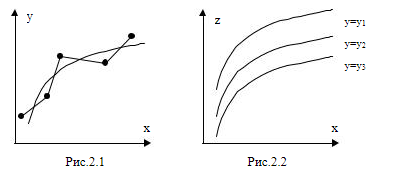
**Методы обработки экспериментальных данных**

**1.Графическое представление экспериментальных данных** является наиболее наглядным (например, по сравнению с табличным или аналитическим), позволяет выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых физических величин, сравнительно легко установить наличие экстремумов функции, пределов увеличения (уменьшения) функций.



Обычно при графическом представлении применяют прямоугольную систему координат. На плоскости наносят точки, отображающие экспериментальные данные (рис. 2.1). Если попытаться провести линию через все точки (в предельном случае – соединить точки отрезками прямых), то она будет иметь резкие искривления (в предельном случае – это будет ломаная линия). В естественных процессах такие искривления (на математическом языке – быстрые изменения первой производной) встречаются редко. Поскольку в экспериментальных данных всегда присутствуют ошибки измерения, график, проведенный через все экспериментальные точки, фактически отражает воздействие случайных мешающих факторов на результат измерения, а не исследуемое физическое явление. Поэтому при построении графика стараются провести плавную линию, как можно ближе проходящую ко всем экспериментальным точкам .

# АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ

Аппроксимацией (приближением) функции f(x) называется нахождение такой функции g(x) (аппроксимирующейфункции), которая была бы близка заданной. Критерии близости функций f(x) и g(x) могут быть различные.

В том случае, когда приближение строится на дискретном наборе точек, аппроксимацию называют точечной или дискретной.

В том случае, когда аппроксимация проводится на непрерывном множестве точек (отрезке), аппроксимация называется непрерывной или интегральной.

## Аппроксимация функции по методу наименьших квадратов

Пусть в результате проведенного эксперимента получена таблица значений изменяемой величины (табл. 4).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | Таблица 4 |
| X | x1 | x2 | ... | xn |
| Y | y1 | y2 | ... | yn |

При анализе эмпирических данных возникает необходимость найти в явном виде функциональную зависимость между величинами хи y, т.е. функцию заданного типа:

|  |  |
| --- | --- |
| y = F(x). | (2) |

Как правило, общий вид этой функциональной зависимости известен, а некоторые числовые параметры закона неизвестны.

Вид функциональной зависимости y = F(x) выбирают из известных графиков элементарных функций. К таким элементарным функциям относятся:

1) y = kx+*b* –– линейная;

2) y = kxm *––* степенная;

3)  –– экспоненциальная;

4) y = kln(x)+*b* –– логарифмическая;

5)  –– гиперболическая;

6) y=ax2+bx+c –– квадратичная;

7) –– полином и др.

Требуется найти функцию F(x), причем такую, чтобы сумма квадратов отклонений

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

была минимальной. В этом есть суть метода наименьших квадратов. Так как xi и yi есть постоянные числа, то S есть функция параметров a, b, c, k, m и т.д. Следовательно, нужно найти минимум функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума функции — равенство нулю всех частных производных первого порядка. Получаем систему с количеством уравнений и неизвестных, равным количеству параметров функции F(x).

Решив эту систему относительно параметров a, b, c, k и m, находим реальный вид аппроксимирующей зависимости. Так, если требуется построить многочлен

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

то имеем систему уравнений, решая которую находим неизвестные коэффициенты  многочлена (4).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

## Нахождение аппроксимирующей зависимости в виде квадратичной функции (квадратичная регрессия)

Квадратичную функцию можно представить в виде

.

Система (5) имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

где Xi и Yi (i = 1, 2, … n) заданы в табл. 4, n –– количество пар X и Y таблицы.

Решив систему (6), найдем параметры a, b и c.

## Выполнение квадратичной регрессии. Аппроксимация полиномами.

В качестве аппроксимирующей функции подберем полином второй степени. Для этой цели служат встроенные функции ***regress*** и ***interp***.

Функция ***regress(x,y,n)*** является вспомогательной, она возвращает вектор, требующий ***interp,*** чтобы найти полином порядка ***n***, который наилучшим образом приближает данные из **x** и **y**.

Вектор vs содержит, в том числе, и коэффициенты полинома

vs2:=regress(x,y,k2).

Функция interp возвращает значение полинома в точке **z**. Определив новую функцию f2, можно найти значение полинома в любой заданной точке:

f2(z):=interp(vs2,x,y,z).

### Пример. Найти c помощью встроенных функций MathCAD и методом наименьших квадратов значения коэффициентов квадратичной зависимости y = ax2 + bx+c по заданным эмпирическим данным.





Можно сделать вывод, что параметры a, b и c совпали и в том, и другом способе.