# Спайковые нейронные сети

Автор: асп. Чернышев Алексей Hаучный руководитель: д.ф.-т.н. Карпенко А.П.

# Содержание

| 1 | Вве                           | едение  | 2 |
|---|-------------------------------|---|---|
| 2 | Биологическая основа нейронов |   |   |
|   | 2.1                           | Модель Ходжкина-Хаксли                            | 3 |
| 3 | Модели нейронов               |   |   |
|   | 3.1                           | Нейронные сети в нейроинформатике                 | 4 |
|   |                               | 3.1.1 Нейрон МакКалока-Питтса                     | 4 |
|   | 3.2                           | Формальные спайковые модели                       | 5 |
|   |                               | 3.2.1 Модель Integrate-and-Fire                   | 5 |
|   |                               | 3.2.2 Модель Ижикевича                            | 6 |
|   |                               | 3.2.3 Spike Response Model                        | 6 |
|   |                               | 3.2.4 Spike Response Model с адаптацией           | 6 |
| 4 | Объ                           | учение с учителем и без учителя                   | 7 |
|   | 4.1                           | Классическое правило Хэбба                        | 7 |
|   | 4.2                           | Обучение на основе градиента ошибки               | 7 |
|   | 4.3                           | Обучение на основе феноменологической модели STDP | 7 |
|   | 4.4                           | Теоретическая оптимальная модель STDP             | 7 |
| 5 | Обу                           | учение с подкреплением                            | 7 |
|   | 5.1                           | Трехфакторное правило обучения                    | 7 |
|   | 5.2                           | Гедонистический синапс                            | 7 |
|   | 5.3                           | Обучение на основе TD-ошибки                      | 7 |
| 6 | Вы                            | воды  | 7 |
| 7 | Ист                           | пользованная литература                           | 7 |

# 1 Введение

# 2 Биологическая основа нейронов

Человеческий мозг содержит в себе огромное количество соединенных между собой нейронов, нервных клеток, которые стали предметом интереса во многих областях, таких как нейрофизиология, теоретическая нейронаука, искусственный интеллект.

Нейрон по своему строению довольно схож с другими клетками: тело нейрона окружено плазматической мембраной, внутри которой находятся ядро, цитоплазма и другие составляющие клетки. Однако, нейрон несет в себе особую функцию: нейрон выполняет приём сигналов от других нейронов, выполняет их преобразование и передает их на вход другим нейронам или клеткам. Сигнал представляет из себя импульсы нервной активности, имеющих электрохимическую природу

Нейроны крайне разнообразные по форме и нюансам функционирования, хотя существует возможность вывести наиболее типичную форму нейрона. На рис. 1 отображена схема биологического нейрона.

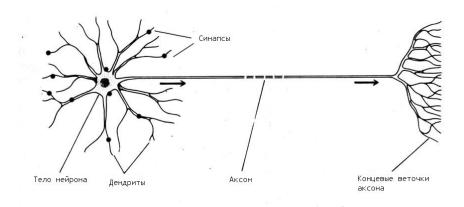


Рис. 1: биологический нейрон

Прием нервных импульсов от других нейронов происходит посредством дендритов, на которых расположены синапсы - точки соединения нейронов между собой. Дендриты проводят входные импульсы с синапсов доставляя их клетке нейрона, которые специфичным образом возбуждают клеточную мембрану.

Элетрохимические процессы внутри клетки делают нейрон в той или иной мере чувствительным к возбужденям мембраны, и когда возбуждение достигает определенного порога, потенциал на мембране на короткое время (около 2 мс) осуществляет резкий скачок вверх, порождая короткий импульс называемый спайком. После выработки спайка нейрон переживает т.н. рефракторный период, в течении которого чувствительность мембраны к возбуждениям резко спадает.

Синапсы, при более подробном взгляде, представляют из себя не ме-

нее сложный механизм, чем сама клетка нейрона. Типичный синапс, как контакт между двумя нейронами, представляет собой пузырек наполненный нейромедиаторами находящийся на аксоне пресинапатической клетки и мембрана чувствительная к нейромедиаторам на дендрите постсинаптической клетки. При возмбуждении аксона нейромедиаторы синапса начинают освобождаться в пространство между пресинаптической и постсинаптической мембраной - синаптическую щель (10-50 нм), где они встречаются с чувствительными белками на постсинаптической мембране. Следствием такой структуры является односторонее проведение нервного импульса. Количество высвобожденного и принятого нейромедиатора варьируется, и "натренированный" синапс, будет проводить гораздо большее количество импульса засчёт большего количество нейромедиаторов в синаптическом пузырьке и на постсинаптической мембране. В нейроинформатике, обычно, пренебрегают такими тонкими деталями, и вводят "вес" синапса, который характеризует насколько эффективно синапс может проводить импульс.

Ещё один феномен касающийся нюансов функционирования биологического нейрона - сенсорная адаптация[1]. Нейрон при получении импульсов с одной и той же характеристикой, как правило, начинает "привыкать" и начинает приспосабливаться, чтобы тратить меньше энергии при интеграции этого сигнала. Как следствие, интенсивность его ответа угасает. Исследователями в области теоретической нейронауки этот феномен довольно пристально исследуется и существуют выводы об оптимальности такого поведения, с точки зрения оптимизации переданной информации нейроном [2, 3].

#### 2.1 Модель Ходжкина-Хаксли

В 1952 году Алан Ллойд Ходжкин и Эндрю Хаксли разработали первую, наиболее подробную на тот момент математическую модель нейрона. Модель была построена на основе динамики генерации и передачи нервного сигнала в гигантском аксоне кальмара.

Данную модель сложно применить в решении реальных задач, которые решает нейроинформатика, так как её моделирование ресурсоём-ко - около 1200 операций с плавающей точкой для моделирования одной милисекунды[4]. Однако, модель играет важную научную и историческую роль в нейронауках.

Общая динамика потенциала нейрона описывается плавным затуханием значения потенциала на мембране  $u_m(t)$ , со скоростью, которая характеризуется ёмкостью мембраны  $C_m$ 

$$C_m \frac{du_m(t)}{dt} + I_{ion}(t) = I_{ext}(t). \tag{1}$$

Здесь  $I_{ion}(t)$  - сумма ионных токов внутри клетки,  $I_{ext}(t)$  - приложенный ток снаружи клетки.

Сложность уравнения (4) таится в моделировании ионных токов для каждого типа ионов. В модели Ходжкина-Хаксли динамика ионных токов характеризуется наличием т.н. ионных каналов, открытие или закрытие которых влияет на общую динамику напряжения на мембране. В исходной модели Ходжкина-Хаксли было два вида ионов  $Na^+$  и  $K^-$ , где ионный поток  $Na^+$  описывается тремя каналами вероятность открытия которых  $p_m$ 

и одним каналом с вероятностью открытия  $p_h$ , ионный поток  $K^-$  описывается четырьмя каналами с вероятностью открытия  $p_n[5]$ .

Динамика вероятности открытия-закрытия каналов, выражается дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \alpha_i(u_m(t))(1 - p_i(t)) - \beta_i(u_m(t))p_i(t),$$
 (2)

где  $\alpha_i(u_m(t))$ ,  $\beta_i(u_m(t))$  константы зависящие от потенциала на мембране, которые характеризуют скорость закрытия и открытия канала, соответственно. Временной промежуток, спустя который вероятность достигает равновесия, описывается константой

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha_i(u_m(t)) + \beta_i(u_m(t))} \tag{3}$$

Таким образом динамику ионных токов для модели Ходжкина-Хаксли, можно описать уравнением

$$I_{ion}(t) = \bar{g}_{Na} p_m^3(t) p_h(t) (u_m(t) - E_{Na}) + + \bar{g}_K p_n^4(t) (u_m(t) - E_K) + \bar{g}_L(u_m(t) - E_L)$$
(4)

где  $p_m(t), p_h(t), p_n(t)$  - вероятности открытия каналов, описываются уравнением динамики (2), которые включают соответствующие константы. Смысл и значения констант можно найти в оригинальной работе[6].

Не смотря на то что применение такой модели в задачах машинного обучения затруднительно, ввиду её сложности, эта модель играет свою важную как научную, так и историческую роль.

## 3 Модели нейронов

## 3.1 Нейронные сети в нейроинформатике

#### 3.1.1 Нейрон МакКалока-Питтса

Первая модель нейрона, положившая начало нейроинформатике - модель МакКаллока-Питтса. Эта модель прочно заложила фундамент теории нейронных сетей, и исследования новых свойств этой модели не прекращаются по сей день.

Впервые, была реализована идея использовать нейрон, как вычислительный элемент. Раннее развитие данного направления в основном характеризуется попыткой рассмотреть нейроны, как элементы, реализующие простейшие логические операции или преобразования. Впоследствии были созданы более сложные схемы, в которых данный нейрон соединяется в сети

Ключевой особенностью данной модели является то, что нейрон представляется, как взвешенный сумматор входных скалярных признаков  $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,...,x_n)$ . Обработка нейроном входов происходит пропусканием взвешенной суммы через нелинейную функцию  $\phi(x)$ , называемую функцией активации

$$\mathbf{y}(x) = \phi(\sum_{j=1}^{n} w_j x_j). \tag{5}$$

Здесь  $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,...,w_n)$  выражает вектор весов взвешенного сумматора (синапсов нейрона), y(x) - выходной результат обработки нейроном вектора  $\boldsymbol{x}$ .

В качестве нейлинейной функции, наиболее популярным выбором является сигмоидальная функция[7]. Данная функция удобна своей непрерывностью и гладкостью, и позволяет ограничить выход нейрона отрезком значений  $y(x) \in [0,1]$ , такой выход можно интерпретировать как уровень активации нейрона, в зависимости от входного вектора  $\boldsymbol{x}$  и настройки весов  $\boldsymbol{w}$ , что имеет свою, пускай и отдаленную, биологическую подоплёку.

Не смотря на ошеломляющий успех и широкое применения данной модели и производных моделей в прикладных задачах, с биологической точки зрения такие нейроны, только отдаленно напоминают, то как работают настоящие нейроны в мозгу.

Важным отличием такого нейрона от биологического является тот факт, что данная модель не имеет внутреннего состояния и не может быть представлена в виде динамической системы[7]. Данное свойство серьезно ограничивает круг задач в которых можно было бы применить нейронные сети.

#### 3.2 Формальные спайковые модели

Нейронные модели описанные в данной секции принадлежат к семейству формальных моделей. Простота этих моделей позволяет перейти от анализа одного-двух нейронов к анализу популяций нейронов соединённых в сети, опуская биологическую точность, но сохраняя общие черты характерные для биологических нейронов.

#### 3.2.1 Модель Integrate-and-Fire

Модель Integrate-and-fire имеет большую историю. Ещё в 1907 году французский физиолог Луи Лапик эксперементируя с лягушками описал модель возбуждения нервных клеток используя RC-цепь[8]. За свою вековую историю модель, благодаря своей простоте и, главное, биологической оправданности, получила много применений.

Динамика модели описывается динамической системой с одной переменной, довольно похожей на уравнение (1), за тем исключением, что ионные токи не моделируются, а спайк генерируется нейроном при достижении заранее заданного порога:

$$\tau_m \frac{du}{dt} = -u(t) + RI(t),$$

$$t^{(f)} : u(t^{(f)}) = \vartheta$$
(6)

где  $t^f$  - время спайка,  $\vartheta$  - порог напряжения, временная константа мембраны  $\tau_m=RC,\ R$  и C - сопротивление и ёмкость RC-цепи соответственно, I(t) - приложенный ток извне.

Данная нейронная модель подходит для конструирования нейронных сетей: приложенный ток I(t) можно рассмотреть, как ток, получаемый нейроном через синапсы от других нейронов. Допустим нейрон соединён с N

входными спайковыми нейронами синапсами с определенными весами, тогда приложенный ток можно описать:

$$I(t) = \sum_{j=1}^{N} w_j \ \epsilon(t - t_j^f) \tag{7}$$

где  $\epsilon(t)$  - низкочастотный фильтр, как правило, в виде затухающей экспоненты, который характеризует спайк на синапсе, такая функция хорошо описывает импульс переданный в процессе передачи нейромедиаторов,  $w_j$  - скаляр выражающий вес на синапсе,  $t_j^f$  - спайк не входном нейроне.

#### 3.2.2 Модель Ижикевича

Модель нейрона в виде динамической системы с двумя переменными, довольно проста и в то же время имеет богатую динамику. Модель является компромиссом между упрощенной моделью IaF и HH.

#### 3.2.3 Spike Response Model

Отдельным рядом стоит модель SRM, в своём оригинальном виде модель повторяет IaF, но в своей формулировке наиболее удобна для теоретического исследования. Наиболее часто эту модель используют со стохастическим порогом, который позволяет процесс генерации спайка описать негомогенным пуассоновским процессом.

#### 3.2.4 Spike Response Model с адаптацией

Усложнение модели SRM, которая повторяет феномен адаптации.

# 4 Обучение с учителем и без учителя

- 4.1 Классическое правило Хэбба
- 4.2 Обучение на основе градиента ошибки
- 4.3 Обучение на основе феноменологической модели STDP
- 4.4 Теоретическая оптимальная модель STDP
- 5 Обучение с подкреплением
- 5.1 Трехфакторное правило обучения
- 5.2 Гедонистический синапс
- 5.3 Обучение на основе TD-ошибки
- 6 Выводы
- 7 Использованная литература

# Список литературы

- [1] Коротько Г.Ф. Покровский В.М.  $\Phi$ изиология человека. Москва "Медицина 2003.
- [2] Colin W. G. Clifford Mehdi Adibi, James S. McDonald and Ehsan Arabzadeh. Adaptation improves neural coding efficiency despite increasing correlations in variability. *The Journal of Neuroscience*, 33(5):2108–2120, 2013.
- [3] Wulfram Gerstner Guillaume Hennequin and Jean-Pascal Pfister. Stdp in adaptive neurons gives close-to-optimal information transmission. Front Comput Neurosci., 143(4), 2010.
- [4] H. Paugam-Moisy and S.M. Bohte. Computing with spiking neuron networks. *Handbook of Natural Computing*, pages 335–376, 2012.
- [5] The Book of GENESIS: Exploring Realistic Neural Models with the GEneral NEural SImulation System. Springer, 2nd edition, 1998.
- [6] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *J Physiol.*, 117(4):500–544, 1952.
- [7] И.В. Заенцев. Нейронные сети: основные модели. 1999.
- [8] Mark C.W. van Rossum Nicolas Brunel. Lapicque's 1907 paper: from frogs to integrate-and-fire. *Biological Cybernetics*, 97(5-6):337–339, 2007.