

---

# Спайковые нейронные сети

---

*Автор:*

асп. Чернышев Алексей

*Научный руководитель:*

д.ф.-т.н. Карпенко А.П.

Август 2014

## Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Биологическая основа нейронов</b>	<b>2</b>
2.1	Модель Ходжкина-Хаксли . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Модели нейронов</b>	<b>4</b>
3.1	Нейронные сети в нейроинформатике . . . . .	4
3.1.1	Нейрон МакКалоча-Питтса . . . . .	4
3.2	Формальные спайковые модели . . . . .	5
3.2.1	Модель Integrate-and-Fire . . . . .	5
3.2.2	Модель Ижикевича . . . . .	6
3.2.3	Spike Response Model . . . . .	6
3.2.4	Spike Response Model с адаптацией . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Обучение с учителем и без учителя</b>	<b>7</b>
4.1	Классическое правило Хэбба . . . . .	7
4.2	Обучение на основе градиента ошибки . . . . .	7
4.3	Обучение на основе феноменологической модели STDP . . . . .	7
4.4	Теоретическая оптимальная модель STDP . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Обучение с подкреплением</b>	<b>7</b>
5.1	Трехфакторное правило обучения . . . . .	7
5.2	Гедонистический синапс . . . . .	7
5.3	Обучение на основе TD-ошибки . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Выводы</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Использованная литература</b>	<b>7</b>

## 1 Введение

## 2 Биологическая основа нейронов

Человеческий мозг содержит в себе огромное количество соединенных между собой нейронов, нервных клеток, которые стали предметом интереса во многих областях, таких как нейрофизиология, теоретическая нейронаука, искусственный интеллект.

Нейрон по своему строению довольно схож с другими клетками: тело нейрона окружено плазматической мембраной, внутри которой находятся ядро, цитоплазма и другие составляющие клетки. Однако, нейрон несет в себе особую функцию: нейрон выполняет приём сигналов от других нейронов, выполняет их преобразование и передает их на вход другим нейронам или клеткам. Сигнал представляет из себя импульсы нервной активности, имеющих электрохимическую природу

Нейроны крайне разнообразны по форме и нюансам функционирования, хотя существует возможность вывести наиболее типичную форму нейрона. На рис. 1 отобразена схема биологического нейрона.

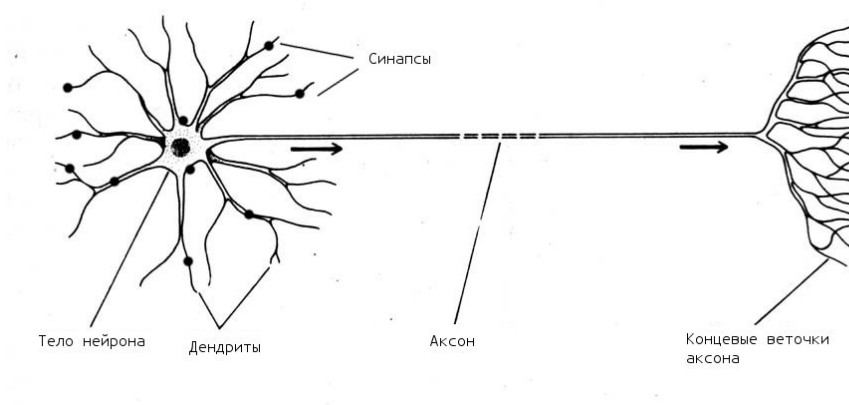


Рис. 1: биологический нейрон

Прием нервных импульсов от других нейронов происходит посредством дендритов, на которых расположены синапсы - точки соединения нейронов между собой. Дендриты проводят входные импульсы с синапсов доставляя их клетке нейрона, которые специфичным образом возбуждают клеточную мембрану.

Электрохимические процессы внутри клетки делают нейрон в той или иной мере чувствительным к возбуждениям мембраны, и когда возбуждение достигает определенного порога, потенциал на мембране на короткое время (около 2 мс) осуществляет резкий скачок вверх, порождая короткий импульс называемый спайком. После выработки спайка нейрон переживает т.н. рефракторный период, в течении которого чувствительность мембраны к возбуждениям резко падает.

Синапсы, при более подробном взгляде, представляют из себя не ме-

нее сложный механизм, чем сам нейрон. Типичный синапс, как контакт между двумя нейронами, представляет собой пузырек наполненный нейромедиаторами находящийся на аксоне пресинаптической клетки и мембрана чувствительная к нейромедиаторам на дендрите постсинаптической клетки. При возбуждении аксона нейромедиаторы синапса начинают освобождаться в пространство между пресинаптической и постсинаптической мембраной - синаптическую щель (10-50 нм), где они встречаются с чувствительными белками на постсинаптической мембране. Следствием такой структуры является одностороннее проведение нервного импульса. Количество высвобожденного и принятого нейромедиатора варьируется, и “натренированный” синапс, будет проводить гораздо большее количество импульса за счёт большего количества нейромедиаторов в синаптическом пузырьке и рецепторов на постсинаптической мембране. В нейроинформатике, обычно, пренебрегают такими тонкими деталями, и вводят “вес” синапса, который характеризует насколько эффективно синапс может проводить импульс.

Ещё один феномен касающийся нюансов функционирования биологического нейрона - сенсорная адаптация[1]. Нейрон при получении импульсов с одной и той же характеристикой, как правило, начинает “привыкать” и приспособливаться, чтобы тратить меньше энергии при интеграции этого сигнала. Как следствие, интенсивность его ответа угасает. Исследователями в области теоретической нейронауки этот феномен довольно пристально исследуется и существуют выводы об оптимальности такого поведения, с точки зрения оптимизации переданной информации нейроном [2, 3].

## 2.1 Модель Ходжкина-Хаксли

В 1952 году Алан Ллойд Ходжкин и Эндрю Хаксли разработали первую, наиболее подробную на тот момент математическую модель нейрона. Модель была построена на основе динамики генерации и передачи нервного сигнала в гигантском аксоне кальмара.

Данную модель сложно применить в решении реальных задач, которые решает нейроинформатика, так как её моделирование ресурсоёмко - около 1200 операций с плавающей точкой для моделирования одной миллисекунды[4]. Однако, модель играет важную научную и историческую роль в нейронауках.

Общая динамика потенциала нейрона описывается плавным затуханием значения потенциала на мембране  $u_m(t)$ , со скоростью, которая характеризуется ёмкостью мембраны  $C_m$

$$C_m \frac{du_m(t)}{dt} + I_{ion}(t) = I_{ext}(t). \quad (1)$$

Здесь  $I_{ion}(t)$  - сумма ионных токов внутри клетки,  $I_{ext}(t)$  - приложенный ток снаружи клетки.

Сложность уравнения (4) таится в моделировании ионных токов для каждого типа ионов. В модели Ходжкина-Хаксли динамика ионных токов характеризуется наличием т.н. ионных каналов, открытие или закрытие которых влияет на общую динамику напряжения на мембране. В исходной модели Ходжкина-Хаксли было два вида ионов  $Na^+$  и  $K^+$ , где ионный поток  $Na^+$  описывается тремя каналами вероятность открытия которых  $p_m$

и одним каналом с вероятностью открытия  $p_h$ , ионный поток  $K^-$  описывается четырьмя каналами с вероятностью открытия  $p_n$ [5].

Динамика вероятности открытия-закрытия каналов, выражается дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \alpha_i(u_m(t))(1 - p_i(t)) - \beta_i(u_m(t))p_i(t), \quad (2)$$

где  $\alpha_i(u_m(t)), \beta_i(u_m(t))$  константы зависящие от потенциала на мембране, которые характеризуют скорость закрытия и открытия канала, соответственно. Временной промежуток, спустя который вероятность достигает равновесия, описывается константой

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha_i(u_m(t)) + \beta_i(u_m(t))} \quad (3)$$

Таким образом динамику ионных токов для модели Ходжкина-Хаксли, можно описать уравнением

$$I_{ion}(t) = \bar{g}_{Na} p_m^3(t) p_h(t) (u_m(t) - E_{Na}) + \bar{g}_K p_n^4(t) (u_m(t) - E_K) + \bar{g}_L (u_m(t) - E_L) \quad (4)$$

где  $p_m(t), p_h(t), p_n(t)$  - вероятности открытия каналов, описываются уравнением динамики (2), которые включают соответствующие константы. Смысл и значения констант можно найти в оригинальной работе[6].

Не смотря на то что применение такой модели в задачах машинного обучения затруднительно, ввиду её сложности, эта модель играет свою важную как научную, так и историческую роль.

## 3 Модели нейронов

### 3.1 Нейронные сети в нейроинформатике

#### 3.1.1 Нейрон МакКаллока-Питтса

Первая модель нейрона, положившая начало нейроинформатике - модель МакКаллока-Питтса. Эта модель прочно заложила фундамент теории нейронных сетей, и исследования новых свойств этой модели не прекращаются по сей день.

Впервые, была реализована идея использовать нейрон, как вычислительный элемент. Раннее развитие данного направления в основном характеризуется попыткой рассмотреть нейроны, как элементы, реализующие простейшие логические операции или преобразования. Впоследствии были созданы более сложные схемы, в которых данный нейрон соединяется в сети.

Ключевой особенностью данной модели является то, что нейрон представляется, как взвешенный сумматор входных скалярных признаков  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Обработка нейроном входов происходит пропуском взвешенной суммы через нелинейную функцию  $\phi(x)$ , называемую функцией активации

$$\mathbf{y}(x) = \phi\left(\sum_{j=1}^n w_j x_j\right). \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  выражает вектор весов взвешенного сумматора (синапсов нейрона),  $y(x)$  - выходной результат обработки нейроном вектора  $\mathbf{x}$ .

В качестве нелинейной функции, наиболее популярным выбором является сигмоидальная функция[7]. Данная функция удобна своей непрерывностью и гладкостью, и позволяет ограничить выход нейрона отрезком значений  $y(x) \in [0, 1]$ , такой выход можно интерпретировать как уровень активации нейрона, в зависимости от входного вектора  $\mathbf{x}$  и настройки весов  $\mathbf{w}$ , что имеет свою, пускай и отдаленную, биологическую подоплёку.

Не смотря на ошеломляющий успех и широкое применения данной модели и производных моделей в прикладных задачах, с биологической точки зрения такие нейроны, только отдаленно напоминают, то как работают настоящие нейроны в мозгу.

Важным отличием такого нейрона от биологического является тот факт, что данная модель не имеет внутреннего состояния и не может быть представлена в виде динамической системы[7]. Данное свойство серьезно ограничивает круг задач в которых можно было бы применить нейронные сети.

## 3.2 Формальные спайковые модели

Нейронные модели описанные в данной секции принадлежат к семейству формальных моделей. Простота этих моделей позволяет перейти от анализа одного-двух нейронов к анализу популяций нейронов соединённых в сети, опуская биологическую точность, но сохраняя общие черты характерные для биологических нейронов.

### 3.2.1 Модель Integrate-and-Fire

Модель Integrate-and-fire имеет большую историю. Ещё в 1907 году французский физиолог Луи Лапик экспериментируя с лягушками описал модель возбуждения нервных клеток используя RC-цепь[8]. За свою вековую историю модель, благодаря своей простоте и, главное, биологической оправданности, получила много применений.

Динамика модели описывается динамической системой с одной переменной, довольно похожей на уравнение (1), за тем исключением, что ионные токи не моделируются, а спайк генерируется нейроном при достижении заранее заданного порога:

$$\tau_m \frac{du}{dt} = -u(t) + RI(t), \quad (6)$$

при  $u \geq \vartheta$  потенциал мембраны сбрасывается

$$u \leftarrow u_r \quad (7)$$

где  $\vartheta$  - порог напряжения, временная константа мембраны  $\tau_m = RC$ ,  $R$  и  $C$  - сопротивление и ёмкость RC-цепи соответственно,  $I(t)$  - приложенный ток извне,  $u_r$  - константа описывающая потенциал мембраны покоя нейрона.

Данная нейронная модель подходит для конструирования нейронных

сетей: приложенный ток  $I(t)$  можно рассмотреть, как ток, получаемый нейроном через синапсы от других нейронов. Допустим нейрон соединён с  $N$  входными спайковыми нейронами синапсами с определенными весами, тогда приложенный ток можно описать:

$$I(t) = \sum_{j=1}^N w_j \epsilon(t - t_j^f), \quad (8)$$

где  $\epsilon(t)$  - низкочастотный фильтр, как правило, в виде затухающей экспоненты, который характеризует спайк на синапсе, такая функция хорошо описывает импульс переданный в процессе передачи нейромедиаторов,  $w_j$  - скаляр выражающий вес на синапсе,  $t_j^f$  - спайк на входном нейроне.

### 3.2.2 Модель Ижикевича

Данная модель является наиболее популярным компромиссом между вычисляемой сложностью модели и её биоподобности. Динамическая система с двумя переменными и квадратичной зависимостью при хорошем подборе коэффициентов уравнения может воспроизводить большинство известных нейронных паттернов[9], включая, например, такие сложные как, высокочастотные спайки (fast spiking) или взрывной поток спайковых импульсов (bursting).

Модель описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u, \\ \frac{du}{dt} = a(bv - u), \end{cases}$$

при  $v \geq 30$  переменные сбрасываются:

$$\begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases}$$

где  $v, u$  - переменные динамической системы,  $a, b, c, d$  - константы. Здесь  $v$  отвечает за потенциал мембраны,  $u$  - переменная отвечающая за восстановление нейрона.

Пониженная вычисляемая сложность делает эту модель наиболее подходящей для масштабных и правдоподобных симуляций головного мозга, автором этой модели была проделана работа [10] по симуляции  $3 \times 3 \text{ см}^2$  таламо-кортикальной системы млекопитающего включающую  $10^{11}$  нейронов и  $10^{15}$  синапсов.

### 3.2.3 Spike Response Model

Отдельным рядом стоит модель SRM, в своём оригинальном виде модель повторяет IaF, но в своей формулировке наиболее удобна для теоретического исследования. Наиболее часто эту модель используют со стохастическим порогом, который позволяет процесс генерации спайка описать негомогенным пуассоновским процессом.

### 3.2.4 Spike Response Model с адаптацией

Усложнение модели SRM, которая повторяет феномен адаптации.

## 4 Обучение с учителем и без учителя

### 4.1 Классическое правило Хэбба

### 4.2 Обучение на основе градиента ошибки

### 4.3 Обучение на основе феноменологической модели STDP

### 4.4 Теоретическая оптимальная модель STDP

## 5 Обучение с подкреплением

### 5.1 Трехфакторное правило обучения

### 5.2 Гедонистический синапс

### 5.3 Обучение на основе TD-ошибки

## 6 Выводы

## 7 Используемая литература

### Список литературы

- [1] Коротько Г.Ф. Покровский В.М. *Физиология человека*. Москва "Медицина 2003.
- [2] Colin W. G. Clifford Mehdi Adibi, James S. McDonald and Ehsan Arabzadeh. Adaptation improves neural coding efficiency despite increasing correlations in variability. *The Journal of Neuroscience*, 33(5):2108–2120, 2013.
- [3] Wulfram Gerstner Guillaume Hennequin and Jean-Pascal Pfister. Stdp in adaptive neurons gives close-to-optimal information transmission. *Front Comput Neurosci.*, 143(4), 2010.
- [4] H. Paugam-Moisy and S.M. Bohte. Computing with spiking neuron networks. *Handbook of Natural Computing*, pages 335–376, 2012.
- [5] *The Book of GENESIS: Exploring Realistic Neural Models with the GEneral NEural SIMulation System*. Springer, 2nd edition, 1998.
- [6] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *J Physiol.*, 117(4):500–544, 1952.
- [7] И.В. Заенцев. *Нейронные сети: основные модели*. 1999.



- [8] Mark C.W. van Rossum Nicolas Brunel. Lapique's 1907 paper: from frogs to integrate-and-fire. *Biological Cybernetics*, 97(5-6):337–339, 2007.
- [9] Eugene M. Izhikevich. Simple model of spiking neurons. *Transactions on Neural Networks*, 14(6), 2003.
- [10] Eugene M. Izhikevich and Gerald M. Edelman. Large-scale model of mammalian thalamocortical systems. *PNAS*, 105:3593–3598, 2008.