения порога изменения магнитуды

График ЧАКФ представлен на рис. 77.

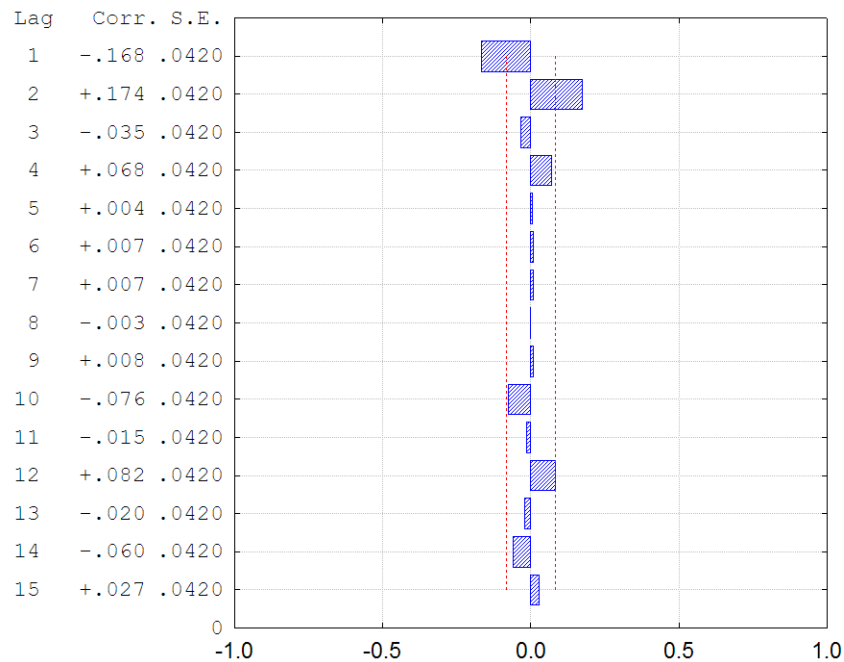


Рис. 77. ЧАКФ ряда времени достижения порога изменения магнитуды

Так как АКФ имеет резко выделяющиеся значения на лагах 1, 2, нет корреляций на других лагах и ЧАКФ имеет форму синусоиды или экспоненциально убывает – два параметра скользящего среднего. В итоге в качестве модели используется $ARCC(2,2)$.

Основные результаты и выводы по четвертой главе

1. Разработано программное обеспечение для проведения диссертационного исследования, описана структура, назначение и функциональная нагрузка составных модулей. Данный программный комплекс применялся в работе для проведения экспериментов на модельных и реальных сигналах.
2. Даны критерии применимости метода обнаружения разладки с использованием локальной фрактальной размерности сигнала. Положительный эффект от применения метода достигается при изменении математического ожидания до 1,5 раз и дисперсии до 2,5 раз после момента разладки.

3. Разработан способ повышения точности прогнозирования метода на основе ряда времени достижения порога изменения с использованием значимости значений сигнала. Особенностью предложенного способа является то, что используя предварительный анализ чувствительности нейронной сети к входным переменным, можно сделать вывод о том, улучшит или ухудшит прогноз подача значимости значений сигнала.
4. Приведены результаты прогнозирования реальных сигналов с использованием метода на основе ряда времени достижения порога изменения и с использованием метода на основе локальных экстремумов заданного порога. Приведены результаты обнаружения смены динамики на основе классических методов обнаружения разладки и предложенного метода на основе ряда локальной фрактальной размерности сигнала. В качестве примеров сигналов рассмотрены возвраты пользователей на сайт и магнитуда землетрясений. Проведено сравнение с методом прогнозирования АРСС. В обоих случаях прогноз получился точнее (в случае совпадения знаков изменения) и надежнее (т.е. определено больше правильных изменений по знаку изменения прогнозируемой величины).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решена задача прогнозирования сложных стохастических сигналов, на основе обнаружения в ретроспективе сигнала границы между реализациями различных динамических систем (разладки). Найденная граница используется для обучения предиктора на строго заданном множестве последних значений сигнала, по которому моделируется последняя квазистабильная динамика сигнала. Комбинированное прогнозирование осуществляется на основе ряда времени достижения заданного порога изменения.

Основные результаты диссертационной работы:

1) Предложен метод обнаружения границы реализации динамических систем в сложном сигнале на основе обнаружения разладки в ряде локальной фрактальной размерности сигнала для обоснованного выбора обучающего множества для предиктора.

2) Предложен оригинальный метод прогнозирования на основе анализа времени достижения заданного порога изменения сигнала, позволяющий прогнозировать не значение сигнала, а время, через которое сигнал изменится на заданный порог.

3) Предложен способ повышения точности метода прогнозирования на основе анализа времени достижения заданного порога изменения сигнала.

4) Разработан метод прогнозирования на основе локальных экстремумов сигнала заданного порога.

5) Разработан метод оценки степени уверенности обнаружения разладки в сигнале по количеству выраженных локальных экстремумов заданного порога, позволяющий получить численные оценки наличия смены динамики в сигнале.

6) Определен наиболее эффективный по точности апостериорный непараметрический метод обнаружения разладки в сложном сигнале.

7) Разработанные методы реализованы в программном комплексе, позволяющем выделять границы реализаций динамических систем в сигнале и строить более точный прогноз.

Предложенные методы, алгоритмы и программный комплекс могут найти свое применение в научных, производственных, телекоммуникационных, коммерческих, медицинских организациях и компаниях, ведущих наблюдение и контроль процессов, наблюдаемых в виде сложных стохастических сигналов. Это могут быть и сейсмологические, метеорологические, или наблюдения за состоянием ионосферы, проводимые научными центрами. На производстве такими сигналами могут выступать процент выхода годных изделий, значения технологических параметров, влияющих на качество продукции, например коэффициент усадки при производстве корпусов интегральных микросхем, и др. Уровень трафика в телекоммуникационных сетях, как правило, также наблюдается в виде сложных сигналов. Это может быть и посещаемость веб-сервиса или сайта, число пользователей сети, объем передаваемых данных и др. Для коммерческих компаний такими сигналами, безусловно, выступает финансовая информация, экономические показатели. В медицине это сигналы наблюдения за функционированием организма, например электроэнцефалограммы, кардиограммы и др.

В качестве итога можно сказать, что результаты диссертационной работы применимы в областях, где ведется работа со сложными стохастическими, и в определенной степени эволюционными сигналами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абраменкова, И.В. Особенности и предельные возможности нейросетевых методов прогнозирования временных рядов / И.В. Абраменкова, В.В. Круглов // Программные продукты и системы. – 2006. – №3. – С. 8.
2. Акатьев, Д. Ю. Обнаружение разладки случайного процесса на основе принципа минимума информационного рассогласования / Д. Ю. Акатьев, В. В. Савченко. // Автометрия. – 2005. – Т. 41, № 2. – С. 68-74.
3. Александров, П. С. Введение в теорию размерности / П. С. Александров, Б. А. Пасынков. – М.: Наука, 1973. – 576с.
4. Анищенко, В. С. Динамические системы. Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского / В. С. Анищенко. – Режим доступа: <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1186976&uri=text1.html>. – 23.10.09.
5. Анищенко, В. С. Относительная энтропия как мера степени перемешивания зашумленных систем / В. С. Анищенко, С. В. Астахов // Письма в ЖТФ. – 2007. – Т 33, вып. 21. – С.1.
6. Арнольд, В. И. Теория катастроф / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
7. АРПСС. – Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/portal/applications/ForecastingAdvisor/Methods/ARPS/arpss.htm>. – 24.10.09.
8. Бассвиль, М. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / М. Бассвиль, А. Вилски, А. Банвенист и др.; под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. – М.: Мир, 1989. – 278 с.
9. Безручко, Б. П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды / Б. П. Безручко, Д. А. Смирнов; ГосУНЦ «Колледж». – Саратов, 2005. – 320 с.
10. Бодянский, Е. В. Диагностика и прогнозирование временных рядов многослойной радиально-базисной нейронной сети / Е. В. Бодянский, Е. И.

Кучеренко // Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб. докл. – 2002. – С. 69–72.

11. Бодянский, Е. В. Обобщённый алгоритм обучения формального нейрона / Е. В. Бодянский, Н. Е. Кулишова., О. Г. Руденко // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – №5. – С. 176–182.

12. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – Вып. 1, 2.

13. Борисов, Ю. Ю. Методика построения нейросетевых прогнозирующих моделей на основе анализа реконструированных аттракторов: автореферат дис. ... канд. тех. наук: 05.13.17 / Борисов Юрий Юрьевич; Московский государственный университет приборостроения и информатики. – М., 2007. – 19 с.

14. Борисов, Ю. Нейросетевые методы обработки информации и средства их программно-аппаратной поддержки / Ю. Борисов, В. Кашкаров, С. Сорокин // Открытые системы. – 1997. – №4. – С. 38–40.

15. Боровиков, В. П. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows / В. П. Боровиков, Г. И. Ивченко. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 368 с.

16. Бородкин, Л. И. Алгоритм обнаружения моментов изменения параметров уравнения случайного процесса / Л. И. Бородкин, В. В. Моттль // Автоматика и телемеханика. – 1976. – №6. – С. 23–32.

17. Бродский, Б. Е. Алгоритм апостериорного обнаружения многократных разладок случайной последовательности / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Автоматика и телемеханика. – 1993. – №1. – С. 62–67.

18. Бродский, Б. Е. Асимптотический анализ некоторых оценок в апостериорной задаче о разладке / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Теория вероятностей и ее применения. – 1990. – Т.35, №3. – С. 551 – 557.

19. Бродский, Б. Е. Асимптотически оптимальные методы в задаче скорейшего обнаружения разладки. I. Характеристики методов скорейшего

обнаружения разладки / Б. Е. Бродский // Автоматика и телемеханика. – 1995. – №9. – С. 60-72.

20. Бродский, Б. Е. Асимптотически оптимальные методы в задаче скорейшего обнаружения разладки. II. Исследование методов скорейшего обнаружения / Б. Е. Бродский // Автоматика и телемеханика. – 1995. – №10. – С. 50-59.

21. Бродский, Б. Е. Мониторинг структурных сдвигов в эконометрических моделях / Б. Е. Бродский. – Режим доступа:

http://data.cemi.rssi.ru/GRAF/center/methodology/econometrics/download/monitoring_rus.pdf. – 23.10.09.

22. Бродский, Б. Е. Непараметрический метод обнаружения моментов переключения двух случайных последовательностей / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Автоматика и телемеханика. – 1989. – №10. – С. 66-74.

23. Бродский, Б. Е. О задаче скорейшего обнаружения момента изменения вероятностных характеристик случайной последовательности / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Автоматика и телемеханика. – 1983. – №10. – С. 125-131.

24. Бродский, Б. Е. Проблемы и методы вероятностной диагностики / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Автоматика и телемеханика. – 1999. – №8. – С. 3-50.

25. Бродский, Б. Е. Сравнительный анализ некоторых непараметрических методов скорейшего обнаружения момента “разладки” случайной последовательности / Б. Е. Бродский, Б. С. Дарховский // Теория вероятностей и ее применения. – 1990. – Т.35, №4. – С. 655-668.

26. Бывайков, М. Е. О робастности в задаче обнаружения изменения параметра сдвига случайного процесса / М. Е. Бывайков, А. А. Ромашев // Автоматика и телемеханика. – 1989. – №7. – С. 138-143.

27. Васильченко, С. Г. Алгоритм обнаружения моментов разладки случайной последовательности / С. Г. Васильченко // Фундамент. и прикл. матем. – 2002. – Т. 8, вып. 3.и– С. 655–665. – Режим доступа:
http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jruid=fpm&paperid=683&what=fullt&option_lang=rus. – 23.10.09.
28. Васин, В. В. Элементы нелинейной динамики: от порядка к хаосу / В. В. Васин, Л. Б. Ряшко. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – 2006. – 164 с.
29. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 480с.
30. Владимиров, В.А. Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика / В. А. Владимиров, Ю. Л. Воробьев, Г. Г. Малинецкий и др. – М.: Наука, 2000. – 432 с.
31. Воробейчиков, С. Э. Об обнаружении изменения среднего в последовательности случайных величин / С. Э. Воробейчиков // Автоматика и телемеханика. – 1998. – №3. – С. 50-56.
32. Воробейчиков, С. Э. Об обнаружении разладки в линейной стохастической системе по зашумленным наблюдениям / С. Э. Воробейчиков, В. В. Конев // Пробл. передачи информ. – 1992. – Т. 28, № 3. – С. 68–75. – Режим доступа:
http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jruid=ppi&paperid=1357&what=fullt&option_lang=rus. – 23.10.09.
33. Гаджиев, Ч. М. Проверка обобщенной дисперсии обновляющей последовательности фильтра Калмана в задачах динамического диагностирования / Ч. М. Гаджиев // Автоматика и телемеханика. – 1994. – №8. – С. 98-104.
34. Гаджиев, Ч. М. Прогнозирование технического состояния динамических систем по обновляющей последовательности фильтра Калмана / Ч. М. Гаджиев // Автоматика и телемеханика. – 1993. – №5. – С. 163-167.

35. Гапеев, П. В. Баяевская задача обнаружения разладки с информационным критерием запаздывания. УМН./ П. В. Гапеев. – 2001. – Т. 56, вып. 4. – С. 139–140. – Режим доступа:
http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jrnl=rm&paperid=422&what=fullt&option_lang=rus. – 23.10.09.
36. Глас, Л. От часов к хаосу. Ритмы жизни / Л. Глас, М. Мэки. – М.: Мир, 1991. – 248 с.
37. Глебов, А. А. Модель краткосрочного прогнозирования электропотребления с помощью нейро-нечетких систем: автореферат дис. ... канд. тех. наук: 05.13.10 / Глебов Андрей Александрович; Астрахан. гос. ун-т. – Астрахань, 2006. – 19 с.
38. Головкин, В. А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов. – Научная сессия МИФИ-2005. VII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2005»: – лекции по нейроинформатике / В. А. Головкин. – М.: МИФИ, 2005. – 76 с.
39. Головкин, В. А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов. – Научная сессия МИФИ-2005. VII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2005»: – лекции по нейроинформатике. – М.: МИФИ, 2005. – С. 43-88.
40. Головкин, В. А. Нейросетевой метод оценки спектра Ляпунова по наблюдаемым реализациям / В. А. Головкин, Н. Ю. Чумерин, Ю. В. Савицкий // Журнал «Нейрокомпьютеры: разработка, применение». – 2004. – №1. – С. 43-88.
41. Горбань, А. Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей. / А. Н. Горбань. // Сибирский журнал вычислительной математики. – 1998. – Т.1, № 1. – С. 12-24.
42. Горячкова, Е. Е. Учет корреляции при обнаружении разладки случайных процессов методом контрольных карт / Е. Е. Горячкова, Л. М. Яковис //

- XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. – 2003. – Ч. IV. – С. 33-34. – Режим доступа: <ftp://ftp.unilib.neva.ru/dl/003300.pdf>. – 23.10.09.
43. Гусарова, Г. В. Критерии наличия разладки / Г. В. Гусарова, А. П. Ковалевский, А. Г. Макаренко // Сиб. журн. индустр. матем. – 2005. – Т. 8, вып. 4. – С. 18–33.
44. Давыдов, А. В. Цифровая обработка сигналов. Курс лекций. – 2008. – Режим доступа: <http://prodav.narod.ru/dsp/index.html>. – 23.10.09.
45. Давыдов, А. В. Цифровая обработка сигналов: Тематические лекции. / А. В. Давыдов. – Екатеринбург: УГГУ, ИГиГ, кафедра геоинформатики. – 2007. – Режим доступа: <http://www.prodav.narod.ru/dsp/index.html>. - 24.10.09.
46. Дарховский, Б. С. Непараметрический метод для апостериорного обнаружения момента “разладки” последовательности независимых случайных величин / Б. С. Дарховский // Теория вероятностей и ее применения. – 1976. – Т.21, №1. – С. 180-184.
47. Дарховский, Б. С. Непараметрический метод скорейшего обнаружения изменения среднего случайной последовательности / Б. С. Дарховский, Б. Е. Бродский // Теория вероятностей и ее применения. – 1987. – Т.32, №4. – С. 899-905.
48. Дарховский, Б. С. Общий метод оценивания момента изменения вероятностных характеристик случайной последовательности / Б. С. Дарховский // Статистические проблемы управления. – 1984. – вып.65. – С. 76-82.
49. Дмитриева, Л. А. Методы теории сложных систем в экономике и финансах. Междисциплинарность в науке и образовании: Труды Всероссийской научно-методической конференции. Санкт-Петербург, 11-13 октября 2001г./ Л. А.Дмитриева, Ю. А. Куперин, И. В. Сорока. – СПб., 2001. – стр. 29-50.

50. Дубовиков, М. М. Индекс фрактальности и фрактальный анализ временных рядов / М. М. Дубовиков, А. В. Крянев, Н. В. Старченко // Сборник научных трудов научной сессии МИФИ. – М., 2004.
51. Дубовиков, М. М. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов / М. М. Дубовиков, А. В. Крянев, Н. В. Старченко // Вестник РУДН. – 2004. – Т.3, № 1. – С. 81 – 95.
52. Дубовиков, М. М. Эконофизика и анализ финансовых временных рядов / М. М. Дубовиков, Н. В. Старченко // ЭКОНОФИЗИКА. Современная физика в поисках экономической теории. – М.: МИФИ, 2007. – Режим доступа: http://am.intrast.ru/uploaded/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BE%D0%B2%D1%8B%D1%85_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BE%D0%B2_%D0%B8_%D1%8D%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D0%BE%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%87%D0%B0%D1%81%D1%82%D1%8C..doc. – 27.10.09.
53. Егошин, А. В. Исследование возможности выявления динамических систем по наблюдаемому временному ряду в задаче прогнозирования / А. В. Егошин, И. Г. Сидоркина // Вестник Чувашского университета. – Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова. – 2008. – № 2 – С. 211-216.
54. Егошин, А. В. Постановка задачи прогнозирования временного ряда порождаемого динамической системой / А. В. Егошин // Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе: сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием; Марийский государственный технический университет. – Йошкар-Ола, 2007. – С. 136-140.
55. Егошин, А. В. Выявление границ реализаций динамических систем в модельных стохастических сигналах / А.В. Егошин // Информационные

технологии в профессиональной деятельности и научной работе: сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет: в 2 ч. – 2009. – Ч.1 – С. 91-95.

56. Егошин А. В. Анализ времени достижения сигналом порога изменения в задаче нейросетевого прогнозирования временных рядов / А.В. Егошин // Информационно-вычислительные технологии и их приложения: сборник статей VI Международной научно-технической конференции. – Пенза: РИО ПГСХА, 2007. – С. 74-76.

57. Егошин А. В. Постановка задачи прогнозирования временного ряда порождаемого динамической системой / А.В. Егошин // Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе: сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2007. – С. 136-140.

58. Егошин А. В., Сидоркина И. Г. Рекурсивное прогнозирование эволюционных временных рядов с использованием многослойного персептрона / А.В. Егошин, И. Г. Сидоркина // Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе: сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет: в 2 ч, 2008. – Ч.2 – С. 46-48.

59. Егошин А. В. Исследование возможности создания самообучаемой нейронной сети для решения задачи прогнозирования финансовых временных рядов / А.В. Егошин // Технологии Microsoft в теории и практике программирования. Материалы конференции / Под ред. проф. Стронгина. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2007. – С. 79-83.

60. Ежов, А. Нейронные сети в медицине / А. Ежов, В. Чечёткин // Открытые системы. – 1997. – №4. – С. 34–37.
61. Заботнев, М. С. Динамика инвестиционного процесса: анализ и прогноз / М.С. Заботнев // ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. – Москва, 2001. – Режим доступа: http://www.keldysh.ru/papers/2001/prep32/prep2001_32.html. – 23.10.09.
62. Заславский, Г. М. Современные проблемы физики. Стохастичность динамических систем / Г. М. Заславский. – М.:Наука, 1984. – 272с.
63. Ивахненко, А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами / А. Г. Ивахненко. – Киев: Наукова думка, 1975. – 340 с.
64. Ивахненко, А. Г. Предсказание случайных процессов / А. Г. Ивахненко, Р. Г. Лапа. – Киев: Наукова думка, 1971. – 416с.
65. Ивахненко, А. Г. Обзор задач, решаемых по алгоритмам Метода Группового Учета Аргументов (МГУА) / А. Г. Ивахненко, Г. А. Ивахненко – Режим доступа: <http://www.gmdh.net/articles/rus/obzorzad.pdf>. - 24.10.09.
66. Ильяшенко, Ю. С. Аттракторы и их фрактальная размерность / Ю. С. Ильяшенко. – М.: МЦНМО, 2005. – 16 с.
67. Кануников, И. Е. Применение теории динамического хаоса для анализа электроэнцефалограмм. / И. Е. Кануников, Е. В. Антонова, Д. Р. Белов, Ю. Г. Марков //Вестник СПбГУ, серия 3 (биология). – 1998. – вып.1, №3. – С.55-61.
68. Клепарский, В. Г. Мультифрактальность, диссипация и устойчивость краткосрочных трендов на фондовом рынке / В. Г. Клепарский, В. А. Ефремов // Проблемы управления. – 2003. – № 4. – Режим доступа: <http://www.plan.ru/img/forum/KLEP.DOC>. – 23.10.09.
69. Клепарский, В. Г. Мультифрактальность и самоподстройка канала аттракции фондового рынка / В. Г. Клепарский // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 4. – С. 109-119.

70. Колмогоров, А. Н. Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов / А. Н. Колмогоров // ДАН СССР. – 1959. – Т. 124.
71. Короленко, П. В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике / П. В. Короленко, М. С. Маганова, А. В. Меснянкин // Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования: учебное пособие. – М.: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, 2004. – 82 с.
72. Котляров, О. Л. Методы экстраполяции нерегулярных временных рядов: автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.02 / Котляров Олег Леонидович; МГУ. – М., 2006. – 17 с.
73. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. Ш. Кремер. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 543с.
74. Кричевский, А. М. Прогнозирование временных рядов с долговременной корреляционной зависимостью: автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.01 / Кричевский Андрей Михайлович; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. – СПб., 2008. – 19 с.
75. Кроновер, Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах Основы теории / Р. М. Кроновер // Постмаркет. - Москва, 2000. – 354 с.
76. Круглов, В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В. В. Круглов, В. В. Борисов. – М.: Горячая линия–Телеком, 2001. – 382 с.
77. Кузнецов, С. П. Динамический хаос / С. П. Кузнецов. – М.: Физматлит, 2001. – 296 с.
78. Кульбак, С. Теория информации и статистика. / С. Кульбак. – М.: Наука, 1967. – 408 с.
79. Лихтенберг, А. Регулярная и хаотическая динамика / А. Лихтенберг, М. Либерман. – 1984.

80. Лоскутов, Ю. А. Проблемы нелинейной динамики. I. Хаос. / Ю. А. Лоскутов // Вестник МГУ, сер. физ.-астр. – 2001. – №2. – С. 3-21.
81. Макаренко, Н. Г. Эмбидология и нейропрогноз. Лекции по нейроинформатике / Н. Г. Макаренко. – М.: Изд-во МИФИ, 2003. – 32 с.
82. Малинецкий, Г. Г. Нелинейная динамика и проблемы прогноза / Г. Г. Малинецкий, С. П. Курдюмов // Вестник российской академии наук. – 2001. – Т 71, № 3. С. 210-232. – Режим доступа:
<http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/VRAN/GREF/GREF.HTM>. – 23.10.09.
83. Малинецкий, Г. Г. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды / Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов, А. В. Подлазов. – М.: КомКнига, 2006. – 280 с.
84. Малинецкий, Г. Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов. – М.: Изд-во Эдиториал УРСС, 2000. – 335 с.
85. Миллер, Б. М. Теория случайных процессов в примерах и задачах / Б. М. Миллер, А. Р. Панков. – М.: Наука, 2001. – 320 с.
86. Метод главных компонент. – Режим доступа:
<http://alglib.sources.ru/dataanalysis/principalcomponentsanalysis.php>. - 24.10.09.
87. Нейронные сети. – Режим доступа:
<http://www.statsoft.ru/HOME/TEXTBOOK/modules/stneunet.html>. - 24.10.09.
88. Нейросетевые технологии распознавания рукописных текстов / Э. М. Куssуль, Л. М. Касаткина, Т. Н. Байдык, В. В. Лукович // Управляющие системы и машины. – 2001. – № 2. – С. 64–83.
89. Немец, С. Ю. Комбинированные методы прогнозирования на основе ретроспективных оценок и внутренних характеристик временных рядов: автореферат дис. ... канд. тех. наук: 05.13.18 / Немец Сергей Юрьевич; Воронеж. гос. тех. ун-т. – Воронеж, 2007. – 20 с.
90. Никифоров, И. В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов / И. В. Никифоров. – М.: Наука, 1983. – 197 с.

91. Никифоров, И. В. Применение кумулятивных сумм для обнаружения изменения характеристик случайного процесса / И. В. Никифоров // Автоматика и телемеханика. – 1979. – №2. – С. 48-58.
92. Никульчев, Е. В. Использование групп симметрий для идентификации сложных систем / Е. В. Никульчев // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9, №3. – С. 72–80.
93. Никульчев, Е. В. Моделирование и идентификация динамически-сложных систем на основе группового анализа / Е. В. Никульчев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – №10. – С. 2-7.
94. Никульчев, Е. В. Моделирование хаоса для процессов изменения курсов акций / Е. В. Никульчев, М. Е. Волович // Exponenta Pro. Математика в приложениях. – 2003. – №1. – С. 49-52.
95. Никульчев, Е. В. Технология моделирования сложных и хаотических процессов допускающих группы симметрий / Е. В. Никульчев // Автоматизация и современные технологии. – 2004. – №11. – С. 29-33.
96. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 304 с.
97. Парфенов, В. И. Применение дискриминантной процедуры при синтезе и анализе телекоммуникационной системы, основанной на манипуляции статистическими характеристиками случайного процесса / В. И. Парфенов, Е. В. Сергеева // Вестник воронежского государственного университета. Серия: физика. Математика. – 2008. – №1. – С. 70-74. – Режим доступа: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/phymath/2008/01/parfenov.pdf>. – 23.10.09.
98. Петерс, Э. Хаос Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
99. Потапов, А. Б. Нелинейная динамика обработки информации в нейронных сетях / А. Б. Потапов, М. К. Али // Известия высших учебных

заведений. Прикладная нелинейная динамика. Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского. – 2001. – Т.9, №6. – С.3-44.

100. Пригожин, И. Конец определенности. Время, хаос и новые законы природы. / И. Пригожин. – Ижевск: НИЦ РХД, 2000. – 207 с.

101. Распознавание растений по результатам дистанционного зондирования на основе многослойных нейронных сетей / В. И.Дубровин, С. В. Морщавка, Д. М. Пиза, С. А. Субботин // Математические машины и системы. – 2000.– №2. – С. 113–119.

102. Сабонис, С. С. Алгоритмы диагностирования автоматизированной системы контроля уровня воды / С. С. Сабонис // Информационно-управляющие системы. – 2005. – №5. – С. 6-10.

103. Сабонис, С. С. Методы совместного использования алгоритмов обнаружения разладки случайных процессов / С. С. Сабонис // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2007. – № 4. – С. 97-100.

104. Сабонис, С. С. Обнаружение дефектов в системах управления с использованием фильтра Калмана / С. С. Сабонис // Научно-технические ведомости. – 2004. – №1. – С. 214-220.

105. Салов Г. И. К задаче о разладке для скачкообразного марковского процесса /Г. И. Салов // Сиб. журн. индустр. матем. – 2009. – т. 12, № 3. – С. 85–98.

106. Синай, Я. Г. О понятии энтропии динамической системы / Я. Г. Синай // ДАН СССР. – 1959. – Т. 124.

107. Солдатова, О. П. Применение нейронных сетей для решения задач прогнозирования / О. П. Солдатова, В. В. Семенов // Электронный научный журнал «Исследовано в России». – 2006. – Режим доступа:

<http://zhurnal.apelarn.ru/articles/2006/136.pdf>. – 23.10.09.

108. Спектральный (Фурье) анализ. – Режим доступа:

<http://www.statsoft.ru/HOME/TEXTBOOK/modules/stneunet.html>. - 24.10.09.

109. Старченко, Н. В. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. / Н. В. Старченко. – М., 2005. – 146 с. – Режим доступа:
http://www.mirkin.ru/docs/kon_diser/diserstarchenko.pdf. – 24.10.09.
110. Тартаковский, А. Г. Сравнение некоторых последовательных правил обнаружения разладки / А. Г. Тартаковский, И. А. Иванова // Пробл. передачи информ. – 1992. – Т. 28, № 2. – С. 21–29.
111. Тартаковский, А. Г. Об эффективности обобщенного критерия Неймана–Пирсона при обнаружении разладки в многоканальной системе / А. Г. Тартаковский // Пробл. передачи информ. – 1992. – Т. 28, № 4. – С. 49–59. – Режим доступа:
http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jrnl=ppi&paperid=1367&what=fullt&option_lang=rus. – 24.10.09.
112. Терехов, С. А. Технологические аспекты обучения нейросетевых машин – Научная сессия МИФИ-2006. VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2006»: лекции по нейроинформатике. – М.: МИФИ, 2006. – 244 с.
113. Урусова, А. Г. Метод решения задачи "разладки" случайного процесса с использованием структурной функции. / А. Г. Урусова // Образование, наука, инновации - вклад молодых исследователей. II (XXXIV) международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. – М., 2007. – Режим доступа:
http://conference.kemsu.ru/GetDocsFile?id=9676&table=papers_file&type=1&con n=confDB. – 24.10.09.
114. Федер, Е. Фракталы / Федер Е. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
115. Фельдштейн, И. В. Кросскорреляционный интеграл. Некоторые особенности и применение в задачах выявления нестационарностей во временных рядах / И. В. Фельдштейн // Журнал технической физики. – 2000. – Т. 70, вып. 6. – С. 1–5.

116. Фигурин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. – М.: Новое знание, 2000. – 206 с.
117. Фощан, Г. И. Нелинейные динамические модели и нейросетевые методы прогнозирования динамики финансовых рынков: дис. ... кандидата экономических наук: 08.00.13 61 05-8/4722 / Г. И. Фощан. – Краснодар, 2005. – 192 с.
118. Хайкин, С. Нейронные сети, полный курс. 2е издание, испр. / С. Хайкин. – М.: Вильямс, 2008. – 1103 с.
119. Халафян, А. А. Statistica 6. Статистический анализ данных / А. А. Халафян // Бином-Пресс. – 2007. – 512с.
120. Цветков, И. В. Анализ динамики биржевого индекса Доу-Джонса методами фрактального анализа. Тезисы доклада XXV юбилейной международной научной школы-семинара имени академика С. Шаталина. – М.: 2002. – Режим доступа: <http://russeca.kent.edu/SeminarTsvetkovRus.pdf>. – 24.10.09.
121. Чубукова, И. А. Data Mining. Курс лекций / И. А. Чубукова. – Режим доступа: <http://www.intuit.ru/goto/course/datamining/>. – 24.10.09.
122. Ширяев, А. Н. Вероятность. / А. Н. Ширяев. – М.: Наука, 1989. – 576 с.
123. Шустер, Г. Детерминированный хаос. Введение. / Г. Шустер. – М.: Мир, 1984. – 253 с.
124. Щипин К. С. Система прогнозирования на основе многокритериального анализа временных рядов: дис. ... канд. тех. наук: 05.13.18. – М., 2004. – 137 с. – Режим доступа: http://files.zipsites.ru/slovari_enc/dissertacii_referaty/SCHipin_mnogokriterial%27nyi_analiz_vremennykh_ryadov.rar. – 24.10.09.
125. Эйби, Дж. А. Землетрясения / Дж. А. Эйби. – М.: Недра, 1982. – 263 с.

126. Brodsky, B. E. Nonparametric Methods in Change-Point Problems / B. E. Brodsky, B. S. Darkhovsky // Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1993.
127. Darkhovski, B. S. Nonparametric methods in change-point problems a general approach and some concrete algorithms. IMS Lecture Notes - Monograph Series, Volume 23, 1994.
128. Downey A. B. A novel changepoint detection algorithm /A. B. Downey //arXiv:0812.1237v1 [stat.AP]. – 2008. Режим доступа:
<http://arxiv.org/abs/0812.1237v1>
129. Fraser, A. M. Independent coordinates for strange attractors from mutual information / A. M. Fraser, H. L. Swinney. – Phys. Rev, 1986. – V A33. – P. 1134.
130. Grassberger, P. Characterization of Strange Attractors. / P. Grassberger, I. Procaccia // Phys. Rev. Lett. 50, 1983. – P. 346-349.
131. Hausdorff, F. Dimesion und Ausseres Mass / F. Hausdorff// Matematishe Annalen. – 1919. – No 79. – P. 157-179.
132. Horvath, Lajos. Ratio tests for change point detection. / Lajos Horvath, Zsuzsanna Horvath, Marie Huvskova // IMS Collections, Beyond Parametrics in Interdisciplinary Research: Festschrift in Honor of Professor Pranab K. Sen. – Institute of Mathematical Statistics. – 2008. – Vol. 1. – P. 293–304.
133. Jandhyala, V. K. Detection and estimation of abrupt changes in the variability of a process/ V. K. Jandhyala, S. B. Fotopoulos, and D. M. Hawkins // Comput. Stat. Data Anal. – 2002. – Vol. 40, N 1. – P. 1–19.
134. Kennel, M. B. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction / M. B. Kennel, R. Brown, H. D. I. Abarbanel. – Phys. Rev, 1992. – V A45. – P. 3403.
135. Kifer, Daniel. Detecting change in data streams / Daniel Kifer, Shai Ben-David, Johannes Gehrke // In Proceedings of the 30th International Conference on Very Large Data Bases. – 2004.

136. King, G. P. Phase space reconstruction for symmetric dynamical systems / G. P. King, I. Steward // *Physica D: Nonl. Phenomena*. – 1992. – Vol. 58. – P. 216-228.
137. Kyong, J. O. An integrated approach using change-point detection and artificial neural networks for interest rates forecasting / J. O. Kyong, H. Ingo // *KAIST Graduate School of Management*. – 2000. – N 1. – p. 235-241. – Режим доступа: http://business.kaist.ac.kr/re_center/fulltext/2000/2000-033.pdf. – 24.10.09.
138. Madala, H. R. *Inductive Learning Algorithms for Complex Systems Modeling* / H. R. Madala, A. G. Ivakhnenko // CRC Press Inc. – Boca Raton, 1994.
139. McNames, J. Local averaging optimization for chaotic time series prediction / J. McNames // *Neurocomputing*. – 2002. – № 4. – p. 279–297.
140. Oh K. An Intelligent Clustering Forecasting System Based on Change-Point Detection and Artificial Neural Networks: Application to Financial Economics / K. Oh, I. Han // *34th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS-34)*. – 2001. – Vol. 3. – p. 3-11.
141. Ritov Y. Asymptotic Efficient Estimation of the Change Point with Unknown Distributions / Y. Ritov // *Ann. Statist.* – 1990. – Vol. 18, N 4. – p. 1829-1839. – Режим доступа: http://projecteuclid.org/DPubS/Repository/1.0/Disseminate?view=body&id=pdf_1&handle=euclid.aos/1176347881. – 24.10.09.
142. Ryan P. A. Bayesian Online Changepoint Detection / P.A. Ryan, D. MacKay // *University of Cambridge Technical Report*. – 2007. – Режим доступа: <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/rpa23/papers/rpa-changepoint.pdf>. – 24.10.09.
143. Segen, J. Detecting Change In a Time-Series / J. Segen, A. C. Sanderson // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1980. – V. IT-26, №2. – P. 249-255.
144. Teyssière, G. Adaptive Detection of Multiple Change-Points in Asset Price Volatility / G. Teyssière, A. P. Kirman // *Long Memory in Economics*. – 2006. – P. I – p. 129-156.

145. Wolf, A. Determining Lyapunov exponents from a time series / A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, J. A. Vastano // *Physica*. – 1985. – N 3.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБНАРУЖЕНИЕ РАЗЛАДКИ В СЛОЖНОМ СИГНАЛЕ

Сложный сигнал, состоит из двух компонент, заданных следующими отображениями:

1. $x_i = 0,9x_{i-1} + 0,1 + 0,6\varepsilon$, 300 отсчетов;
2. $x_i = 0,65x_{i-1} + 0,105 + 0,6\varepsilon$, 200 отсчетов.

Здесь $x_0 = 0,2$, ε – равномерно распределенное случайное число от -1 до 1.

Представлены относительные ошибки обнаружения момента разладки для 1000 независимых измерений. $M_{исх}$ – момент разладки обнаруженный по исходному сигналу; $M_{инд}$ – момент разладки найденный по индексу фрактальности; $M_{ср}$ – момент разладки найденный как среднее по $M_{исх}$ и $M_{инд}$; $E_{исх}$ – относительная ошибка обнаружения точки разладки по исходному сигналу; E_{max} – способом по максимуму; $E_{ср}$ – способом по среднему; E_{min} – минимаксным способом.

Таблица 31

Эффективность обнаружение разладки в модельном сигнале с использованием индекса фрактальности

№	$M_{исх}$	$M_{инд}$	$M_{ср}$	$E_{исх}$	E_{max}	$E_{ср}$	E_{min}
1	299	349	324	0,002	-0,098	-0,048	-0,073
2	303	358	330,5	-0,006	-0,116	-0,061	-0,089
3	215	359	287	0,170	-0,118	0,026	-0,046
4	194	341	267,5	0,212	-0,082	0,065	-0,009
5	298	355	326,5	0,004	-0,110	-0,053	-0,082
6	202	304	253	0,196	-0,008	0,094	0,043
7	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
8	291	365	328	0,018	-0,130	-0,056	-0,093
9	301	291	296	-0,002	-0,002	0,008	0,003
10	302	387	344,5	-0,004	-0,174	-0,089	-0,132
11	304	362	333	-0,008	-0,124	-0,066	-0,095
12	274	278	276	0,052	0,044	0,048	0,046
13	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
14	300	231	265,5	0,000	0,000	0,069	0,035
15	302	299	300,5	-0,004	-0,004	-0,001	-0,003
16	303	360	331,5	-0,006	-0,120	-0,063	-0,092
17	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
18	301	347	324	-0,002	-0,094	-0,048	-0,071
19	299	241	270	0,002	0,002	0,060	0,031

20	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
21	300	240	270	0,000	0,000	0,060	0,030
22	302	222	262	-0,004	-0,004	0,076	0,036
23	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
24	263	316	289,5	0,074	-0,032	0,021	-0,006
25	299	354	326,5	0,002	-0,108	-0,053	-0,081
26	214	334	274	0,172	-0,068	0,052	-0,008
27	301	381	341	-0,002	-0,162	-0,082	-0,122
28	301	143	222	-0,002	-0,002	0,156	0,077
29	243	343	293	0,114	-0,086	0,014	-0,036
30	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
31	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
32	274	154	214	0,052	0,052	0,172	0,112
33	259	342	300,5	0,082	-0,084	-0,001	-0,043
34	296	355	325,5	0,008	-0,110	-0,051	-0,081
35	284	343	313,5	0,032	-0,086	-0,027	-0,057
36	282	394	338	0,036	-0,188	-0,076	-0,132
37	301	389	345	-0,002	-0,178	-0,090	-0,134
38	299	174	236,5	0,002	0,002	0,127	0,065
39	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
40	303	358	330,5	-0,006	-0,116	-0,061	-0,089
41	306	401	353,5	-0,012	-0,202	-0,107	-0,155
42	300	319	309,5	0,000	-0,038	-0,019	-0,029
43	169	376	272,5	0,262	-0,152	0,055	-0,049
44	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
45	247	358	302,5	0,106	-0,116	-0,005	-0,061
46	160	295	227,5	0,280	0,010	0,145	0,078
47	295	282	288,5	0,010	0,010	0,023	0,017
48	300	265	282,5	0,000	0,000	0,035	0,018
49	299	242	270,5	0,002	0,002	0,059	0,031
50	298	357	327,5	0,004	-0,114	-0,055	-0,085
51	256	242	249	0,088	0,088	0,102	0,095
52	269	326	297,5	0,062	-0,052	0,005	-0,024
53	271	355	313	0,058	-0,110	-0,026	-0,068
54	300	267	283,5	0,000	0,000	0,033	0,017
55	293	298	295,5	0,014	0,004	0,009	0,007
56	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
57	307	288	297,5	-0,014	-0,014	0,005	-0,005
58	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
59	302	259	280,5	-0,004	-0,004	0,039	0,018
60	293	229	261	0,014	0,014	0,078	0,046
61	266	341	303,5	0,068	-0,082	-0,007	-0,045
62	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
63	293	349	321	0,014	-0,098	-0,042	-0,070
64	302	358	330	-0,004	-0,116	-0,060	-0,088
65	293	351	322	0,014	-0,102	-0,044	-0,073
66	259	310	284,5	0,082	-0,020	0,031	0,006
67	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
68	281	314	297,5	0,038	-0,028	0,005	-0,012

69	302	362	332	-0,004	-0,124	-0,064	-0,094
70	225	126	175,5	0,150	0,150	0,249	0,200
71	253	325	289	0,094	-0,050	0,022	-0,014
72	272	337	304,5	0,056	-0,074	-0,009	-0,042
73	285	295	290	0,030	0,010	0,020	0,015
74	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
75	284	343	313,5	0,032	-0,086	-0,027	-0,057
76	303	361	332	-0,006	-0,122	-0,064	-0,093
77	244	374	309	0,112	-0,148	-0,018	-0,083
78	286	345	315,5	0,028	-0,090	-0,031	-0,061
79	306	365	335,5	-0,012	-0,130	-0,071	-0,101
80	289	310	299,5	0,022	-0,020	0,001	-0,010
81	300	310	305	0,000	-0,020	-0,010	-0,015
82	300	331	315,5	0,000	-0,062	-0,031	-0,047
83	255	352	303,5	0,090	-0,104	-0,007	-0,056
84	177	357	267	0,246	-0,114	0,066	-0,024
85	275	331	303	0,050	-0,062	-0,006	-0,034
86	316	251	283,5	-0,032	-0,032	0,033	0,001
87	285	341	313	0,030	-0,082	-0,026	-0,054
88	299	378	338,5	0,002	-0,156	-0,077	-0,117
89	277	335	306	0,046	-0,070	-0,012	-0,041
90	301	368	334,5	-0,002	-0,136	-0,069	-0,103
91	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
92	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
93	267	318	292,5	0,066	-0,036	0,015	-0,011
94	297	346	321,5	0,006	-0,092	-0,043	-0,068
95	251	347	299	0,098	-0,094	0,002	-0,046
96	308	368	338	-0,016	-0,136	-0,076	-0,106
97	294	258	276	0,012	0,012	0,048	0,030
98	300	273	286,5	0,000	0,000	0,027	0,014
99	281	338	309,5	0,038	-0,076	-0,019	-0,048
100	294	353	323,5	0,012	-0,106	-0,047	-0,077
101	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
102	294	313	303,5	0,012	-0,026	-0,007	-0,017
103	243	364	303,5	0,114	-0,128	-0,007	-0,068
104	299	307	303	0,002	-0,014	-0,006	-0,010
105	306	288	297	-0,012	-0,012	0,006	-0,003
106	268	351	309,5	0,064	-0,102	-0,019	-0,061
107	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
108	300	301	300,5	0,000	-0,002	-0,001	-0,002
109	280	349	314,5	0,040	-0,098	-0,029	-0,064
110	259	309	284	0,082	-0,018	0,032	0,007
111	245	257	251	0,110	0,086	0,098	0,092
112	299	237	268	0,002	0,002	0,064	0,033
113	294	372	333	0,012	-0,144	-0,066	-0,105
114	278	118	198	0,044	0,044	0,204	0,124
115	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
116	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
117	271	328	299,5	0,058	-0,056	0,001	-0,028

118	300	280	290	0,000	0,000	0,020	0,010
119	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
120	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
121	273	314	293,5	0,054	-0,028	0,013	-0,008
122	291	344	317,5	0,018	-0,088	-0,035	-0,062
123	297	255	276	0,006	0,006	0,048	0,027
124	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
125	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
126	296	354	325	0,008	-0,108	-0,050	-0,079
127	300	240	270	0,000	0,000	0,060	0,030
128	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
129	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
130	300	123	211,5	0,000	0,000	0,177	0,089
131	300	342	321	0,000	-0,084	-0,042	-0,063
132	287	279	283	0,026	0,026	0,034	0,030
133	226	299	262,5	0,148	0,002	0,075	0,039
134	299	355	327	0,002	-0,110	-0,054	-0,082
135	304	300	302	-0,008	-0,008	-0,004	-0,006
136	300	384	342	0,000	-0,168	-0,084	-0,126
137	241	208	224,5	0,118	0,118	0,151	0,135
138	278	372	325	0,044	-0,144	-0,050	-0,097
139	280	366	323	0,040	-0,132	-0,046	-0,089
140	288	339	313,5	0,024	-0,078	-0,027	-0,053
141	327	184	255,5	-0,054	-0,054	0,089	0,018
142	200	298	249	0,200	0,004	0,102	0,053
143	284	361	322,5	0,032	-0,122	-0,045	-0,084
144	233	289	261	0,134	0,022	0,078	0,050
145	296	277	286,5	0,008	0,008	0,027	0,018
146	294	353	323,5	0,012	-0,106	-0,047	-0,077
147	236	293	264,5	0,128	0,014	0,071	0,043
148	228	218	223	0,144	0,144	0,154	0,149
149	264	360	312	0,072	-0,120	-0,024	-0,072
150	292	309	300,5	0,016	-0,018	-0,001	-0,010
151	286	181	233,5	0,028	0,028	0,133	0,081
152	301	310	305,5	-0,002	-0,020	-0,011	-0,016
153	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
154	295	352	323,5	0,010	-0,104	-0,047	-0,076
155	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
156	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
157	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
158	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
159	163	336	249,5	0,274	-0,072	0,101	0,015
160	300	383	341,5	0,000	-0,166	-0,083	-0,125
161	254	173	213,5	0,092	0,092	0,173	0,133
162	307	360	333,5	-0,014	-0,120	-0,067	-0,094
163	299	355	327	0,002	-0,110	-0,054	-0,082
164	300	361	330,5	0,000	-0,122	-0,061	-0,092
165	287	252	269,5	0,026	0,026	0,061	0,044
166	300	225	262,5	0,000	0,000	0,075	0,038

167	217	361	289	0,166	-0,122	0,022	-0,050
168	299	408	353,5	0,002	-0,216	-0,107	-0,162
169	293	220	256,5	0,014	0,014	0,087	0,051
170	264	356	310	0,072	-0,112	-0,020	-0,066
171	218	328	273	0,164	-0,056	0,054	-0,001
172	299	198	248,5	0,002	0,002	0,103	0,053
173	268	323	295,5	0,064	-0,046	0,009	-0,019
174	146	350	248	0,308	-0,100	0,104	0,002
175	290	237	263,5	0,020	0,020	0,073	0,047
176	308	355	331,5	-0,016	-0,110	-0,063	-0,087
177	185	303	244	0,230	-0,006	0,112	0,053
178	247	314	280,5	0,106	-0,028	0,039	0,006
179	272	331	301,5	0,056	-0,062	-0,003	-0,033
180	196	347	271,5	0,208	-0,094	0,057	-0,019
181	301	355	328	-0,002	-0,110	-0,056	-0,083
182	238	345	291,5	0,124	-0,090	0,017	-0,037
183	299	362	330,5	0,002	-0,124	-0,061	-0,093
184	302	397	349,5	-0,004	-0,194	-0,099	-0,147
185	289	162	225,5	0,022	0,022	0,149	0,086
186	126	314	220	0,348	-0,028	0,160	0,066
187	292	368	330	0,016	-0,136	-0,060	-0,098
188	277	274	275,5	0,046	0,046	0,049	0,048
189	256	287	271,5	0,088	0,026	0,057	0,042
190	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
191	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
192	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
193	281	291	286	0,038	0,018	0,028	0,023
194	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
195	306	212	259	-0,012	-0,012	0,082	0,035
196	299	356	327,5	0,002	-0,112	-0,055	-0,084
197	306	361	333,5	-0,012	-0,122	-0,067	-0,095
198	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
199	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
200	310	357	333,5	-0,020	-0,114	-0,067	-0,091
201	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
202	265	330	297,5	0,070	-0,060	0,005	-0,028
203	303	353	328	-0,006	-0,106	-0,056	-0,081
204	299	355	327	0,002	-0,110	-0,054	-0,082
205	318	235	276,5	-0,036	-0,036	0,047	0,006
206	299	212	255,5	0,002	0,002	0,089	0,046
207	300	293	296,5	0,000	0,000	0,007	0,004
208	274	341	307,5	0,052	-0,082	-0,015	-0,049
209	308	114	211	-0,016	-0,016	0,178	0,081
210	294	280	287	0,012	0,012	0,026	0,019
211	257	314	285,5	0,086	-0,028	0,029	0,001
212	179	278	228,5	0,242	0,044	0,143	0,094
213	301	223	262	-0,002	-0,002	0,076	0,037
214	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
215	299	355	327	0,002	-0,110	-0,054	-0,082

216	300	218	259	0,000	0,000	0,082	0,041
217	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
218	271	189	230	0,058	0,058	0,140	0,099
219	300	230	265	0,000	0,000	0,070	0,035
220	300	234	267	0,000	0,000	0,066	0,033
221	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
222	282	339	310,5	0,036	-0,078	-0,021	-0,050
223	303	357	330	-0,006	-0,114	-0,060	-0,087
224	284	344	314	0,032	-0,088	-0,028	-0,058
225	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
226	290	178	234	0,020	0,020	0,132	0,076
227	202	338	270	0,196	-0,076	0,060	-0,008
228	304	358	331	-0,008	-0,116	-0,062	-0,089
229	246	312	279	0,108	-0,024	0,042	0,009
230	299	245	272	0,002	0,002	0,056	0,029
231	239	357	298	0,122	-0,114	0,004	-0,055
232	293	300	296,5	0,014	0,000	0,007	0,004
233	288	344	316	0,024	-0,088	-0,032	-0,060
234	298	354	326	0,004	-0,108	-0,052	-0,080
235	301	328	314,5	-0,002	-0,056	-0,029	-0,043
236	299	281	290	0,002	0,002	0,020	0,011
237	271	317	294	0,058	-0,034	0,012	-0,011
238	222	339	280,5	0,156	-0,078	0,039	-0,020
239	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
240	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
241	300	345	322,5	0,000	-0,090	-0,045	-0,068
242	308	368	338	-0,016	-0,136	-0,076	-0,106
243	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
244	302	129	215,5	-0,004	-0,004	0,169	0,083
245	297	311	304	0,006	-0,022	-0,008	-0,015
246	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
247	305	357	331	-0,010	-0,114	-0,062	-0,088
248	296	342	319	0,008	-0,084	-0,038	-0,061
249	265	332	298,5	0,070	-0,064	0,003	-0,031
250	296	184	240	0,008	0,008	0,120	0,064
251	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
252	293	290	291,5	0,014	0,014	0,017	0,016
253	305	212	258,5	-0,010	-0,010	0,083	0,037
254	302	362	332	-0,004	-0,124	-0,064	-0,094
255	218	355	286,5	0,164	-0,110	0,027	-0,042
256	288	259	273,5	0,024	0,024	0,053	0,039
257	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
258	246	359	302,5	0,108	-0,118	-0,005	-0,062
259	298	354	326	0,004	-0,108	-0,052	-0,080
260	258	315	286,5	0,084	-0,030	0,027	-0,002
261	279	335	307	0,042	-0,070	-0,014	-0,042
262	306	363	334,5	-0,012	-0,126	-0,069	-0,098
263	294	362	328	0,012	-0,124	-0,056	-0,090
264	301	258	279,5	-0,002	-0,002	0,041	0,020

265	300	173	236,5	0,000	0,000	0,127	0,064
266	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
267	227	345	286	0,146	-0,090	0,028	-0,031
268	224	360	292	0,152	-0,120	0,016	-0,052
269	319	320	319,5	-0,038	-0,040	-0,039	-0,040
270	275	361	318	0,050	-0,122	-0,036	-0,079
271	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
272	264	342	303	0,072	-0,084	-0,006	-0,045
273	300	320	310	0,000	-0,040	-0,020	-0,030
274	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
275	288	346	317	0,024	-0,092	-0,034	-0,063
276	303	360	331,5	-0,006	-0,120	-0,063	-0,092
277	269	293	281	0,062	0,014	0,038	0,026
278	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
279	299	338	318,5	0,002	-0,076	-0,037	-0,057
280	319	359	339	-0,038	-0,118	-0,078	-0,098
281	294	342	318	0,012	-0,084	-0,036	-0,060
282	301	232	266,5	-0,002	-0,002	0,067	0,033
283	262	320	291	0,076	-0,040	0,018	-0,011
284	235	291	263	0,130	0,018	0,074	0,046
285	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
286	293	351	322	0,014	-0,102	-0,044	-0,073
287	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
288	304	290	297	-0,008	-0,008	0,006	-0,001
289	293	373	333	0,014	-0,146	-0,066	-0,106
290	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
291	191	362	276,5	0,218	-0,124	0,047	-0,039
292	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
293	299	354	326,5	0,002	-0,108	-0,053	-0,081
294	290	359	324,5	0,020	-0,118	-0,049	-0,084
295	243	313	278	0,114	-0,026	0,044	0,009
296	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
297	301	357	329	-0,002	-0,114	-0,058	-0,086
298	300	280	290	0,000	0,000	0,020	0,010
299	286	345	315,5	0,028	-0,090	-0,031	-0,061
300	246	322	284	0,108	-0,044	0,032	-0,006
301	300	336	318	0,000	-0,072	-0,036	-0,054
302	305	363	334	-0,010	-0,126	-0,068	-0,097
303	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
304	314	372	343	-0,028	-0,144	-0,086	-0,115
305	274	325	299,5	0,052	-0,050	0,001	-0,025
306	287	338	312,5	0,026	-0,076	-0,025	-0,051
307	302	219	260,5	-0,004	-0,004	0,079	0,038
308	201	360	280,5	0,198	-0,120	0,039	-0,041
309	295	394	344,5	0,010	-0,188	-0,089	-0,139
310	301	302	301,5	-0,002	-0,004	-0,003	-0,004
311	295	350	322,5	0,010	-0,100	-0,045	-0,073
312	300	300	300	0,000	0,000	0,000	0,000
313	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091

314	267	320	293,5	0,066	-0,040	0,013	-0,014
315	301	229	265	-0,002	-0,002	0,070	0,034
316	268	348	308	0,064	-0,096	-0,016	-0,056
317	281	340	310,5	0,038	-0,080	-0,021	-0,051
318	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
319	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
320	300	288	294	0,000	0,000	0,012	0,006
321	292	320	306	0,016	-0,040	-0,012	-0,026
322	301	304	302,5	-0,002	-0,008	-0,005	-0,007
323	216	203	209,5	0,168	0,168	0,181	0,175
324	300	365	332,5	0,000	-0,130	-0,065	-0,098
325	306	358	332	-0,012	-0,116	-0,064	-0,090
326	242	358	300	0,116	-0,116	0,000	-0,058
327	251	310	280,5	0,098	-0,020	0,039	0,010
328	310	236	273	-0,020	-0,020	0,054	0,017
329	305	264	284,5	-0,010	-0,010	0,031	0,011
330	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
331	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
332	246	304	275	0,108	-0,008	0,050	0,021
333	285	337	311	0,030	-0,074	-0,022	-0,048
334	303	241	272	-0,006	-0,006	0,056	0,025
335	299	278	288,5	0,002	0,002	0,023	0,013
336	301	176	238,5	-0,002	-0,002	0,123	0,061
337	280	355	317,5	0,040	-0,110	-0,035	-0,073
338	287	345	316	0,026	-0,090	-0,032	-0,061
339	307	360	333,5	-0,014	-0,120	-0,067	-0,094
340	246	365	305,5	0,108	-0,130	-0,011	-0,071
341	302	356	329	-0,004	-0,112	-0,058	-0,085
342	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
343	301	418	359,5	-0,002	-0,236	-0,119	-0,178
344	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
345	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
346	260	360	310	0,080	-0,120	-0,020	-0,070
347	279	378	328,5	0,042	-0,156	-0,057	-0,107
348	184	311	247,5	0,232	-0,022	0,105	0,042
349	287	340	313,5	0,026	-0,080	-0,027	-0,054
350	309	360	334,5	-0,018	-0,120	-0,069	-0,095
351	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
352	285	353	319	0,030	-0,106	-0,038	-0,072
353	161	353	257	0,278	-0,106	0,086	-0,010
354	265	343	304	0,070	-0,086	-0,008	-0,047
355	300	375	337,5	0,000	-0,150	-0,075	-0,113
356	315	388	351,5	-0,030	-0,176	-0,103	-0,140
357	262	333	297,5	0,076	-0,066	0,005	-0,031
358	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
359	308	396	352	-0,016	-0,192	-0,104	-0,148
360	285	382	333,5	0,030	-0,164	-0,067	-0,116
361	290	254	272	0,020	0,020	0,056	0,038
362	247	355	301	0,106	-0,110	-0,002	-0,056

363	287	345	316	0,026	-0,090	-0,032	-0,061
364	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
365	251	348	299,5	0,098	-0,096	0,001	-0,048
366	300	188	244	0,000	0,000	0,112	0,056
367	300	373	336,5	0,000	-0,146	-0,073	-0,110
368	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
369	295	414	354,5	0,010	-0,228	-0,109	-0,169
370	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
371	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
372	288	380	334	0,024	-0,160	-0,068	-0,114
373	307	359	333	-0,014	-0,118	-0,066	-0,092
374	281	255	268	0,038	0,038	0,064	0,051
375	285	358	321,5	0,030	-0,116	-0,043	-0,080
376	298	346	322	0,004	-0,092	-0,044	-0,068
377	293	140	216,5	0,014	0,014	0,167	0,091
378	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
379	301	378	339,5	-0,002	-0,156	-0,079	-0,118
380	299	89	194	0,002	0,002	0,212	0,107
381	294	350	322	0,012	-0,100	-0,044	-0,072
382	305	360	332,5	-0,010	-0,120	-0,065	-0,093
383	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
384	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
385	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
386	289	340	314,5	0,022	-0,080	-0,029	-0,055
387	296	350	323	0,008	-0,100	-0,046	-0,073
388	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
389	308	347	327,5	-0,016	-0,094	-0,055	-0,075
390	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
391	300	354	327	0,000	-0,108	-0,054	-0,081
392	301	269	285	-0,002	-0,002	0,030	0,014
393	301	174	237,5	-0,002	-0,002	0,125	0,062
394	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
395	263	315	289	0,074	-0,030	0,022	-0,004
396	280	359	319,5	0,040	-0,118	-0,039	-0,079
397	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
398	287	344	315,5	0,026	-0,088	-0,031	-0,060
399	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
400	294	353	323,5	0,012	-0,106	-0,047	-0,077
401	302	255	278,5	-0,004	-0,004	0,043	0,020
402	303	343	323	-0,006	-0,086	-0,046	-0,066
403	270	327	298,5	0,060	-0,054	0,003	-0,026
404	299	189	244	0,002	0,002	0,112	0,057
405	257	308	282,5	0,086	-0,016	0,035	0,010
406	292	351	321,5	0,016	-0,102	-0,043	-0,073
407	281	301	291	0,038	-0,002	0,018	0,008
408	299	368	333,5	0,002	-0,136	-0,067	-0,102
409	320	311	315,5	-0,040	-0,040	-0,031	-0,036
410	234	412	323	0,132	-0,224	-0,046	-0,135
411	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089

412	293	352	322,5	0,014	-0,104	-0,045	-0,075
413	264	310	287	0,072	-0,020	0,026	0,003
414	301	245	273	-0,002	-0,002	0,054	0,026
415	301	290	295,5	-0,002	-0,002	0,009	0,004
416	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
417	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
418	299	234	266,5	0,002	0,002	0,067	0,035
419	288	346	317	0,024	-0,092	-0,034	-0,063
420	289	346	317,5	0,022	-0,092	-0,035	-0,064
421	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
422	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
423	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
424	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
425	300	281	290,5	0,000	0,000	0,019	0,010
426	310	360	335	-0,020	-0,120	-0,070	-0,095
427	289	307	298	0,022	-0,014	0,004	-0,005
428	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
429	283	341	312	0,034	-0,082	-0,024	-0,053
430	299	356	327,5	0,002	-0,112	-0,055	-0,084
431	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
432	293	373	333	0,014	-0,146	-0,066	-0,106
433	300	257	278,5	0,000	0,000	0,043	0,022
434	223	323	273	0,154	-0,046	0,054	0,004
435	293	351	322	0,014	-0,102	-0,044	-0,073
436	298	357	327,5	0,004	-0,114	-0,055	-0,085
437	287	340	313,5	0,026	-0,080	-0,027	-0,054
438	261	352	306,5	0,078	-0,104	-0,013	-0,059
439	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
440	306	383	344,5	-0,012	-0,166	-0,089	-0,128
441	292	346	319	0,016	-0,092	-0,038	-0,065
442	299	376	337,5	0,002	-0,152	-0,075	-0,114
443	302	382	342	-0,004	-0,164	-0,084	-0,124
444	262	346	304	0,076	-0,092	-0,008	-0,050
445	301	276	288,5	-0,002	-0,002	0,023	0,011
446	173	357	265	0,254	-0,114	0,070	-0,022
447	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
448	288	338	313	0,024	-0,076	-0,026	-0,051
449	245	348	296,5	0,110	-0,096	0,007	-0,045
450	301	295	298	-0,002	-0,002	0,004	0,001
451	285	221	253	0,030	0,030	0,094	0,062
452	303	356	329,5	-0,006	-0,112	-0,059	-0,086
453	299	354	326,5	0,002	-0,108	-0,053	-0,081
454	308	299	303,5	-0,016	-0,016	-0,007	-0,012
455	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
456	287	345	316	0,026	-0,090	-0,032	-0,061
457	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
458	304	361	332,5	-0,008	-0,122	-0,065	-0,094
459	302	310	306	-0,004	-0,020	-0,012	-0,016
460	297	370	333,5	0,006	-0,140	-0,067	-0,104

461	266	346	306	0,068	-0,092	-0,012	-0,052
462	292	257	274,5	0,016	0,016	0,051	0,034
463	276	400	338	0,048	-0,200	-0,076	-0,138
464	295	278	286,5	0,010	0,010	0,027	0,019
465	290	349	319,5	0,020	-0,098	-0,039	-0,069
466	218	323	270,5	0,164	-0,046	0,059	0,007
467	288	345	316,5	0,024	-0,090	-0,033	-0,062
468	296	351	323,5	0,008	-0,102	-0,047	-0,075
469	246	302	274	0,108	-0,004	0,052	0,024
470	266	361	313,5	0,068	-0,122	-0,027	-0,075
471	299	380	339,5	0,002	-0,160	-0,079	-0,120
472	275	203	239	0,050	0,050	0,122	0,086
473	261	393	327	0,078	-0,186	-0,054	-0,120
474	285	363	324	0,030	-0,126	-0,048	-0,087
475	303	401	352	-0,006	-0,202	-0,104	-0,153
476	301	329	315	-0,002	-0,058	-0,030	-0,044
477	276	332	304	0,048	-0,064	-0,008	-0,036
478	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
479	301	398	349,5	-0,002	-0,196	-0,099	-0,148
480	261	358	309,5	0,078	-0,116	-0,019	-0,068
481	297	353	325	0,006	-0,106	-0,050	-0,078
482	248	339	293,5	0,104	-0,078	0,013	-0,033
483	243	357	300	0,114	-0,114	0,000	-0,057
484	289	371	330	0,022	-0,142	-0,060	-0,101
485	259	316	287,5	0,082	-0,032	0,025	-0,004
486	300	249	274,5	0,000	0,000	0,051	0,026
487	247	347	297	0,106	-0,094	0,006	-0,044
488	290	362	326	0,020	-0,124	-0,052	-0,088
489	303	391	347	-0,006	-0,182	-0,094	-0,138
490	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
491	300	209	254,5	0,000	0,000	0,091	0,046
492	293	219	256	0,014	0,014	0,088	0,051
493	300	303	301,5	0,000	-0,006	-0,003	-0,005
494	271	327	299	0,058	-0,054	0,002	-0,026
495	307	362	334,5	-0,014	-0,124	-0,069	-0,097
496	300	324	312	0,000	-0,048	-0,024	-0,036
497	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
498	293	299	296	0,014	0,002	0,008	0,005
499	300	342	321	0,000	-0,084	-0,042	-0,063
500	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
501	221	275	248	0,158	0,050	0,104	0,077
502	295	293	294	0,010	0,010	0,012	0,011
503	310	292	301	-0,020	-0,020	-0,002	-0,011
504	303	364	333,5	-0,006	-0,128	-0,067	-0,098
505	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
506	275	152	213,5	0,050	0,050	0,173	0,112
507	216	281	248,5	0,168	0,038	0,103	0,071
508	301	264	282,5	-0,002	-0,002	0,035	0,017
509	281	282	281,5	0,038	0,036	0,037	0,037

510	216	345	280,5	0,168	-0,090	0,039	-0,026
511	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
512	287	338	312,5	0,026	-0,076	-0,025	-0,051
513	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
514	302	139	220,5	-0,004	-0,004	0,159	0,078
515	300	343	321,5	0,000	-0,086	-0,043	-0,065
516	245	344	294,5	0,110	-0,088	0,011	-0,039
517	298	356	327	0,004	-0,112	-0,054	-0,083
518	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
519	299	354	326,5	0,002	-0,108	-0,053	-0,081
520	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
521	219	334	276,5	0,162	-0,068	0,047	-0,011
522	301	281	291	-0,002	-0,002	0,018	0,008
523	301	329	315	-0,002	-0,058	-0,030	-0,044
524	300	315	307,5	0,000	-0,030	-0,015	-0,023
525	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
526	303	399	351	-0,006	-0,198	-0,102	-0,150
527	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
528	259	227	243	0,082	0,082	0,114	0,098
529	288	330	309	0,024	-0,060	-0,018	-0,039
530	271	234	252,5	0,058	0,058	0,095	0,077
531	308	360	334	-0,016	-0,120	-0,068	-0,094
532	234	359	296,5	0,132	-0,118	0,007	-0,056
533	304	357	330,5	-0,008	-0,114	-0,061	-0,088
534	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
535	296	248	272	0,008	0,008	0,056	0,032
536	285	260	272,5	0,030	0,030	0,055	0,043
537	287	324	305,5	0,026	-0,048	-0,011	-0,030
538	308	269	288,5	-0,016	-0,016	0,023	0,004
539	265	359	312	0,070	-0,118	-0,024	-0,071
540	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
541	195	339	267	0,210	-0,078	0,066	-0,006
542	111	446	278,5	0,378	-0,292	0,043	-0,125
543	259	223	241	0,082	0,082	0,118	0,100
544	302	358	330	-0,004	-0,116	-0,060	-0,088
545	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
546	295	353	324	0,010	-0,106	-0,048	-0,077
547	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
548	297	118	207,5	0,006	0,006	0,185	0,096
549	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
550	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
551	291	342	316,5	0,018	-0,084	-0,033	-0,059
552	289	330	309,5	0,022	-0,060	-0,019	-0,040
553	224	301	262,5	0,152	-0,002	0,075	0,037
554	321	304	312,5	-0,042	-0,042	-0,025	-0,034
555	264	355	309,5	0,072	-0,110	-0,019	-0,065
556	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
557	203	360	281,5	0,194	-0,120	0,037	-0,042
558	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089

559	265	280	272,5	0,070	0,040	0,055	0,048
560	262	309	285,5	0,076	-0,018	0,029	0,006
561	253	281	267	0,094	0,038	0,066	0,052
562	301	213	257	-0,002	-0,002	0,086	0,042
563	236	295	265,5	0,128	0,010	0,069	0,040
564	269	322	295,5	0,062	-0,044	0,009	-0,018
565	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
566	226	321	273,5	0,148	-0,042	0,053	0,006
567	300	365	332,5	0,000	-0,130	-0,065	-0,098
568	228	328	278	0,144	-0,056	0,044	-0,006
569	277	175	226	0,046	0,046	0,148	0,097
570	231	289	260	0,138	0,022	0,080	0,051
571	305	365	335	-0,010	-0,130	-0,070	-0,100
572	300	398	349	0,000	-0,196	-0,098	-0,147
573	272	328	300	0,056	-0,056	0,000	-0,028
574	303	297	300	-0,006	-0,006	0,000	-0,003
575	299	365	332	0,002	-0,130	-0,064	-0,097
576	248	266	257	0,104	0,068	0,086	0,077
577	219	339	279	0,162	-0,078	0,042	-0,018
578	288	345	316,5	0,024	-0,090	-0,033	-0,062
579	268	357	312,5	0,064	-0,114	-0,025	-0,070
580	309	355	332	-0,018	-0,110	-0,064	-0,087
581	296	356	326	0,008	-0,112	-0,052	-0,082
582	248	303	275,5	0,104	-0,006	0,049	0,022
583	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
584	300	312	306	0,000	-0,024	-0,012	-0,018
585	260	332	296	0,080	-0,064	0,008	-0,028
586	300	304	302	0,000	-0,008	-0,004	-0,006
587	268	337	302,5	0,064	-0,074	-0,005	-0,040
588	282	217	249,5	0,036	0,036	0,101	0,069
589	296	324	310	0,008	-0,048	-0,020	-0,034
590	201	358	279,5	0,198	-0,116	0,041	-0,038
591	303	363	333	-0,006	-0,126	-0,066	-0,096
592	302	279	290,5	-0,004	-0,004	0,019	0,008
593	302	357	329,5	-0,004	-0,114	-0,059	-0,087
594	175	350	262,5	0,250	-0,100	0,075	-0,013
595	300	371	335,5	0,000	-0,142	-0,071	-0,107
596	255	315	285	0,090	-0,030	0,030	0,000
597	217	359	288	0,166	-0,118	0,024	-0,047
598	304	257	280,5	-0,008	-0,008	0,039	0,016
599	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
600	174	231	202,5	0,252	0,138	0,195	0,167
601	291	171	231	0,018	0,018	0,138	0,078
602	218	293	255,5	0,164	0,014	0,089	0,052
603	301	407	354	-0,002	-0,214	-0,108	-0,161
604	297	220	258,5	0,006	0,006	0,083	0,045
605	318	313	315,5	-0,036	-0,036	-0,031	-0,034
606	302	354	328	-0,004	-0,108	-0,056	-0,082
607	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089

608	310	366	338	-0,020	-0,132	-0,076	-0,104
609	279	352	315,5	0,042	-0,104	-0,031	-0,068
610	301	189	245	-0,002	-0,002	0,110	0,054
611	289	89	189	0,022	0,022	0,222	0,122
612	259	280	269,5	0,082	0,040	0,061	0,051
613	301	353	327	-0,002	-0,106	-0,054	-0,080
614	198	304	251	0,204	-0,008	0,098	0,045
615	300	279	289,5	0,000	0,000	0,021	0,011
616	304	364	334	-0,008	-0,128	-0,068	-0,098
617	187	238	212,5	0,226	0,124	0,175	0,150
618	304	347	325,5	-0,008	-0,094	-0,051	-0,073
619	299	350	324,5	0,002	-0,100	-0,049	-0,075
620	301	274	287,5	-0,002	-0,002	0,025	0,012
621	273	329	301	0,054	-0,058	-0,002	-0,030
622	299	353	326	0,002	-0,106	-0,052	-0,079
623	304	359	331,5	-0,008	-0,118	-0,063	-0,091
624	275	360	317,5	0,050	-0,120	-0,035	-0,078
625	299	217	258	0,002	0,002	0,084	0,043
626	302	227	264,5	-0,004	-0,004	0,071	0,034
627	305	324	314,5	-0,010	-0,048	-0,029	-0,039
628	323	173	248	-0,046	-0,046	0,104	0,029
629	302	277	289,5	-0,004	-0,004	0,021	0,009
630	246	341	293,5	0,108	-0,082	0,013	-0,035
631	302	313	307,5	-0,004	-0,026	-0,015	-0,021
632	265	324	294,5	0,070	-0,048	0,011	-0,019
633	243	333	288	0,114	-0,066	0,024	-0,021
634	297	291	294	0,006	0,006	0,012	0,009
635	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
636	297	303	300	0,006	-0,006	0,000	-0,003
637	295	351	323	0,010	-0,102	-0,046	-0,074
638	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
639	287	403	345	0,026	-0,206	-0,090	-0,148
640	307	294	300,5	-0,014	-0,014	-0,001	-0,008
641	302	167	234,5	-0,004	-0,004	0,131	0,064
642	291	303	297	0,018	-0,006	0,006	0,000
643	295	353	324	0,010	-0,106	-0,048	-0,077
644	221	359	290	0,158	-0,118	0,020	-0,049
645	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
646	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
647	291	350	320,5	0,018	-0,100	-0,041	-0,071
648	277	252	264,5	0,046	0,046	0,071	0,059
649	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
650	281	338	309,5	0,038	-0,076	-0,019	-0,048
651	224	333	278,5	0,152	-0,066	0,043	-0,012
652	262	314	288	0,076	-0,028	0,024	-0,002
653	263	358	310,5	0,074	-0,116	-0,021	-0,069
654	299	332	315,5	0,002	-0,064	-0,031	-0,048
655	289	278	283,5	0,022	0,022	0,033	0,028
656	274	318	296	0,052	-0,036	0,008	-0,014

657	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
658	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
659	248	235	241,5	0,104	0,104	0,117	0,111
660	300	360	330	0,000	-0,120	-0,060	-0,090
661	300	357	328,5	0,000	-0,114	-0,057	-0,086
662	165	222	193,5	0,270	0,156	0,213	0,185
663	312	359	335,5	-0,024	-0,118	-0,071	-0,095
664	247	234	240,5	0,106	0,106	0,119	0,113
665	300	317	308,5	0,000	-0,034	-0,017	-0,026
666	300	357	328,5	0,000	-0,114	-0,057	-0,086
667	296	354	325	0,008	-0,108	-0,050	-0,079
668	227	345	286	0,146	-0,090	0,028	-0,031
669	299	355	327	0,002	-0,110	-0,054	-0,082
670	280	238	259	0,040	0,040	0,082	0,061
671	263	342	302,5	0,074	-0,084	-0,005	-0,045
672	301	367	334	-0,002	-0,134	-0,068	-0,101
673	265	342	303,5	0,070	-0,084	-0,007	-0,046
674	288	343	315,5	0,024	-0,086	-0,031	-0,059
675	196	310	253	0,208	-0,020	0,094	0,037
676	304	361	332,5	-0,008	-0,122	-0,065	-0,094
677	280	362	321	0,040	-0,124	-0,042	-0,083
678	206	317	261,5	0,188	-0,034	0,077	0,022
679	292	343	317,5	0,016	-0,086	-0,035	-0,061
680	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
681	187	268	227,5	0,226	0,064	0,145	0,105
682	302	155	228,5	-0,004	-0,004	0,143	0,070
683	287	305	296	0,026	-0,010	0,008	-0,001
684	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
685	252	268	260	0,096	0,064	0,080	0,072
686	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
687	306	359	332,5	-0,012	-0,118	-0,065	-0,092
688	291	307	299	0,018	-0,014	0,002	-0,006
689	301	191	246	-0,002	-0,002	0,108	0,053
690	301	380	340,5	-0,002	-0,160	-0,081	-0,121
691	300	357	328,5	0,000	-0,114	-0,057	-0,086
692	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
693	286	341	313,5	0,028	-0,082	-0,027	-0,055
694	248	355	301,5	0,104	-0,110	-0,003	-0,057
695	293	233	263	0,014	0,014	0,074	0,044
696	276	259	267,5	0,048	0,048	0,065	0,057
697	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
698	293	334	313,5	0,014	-0,068	-0,027	-0,048
699	313	282	297,5	-0,026	-0,026	0,005	-0,011
700	296	271	283,5	0,008	0,008	0,033	0,021
701	222	346	284	0,156	-0,092	0,032	-0,030
702	162	280	221	0,276	0,040	0,158	0,099
703	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
704	253	354	303,5	0,094	-0,108	-0,007	-0,058
705	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085

706	204	348	276	0,192	-0,096	0,048	-0,024
707	285	334	309,5	0,030	-0,068	-0,019	-0,044
708	299	312	305,5	0,002	-0,024	-0,011	-0,018
709	293	352	322,5	0,014	-0,104	-0,045	-0,075
710	209	331	270	0,182	-0,062	0,060	-0,001
711	304	357	330,5	-0,008	-0,114	-0,061	-0,088
712	298	356	327	0,004	-0,112	-0,054	-0,083
713	155	254	204,5	0,290	0,092	0,191	0,142
714	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
715	288	322	305	0,024	-0,044	-0,010	-0,027
716	299	361	330	0,002	-0,122	-0,060	-0,091
717	292	350	321	0,016	-0,100	-0,042	-0,071
718	300	399	349,5	0,000	-0,198	-0,099	-0,149
719	294	351	322,5	0,012	-0,102	-0,045	-0,074
720	286	346	316	0,028	-0,092	-0,032	-0,062
721	298	284	291	0,004	0,004	0,018	0,011
722	299	261	280	0,002	0,002	0,040	0,021
723	302	354	328	-0,004	-0,108	-0,056	-0,082
724	220	332	276	0,160	-0,064	0,048	-0,008
725	300	357	328,5	0,000	-0,114	-0,057	-0,086
726	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
727	287	311	299	0,026	-0,022	0,002	-0,010
728	304	359	331,5	-0,008	-0,118	-0,063	-0,091
729	286	359	322,5	0,028	-0,118	-0,045	-0,082
730	300	355	327,5	0,000	-0,110	-0,055	-0,083
731	303	360	331,5	-0,006	-0,120	-0,063	-0,092
732	300	344	322	0,000	-0,088	-0,044	-0,066
733	304	361	332,5	-0,008	-0,122	-0,065	-0,094
734	150	342	246	0,300	-0,084	0,108	0,012
735	302	357	329,5	-0,004	-0,114	-0,059	-0,087
736	303	397	350	-0,006	-0,194	-0,100	-0,147
737	299	115	207	0,002	0,002	0,186	0,094
738	242	355	298,5	0,116	-0,110	0,003	-0,054
739	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
740	294	275	284,5	0,012	0,012	0,031	0,022
741	286	344	315	0,028	-0,088	-0,030	-0,059
742	266	355	310,5	0,068	-0,110	-0,021	-0,066
743	291	410	350,5	0,018	-0,220	-0,101	-0,161
744	296	326	311	0,008	-0,052	-0,022	-0,037
745	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
746	289	345	317	0,022	-0,090	-0,034	-0,062
747	277	364	320,5	0,046	-0,128	-0,041	-0,085
748	289	348	318,5	0,022	-0,096	-0,037	-0,067
749	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
750	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
751	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
752	277	359	318	0,046	-0,118	-0,036	-0,077
753	282	360	321	0,036	-0,120	-0,042	-0,081
754	298	320	309	0,004	-0,040	-0,018	-0,029

755	275	358	316,5	0,050	-0,116	-0,033	-0,075
756	282	339	310,5	0,036	-0,078	-0,021	-0,050
757	302	296	299	-0,004	-0,004	0,002	-0,001
758	293	350	321,5	0,014	-0,100	-0,043	-0,072
759	224	338	281	0,152	-0,076	0,038	-0,019
760	285	360	322,5	0,030	-0,120	-0,045	-0,083
761	275	261	268	0,050	0,050	0,064	0,057
762	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
763	258	205	231,5	0,084	0,084	0,137	0,111
764	236	288	262	0,128	0,024	0,076	0,050
765	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
766	264	323	293,5	0,072	-0,046	0,013	-0,017
767	285	336	310,5	0,030	-0,072	-0,021	-0,047
768	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
769	294	301	297,5	0,012	-0,002	0,005	0,002
770	285	386	335,5	0,030	-0,172	-0,071	-0,122
771	297	295	296	0,006	0,006	0,008	0,007
772	268	322	295	0,064	-0,044	0,010	-0,017
773	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
774	303	361	332	-0,006	-0,122	-0,064	-0,093
775	279	300	289,5	0,042	0,000	0,021	0,011
776	283	354	318,5	0,034	-0,108	-0,037	-0,073
777	299	296	297,5	0,002	0,002	0,005	0,004
778	302	360	331	-0,004	-0,120	-0,062	-0,091
779	300	301	300,5	0,000	-0,002	-0,001	-0,002
780	218	324	271	0,164	-0,048	0,058	0,005
781	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
782	256	224	240	0,088	0,088	0,120	0,104
783	299	372	335,5	0,002	-0,144	-0,071	-0,108
784	220	244	232	0,160	0,112	0,136	0,124
785	302	288	295	-0,004	-0,004	0,010	0,003
786	305	292	298,5	-0,010	-0,010	0,003	-0,004
787	303	392	347,5	-0,006	-0,184	-0,095	-0,140
788	311	303	307	-0,022	-0,022	-0,014	-0,018
789	235	353	294	0,130	-0,106	0,012	-0,047
790	298	356	327	0,004	-0,112	-0,054	-0,083
791	298	382	340	0,004	-0,164	-0,080	-0,122
792	236	322	279	0,128	-0,044	0,042	-0,001
793	258	420	339	0,084	-0,240	-0,078	-0,159
794	286	356	321	0,028	-0,112	-0,042	-0,077
795	303	312	307,5	-0,006	-0,024	-0,015	-0,020
796	300	356	328	0,000	-0,112	-0,056	-0,084
797	298	389	343,5	0,004	-0,178	-0,087	-0,133
798	303	356	329,5	-0,006	-0,112	-0,059	-0,086
799	302	322	312	-0,004	-0,044	-0,024	-0,034
800	237	382	309,5	0,126	-0,164	-0,019	-0,092
801	302	405	353,5	-0,004	-0,210	-0,107	-0,159
802	302	294	298	-0,004	-0,004	0,004	0,000
803	294	352	323	0,012	-0,104	-0,046	-0,075

804	211	270	240,5	0,178	0,060	0,119	0,090
805	275	305	290	0,050	-0,010	0,020	0,005
806	278	334	306	0,044	-0,068	-0,012	-0,040
807	237	350	293,5	0,126	-0,100	0,013	-0,044
808	285	342	313,5	0,030	-0,084	-0,027	-0,056
809	300	149	224,5	0,000	0,000	0,151	0,076
810	271	356	313,5	0,058	-0,112	-0,027	-0,070
811	296	355	325,5	0,008	-0,110	-0,051	-0,081
812	258	210	234	0,084	0,084	0,132	0,108
813	244	353	298,5	0,112	-0,106	0,003	-0,052
814	299	251	275	0,002	0,002	0,050	0,026
815	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
816	267	267	267	0,066	0,066	0,066	0,066
817	261	343	302	0,078	-0,086	-0,004	-0,045
818	308	348	328	-0,016	-0,096	-0,056	-0,076
819	228	312	270	0,144	-0,024	0,060	0,018
820	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
821	310	359	334,5	-0,020	-0,118	-0,069	-0,094
822	269	326	297,5	0,062	-0,052	0,005	-0,024
823	152	360	256	0,296	-0,120	0,088	-0,016
824	304	363	333,5	-0,008	-0,126	-0,067	-0,097
825	303	349	326	-0,006	-0,098	-0,052	-0,075
826	300	303	301,5	0,000	-0,006	-0,003	-0,005
827	299	356	327,5	0,002	-0,112	-0,055	-0,084
828	186	347	266,5	0,228	-0,094	0,067	-0,014
829	300	262	281	0,000	0,000	0,038	0,019
830	199	397	298	0,202	-0,194	0,004	-0,095
831	296	168	232	0,008	0,008	0,136	0,072
832	283	336	309,5	0,034	-0,072	-0,019	-0,046
833	295	353	324	0,010	-0,106	-0,048	-0,077
834	299	356	327,5	0,002	-0,112	-0,055	-0,084
835	293	353	323	0,014	-0,106	-0,046	-0,076
836	302	358	330	-0,004	-0,116	-0,060	-0,088
837	292	352	322	0,016	-0,104	-0,044	-0,074
838	289	349	319	0,022	-0,098	-0,038	-0,068
839	270	210	240	0,060	0,060	0,120	0,090
840	300	186	243	0,000	0,000	0,114	0,057
841	295	300	297,5	0,010	0,000	0,005	0,003
842	268	325	296,5	0,064	-0,050	0,007	-0,022
843	302	357	329,5	-0,004	-0,114	-0,059	-0,087
844	297	247	272	0,006	0,006	0,056	0,031
845	266	216	241	0,068	0,068	0,118	0,093
846	297	346	321,5	0,006	-0,092	-0,043	-0,068
847	304	383	343,5	-0,008	-0,166	-0,087	-0,127
848	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
849	289	337	313	0,022	-0,074	-0,026	-0,050
850	299	410	354,5	0,002	-0,220	-0,109	-0,165
851	301	284	292,5	-0,002	-0,002	0,015	0,007
852	277	334	305,5	0,046	-0,068	-0,011	-0,040

853	110	308	209	0,380	-0,016	0,182	0,083
854	257	359	308	0,086	-0,118	-0,016	-0,067
855	301	334	317,5	-0,002	-0,068	-0,035	-0,052
856	301	243	272	-0,002	-0,002	0,056	0,027
857	288	345	316,5	0,024	-0,090	-0,033	-0,062
858	299	357	328	0,002	-0,114	-0,056	-0,085
859	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
860	249	353	301	0,102	-0,106	-0,002	-0,054
861	279	372	325,5	0,042	-0,144	-0,051	-0,098
862	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
863	300	184	242	0,000	0,000	0,116	0,058
864	300	213	256,5	0,000	0,000	0,087	0,044
865	302	168	235	-0,004	-0,004	0,130	0,063
866	241	324	282,5	0,118	-0,048	0,035	-0,007
867	139	387	263	0,322	-0,174	0,074	-0,050
868	300	358	329	0,000	-0,116	-0,058	-0,087
869	289	347	318	0,022	-0,094	-0,036	-0,065
870	302	378	340	-0,004	-0,156	-0,080	-0,118
871	296	355	325,5	0,008	-0,110	-0,051	-0,081
872	275	325	300	0,050	-0,050	0,000	-0,025
873	300	321	310,5	0,000	-0,042	-0,021	-0,032
874	271	257	264	0,058	0,058	0,072	0,065
875	284	354	319	0,032	-0,108	-0,038	-0,073
876	302	361	331,5	-0,004	-0,122	-0,063	-0,093
877	177	338	257,5	0,246	-0,076	0,085	0,005
878	303	302	302,5	-0,006	-0,006	-0,005	-0,006
879	266	289	277,5	0,068	0,022	0,045	0,034
880	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089
881	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
882	299	337	318	0,002	-0,074	-0,036	-0,055
883	304	394	349	-0,008	-0,188	-0,098	-0,143
884	301	267	284	-0,002	-0,002	0,032	0,015
885	286	368	327	0,028	-0,136	-0,054	-0,095
886	198	199	198,5	0,204	0,202	0,203	0,203
887	245	360	302,5	0,110	-0,120	-0,005	-0,063
888	298	354	326	0,004	-0,108	-0,052	-0,080
889	238	294	266	0,124	0,012	0,068	0,040
890	286	345	315,5	0,028	-0,090	-0,031	-0,061
891	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
892	299	383	341	0,002	-0,166	-0,082	-0,124
893	256	359	307,5	0,088	-0,118	-0,015	-0,067
894	273	334	303,5	0,054	-0,068	-0,007	-0,038
895	219	359	289	0,162	-0,118	0,022	-0,048
896	299	224	261,5	0,002	0,002	0,077	0,040
897	273	246	259,5	0,054	0,054	0,081	0,068
898	280	339	309,5	0,040	-0,078	-0,019	-0,049
899	293	345	319	0,014	-0,090	-0,038	-0,064
900	303	227	265	-0,006	-0,006	0,070	0,032
901	297	355	326	0,006	-0,110	-0,052	-0,081

902	288	231	259,5	0,024	0,024	0,081	0,053
903	298	313	305,5	0,004	-0,026	-0,011	-0,019
904	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
905	298	354	326	0,004	-0,108	-0,052	-0,080
906	248	261	254,5	0,104	0,078	0,091	0,085
907	260	397	328,5	0,080	-0,194	-0,057	-0,126
908	293	350	321,5	0,014	-0,100	-0,043	-0,072
909	234	306	270	0,132	-0,012	0,060	0,024
910	303	361	332	-0,006	-0,122	-0,064	-0,093
911	249	352	300,5	0,102	-0,104	-0,001	-0,053
912	244	360	302	0,112	-0,120	-0,004	-0,062
913	293	269	281	0,014	0,014	0,038	0,026
914	289	355	322	0,022	-0,110	-0,044	-0,077
915	304	360	332	-0,008	-0,120	-0,064	-0,092
916	275	143	209	0,050	0,050	0,182	0,116
917	297	368	332,5	0,006	-0,136	-0,065	-0,101
918	301	358	329,5	-0,002	-0,116	-0,059	-0,088
919	321	380	350,5	-0,042	-0,160	-0,101	-0,131
920	259	316	287,5	0,082	-0,032	0,025	-0,004
921	283	341	312	0,034	-0,082	-0,024	-0,053
922	270	384	327	0,060	-0,168	-0,054	-0,111
923	283	333	308	0,034	-0,066	-0,016	-0,041
924	248	356	302	0,104	-0,112	-0,004	-0,058
925	310	359	334,5	-0,020	-0,118	-0,069	-0,094
926	285	343	314	0,030	-0,086	-0,028	-0,057
927	296	352	324	0,008	-0,104	-0,048	-0,076
928	287	356	321,5	0,026	-0,112	-0,043	-0,078
929	303	362	332,5	-0,006	-0,124	-0,065	-0,095
930	291	349	320	0,018	-0,098	-0,040	-0,069
931	301	360	330,5	-0,002	-0,120	-0,061	-0,091
932	306	304	305	-0,012	-0,012	-0,010	-0,011
933	303	313	308	-0,006	-0,026	-0,016	-0,021
934	300	335	317,5	0,000	-0,070	-0,035	-0,053
935	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
936	268	349	308,5	0,064	-0,098	-0,017	-0,058
937	288	279	283,5	0,024	0,024	0,033	0,029
938	292	347	319,5	0,016	-0,094	-0,039	-0,067
939	301	359	330	-0,002	-0,118	-0,060	-0,089
940	304	357	330,5	-0,008	-0,114	-0,061	-0,088
941	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
942	294	372	333	0,012	-0,144	-0,066	-0,105
943	301	356	328,5	-0,002	-0,112	-0,057	-0,085
944	224	315	269,5	0,152	-0,030	0,061	0,016
945	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
946	299	354	326,5	0,002	-0,108	-0,053	-0,081
947	224	282	253	0,152	0,036	0,094	0,065
948	302	271	286,5	-0,004	-0,004	0,027	0,012
949	290	426	358	0,020	-0,252	-0,116	-0,184
950	300	359	329,5	0,000	-0,118	-0,059	-0,089

951	284	350	317	0,032	-0,100	-0,034	-0,067
952	299	359	329	0,002	-0,118	-0,058	-0,088
953	302	308	305	-0,004	-0,016	-0,010	-0,013
954	308	359	333,5	-0,016	-0,118	-0,067	-0,093
955	302	354	328	-0,004	-0,108	-0,056	-0,082
956	299	394	346,5	0,002	-0,188	-0,093	-0,141
957	303	361	332	-0,006	-0,122	-0,064	-0,093
958	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
959	205	263	234	0,190	0,074	0,132	0,103
960	257	346	301,5	0,086	-0,092	-0,003	-0,048
961	295	395	345	0,010	-0,190	-0,090	-0,140
962	299	248	273,5	0,002	0,002	0,053	0,028
963	302	264	283	-0,004	-0,004	0,034	0,015
964	252	283	267,5	0,096	0,034	0,065	0,050
965	305	205	255	-0,010	-0,010	0,090	0,040
966	294	252	273	0,012	0,012	0,054	0,033
967	267	288	277,5	0,066	0,024	0,045	0,035
968	242	272	257	0,116	0,056	0,086	0,071
969	303	355	329	-0,006	-0,110	-0,058	-0,084
970	299	370	334,5	0,002	-0,140	-0,069	-0,105
971	297	354	325,5	0,006	-0,108	-0,051	-0,080
972	300	353	326,5	0,000	-0,106	-0,053	-0,080
973	299	358	328,5	0,002	-0,116	-0,057	-0,087
974	303	359	331	-0,006	-0,118	-0,062	-0,090
975	263	200	231,5	0,074	0,074	0,137	0,106
976	301	297	299	-0,002	-0,002	0,002	0,000
977	270	262	266	0,060	0,060	0,068	0,064
978	291	347	319	0,018	-0,094	-0,038	-0,066
979	298	351	324,5	0,004	-0,102	-0,049	-0,076
980	296	303	299,5	0,008	-0,006	0,001	-0,003
981	299	260	279,5	0,002	0,002	0,041	0,022
982	302	359	330,5	-0,004	-0,118	-0,061	-0,090
983	295	349	322	0,010	-0,098	-0,044	-0,071
984	302	370	336	-0,004	-0,140	-0,072	-0,106
985	299	365	332	0,002	-0,130	-0,064	-0,097
986	298	307	302,5	0,004	-0,014	-0,005	-0,010
987	155	358	256,5	0,290	-0,116	0,087	-0,015
988	281	301	291	0,038	-0,002	0,018	0,008
989	226	214	220	0,148	0,148	0,160	0,154
990	274	260	267	0,052	0,052	0,066	0,059
991	302	362	332	-0,004	-0,124	-0,064	-0,094
992	258	322	290	0,084	-0,044	0,020	-0,012
993	308	358	333	-0,016	-0,116	-0,066	-0,091
994	244	343	293,5	0,112	-0,086	0,013	-0,037
995	293	353	323	0,014	-0,106	-0,046	-0,076
996	301	404	352,5	-0,002	-0,208	-0,105	-0,157
997	288	362	325	0,024	-0,124	-0,050	-0,087
998	228	359	293,5	0,144	-0,118	0,013	-0,053
999	302	339	320,5	-0,004	-0,078	-0,041	-0,060

1000	301	361	331	-0,002	-0,122	-0,062	-0,092
Среднее	282,496	324,929	303,7125	0,035	-0,073	-0,007	-0,040