Спайковые нейронные сети

Автор:
асп. Чернышев Алексей

Научный руководитель:
д.ф.-т.н. Карпенко А.П.

Август 2014

Содержание

1 Введение

2 Биологические свойства нейронов

2.1 Описание биологического нейрона

2.2 Модель Ходжкина-Хаксли

В 1952 году Алан Ллойд Ходжкин и Эндрю Хаксли разработали первую, наиболее подробную на тот момент математическую модель нейрона. Модель была построена на основе динамики генерации и передачи нервного сигнала в гигантском аксоне кальмара.

Данную модель сложно применить в решении реальных задач, которые решает нейроинформатика, так как её моделирование ресурсоёмко - около 1200 операций с плавающей точкой для моделирования одной милисекунды[1]. Однако, модель играет важную научную и историческую роль в нейронауках.

Общая динамика потенциала нейрона описывается плавным затуханием значения потенциала на мембране $u_m(t)$, со скоростью, которая характеризуется ёмкостью мембраны C_m

$$C_m \frac{du_m(t)}{dt} + I_{ion}(t) = I_{ext}(t). \tag{1}$$

Здесь $I_{ion}(t)$ - сумма ионных токов внутри клетки, $I_{ext}(t)$ - приложенный ток снаружи клетки.

Сложность уравнения (4) таится в моделировании ионных токов для каждого типа ионов. В модели Ходжкина-Хаксли динамика ионных токов характеризуется наличием т.н. ионных каналов, открытие или закрытие которых влияет на общую динамику напряжения на мембране. В исходной модели Ходжкина-Хаксли было два вида ионов Na^+ и K^-, где ионный поток Na^+ описывается тремя каналами вероятность открытия которых p_m и одним каналом с вероятностью открытия p_h, ионный поток K^- описывается четырьмя каналами с вероятностью открытия p_n[2].

Динамика вероятности открытия-закрытия каналов, выражается дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \alpha_i(u_m(t))(1 - p_i(t)) - \beta_i(u_m(t))p_i(t), \tag{2}$$

где $\alpha_i(u_m(t)), \beta_i(u_m(t))$ константы зависящие от потенциала на мембране, которые характеризуют скорость закрытия и открытия канала, соответственно. Временной промежуток, спустя который вероятность достигает равновесия, описывается константой

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha_i(u_m(t)) + \beta_i(u_m(t))} \tag{3}$$

Таким образом динамику ионных токов для модели Ходжкина-Хаксли, можно описать уравнением

$$\begin{aligned} I_{ion}(t) = \quad & \bar{g}_{Na}\, p_m^3(t)\, p_h(t)\, (u_m(t) - E_{Na}) + \\ & + \bar{g}_K\, p_n^4(t)\, (u_m(t) - E_K) + \bar{g}_L(u_m(t) - E_L) \end{aligned} \tag{4}$$

где $p_m(t), p_h(t), p_n(t)$ - вероятности открытия каналов, описываются уравнением динамики (2), которые включают соответствующие константы. Смысл и значения констант можно найти в оригинальной работе[3].

Не смотря на то что применение такой модели в задачах машинного обучения затруднительно, ввиду её сложности, эта модель играет свою важную как научную, так и историческую роль.

3 Модели нейронов

3.1 Переосмысление свойств нейрон

3.1.1 Нейрон МакКалока-Питтса

Первая модель нейрона, положившая начало нейроинформатике - модель МакКаллока-Питтса. Эта модель прочно заложила фундамент теории нейронных сетей, и исследования новых свойств этой модели не прекращаются по сей день.

Впервые, была реализована идея использовать нейрон, как вычислительный элемент. Раннее развитие данного направления в основном характеризуется попыткой рассмотреть нейроны, как элементы, реализующие простейшие логические операции или преобразования. Впоследствии были созданы более сложные схемы, в которых данный нейрон соединяется в сети.

Ключевой особенностью данной модели является то, что нейрон представляется, как взвешенный сумматор входных скалярных признаков $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Обработка нейроном входов происходит пропусканием взвешенной суммы через нелинейную функцию $\phi(x)$, называемую функцией активации

$$\boldsymbol{y}(x) = \phi(\sum_{j=1}^{n} w_j x_j). \tag{5}$$

Здесь $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, ..., w_n)$ выражает вектор весов взвешенного сумматора (синапсов нейрона), $y(x)$ - выходной результат обработки нейроном вектора $\boldsymbol{x}$.

В качестве нейлинейной функции, наиболее популярным выбором является сигмоидальная функция[4]. Данная функция удобна своей непрерывностью и гладкостью, и позволяет ограничить выход нейрона отрезком значений $y(x) \in [0, 1]$, такой выход можно интерпретировать как уровень активации нейрона, в зависимости от входного вектора $\boldsymbol{x}$ и настройки весов $\boldsymbol{w}$, что имеет свою, пускай и отдаленную, биологическую подоплёку.

Не смотря на ошеломляющий успех и широкое применения данной модели и производных моделей в прикладных задачах, с биологической точки зрения такие нейроны, только отдаленно напоминают, то как работают настоящие нейроны в мозгу.

Важным отличием такого нейрона от биологического является тот факт, что данная модель не имеет внутреннего состояния и не может быть представлена в виде динамической системы[4]. Данное свойство серьезно ограничивает круг задач в которых можно было бы применить нейронные сети.

3.1.2 Применения нейронных сетей

3.2 Формальные спайковые модели

Нейронные модели описанные в данной секции принадлежат к семейству формальных моделей. Простота этих моделей позволяет перейти от анализа одного-двух нейронов к анализу популяций нейронов соединённых в сети, опуская биологическую точность, но сохраняя общие черты характерные для биологических нейронов.

3.2.1 Модель Integrate-and-Fire

Модель Integrate-and-fire имеет большую историю. Ещё в 1907 году французский физиолог Луи Лапик эксперементируя с лягушками описал модель возбуждения нервных клеток используя RC-цепь[5]. За свою вековую историю модель, благодаря своей простоте и, главное, биологической оправданности, получила много применений.

Динамика модели описывается динамической системой с одной переменной, довольно похожей на уравнение (1), за тем исключением, что ионные токи не моделируются, а спайк генерируется нейроном при достижении заранее заданного порога:

$$\begin{aligned} \tau_m \frac{du}{dt} &= -u(t) + RI(t), \\ t^{(f)} : u(t^{(f)}) &= \vartheta \end{aligned} \tag{6}$$

где t^f - время спайка, ϑ - порог напряжения, временная константа мембраны $\tau_m = RC$, R и C - сопротивление и ёмкость RC-цепи соответственно, $I(t)$ - приложенный ток извне.

Данная нейронная модель подходит для конструирования нейронных сетей: приложенный ток $I(t)$ можно рассмотреть, как ток, получаемый нейроном через синапсы от других нейронов. Допустим нейрон соединён с N входными спайковыми нейронами синапсами с определенными весами, тогда приложенный ток можно описать:

$$I(t) = \sum_{j=1}^{N} w_j \, \epsilon(t - t_j^f) \tag{7}$$

где $\epsilon(t)$ - низкочастотный фильтр, как правило, в виде затухающей экспоненты, который характеризует спайк на синапсе, w_j - скаляр выражающий вес на синапсе, t_j^f - спайк не входном нейроне.

3.2.2 Модель Ижикевича

Модель нейрона в виде динамической системы с двумя переменными, довольно проста и в то же время имеет богатую динамику. Модель является компромиссом между упрощенной моделью IaF и HH.

3.2.3 Spike Response Model

Отдельным рядом стоит модель SRM, в своём оригинальном виде модель повторяет IaF, но в своей формулировке наиболее удобна для теоретического исследования. Наиболее часто эту модель используют со стохастическим порогом, который позволяет процесс генерации спайка описать негомогенным пуассоновским процессом.

3.2.4 Spike Response Model с адаптацией

Усложнение модели SRM, которая повторяет феномен адаптации.

4 Обучение с учителем и без учителя

4.1 Классическое правило Хэбба

4.2 Обучение на основе градиента ошибки

4.3 Обучение на основе феноменологической модели STDP

4.4 Теоретическая оптимальная модель STDP

5 Обучение с подкреплением

5.1 Трехфакторное правило обучения

5.2 Гедонистический синапс

5.3 Обучение на основе TD-ошибки

6 Выводы

7 Использованная литература

Список литературы

[1] H. Paugam-Moisy and S.M. Bohte. Computing with spiking neuron networks. *Handbook of Natural Computing*, pages 335–376, 2012.

[2] *The Book of GENESIS: Exploring Realistic Neural Models with the GEneral NEural SImulation System.* Springer, 2nd edition, 1998.

[3] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *J Physiol.*, 117(4):500–544, 1952.

[4] И.В. Заенцев. *Нейронные сети: основные модели.* 1999.

[5] Mark C.W. van Rossum Nicolas Brunel. Lapicque's 1907 paper: from frogs to integrate-and-fire. *Biological Cybernetics*, 97(5-6):337–339, 2007.