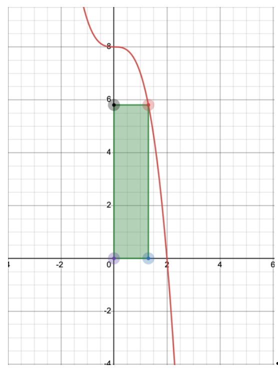
Задание:

Прямоугольник задан вершинами с координатами $A(0;0), B(u;0), C(u;v), D(0;v)$ где точка $(u;v)$ лежит в первой четверти на графике функции

$$y = -x^3 + 8 \tag{1}$$

Наити наибольшую возможную площадь прямоугольника.

Решение: Если представить график функции (1),



.

Рис. 1: график функции (1)

можно увидеть, что в первой четверти графика функция ограничена по оси $x \in [0{,}2]$ и $y \in [0{,}8]$.

$$S = u \cdot v \tag{2}$$

Найдем экстремум функции (2):

$$\begin{gathered} v = -u^3 + 8 \Rightarrow S = u \cdot v = u \cdot (-u^3 + 8) = -u^4 + 8u \\ S' = -4u^3 + 8 = -4(u^3 - 2) \Rightarrow u_{max} = 2^{1/3} \Rightarrow v_{max} = -(2^{1/3})^3 + 8 = 6 \end{gathered}$$

Найдём значения площади в граничных значениях и экстремуме:

$$\begin{gathered} S_{x=0} = 0 \\ S_{x=2} = 0 \\ S_{x=u_{max}} = 6 \cdot 2^{1/3} \end{gathered}$$

Ответ: $S_{\max} = 6 \cdot 2^{1/3}, u = 2^{1/3}, v = 6$