

① Основные виды погрешностей и методы их определения.

Виды погрешностей:

1. Погрешность данных (неустраняемая погрешность).

Параметры, входящие в описание задачи, заданы неточно.

Математическая модель содержит некие параметры, кот-ые зависят от исходных данных. Так как исходные данные определяют ее из экспериментов, кот-ые сопровождаются ошибками измерений, возникает погрешность данных.

2. Погрешность метода.

После того как математическая модель создана, вычисления в рамках модели обычно можно выполнять по-разному. Сложные математические задачи заменяются более простыми. При этом неизбежно возникает погрешность метода.

3. Вычислительная погрешность (Погрешность округления)

Любые расчеты, выполненные как вручную, так и с помощью вычислительной техники, производятся с некоторым числом цифр, поэтому приходится прибегать к округлению промежуточных и окончательного ответа.

4. Погрешность модели

Математические модели обычно являются приближенным описанием реальных процессов, поэтому параметры, вычисленные в рамках принятой модели, могут отличаться от истинных значений.

Абсолютная погрешность
Абсолютной погрешностью Δ приближенного значения называется модуль разности между точным и приближенным значениями этой величины:

$$\Delta = |a - a_p|$$

Относительная погрешность
Относительная погрешностью приближенной величины a_p называется отношение абсолютной погрешности приближенной величины к абсолютной величине ее точного значения:

$$\delta = \frac{|a_p - a|}{|a|} = \frac{\Delta}{|a|}$$

Приближенным значением некоторой величины a называется число a_p , которое ненамного отличается от точного значения этой величины.

Для приближенного числа, полученного округлением, предельная абсолютная погрешность Δ_a равна половине единицы последнего разряда числа. $\Delta_a \geq \Delta$

Предельная относительная погрешность:
 $\delta_a \geq \delta$

Значащими цифрами числа называются все его цифры, начиная с первой непустой слева.

Значащую цифру приближенного числа называют верной, если абсолютная погрешность числа не превышает половины единицы разряда, в котором стоит эта цифра (в узком смысле) или единицы

разряда (в широком смысле).

Абсолютные погрешности:

$$\Delta(a+b) = \Delta a + \Delta b$$

$$\Delta(a-b) = \Delta a + \Delta b$$

$$\Delta(a \cdot b) = a \Delta b + b \Delta a$$

$$\Delta\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a \Delta b + b \Delta a}{b^2}$$

Относительные погрешности:

$$\delta(a+b) = \frac{\Delta(a+b)}{|a+b|}$$

$$\delta(a-b) = \frac{\Delta(a-b)}{|a-b|}$$

$$\delta(a \cdot b) = \delta\left(\frac{a}{b}\right) = \delta a + \delta b$$

$$\delta(a^k) = k \delta a$$

Оценки ошибок при вычислении функций
Пусть дана функция $y = f(x)$ и a — приближенное
значение аргумента x , Δa — его абсолютная
погрешность.

$$\Delta y \approx dy \quad \Delta y = |f'(a)| \cdot a$$

За абсолютную погрешность функции
можно принять ее приращение или
дифференциал.

Правило подсчета цифр

Метод строгого учета границ абсолютных
погрешностей
Способ границ