

Спайковые НС

Spike Response Model

Общее описание. Spike Response Model (SRM) - наиболее популярная модель спайкового нейрона. SRM своей популярностью обязана простотой математической интерпретации - вся динамика нейрона описывается одним уравнением вида $u(t)$, которое описывает напряжение на мембране нейрона и, по сути, является решением дифференциального уравнения для моделей типа *Integrate and fire*. Динамику моделей *Integrate and fire* можно описать так: нейрон суммирует входные сигналы и по достижению определенного порога, производит спайк, после чего нейрон переходит в состояние рефракторности, находясь в котором, вероятность нового спайка крайне мала.

Поведение описанное выше можно поэтапно собрать в одну формулу:

1. *Функция описывающая напряжение на синапсах.* В качестве такой функции можно взять альфа функцию с экспоненциальным подъёмом и спадом, причем подъем и спад наиболее натуральным будет взять быстрым и медленным соответственно. Типичный график подобной функции можно посмотреть на рисунке ниже:

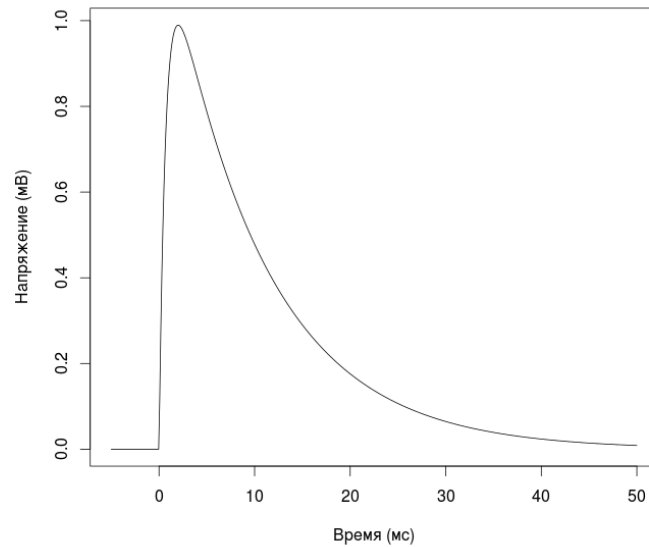


Рис. 1: Потенциал на синапсах

Такая функция задается формулой:

$$\epsilon(t) = \epsilon_0(\exp(-t/t_m) - \exp(-t/t_s)), \quad (1)$$

где $\epsilon_0 = 1.3\text{мВ}$ - константа задающая масштаб потенциала, $t_m = 0.7\text{мс}$ - константа отвечающая подъём, $t_s = 10\text{мс}$ - константа отвечающая спад.

2. *Функция описывающая рефракторность нейрона.* Основное требования к такой функции в том, чтобы напряжение на нейроне резко падало вниз, и потом медленно восстанавливалось. График подобной функции можно увидеть на рисунке ниже:

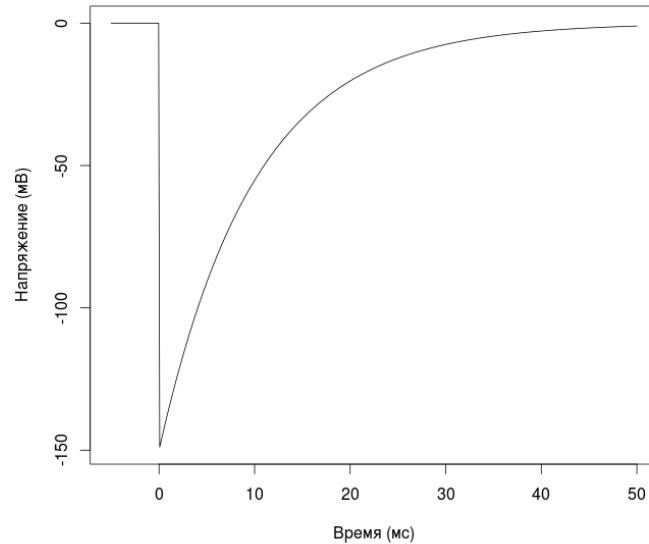


Рис. 2: Рефракторность нейрона

Здесь используется данная функция:

$$\eta(t) = \eta_0(-\exp(-t/t_m)), \quad (2)$$

где $\eta_0 = -150\text{мВ}$ - константа описывающая минимальное напряжение на мембране, от которого идёт медленное восстановление, t_m - скорость восстановления можно взять из функции синаптического потенциала, для простоты.

В итоге, используя эти функции, можно записать уравнение, которое будет описывать напряжение на мембране нейрона, причём:

- Пусть нейрон i имеет N синапсов и у каждого синапса есть вес w_i , тогда напряжение на мембране в данный момент времени t будет взвешенной суммой синаптических потенциалов: $\sum_{j=1}^N w_j \sum_{f_j} \epsilon_j(t - f_j)$, где f_j - время спайка на синапсе j .
- Рефракторность нейрона будет простой суммой по всем спайкам, которые произвел нейрон i : $\sum_{f_i} \eta(t - f_i)$
- Нейрон имеет т.н. потенциал покоя. Биологические нейроны имеют разнообразные значения такого потенциала, как правило берут $u_{rest} = 70 \text{ мВ}$.

Таким образом получаем формулу, которая объединяет все вышеописанные особенности:

$$u(t) = u_{rest} + \sum_{j=1}^N w_j \sum_{f_j} \epsilon_j(t - f_j) + \sum_{f_i} \eta(t - f_i), \quad (3)$$

Типичный график иллюстрирующий работу функции 3 ниже:

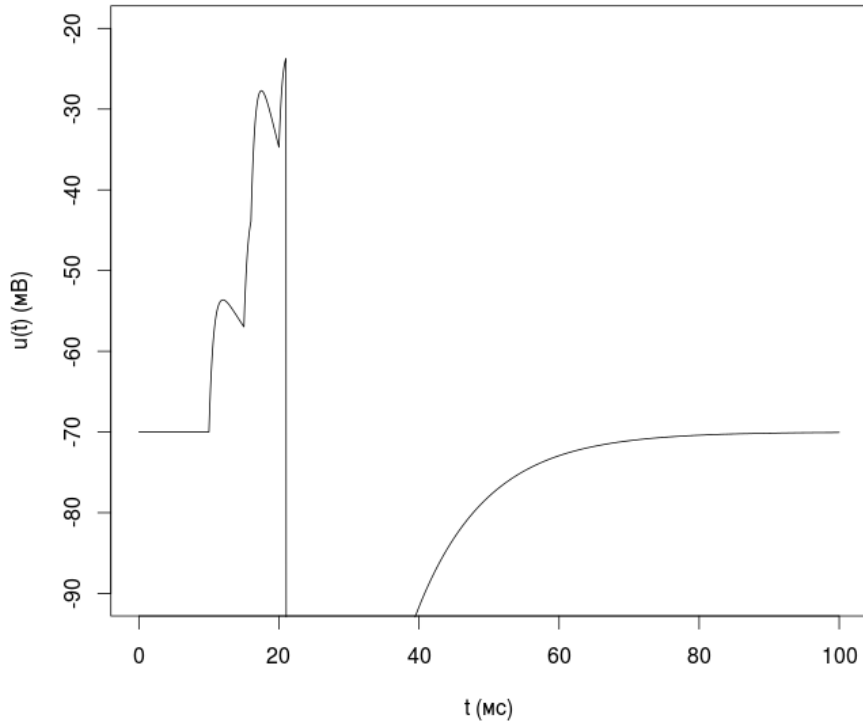


Рис. 3: Потенциал нейрона

На рисунке представлен случай когда произошли спайки на двух синапсах во времена $f_1 = \{10, 16\}$ и $f_2 = \{15, 20\}$, которые заставили нейрон произвести спайк в $f_i = \{21\}$. Веса были выбраны большими, для наглядности графика.

Генерация спайков. Модель описанная выше включает в себя только поведение при данных временах спайков на синапсах нейрона и самого нейрона. Рассмотрим вопрос условия генерации спайков.

Классическим вариантом модели генерации спайков является модель с порогом напряжения. Т.е. при достижении нейроном какого-то конкретного порогового напряжения - нейрон генерирует спайк. Как показала практика, наиболее удобным в математическом анализе таких моделей является

стохастическая модель порога. Особенность такой модели в том, что нейрон генерирует спайк с определенной вероятностью, которая всё же зависит от напряжения на мембране и которая делает резкий скачок около порогового напряжения. Пример такой зависимости на рисунке ниже:

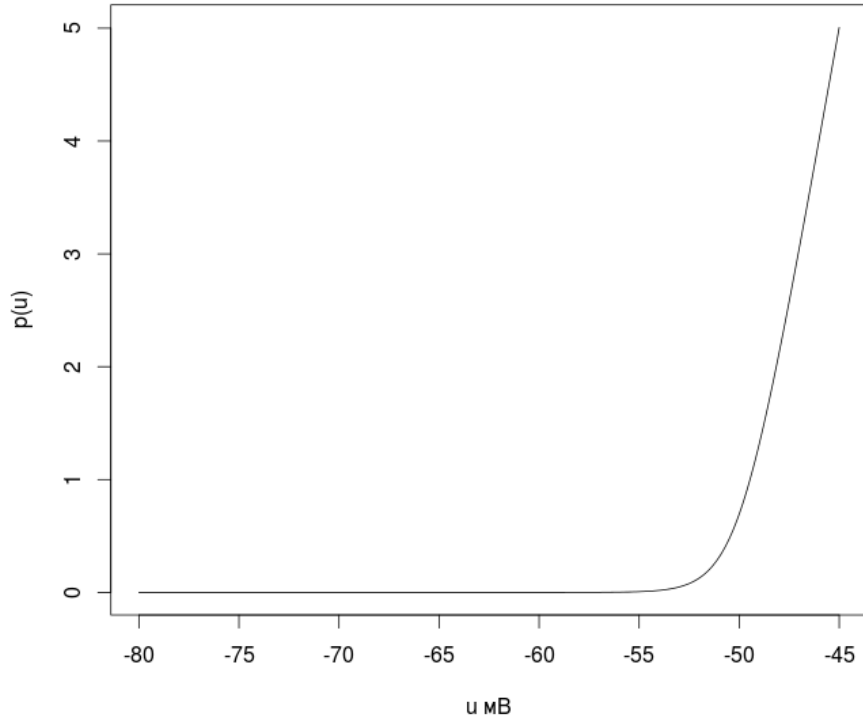


Рис. 4: Плотность вероятности генерации спайка

Такая плотность вероятности является ненормализованной, т.к. её интеграл больше единицы, и имеет все свойства плотности вероятности Пуассоновского процесса. Например, вероятность генерации одного спайка в отрезок времени Δt будет $P = p(u(t))\Delta t$.

Математический фреймворк. Используя выкладки выше можно вывести математическую базу для Spike Responce Model. Ниже приведены основные формулы.

- Вероятность отсутствия спайков в диапазон $[0, T]$ при данных спайках на синапсах X ($Y_0 = \{\}$):

$$P(Y_0|X) = S[0, T] = \int_0^T \exp(-p(t))dt, \quad (4)$$

- Вероятность генерации спайка в момент времени t_f диапазоне $[0, T]$ при данных спайках на синапсах X .

$$P(Y|X) = S[0, t_f] p(t_f) S[t_f, T] , \quad (5)$$

- Вероятность генерации спайковой последовательности $Y = \{t_{f1}, t_{f2}, \dots, t_{fn}\}$ диапазоне $[0, T]$ при данных спайках на синапсах X .

$$P(Y|X) = S[0, t_{f1}] p(t_{f1}) \dots S[t_{fn-1}, t_{fn}] p(t_{fn}) S[t_{fn}, T], \quad (6)$$